

T.C.
ANKARA ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ
İŞLETME ANABİLİM DALI

**BULANIK REGRESYON YAKLAŞIMI İLE FİNANSAL VARLIK
GETİRİLERİNİN TAHMİNİ**

Yüksek Lisans Tezi
Dilan ÖZCAN KALFA

Ankara, 2015

T.C.
ANKARA ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ
İŞLETME ANABİLİM DALI

**BULANIK REGRESYON YAKLAŞIMI İLE FİNANSAL VARLIK
GETİRİLERİNİN TAHMİNİ**

Yüksek Lisans Tezi
Dilan ÖZCAN KALFA

Tez Danışmanı
Doç. Dr. Fazıl GÖKGÖZ

Ankara, 2015

T.C.

ANKARA ÜNİVERSİTESİ

SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ

İŞLETME ANABİLİM DALI

BULANIK REGRESYON YAKLAŞIMI İLE FİNANSAL VARLIK GETİRİLERİNİN
TAHMİNİ

Yüksek Lisans Tezi

Tez Danışmanı: Doç. Dr. Fazıl GÖKGÖZ

Tez Jürisi Üyeleri

Adı ve Soyadı

İmzası

Prof. Dr. Yalçın KARATEPE



Prof. Dr. Güray KÜÇÜKKOCAOĞLU



Doç. Dr. Fazıl GÖKGÖZ



Tez Sınavı Tarihi: 23.07.2015

TÜRKİYE CUMHURİYETİ
ANKARA ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ MÜDÜRLÜĞÜNE

Bu belge ile, bu tezdeki bütün bilgilerin akademik kurallara ve etik davranış ilkelerine uygun olarak toplanıp sunulduğunu beyan ederim. Bu kural ve ilkelerin gereği olarak, çalışmada bana ait olmayan tüm veri, düşünce ve sonuçları andığımı ve kaynağını gösterdiğimi ayrıca beyan ederim.(...../...../.....)

Tezi Hazırlayan Öğrencinin

Adı ve Soyadı

Dilan ÖZCAN KALFA

İmzası

.....

TEŐEKKÖR

Yüksek lisans çalışmalarım süresince her türlü desteğini ve anlayışını benden hiç esirgemeyen ve çalışmalarımda büyük katkısı olan tez danışmanım Sayın Doç. Dr. Fazıl GÖKGÖZ'e sonsuz teőekkürlerimi sunarım.

Tez jürisindeki hocalarıma vakit ayırdıkları ve çalışmamı yönlendirici nitelikte geri bildirimleri için teşekkür ederim.

Çalışma süresince beni hep destekleyen, beni hiç bir zaman yalnız bırakmayan çok saydığım ve sevdiğim eşim Mert, annem Fatoş, babam Mehmet Mustafa, kardeşim Mehmet Miran ve bilhassa dayım Halil'e minnet ve teőekkürlerimi sunarım.

İÇİNDEKİLER

TEŞEKKÜR.....	iii
İÇİNDEKİLER	iv
TABLolar LİSTESİ.....	vii
ŞEKİLLER LİSTESİ	viii
KISALTMALAR	x
EKLER LİSTESİ	xi
GİRİŞ	1

BİRİNCİ BÖLÜM BULANIK MANTIK VE BULANIK REGRESYON

1.1. BULANIK MANTIK KAVRAMI.....	4
1.2. BULANIK MANTIK UYGULAMALARI	7
1.3. KESKİNLİK VE BULANIKLIK ARASINDAKİ AYIRIM.....	11
1.3.1. Keskin Kümeler ve Karakteristik Fonksiyon	12
1.4. BULANIK KÜMELER TEORİSİ.....	14
1.5. ÜYELİK FONKSİYONU	16
1.5.1. Destek Kümesi.....	17
1.5.2. A – Kesme Kümesi.....	18
1.5.3. Genişletme Kuralı	18
1.5.4. Yükseklik ve Normallik Kavramları	19
1.5.5. Konvekslik.....	19
1.6. ÜYELİK FONKSİYONU TÜRLERİ.....	20
1.6.1. Üçgen Üyelik Fonksiyonu	21

1.6.2. Yamuk Üyelik Fonksiyonu.....	23
1.6.3. Gaussian Üyelik Fonksiyonu.....	24
1.7. BULANIK KÜMELERLE İŞLEMLER.....	25
1.7.1. Boş Küme ve Eşit Küme.....	25
1.7.2. Alt Küme.....	25
1.7.3. Kesişim.....	26
1.7.4. Birleşim.....	26
1.7.5. Tümleme.....	28
1.7.6. Bulanık Kümelerin Bazı Özellikleri.....	28
1.7.7. Bulanık Kümelerde Cebir İşlemleri.....	29
1.8. BULANIK DOĞRUSAL REGRESYON YÖNTEMLERİ.....	31
1.8.1. Bulanık Doğrusal Regresyon Yöntemi.....	40
1.8.2. Tanaka Bulanık Doğrusal Regresyon Yöntemi.....	42
1.8.3. Bulanık En Küçük Kareler Regresyon Yöntemi.....	54
1.8.4. Mesafe Ölçütleri ile Bulanık En Küçük Kareler Regresyonu.....	55
1.8.5. Uyumluluk Ölçütleri ile Bulanık En Küçük Kareler Regresyonu.....	56

İKİNCİ BÖLÜM

ÜÇ FAKTÖRLÜ VARLIK FİYATLANDIRMA MODELİ

2.1. FAMA / FRENCH ÜÇ FAKTÖRLÜ MODEL.....	59
2.2. ÜÇ FAKTÖRLÜ MODEL İÇİN ZAMAN SERİSİ REGRESYON YAKLAŞIMI.....	64

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM
BULANIK REGRESYON YAKLAŞIMI İLE FİNANSAL VARLIKLARIN
GETİRİLERİNİN TAHMİNİ

3.1. AMAÇ, VERİ VE YÖNTEM.....	66
3.2. FAMA/FRENCH YÖNTEMİ İLE PORTFÖYLERİN OLUŞTURULMASI....	69
3.3. BULANIK REGRESYON YAKLAŞIMI ANALİZ SONUÇLARI	71
3.3.1. Bulanık Doğrusal Regresyon Modelinin Kurulması	71
3.3.2. Zaman Serisi Regresyon Analizi Sonuçları.....	91
3.4. BULANIK REGRESYON ANALİZİ SONUÇLARI İLE ZAMAN SERİSİ REGRESYON ANALİZİ SONUÇLARININ KARŞILAŞTIRILMASI.....	97
3.4.1. Alt ve Üst Sınır Eğrileri ile Zaman Serisi Regresyon Analizi Sonuçlarının Karşılaştırılması.....	97
3.4.2. Bulanık Regresyon Aralıklarının Analizi ile Zaman Serisi Regresyon Analizi Sonuçlarının Karşılaştırılması	100
SONUÇ.....	104
ÖZET.....	106
ABSTRACT.....	107
KAYNAKÇA.....	108
EKLER.....	113

TABLolar LİSTESİ

Sayfa No:

Tablo 1: Klasik Mantık ile Bulanık Mantık Arasındaki Temel Farklılıklar	5
Tablo 2: Bulanık Mantık Uygulamaları.....	10
Tablo 3: Bulanık Olmayan Girdi-Çıktı Verileri	47
Tablo 4: Bulanık Olmayan Girdi- Bulanık Çıktı Verileri.....	49
Tablo 5: <i>Aj</i> Ulusal BIST-30 endeksi için <i>Aj</i> Bulanık Değişkenlerinin Alt ve Üst Sınır Değerleri ($h=0,9$).....	83
Tablo 6: Ulusal BIST-50 endeksi için <i>Aj</i> Bulanık Değişkenlerinin Alt ve Üst Sınır Değerleri ($h=0,9$).....	84
Tablo 7: Ulusal BIST-100 endeksi için <i>Aj</i> Bulanık Değişkenlerinin Alt ve Üst Sınır Değerleri ($h=0,9$).....	84
Tablo 8: Üç Faktörlü Modelin BIST Endeksleri Üzerinden Uygulanan Zaman Serisi Regresyon Sonuçları	92
Tablo 9: BIST Endeksleri Z-Testi Sonuçları	101
Tablo 10: BIST Endeksleri Z-Testi Sonuçları	102

ŞEKİLLER LİSTESİ

Sayfa No:

Şekil 1	: Öklidyen E^n Uzayında Konveks ve Konveks Olmayan Bulanık Küme	20
Şekil 2	: Üçgen Üyelik Fonksiyonu.....	21
Şekil 3	: Simetrik Üçgen Üyelik Fonksiyonu	22
Şekil 4	: Üçgen Üyelik Fonksiyonunun Bileşenleri	23
Şekil 5	: Yamuk Üyelik Fonksiyonu	24
Şekil 6	: Gaussian Üyelik Fonksiyonu	24
Şekil 7	: Bulanık Kümelerde Kesişim	26
Şekil 8	: Bulanık Kümelerinin Birleşim	27
Şekil 9	: Bulanık Kümelerde Tümleme	28
Şekil 10	: Bulanık Küme $A : A \triangleq$ "yaklaşık α "	44
Şekil 11	: $Y_i = A_0 + A_1 X_i$ Bulanık Doğrusal Regresyon Modelinin;	48
Şekil 12	: Bulanık Çıktı	49
Şekil 13	: Y_i^* 'nin Y_i Bulanık Verisi ile Uyum Ölçüsü.....	51
Şekil 14	: Celmins'in Uyumluluk Ölçütü	57
Şekil 15	: Uyumluluk Ölçütü ile Bulanık Regresyon	58
Şekil 16	: Ulusal BIST-30 Endeksi için Bulanık Regresyon Aralıkları ile Gözlem Değerinin Karşılaştırılması ($h=0,9$).....	86
Şekil 17	: Ulusal BIST-50 Endeks için Bulanık Regresyon Aralıklarının Gözlemlenen Getiri ile Karşılaştırılması.....	87
Şekil 18	: Ulusal BIST-100 Endeks için Bulanık Regresyon Aralıklarının Gözlemlenen Getiri ile Karşılaştırılması.....	87

Şekil 19	: Ulusal BIST-30 Endeksi için Bulanık Regresyon Aralıkları ile Gözlem Değerinin Karşılaştırılması ($h=0,7$).....	89
Şekil 20	: Ulusal BIST-50 Endeksi için Bulanık Regresyon Aralıkları ile Gözlem Değerinin K karşılaştırılması ($h=0,7$).....	89
Şekil 21	: Ulusal BIST-30 Endeksi için Bulanık Regresyon Aralıkları ile Gözlem Değerinin K karşılaştırılması ($h=0,5$).....	90
Şekil 22	: Ulusal BIST-50 Endeksi için Bulanık Regresyon Aralıkları ile Gözlem Değerinin Karşılaştırılması ($h=0,5$).....	90

KISALTMALAR

ARIMA	: Autoregressive İntegrated Moving Average
BIST	: Borsa İstanbul
BIST30	: Borsa İstanbul Ulusal 30 Endeksi
BIST50	: Borsa İstanbul Ulusal 50 Endeksi
BIST100	: Borsa İstanbul Ulusal 100 Endeksi
CAPM	: Capital Asset Pricing Model
DD	: Defter Değeri
EKK	: En Küçük Kareler
HML	: High Minus Low
PD	: Piyasa Değeri
RRT	: Robust Regression Techniques
SARIMA	: Seasonal Autoregressive İntegrated Moving Average
SMB	: Small Minus Big
YTL	: Yeni Türk Lirası

EKLER LİSTESİ

Sayfa No:

EK-1 : A Katsayılar Matrisi	113
EK-2 : B Çözüm Vektörü.....	121
EK-3 : Ulusal BIST-30 Endeksinin 2010-2012 Yılları Arasındaki Gözlemlenen Getirisinin Bulanık Alt ve Üst Sınır Değerleri ile Karşılaştırılma Sonuçları	129
EK-4 : Ulusal BIST-50 Endeksinin 2010-2012 Yılları Arasındaki Gözlemlenen Getirisinin Bulanık Alt ve Üst Sınır Değerleri İle Karşılaştırılma Sonuçları	133
EK-5 : Ulusal BIST-100 Endeksinin 2010-2012 Yılları Arasındaki Gözlemlenen Getirisinin Bulanık Alt ve Üst Sınır Değerleri İle Karşılaştırılma Sonuçları	137
EK-6 : Ulusal BIST-30 Endeksi Zaman Serisi Regresyon Analizi Sonuçları	141
EK-7 : Ulusal BIST-50 Endeksi Zaman Serisi Regresyon Analizi Sonuçları	142
EK-8 : Ulusal Bıst-100 Endeksi Zaman Serisi Regresyon Analizi Sonuçları.....	143
EK-9 : BIST-30 Endeksi $\tilde{Y}_i^{ortalama}$, \tilde{Y}_i^{alt} , $\tilde{Y}_i^{üst}$ Değerleri	144
EK-10 : BIST-50 Endeksi $\tilde{Y}_i^{ortalama}$, \tilde{Y}_i^{alt} , $\tilde{Y}_i^{üst}$ Değerleri	148

GİRİŞ

Finansal varlık getirilerinin tahmini finans teorisinin ana araştırma konularından birisidir. Finansal varlıkların değerlendirilmesinde, beklenen getiri ile risk düzeyi arasındaki ilişkinin doğru olarak ölçülmesi büyük önem taşır. Markowitz (1952) portföy teorisini geliştirirken, riski bir varlığın beklenen getirisinin varyansı olarak tanımlamıştır ve varlığın toplam riskini bu şekilde ölçmüştür. Varlığın toplam riski ise sistematik risk ve sistematik olmayan risk olarak ikiye ayrılmaktadır. Literatürde sistematik riski ölçmek için kullanılan birçok varlık fiyatlandırma modeli bulunmaktadır. Bunlardan en popülerleri Sharpe (1964), Lintner (1965) ve Mossin'in (1966) geliştirdiği Finansal Varlıkları Fiyatlandırma Modeli'dir (CAPM). Bu modele göre finansal varlığın riskini tespit eden temel ölçü beta faktörü (piyasa betası) ve varlığın beklenen risk primidir. Beta faktörü sistematik risk olarak bilinir ve bu ölçü sayesinde varlığın tarihsel getirilerinin tüm piyasadaki değişkenliği mukayese edilebilir. Yatırımcılar yatırım kararları verirken sadece beta faktörü ile ilgilenirler çünkü sistematik olmayan risk iyi dengelenmiş bir portföy çeşitlendirmesi yoluyla dağıtılabılır. Sharpe (1964) beta faktörünü finansal varlık getirilerinin piyasa portföyünün getirilerine göre zamana karşı göstermiş olduğu değişkenlik olarak tanımlamış ve finansal varlıkların getirilerini, finansal varlıkların kovaryansı ile açıklamıştır. Ancak Fama / French (1992) tarafından, finansal varlıkların getirilerinin değişkenliğinde kovaryansın önemli olmayabileceği ifade edilmiş; finansal varlığın getirisini piyasa riskine ek olarak piyasa değeri / defter değeri ve portföy büyüklüğünü modele dahil edip Üç Faktörlü Modeli finans bilimine kazandırmıştır.

Üç Faktörlü Model birçok araştırmacı tarafından incelenmiş olup, betaların tahmin yöntemi olarak En Küçük Kareler Yönetimi'ne (EKK) dayalı doğrusal regresyon analizini kullanmışlardır. Fakat EKK'ya dayalı klasik doğrusal regresyon ile yapılan istatistiksel yaklaşımlar, veri setinde aşırı uç gözlemlerin varlığında geçersiz olabilmektedir. EKK yöntemi aşırı oluşumlara fazlasıyla duyarlıdır, bu da finansal ve istatistiksel teori arasında uyumsuzluk doğurur. EKK yöntemi, geniş piyasa dalgalanmalarının olduğu dönemlerde anlamlı olmayabilir. Bununla birlikte EKK yöntemi ile analiz edilen Üç Faktörlü Model'de piyasa getirisi, PD/DD oranı ve portföy büyüklüğünün şişman kuyruklu dağılımlar oluşturması durumunda veriler normal dağılım izlememektedir. Uç noktalardaki gözlemlerde beta faktörünün etkisini azaltmak için çoğu analist Robust Regresyon Tekniklerini (RRT) uygulamaktadırlar. RRT, veri setinden uç gözlemleri silmekte ve bu gözlemlerin beta faktörü üzerindeki etkisini azaltmaktadır. Halbuki dahil edilmeyen bu gözlemler, yatırımcılar için doğal durum hakkında önemli ve varlığı azımsanmayacak bilgiler taşıyor olabilirler. Bunun yanında, aşırı durumların oluşumu, finans piyasasındaki fiyatlarda görülen yüksek dalgalanmalar yaygın olarak karşılaşılan bir durumdur. Böyle durumlarda yatırımcılar getirilerini arttırmak için riskli yatırım kararları alırlar.

En Küçük Kareler Yöntemi'ne dayalı klasik doğrusal regresyonun bir başka eksikliği de verinin içindeki olası beklenmeyen halleri hesaba katmamasıdır. Böyle durumlarda bulanık regresyon yaklaşımı geleneksel yöntemler karşısında çok iyi bir alternatiftir. Çünkü bulanık regresyon yaklaşımı ile kesin olmayan belirsiz durumlarda bulanık sayıları kullanabilmekte, risk ve getiri tahminlerini aralıklandırma ile yapabilmekteyiz. Bunun yanında, sezgisel olarak kesin olmayan

kıymetlerin bazı makul anlamsal açıklamaları bulanık mantık sayesinde kolayca yapılabilir. Bulanık sayılar, belirsizlikten etkilenen girdi ve çıktı verilerinden oluşan problemlerin modellenmesini geliştirir.

Ek olarak, gözlem sayısının azlığı durumunda ve artık değerlerin standart olmayan normal dağılımında EKK ve RRT değerlemeleri için kullanılan olasılıksal yaklaşımlar geçersiz olabilir. Bu gibi durumlarda, bulanık regresyon yaklaşımı hiçbir olasılık yaklaşımı kullanmadan mantıklı sonuçların ortaya çıkmasını sağlar.

Çalışmada bu uyuşmazlıkların üstesinden gelmek, Üç Faktörlü Model içerisindeki betaların hesaplanmasında ve dolayısıyla finansal varlıkların getirisinin tahmininde uç noktalardaki gözlemlerin taşıdığı önemli bilgileri hesaba katmak için Üç Faktörlü Modelin getiri tahminlerini Bulanık Doğrusal Regresyon Yöntemi ile elde ettik ve sonuçları En Küçük Kareler Klasik Doğrusal Regresyon yöntemi ile karşılaştırdık. Literatürde Üç Faktörlü Model finansal varlık getirilerinin tahmini Bulanık Regresyon Yaklaşımı ile ele alınan herhangi bir yayına rastlanmamıştır. Çalışmamızın bu konuda faydalı olması umulmaktadır.

BİRİNCİ BÖLÜM

BULANIK MANTIK VE BULANIK REGRESYON

1.1. BULANIK MANTIK KAVRAMI

Karar vericiler hangi şartlarda ve boyutlarda karar verirlerse versinler, bir belirsizlik ortamı içinde bu işlevlerini yerine getirmek zorundadırlar. Verilen kararların doğruluğu ise, söz konusu belirsizliğin riske dönüştürülebildiği ölçüde sağlanacaktır. Ancak karar vericiler karar sürecinde klasik bilimsel yaklaşım ve bu yaklaşımın içerdiği yöntemleri kullanıyorlarsa, sonuçta verilen kararlar, iyi – kötü, güzel – çirkin, doğru – yanlış, evet – hayır, siyah – beyaz ya da 0 – 1 gibi yönlü kararlar olacaktır. Oysa gerçek dünya mutlak ayırım üzerine kurulu değildir. Bir başka deyişle gerçek dünya kesikli ve kesintili değildir, gerçek dünya kesintisiz ve süreklidir. Kâinattaki gerçeklikler çoğu zaman gri olsalar da, bilim, yaptığı kesin tanımlamalarıyla onları siyaha ve beyaza boyar. Aslında uç değerler arasında dereceli değerlerin var olduğu her devirde bilinen bir gerçektir. Diğer bir deyişle karar ortamlarında mutlak siyah ve mutlak beyazın yanında binlerce gri tonunun varlığı unutulmamalıdır.

Bu gerçeği kabullenmek ve bilimsel saymak genellikle pek çok bilim insanı tarafından kolay olmamıştır. Aristoteles mantığı olarak bilinen iki değerli klasik mantık, 1920'lerden itibaren filozof ve teorik matematikçilerin ürettikleri paradoksları açıklamakta yetersiz kalmıştır. Klasik mantıkta 3 temel ilke vardır:

- **Özdeşlik ilkesi:** bir şey ne ise odur.
- **Çelişmezlik ilkesi:** bir şey hem kendi, hem de başka bir şey olamaz.
- **Üçüncünün olmazlığı ilkesi:** bir şey ya a'dır ya da a olmayandır. Üçüncü bir durum düşünülemez (Baykal / Beyan, 2004).

Aristo mantığı gerçek dünyayı bütünüyle tasvir etmekten uzaktır. Doğadaki her oluşumun bir meydana gelme derecesi vardır. Bu anlamda herhangi bir önermenin yalnızca doğru ya da yalnızca yanlış olması gerekliliği, ikili mantığın gelişerek çok değerli mantığa dönüşmesine sebep olmuştur. Klasik mantık ile bulanık mantık arasındaki temel farklar aşağıdaki tabloda özetlenmiştir.

Tablo 1: Klasik Mantık ile Bulanık Mantık Arasındaki Temel Farklılıklar

Klasik Mantık	Bulanık Mantık
İki Değerlilik	Sonsuz Değerlilik
A veya A Değil	A_ve A Değil
Kesin	Kısmi
Hepsi veya Hiçbiri	Belirli Derecelerde
0 veya 1	0 ve 1 Arasında Süreklilik
İkili Birimler	Dereceli Birimler

Bu noktada genel anlamda karar süreçlerinde belirsizliğin nasıl öngörüleceği ve nasıl karar süreçlerinin bir parçası haline getirilebileceği yolunda çalışmalar başlamış ve bu çalışmaların sonunda alternatif bilimsel yaklaşım düşüncesi ortaya atılmıştır. . Bu anlamda ikili mantıktaki sorgulamalar 1917'de Jan Lukasiewicz tarafından "Üç Değerli Mantık" çalışmasıyla başlamıştır. 1948 yılında Garrett

Birkhoff "Lattice Theory" adında bir çalışma yayınlamıştır. Bu çalışmada sayılara üst sınır, alt sınır getirilmiş ve derecelendirme mantığının ilk adımlar atılmıştır.

Bu süreçteki son nokta ise Lotfi A. Zadeh'in Bulanık Mantık Teorisi olmuştur. 1965'te Lotfi A. Zadeh, o zaman kadar yapılan tüm mantıksal yaklaşımları toplu bir şekilde ele alarak yorumlamış ve ulaştığı bu çıkarımlarla bulanık mantığı keşfeden kişi olmuştur. Zadeh bulanık mantık çalışmalarını ilk olarak 1965'te yapmış olmasına rağmen, 1970'lerde bulanık mantığın belirsizlik içeren sistemlere uygulanmasını inceleyen makaleleri ile bulanık mantık ve bulanık kümelerin yaygınlaşmasını sağlamıştır. Günümüzde bulanık mantık, Zadeh ile birlikte anılmaktadır.

Zadeh'e göre bulanık mantık çoklu değerliliklidir. Klasik mantığın 0 – 1 önermelerine karşılık bulanık mantık, üç veya daha fazla sayıda önerme oluşturur (Zadeh, 1966). Bulanık mantığın başlıca özellikleri aşağıdaki gibi sıralanabilir:

- “İyi” , ”kötü” , ”biraz iyi” gibi sözel olarak ifade edilen ve matematiğe dökülemeyen değişkenler bilimsel olarak doğruluk derecelerine sahip olurlar. Klasik mantıkta paradoks olarak nitelendirilen gerçeklikler, bulanık mantık sayesinde anlama ulaşırlar.
- Her kavramın bir derecesi veya ölçüğü vardır.
- Bulanık mantıkta önermeler $[0,1]$ aralığında sonsuz değer alabilirler. Klasik mantık, bulanık mantığın iki dereceye indirgenmiş halidir. Bu yüzden her mantıksal sistemin bulanıklaştırılabilir.

- Bulanik mantıkta bilgi, bulanik kısıtlara ait değişkenlerin esnekliği veya denkliğiyile yorumlanabilir.

1.2. BULANIK MANTIK UYGULAMALARI

Bulanik mantığın insan beyni gibi belirsizliği ifade ederek yaklaşık karar verebilen üstün mantığa sahip olması, doğal dil üzerine kurulu olması, esnekliği ve doğrusal olmayan fonksiyonları kolaylıkla modelleyebilmesi nedeniyle birçok alanda kullanım olanağına sahiptir. Bulanik mantık insanı gerekli olmayan dakik anlayışlarla iş yapma mecburiyetinden kurtarmışmıştır (Işıklı, 2006). Normal dağılım izlemeyen veya normalleştirilmeye çalışılan riskli konuların çalışılması bulanik mantık ile daha kolay hale gelmiştir.Zadeh bulanik mantığın uygulamaları kolaylaştırmadaki rolünü şöyle açıklamıştır: "Bulanik mantık dizgesiyle yapılacak küçük ve ucuz cihazlar yardımıyla makineler insan seslerini algılayabilecekler.. Bulanik mantığa dayanan ve sese duyarlı otomatik cihazlara sıradan kelimelere yapmak istedikleri şeyi yaptırabilirler (Semed, 2000:136)."

Bulanik mantık ilk kez 1975 yılında Mamdani ve Assilian tarafında bulanik denetimci olarak buhar makinesinde kullanılmıştır (Arı,1995:7). Bulanik mantığın denetim sistemlerinde bir diğer kullanılış Danimarka'da bir çimento fabrikasında olmuştur. Bulanik mantık kullanılana kadar, çimentonun hep belli bir derecede tutulması oradaki çalışanlar tarafından bilgisayar kullanılmadan gerçekleştiriyordu. Bilgisayarlar insanlar gibi esnek bir zekaya sahip olmadıklarından ideal ısıyı sağlayamıyorlardı. Bunun üzerine mühendisler, bulanik mantık ile çalışan bir bilgisayar destekli bir sistem geliştirdiler. Bu sistemde bilgisayarlar çimentonun ısıtılma bölümündeki alıcılardan ısı ve maddeye ilişkin verileri alıp değişkenlerin

değerlerini denetlediler. İnsan zekasına yakın şekilde çalışan bulanık sistem sayesinde hassas ölçümler gerçekleşti ve ticari anlamda önemli bir kazanç elde edildi (Alan,2003). Bu ticari başarı, bulanık mantık uygulamalarının yaygınlaşması için gerekli olan motivasyonu sağlamıştır.

Uluslararası Bulanık Dizgeler Derneği, 1987 yılında, Tokyo'da bir konferans düzenledi. Bu konferans ile bulanık mantığa duyulan ilgide ani bir artış gözlenmiştir. Bu konferansta, bulanık mantıkla programlanan bir robot, bir çiçeği ince bir çubuğun üzerinde düsmeyecek şekilde bırakmayı başarmıştır. Bundan daha fazla ilgi çeken gerçek ise, robotun bunu yaptığını gören bir seyircinin mühendise, dizgeden bir devreyi çıkarmasını teklif etmesinden sonra görülmüştür. Mühendis önce, devreyi çıkardığında çiçeğin düşeceği endişesi ile bunu kabul etmemiş, fakat seyircinin çiçeğin ne tarafa doğru düşeceğini görmek istediğini söylemesi üzerine devreyi çıkarmıştır. Robot yine aynı hassaslıkla çiçeği düşürmeden çubuğun üzerine bırakınca hiç kimse şaşkınlığını gizleyememiştir. Bulanık mantık dizgeleri, yetersiz bilgi temin edilse bile tıpkı insanların yaptığı gibi bir tür "sağduyu" kullanarak, yani mevcut bilgiler yardımıyla sonuca götürücü uslamalı işlemleri gerçekleştirebilmektedir (Işıklı, 2006).

Daha sonra 1990'da Bart Kosko'nun yönettiği LIFE programı ile LIFE laboratuvarı ve FLSI Bulanık Mantık Sistemleri Enstitüsü'nün kurulmasıyla Japonya'nın bulanık mantık ile tasarlanan makinalar sayesinde milyar dolarlar kazanmış, tüm dünyanın gözü bulanık mantığa dönmüştür (Yücel, 2005). Şu anda Umtacı, Mitsubishi, Toshiba, Sony, Orison, Konan, Piko, Aneson, Honda, Neck ve daha başka birçok firma bu kuramın ticari amaçlı uygulamalarıyla ilgilenmektedir.

Değişik şirket danışmanlarına göre bu kuramın üretimde uygulanmasının getirileri inanılmazdır. Bulanık mantıkta lider ülke Japonya'dır, ardından Çin Halk Cumhuriyeti gelmektedir. 1995 yılında Zadeh'in Blair'e belirttiğine göre Çin'de yaklaşık 10 bin bilim adamı bulanık mantıkla ilgilenmektedir. Japonlardan sonra Almanya, Fransa, Danimarka, Rusya ve Çin gibi ülkeler de bulanık mantık uzmanları yetiştirmeye başlamışlardır (Alan, 2003). Şu anda Avrupa ve Amerika'da bulanık mantık üzerine yoğun çalışmalar gerçekleştirilmektedir. Hemen her alanda bulanık mantık uygulamalarına rastlamak mümkündür. Bulanık mantık uygulamaları; otomatik kontrol sistemleri, mühendislik bilimleri, bilgi sistemleri, uzman sistemler, karar destek sistemleri, yönetim bilişim sistemleri, finans ve ekonometri, optimizasyon, biyoloji gibi birçok alanda uygulanmakta olup, klasik mantığın açıklamakta yetersiz kaldığı durumlarda tıpkı insan beyni gibi uslamalı ve sağduyulu çalışarak optimal sonuçlar vermektedir.

Bulanık mantık teorisi ile, yapay zeka ve akıllı bilgisayarlarda logaritmik bir gelişme yaşanmıştır. Zadeh'in görüşleri Alman "Yapay Zeka" dergisinde "Yapay Zekâda Yeni Bir Yönelim: Algının Bilgisayar Kuramına Doğru" başlığıyla yayınlanmıştır. Bulanık Kümeler Kuramı, bilgisayarların mantık oluşturmaktadır. Zadeh, dilbilimsel mantık kuramını, yani doğruluk değeri dilbilimsel değişken olan mantık kuramını geliştirmekle yaklaşık/tahmini akıl yürütmenin de kuramını geliştirmiş oldu. Kısaca zihinsel hesaplama, zihinsel düşünme ve hızlı bilgisayar hesaplama yöntemlerinin esaslarını koymuş oldu. Bu ise genel bilgisayar açıklaması yöntemini yaratmıştır. Bununla da tin bilimlerinin ve fen bilimlerinin problemlerini çözümünde başarı sağlandı (Semed, 2000:92). Bulanık mantık ile geliştirilen kimi çalışmalar aşağıdaki tabloda yer almaktadır.

Tablo 2: Bulanık Mantık Uygulamaları

ÜRÜN	FİRMA	BULANIK MANTIĞIN İŞLEVİ
Asansör Denetimi	Fujitec –Toshiba Mitsubishi Hitachi	Yolcu trafiğini değerlendirir. Böylece bekleme zamanı azalır.
SLR Fotoğraf Makinesi	Sanyo –Fisher Canon Minolta	Ekranda birkaç obje olması durumunda en iyi fokusu ve aydınlatmayı belirler
Video Kayıt Cihazı	Panasonic	Cihazın elle tutulması nedeniyle çekim sırasında oluşan sarsıntıları ortadan kaldırır.
Çamaşır Makinesi	Matsushita	Çamaşırın kirliliğini, ağırlığını, kumaş cinsini sezer, ona göre yıkama programını seçer.
Elektrik Süpürgesi	Matsushita	Yerin durumun ve kirliliğini sezer ve motor gücünü uygun ayarlar.
Klima	Mitsubishi	Ortam koşullarını değerlendirerek en iyi çalışma durumunu algılar, odaya birisi girerse soğutmayı arttırır.
ABS Fren Sistemi	Nissan	Tekerleklerin kilitlemeden frenlenmesini sağlar.
Çelik Endüstrisi	Nippon Steel	Geleneksel denetleyicilerin yerini alır.
Sendai Metro Sistemi	Hitachi	Hızlanma ve yavaşlamayı ayarlayarak rahat bir yolculuk sağlanmasının yanı sıra durma konumunu iyi ayarlar, güçten tasarruf sağlar.
Çimento Sanayi	Mitsubishi Chem	Değirmende ısı ve oksijen oranı denetimi yapar.
Televizyon	Sony	Ekran kontrastını, parlaklığını ve rengini ayarlar
El Bilgisayarı	Sony	El yazısı ile veri ve komut girişine olarak tanır.

1.3. KESKİNLİK VE BULANIKLIK ARASINDAKİ AYIRIM

Bulanık kümelerin daha iyi anlaşılabilmesi için öncelikle keskin kümelerin özelliklerinin hatırlanması gerekmektedir.

Keskinlik önermelerin iki değerli olduğu durumu kapsar. Bir önerme ya doğrudur ya da yanlıştır. Bu iki sonuç arasında başka bir değer alamaz. Klasik küme teorisi keskindir. Herhangi bir eleman bir kümeye ya aittir, ya da değildir (Zimmerman, 1993:1).

Bulanıklık ise önermelerin sadece $\{0, 1\}$ değerlerini değil, aynı zamanda $[0,1]$ aralığındaki değerleri de alabilmesine olanak tanır. Gerçek yaşamda sorunlar genellikle kesin ve tam belirli değildirler. Zadeh'e göre bir sistemin karmaşıklığı arttığında, sistemin davranışını klasik yaklaşımlarla belirlemek zorlaşmaktadır.

İnsan beyni karmaşık durumları irdelerken, eşanlı olarak pek çok durumu göz önüne alarak yaklaşık çözümler üretebilir. Makineler ise ikili mantık ile çalışırlar ve girilen veri kümesine ilişkin sonuçlar üretirler. İnsan zekasının herhangi bir olaya yaklaşımında kullandığı çok sayıda önermeyi makineye işlemesi neredeyse imkansızdır. Şayet hepsi işlenebilse dahi, klasik mantık ile çalışan makineler, insan beyninin yaklaşık düşünebilme, yaklaşık karar verebilme ve derecelendirme yeteneğinden yoksundurlar. Makinelerin insan beyni gibi düşünebilmeleri, çeşitli yazılımlarla sağlanabilmektedir. Akıllı makineler olarak tanımlanan bazı cihazların insan beyni gibi yaklaşık karar verebilmesi bir ölçüye kadar sağlanmıştır. Akıllı bir asansör gün içindeki kullanımına göre en fazla ve ne kadar sıklıkla durması gereken katları öğrenebilmektedir.

İnsan beyni gibi düşünebilen sistemler geliştirmek için, klasik mantığın ötesinde bulanık mantığa ihtiyaç duyulmaktadır. Söz konusu yazılımlar bulanık küme teorisi esas alınarak üretilmektedirler.

Bulanık bir küme, klasik (keskin) bir kümenin sınır koşullarının gevşetilmesiyle elde edilir. Keskin kümede sınır koşulları tam olarak belirli olmak zorundadır (Zadeh, 1965:339). Bulanık kümenin sınırları ise gevşektir, yani keskin küme teorisinde olduğu gibi, bir eleman bir kümeye mutlaka ait olmak ya da olmamak zorunda değildir. Her elemanın bir aitlik derecesi vardır. Aitlik derecesi $[0, 1]$ aralığında bir olasılık değeri gibi düşünülmelidir. Aitlik (üyelik) değeri (derecesi) 0.7 olan bir X elemanı için, X'in söz konusu bulanık kümeye %70 olasılıkla ait olduğu (elemanı olduğu) anlaşılmalıdır. Zadeh tarafından aitlik değeri tanımlaması kullanılmış olup, literatürde aitlik değeri yerine üyelik derecesi tanımlaması yaygındır. Bu yüzden çalışmada üyelik derecesi olarak isimlendirilecektir.

1.3.1. Keskin Kümeler ve Karakteristik Fonksiyon

Klasik küme, sınırları iyi tanımlı olduğundan, bundan sonra *keskin küme* olarak anılacaktır. Keskin küme teorisinde birleşme, kesişme ve tümeleme işlemleri aşağıdaki gibi tanımlanır:

Kesişme (ve) : $A \cap B = \{X \mid X \in A \text{ ve } X \in B\}$

Birleşme (veya) : $A \cup B = \{X \mid X \in A \text{ veya } X \in B\}$

Tümeleme (değil): $1 - A = \{X \mid X \text{ elemanı değil } A\}$

Keskin bir kümede $A \cap A' = \emptyset$ 'dir. *Çelişmezlik ilkesi* olarak bilinen bu kurala göre, bir eleman A kümesine ya aittir, ya da ait değildir. İkisinin arasında başka bir durum söz konusu olamaz. Bunun yanı sıra, $A \cup A' = S$ 'dir. *Üçüncünün olmazlığı* olarak bilinen bu kurala göre, keskin bir kümenin elemanları ile tümleyen kümesindeki elemanların birleşimi evrensel kümeye eşittir. Çelişmezlik ilkesi ve üçüncünün olmazlığı ilkelerinden ortak bir sonuç çıkarmak gerekirse, keskin kümelerde bir eleman herhangi bir kümeye ya tamamen (%100) aittir, ya da kesinlikle ait değildir. Keskin kümelerle ilişkin diğer özellikler şöyledir (Tanaka, 1997).

1. Tek Kuvvet Özelliği

$$A \cup A' = S \text{ (} A' \text{ ; } A' \text{nin tümleyenidir.)}$$

$$A \cap A' = \emptyset$$

2. Değişme Özelliği

$$A \cup B = B \cup A$$

$$A \cap B = B \cap A$$

3. Dağılma Özelliği

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

4. Çift Değilleme Özelliği

$$(A')' = A$$

5. De Morgan Kuralı

$$(A \cup B)' = A' \cap B'$$

$$(A \cap B)' = A' \cup B'$$

Karakteristik fonksiyon, keskin kümenin üyelik fonksiyonudur. Üyelik fonksiyonu, bir elemanın bir kümeye ait olma durumunu tanımlayan fonksiyondur. Keskin kümelerde bir eleman keskin kümeye ya aittir ya da değildir. A kümesi X evrenselinde bir alt küme olmak üzere A 'nın karakteristik fonksiyonu X_A aşağıdaki gibi tanımlanır (Tanaka, 1997:7).

$$X_A : x \longrightarrow \{0, 1\}$$
$$X_A(x) = \begin{cases} 1, & x \in X \\ 0, & x \text{ elemanı değil } X \end{cases}$$

Yukarıdaki tanımlamadan; eğer bir x elemanı A kümesinin elemanı ise $\chi_A(x) = 1$ 'dir. Eğer elemanı değilse, $X_A(x) = 0$ olduğu görülmektedir.

Keskin kümeler genellikle venn şeması veya liste yöntemi kullanılarak gösterilirler. Karakteristik fonksiyonlar ile gösterim yapmak pek yaygın bir yöntem olmamasına rağmen, bulanık küme teorisindeki üyelik fonksiyonlarının temelini teşkil etmesi bakımından büyük önem taşımaktadır.

1.4. BULANIK KÜMELER TEORİSİ

Bulanık küme teorisi ilk kez Lotfi A. Zadeh (1965:338-353) tarafından geliştirilmiştir. Bulanık küme kavramı 1965'te ortaya atılmasına rağmen bulanık

küme işlemlerinin yaygınlaşması 1970'lerin ortalarında başlamıştır. Zadeh (1965) bulanık küme teorisini şöyle tanımlamıştır: "Bulanık küme, sürekli dereceli üyeliğe sahip nesnelerin oluşturduğu sınıfa denir. Bulanık küme elemanlarının bulanık kümeye olan aidiyetleri üyelik (karakteristik) fonksiyon ile karakterize edilir. Üyelik fonksiyonu, bulanık küme içerisindeki her elemanın bulanık kümeye olan üyelik değerini gösterir ve bu değer 0 ile 1 aralığında değişebilir. İçerme (altküme), kesişme, birleşme, tümlenme, değişme, konvekslik vb. gibi tüm klasik küme kavramları bulanık kümeye genişletilebilir ve bu kavramların özellikleri bulanık kümelerde uygulanabilir."

Gerçek dünyada fiziksel nesnelere genellikle üyelik fonksiyonları ile tanımlanmazlar. Örneğin hayvanlar kümesinin elemanları köpek, kedi, kuş gibi nesnelere ve hayvanlar kümesinde kayalara, bitkilere, sıvılara yer yoktur. Bununla birlikte bakterilerin, parazitlerin hayvanlar kümesine ait olup olmadığı belirsiz bir durumdur. Aynı durum "1'e göre en büyük sayıların oluşturduğu gerçek sayılar kümesi" oluşturulduğunda 10 sayısının durumu için de geçerli olacaktır. 10 sayısı 1'den büyüktür ama 1000 sayısı 10'dan daha da büyüktür.

Aynı şekilde "güzel kadınlar kümesi", "uzun erkekler kümesi" klasik matematik mantığına göre herhangi bir küme oluşturmaktan çok uzaklar. Fakat gerçek şu ki, "kümeler", "sınıflar" insanların düşünme sistemlerinde önemli rol oynarlar; çünkü insanlar yorumlama, algılama, bilgiyi iletme, çıkarımsama gibi durumlarda olayları kümelerle ilişkilendirir ve durumları buna göre okurlar.

Konunun başında da bahsettiğimiz gibi, klasik kümelerle yapılan tüm işlemler bulanık kümelerle de rahatlıkla yapılabilir olup; bulanık kümelerin üyelik fonksiyonları sayesinde insan beyninin mükemmel şekilde gerçekleştirdiği yorumlama, çıkarsama, değerlendirme gibi insana özgü doğal olaylar bulanık kümeler sayesinde işlenebilir. Klasik kümelerin ortaya koyduğu "keskin" ayırmalar, bulanık kümelerde yerini "olabilirliğe" bırakır.

1.5. ÜYELİK FONKSİYONU

X bir nesnelere uzayı (evrensel küme) olsun. X uzayının genel elemanları x ile gösterilsin. Yani, $X = \{x\}$ olsun.

X uzayının içinden yer alan *bulanık küme* A , $\mu_A(X)$ üyelik fonksiyonu ile gösterilir. Bu üyelik fonksiyonu X uzayı içinde yer alan her gerçek sayıya $[0,1]$ aralığında bir değer atar. A bulanık kümesi, x nesnesi ve bu nesnenin üyelik fonksiyonunu gösteren $\mu_A(X)$ ile;

$$A = \{(x, \mu_A(X)) \mid x \in X\} \quad (1)$$

şeklinde *sıralı çiftler* ile gösterilir. Burada $(x, \mu_A(X))$ *bulanık teklik* olarak adlandırılır. $(x, \mu_A(X))$, $(\mu_A(X) / x)$ olarak da gösterilebilir.

Eğer X uzayındaki A bulanık kümesi $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ gösteriminde kesikli bir küme ise;

$$A = \sum_{i=1}^n \frac{(x_i, \mu_A(X))}{x_i} \quad (2)$$

veya

$$A = \mu_1(X) / x_1 + \mu_2(X) / x_2 + \cdots + \mu_n(X) / x_n \quad (3)$$

biçiminde gösterilir. Burada kullanılan \sum ve $+$ işaretleri klasik mantıktaki gibi toplamı değil, bulanık nesnelere kesikli kümede bir araya getirildiğini gösterir. $/$ işareti bulanık tekliğin gösterilmesi için kullanılan bir semboldür.

Eğer X uzayındaki A bulanık kümesi kesikli olmayan sürekli bir küme ise;

$$A = \int_{i=1}^n \mu_A(x_i) / x_i \quad (4)$$

biçiminde gösterilir. Burada kullanılan \int işareti yine klasik mantıktaki integral anlamından farklı olarak, bulanık mantıkta sürekli nesnelere bir araya geldiğini gösterir. Üyelik fonksiyonları daha detaylı anlatmadan önce bazı tanımların verilmesi gerekmektedir.

1.5.1. Destek Kümesi

Bulanık bir A kümesinin üyelik fonksiyonunda, üyelik derecesi sıfırdan büyük olan elemanların bir araya geldiği kümeye *destek kümesi* adı verilir. Matematiksel olarak;

$$Sup(A) = \{x \in X, \mu_A(x) > 0\} \quad (5)$$

biçimde tanımlanır (Shapiro,2005).

1.5.2. A - Kesme Kümesi

Bulanık bir A kümesinin α - kesme kümesi, üyelik fonksiyonunun değeri α ' ya eşit veya büyük elemanların yer aldığı kümeye verilen addır. Seçilen her bir α değeri için farklı bir α -kesme kümesi oluşturulabilir. α değeri, $\alpha \in (0,1]$ koşuluyla tanımlanan gerçel bir sayıdır. Her bir α düzeyi ile üyelik fonksiyonunun farklı bir dilimi belirlenir. α - kesme kümesi matematiksel olarak;

$$A_\alpha = \{x \in X; \mu_A(x) \geq \alpha \mid \alpha \in (0,1]\} \quad (6)$$

ile gösterilir (Eroğlu, 2006).

Sürekli üyelik fonksiyonlarında α - kesme kümesi şu şekilde gösterilir (Nyugen vd.,2006);

$$\forall x \in X, \mu_A(x) = \int_0^1 A_\alpha(x) d\alpha \quad (7)$$

1.5.3. Genişletme Kuralı

Zadeh (1965), genişletme kuralı sayesinde keskin kümlerde yapabildiğimiz tüm işlemleri bulanık kümelerde de yapabileceğimizi ifade etmiştir. Genişletme kuralı şu şekilde tanımlanır: "A bulanık kümesi X uzayında tanımlı ve B bulanık kümesi Y uzayında tanımlı olmak üzere $f: X \rightarrow Y$ bir fonksiyon ise;

$$f_A(x) = f_B(y) \quad y \in Y \text{ 'dir.} \quad (8)$$

X uzayı içindeki tüm x 'ler Y uzayındaki y elemanına genişletilmiş olur.

$$\mu_{f(A)}(y) = \begin{cases} \text{Sup}_{y=f(x)} \mu_A(X), & f^{-1}(y) \neq \emptyset \\ 0 & f^{-1}(y) = \emptyset \end{cases}, \quad (9)$$

f fonksiyonu bire-birdir ve $\mu_{f(A)}(y) = \mu_A(x)$ 'tir.

f(A) fonksiyonunu sıralı tekliklerin birleşimi olarak şu şekilde gösterebiliriz (Özkan, 2003:51);

$$f(A) = f(\mu_A(X_1)/X_1 + \mu_A(X_2)/X_2 + \dots + \mu_A(X_n)/X_n) = \mu_A(X_1)/f(X_1) + \mu_A(X_2)/f(X_2) + \dots + \mu_A(X_n)/f(X_n) \quad (10)$$

1.5.4. Yükseklik ve Normallik Kavramları

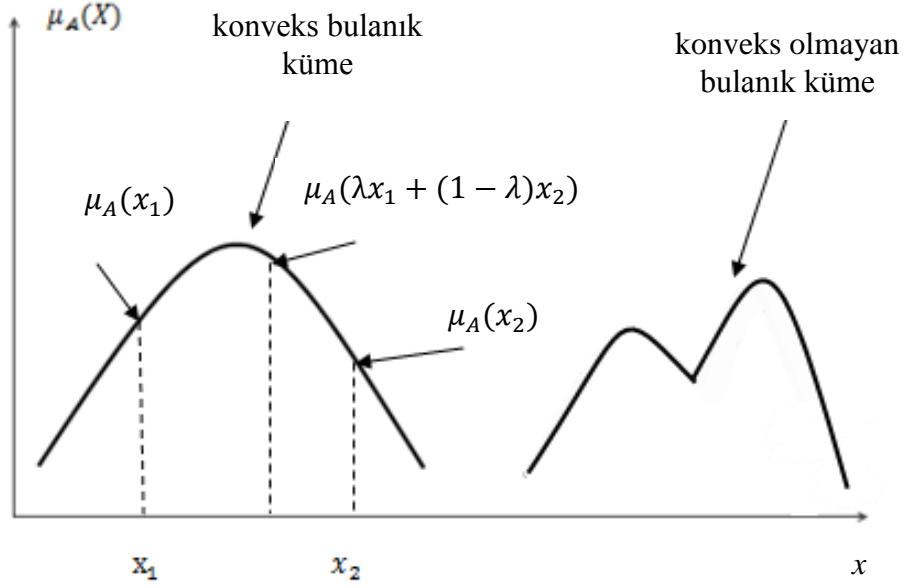
Bulanık bir kümenin üyelik fonksiyonunun en büyük üyelik derecesi, bu kümenin yüksekliğini belirler. Matematiksel olarak;

$$\text{Yükseklik}(A) = \text{Sup} (\mu_A(x)), \forall x \in X \quad (11)$$

biçiminde ifade edilir. Yüksekliği 1'e eşit olan bulanık kümelere *normal bulanık kümeler*, Yüksekliği 1'den küçük olan kümelere ise *normal olmayan bulanık kümeler* denir (Baykal / Beyan, 2004).

1.5.5. Konvekslik

Keskin kümelerdeki konvekslik kavramı bulanık kümelere genişletilebilir. Böylece örüntü sınıflandırması, optimizasyon ve ilişkili problemler bulanık kümelerle de yapılabilir hale gelir.



Şekil 1: Öklidyen E^n Uzayında Konveks ve Konveks Olmayan Bulanık Küme
(Kaynak: Zadeh,1965:347)

A bulanık kümesi, eğer Γ_α aşağıdaki gibi tanımlanırsa konvektir;

$$\Gamma_\alpha = \{x \mid f_A(x) \geq \alpha \text{ ve } \alpha \in (0,1] \text{ ise.}$$

Konvekslik farklı ama daha doğrudan bir tanımla şu şekilde gösterilir.

A bulanık kümesi konvektir;

$$f_A[\lambda x_1 + (1 - \lambda)x_2] \geq \text{Min}[f_A(x_1), f_A(x_2)] \quad (12)$$

$\forall x_1 \wedge \forall x_2 \in X, \forall \lambda \in (0,1]$ olmak üzere.

1.6. ÜYELİK FONKSİYON TÜRLERİ

Bulanık kümede her bir ögenin, bulanık kümeye ait olma dereceleri vardır. Bu dereceler üyelik fonksiyonu ile belirlenir. Üyelik fonksiyonunun istatistik teorisindeki karşılığı, rastlantı değişkeninin olasılık fonksiyonudur. Üyelik

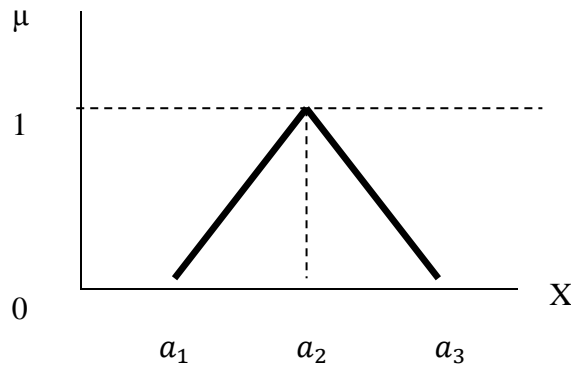
fonksiyonu $[0, 1]$ aralığında değer alır ve $\mu(X)$ ile gösterilir. Örneğin $\mu_{\tilde{A}}(x) = 0.8$ olduğunda, x elemanının \tilde{A} bulanık kümesine üye olma derecesi 0.8'dir yani %80 olasılıkla \tilde{A} 'nın elamanıdır demektir. Bu ifadeden de anlaşıldığı üzere, bulanık küme teorisinde herhangi bir x elemanı bulanık kümeye tamamen ait olmak zorunda değildir, her bir elemanın kendine ait bir üyelik derecesi vardır. Üyelik fonksiyonunun en çok bilinen türleri üçgen ve yamuk şeklinde olanlardır.

1.6.1. Üçgen Üyelik Fonksiyonu

Bir üçgen üyelik fonksiyonu a_1, a_2, a_3 olarak üç parametre ile tanımlanır.

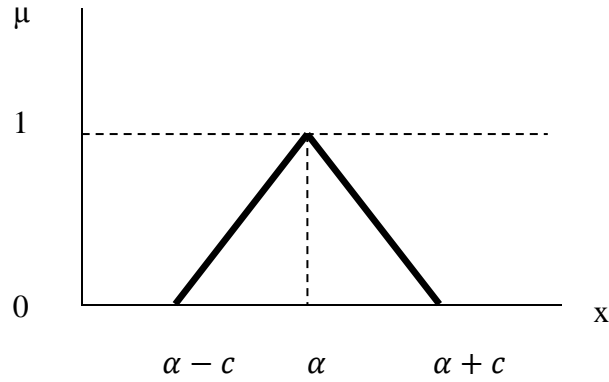
$$\mu_{\tilde{A}}(X; a_1, a_2, a_3) = \begin{cases} a_1 \leq X \leq a_2 & \text{ise } (X - a_1) / (a_2 - a_1) \\ a_2 \leq X \leq a_3 & \text{ise } (a_3 - X) / (a_3 - a_2) \\ X > a_3 \text{ veya } X < a_1 & \text{ise } 0 \end{cases} \quad (13)$$

Üçgen üyelik fonksiyonunun simetrik olması gerekmez. Fakat bulanık doğrusal regresyonun anlatılacağı 2. ve 3. bölümlerde sözü geçen üyeli fonksiyonları daima simetrik ve üçgensel olarak ele alınacaktır Şekil 2'de üçgen üyelik fonksiyonunun bileşenleri (a_1, a_2, a_3 ve üyelik derecesi) görülmektedir.



Şekil 2: Üçgen Üyelik Fonksiyonu

Üyelik fonksiyonu kullanılarak, X değişkeninin a_1 alt ve a_3 üst sınırları arasındaki her noktasına ayrı bir üyelik derecesi atanmış olur (Şen, 2001:29-32). Üçgensel üyelik fonksiyonunda, $\mu(X) = 1$ olan kısım *öz* olarak adlandırılır. Öz'ün sola ve sağa doğru olan ve alt ve üst sınırları aşmayan kısımlara sırayla *sol yayılım* ve *sağ yayılım* denir. Eğer üçgensel üyelik fonksiyonu *simetrik* ise, sol ve sağ yayılım denmeden, bunun yerine *yarı yayılım* veya *yarıçap* ifadesi kullanılır. Simetrik üçgen üyelik fonksiyonlarında sol yayılım ile sağ yayılım birbirine eşittir. Simetrik üçgen üyelik fonksiyonlarında her bir bulanık sayı için, " α " merkez değerini, " c " ise yarı yayılımı gösterir (Tanaka, 1982). Kimi çalışmalarda α yerine m yerine (Chang / Ayyub,2001), α yerine ise s kullanılmıştır (Armutlu vd., 2012).

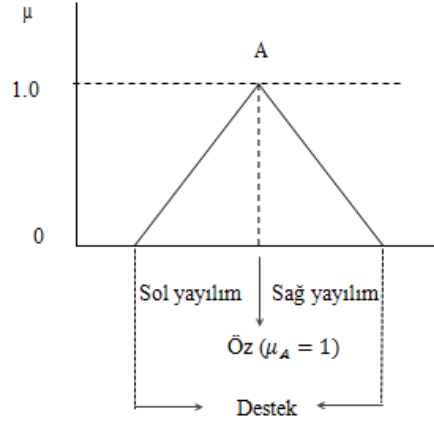


Şekil 3: Simetrik Üçgen Üyelik Fonksiyonu

Alt sınırdan üst sınıra kadar olan ve üyelik değeri sıfırdan büyük olan noktaların kümesine ise *destek* denir.

$$\text{Sup}(A) = \{ X \in X / \mu_{\bar{A}}(X) > 0 \} \quad (14)$$

Üçgensel üyelik fonksiyonunun kısımları aşağıdaki şekilde gösterilmiştir (Tanaka, 1997:42).



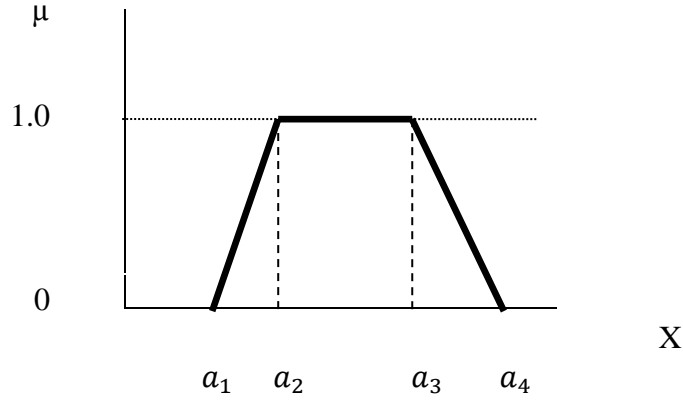
Şekil 4: Üçgen Üyelik Fonksiyonunun Bileşenleri

1.6.2. Yamuk Üyelik Fonksiyonu

Bir yamuk üyelik fonksiyonu a_1, a_2, a_3 ve a_4 olarak dört parametre ile tanımlanır. Aslında üçgen üyelik fonksiyonu yamuk üyelik fonksiyonunun özel bir durumudur.

$$\mu_{\tilde{A}}(X; a_1, a_2, a_3, a_4) = \begin{cases} a_1 \leq X \leq a_2 & \text{ise } (X - a_1) / (a_2 - a_1) \\ a_2 \leq X \leq a_3 & \text{ise } 1 \\ a_3 \leq X \leq a_4 & \text{ise } (a_4 - X) / (a_4 - a_3) \\ X > a_4 \text{ veya } X < a_1 & \text{ise } 0 \end{cases}$$

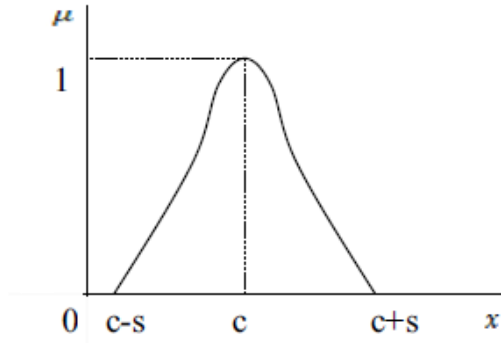
Alttaki şekil, yamuk üyelik fonksiyonunun bileşenlerini (a_1, a_2, a_3, a_4 ve μ üyelik derecesi) göstermektedir.



Şekil 5: Yamuk Üyelik Fonksiyonu

1.6.3. Gaussian Üyelik Fonksiyonu

Gaussian üyelik fonksiyonunda " c " merkezi ve " s " sapmayı göstermek üzere iki parametre bulunur. s ' nin c ' den olan sapması üyelik fonksiyonunun genişliğini belirtir. Matematiksel gösterimi $\mu_A(x) = \exp(-(x - c)^2 / 2s^2)$ şeklindedir



Şekil 6: Gaussian Üyelik Fonksiyonu (Kaynak: Tanaka,1997:36).

1.7. BULANIK KÜMELERLE İŞLEMLER

Klasik kümelerdeki çelişmezlik ilkesi ve üçüncünün olmazlığı ilkesi hariç kesişme, birleşme, tümlenme, dağılma gibi keskin kümeler bölümünde açıkladığımız tüm özellikler bulanık kümelerde de geçerlidir (Zadeh,1965:340-346).

1.7.1. Boş Küme ve Eşit Küme

Bir bulanık küme ancak ve ancak üyelik fonksiyonu sıfıra eşit ise *boş küme* sayılır.

A ve B bulanık kümeleri eşit küme ise, bu ifade $A = B$ olarak gösterilir. Eşit küme olabilmeleri için

$$\mu_A(x) = \mu_B(x), \quad x \in X \quad (15)$$

olması gerekir. Basitçe,

$$\mu_A = \mu_B \quad \text{biçiminde gösterilebilirler.}$$

1.7.2. Alt Küme

B, A bulanık kümesini içeriyorsa, bir diğer deyişle A bulanık kümesi B bulanık kümesinin alt kümesi ise $\mu_A \leq \mu_B$ olmak koşulu bulanık olarak işlenebilir. Matematiksel olarak;

$$A \subset B \leftrightarrow \mu_A \leq \mu_B \quad (16)$$

şeklinde gösterilir.

1.7.3. Kesişim

A ve B bulanık kümeleri sırasıyla $\mu_A(x)$ ve $\mu_B(x)$ üyelik fonksiyonlarına sahiptir. C bulanık kümesi;

$$C = A \cap B$$

şeklinde yazılır. C bulanık kümesinin üyelik fonksiyonu;

$$\mu_C(x) = \text{Min} [\mu_A(x), \mu_B(x)], \quad x \in X \text{ şeklinde gösterilir.}$$

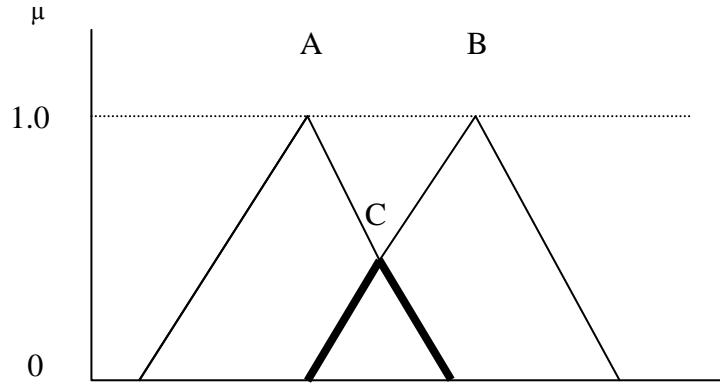
Kısaltılmış formda;

$$\mu_C = \mu_A \wedge \mu_B$$

olarak gösterilir.

\cap işleminin birleşme özelliği bulanık kümelerde de geçerlidir

$$A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$$



Şekil 7: Bulanık Kümelerde Kesişim

1.7.4. Birleşim

A ve B bulanık kümeleri sırasıyla $\mu_A(x)$ ve $\mu_B(x)$ üyelik fonksiyonlarına sahiptir. C bulanık kümesi;

$$C = A \cup B$$

şeklinde yazılır. C bulanık kümesinin üyelik fonksiyonu;

$$\mu_C(x) = \text{Max} [\mu_A(x), \mu_B(x)], \quad x \in X \text{ şeklinde gösterilir.}$$

Kısaltılmış formda;

$$\mu_C = \mu_A \vee \mu_B$$

olarak gösterilir.

\cup işleminin birleşme özelliği bulanık kümelerde de geçerlidir

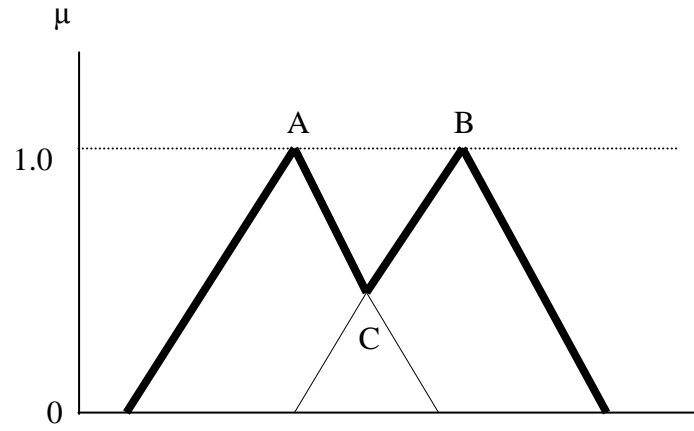
$$. A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$$

Bir D bulanık kümesi hem A'yı hem de B'yi içeriyor olabilir.

$$\mu_D \geq \mu_A$$

$$\mu_D \geq \mu_B \quad \text{ise}$$

$$\mu_D \geq \text{Max} [\mu_A, \mu_B] = \mu_C \text{ 'dir.}$$

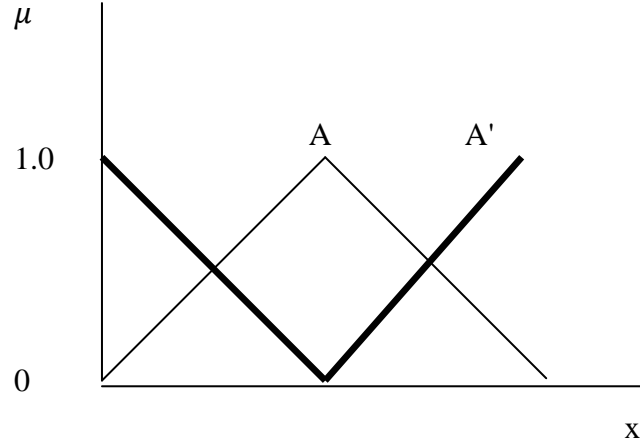


Şekil 8: Bulanık Kümelerinin Birleşim

1.7.5. Tümlleme

A bulanık kümesinin tümlenyeni A' biçiminde gösterilir

$$\mu_{A'}(x) = 1 - \mu_A(x), \quad x \in X.$$



Şekil 9: Bulanık Kümelerde Tümlleme

1.7.6. Bulanık Kümelerin Bazı Özellikleri

Keskin kümelerde var olan bazı özellikleri bulanık kümelerde kesişim, birleşme ve tümlleme işlemlerine genişletmemiz mümkündür. Keskin kümeler $(A \cup B)' = A' \cap B'$ şeklinde belirttiğimiz *De Morgan Kuralı*, bulanık kümelerde;

$$1 - \text{Max}[\mu_A, \mu_B] = \text{Min}[1 - \mu_A, 1 - \mu_B] \quad (17)$$

biçiminde gösterilir.

Keskin kümelerde $C \cap (A \cup B) = (C \cap A) \cup (C \cap B)$ şeklinde *Dağılma Kuralı* uygulanmış bir küme işlemi, bulanık kümelerde;

$$\text{Min} [\mu_C, \text{Max} [\mu_A, \mu_B]] = \text{Max} [\text{Min} [\mu_C, \mu_A], \text{Min} [\mu_C, \mu_B]]$$

biçiminde gösterilir.

1.7.7. Bulanık Kümelerde Cebir İşlemleri

Bulanık kümelerde cebir işlemleri kolaylıkla yapılabilir.

1.7.7.1. Çarpma İşlemi

A ve B bulanık kümelerinin çarpımı AB' dir ve üyelik fonksiyonları yoluyla şu şekilde gösterilir;

$$\mu_{AB} = \mu_A \mu_B$$

$$AB \subset A \cap B$$

1.7.7.2. Toplama İşlemi

A ve B bulanık kümelerinin toplamı A+B' dir ve üyelik fonksiyonları yoluyla şu şekilde gösterilir;

$$\mu_{A+B} = \mu_A + \mu_B$$

Çarpma işleminden farklı olarak, toplama işlemi sadece

$$\forall x \text{ için } \mu_A(x) + \mu_B(x) \leq 1$$

olduğu zaman geçerlidir.

1.7.7.3. Mutlak Fark İşlemi

A bulanık kümesinin B bulanık kümesinden mutlak farkı $|A-B|$ ile gösterilir.

$$\mu_{|A-B|} = |\mu_A - \mu_B|$$

olarak gösterilir.

1.7.7.4. Kartezyen Çarpım

A_1, A_2, \dots, A_N bulanık kümeleri X_1, X_2, \dots, X_N 'de tanımlı olmak üzere $X_1 \times X_2 \times \dots \times X_N$ çarpım uzayında $A_1 \times A_2 \times \dots \times A_N$ 'in kartezyen çarpımları bir bulanık kümedir. Üyelik fonksiyonu;

$$\mu_{(A_1, A_2, \dots, A_N)}(X) = \min \{ \mu_{A_i}(x_i) \mid x = (x_1, x_2, \dots, x_n), \forall x_i \in X_i \}$$

olarak gösterilir.

1.7.7.5. Kuvvet Alma

Bulanık kümelerde kuvvet alma işlemleri yapılabilir. Keskin kümeler A sayısının n. kuvveti A^n olarak gösterilirken, bulanık kümelerde üyelik fonksiyonları yardımıyla;

$$\mu_{A^n}(x) = [\mu_A(x)]^n, \forall x \in X$$

olarak gösterilir.

1.8. BULANIK DOĞRUSAL REGRESYON YÖNTEMLERİ

Sistemlerin modellenmesinde, regresyon analizleri bilim adamları ve mühendisler tarafından en çok kullanılan istatistiksel araçlardan biridir. Regresyon analizi yöntemleri genellikle, kesinlik içermeyen verilerin toplanarak ana örneklem hakkında tahmin yapılmasını sağlamak amacıyla kullanılır (Chang / Ayyub, 2001).

İnsani yaklaşım doğası gereği bulanıktır. İnsan etkisinin önemli olduğu bazı sistemlerin modellenmesinde, sistemin bulanık yapıya sahip olacağı göz ardı edilmemelidir. Eğer bu yapı doğrusalsal ise; yapı, değişkenleri bulanık olan bulanık doğrusal bir fonksiyon yardımı ile modellenebilir. Bulanık doğrusal fonksiyonlar Zadeh'in genişletme prensibi ile açıklanmıştır. Zadeh'in 1965'te bulduğu Bulanık Doğrusal Fonksiyonlar yardımıyla, Tanaka / Uejima / Asai 1982 yılında Bulanık Doğrusal Regresyon Modeli Analizi'ni formüle etmişlerdir. (Tanaka vd.,1982).

Regresyon analizi uygulamalarında en sık karşımıza çıkan model Klasik Çoklu Doğrusal Regresyon Analizi'dir. Klasik Çoklu Doğrusal Regresyon Analizi'nde k adet bağımsız değişkenle Y bağımlı değişkeni arasındaki doğrusal ilişkinin gösterimi,

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \dots + \beta_k X_k + \varepsilon \quad (18)$$

şeklindedir.

Regresyon denklemi, bir i 'nci gözlem için şöyledir;

$$\hat{Y}_i = \beta_0 + \beta_1 X_{i1} + \dots + \beta_k X_{ik} + \varepsilon_i, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad j = 1, 2, \dots, k \quad (19)$$

\hat{Y}_i : Bağımlı (açıklanan) değişken

X_{ij} : Bağımsız (açıklayıcı) değişken

β_j : Katsayı değişkeni (keskin sayı)

ε_i : Hata terimi (keskin sayı)

$$E(\varepsilon_i) = 0$$

$$\sigma^2(\varepsilon_i) = \sigma^2$$

$$(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = 0$$

$\forall i, j$ için $i \neq j$ olmak üzere.

Klasik Çoklu Doğrusal Regresyon Modeli günümüzde birçok uygulama alanında kullanılmaya devam etse de,

- Gözlem sayılarının yetersiz olduğu durumlarda (küçük veri seti),
- Analizin dağılım varsayımlarını test ederken dağılım testleri onaylanamadığında,
- Bağımlı ve bağımsız değişkenler arasındaki ilişki muğlak (müphem) ise,
- Olayların gözlenme derecelerinde belirsizlik var ise,

- Verilerin doğrusallığından emin olunamadığında,
- Değişkenler arasındaki ilişkinin doğrusallaştırılması için veri yapısı bozulduğunda,
- Hata terimi normal dağılmadığında,

analizci problemlerle karşılaşmaktadır (Shapiro, 2005:3; Wang / Tsaur, 2000:638). Böyle durumlarda veriler klasik doğrusal regresyonun varsayımlarına uygun hale getirilmeye çalışılırken, çözülmeye çalışılan problemin doğal dağılımı ve verilerin yapısı bozulmaktadır.

Klasik Çoklu Doğrusal Regresyon Modeli'nde tahmin değerleri ile gözlem değerleri arasındaki sapmaların ölçüm hatalarından kaynaklandığı kabul edilmektedir. Bulanık doğrusal regresyonda ise bu sapmaların sistem yapısının belirsizliğinden kaynaklandığı kabul edilir. Tanaka vd. bu sapmaları sistem parametrelerinin bulanıklığı olarak tanımlamıştır. Bu sapmalar, bulanık parametreler ile doğrusal bir fonksiyon oluştururlar. Böylece sistemin bulanıklığı, sistem modeline tam olarak nüfuz eder. Bulanık doğrusal regresyon modelinin bulanık parametreleri olasılıksal bir dağılım oluşturur. Tahmin değerlerinin bulanık küme şeklinde alınması, sistem yapısının bulanıklığını işaret ederken; klasik doğrusal regresyonda modelin güvenilirliğini belirten güven aralığı, bulanık doğrusal regresyonda ise tam aksine gözlemden kaynaklanan hataları belirtir. İlgilenilen sistemin bulanık bir yapıya sahip olup olmadığını anlaşılmasında doğrusal regresyon modelinin kullanılması oldukça kullanışlı bir yaklaşımdır.

Bulanık doğrusal regresyon analizi ilk olarak Tanaka / Uejima / Asai (1982) tarafından olasılık teorisine dayanarak ortaya çıkarılmıştır. Parametreleri tahmin edebilmek için değerlendirme yöntemi olarak doğrusal programlama modeli kullandılar. Modelde girdi ve çıktı değişkenlerinin bulanık olmadığı, fakat sistem bilgisinin bulanık olduğu varsayılmakta ve amaç fonksiyonu bağımlı değişkenin tahmin değerinin yayılmasının minimizasyonuna dayanmaktadır. Bulanık setlerin üyelik fonksiyonu genelde olasılık dağılımları ile tanımlandığı için, bu yaklaşım çoğunlukla olasılıksal regresyon analizi olarak anılır. Formülleştirilen doğrusal modelde bulanık katsayılar belirsizlikten etkilenmektedir. Tanaka vd. bu çalışmalarında h-kesim seviyesini 0.5 olarak almışlardır (Tanaka / Uejima / Asai, 1982:903-907). Gharpuray vd. (1986) ise Tanaka vd.'den farklı olarak h-kesim seviyesinin 0.9 olması gerektiğini ileri sürmüşlerdir (Gharpuray, 1986:299-314). Tanaka vd. (1988), bulanık katsayıların karşılıklı etkileşime girmediği yeni bir model daha tanımlamıştır. Bu çalışmada katsayılar birbirlerinden bağımsız olarak belirlenmiştir (Tanaka / Watada, 1988:275-289). Katsayıların etkileşimli olasılık dağılımlarında kullanılması yine Tanaka vd. (1991) tarafından ortaya konulmuştur. Burada üyelik fonksiyonu ikinci derecedir ve olasılık dağılımları üsseldir (Tanaka / Ishibuchi, 1991:145-160).

Celmins (1987a), Celmins (1987b) bulanık doğrusal regresyonu ikinci dereceli üyelik fonksiyonları için ele almış, en küçük kareler uyum göstergesi ve veri yayılımını genişletmesi yaparak modeli oluşturmuştur (Celmins, 1987a:245-269) (Celmins, 1987b:669-690).

Diğer bir bulanık regresyon yaklaşımı ise bulanık en küçük kareler yöntemidir. Diamond (1988), klasik en küçük kareler regresyon yöntemine benzer

bulanık en küçük kareler regresyon yöntemini bulanık üçgen sayılar üzerinde metrik tanımlaması yaparak ortaya koymuştur. Gerçekleşen ve gözlemlenen çıktılar aralarındaki uzaklık ve uyum derecesinde notasyonlar yapılarak oluşturulmuştur (Diamond, 1988:141-157).

Tanaka vd.'nin geliştirdiği bulanık doğrusal regresyonun bir diğer adıyla olasılıksal regresyonun biraz değiştirilmiş formu Savic / Pedrycz (1991) tarafından çalışıldı. Bulanık girdi ve çıktı verileri için olasılıksal regresyonlar ise Sakawa / Yano (1992) tarafından analiz edildi. Sakawa / Yano bulanık girdi ve çıktılarla çok değişkenli bulanık regresyon modeli oluşturdu (Sakawa / Yano, 1992:173-181).

Moskowitz / Kim (1993) bulanık doğrusal regresyonda bulanık parametrelerin yayılmaları, üyelik fonksiyon şekilleri ve H değeri arasındaki ilişkiyi belirlemiştir. Üyelik fonksiyonun aldığı şekil ve H değerine göre yayılmanın duyarlılığını araştırmışlardır (Moskowitz / Kim, 1993:303-327). Chang / Lee (1996) ise aykırı değer olması durumunda üyelik dereceleriyle ağırlıklandırma yapan ve karar verici ile etkileşimi sağlayan bulanık ağırlıklandırılmalı en küçük kareler yöntemini ileri sürmüşlerdir (Chang / Lee, 1996:289-298). Yang / Ko (1997), Chang ve Lee'nin çalışmasını bir adım ileri götürmüş, basit regresyon için ağırlıklandırılmış bulanık en küçük kareler çözümlemesinin iki aşamalı iteratif algoritmasını ileri sürmüşlerdir. İlk aşamada gözlemlerin sınıf üyeliklerini veren bulanık sınıflama yöntemini uygulayıp, ikinci aşamada üyeliklerin bu değerlerini ağırlıklandırarak kullanmışlardır. Bu şekilde bulanık regresyon yaklaşım ile ağırlıklandırılmış bulanık en küçük kareler yöntemini, optimizasyon problemi olarak uygulamışlardır (Yang / Ko, 1997:1-3).

Chang (1997) zaman serilerinde mevsimliği ele almıs ve bulanık bir tahminleme tekniği geliştirmiştir (Chang, 1997:289-298).

Wang, Tsaur (2000) Tanaka vd. tarafından tanımlanmış bulanık olmayan bağımsız değişken ve bulanık bağımlı değiskenden oluşan problemin çözümlü için değiştirilmiş bulanık en küçük kareler yöntemini önermişler ve h-kesim seviyesinin 1 olmasına karşı çıkmışlardır (Wang / Tsaur, 2000:355-369). Bununla birlikte Ge / Wang (2000), girdi verileri önemsendir derecede gürültü ve belirsizlik içerdiği zaman h-kesim seviyesinin eşik değeri ile girdi verileri arasında ilişki olduğunu göstermişlerdir (Ge / Wang, 2000:2189-2202). Ishibuchi, Manabu (2001) bulanık regresyon yönteminin bazı kısıtlarını ele almışlar ve simetrik üçgen bulanık sayı tipinde olan katsayıların asimetrik üçgen ve yamuk sayı tipinde çalışılabilmesini araştırmışlardır (Ishibuchi / Manabu, 2001: 273-290).

Chang / Bilal (2001) bulanık regresyon ve klasik regresyon arasındaki farklılıkları tanımlamışlardır. Çalışmada kapsamlı bir literatur taraması yapılarak bulanık regresyonun üç yaklaşımı özetlenmiştir. İlk yaklaşım, en uygun ölçüt ile bulanıklığın minimizasyonu esasına dayanır. İkinci yaklaşımda hataların en küçük kareleri kullanılmaktadır ve makalede hataların en küçük karelerini inceleyen iki yöntem özetlenmiştir. Üçüncü yaklaşım aralıklı regresyon analizi olarak tanımlanmaktadır. Her bir bulanık regresyon yöntemi ile klasik en küçük kareler regresyon yöntemi arasındaki farklılığı değerlendirmek için sayısal örnekler ve grafiksel sunumlar kullanılmışlardır. Makale, klasik en küçük kareler regresyon modelindeki verilerde bulunan belirsizliğin rastgelelik tipi ile geleneksel bulanık

regresyon modelindeki verilerde bulunan belirsizliğin bulanıklık tipi arasındaki temel farklılıkları karşılaştırmalı olarak değerlendirilmiştir (Chang / Ayyub, 2001:187-203).

Lee / Chen (2001) genelleştirilmiş bulanık doğrusal regresyon modelini sunmuşlar, bulanık parametreleri belirlemek için lineer olmayan programlama modeli önermişlerdir (Lee / Chen, 2001:205-213).

Tsaur vd. (2002) mevsimsel değişim ve yıllık değişimin önemli olduğu endüstriyel alanda bulanık regresyon metodunun uygulandığı bir yöntem önermişlerdir. Yapılan iki zaman serisi analizinde ortalama tahmini hata sırasıyla % 2,91 ve % 4,29 bulunurken önerilen bulanık regresyon analizinde ortalama tahmini hatayı %1,85 bulmuşlardır (Tsaur / Wang / Yang, 2002:165-175).

Tseng, / Tzeng (2002) bulanık regresyon ve mevsimsel zaman serisi ARIMA serisinin avantajlı yönlerini birleştiren bulanık mevsimsel ARIMA (SARIMA) yöntemi önermişlerdir (Tseng / Tzeng, 2002:367-376) .

Tran / Duckstein (2002) klasik ve bulanık regresyon modellerinin sırasıyla merkezi eğilim ve olabilirlik özelliklerini birleştiren çok amaçlı bulanık regresyon modeli sunmuşlardır (Tran / Duckstein, 2002:21-31). Wu / Tseng (2002) en küçük kareler yaklaşımı ile bulanık parametre tahminli bulanık regresyon modeli sunmuşlardır (Wu / Tseng, 2002:33-42). Yang / Lin (2002) Wu / Tseng' in çalışmasını bulanık girdi ve bulanık çıktı değişkenleri için bulanık en küçük kareler yaklaşımı ile incelemiş ve iki tahminleme yöntemi önermişlerdir. Heterojen veri kümesi oluşturmak ve aykırı değerleri belirlemek için kümeleme analizinden yararlanmışlardır (Yang / Lin, 2002:389-399). Yang / Liu (2003) ise etkileşimli

bulanık doğrusal regresyon modelleri için bulanık en küçük kareler algoritmasını önermişlerdir. Bu algoritmalar basit regresyon analizinde aykırı değerlere karşı dayanıklı olmuştur (Yang / Liu, 2003:305-316).

Wu (2003) regresyon parametrelerinin bulanık tahminlerini bulanık küme teorisindeki çözüm benzerliği yardımıyla elde eden bir yöntem önermiştir (Wu, 2003:203-217).

Hong / Hwang / Ahn (2004) bulanık doğrusal regresyon modeli tahminlemesini öğrenme algoritması kullanarak yapmışlardır (Hong / Hwang / Ahn, 2004:307-319). Nasrabadi / Nasrabadi (2004) ise bulanık doğrusal regresyon modelini bulanık/bulanık olmayan bağımlı değişken, bulanık/bulanık olmayan bağımsız değişkenlerden oluşturularak ele almış, matematiksel programlama tekniğine dayanan bir tahminleme yöntemi önermişlerdir (Nasrabadi / Nasrabadi, 2004:873-881). Hojati / Bector / Smimou'da (2005) Nasrabadi / Nasrabadi gibi bağımlı ve bağımsız değişkenlerin bulanık/bulanık olmama durumu ile ilgilenmişler ve sadece bağımsız değişkenlerin bulanık olduğu bir durum ile, hem bağımlı hem de bağımsız değişkenlerin bulanık olduğu bir durum için bulanık mantık ile hesaplanan yeni bir yöntem önermişlerdir (Hojati / Bector / Smimou, 2005:172-184).

Shakoiri / Nadimi (2009) h-kesim seviyesini eşit olmayan olasılık endeksine göre belirleyen yeni bir amaç fonksiyonu belirlemişlerdir. Bu çalışmada h-kesim seviyesi probleminin üstesinden gelmek adına, tahmin edilen çıktının üyelik

değerleri eşit ya da gözlemlenen çıktının üyelik değerlerinden büyük alınmıştır (Shakoiri / Nadimi, 2009:590-598).

Özetle, literatürde pek çok bulanık regresyon yaklaşımı olmakla birlikte; bulanık regresyon modeli kabaca, girdi ve çıktı verilerinin bulunduğu koşullar altında üç kategoride sınıflandırılmıştır (Bknz syf.32).

- Hem girdi hem de çıktı verilerinin bulanık sayı olmadığı durum,
- Girdi verilerinin bulanık olmayan sayı, çıktı verilerinin bulanık sayı olduğu durum,
- Hem girdi hem de çıktı verilerinin bulanık sayı olduğu durum.

Yatırımcılar yatırım stratejileri hakkında karar verirlerken, finansal varlıklarının getirisini piyasanın getirisinden, portföylerin piyasa değeri/defter değeri oranından, ve portföy büyüklüklerinden daha çok önemserler. Yatırımcılar için önemli olan onların finansal varlıklarının getirisidir. Bu yüzden bu çalışmada girdi değişkenleri bulanık olmayan sayı, çıktı değişkenleri ise bulanık sayı olarak ele alınmıştır. Zaman serisi regresyon analizi ile bulanık doğrusal regresyon analizinin getiri tahminlerinin karşılaştırılabilmesi için, bulanık doğrusal regresyon analizinden elde edilen bulanık çıktılar Tanaka'nın Aralık Analizi Yöntemi ile keskin sayıya dönüştürülmüştür.

Literatürde bulanık olmayan girdi ve bulanık çıktı ile yapılan bulanık regresyon kendi içinde üç alternatifte kategorize edilmektedir:

- Olasılık konsepti ile doğrusal / doğrusal olmayan programlama üzerine yapılan çalışmalar (Tanaka / Watada, 1988; Peters, 1994; Redden / Woodall, 1994, Tanaka / Lee, 1998; Özelkan / Duckstein, 2000).
- En küçük kareler yöntemi kullanılarak merkez değerlerinin minimizasyonun amaçlandığı çalışmalar (Celmins, 1987a; Celmins, 1987b; Diamond, 1987; Diamond, 1988; Kao / Chyu, 2003).
- Olasılık konsepti ile doğrusal / doğrusal olmayan programlamanın ve merkezi eğilimin her ikisiyle birlikte ilgilenen çalışmalar (Tanaka / Lee, 1988; Danosa vd., 2006; Kocadağlı, 2009; Kocadağlı, 2011).

1.8.1. Bulanık Doğrusal Regresyon Yöntemi

Bulanık doğrusal regresyon, oluşturulan modelin bazı parametrelerinin bulanık sayılarla ifade edildiği klasik regresyon analizleridir. Bulanık bir ortam içinde bağımlı ve bağımsız değişkenlerin fonksiyonel ilişkisini belirlemek için kullanılır. Bulanık doğrusal regresyon modeli ilk olarak Tanaka vd. tarafından ortaya konulmuştur (1982). Temel model bağımlı ve bağımsız değişkenler arasında aşağıda verilen bulanık doğrusal fonksiyonu varsayar.

$$\tilde{Y} = \tilde{A}_0 X_0 + \tilde{A}_1 X_1 + \dots + \tilde{A}_N X_N = \tilde{A}X \quad (20)$$

Denklem (20)'de $X = [X_0, X_1, \dots, X_N]^T$ bağımsız değişkenler vektörünü, $\tilde{A} = [\tilde{A}_0, \tilde{A}_1, \dots, \tilde{A}_N]^T$ ise simetrik üçgensel bulanık sayılar olarak ifade edilen $\tilde{A}_j = (a_j, c_j)$ bulanık katsayılarının vektörüdür. \tilde{A}_j bulanık sayılarının üyelik fonksiyonu aşağıdaki şekilde tanımlanır.

$$\mu_{\tilde{A}_j}(a) = \begin{cases} 1 - \frac{|a_j - a|}{c_j}, & a_j - c_j \leq a \leq a_j + c_j \\ 0, & \text{diğer durumlarda} \end{cases} \quad (21)$$

Denklem (21)'de a_j merkez, c_j de yayılım değeridir. Bu durumda denklem (20), aşağıdaki şekilde tekrar yazılabilir.

$$\tilde{Y}_t = (a_0, c_0)X_0 + (a_1, c_1)X_1 + \dots + (a_N, c_N)X_N \quad (22)$$

Yukarıda verilen model girdi ve çıktı verilerinin keskin olduğunu varsayar. \tilde{Y}_t bulanık sayısının üyelik fonksiyonu aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$\mu_{\tilde{A}_j}(a) = \begin{cases} 1 - \frac{|\tilde{Y}_t - X^t a_j|}{c^t |X|} & X \neq 0 \\ 1, & X = 0, Y \neq 0, \forall j = 1, 2, \dots, N \\ 0 & X = 0, Y = 0 \end{cases} \quad (23)$$

$$c^t = [c_0, c_1, \dots, c_N] \quad (24)$$

Bağımlı değişken \tilde{Y}_t nin her değeri $(Y_t^L, Y_t^{h=1}, Y_t^U)$, $t = 1, 2, \dots, M$ bulanık sayısı ile ifade edilebilir. \tilde{Y}_t nin alt limiti $Y_t^L = \sum_{j=0}^N (a_j - c_j) X_j^t$, merkezi değeri $Y_t^{h=1} = \sum_{j=0}^N a_j X_j^t$, ve üst limiti $Y_t^U = \sum_{j=0}^N (a_j + c_j) X_j^t$ ile hesaplanabilir.

Bulanık regresyonu asgari bulanıklık ile yapabilmek için \tilde{Y}_t bulanık sayısının toplam yayılımını minimize etmek amaçlanır. Bu hedef aşağıda tanımlanan doğrusal programlama problemi şeklinde tanımlanabilir.

$$\min c^t |X| = \min(\sum_{j=0}^N c_j |X_j^t|) \quad (25)$$

$$\sum_{j=0}^N a_j X_j^t + (1 - h) \sum_{j=0}^N c_j |X_j^t| \geq Y_t \quad (26)$$

$$\sum_{j=0}^N a_j X_j^t - (1 - h) \sum_{j=0}^N c_j |X_j^t| \leq Y_t \quad (27)$$

$$c_j \geq 0, \forall j = 1, 2, \dots, N \quad (28)$$

Doğrusal bulanık regresyon analizi klasik regresyon analizlerinin katı varsayımlarına uymayan pek çok aktüel probleme uygulanabildiğinden bu konuda araştırma yürüten çok sayıda araştırmacı bulunmaktadır. Temelde bulanık regresyonun 3 yaklaşımı vardır: birincisi model oluşturmak için bulanıklığın minimize edildiği, ikincisi hataların en küçük karelerinin ölçüt olarak alındığı ve üçüncüsü aralık analizleri ile yapılan bulanık regresyon yaklaşımıdır.

1.8.2. Tanaka Bulanık Doğrusal Regresyon Yöntemi

Bulanık doğrusal regresyon yöntemi, klasik doğrusal regresyon yönteminin bulanık halidir, modeldeki bazı değişkenler bulanık sayı olarak verilmiş ve bulanık fonksiyonlarla ifade edilmiştir. Bulanık bir ortamda bulunan bağımsız ve bağımlı değişkenler arasındaki ilişkinin irdelenmesi için kullanılır. Bulanık doğrusal

regresyon yöntemi ilk olarak Tanaka vd. (1982) tarafından bulunmuş olup, yukarıda bahsedilen sebeplerden ötürü klasik doğrusal regresyon modelindeki katı varsayımlar gevşetilmiştir. Tanaka'nın Bulanık Doğrusal Regresyon Modeli, literatürde Olasılıksal Doğrusal Regresyon Modeli olarakta adlandırılmaktadır. Tanaka'nın bulanık regresyon yöntemi literatürdeki ilk Bulanık Doğrusal Regresyon Modeli olduğundan, bulanık doğrusal regresyon modellerinin daha iyi anlaşılmasını sağlaması açısından çalışmamızda geniş bir yer verilmiştir.

Bulanık Fonksiyon Ve Bulanık Değişkenler

"X ve Y olmak üzere iki tane küme ve X kümesini Y kümesi ile eşleştiren $f(x, a)$ fonksiyonu olduğunu düşünelim. Eğer değişkenler bulanık bir küme olan A'dan elde edilmişlerse, bu fonksiyona *bulanık fonksiyon* denir ve $f(x, A)$ şeklinde gösterilir. Verilen x için, bulanık küme $Y = f(x, A)$, A bulanık kümesi ile eşleştirilmiş olur ve aşağıdaki gibi tanımlanır.

Tanım 1: Bulanık fonksiyonun gösterimi,

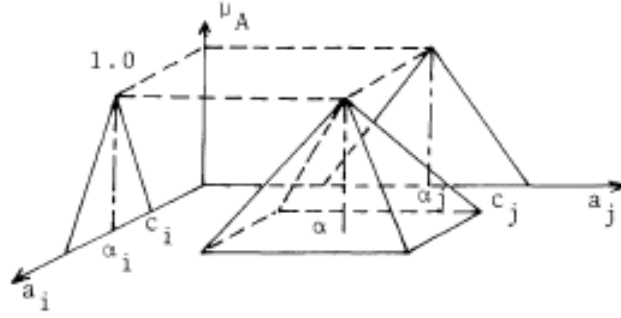
$$f: x \rightarrow \mathcal{F}(y); Y = f(x, A) \quad (29)$$

şeklindedir. $\mathcal{F}(y)$, Y'nin içindeki tüm bulanık alt kümelerin birleşiminden oluşur. Bulanık küme Y ise üyelik fonksiyonu ile tanımlanır.

$$\mu_Y(y) = \begin{cases} \max_{\{a|y=f(x,a)\}} \mu_A(a), & \{a|y=f(x,a)\} \neq \emptyset \\ 0, & \text{d. d.} \end{cases} \quad (30)$$

A , üyelik fonksiyonları $\mu_A(a)$ ile gösterilen değişkenlerin çarpım uzayının bulanık bir kümesidir.

Tanım 1, kümeleri eşleştirme kavramının doğal bir genişletimidir. Verilen x değeri için, bulanık A kümesi Y ile eşleştirilmiş; A 'nın görüntüsü tanım 1 ile oluşturulmuştur.



Şekil 10: Bulanık Küme $A : A \triangleq$ "yaklaşık α " (Kaynak: Tanaka vd. 1982)

Tanım 2: Bulanık küme tarafından tanımlanan bulanık değişkenler Şekil 10'da gösterilmiştir. Bulanık küme buna göre şu şekilde tanımlanır.

$$\mu_A(a) = \min[\mu_{A_j}(a_j)] \quad (31)$$

$$\mu_{A_j}(a_j) = \begin{cases} 1 - \frac{|\alpha_j - a_j|}{c_j}, & \alpha_j - c_j \leq a_j \leq \alpha_j + c \\ 0, & d.d. \end{cases} \quad (32)$$

$c_j > 0$ olmak üzere.

Tanım 2 ile merkezi α , yarı yayılımı c olan "yaklaşık α "nın tanımı yapılmıştır. Bu tanımı oluşturduktan sonra $A = (A_1, \dots, A_n)$ bulanık değişkenlerini vektör formunda yazabiliriz.

$$A = \{\alpha, c\}$$

$$\alpha = (\alpha_1, \dots, \alpha_n)^t \quad (33)$$

$$c = (c_1, \dots, c_n)^t$$

Bulanık küme A_i , R^1 gerçekte sayılar kümesinde tanımlanmıştır. R^n vektör uzayında tanımlanan A vektörü bir Kartezyen çarpımdır.

Tanım 1 ve 2'yi daha iyi anlamak için aşağıdaki bulanık doğrusal fonksiyonu ele alalım.

$$Y = A_1x_1 + A_2x_2$$

$A = \{(1,4), (2,1)\}$, $x = (1,1)^t$ verilsin. Tanımlardan $Y = (5,3)$ elde edilir. Bu örnek şu anlama gelir: "yaklaşık 1" ile "yaklaşık 2"nin toplamı "yaklaşık 5" eder. Bu yaklaşım Önerme 1'i doğurur.

Önerme 1: $A = \{\alpha, c\}$ bulanık parametresi için, bulanık doğrusal regresyon

$$Y = A_0x_0 + A_1x_1 + \dots + A_nx_n = Ax \quad (34)$$

olup, aşağıdaki üyelik fonksiyonu ile elde edilir:

$$\mu_Y(y) = \begin{cases} 1 - \frac{|y - x^t \alpha|}{c^t |x|} & , \quad x \neq 0 \\ 1 & , \quad x = 0, y = 0 \\ 0 & , \quad x = 0, y \neq 0 \end{cases} \quad (35)$$

Burada $|x| = (|x_1|, \dots, |x_n|)^t$ olur.

Eğer $c^t |x| \leq |y - x^t \alpha|$ ise $\mu_Y(y) = 0$ olur. İspatı Ek'te verilmektedir.

Tanaka Bulanık Doğrusal Regresyon Modelinin Formulasyonu

Bir regresyon probleminde yüzleşmesi gereken iki ana unsur vardır:

- 1) En uygun matematiksel model nedir?
- 2) Elimizdeki verileri sistemin doğası gereği kullanmamız gereken modele nasıl uyduracağız?

Tablo 3: Bulanık Olmayan Girdi-Çıktı Verileri

Örneklem Sayısı	Çıktı y	Girdiler x
1	y_1	x_{11}, \dots, x_{1n}
\vdots	\vdots	\vdots
N	y_N	x_{N1}, \dots, x_{Nn}

Burada y_i , çıktı veya i.örneklem gözlemidir. x_{ij} ise j.girdi veya i.örneklem j.değişkenidir.

Bu tanımlamalar altında, doğrusal regresyon modeli $y = \alpha^t x$ olarak tanımlanırsa, gözlemlenen değer y_i ile tahmin edilen $y_i^* = \alpha^t x_i$ arasındaki sapma;

$$y_i - y_i^* = \varepsilon_i, \quad i = 1, \dots, N$$

olur.

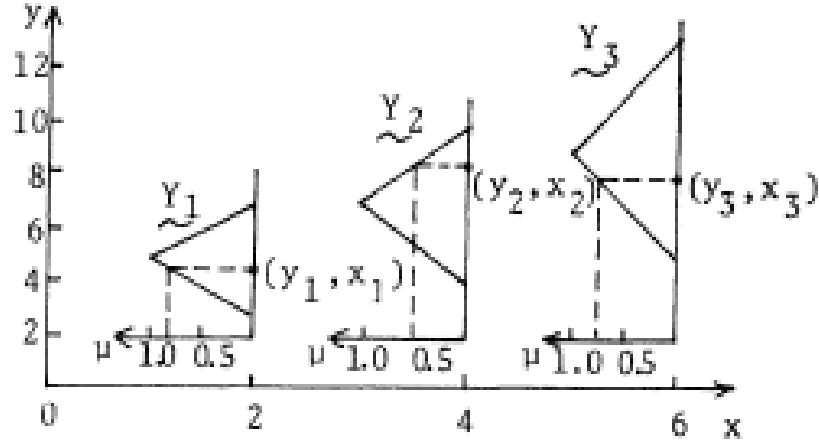
ε_i klasik regresyonda ölçüm hatasını veren, ortalaması sıfır olan rasgele bir değerdir. Bulanık doğrusal regresyonda ise tam aksine, sistem yapısından kaynaklanan bulanıklığı bize verir. Diğer bir deyişle, bulanık regresyonda gözlemlenen sapmalar ölçüm hatasından değil, sistemin bulanıklığından kaynaklanır.

Yukarıdaki bilgilerin ışığı altında bulanık doğrusal fonksiyonu tekrar inceleyelim.

$$Y = A_0 x_0 + A_1 x_1 + \dots + A_n x_n = Ax \quad (36)$$

denkleminde, Tanım 2'ye göre A_i bulanık küme olarak tanımlanmıştı. Eğer Tablo 3'teki bulanık olmayan veriler bulanık doğrusal regresyon modeline girilirse y_i değerlerini içeren bulanık çıktı kümesi $Y_i^* = A^*x_i$, A^* katsayılarını h seviyesi kadar daha yüksek değerde tanımlar.

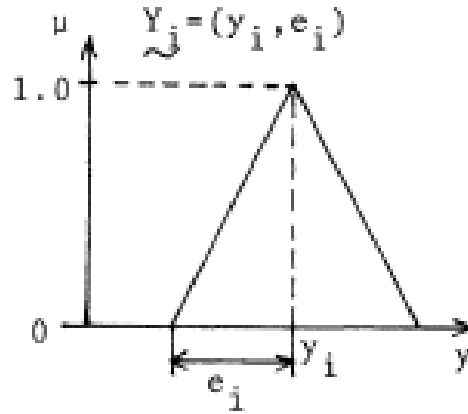
x_i girdileri, bulanık olmayan verilerden oluşmasına rağmen h seviyesi sayesinde her bir A^* terimi h seviyesi kadar bulanıklık seviyesinde tahmin edilmiş ve Y_i^* çıktıları bulanıklaşmıştır. h değeri sayesinde, girdi-çıktı bağıntıları arasındaki müphemlik bulanık değişkenlerin varlığı ile açıklanmış oldu. Bulanık doğrusal regresyon modelinin önemli bir varsayımı olan h seviyesi ile, gözlemlenen ve tahmin edilen veriler arasındaki sapmaların sistem yapısının bulanıklığından kaynaklanması savı bulanık değişkenlerle açıklanmış oldu. Tanım 2'den yola çıkarak h seviyesi ancak (0,1) aralığında değer alabilir, değilse "yaklaşıklık" önermesi bozulur.



Şekil 11: $Y_i = A_0 + A_1x_i$ Bulanık Doğrusal Regresyon Modelinin; $A_0 = (3, 1), A_1 = (1, 0.5), h = 0.5$ için Gösterimi

Tablo 4: Bulanık Olmayan Girdi- Bulanık Çıktı Verileri

Örneklem Sayısı	Bulanık Çıktı \tilde{Y}	Girdiler x
1	$\tilde{Y}_1 = (y_1, e_1)$	x_{11}, \dots, x_{1n}
\vdots	\vdots	\vdots
N	$\tilde{Y}_N = (y_N, e_N)$	x_{N1}, \dots, x_{Nn}



Şekil 12: Bulanık Çıktı

Tablo 3'te bulanık olmayan girdi-çıktı verileri için Denklem 5'deki bulanık doğrusal regresyon modelini yazmıştık. Şimdi y_i merkez değeri, e_i ise yarı yayılım değeri olmak üzere $Y_i = (y_i, e_i)$ bulanık çıktısı için aynı incelemeyi yapacağız. Tablo 4 ve Şekil 12'ye göre Y_i bulanık çıktının üyelik fonksiyonu şöyle verilir;

$$\mu_{Y_i}(y) = 1 - \frac{|y_i - y|}{e_i} \quad (37)$$

Bulanık doğrusal regresyon modelin formülasyonu için aşağıdaki varsayımlar elde tutulur.

1) Veriler bulanık doğrusal regresyon modeli ile gösterilebilirler:

$$Y_i^* = A_1^* x_{i1} + \dots + A_n^* x_{in} \triangleq A^* x_i \quad (38)$$

Bulanık değişken A_i Tanım 2'deki gibi tanımlanmıştır. Verilen x_i değerleri için Y_i^* , Önerme 1 tarafından aşağıdaki gibi elde edilir.

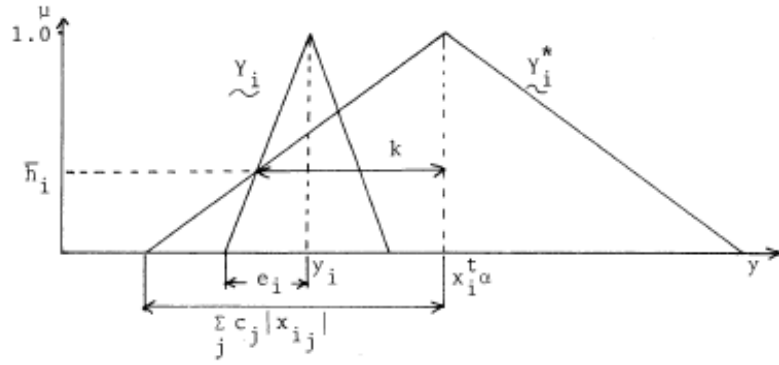
$$\mu_{Y_i^*}(y) = 1 - \frac{|y_i - x_i^t \alpha|}{c^t |x_i|} \quad (39)$$

2) Öngörülen $Y_i^* = A^* x_i$ bulanık regresyon modelinin verilen $Y_i = (y_i, e_i)$ verisine "uyum ölçüsü" \bar{h}_i endeksi ile ölçülür. \bar{h}_i değeri $Y_i^h \subset Y_i^{*h}$ kısıtı altında h değerini maksimize etmeyi amaçlar. Bu şöyle gösterilir;

$$Y_i^h = \{y | \mu_{Y_i}(y) \geq h\} \text{ ise}$$

$$Y_i^{*h} = \{y | \mu_{Y_i^*}(y) \geq h\} \text{ olur.}$$

\bar{h}_i endeksi, h-seviyelerinin kümesidir. \bar{h}_i endeksi Şekil 13'te gösterilmiştir. Bulanık doğrusal modelin tüm Y_1, \dots, Y_N verilerine uyum derecesi $\min_j [\bar{h}_j]$ ile tanımlanır.



Şekil 13: Y_i^* 'nin Y_i Bulanık Verisi ile Uyum Ölçüsü

3) Bulanık doğrusal modelin muğlaklığı,

$$J = c_1 + \dots + c_n$$

ile tanımlanır.

Problem elde edilen bulanık A_i^* değişkenlerini tüm i 'ler için $\bar{h}_i \geq H$ kısıtı altında J terimini minimize etme haline dönüşür. H uyum ölçüsü karar verici tarafından belirlenir. \bar{h}_i şu şekilde elde edilir:

$$\bar{h}_i = 1 - \frac{|y_i - x_i^t \alpha|}{\sum_j c_j |x_{ij}| - e_i} \quad (40)$$

Şekil 13'ten ise şu denklem elde edilir:

$$1: (1 - \bar{h}_i) = (\sum_j c_j |x_{ij}|) : k \quad (41)$$

$k = |y_i - x^t \alpha| + e_i(1 - \bar{h}_i)$ olmak üzere.

Daha spesifik olarak, $A_i^* = (\alpha_j, c_j)$ bulanık değişkenlerini bulma problemi, şu doğrusal programlama probleminin çözümlmesi ile elde edilir:

$$\min_{\alpha, c} J = c_1 + \dots + c_n$$

ve $c \geq 0$ kısıtı altında

$$\alpha^t x_i + (1 - H) \sum_j c_j |x_{ij}| \geq y_i + (1 - H) e_i$$

$$-\alpha^t x_i + (1 - H) \sum_j c_j |x_{ij}| \geq -y_i + (1 - H) e_i ,$$

$$i = 1, \dots, N \text{ olmak üzere.} \quad (42)$$

Genel olarak, $2N$ sayıdaki kısıtlar n değişken sayısına göre oldukça büyüktür. Bu yüzden $2N$ 'li ikili problem, N kısıttan oluşan tekil problem ile kolaylıkla karşılaştırılabilir. Bu açıdan, tekli problemi çözmek yeterlidir. α değişkenlerinin her zaman negatif olmama gibi bir durumu olmadığından, yeni α' değişkeni eklenir.

$$\alpha = \alpha' + d \text{ elde edilir.}$$

$d^t = (d, \dots, d)$ 'dir ve oldukça küçük bir negatif sayıdır. Bu sayede α' değişkenleri her zaman pozitif olur.

$\beta = (\beta_1, \dots, \beta_N)^t$ ve $D = (D_1, \dots, D)^t$ ikili değişkenler kullanılarak, denklem (42) şu şekilde yazılabilir:

$$\max_{\beta, D} J = \sum_{i=1}^N \beta_i \left[y_i + (1-H)e_i - d \sum_{j=1}^n x_{ij} \right] - \sum_{i=1}^N D_i \left[y_i - (1-H)e_i - d \sum_{j=1}^n x_{ij} \right]$$

$$\beta \geq 0, D \geq 0 \text{ kısıtı altında ve} \quad (43)$$

$$(1-H) \sum_{j=1}^n \beta_i |x_{ij}| + (1-H) \sum_{j=1}^n D |x_{ij}| \leq 1$$

$$\sum_{j=1}^n \beta_i x_{ij} - \sum_{j=1}^n D_i x_{ij} \leq 0, \quad j = 1, \dots, n$$

olmak üzere. İkili problem, kısıt sayısını $N \geq n$ göz önünden bulundurularak azalttığından denklem (43)'ü çözmek, denklem (42)'yi çözmekten çok daha etkilidir (Tanaka,1982:903-907)"

1.8.2.1 Tanaka'nın Bulanık Doğrusal Regresyon Modeline Eleştiriler

Literatürde bulanık doğrusal regresyon modeline yönelik bazı eleştiriler bulunmaktadır. Bu eleştirilerden önemli olanları aşağıda listelenmiştir.

- Tanaka vd. doğrusal programlama teknikleri ile doğrusal regresyonu yüzeysel olarak andıran bir model geliştirmişlerdir. Ancak modelin en küçük kareler ve benzer konseptler ile ilişkisi açık değildir. [Diamond (1988:141-2)]
- Orijinal Tanaka modeli uç değerlere karşı aşırı hassastır. [Peters (1994)]
- Bulanık regresyon aralığı ile ilgili düzgün bir yorum getirilmemiş. [Wang ve Tsaur (2000)]
- Öngörme problemi incelenmeli. [Savic ve Pedrycz (1991)]

- Bulanık doğrusal regresyon modelinde çok sayıda bağımsız değişkenin alınması, değişkenlerin yüksek korelasyonuna neden olabilmektedir. [Kim vd. (1996)]
- x_j çözümü referans noktasına bağlı gerçekleşmektedir. Model, x_j yerine $(x_j - \bar{x}_j)$ baz alındığında farklı sonuçlar verebilmektedir [Hojati (2004), Bardossy vd. (1990)].

1.8.3. Bulanık En Küçük Kareler Regresyon Modeli

Bulanık regresyonu istatistiksel regresyona yaklaştırmanın bariz bir yöntemi, bulanık regresyonu aynı yöntem ile modellemektir. Tek bir bağımsız değişken olduğu durumda standart doğrusal regresyon modeli aşağıdaki gibi yazılabilir. [Kao ve Chyu (2003)]

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i, i = 1, 2, \dots, M \quad (44)$$

İlintili bulanık regresyon modeli ise aşağıdaki şekilde gösterilir.

$$\tilde{Y}_i = \beta_0 + \beta_1 \tilde{X}_i + \tilde{\varepsilon}_i, i = 1, 2, \dots, M \quad (45)$$

Denklem (K)'daki terimler tekrar düzenlenirse

$$\tilde{\varepsilon}_i = \tilde{Y}_i - \beta_0 - \beta_1 \tilde{X}_i, i = 1, 2, \dots, M \quad (46)$$

Yukarıdaki ifade, en küçük kareler bakış açısı ile ele alındığında aşağıdaki problem elde edilir.

$$\min \sum_{i=1}^M (\tilde{Y}_i - b_0 - b_1 \tilde{X}_i)^2 \quad (47)$$

Bulanık en küçük kareler regresyonunu uygulamak için pek çok yöntem vardır, ancak en temel iki tanesi mesafe ölçütleri ve uyumluluk ölçütlerini kullanmaktır. Bu iki yöntemin detaylı açıklaması devam eden bölümlerde verilmiştir.

1.8.4. Mesafe Ölçütleri ile Bulanık En Küçük Kareler Regresyonu (Diamond'un Yöntemi)

Bulanık en küçük kareler regresyonunu mesafe ölçütleri ile ilk kullanan Diamond'dur (1988). Özetle, Diamond iki üçgensel bulanık sayı arasında aşağıda gösterilen L^2 metriği tanımlamıştır. [Diamond (1988: 143) denklem (2)]

$$d(\langle m_1, l_1, r_1 \rangle, \langle m_2, l_2, r_2 \rangle)^2 = (m_1 - m_2)^2 + ((m_1 - l_1) - (m_2 - l_2))^2 + ((m_1 + r_1) - (m_2 + r_2))^2 \quad (48)$$

Sanchez ve Gomez modeline en çok benzeyen durum aşağıdaki formu almaktadır.

$$\tilde{Y}_i = \tilde{\beta}_0 + \tilde{\beta}_1 x_i + \tilde{\varepsilon}_i, i = 1, 2, \dots, M \quad (49)$$

Denklem (49)'da tanımlanan model, aşağıda verilen optimizasyon problemi ile oluşturulabilir.

$$\min_{A,B} \sum_{i=1}^M d(\tilde{A} + \tilde{B}x_i, \tilde{Y}_i)^2 \quad (50)$$

Denklem (50)'nin çözümünde (48) kullanılır. Eğer \tilde{B} pozitif ise

$$d(\tilde{A} + \tilde{B}x_i, \tilde{Y}_i)^2 = (a + bx_i - y_i)^2 + (a + bx_i - c_A^L - c_B^L x_i - y_i + c_{Y_i}^L)^2 + (a + bx_i + c_A^R + c_B^R x_i - y_i - c_{Y_i}^R)^2 \quad (51)$$

\tilde{B} negatif ise benzer bir ifade kullanılabilir. Denklem (50)'de tanımlanan problemin bir çözümü varsa, \tilde{A} ve \tilde{B} nin parametreleri altı bilinmeyenli ve altı denklemden oluşan bir sistemi sağlamaktadır. Söz konusu denklem sistemi, denklem (51)'in türevlerinin sıfıra eşitlenmesi sonucu elde edilebilir.

Son olarak, Diamond'un yönteminin uygulanmasında karşılaşılabilen bir model de aşağıdaki gibidir.

$$\tilde{Y}_i = \tilde{\beta}_0 + \tilde{\beta}_1 \tilde{X}_i + \tilde{\varepsilon}_i, i = 1, 2, \dots, M \quad (52)$$

Yukarıdaki modelde denklemin sol tarafı üçgensel bulanık sayı iken denklemin sağ tarafı bulanık iki sayının çarpımını içermektedir; bu nedenle bu model için genel bir çözüm bulunmamaktadır. Bu tip bir problemin çözümü için kullanılacak bir yöntemde [Hong vd. (2001)] t-norm $\min(a,b)$ işlemi t-norm $T_w(a,b)$ işlemi ile değiştirilir.

$$T_w(a, b) = \begin{cases} a, & b = 1 \\ b, & a = 1 \\ 0, & \text{diğer durumlarda} \end{cases} \quad (53)$$

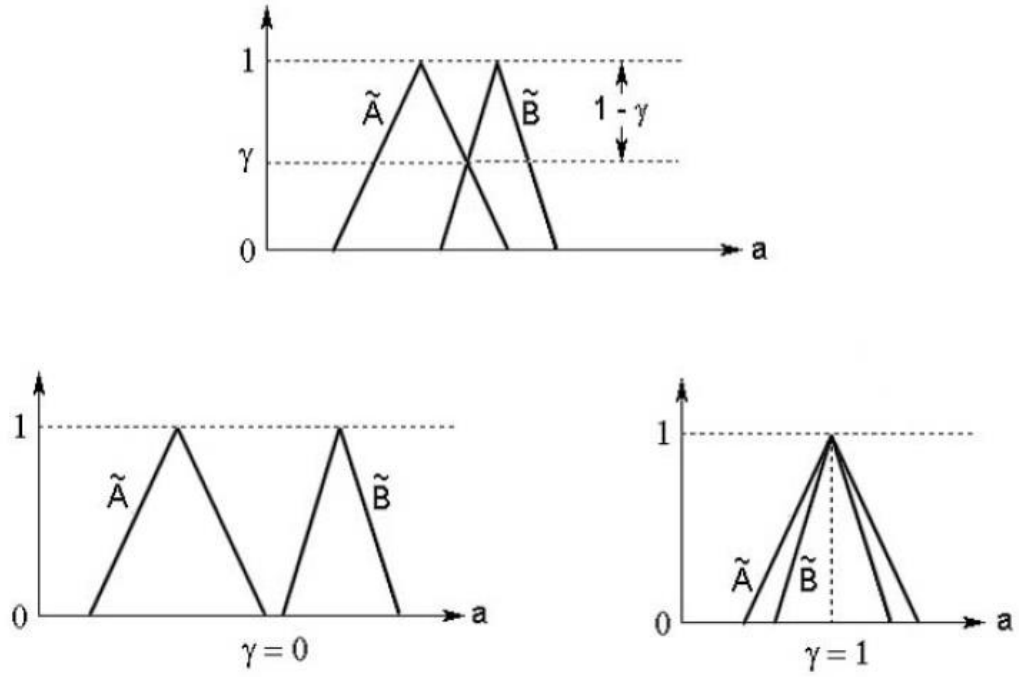
$T_w(a,b)$ çarpım işlemi altında bulanık sayıların şeklini koruduğundan denklem (52)'de karşılaşılan sorunu çözmektedir. Bu yaklaşım Koissi ve Shapiro'nun (2005) çalışmalarında da kullanılmıştır.

1.8.5. Uyumluluk Ölçütleri İle Bulanık En Küçük Kareler Regresyonu

Alternatif bir en küçük kareler yaklaşımı da Celmins (1987) tarafından ortaya konan uyumluluk ölçütüdür.

$$\gamma(\tilde{A}, \tilde{B}) = \max_x \min\{\mu_A(X), \mu_B(X)\} \quad (54)$$

Uyumluluk ölçütüne örnekler Şekil 14'te verilmiştir.



Şekil 14: Celmins'in Uyumluluk Ölçütü

Şekil 14'te görüldüğü gibi, γ üyelik fonksiyonları kesişmediğinde 0, tamamen iç içe girdiklerinde 1 değerini almaktadır.

Celmins'in yönteminde veri ve model arasındaki uyumluluğun maksimize edilmesi hedeflenir. Hedef fonksiyonu aşağıdaki gibi tanımlanır.

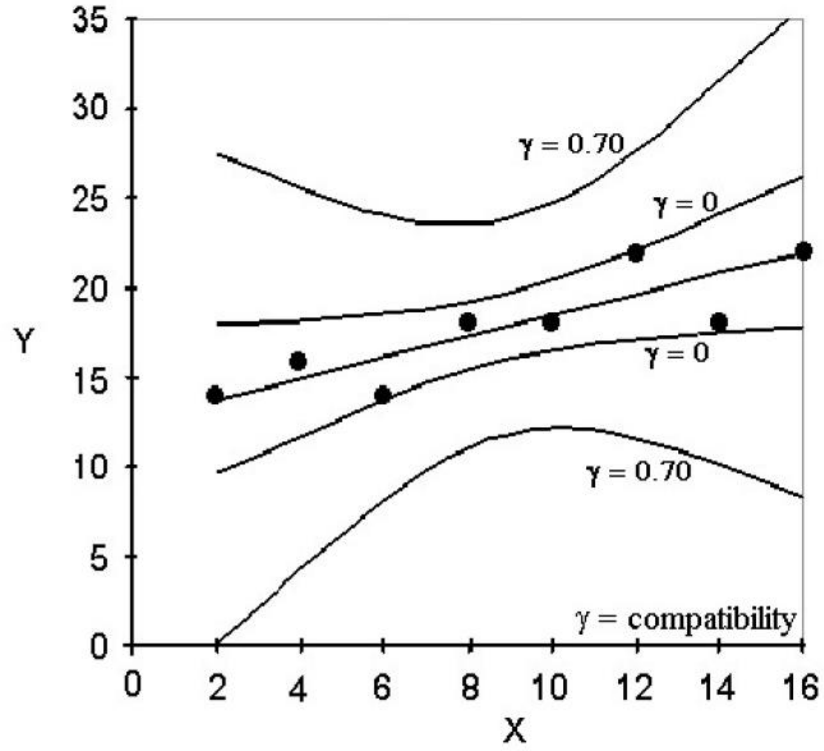
$$\sum_{i=1}^M (1 - \gamma_i)^2 \quad (55)$$

Örneğin, tek bir bağımsız değişken olduğu durumda [Chang ve Ayyub (2001:190)]

$$\hat{Y} = \tilde{A}_0 + \tilde{A}_1 x = m_0 + m_1 x \pm \sqrt{c_0 + 2c_{01}x + c_1^2 x^2} \quad (56)$$

Denklem (56)'da m_0 ve m_1 ağırlıklı en küçük kareler regresyonu ile, c_0 , c_1 ve c_{01} ise iteratif yöntemler ile istenen uyumluluk ölçütüne göre hesaplanır.

Celmins'in uyumluluk modelinin örnek bir kullanımı aşağıdaki şekilde verilmiştir [Shapiro (2005)].



Şekil 15: Uyumluluk Ölçütü ile Bulanık Regresyon

İKİNCİ BÖLÜM

ÜÇ FAKTÖRLÜ VARLIK FİYATLANDIRMA MODELİ

2.1. FAMA / FRENCH ÜÇ FAKTÖRLÜ MODEL

Eugene F. Fama ve Kenneth R. French'in ilk önce 1992, daha sonra ise 1993 yıllarında yaptıkları çalışmalar ile, uzun yıllar finansal varlıkların getirilerini tahmin etme yöntemi olarak kullanılan Finansal Varlık Fiyatlandırma Modeli (CAPM) ciddi şekilde eleştirilmiştir. Fama ve French hisselerin zamana karşı göstermiş olduğu değişkenlik sadece hisselerin kovaryansı ile açıklanamayacağını dile getirmişlerdir. Fama ve French, 1992 yılında yaptıkları ilk çalışmalarında Finansal Varlık Fiyatlandırma Modeli'nin üç faktörden oluşması gerektiğini dile getirmişlerdir. İlki piyasanın getiri riskinden oluşmalıydı. İkinci faktör, şirketin büyüklüğünü ortaya koyan MVE (market value of its equity) faktörü idi. Bu faktör şirketin öz sermayesinin piyasa değerini veriyordu. Üçüncü faktör ise şirketin öz sermayesinin defter değerinin, şirketin öz sermayesinin piyasa değerine bölünmesi ile elde ediliyordu. Buna şirketin defter değeri/piyasa değeri oranı da denilebilir. Eğer şirketin piyasa değeri defter değerinden büyük çıkarsa, yatırımcıların şirketin geleceği hakkında iyimser olması gerektiğini belirtmişlerdir. Diğer bir deyişle, yüksek piyasa değeri / defter değeri (PD/DD) oranına sahip şirketlerin riskli olabileceğini belirtmişlerdir.

Fama / French hipotezlerini test ettiklerinde, yüksek PD/DD oranına sahip büyük ve küçük şirketlerin, piyasanın ortalama getirisinden daha yüksek oranda kazanç elde ettiklerini görmüşlerdir. Bununla birlikte risk ölçütü beta ve getiri

arasında herhangi bir bağlantı bulamamışlardır. Fama / French'in 1992'de yaptıkları çalışma ile beklenen getirilerin portföy büyüklüğünden negatif yönde, PD/DD oranından ise negatif yönde etkilendiği görülmüştür.

Fama / French (1993) bir önceki yılda yaptıkları çalışmayı baz alarak yeni bir çalışma daha yaptılar. Bu çalışma ile Üç Faktörlü Modeli kurmuş oldular.

Fama / French (1993) SMB faktörünü oluşturmak için, tüm aktif hisse senetlerini büyüklüklerine göre sıralamış, daha sonra hisse senetlerini büyüklüklerine küçük ve büyük olmak üzere iki portföy grubuna ayırmıştır. Her iki portföyün beklenen getirilerini hesapladıktan sonra, büyük portföyden küçük portföyü çıkartarak üçüncü bir portföy oluşturmuşlardır. Buna SMB portföyü (small size minus big size) ismini vermişlerdir. SMB portföyü ile hisse büyüklüklerinden kaynaklanan beklenen getiri değişimleri ölçülebilmektedir.

Üçüncü faktörü oluşturmak için, tüm hisse senetlerini PD/DD oranına göre sıralamışlardır. En yüksek orana sahip ilk %30 portföy için H adında bir portföy yaratmışlardır. En düşük PD/DD oranına sahip son %30 portföy için ise L adından bir portföy yaratmışlardır. H portföyünden L portföyünü çıkartarak HML (high-minus-low) portföyünü oluşturdular.

Elde edilen üç faktör ile oluşturulan Fama / French Üç Faktörlü Modeli'nin denklemi şöyledir:

$$E(R_i) - R_f = \beta_{im}[E(R_m) - R_f] + \beta_{is} \text{SMB} + \beta_{ih} \text{HML} \quad (57)$$

- $E(R_i) - R_f$: İncelenen hisse senedinin risksiz faiz oranı üzerindeki beklenen getirisi
- $E(R_m) - R_f$: Piyasa portföyünün risksiz faiz oranı üzerindeki beklenen getirisi,
- SMB : Küçük ve büyük piyasa değerine sahip hisselerin getirileri arasındaki fark,
- HML : Yüksek ve düşük PD/DD oranına sahip hisselerin getirilerinin arasındaki fark,
- β_{im} : Portföyün fazla getirilerinin, piyasanın fazla getirilerine karşı duyarlılığı,
- β_{is} : Portföyün fazla getirilerinin, SMB getirilerine karşı duyarlılığı,
- β_{ih} : Portföyün fazla getirilerinin, HML getirilerine karşı duyarlılığı,

olarak ifade edilmektedir.

Buna göre Üç Faktörlü Modelde hisse senetlerinin beklenen getirileri;

- Piyasanın risksiz faiz oranı üzerindeki fazla getirisine,
- Piyasa kapitizasyonu küçük hisselerden oluşan portföyün getirisi ile büyük hisselerden oluşan portföyün getirisi arasındaki farka (SMB),
- PD/DD oranı yüksek hisselerden oluşan portföyün getiri ile düşük hisselerden oluşan portföyün getirisi arasındaki farka (HML)

bağlı duyarlılık katsayılarından etkilenebilmektedir (Fama / French, 1997; Arshanapalli vd., 1998; Wang, 2001, Alıntılayan: Fazıl Gökğöz, 2008).

PD/DD oranı yüksek olan “Değer” firmaları ile düşük olan “Büyüyen” firmalar arasında beklenen hisse senedi getirileri bağlamında belirli bir farklılık bulunmaktadır. Değer firmaları, Büyüyen firmalardan daha yüksek ortalama hisse senedi getirileri sağlamaktadır. Literatürde PD/DD oranı ile beklenen getiriler arasında oluşan söz konusu pozitif ilişki “Değer Primi” olarak tanımlanmaktadır. Üç Faktörlü Model, piyasa betası haricinde sahip olduğu PD/DD oranı ve portföy büyüklüğü gibi ilave risk faktörleri sayesinde, hisse senedi beklenen getirileri üzerindeki değer primini oldukça iyi seviyede açıklama gücüne sahip olmaktadır (Fama / French, 2000).

Üç Faktörlü Modelin halen tartışılan bir özelliği, modelin hisse senedi getirilerinin momentum etkisini ortaya koyamamasıdır. Başka ifadeyle, momentum etkisi Üç Faktörlü Modelin değer etkileriyle (*portföy büyüklüğü, PD/DD oranı*) tam olarak açıklanamamaktadır (Fama / French, 2004).

Üç Faktörlü Modelin eleştirildiği bir başka nokta ise serbest yatırımcıdan çok, akademisyenlere yönelik bir varlık fiyatlandırma modeli olduğudur. Yatırımcılar CAPM modelini daha çok tercih etmektedirler. Bunun bir sebebi CAPM modelinin pratik olması iken, diğer sebebi Üç Faktörlü Modeli kurmak için gereken verilere erişimin serbest yatırımcı tarafından sağlanamıyor olmasıdır. French, Üç Faktörlü Model için gereken verileri sitesinden veriyor olsa da bu veriler tüm ülkelerin hisse

senedi piyasası ile ilgili verileri içermemektedir. French sayfasında, belli başlı ülkelerin hisse senedi piyasalarına dair SMB ve HML verilerini sunmuştur.

Üç Faktörlü Model, standart CAPM modelinin hisse senedi getirilerinin açıklanma kabiliyetini geliştirici etkilerde bulunmaktadır. Literatürde yer alan amprik çalışmalarda, Üç Faktörlü Modelin sahip olduğu ilave risk faktörleri sayesinde hisse senedi getirilerindeki oynaklığın daha iyi tahmin edilmesine olanak tanındığı ve geleneksel CAPM modeli kullanıcılarının yeni modelin anlamlı sonuçlar verdiğini desteklediği ifade edilmektedir (Gaunt, 2004).

Fama / French (1993, 1996) tarafından yapılan çalışmalarda, ortaya konulan Üç Faktörlü Model ile hisse senetlerinde mali başarısızlık primlerinin (*distress premium*) ortaya çıktığı, yüksek PD/DD oranına sahip küçük hisselerin zayıf performans sergilemesine bağlı olarak önemli bir mali başarısızlık riskiyle karşı karşıya bulunduğu ve bu nedenle yatırımcıların da belirtilen olumsuzluk karşısında yatırımlarına belirli bir risk primi atfettiklerine işaret edilmektedir (Gökgöz, 2008). Diğer taraftan, Üç Faktörlü Model kısa vadeli geçmiş ortalama getiriler bağlamında da önemli sonuçlar vermektedir. Şöyle ki; Fama / French (1996), kısa vadeli düşük getiriye sahip hisse senetlerinin pozitif HML betasına sahip olabileceğini, kısa vadeli yüksek getiriye sahip hisselerin HML betalarının negatif olabileceğini de gözlemlemiştir.

2.2. ÜÇ FAKTÖRLÜ MODEL İÇİN ZAMAN SERİSİ REGRESYON YAKLAŞIMI

Varlık fiyatlandırma modellerinin ampirik olarak test edilmesi amacıyla sıklıkla zaman serisi regresyon analizleri kullanılmaktadır. Zaman serisi regresyon analizlerinden hisse senetlerinin getirileri ile piyasa risk değerine bağlı olarak sermaye piyasa doğrusu oluşturulmakta ve her bir hisse senedi getirisinin sermaye piyasa doğrusundan sapması fiyatlandırma hatası ile ölçülmektedir (α).

CAPM modelinin geçerliliğinin test edilmesi amacıyla, Black vd. 1972 yılında hisse senedinin risksiz faiz oranı üzerindeki fazla getirileri ile piyasanın risksiz faiz oranı üzerindeki fazla getirilerini zaman serisi regresyon analizi ile tahmin etmiştir. Buradan yola çıkarak Fama ve French 1993 ve 1996 yıllarındaki çalışmalarında Üç Faktörlü Model ile hisse senetlerinin risksiz faiz oranı üzerindeki fazla getirilerini çoklu regresyon yöntemi ile tahmin etmiştir. Uygulanan çoklu regresyon modeli Denklem aşağıdaki gibidir.

$$R_{jt} - R_{ft} = \alpha_j + \beta_j(R_{mt} - R_{ft}) + s_jSMB_t + h_jHML_t \quad (58)$$

R_{jt} : j varlığının t zamanındaki getirisi

R_{ft} : Risksiz faiz oranının t zamanındaki değeri

R_{mt} : Piyasa portföyünün t zamanındaki getirisi

α_j : Modelin fiyatlandırma hatası

SMB_t : Küçük ve büyük piyasa değerli portföylerin t zamanındaki getiri farkı

HML_t : Yüksek ve düşük PD/DD oranlı portföylerin t zamanındaki getiri farkı,

β_j, s_j, h_j : Beta katsayıları (faktörler)

Modelin geçerliliğinin test edilmesi amacıyla N adet zaman serisi regresyonu gerçekleştirilmektedir. Üç Faktörlü Modelin, incelenen portföyün beklenen getirilerini açıklayabilmesi için çoklu regresyon modeliyle oluşturulan tüm doğruların orijin noktasından başlaması gereklidir. Varlık fiyatlandırma modelinin, N zamanlı olarak çoklu regresyonu sonucunda ulaşılan tüm alfa katsayılarının (α_j) tamamı istatistiksel olarak sıfırdan farklı olmadığı takdirde model geçerliliğini korumaktadır (Billou, 2004).

Bireysel olarak bir regresyon işlemiyle tahmin edilen “ α ” katsayısının sıfıra eşit olup olmadığına ilişkin H_0 farksızlık (*sıfır*) hipotezinin geçerliliği klasik “t-testi” yardımıyla ölçülebilmektedir. Ancak, N tane seri regresyonun söz konusu olması halinde t-testine ilaveten, çoklu regresyon işlemleriyle tahmin edilen tüm alfa katsayılarının sıfırdan farklı olmadığına yönelik H_0 hipotezinin test edilmesi ve bu amaçla sonlu sayıdaki örneklem arasında bağlantı testlerinin yapılması gereklidir (Diether, 2001; Loran, 2004).

Gibbons vd. (1989) tarafından geliştirilen F-istatistiği sayesinde, N adet zaman serisi denklemleriyle tahmin edilen tüm alfa katsayılarının sıfırdan farklı olup olmadığına dair sıfır hipotezinin ($H_0: \alpha_j = 0, \forall j$ için) doğruluğu test edilebilmektedir.

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

BULANIK REGRESYON YAKLAŞIMI İLE FİNANSAL VARLIKLARIN GETİRİLERİNİN TAHMİNİ

3.1. AMAÇ, VERİ VE YÖNTEM

Çalışmanın amacı, Tanaka vd. (1982) tarafından ortaya konulan Bulanık Regresyon Yaklaşımı'nın Üç Faktörlü Model (Fama / French, 1993,1996) üzerinde uygulanması ve finansal varlık getirilerinin Bulanık Regresyon Yaklaşımı ile tahmin edilmesidir. Çalışma sayesinde, Bulanık Regresyon Yaklaşımı ile incelenen Üç Faktörlü Modelin Ocak 2010-Aralık 2012 tarihlerini kapsayan dönemde Borsa İstanbul verilerine uygulanabilirliği gözlemlenecektir. Çalışmada Üç Faktörlü Model, Zaman Serisi Regresyon Analizleri ile de BIST'de test edilecek; elde edilen beklenen getiriler, Bulanık Regresyon Yaklaşımı ile elde edilen beklenen getiriler ile karşılaştırılacaktır. Çalışmamıza konu olan ulusal endekslerin Ocak 2010-Aralık 2012 aralığını kapsayan haftalık bazda getiri verileri kullanılmış olup, verilerimiz 151 adet gözlemden oluşmaktadır.

Finansal varlıkların kapanış fiyatları, işlem sürecindeki kusurlar nedeniyle genellikle gürültü içerir. Ait-Sahalia vd. (2010) belirttiği gibi bu kusurlar üç ana gruba ayrılır. İlk grup; marj sekmesi, fiyat değişikliklerinin tedbirliliği ve yuvarlamalar, farklı piyasalar ve ağlar arası işlemlerin oluşması gibi nedenlerle işlem sürecini etkileyen friksiyonlardan oluşur. İkinci grup enformatik etkilerden oluşur: işlem büyüklüğündeki değişiklikler ya da fiyat değişimlerindeki bilgi içerikleri gibi.

Üçüncü grup ise ölçüm veya veri kaydetme hatalarını içerir. Bu sebeplerden ötürü kapanış fiyatlarına dayalı getiri tahminleri hatalı ölçümlenir (Ait-Sahalia / Mykland / Zhang, 2010:190-203) . Kleeper / Leamer (1984) ve Leamer (1987), finansal varlık getirilerinin en küçük kareler yöntemi ile doğrusal regresyon modellerinde uygulanmasının modeli tutarsızlaştırdığını, regresör değişkenlerde ölçüm hatalarının oluştuğunu belirtmiştir. Finansal Varlık Fiyatlandırma Modelinde (CAPM) finansal varlık getirilerinin bulanık regresyon yaklaşımı ile tahmin edilmesinin, EKK'ya dayalı klasik regresyon yöntemine göre daha tutarlı ve anlamlı sonuçlar verdiği birçok yazar tarafından ele alınmıştır. Tanaka / Guo (1999), Parra vd. (2001), Terol vd. (2006), Yoshida (2009), Kocadağlı (2011), ve Mbairadjim (2012) çalışmalarında bulanık regresyon yaklaşımı ile Finansal Varlık Fiyatlandırma Modeli üzerinde çalışarak finansal varlıkların getirilerini elde etmişlerdir. Literatürde bulanık regresyon yaklaşımlarının Finansal Varlık Fiyatlandırma Modeli uygulandığı çalışmalar var olup, bulanık regresyon yaklaşımlarının Üç Faktörlü Modele uygulandığı herhangi bir çalışmaya rastlanmamıştır. Bu durum, çalışmamızın odak noktasını oluşturmuştur.

Bu kapsamda, bahsedilen çok değişkenli bulanık regresyon ve çok değişkenli zaman serisi regresyon uygulamalarında kullanılacak olan veriler arasında, Üç Faktörlü Modelin içerisinde yer alan SMB ve HML portföylerinin getirileri de yer almaktadır. Bu nedenle, Fama / French (1993,1996) tarafından uygulana portföy oluşturma yöntemi kullanılarak tüm hisse senetlerinden piyasa kapitalizasyonu ile PD/DD oranı kriterleri bağlamında SMB ve HML portföyleri teşkil edilmiştir. Çalışmada incelenen tüm portföylerin/hisselerin günlük getirileri aşağıdaki eşitlik kullanılarak belirlenmiştir.

$$R_p = \frac{V_t - V_{t-1}}{V_{t-1}} \quad (59)$$

Portföylerin/hisselerin günlük getirilerindeki değişkenler sırasıyla;

R_p = “p” portföyünün (hissenin) “t” dönemine ilişkin günlük getirisi (%)

V_t = Portföyün (hissenin) “t” dönemindeki birim günlük kapanış değeri (YTL)

V_{t-1} = Portföyün (hissenin) “t” den bir önceki güne ilişkin kapanış değeri (YTL)

olarak ifade edilebilir.

Bulanık regresyon yaklaşımlarının Üç Faktörlü Modeli'ne uygulanarak BIST verileri üzerinde test edilebilmesi için öncelikle Fama / French yöntemi ile portföyler oluşturulacaktır. Portföylerin oluşturulması sonucunda elde edilen SMB ve HML ile BIST verilerinden elde edilen piyasa getirisi, bulanık regresyon ve zaman serisi regresyon yaklaşımlarının bağımsız değişkenlerini oluşturacaktır. Daha sonra bu regresyon işlemleri sayesinde tahmin edilen $\hat{\beta}_j, \hat{\delta}_j, \hat{h}_j$ katsayıları veri olarak kullanılarak hisse senetlerinin getirileri tahmin edilecek, tahmin edilen getiriler gözlemlenen getiriler ile karşılaştırılacaktır.

Bulanık regresyon yaklaşımı olarak Tanaka, Uejima ve Asai'nin (1982) önerdiği Chang ve Ayyub (2001) ve Shapiro (2005)'in kullandığı Bulanık Doğrusal Regresyon yöntemi kullanılacaktır. Bulanık doğrusal regresyon ile zaman serisi regresyonun karşılaştırılması için, bulanık doğrusal regresyon sonucunda elde edilen $Y^{üst}, Y^{alt}$ bulanık değişkenleri Ağırlıklı Ortalama Yöntemi ile durulaştırılacaktır. Bulanık doğrusal regresyon analizinde simetrik üçgen üyelik fonksiyonu

kullandığımız için $Y^{üst}$, Y^{alt} bulanık değişkenleri Y^{merkez} değerinden eşit mesafede, simetrik yayılımlara sahiptirler. Bu durum göz önünde bulundurulduğunda durulaştırma için en uygun yöntem Ağırlıklı Ortalama Yöntemi'dir.

Bulanık doğrusal regresyon yönteminin analizi için MATLAB matematiksel modelleme programı R2010a sürümü, zaman serisi regresyon yönteminin analizi için ise EViews7 istatistik paket programı kullanılmıştır. Grafikler MATLAB ortamından elde edilmiştir.

3.2. FAMA / FRENCH YÖNTEMİ İLE PORTFÖYLERİN OLUŞTURULMASI

Çalışmada Üç Faktörlü Modelin içerisinde yer alan SMB ve HML portföylerinin getirileri, Fama / French (1993, 1996) tarafından yapılan portföy oluşturma çalışmalarında izlenen yöntemler dikkate alınarak belirlenmiştir. Aşağıda, model içerisinde kullanılan SMB ve HML portföylerinin oluşturulmasında izlenen yöntemler açıklanmaktadır.

a. Piyasa Değerine Göre Oluşturulan (SMB) Portföyler

Çoklu regresyon analizlerinde kullanılmak üzere öncelikle SMB portföyleri teşkil edilmiştir. Bu amaçla, BIST'de piyasa değeri (PD) en büyük ilk 100 hisse senedi portföy büyüklüğü itibariyle dört tane alt portföye ayrılmıştır. SMB portföyünün getirilerinin hesaplanmasında kullanılan "B", "BS₁", "BS₂" ve "S" portföyleri aşağıda tanımlanmıştır. Bu amaçla,

- $PD > 1.000$ milyon YTL olan 38 hisseden B portföyü,
- 1.000 milyon YTL $\geq PD > 500$ milyon YTL olan ilk 12 hisseden BS_1 portföyü,
- 1.000 milyon YTL $> PD \geq 500$ milyon YTL olan son 12 hisseden BS_2 portföyü,
- 500 milyon YTL $> PD$ olan 38 hisseden ise S portföyü

oluşturulmuştur.

$$SMB = \frac{1}{2} (S + BS_2) - \frac{1}{2} (BS_1 + B) \quad (60)$$

SMB portföyünün günlük getirileri denklem (60)'da belirtilen şekilde hesaplanmıştır. Diğer bir ifadeyle, SMB portföyünün getirisi, piyasa değeri küçük olan hisselerin ortalama getirilerinden, piyasa değeri büyük hisseleri ortalama getirileri çıkartılarak bulunmaktadır.

b. PD/DD Oranına Göre Oluşturulan (HML) Portföyler

Yine çoklu regresyon analizlerinde kullanılan verilerden diğeri ise HML günlük ortalama getirisidir. Bu defa, BIST'de yer alan ve PD/DD oranı en yüksek olan ilk 100 hisse senedi seçilmiş olup, dört tane alt portföye ayrılmıştır. Modelde yer alan HML portföyünün getirilerinin hesaplanmasında kullanılan “H”, “ HL_1 ”, “ HL_2 ”ve “L” portföyleri aşağıda tanımlanmaktadır. Bu kapsamda,

- $f_{PD/DD}$ oranı $> 3,5$ olan 28 hisseden H portföyü,

- $f_{3,5} \geq \text{PD/DD}$ oranı $> 2,5$ olan ilk 14 hisseden HL_1 portföyü,
- $f_{3,5} > \text{PD/DD}$ oranı $\geq 2,5$ olan son 14 hisseden HL_2 portföyü,
- $f_{2,5} > \text{PD/DD}$ oranı olan 44 hisseden ise L portföyü

oluşturulmuştur.

$$\text{HML} = \frac{1}{2} (\text{H} + \text{HL}_1) - \frac{1}{2} (\text{HL}_2 + \text{L}) \quad (61)$$

HML portföyün günlük getirileri ise denklem (61) yardımı ile belirlenmiştir. Burada, HML portföyünün getirisi, PD/DD oranı yüksek olan hisselerin ortalama getirilerinden, PD/DD oranı düşük olan hisselerin ortalama getirileri çıkartılarak bulunmaktadır.

HML ve SMB portföyleri bu denklemlere göre bulunduktan sonra Fama / French Üç Faktörlü Modelde kullanılacaktır.

3.3. BULANIK REGRESYON YAKLAŞIMI ANALİZ SONUÇLARI

3.3.1. Bulanık Doğrusal Regresyon Modelinin Kurulması

Bulanık Doğrusal Regresyon Yöntemi ile Üç Faktörlü Modeli analiz edebilmemiz için; Fama / French Üç Faktörlü Modelini, Bulanık Doğrusal Regresyon Yöntemi'ne göre uyarlamamız gerekir.

Üç Faktörlü Modelin temel denklemi şöyledir;

$$R_{jt} - R_{ft} = \alpha_j + \beta_j (R_{mt} - R_{ft}) + s_j \text{SMB}_t + h_j \text{HML}_t \quad (62)$$

Burada,

R_{jt} : “j” varlığının “t” zamanındaki getirisi,

R_{ft} : Risksiz faiz oranının “t” zamanındaki değeri,

R_{mt} : Piyasa portföyünün “t” zamanındaki getirisi

α_j : Modelin fiyatlandırma hatası,

SMB_t : Küçük ve büyük piyasa değerli portföylerin t zamanındaki getiri farkı,

HML_t : Yüksek ve düşük PD/DD oranlı portföylerin t zamanındaki getiri farkı,

β_j, s_j, h_j : Beta katsayıları (faktörler) olmaktadır.

Ulusal BIST-30, Ulusal BIST-50 ve Ulusal BIST-100 endeks verileri portföy (R_{jt}) getirileri olarak alınmıştır. Analizlerimizde haftalık bazda getiri verisi kullanılmış olduğundan, risksiz faiz oranı (R_{ft}) olarak 30 günlük DİBS performasn endeksinin haftalık getirileri dikkate alınmıştır.

Fama / French Üç Faktörlü Modelde 3 adet bağımsız değişkenimiz olduğu için bağımsız 3 adet bağımsız değişkenden oluşan bulanık doğrusal regresyon modelini kuracağız.

$$\tilde{Y}_i = \tilde{A}_0 + \tilde{A}_1 X_1 + \tilde{A}_2 X_2 + \tilde{A}_3 X_3 \quad (63)$$

Denklem (63)'teki bulanık doğrusal regresyon modelinin değişkenleri aşağıdaki gösterildiği gibi Üç Faktörlü Modelin değişkenlerini temsil eder.

$$\tilde{Y}_i : R_{jt} - R_{ft}$$

$$\tilde{A}_0 : \alpha_j$$

$$\tilde{A}_1 : \beta_j$$

$$\tilde{A}_2 : s_j,$$

$$\tilde{A}_3 : h_j$$

$$X_1 : R_{mt} - R_{ft}$$

$$X_2 : SMB_t$$

$$X_3 : HML_t$$

$$i : \text{gözlem sayısı}$$

Bulanık doğrusal regresyon modeli aslında bir doğrusal programlama yöntemidir. Doğrusal programlama yöntemini uygulayabilmek için şu adımlar izlenmiştir (Yücel, 2005):

Adım 1 : H- seviyesinin belirlenmesi

H-seviyesinin belirlenmesi bulanık regresyon işleminin ilk adımıdır. H, karar verici tarafından bulanık modellerin bulanıklaştırılma seviyesi olarak belirlenir. H-kesim seviyesi Tanaka, Uejime ve Asai (1982) göre karar verici tarafından belirlenmelidir. Tanaka vd. (1982) çalışmalarından H-seviyesini 0.5, Gharpuray, Fan ve Lai'ye (1986) göre ise 0.9 almışlardır. H-seviyesi azaldıkça modelin bulanıklığı da artar.

Finansal varlıkların getirilerinin tahmininde, sistematik risk katsayısının belirlenmesi oldukça kritik bir adımdır. H-seviyesi yüksek seçildiğinde \tilde{Y}_{alt} ve $\tilde{Y}_{üst}$

eğrileri Y eğrisine, bir başka deyişle beklenen getirinin alt ve üst sınırları gözlemlenen getiri seviyesine yaklaşır.. Dolayısıyla yatırımcının üstlenebileceği risk miktarı artar. H-seviyesi düşük seçildiğinde ise beklenen getirinin alt ve üst sınır eğrileri gözlemlenen getiri eğrisinden uzaklaşır.. Bu durum risk seviyesinin azaldığını göstermektedir. Öngördüğümüz bu durumu göz önünde bulundurarak risk ve getiri tahminlerini h-seviyesi ile ölçmek için; h-seviyesini her ulusal endeks için 0.9 , 0.7 ve 0.5 olarak yatırımcıların risk tutumlarına göre inceleyeceğiz.

Adım 2: Doğrusal programlama yöntemi ile bulanık parametrelerin ve alt / üst regresyon eğrilerinin hesaplanması

Her bir ulusal endeks için \tilde{A}_j bulanık parametreleri $\tilde{A}_j = (a_j, c_j)$ doğrusal programlama yöntemiyle elde edilecektir. \tilde{A}_j 'lerin bulunması ile her bir Y_i gözlem değeri için bir alt ve bir de üst sınır elde etmek üzere kısıtlar oluşturulur. Modelimizde 3 adet açıklayıcı değişken, 1 adet sabit terim üzere 4 adet \tilde{A} değeri, dolayısıyla 4 adet a_j merkez değeri ve 4 adet c_j yayılım değeri bulunmaktadır.

Bulanık Doğrusal Regresyon Modeli:

$$\tilde{Y}_i = \tilde{A}_0 + \tilde{A}_1 X_1 + \tilde{A}_2 X_2 + \tilde{A}_3 X_3 \text{ dir.}$$

Bulanık parametreler:

$$\tilde{A}_0 = (a_0, c_0)$$

$$\tilde{A}_1 = (a_1, c_1)$$

$$\tilde{A}_2 = (a_2, c_2)$$

$$\tilde{A}_3 = (a_3, c_3)$$

Bulanık parametrelerin bulanık doğrusal regresyon modelinde gösterimi:

$$\tilde{Y}_i = (a_0, c_0) + (a_1, c_1)X_1 + (a_2, c_2)X_2 + (a_3, c_3)X_3 \quad (64)$$

Çalışmamızda Ulusal BIST-30, Ulusal BIST-50 ve Ulusal BIST-100 olmak üzere 3 adet ulusal endeks kullanılmıştır. 2010 yılı ilk işlem haftasından başlayıp 2012 yılı son işlem haftasına kadar devam eden gözlemlerimizi sayısı (N) 151'dir. Toplamda $2 \times N$ bir diğer deyişle, her gözlem için hem alt hem de üst sınır kısıtları elde edileceğinden; her bir ulusal endeks için $2 \times 151 = 302$ adet kısıt denklemi oluşturulacaktır. Toplam kısıt denklemi sayımız 906'dır.

Eğer Fama-French Üç Faktörlü Modeli hatırlarsak, aynı zaman dilimi içerisinde, Ulusal BIST-30, Ulusal BIST-50 ve Ulusal BIST-100 endekslerinin bağımsız değişkenleri aynı olup sadece bağımsız değişkenleri yani portföylerin beklenen getirileri farklı olacaktır. Bu yüzden her üç endeksinde kısıt denklemleri aynı olacaktır.

Her bir h-seviyesi ve ulusal endeks için Tanaka kısıtları yazılmalıdır:

$$\text{Alt sınır kısıtı : } \sum [a_j - (1 - h)c_j] X_{ij} \leq \bar{y}_i - (1 - h)e_i \quad (65)$$

$$\text{Üst sınır kısıtı: } \sum [a_j + (1 - h)c_j] X_{ij} \geq \bar{y}_i + (1 - h)e_i \quad (66)$$

MATLAB matematiksel modelleme programı'nda işlemler " \leq " operatörü ile yapılabildiği için, üst sınır kısıtımızı " \leq " operatörünü kullanacak şekilde düzenleriz.

$$\text{Alt sınır kısıtı : } \sum [a_j - (1 - h)c_j] X_{ij} \leq \bar{y}_i - (1 - h)e_i \quad (67)$$

$$\text{Üst sınır kısıtı: } \sum -a_j X_{ij} - (1 - h)c_j X_{ij} \leq \bar{y}_i + (1 - h)e_i \quad (68)$$

i: gözlem sayısı (1,...,n)

j: \tilde{A} değişken sayıları (0,1,...,k)

Kısıt denklemlerimizi problemimize uygularsak:

$$\sum_{j=0}^3 (a_j X_{ij}) - (1 - h) \sum_{j=0}^3 \sum_{i=1}^{301} (c_j |X_{ij}|) \leq Y_i^{alt(m)} \quad (69)$$

$$\sum_{j=0}^3 -(a_j X_{ij}) - (1 - h) \sum_{j=0}^3 \sum_{i=1}^{301} (c_j |X_{ij}|) \leq Y_i^{üst(m)} \quad (70)$$

m: İlgili ulusal endeks belirtmek için kullanılmıştır (BIST-30: i, BIST-50: ii,

BIST-100: iii olmak üzere).

h:0,9 için

Ulusal BIST-30 Endeksi (i) 1. Gözlem İçin Alt Sınır Kısıtı (2010 yılı ilk işlem haftası):

$$a_0 + 0,0074 a_1 + 0,0071 a_2 - 0,0025 a_3 - (0,9) [c_0 + 7,44 c_1 + 7,11 c_2 - 2,55 c_3] \leq Y_1^{alt(i)} \quad (71)$$

Ulusal BIST-30 Endeksi (i) 1.Gözlem İçin Üst Sınır Kısıtı (2010 yılı ilk işlem haftası):

$$\begin{aligned} -a_0 - 0,0074 a_1 - 0,0071 a_2 + 0,0025 a_3 - (0,9)[c_0 + 7,44 c_1 + 7,11 c_2 - \\ 2,55 c_3 \leq Y_1^{\text{üst}(i)} \end{aligned} \quad (72)$$

⋮

Ulusal BIST-30 Endeksi (i) 151. Gözlem İçin Alt Sınır Kısıtı (2012 yılı son işlem haftası):

$$\begin{aligned} a_0 + 0,0058 a_1 - 9542621092 a_2 + 0,0022 a_3 - (0,9) [c_0 + 5,77 c_1 - \\ 9542621092 c_2 + 2,22c_3 \leq Y_{151}^{\text{alt}(i)} \end{aligned} \quad (73)$$

Ulusal BIST-30 Endeksi (i) 151. Gözlem İçin Üst Sınır Kısıtı (2012 yılı son işlem haftası):

$$\begin{aligned} -a_0 - 0,0058 a_1 + 9542621092 a_2 - 0,0022 a_3 - (0,9) [c_0 + 5,77 c_1 - \\ 9542621092 c_2 + 2,22c_3 \leq Y_{151}^{\text{üst}(i)} \end{aligned} \quad (74)$$

Ulusal BIST-50 Endeksi (ii) 1. Gözlem İçin Alt Sınır Kısıtı (2010 yılı ilk işlem haftası):

$$\begin{aligned} a_0 + 0,0074 a_1 + 0,0071 a_2 - 0,0025 a_3 - (0,9) [c_0 + 7,44 c_1 + 7,11 c_2 - \\ 2,55 c_3 \leq Y_1^{\text{alt}(ii)} \end{aligned} \quad (75)$$

Ulusal BIST-50 Endeksi (ii) 1.Gözlem İçin Üst Sınır Kısıtı (2010 yılı ilk işlem haftası):

$$\begin{aligned} & -a_0 - 0,0074 a_1 - 0,0071 a_2 + 0,0025 a_3 - (0,9)[c_0 + 7,44 c_1 + 7,11 c_2 - \\ & 2,55 c_3 \leq Y_1^{\text{üst}(i)} \end{aligned} \quad (76)$$

⋮

Ulusal BIST-50 Endeksi (ii) 151. Gözlem İçin Alt Sınır Kısıtı (2012 yılı son işlem haftası):

$$\begin{aligned} & a_0 + 0,0058 a_1 - 9542621092 a_2 + 0,0022 a_3 - (0,9) [c_0 + 5,77 c_1 - \\ & 9542621092 c_2 + 2,22c_3 \leq Y_{151}^{\text{alt}(ii)} \end{aligned} \quad (77)$$

Ulusal BIST-50 Endeksi (ii) 151. Gözlem İçin Üst Sınır Kısıtı (2012 yılı son işlem haftası):

$$\begin{aligned} & -a_0 - 0,0058 a_1 + 9542621092 a_2 - 0,0022 a_3 - (0,9) [c_0 + 5,77 c_1 - \\ & 9542621092 c_2 + 2,22c_3 \leq Y_{151}^{\text{üst}(ii)} \end{aligned} \quad (78)$$

Ulusal BIST-100 Endeksi (iii) 1. Gözlem İçin Alt Sınır Kısıtı (2010 yılı ilk işlem haftası):

$$\begin{aligned} & a_0 + 0,0074 a_1 + 0,0071 a_2 - 0,0025 a_3 - (0,9) [c_0 + 7,44 c_1 + 7,11 c_2 - \\ & 2,55 c_3 \leq Y_1^{\text{alt}(iii)} \end{aligned} \quad (79)$$

Ulusal BIST-100 (iii) Endeksi 1.Gözlem İçin Üst Sınır Kısıtı (2010 yılı ilk işlem haftası):

$$\begin{aligned} & -a_0 - 0,0074 a_1 - 0,0071 a_2 + 0,0025 a_3 - (0,9)[c_0 + 7,44 c_1 + 7,11 c_2 - \\ & 2,55 c_3 \leq Y_1^{\text{üst}(iii)} \end{aligned} \quad (80)$$

⋮

Ulusal BIST-100 Endeksi (iii) 151. Gözlem İçin Alt Sınır Kısıtı (2012 yılı son işlem haftası):

$$\begin{aligned} & a_0 + 0,0058 a_1 - 9542621092 a_2 + 0,0022 a_3 - (0,9) [c_0 + 5,77 c_1 - \\ & 9542621092 c_2 + 2,22c_3 \leq Y_{151}^{\text{alt}(iii)} \end{aligned} \quad (81)$$

Ulusal BIST-100 Endeksi (iii) 151. Gözlem İçin Üst Sınır Kısıtı (2012 yılı son işlem haftası):

$$\begin{aligned} & -a_0 - 0,0058 a_1 + 9542621092 a_2 - 0,0022 a_3 - (0,9) [c_0 + 5,77 c_1 - \\ & 9542621092 c_2 + 2,22c_3 \leq Y_{151}^{\text{üst}(iii)} \end{aligned} \quad (82)$$

Bu şekilde 302×3 adet $(2 \times N) \times 3$ kısıt oluşturulmuştur. Bu kısıtlar sonucunda A katsayılar matrisi elde edilmiştir. A matrisinin ilk üç sütunu sırasıyla a_j merkez değerlerini, dördüncü sütunu h-seviyesini, son üç sütunu ise sırasıyla c_j yayılım değerlerini göstermektedir. A matrisinin ilk satırından başlamak üzere tek sayılı satırları alt sınır kısıtının a_j ve c_j değerlerini, çift sayılı satırları ise üst sınır

kısıtının a_j ve c_j değerlerini verir. Böylece 302×8 boyutlu A katsayılar matrisi oluşturulmuştur. A katsayılar matrisi EK-1'de yer almaktadır.

Adım 3: b Çözüm Vektörünün Elde Edilmesi

Doğrusal programlama problemini çözebilmek için bağımlı değişken gözlem değerlerinin alt ve üst sınır kısıt tanımlamalarını sağlayacak şekilde bir vektör oluşturmamız gerekmektedir. b çözüm vektörü, Y_i gözlem değerlerinin sırasıyla bir pozitif, bir de negatif değerlerinin ardı ardına sıralanmasıyla elde edilir. Pozitif Y_i gözlem değerleri, yukarıdaki kısıt denklemlerinde $Y_i^{alt(m)}$ olarak gösterdiğimiz bağımlı değişkenin alt sınır gözlem değeri; Negatif Y_i gözlem değerleri, yukarıdaki kısıt denklemlerinde $Y_i^{üst(m)}$ olarak gösterdiğimiz bağımlı değişkenin üst sınır gözlem değeridir.

İncelediğimiz ulusal endeksler örneklemi aynı zaman diliminden ve aynı hisse senedi piyasası içinden seçildiğinden ötürü, endekslerin bağımsız değişkenleri aynı değerde alınmaktadır. Bu yüzden ulusal endekslerin A katsayılar matrisi aynı çıkmıştı. Ulusal endekslerin beklenen artı getiri yüzdeleri ise birbirlerinden farklıdır. Bu yüzden 3 adet 302×1 boyutlu b çözüm vektörü oluşacaktır.

Ulusal BIST-30 Endeksi (i) için b çözüm vektörü:

$$b = [Y_1^i \quad -Y_1^i \quad Y_2^i \quad -Y_2^i \quad \dots \quad Y_{151}^i \quad -Y_{151}^i]^T$$

$$b = [0,0069 \quad -0,0069 \quad 0,0016 \quad -0,0016 \quad \dots \quad 0,0071 \quad -0,0071]^T$$

Ulusal BIST-50 Endeksi (ii) için b çözüm vektörü:

$$\mathbf{b} = [Y_1^{ii} \ -Y_1^{ii} \ Y_2^{ii} \ -Y_2^{ii} \ \dots \ Y_{151}^{ii} \ -Y_{151}^{ii}]^T$$

$$\mathbf{b} = [0,0072 \ -0,0072 \ 0,0022 \ -0,0022 \ \dots \ 0,0061 \ -0,0061]^T$$

Ulusal BIST-100 Endeksi (iii) için b çözüm vektörü:

$$\mathbf{b} = [Y_1^{iii} \ -Y_1^{iii} \ Y_2^{iii} \ -Y_2^{iii} \ \dots \ Y_{151}^{iii} \ -Y_{151}^{iii}]^T$$

$$\mathbf{b} = [0,0074 \ -0,0074 \ 0,0019 \ -0,0019 \ \dots \ 0,0058 \ -0,0058]^T$$

b çözüm vektörlerinin aldıkları tüm değerler EK-2'de yer almaktadır.

Adım 4: Amaç Fonksiyonunun Gerçekleştirilmesi

Amaç fonksiyonumuzu,

$$\min(c_j \sum_{j=0}^N |X_{ij}|) \tag{83}$$

olarak belirtmiştik.

Doğrusal programlama ile minimizasyon problemini çözebilmek için gerekli amaç fonksiyonumuza \mathbf{z} dersek, yayılımların minimize olmasını sağlayacak \mathbf{z} amaç fonksiyonunun lineer hali şöyledir;

$$\text{Minimize } z = c_0 + c_1 x \sum X_1 + c_2 x \sum X_2 + c_3 x \sum X_3 \tag{84}$$

A katsayılar matrisi ile b çözüm vektörü elde edildikten sonra MATLAB 7.10.0 komut satırına **[X, fval, exitflag, output] = linprog(z, A, b)** yazılarak z amaç fonksiyonu aşağıdaki gibi elde edilir;

$$[z]_{1 \times 8} = [b^{-1}]_{1 \times 302} \times [A]_{302 \times 8}$$

$$z = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 151 \ 1,5112 \ 0,7811 \ 0,6556]^T \text{ sonucunu elde ettik.}$$

1×8 boyutlu z ile amaç fonksiyonu ile amaç fonksiyonumuzu kurmuş olduk. z amaç fonksiyonu ile a_j, c_j değerleri elde edilir. a_j, c_j değerlerinin z vektörü içindeki değerlerle ilgisi yoktur. b çözüm vektörüne pozitif ve negatif Y_i , değerlerini ; A katsayılar matrisine ise alt ve üst sınır kısıt denklemlerimizin katsayılarını yerleştirmiş, a_j, c_j değerlerinin katsayılarından oluşan bir matris elde etmiştik. $[b^{-1}]_{1 \times 302} \times [A]_{302 \times 8}$ doğrusal problemini çözerek kısıt denklemlerimizi programlamış, z amaç fonksiyonu ile yayılımların minimizasyonunu sağlamış oluruz. Çözülen doğrusal program bize a_j, c_j değerlerini sunar. Ama sunulan bu a_j, c_j değerleri, Yücel'in 2005'te yapmış olduğu çok değerli çalışmasında gösterildiği gibi z vektörünün içindeki a_j, c_j değerleri değildir. Doğrusal programlama sonucunda elde edilen a_j, c_j değerleri şöyledir;

Ulusal BIST-30 endeksi için bulanık değişkenlerin merkez ve yayılım değerleri (h=0,9 için):

$a_0 = 0,0060$	$c_0 = 0,0046$
$a_1 = 1,0568$	$c_1 = 0,0141$
$a_2 = -0,0806$	$c_2 = 0,0216$
$a_3 = -0,0416$	$c_3 = 0,0361$

Ulusal BIST-50 endeksi için bulanık değişkenlerin merkez ve yayılım değerleri

(h=0,9 için):

$$\begin{array}{ll} a_0 = -0,0040 & c_0 = 0,0026 \\ a_1 = 1,0330 & c_1 = 0,0003 \\ a_2 = -0,0531 & c_2 = 0,0016 \\ a_3 = -0,0774 & c_3 = 0,0127 \end{array}$$

Ulusal BIST-100 endeksi için bulanık değişkenlerin merkez ve yayılım değerleri

(h=0,9 için):

$$\begin{array}{ll} a_0 = -19,8951 & c_0 = 354,7652 \\ a_1 = 1,0000 & c_1 = 339,1157 \\ a_2 = 2546,5851 & c_2 = 395,1289 \\ a_3 = 2364,6862 & c_3 = 455,2359 \end{array}$$

Adım 5: \tilde{A}_j Bulanık Değişkeninin Alt ve Üst Sınır Değerlerinin Bulunması

\tilde{A}_j Bulanık değişkenlerin merkez ve yayılım değerleri bulunduktan sonra; alt ve üst regresyon \tilde{A}_j bulanık değişkeninin alt ve üst sınır değerleri tablodaki gibi bulunur.

Tablo 5: \tilde{A}_j Ulusal BIST-30 endeksi için \tilde{A}_j Bulanık Değişkenlerinin Alt ve Üst Sınır Değerleri (h=0.9)

	A_0	A_1	A_2	A_3
ALT ($a_j - c_j$)	0,0014	1,0427	-0,1022	-0,0777
ÜST ($a_j + c_j$)	0,0106	1,0709	-0,0590	-0,0055

Tablo 6: Ulusal BIST-50 endeksi için \tilde{A}_j Bulanık Değişkenlerinin Alt ve Üst Sınır Değerleri (h=0,9)

	A_0	A_1	A_2	A_3
ALT ($a_j - c_j$)	-0,0066	1,0327	-0,0547	-0,0901
ÜST ($a_j + c_j$)	-0,0014	1,0333	-0,0515	-0,0647

Tablo 7: Ulusal BIST-100 endeksi için \tilde{A}_j Bulanık Değişkenlerinin Alt ve Üst Sınır Değerleri (h=0,9)

	A_0	A_1	A_2	A_3
ALT ($a_j - c_j$)	-374,6571	-338,1157	2151,4562	1909,4503
ÜST ($a_j + c_j$)	334,8701	340,1157	2941,714	2819,9221

Adım 6: Alt ve Üst Sınır Regresyon Eğrilerinin Elde Edilmesi

Ulusal BIST-30, Ulusal BIST-50 ve Ulusal BIST-100 endekslerinin her bir gözlemi için alt ve üst regresyon eğrileri bulunur;

$$\tilde{Y}_i^{alt} = A_0^{alt} + A_1^{alt} X_{i1} + A_2^{alt} X_{i2} + A_3^{alt} X_{i3} \quad (85)$$

$$\tilde{Y}_i^{üst} = A_0^{üst} + A_1^{üst} X_{i1} + A_2^{üst} X_{i2} + A_3^{üst} X_{i3} \quad (86)$$

olmak üzere,

Ulusal BIST-30 Endeksinin Alt Sınır Regresyon Eğrisi (h=0,9 için):

$$\tilde{Y}_i^{alt} = 0,0014 + 1,0427X_{i1} - 0,1022X_{i2} - 0,0777X_{i3}$$

$$\tilde{Y}_i^{üst} = 0,0106 + 1,0709X_{i1} - 0,0590X_{i2} - 0,0055X_{i3}$$

Ulusal BIST-50 Endeksinin Alt Sınır Regresyon Eğrisi (h=0,9 için):

$$\tilde{Y}_i^{alt} = -0,0066 + 1,0327X_{i1} - 0,0547X_{i2} - 0,0901X_{i3}$$

$$\tilde{Y}_i^{üst} = -0,0014 + 1,0333X_{i1} - 0,0515X_{i2} - 0,0647X_{i3}$$

Ulusal BIST-100 Endeksinin Alt Sınır Regresyon Eğrisi (h=0,9 için):

$$\tilde{Y}_i^{alt} = -374,6571 - 338,1157X_{i1} + 2151,4562X_{i2} + 1909,4503X_{i3}$$

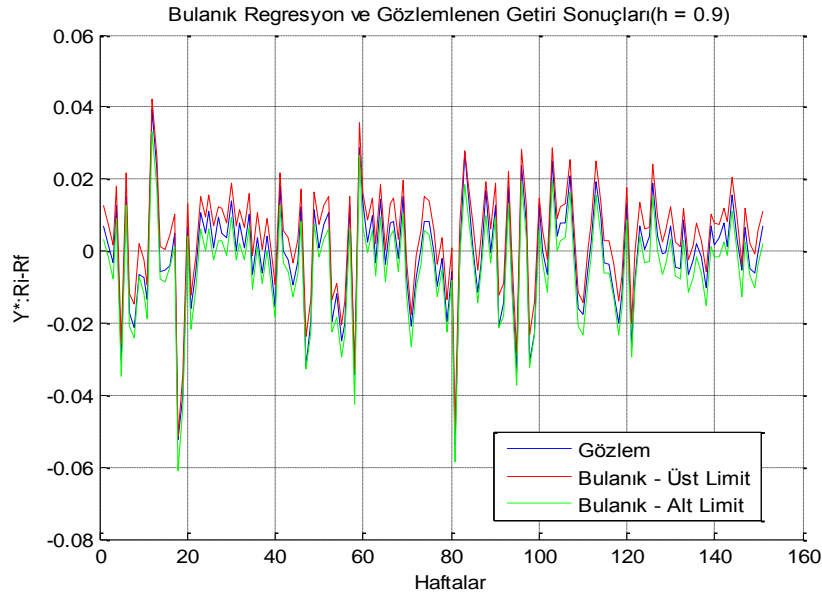
$$\tilde{Y}_i^{üst} = 334,8701 + 340,1157X_{i1} + 2941,714X_{i2} + 2819,9221X_{i3}$$

Her ulusal endeks için bu denklemlerde X_{ij} 'ler yerlerine konularak her gözlem için \tilde{Y}^{alt} , $\tilde{Y}^{üst}$ değerleri elde edilir. 2010-2012 yıllarını kapsayan 151 haftalık Y_i , \tilde{Y}^{alt} , $\tilde{Y}^{üst}$ değerleri Ulusal BIST-30 endeksi için EK-3'te, Ulusal BIST-50 endeksi için EK-4'te, Ulusal BIST-100 endeksi için ise EK-5'te verilmiştir. EK-3, EK-4 ve EK-5 incelenirse , Ulusal BIST-30 endeksi ile Ulusal BIST-50 endekslerinde gözlemlenen artık getirinin tahmin edilen bulanık alt sınır artık getirisi ile bulanık üst sınır artık getirisi arasında kaldığı görülür (Sonuçların virgülden sonraki 4 hanesi alınmıştır). Ulusal BIST-100 endeksinde ise gözlemlenen artık getiri, bulanık alt sınır artık getiri ve bulanık üst sınır artık getirisi aynı değerleri almıştır. Bunun nedeni Ulusal BIST-100 endeksinin aynı zamanda piyasa portföyünün getirisi olmasındandır, Ulusal BIST-100 endeksinin böyle bir sonucu vereceği öngörülmüş olsa da, yapılan uygulama ile öngörümüz doğrulanmıştır.

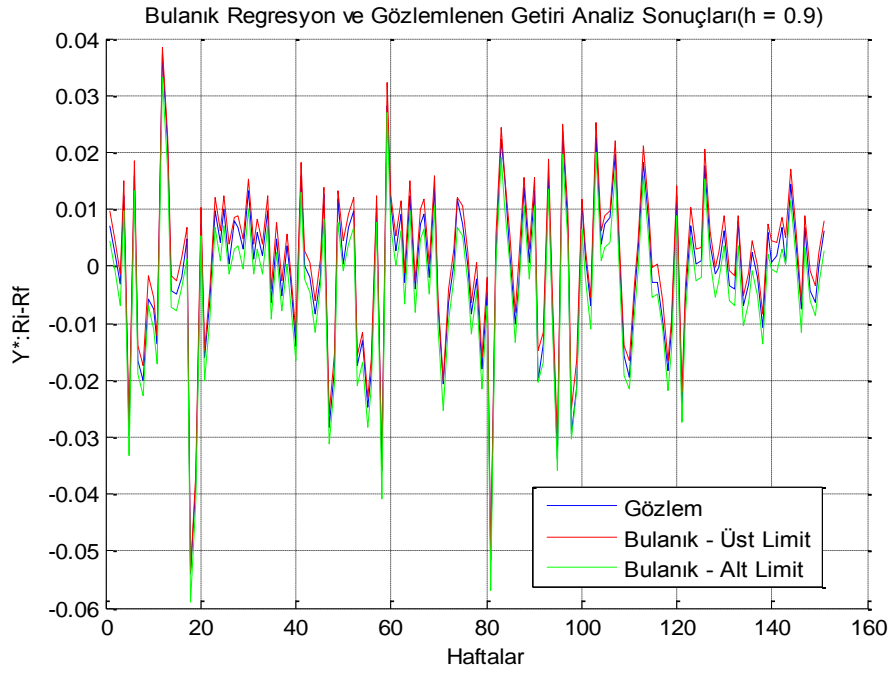
Adım 7: Gözlemlenen Getiriler ile Bulanık Regresyon Aralıklarının Karşılaştırılması

Bulanık regresyon aralıklarının gözlemlenen getiriler ile karşılaştırılması aşağıdaki saçılma grafiklerinden görülebilir.

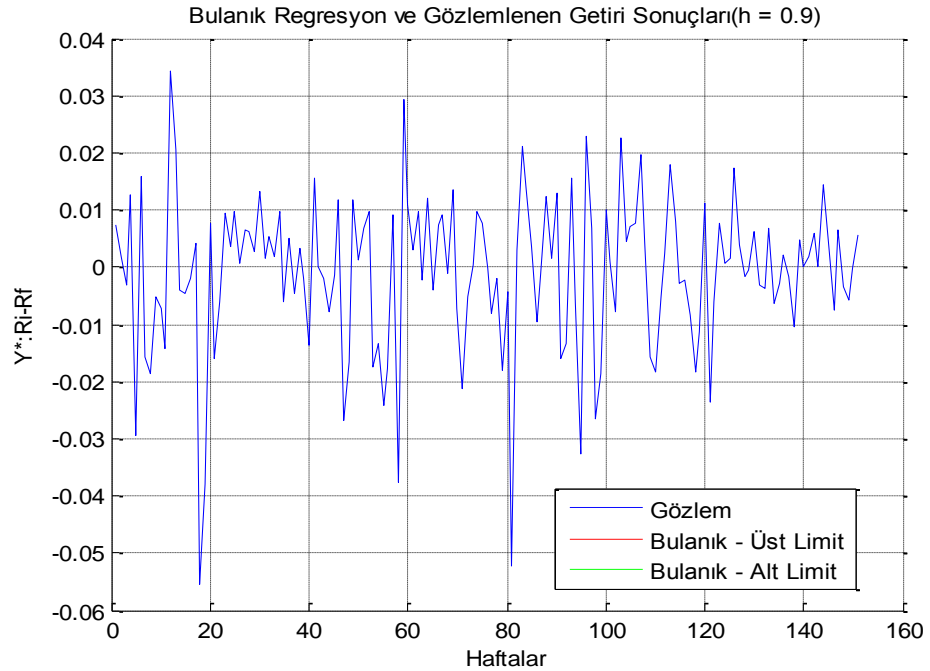
Saçılma grafiklerinde de Ulusal BIST-30 ve Ulusal BIST-50 endekslerinin gözlemlenen getirilerinin (Y), bulanık alt sınır değeri Y^{alt} ve bulanık üst sınır değeri $Y^{üst}$ ile kuşatıldığı; Ulusal BIST-100 endeksinde için bağımlı değişken (r_i) ile bağımsız değişken (r_m) aynı değerleri aldığından gözlem, alt sınır ve üst sınır eğrileri üst üste kesişmektedir. r_m değeri, HML ve SMB değerlerine göre sayısal olarak çok yüksek olduğundan kısıtlara uygulanan h bulanıklaştırma seviyesi eğri dağılımını değiştirmemektedir.



Şekil 16: Ulusal BIST-30 Endeksi için Bulanık Regresyon Aralıkları ile Gözlem Değerinin Karşılaştırılması (h=0,9)



Şekil 17: Ulusal BIST-50 Endeks için Bulanık Regresyon Aralıklarının Gözlemlenen Getiri ile Karşılaştırılması



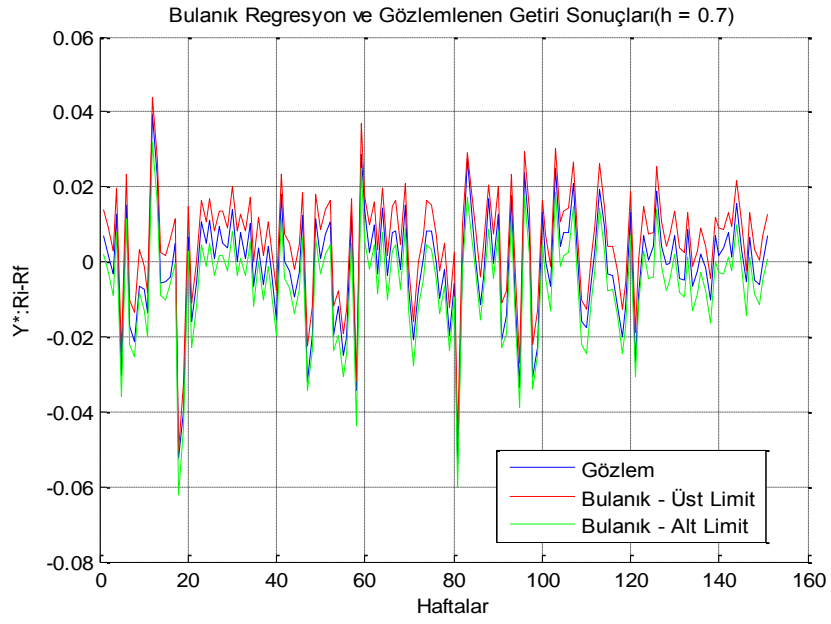
Şekil 18: Ulusal BIST-100 Endeks için Bulanık Regresyon Aralıklarının Gözlemlenen Getiri ile Karşılaştırılması

Adım 8: Bulanıklık Seviyesinin Arttırılması (Farklı H-Seviyeleri için Karşılaştırmalar)

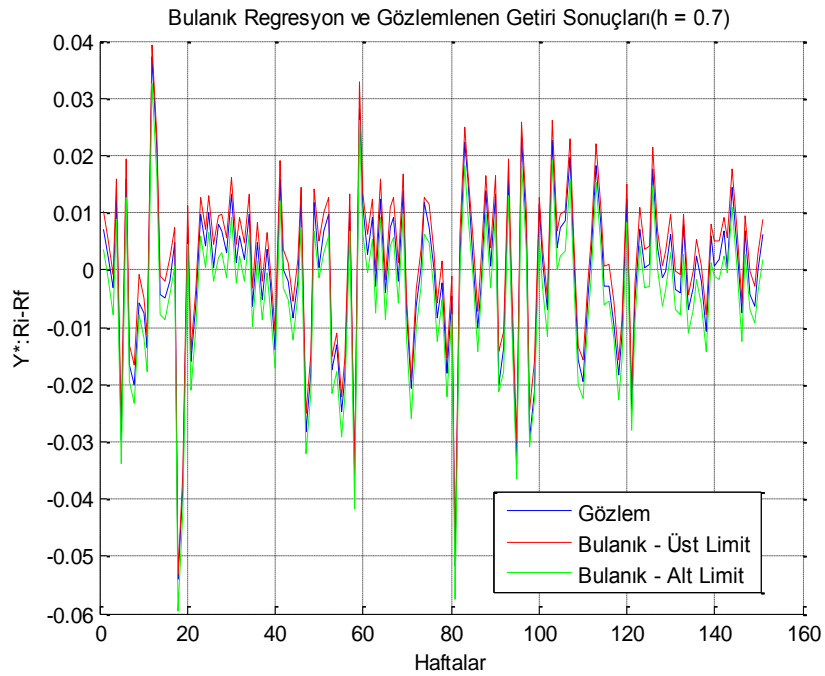
Riskten kaçan yatırımcı, getirilerini daha çok bulanıklıkla tahmin etmek isteyebilir, H-seviyesi azaldıkça bulanıklık artacak, tahmin edilen getiri aralığı artacaktır, Farklı h-seviyelerinde çalışmak için yukarıdaki denklemleri tekrar yazmaya gerek yoktur, Doğrusal programlama modelindeki a_j ve c_j değişkenleri h-seviyesinden bağımsız olarak bulunmaktadır, h-seviyesi modeldeki bağımlı değişkenin tahminini değiştirmektedir, Bu yüzden doğrusal programlama modelinde sadece h-seviyesini değiştirmek yeterlidir,

$h=0,7$ ve $h=0,5$ değerleri için bulanık doğrusal regresyon modelinin saçılma grafikleri aşağıdaki gibidir, Ulusal BIST-100 endeksi, bulanıklaşma seviyesinden etkilenmemektedir, Bu yüzden Ulusal BIST-100 endeksinin saçılma grafiklerini incelemeye gerek yoktur,

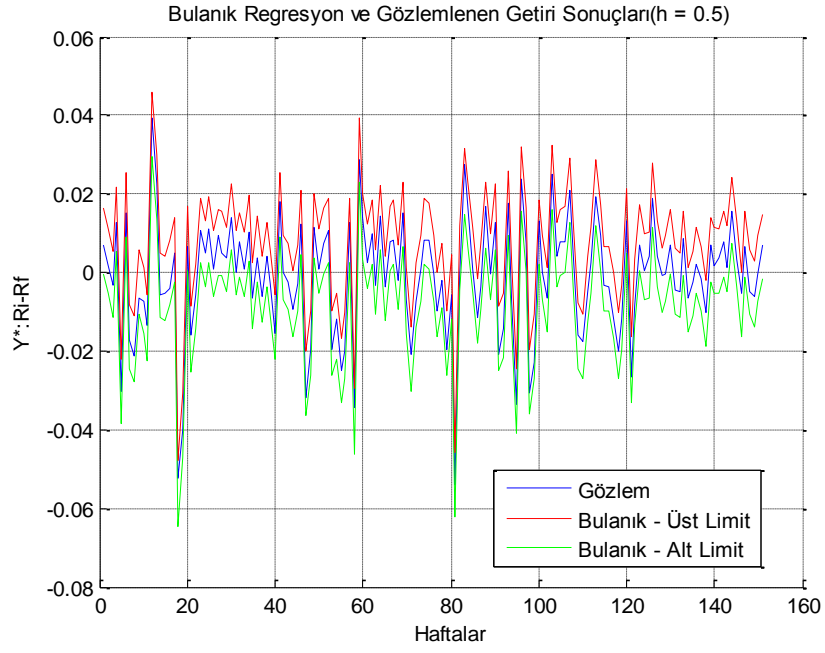
h=0,7 için Saçılma Grafikleri



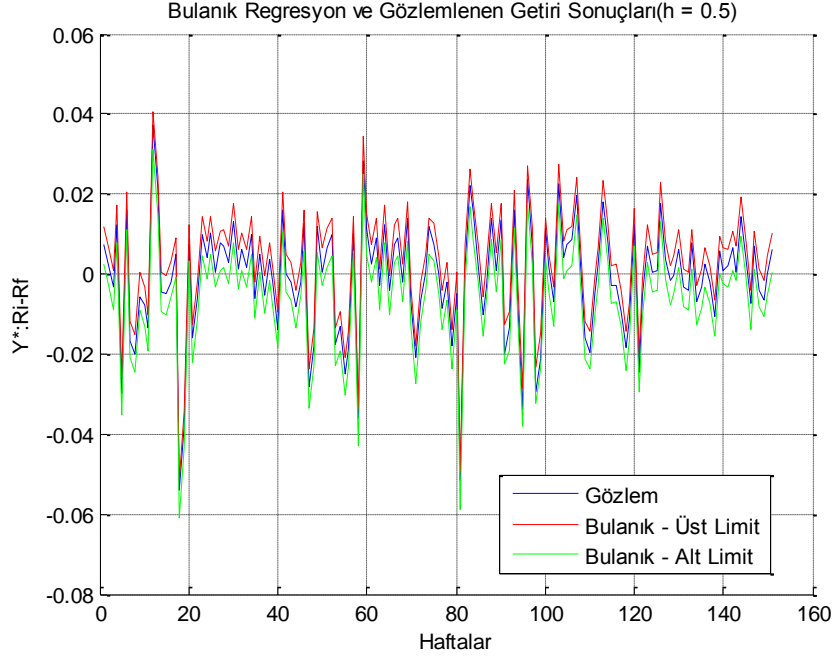
Şekil 19: Ulusal BIST-30 Endeksi için Bulanık Regresyon Aralıkları ile Gözlem Değerinin Karşılaştırılması (h=0,7)



Şekil 20: Ulusal BIST-50 Endeksi için Bulanık Regresyon Aralıkları ile Gözlem Değerinin Karşılaştırılması (h=0,7)



Şekil 21: Ulusal BIST-30 Endeksi için Bulanık Regresyon Aralıkları ile Gözlem Değerinin Karşılaştırılması (h=0,5)



Şekil 22: Ulusal BIST-50 Endeksi için Bulanık Regresyon Aralıkları ile Gözlem Değerinin Karşılaştırılması (h=0,5)

H-seviyesi düşürüldükçe alt sınır ile üst sınır arasındaki mesafe artmaktadır, H-seviyesinin düşürülmesiyle gözlemlenen getiri oranının daha iyi az riskle kuşatıldığı görülmektedir.

Uygulamanın bir sonraki aşamasında, Bulanık Doğrusal Regresyon ile elde ettiğimiz beklenen getiri tahmin aralıklarımızı Klasik Doğrusal Regresyon sonucunda En Küçük Kareler tekniği ile elde edilecek beklenen getiri tahminlerimizle karşılaştıracğız. Bunun için Zaman Serisi Regresyon Analizi uygulayacağız.

3.3.2. Zaman Serisi Regresyon Analizi Sonuçları

Üç Faktörlü Modelin Borsa İstanbul'da anlamlılığının test edilmesi amacıyla denklem (87)'de yer alan temel model kullanılarak BIST verilerine yönelik çoklu regresyon modelleri kurulmuştur. Ulusal BIST-30, Ulusal BIST-50 ve Ulusal BIST-100 endeks verileri portföy (R_{jt}) getirileri olarak alınmıştır. Zaman serisi regresyon analizlerinde de bulanık regresyon analizinde olduğu gibi 2010-2012 yılları arasında haftalık bazda getiri verisi kullanılmış olup, risksiz faiz oranı (R_{ft}) olarak 30 günlük DİBS performans endeksinin haftalık getirileri dikkate alınmıştır. Zaman serisi analizlerinde kurulan hipotezler aşağıda sunulmaktadır.

Kurulan Üç Faktörlü Model:

$$r_{jt} - r_{ft} = \alpha_j + \beta_j(r_{mt} - r_{ft}) + s_jSMB_t + h_jHML_t \quad (87)$$

Sıfır (Farksızlık) Hipotezi:

H_0 : Üç Faktörlü Modelin BIST'de geçerliliğinin test edilmesi amacıyla yapılan zaman serisi regresyonlarında tahmin edilen tüm alfa katsayıları sıfırdan farklı değildir.

$$(H_0: \alpha_{jt} = 0, \forall j \text{ için})$$

Alternatif Hipotez:

H_a : Üç Faktörlü Modelin BIST'de geçerliliğinin test edilmesi amacıyla yapılan zaman serisi regresyonlarında tahmin edilen tüm alfa katsayıları sıfırdan farklıdır.

$$(H_a: \alpha_{jt} \neq 0, \forall j \text{ için})$$

Hipotezin reddedilmesinin mümkün olup olmadığını ortaya koyan istatistiksel anlamlılık seviyesi %5 olarak kabul edilmiştir. Diğer yandan, seçilen güven düzeyinde iki yönlü t-testi için kritik değer 1,96 olmaktadır. Bu çerçevede, BIST'de yer alan 3 tane endeks üzerinden gerçekleştirilen, Üç Faktörlü Modelin çoklu regresyon sonuçları Tablo 8'de sunulmaktadır.

Tablo 8: Üç Faktörlü Modelin BIST Endeksleri Üzerinden Uygulanan Zaman Serisi Regresyon Sonuçları

BIST Endeksi	Üç Faktörlü Modelin Değişkenleri ve t-Değerleri												F- Değer	R ²
	α	$t(\alpha)$	$p(\alpha)$	β	$t(\beta)$	$p(\beta)$	S	$t(S)$	$p(S)$	H	$t(H)$	$p(H)$		
BIST30	0,000	0,115	0,908	1,062	116,7	0,000	-0,087	-4,905	0,000	0,024	1,129	0,260	4735	0,989
BIST50	0,000	-0,516	0,607	1,022	223,7	0,000	-0,434	-4,892	0,000	0,007	0,693	0,489	17378	0,997
BIST100	0,000	-6,056	0,000	1,000	1.93E +17	0,000	0,000	-11,847	0,000	0,000	0,000	1,000	1,30E +34	1,000

Bir zaman serisi regresyon işleminin istatistiksel olarak anlamlılığının ortaya konulabilmesi için modelin çoklu regresyonu ile ulaşılan t-testi ve F-testi değerleri incelenmektedir. Bu bağlamda %95 güven düzeyinde $n > 100$ için, t-değeri $> 1,96$ olduğunda regresyon modeliyle tahmin edilen ilgili değişkenin istatistiksel olarak anlamlı olduğu ifade edilir. Aynı zamanda, değişkenlerin olasılık yoğunluk değerinin (p) $< 0,05$ olmalıdır. Kurulan çoklu regresyon modelinin bütünsel olarak anlamlı kabul edilmesi için ise F-değerinin 5'ten büyük olması gerekmektedir. Çoklu regresyon modellerinde, bağımsız değişkenlerin bağımlı değişkeni açıklama düzeyi ise R^2 değeri ile ölçülür (Wheelwright vd.,1983).

Çoklu regresyon analizini öncelikle Ulusal BIST-30 Endeksi için inceleyelim. Ulusal BIST-30 endeksinin F-değeri 4735 olup, kritik değer 5'ten oldukça yüksektir. Bu, Ulusal BIST-30 endeksi artık getirilerinin bağımlı değişken olarak alındığı Üç Faktörlü Modelin oldukça anlamlı olduğu anlamına gelir. Aynı endeks için R^2 değeri 0,989'dur. Diğer deyişle, bağımsız değişkenlerin getirilerinin $[(r_m - r_{ft}), SMB, HML]$, Ulusal BIST-30 endeksinin risksiz faiz oranı üstünden kalan fazla getirileri $(r_{jt} - r_{ft})$ açıklama düzeyi %98,9 olup yine çok yüksek bir değerdir.

Aynı endekste bağımsız değişkenlerin t-istatistik değerlerine ve olasılık yoğunluklarına baktığımızda, β katsayısının t-değeri çok yüksek olup ve olasılık yoğunluğu 0,00'dır. β katsayısı istatistiksel olarak anlamlıdır. s katsayısının olasılık yoğunluğu anlamlı iken, $t(s)$ -4,905 değerini almıştır. $p(s) < 0,05$ olduğu için s katsayısı anlamlı olarak kabul edilebilir. H katsayısının hem t-istatistik test sonuçları hem de olasılık yoğunluğu istatistiksel olarak anlamsızdır. Bununla birlikte endeksin

sabit terimi olan α 'nın da yine hem t-değeri $< 1,96$ olduğundan hem de olasılık yoğunluğu $> 0,05$ olduğundan anlamsızdır.

Ulusal BIST-50 endeksini incelediğimizde F-değerinin 17378 gibi oldukça yüksek bir değer alıp, modelimizin anlamlı olduğunu görürüz.. R^2 değerinin ise 0,997 olması ise modeldeki bağımsız değişkenlerin BIST-50 endeksinin bağımlı değişkeni olan artık getiriyi açıkladığını gösteririr.

Ulusal BIST-50 endeksinin bağımsız değişkenlerinin t-istatistik değerlerine ve olasılık yoğunluklarına baktığımızda, β katsayısının t-değeri $> 1,96$ ve olasılık yoğunluğu $< 0,05$ olduğundan β anlamlıdır. s katsayısı için t-değeri sınırın altında olmasına rağmen olasılık yoğunluğu ise 0,05'ten küçük olduğu için istatistiksel olarak anlamlı kabul edilebilir. H katsayısı, BIST-30'da olduğu gibi anlamsızdır. Sabit terimi olan α 'da yine anlamsızdır.

Ulusal BIST-100 endeksini incelediğimizde, F-değerinin $1,30E+14$ ($1,3 \times 10^{14}$) gibi çok yüksek bir değer aldığını ve R^2 değerinin 1,00 olduğu görülür. Modelimiz anlamlıdır ve bağımsız değişkenler bağımlı değişken tarafından tam olarak açıklanmaktadır.

Ulusal BIST-100 endeksinin t-istatistik değerlerini ve olasılık yoğunluklarını incelediğimizde β katsayısının anlamlı olduğunu görürüz. β katsayısı 1.000 çıkmıştır. β katsayısı; portföyün fazla getirilerinin, piyasanın fazla getirilerine karşı duyarlılığını ölçmektedir. Portföy getirisi olarak kullandığımız Ulusal BIST-100 endeksi aldık aynı zamanda piyasanın getirisidir. Analizimizde, fazla piyasa getiri katsayısı olan β 'nin 1 çıkması, bir başka deyişle portföyün endeksle aynı hareket

ettiğini görmek beklenen bir durumdur. S katsayısının t-değeri $< 1,96$ olmasına rağmen $p(s) < 0.05$ olduğu için anlamlı kabul edilebilir. Fakat katsayısı değeri 0,000 olduğundan S katsayısı modelden dışlanır. H katsayısının hem t-değeri sınırı altındadır hem de olasılık yoğunluğu 0,05'ten büyüktür. $p(H)$ değerinin 1,00 olması H katsayısının modelden tamamıyla dışlandığını gösterir , aynı zamanda H katsayısı 0.00 olarak bulunmuştur. α katsayısı anlamlı olarak görülebilir ancak katsayının değeri 0,00'dır, modeli etkileyebilecek bir değer almamıştır. Ulusal BIST-100 endeksi için anlamlı olan değişken piyasanın fazla getirisi ve dolayısıyla β katsayısıdır.

Zaman serisi regresyon analizi sonuçları istatistiksel olarak alışlagelmemiş bir durumu sergilemektedir. Her üç endeksin F-değerlerine göre Üç Faktörlü Model son derece anlamlıdır. Her üç endeksin R^2 değerleri de oldukça yüksek olup, bu bize endekslerin 2010-2012 yılları arasındaki haftalık getirilerinin Üç Faktörlü Model tarafından açıklandığını göstermektedir. Peki t-testleri ve olasılıksal yoğunluk oranları neden beklenildiği gibi çıkmamıştır? Fama / French (1993, 1995, 1996), Knez / Ready (1997), Shumway / Warther (1999) ve William Bernstein (2000, 2004, 2009) yıllarında yayımladıkları çalışmalarında Üç Faktör Modelin en küçük kareler yöntemi ile regresyonunda görülen bu durumu fark etmişler ve bu duruma farklı bir yorum getirmişlerdir. Bu yorumlara göre zaman serisi regresyonunu incelediğimizde, yukarıda yaptığımız çıkarımlardan farklı bir durum ortaya çıkmakta; tüm faktörlerin zaman serisi regresyonları anlam kazanmaktadır.

Buna göre tabloyu, üç endeksi birbiri ile karşılaştırarak tekrar inceleyelim. Her üç endeksin α sabit terimi 0,000 bulunmuştur. Buna göre her üç endeks regresyon analizi testlerinden daha düşük veya daha yüksek performans

beklememelidirler. İkinci olarak β katsayısını, piyasa getirisinin duyarlılığını inceleyelim. Endekslerin β 'ları sırasıyla 1,062; 1,022 ve 1,000 bulunmuştur. Bu geleneksel beta katsayıdır. Bir diğer deyişle BIST-30, BIST-50 ve BIST-100 endeksleri piyasa endeksi ile aynı hareket etmektedir. Zaten β değerlerini bir önceki yorumumuzda da istatistiksel olarak anlamlı bulmuştuk. S katsayılarını BIST-30 ve BIST-50 endeksleri için negatif, BIST-100 endeksi için ise 0,0 bulduk. SMB faktörünün katsayısının 0,0' dan küçük veya eşit çıkması, endekslerin "büyük piyasa değerli" portföylerden oluştuğunu gösterir. SMB faktörünün katsayısının 0,5'den büyük çıkması ise endeksin "küçük değerli" piyasa portföylerinden oluştuğunu gösterir (Fama / French, 1993, 1995, 1996). Analizimize göre her üç endekste büyük değerli piyasa portföylerinden oluşmaktadır. Bu yorum BIST-30, BIST-50 ve BIST-100 endekslerini doğru olarak yansıtmaktadır. Her üç endeksin $p(s)$ değerlerinin 0,000 çıkması, bu çıkarımımızı istatistiksel olarak anlamlı kılmaktadır. Üç Faktörlü Modelin çoklu regresyon analizi sonuçlarında t-değeri birçok kez negatif bulunmuş, olasılık değerinin 0,05'ten küçük çıkması durumunda yapılan çıkarıma kabul edilmiştir Fama / French (1993, 1995) , Knez / Ready (1997), Shumway / Warther (1999) ve William Bernstein (2000, 2004, 2009). Son olarak H değerine baktığımızda endekslerin H katsayıları sırasıyla 0,024; 0,007 ve 0,000 bulunmuştur. HML bağımsız değişkeninin katsayısı olan H değerinin 0,3'ten küçük çıkması, ilgilenilen portföyün "değer portföyü" olduğunu; H değerinin 0,3'ten büyük veya eşit çıkması ise o portföyün "büyüyen portföy" olduğunu gösterir. Büyüyen portföylerin defter değerleri oranı, pazar değerlerinin oranından yüksektir. Büyüyen portföyler, değer portföylerine göre daha yüksek risk oranına sahiptirler (Fama / French, 1993,

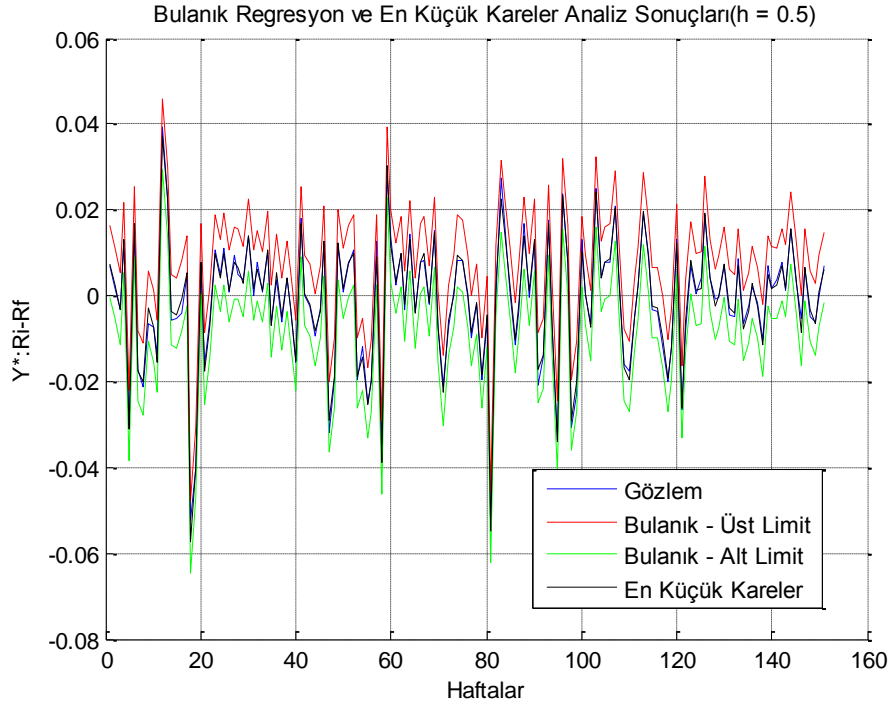
1995, 1996). Buna göre BIST-30, BIST-50 ve BIST-100 endeksleri büyüyen portföylerdir ve yatırım açısından risklidirler.

3.4. BULANIK REGRESYON ANALİZİ SONUÇLARI İLE ZAMAN SERİSİ REGRESYON ANALİZİ SONUÇLARININ KARŞILAŞTIRILMASI

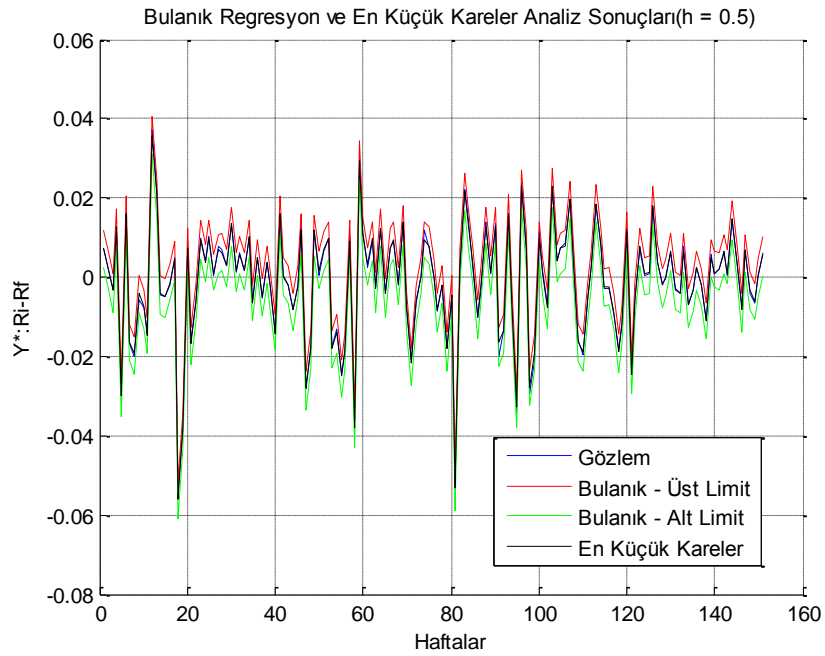
3.4.1. Alt ve Üst Sınır Eğrileri ile Zaman Serisi Regresyon Analizi Sonuçlarının Karşılaştırılması

Çalışmanın bu bölümünde bulanık doğrusal regresyon yöntemi kullanarak gerçekleştirdiğimiz bulanık regresyon analizi sonuçları ile zaman serisi regresyon analizi sonuçlarını karşılaştıracaktır. Bu karşılaştırma saçılma grafiklerinden faydalanacaktır. Çalışma Matlab programlama dili ile yazılmış, grafikler MATLAB 7.10 matematiksel programlama ortamında çizilmiştir.

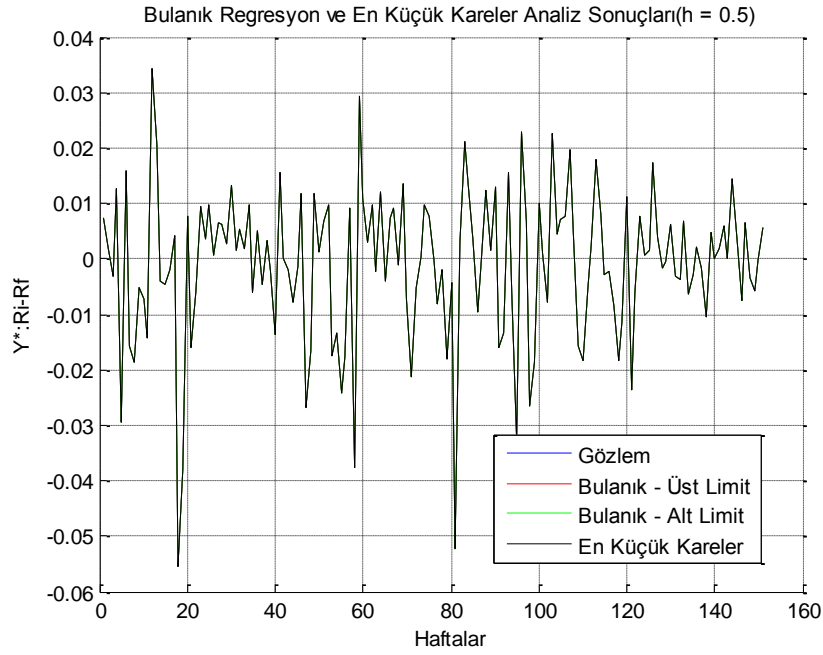
Zaman serisi regresyon analizi sonuçlarımıza göre ilgilendiğimiz endeksler riskli portföylerdir. Bulanık regresyon analizi sonuçlarımızda, getiri tahminlerinde h-seviyesinin düşürülmesi ile katlanılan risk seviyesinin azaldığını gözlemlemiştir. Markowitz (1952)'e göre yatırımcılar beklenen getirilerini yükseltmek isterken, elde edebilecekleri getiri ile belirsizlikleri azaltmak isterler. Bu yüzden bulanık regresyon analizlerinin karşılaştırılmasında uygulamamız içinde yer alan en düşük h-seviyesi olan $h=0,5$ alınmıştır.



Şekil 23: Ulusal BIST-30 Endeksi için Bulanık Regresyon ve Zaman Serisi Regresyon Analizi Karşılaştırması (h=0,5)



Şekil 24: Ulusal BIST-50 Endeksi için Bulanık Regresyon ve Zaman Serisi Regresyon Analizi Karşılaştırması (h=0,5)



Şekil 25: Ulusal BIST-100 Endeksi için Bulanık Regresyon ve Zaman Serisi Regresyon Analizi Karşılaştırması (h=0,5)

Şekil 23 ve Şekil 24'te zaman serisi regresyon analizi ile elde edilen sonuçların (\hat{Y}_i), bulanık regresyon analizi ile tahmin edilen beklenen getirinin alt ve üst sınır eğrileri (\tilde{Y}_i^{alt} , $\tilde{Y}_i^{üst}$) arasında kaldığı görülmektedir. Şekil 25'te zaman serisi regresyon analizi ve bulanık regresyon analizi sonucunda beklenen getiriler \hat{Y}_i , \tilde{Y}_i^{alt} ve $\tilde{Y}_i^{üst}$ aynı değeri almış ve eğriler üst üste çakışmışlardır. Bulanık regresyon analizinde \tilde{Y}_i^{alt} ve $\tilde{Y}_i^{üst}$ değerleri SMB ve HML değişkenlerinden etkilenmemiş, beklenen getiri eğri sadece piyasanın gözlemlenen getirisinden etkilenmiştir. Aynı durum BIST-100 endeksinin zaman serisi regresyon analizlerinde de görülmüş; SMB ve HML değişkenleri anlamsız bulunmuştur. Saçılma grafiklerine göre bulanık regresyon analizi, zaman serisi regresyon analizi yerine kullanılabilir. Fakat bulanık regresyon analizinin, zaman serisi regresyonundan daha iyi bir yöntem olup olmadığı konusunda bir yorum yapılamaz.

3.4.2. Bulanık Regresyon Aralıklarının Analizi ile Zaman Serisi Regresyon Analizi Sonuçlarının Karşılaştırılması

Adım 1: Bulanık regresyon analizi ile zaman serisi regresyon analizini istatistiksel olarak karşılaştırmak için \tilde{Y}_i^{alt} ve $\tilde{Y}_i^{üst}$ değerleri ile çalışmak mümkün değildir. İstatistiksel karşılaştırma için $\tilde{Y}_i^{ortalama}$ değerine ihtiyacımız vardır.

$\tilde{Y}_i^{ortalama}$; bulanık doğrusal regresyon analizlerinde üyelik fonksiyonları simetrik ise $(\tilde{Y}_i^{alt} + \tilde{Y}_i^{üst})/2$ değerine eşittir. 151 gözlem için bulunan $\tilde{Y}_i^{ortalama}$ değerleri Ek-9'da verilmiştir. Öncelikle bulanık regresyon analizi ile elde edilen beklenen getiri değerlerinin tahmin edilen getiri değerleri arasında istatistiksel olarak farklılık olup olmadığını belirlemek için hipotez testini kuralım.

Kurulan hipotez gereğince iki kuyruklu Z-Score hipotez testi uygulanmış, haftalık bazda tahmin edilen endeks getirileri ile gözlemlenen getiriler oluşturduğu dağılımlar $n > 30$ olduğundan "Merkezi Limit Teoremi" gereğince normal dağılım özelliği göstermiş olduğu kabul edilmiştir.

Sıfır (Farksızlık) Hipotezi

H_0 : Üç Faktörlü Modelin BIST-30, BIST-50, BIST-100 endekslerinde bulanık regresyon analizi ile tahmin edilen getiriler ile gözlemlenen getiriler arasında fark bulunmamaktadır.

$$(H_0 \Rightarrow \hat{Y}_i^{ortalama} - Y_i = 0) \quad (88)$$

Alternatif Hipotez

H_a : Üç Faktörlü Modelin BIST-30, BIST-50, BIST-100 endekslerinde bulanık regresyon analizi ile tahmin edilen getiriler ile gözlemlenen getiriler arasında fark bulunmaktadır.

$$(H_a \Rightarrow \hat{Y}_i^{ortalama} - Y_i \neq 0 \text{ veya } H_a \Rightarrow \hat{Y}_i^{ortalama} - Y_i \leq 0; H_a \Rightarrow \hat{Y}_i^{ortalama} - Y_i \geq 0) \quad (89)$$

Bulanık Regresyon Analizi yardımıyla bulunan beklenen endeks getirileri ile Z-Score hipotez testi sonuçları Tablo'da sunulmaktadır. Bu tabloda gösterilen değerlere göre %95 güven aralığında BIST-30, BIST-50 ve BIST-100 endeksleri için yapılan hipotez testleri sonucunda bulunan Z değerleri kritik değer 1,96'dan küçük olduğundan dolayı tüm H_0 farksızlık hipotezleri doğrulanmaktadır ($Z = \frac{X-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}$).

Tablo 9: BIST Endeksleri Z-Testi Sonuçları

Endeks Adı	Z-Score
Ulusal BIST-30	1,2
Ulusal BIST-50	0,47
Ulusal BIST-100	0,01

Adım 2: Uygulanan hipotez testleri sonucunda bulanık regresyon analizi ile tahmin edilen endeks getirilerinin gözlemlenen endeks getirilerinden farklı olmadığını bulduk. Bulanık regresyon analizi sonucunda elde edilen beklenen endeks getirileri ile zaman serisi regresyon analizi sonucunda elde edilen beklenen endeks getirileri arasında istatistiksel olarak fark olup olmadığını test etmek için iki kuyruklu Z-Score hipotez testi uygulanacaktır. $n > 30$ olduğundan dolayı Merkezi Limit

Teoremi gereği normal dağılım özelliği gösterdiği kabul edilmiş olup, kurulan hipotez testi aşağıda sunulmuştur.

Sıfır (Farksızlık) Hipotezi

H_0 : Üç Faktörlü Modelin BIST-30, BIST-50, BIST-100 endekslerinde bulanık regresyon analiziyle tahmin edilen getiriler ile zaman serisi regresyon analiziyle tahmin edilen getiriler arasında fark bulunmamaktadır.

$$(H_0 \Rightarrow \hat{Y}_i^{ortalama} - \hat{Y}_i = 0) \quad (90)$$

Alternatif Hipotez

H_a : Üç Faktörlü Modelin BIST-30, BIST-50, BIST-100 endekslerinde bulanık regresyon analiziyle tahmin edilen getiriler ile zaman serisi regresyon analiziyle tahmin edilen getiriler arasında fark bulunmaktadır.

$$(H_a \Rightarrow \hat{Y}_i^{ortalama} - \hat{Y}_i \neq 0 \text{ veya } H_a \Rightarrow \hat{Y}_i^{ortalama} - \hat{Y}_i \leq 0; H_a \Rightarrow \hat{Y}_i^{ortalama} - \hat{Y}_i \geq 0) \quad (91)$$

Tablo 10: BIST Endeksleri Z-Testi Sonuçları

Endeks Adı	Z-Score
Ulusal BIST-30	0,26
Ulusal BIST-50	0,14
Ulusal BIST-100	0,01

Elde edilen Z-Score hipotez sonuçları tabloda sunulmuştur. Tabloda gösterilen değerler %95 güven düzeyinde Z kritik değeri olan 1,96'dan düşük olduğundan dolayı H_0 farklılık hipotezi kabul edilmiştir.

SONUÇ

Çalışmada ilk olarak Tanaka / Uejima ve Asai (1982) tarafından geliştirilen Bulanık Regresyon Yaklaşımı ve Zaman Serisi Regresyonu ile Finansal Varlık Getirileri tahmin edilmiştir. Finansal varlık getiri tahminlerinin modellenmesinde Fama / French (1993, 1996) tarafından ortaya konulan Üç Faktörlü Model kullanılmıştır. Çalışma ile Üç Faktörlü Model, Bulanık Regresyon Yaklaşımı ile BIST endeks verileri üzerinde test edilmiş olup, elde edilen getiri tahminleri Üç Faktörlü Modelin Zaman Serisi Regresyon Analizi sonuçları ile karşılaştırılmış.

Üç Faktörlü Model ile elde edilen getiri tahminleri Bulanık Doğrusal Regresyon Yöntemi ile elde edilmiştir. Bulanık Doğrusal Regresyon Yöntemlerinden; doğrusal programlama yöntemi ve aralık analizi kullanılmıştır.

Doğrusal programlama yönteminde BIST endeks verileri farklı h-seviyeleri için bulandırılarak belli bir aralık içerisinde getiri tahmini yapılmıştır. Getiri tahminin yapıldığı aralıklar alt ve üst sınır eğrileri ile belirlenmiş olup, gözlemlenen getirilerinin bu eğriler arasında kaldığı görülmüştür. Farklı h-seviyelerinde doğrusal programlama gerçekleştirilmesi ile h-seviyesi ve risk kavramı arasında bağlantı kurulmuştur. H-seviyesinin artırılması ile modelin bulanıklılığı azaldığından tahmini getiri aralığı azalmaktadır. Bu durumun yatırımcının katlanacağı risk miktarını arttırdığı yorumu yapılmıştır. Bu yorumdan yola çıkarak; riskten kaçan yatırımcıların finansal varlıklarının getirilerini tahmin ederken $h=0,5$ seviyesini, riskli seven yatırımcıların ise $h=0,9$ seviyesini tercih etmesinin uygun olduğu sonucuna varılmıştır.

Üç Faktörlü Modelin Zaman Serisi Regresyon Modeli ile analizi sonucunda BIST-30, BIST-50 ve BIST-100 endekslerinin büyük değerli ve büyüyen portföylerden oluştuğu gözlemlenmiştir. Bu durum BIST endekslerinin risk değerini arttırmaktadır. BIST endekslerinin riskli bulunması sonucunda uyguladığımız h-seviyelerinden BIST endeksine en uygun seviyenin $h=0,5$ olduğu belirlenmiştir.

Doğrusal programlama yöntemi ile elde edilen bulanık sınırlardan yola çıkarak, finansal getiri tahmininde bulanık regresyon yöntemlerinin zaman serisi regresyon yöntemleri yerine kullanılıp kullanılmayacağına karar vermek adına; elde edilen bulanık sınırlara bulanık aralık analizi yöntemi uygulanmıştır.

Çalışmaya göre bulanık regresyon yöntemi ve zaman serisi regresyon analizi ile elde edilen getiri tahminleri gözlemlenen değerlere oldukça yakındır. Üç faktörlü model ile finansal varlık getirilerinin tahmin edilmesinde, bulanık regresyon yöntemi ve zaman serisi regresyon analizi arasında fark yoktur.

ÖZET

Son yıllarda bulanık mantık uygulamaları sağduyulu ve uslamalı bir yaklaşım göstermelerinden ötürü yaygın kullanım alanı bulmaktadır. Bulanık mantığın derecelendirme sağlayarak, esnek karar verme imkanı sunması gerçek yaşam ile oldukça uyuşmaktadır.

Bulanık mantık uygulamaları, belirsizlik taşıyan sistemlerde klasik mantık uygulamalarından daha başarılı olmaktadır. Finansal varlık getirilerinin tahmin edilmesinde de temel amaç belirsizlik unsurunun minimize edilmesidir. Finansal varlıkların getirilerini tahmin etmede yaygın olarak klasik regresyon analizleri uygulanmaktadır. Klasik regresyon analizlerinde uç noktaların varlığında analiz geçersiz olmakta, değişken doğrusallaştırma çalışmalarında özgün veri yapısı bozulabilmektedir. Bulanık regresyon yöntemi ile veri yapısı değiştirilmemekte olup risk faktörleri daha rahat gözlemlenebilmektedir.

Çalışmamızda bulanık regresyon yöntemlerinin finansal getirileri tahmin etmede başarılı olup olmadığının tespit edilmesi adına, Üç Faktörlü Model Bulanık Doğrusal Regresyon Yöntemi ve Zaman Serisi Regresyon Yöntemi ile analiz edilmiş olup, sonuçlar karşılaştırılmıştır. Karşılaştırma sonucunda, Üç Faktörlü Model ile finansal varlıklarının getiri tahmininde bulanık doğrusal regresyon yöntemlerinin başarılı olduğu sonucuna varılmıştır.

ABSTRACT

In recent years fuzzy logic applications have been widely used thanks to their prudent and rigorous approach. Fuzzy logic enables a flexible and graded decision making process, which agrees well with real life situations.

Fuzzy logic applications are more successful in systems with uncertainties compared to classical systems. A good example is financial profit estimation systems where the main goal is to minimize uncertainties. Financial profit estimates are widely done using classical regression analyses. In classical regression analyses, the results become invalid at the end points, thus distorting the data structure in variable linearization. In fuzzy regression method, the data structure is kept intact while risk factors are observed more easily.

In this work the Three-Factor Model Fuzzy Linear Regression Method is applied and compared to the Time Series Regression Method to assess the validity of the Fuzzy Regression Method in estimating financial profits. As a result, the accuracy and the success of the Three-Factor Model is illustrated.

KAYNAKÇA

- ARI, M.E. (1995), "Stabilization of An Inverted Pendulum By Using A Fuzzy Controller", A Master's Thesis, (Ankara: Middle East Technical University).
- ARMUTLULU, İ.H. / YAZICI M. (2012), "Fuzzy Robust Regresyon'un Diğer Regresyon Teknikleriyle Karşılaştırılması ve Bir Uygulama", Journal of Öneri, Marmara Üniversitesi, 38: 33-51.
- ARSHANAPALLI, B. / COGGIN, T.D. / DOUKAS, J. (1998), "Multifactor Asset Pricing Analysis of International Value Investment Strategies," Journal of Portfolio Management, 10-23.
- BILLOU, N. (2004), "Tests of CAPM and Fama and French Three-Factor Model," MBA Project (Canada: Simon Fraser University).
- BIRKHOFF, G. (1948), "Lattice Theory", Am. Math. Soc. Colloq. Publ., Vol. 25, New York.
- BLACK, F. / JENSEN, M. / SCHOLES, M. (1972), "The Capital Asset Pricing Model : Some Empirical Tests," Studies in Theory of Capital Markets (New York: Praeger): 79-121.
- BAYKAL, N. / BEYAN, T. (2004), "Bulanık Mantık İlke ve Temelleri", Bıçaklar Kitabevi, Ankara.
- CHANG, Y.H.O. / AYYUB, B.M. (2001), "Fuzzy Regression Methods – A Comparative Assessment", Fuzzy Sets and Systems, 187 – 203.
- DIAMOND, P. (1988), "Fuzzy least squares" Information Sciences, 46: 141-157.
- DIETHER, K. (2001), "GRS Reviews," University of Chicago – Seminar Presentation : 1-17
- ERİLLİ, A. / KÖREZ M.K. / ÖNER Y. / ALAKUŞ K. (2012), "Kritik (Kriz) Dönem Enflasyon Hesaplamalarında Bulanık Regresyon Tahminlemesi", Doğuş Dergisi, 239-253.

- FAMA, E.F. / FRENCH, K.R. (1992), "The Cross-Section of Expected Stocks Returns," *Journal of Finance*, 47: 427-465.
- FAMA, E.F. / FRENCH, K.R. (1993), "Common Risk Factors in the Returns on Stocks and Bonds," *Journal of Financial Economics*, 33 : 3-56.
- FAMA, E.F. / FRENCH, K.R. (1995), "Size and Book-to-Market Factors in Earnings and Returns," *Journal of Finance*, 50 /1: 131-155.
- FAMA, E.F. / FRENCH, K.R. (1996), "Multifactor Explanations of Asset-Pricing Anomalies," *Journal of Finance*, 51/1:55-84.
- FAMA, E.F. / FRENCH, K.R. (1997), "INDUSTRY Costs of Equity," *Journal of Financial Economics*,43: 153-193.
- FAMA, E.F. / FRENCH, K.R. (2000), "The Capital Asset Pricing Model: Theory and Evidence," *Journal of Economic Perspectives*, 18: 25-46.
- FAMA, E.F. / FRENCH, K.R. (2004), "The Capital Asset-Pricing Model: Theory and Evidence," *Journal of Economic Perspectives*, 25-46.
- FAMA, E.F. / MACBETH, J.D. (1973), "Risk, Return and Equilibrium: Empirical Tests," *Journal of Political Economy*, 81:607-636.
- FANT, L.F./ PETERSON, D.R. (1995), "The Effect of Size, Book-to-Market Equity, Prior Returns, and Beta on Stock Returns: January versus the Remainder of the Year," *Journal of Financial Research*, XVIII/2: 129-142.
- GHOSHRAY, S. (1997), "Fuzzy Linear Regression Analysis by Symmetric Triangular Fuzzy Number Coefficients", *IEEE*, 307 – 313.
- GIBBONS, M.S. / ROSS, S. / SHANKEN, J. (1989), "A Test of the Efficiency of a Given Portfolio," *Econometrica*, 57: 1121-1152.
- GUJARATI, D.N. (1999), "Temel Ekonometri", Çev., Şenesen, Ü., Şenesen, G. G., Literatür Yayıncılık, İstanbul.
- GUO, P. / TANAKA, H. (2001), "Fuzzy DEA: A Perceptual Evaluation Method", *Fuzzy Sets and Systems*, 149 -160.

- GÖKGÖZ, F. (2008), "Üç Faktörlü Varlık Fiyatlandırma Modelinin İstanbul Menkul Kıymetler Borsasında Uygulanabilirliği", Ankara Üniversitesi SBF Dergisi, 43-68.
- HOJATI, M. / BECTOR, C. R. / SMIMOU, K. (2004), "A Simple Method for Computation of Fuzzy Linear Regression", European Journal of Operational Research.
- HONG, D.H. / YI, H. C. (2003), "A Note on Fuzzy Regression Model with Fuzzy Input and Output Data for Manpower Forecasting", Fuzzy Sets and Systems, 301 -305.
- KAO, C. / CHYU, C.L. (2002), "A Fuzzy Linear Regression Model with Better Explanatory Power", Fuzzy Sets and Systems, 401 – 409.
- KARATEPE, Y. / KARAASLAN, E. / GÖKGÖZ, F. (2002), "İMKB'de Bir Uygulama", İMKB Dergisi, 78-88.
- KOCADAĞLI, O. (2009), "A New Approach for Multiple Fuzzy Regression with Fuzzy Output", FUZZYSS09: 1st International Fuzzy Systems Symposium.
- LUKASIEWICZ, J. (1917), "Die Logischen Grundlagen der Warscheinlichkeitsrechnung", Krakow, [İngilizce Çeviri: Lukasiewicz, J. (1970) Logical Foundations of Probability Theory], 16-63.
- MAMDANI, E.H. / ASSILIAN S. (1975), "An Experiment in Linguistic Synthesis with a Fuzzy Logic Controller", International Journal of Man-Machine Studies, 1-13.
- MOSKOWITZ, H. / KIM, K. (1993), "On Assesing the H Value in Fuzzy Linear Regression", Fuzzy Sets and Systems, 303 – 327.
- NASRABADI, M.M. / NASRABADI, E. (2004), "A Mathematical-Programming Approach to Fuzzy Linear Regression Analysis", Applied Mathematics And Computation, 873 – 881.
- ÖZELKAN, E.C. / DUCKSTEIN, L. (2000), "Multi-objective Fuzzy Regression: A General Framework", Computers and Operations Research, 27: 635-652.

- SARIASLAN, H. (2000), "Kaynak Dağılımında Doğrusal Programlama", Turhan Kitabevi, Ankara.
- SHAPIRO, A. F. "Fuzzy Regression and the Term Structure of Interest Rates Revisited" 14th Annual Internat. AFIR Colloquium'da Sunulan Bildiri, 8-9 Kasım, Penn State University, Boston, 2005.
- ŞEN, Z., Bulanık Mantık ve Modelleme İlkeleri, 2001, Bilge Kültür Sanat Kitabevi, İstanbul.
- TANAKA, H., GUO, P., Possibilistic Data Analysis for Operations Research, 1999, Physica-Verlag Heidelberg, New York.
- TANAKA, H., UEJIMA, S., ASAI, K., "Linear Regression Analysis with Fuzzy Model", IEEE, 1982, ss. 903 -907.
- TANAKA, K., An Introduction to Fuzzy Logic for Practical Applications, 1997, Rassel Inc., New York.
- WANG, H. F., TSAUR, R. C., "Insight of a Fuzzy Regression Model", Fuzzy Sets and Systems, 2000, ss. 355 – 369.
- WANG, H. F., TSAUR, R. C., "Resolution of Fuzzy Regression Model", European Journal of Operational Research, 2000, ss. 637 – 650.
- YANG, M. S., LIN, T. S., "Fuzzy Least-Squares Linear Regression Analysis for Fuzzy Input-Output Data", Fuzzy Sets and Systems, 2002, ss. 389 – 399.
- YANG M. LIU H. "Fuzzy Least Squares Algorithms for Interactive Fuzzy Linear Regression Models" Fuzzy Sets and Systems, say 135 sayfa 305-316, 2003.
- YEN, K. K., GHOSHRAY, S., ROIG, G., "A Linear Regression Model Using Triangular Fuzzy Number Coefficients", Fuzzy Sets and Systems, 1999, ss. 167 – 177.
- YÜCEL, L.İ. (2005), "Bulanık Regresyon: Türkiye'de 1980-2004 Döneminde Kayıt Dışı Ekonominin Bulanık Yöntemlerle Tahminine İlişkin Bir Uygulama", Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi. İstanbul Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü. İstanbul.

ZADEH, L. A., “Fuzzy Logic = Computing With Words”, IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 1996, ss. 103 – 111.

ZADEH, L. A., “Fuzzy Logic”, IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 1988, ss. 83 – 93.

ZIMMERMANN, H. J., Fuzzy Set Theory-and Its Applications, 1993, Kluwer Academic Publishers, Massachusetts.

EKLER

EK-1 : A KATSAYILAR MATRİSİ

1	0,0074	0,0071	-0,0025	-0,9	-0,0067	-0,0064	0,0023
-1	-0,0074	-0,0071	0,0025	-0,9	-0,0067	-0,0064	0,0023
1	0,0019	-0,0035	-0,0004	-0,9	-0,0017	0,0031	0,0003
-1	-0,0019	0,0035	0,0004	-0,9	-0,0017	0,0031	0,0003
1	-0,0032	0,0016	0,0047	-0,9	0,0029	-0,0014	-0,0043
-1	0,0032	-0,0016	-0,0047	-0,9	0,0029	-0,0014	-0,0043
1	0,0127	0,0052	0,0007	-0,9	-0,0114	-0,0047	-0,0007
-1	-0,0127	-0,0052	-0,0007	-0,9	-0,0114	-0,0047	-0,0007
1	-0,0293	-0,0021	-0,0013	-0,9	0,0264	0,0019	0,0012
-1	0,0293	0,0021	0,0013	-0,9	0,0264	0,0019	0,0012
1	0,0159	0,0018	-0,0007	-0,9	-0,0143	-0,0017	0,0006
-1	-0,0159	-0,0018	0,0007	-0,9	-0,0143	-0,0017	0,0006
1	-0,0156	0,0100	-0,0095	-0,9	0,0140	-0,0090	0,0085
-1	0,0156	-0,0100	0,0095	-0,9	0,0140	-0,0090	0,0085
1	-0,0187	0,0039	523329906	-0,9	0,0169	-0,0036	-470996915
-1	0,0187	-0,0039	-523329906	-0,9	0,0169	-0,0036	-470996915
1	-0,0052	-0,0309	0,0020	-0,9	0,0047	0,0278	-0,0018
-1	0,0052	0,0309	-0,0020	-0,9	0,0047	0,0278	-0,0018
1	-0,0073	-0,0015	0,0050	-0,9	0,0066	0,0013	-0,0045
-1	0,0073	0,0015	-0,0050	-0,9	0,0066	0,0013	-0,0045
1	-0,0143	-0,0006	-0,0078	-0,9	0,0129	0,0005	0,0070
-1	0,0143	0,0006	0,0078	-0,9	0,0129	0,0005	0,0070
1	0,0344	-0,0077	-0,0033	-0,9	-0,0310	0,0069	0,0029
-1	-0,0344	0,0077	0,0033	-0,9	-0,0310	0,0069	0,0029
1	0,0205	0,0011	0,0131	-0,9	-0,0184	-0,0010	-0,0118
-1	-0,0205	-0,0011	-0,0131	-0,9	-0,0184	-0,0010	-0,0118
1	-0,0041	-0,0063	0,0020	-0,9	0,0037	0,0056	-0,0018
-1	0,0041	0,0063	-0,0020	-0,9	0,0037	0,0056	-0,0018
1	-0,0047	-0,0030	0,0020	-0,9	0,0042	0,0027	-0,0018
-1	0,0047	0,0030	-0,0020	-0,9	0,0042	0,0027	-0,0018
1	-0,0020	-0,0167	-0,0064	-0,9	0,0018	0,0150	0,0058
-1	0,0020	0,0167	0,0064	-0,9	0,0018	0,0150	0,0058
1	0,0041	-0,0107	0,0049	-0,9	-0,0037	0,0097	-0,0044
-1	-0,0041	0,0107	-0,0049	-0,9	-0,0037	0,0097	-0,0044
1	-0,0554	-0,0166	-0,0047	-0,9	0,0498	0,0150	0,0042
-1	0,0554	0,0166	0,0047	-0,9	0,0498	0,0150	0,0042
1	-0,0378	-0,0040	-0,0052	-0,9	0,0341	0,0036	0,0047

-1	0,0378	0,0040	0,0052	-0,9	0,0341	0,0036	0,0047
1	0,0077	0,0044	-0,0066	-0,9	-0,0069	-0,0039	0,0060
-1	-0,0077	-0,0044	0,0066	-0,9	-0,0069	-0,0039	0,0060
1	-0,0160	0,0086	0,0018	-0,9	0,0144	-0,0078	-0,0016
-1	0,0160	-0,0086	-0,0018	-0,9	0,0144	-0,0078	-0,0016
1	-0,0062	0,0044	-0,0038	-0,9	0,0055	-0,0039	0,0035
-1	0,0062	-0,0044	0,0038	-0,9	0,0055	-0,0039	0,0035
1	0,0095	0,0011	-0,0007	-0,9	-0,0086	-0,0010	0,0006
-1	-0,0095	-0,0011	0,0007	-0,9	-0,0086	-0,0010	0,0006
1	0,0037	-0,0010	-0,0025	-0,9	-0,0033	0,0009	0,0023
-1	-0,0037	0,0010	0,0025	-0,9	-0,0033	0,0009	0,0023
1	0,0096	0,0010	-0,0035	-0,9	-0,0086	-0,0009	0,0031
-1	-0,0096	-0,0010	0,0035	-0,9	-0,0086	-0,0009	0,0031
1	0,0008	-0,0066	-0,0070	-0,9	-0,0007	0,0060	0,0063
-1	-0,0008	0,0066	0,0070	-0,9	-0,0007	0,0060	0,0063
1	0,0066	-0,0049	0,0111	-0,9	-0,0060	0,0044	-0,0100
-1	-0,0066	0,0049	-0,0111	-0,9	-0,0060	0,0044	-0,0100
1	0,0061	-0,0026	-0,0038	-0,9	-0,0055	0,0024	0,0034
-1	-0,0061	0,0026	0,0038	-0,9	-0,0055	0,0024	0,0034
1	0,0028	0,0029	0,0022	-0,9	-0,0026	-0,0026	-0,0020
-1	-0,0028	-0,0029	-0,0022	-0,9	-0,0026	-0,0026	-0,0020
1	0,0132	0,0019	0,0056	-0,9	-0,0119	-0,0017	-0,0050
-1	-0,0132	-0,0019	-0,0056	-0,9	-0,0119	-0,0017	-0,0050
1	0,0016	-0,0011	0,0013	-0,9	-0,0014	0,0010	-0,0012
-1	-0,0016	0,0011	-0,0013	-0,9	-0,0014	0,0010	-0,0012
1	0,0054	-0,0048	-0,0033	-0,9	-0,0049	0,0043	0,0030
-1	-0,0054	0,0048	0,0033	-0,9	-0,0049	0,0043	0,0030
1	0,0018	0,0052	-0,0014	-0,9	-0,0016	-0,0047	0,0013
-1	-0,0018	-0,0052	0,0014	-0,9	-0,0016	-0,0047	0,0013
1	0,0098	-0,0041	0,0019	-0,9	-0,0088	0,0037	-0,0017
-1	-0,0098	0,0041	-0,0019	-0,9	-0,0088	0,0037	-0,0017
1	-0,0061	0,0045	-0,0045	-0,9	0,0054	-0,0041	0,0041
-1	0,0061	-0,0045	0,0045	-0,9	0,0054	-0,0041	0,0041
1	0,0051	0,0019	-0,0023	-0,9	-0,0046	-0,0017	0,0021
-1	-0,0051	-0,0019	0,0023	-0,9	-0,0046	-0,0017	0,0021
1	-0,0046	0,0001	0,0001	-0,9	0,0042	-918606735	-0,0001
-1	0,0046	-0,0001	-0,0001	-0,9	0,0042	-918606735	-0,0001
1	0,0032	-0,0092	0,0038	-0,9	-0,0029	0,0083	-0,0034
-1	-0,0032	0,0092	-0,0038	-0,9	-0,0029	0,0083	-0,0034
1	-0,0020	0,0108	0,0068	-0,9	0,0018	-0,0097	-0,0062
-1	0,0020	-0,0108	-0,0068	-0,9	0,0018	-0,0097	-0,0062
1	-0,0136	0,0058	-0,0093	-0,9	0,0122	-0,0052	0,0084
-1	0,0136	-0,0058	0,0093	-0,9	0,0122	-0,0052	0,0084

1	0,0155	-0,0050	0,0029	-0,9	-0,0139	0,0045	-0,0026
-1	-0,0155	0,0050	-0,0029	-0,9	-0,0139	0,0045	-0,0026
1	0,0000	-0,0071	-0,0037	-0,9	0,0000	0,0064	0,0033
-1	0,0000	0,0071	0,0037	-0,9	0,0000	0,0064	0,0033
1	-0,0019	-0,0028	-0,0038	-0,9	0,0017	0,0026	0,0034
-1	0,0019	0,0028	0,0038	-0,9	0,0017	0,0026	0,0034
1	-0,0079	0,0005	0,0033	-0,9	0,0071	-0,0004	-0,0030
-1	0,0079	-0,0005	-0,0033	-0,9	0,0071	-0,0004	-0,0030
1	-0,0015	0,0183	-0,0221	-0,9	0,0013	-0,0165	0,0199
-1	0,0015	-0,0183	0,0221	-0,9	0,0013	-0,0165	0,0199
1	0,0117	-0,0014	0,0102	-0,9	-0,0105	0,0012	-0,0092
-1	-0,0117	0,0014	-0,0102	-0,9	-0,0105	0,0012	-0,0092
1	-0,0268	0,0065	0,0029	-0,9	0,0241	-0,0059	-0,0026
-1	0,0268	-0,0065	-0,0029	-0,9	0,0241	-0,0059	-0,0026
1	-0,0165	0,0132	-0,0006	-0,9	0,0149	-0,0119	0,0005
-1	0,0165	-0,0132	0,0006	-0,9	0,0149	-0,0119	0,0005
1	0,0117	0,0065	0,0109	-0,9	-0,0105	-0,0059	-0,0098
-1	-0,0117	-0,0065	-0,0109	-0,9	-0,0105	-0,0059	-0,0098
1	0,0014	-0,0060	-0,0064	-0,9	-0,0012	0,0054	0,0058
-1	-0,0014	0,0060	0,0064	-0,9	-0,0012	0,0054	0,0058
1	0,0068	-0,0045	0,0048	-0,9	-0,0061	0,0041	-0,0043
-1	-0,0068	0,0045	-0,0048	-0,9	-0,0061	0,0041	-0,0043
1	0,0096	0,0022	0,0003	-0,9	-0,0086	-0,0020	-0,0003
-1	-0,0096	-0,0022	-0,0003	-0,9	-0,0086	-0,0020	-0,0003
1	-0,0176	0,0015	-0,0038	-0,9	0,0158	-0,0013	0,0034
-1	0,0176	-0,0015	0,0038	-0,9	0,0158	-0,0013	0,0034
1	-0,0135	0,0003	-0,0009	-0,9	0,0121	-0,0003	0,0008
-1	0,0135	-0,0003	0,0009	-0,9	0,0121	-0,0003	0,0008
1	-0,0243	-0,0025	0,0030	-0,9	0,0218	0,0023	-0,0027
-1	0,0243	0,0025	-0,0030	-0,9	0,0218	0,0023	-0,0027
1	-0,0177	0,0095	-0,0050	-0,9	0,0159	-0,0085	0,0045
-1	0,0177	-0,0095	0,0050	-0,9	0,0159	-0,0085	0,0045
1	0,0092	0,0021	-0,0143	-0,9	-0,0082	-0,0019	0,0129
-1	-0,0092	-0,0021	0,0143	-0,9	-0,0082	-0,0019	0,0129
1	-0,0377	-0,0163	-0,0032	-0,9	0,0340	0,0146	0,0029
-1	0,0377	0,0163	0,0032	-0,9	0,0340	0,0146	0,0029
1	0,0292	0,0065	-0,0019	-0,9	-0,0263	-0,0058	0,0017
-1	-0,0292	-0,0065	0,0019	-0,9	-0,0263	-0,0058	0,0017
1	0,0108	-0,0022	0,0112	-0,9	-0,0097	0,0020	-0,0101
-1	-0,0108	0,0022	-0,0112	-0,9	-0,0097	0,0020	-0,0101
1	0,0030	-0,0026	-0,0004	-0,9	-0,0027	0,0024	0,0004
-1	-0,0030	0,0026	0,0004	-0,9	-0,0027	0,0024	0,0004
1	0,0098	0,0060	0,0063	-0,9	-0,0088	-0,0054	-0,0057

-1	-0,0098	-0,0060	-0,0063	-0,9	-0,0088	-0,0054	-0,0057
1	-0,0022	0,0020	0,0137	-0,9	0,0020	-0,0018	-0,0124
-1	0,0022	-0,0020	-0,0137	-0,9	0,0020	-0,0018	-0,0124
1	0,0121	-0,0042	-0,0017	-0,9	-0,0109	0,0038	0,0016
-1	-0,0121	0,0042	0,0017	-0,9	-0,0109	0,0038	0,0016
1	-0,0039	0,0044	0,0084	-0,9	0,0035	-0,0039	-0,0076
-1	0,0039	-0,0044	-0,0084	-0,9	0,0035	-0,0039	-0,0076
1	0,0074	-0,0016	-0,0027	-0,9	-0,0066	0,0014	0,0024
-1	-0,0074	0,0016	0,0027	-0,9	-0,0066	0,0014	0,0024
1	0,0092	0,0014	-0,0013	-0,9	-0,0083	-0,0012	0,0011
-1	-0,0092	-0,0014	0,0013	-0,9	-0,0083	-0,0012	0,0011
1	-0,0012	0,0061	0,0036	-0,9	0,0011	-0,0055	-0,0032
-1	0,0012	-0,0061	-0,0036	-0,9	0,0011	-0,0055	-0,0032
1	0,0134	-0,0034	0,0046	-0,9	-0,0121	0,0031	-0,0042
-1	-0,0134	0,0034	-0,0046	-0,9	-0,0121	0,0031	-0,0042
1	-0,0072	-0,0009	0,0045	-0,9	0,0065	0,0008	-0,0041
-1	0,0072	0,0009	-0,0045	-0,9	0,0065	0,0008	-0,0041
1	-0,0214	-0,0010	0,0026	-0,9	0,0192	0,0009	-0,0024
-1	0,0214	0,0010	-0,0026	-0,9	0,0192	0,0009	-0,0024
1	-0,0052	0,0070	0,0091	-0,9	0,0047	-0,0063	-0,0082
-1	0,0052	-0,0070	-0,0091	-0,9	0,0047	-0,0063	-0,0082
1	0,0003	0,0023	-0,0078	-0,9	-0,0002	-0,0021	0,0070
-1	-0,0003	-0,0023	0,0078	-0,9	-0,0002	-0,0021	0,0070
1	0,0096	0,0070	-0,0040	-0,9	-0,0086	-0,0063	0,0036
-1	-0,0096	-0,0070	0,0040	-0,9	-0,0086	-0,0063	0,0036
1	0,0076	-0,0040	-0,0048	-0,9	-0,0069	0,0036	0,0043
-1	-0,0076	0,0040	0,0048	-0,9	-0,0069	0,0036	0,0043
1	-0,0002	-0,0066	0,0004	-0,9	0,0001	0,0059	-0,0004
-1	0,0002	0,0066	-0,0004	-0,9	0,0001	0,0059	-0,0004
1	-0,0081	0,0010	0,0032	-0,9	0,0073	-0,0009	-0,0029
-1	0,0081	-0,0010	-0,0032	-0,9	0,0073	-0,0009	-0,0029
1	-0,0020	-0,0060	-0,0055	-0,9	0,0018	0,0054	0,0049
-1	0,0020	0,0060	0,0055	-0,9	0,0018	0,0054	0,0049
1	-0,0180	-0,0055	0,0014	-0,9	0,0162	0,0050	-0,0012
-1	0,0180	0,0055	-0,0014	-0,9	0,0162	0,0050	-0,0012
1	-0,0042	-0,0005	-0,0041	-0,9	0,0038	0,0005	0,0037
-1	0,0042	0,0005	0,0041	-0,9	0,0038	0,0005	0,0037
1	-0,0522	-0,0063	0,0020	-0,9	0,0470	0,0057	-0,0018
-1	0,0522	0,0063	-0,0020	-0,9	0,0470	0,0057	-0,0018
1	0,0030	0,0032	-0,0035	-0,9	-0,0027	-0,0028	0,0031
-1	-0,0030	-0,0032	0,0035	-0,9	-0,0027	-0,0028	0,0031
1	0,0212	-0,0007	-0,0012	-0,9	-0,0191	0,0007	0,0011
-1	-0,0212	0,0007	0,0012	-0,9	-0,0191	0,0007	0,0011

1	0,0138	-0,0006	0,0091	-0,9	-0,0124	0,0005	-0,0082
-1	-0,0138	0,0006	-0,0091	-0,9	-0,0124	0,0005	-0,0082
1	0,0037	0,0159	0,0003	-0,9	-0,0034	-0,0143	-0,0003
-1	-0,0037	-0,0159	-0,0003	-0,9	-0,0034	-0,0143	-0,0003
1	-0,0095	0,0018	0,0056	-0,9	0,0085	-0,0016	-0,0050
-1	0,0095	-0,0018	-0,0056	-0,9	0,0085	-0,0016	-0,0050
1	-0,0012	0,0067	-0,0046	-0,9	0,0011	-0,0060	0,0042
-1	0,0012	-0,0067	0,0046	-0,9	0,0011	-0,0060	0,0042
1	0,0123	-0,0098	-0,0043	-0,9	-0,0111	0,0088	0,0039
-1	-0,0123	0,0098	0,0043	-0,9	-0,0111	0,0088	0,0039
1	0,0015	0,0068	0,0055	-0,9	-0,0013	-0,0062	-0,0049
-1	-0,0015	-0,0068	-0,0055	-0,9	-0,0013	-0,0062	-0,0049
1	0,0129	0,0050	-0,0063	-0,9	-0,0116	-0,0045	0,0057
-1	-0,0129	-0,0050	0,0063	-0,9	-0,0116	-0,0045	0,0057
1	-0,0161	0,0018	0,0070	-0,9	0,0145	-0,0016	-0,0063
-1	0,0161	-0,0018	-0,0070	-0,9	0,0145	-0,0016	-0,0063
1	-0,0133	-0,0004	0,0016	-0,9	0,0120	0,0004	-0,0014
-1	0,0133	0,0004	-0,0016	-0,9	0,0120	0,0004	-0,0014
1	0,0156	-0,0031	-0,0035	-0,9	-0,0141	0,0027	0,0031
-1	-0,0156	0,0031	0,0035	-0,9	-0,0141	0,0027	0,0031
1	-0,0062	0,0016	-0,0117	-0,9	0,0056	-0,0014	0,0105
-1	0,0062	-0,0016	0,0117	-0,9	0,0056	-0,0014	0,0105
1	-0,0325	-0,0093	-0,0038	-0,9	0,0293	0,0084	0,0034
-1	0,0325	0,0093	0,0038	-0,9	0,0293	0,0084	0,0034
1	0,0230	0,0135	0,0042	-0,9	-0,0207	-0,0122	-0,0037
-1	-0,0230	-0,0135	-0,0042	-0,9	-0,0207	-0,0122	-0,0037
1	0,0069	-0,0043	0,0034	-0,9	-0,0062	0,0038	-0,0031
-1	-0,0069	0,0043	-0,0034	-0,9	-0,0062	0,0038	-0,0031
1	-0,0266	0,0093	-0,0085	-0,9	0,0239	-0,0084	0,0076
-1	0,0266	-0,0093	0,0085	-0,9	0,0239	-0,0084	0,0076
1	-0,0187	-0,0005	-0,0052	-0,9	0,0168	0,0005	0,0047
-1	0,0187	0,0005	0,0052	-0,9	0,0168	0,0005	0,0047
1	0,0101	0,0086	0,0059	-0,9	-0,0091	-0,0077	-0,0053
-1	-0,0101	-0,0086	-0,0059	-0,9	-0,0091	-0,0077	-0,0053
1	0,0011	0,0065	-0,0004	-0,9	-0,0010	-0,0059	0,0004
-1	-0,0011	-0,0065	0,0004	-0,9	-0,0010	-0,0059	0,0004
1	-0,0079	-0,0100	0,0017	-0,9	0,0072	0,0090	-0,0015
-1	0,0079	0,0100	-0,0017	-0,9	0,0072	0,0090	-0,0015
1	0,0227	0,0025	0,0051	-0,9	-0,0205	-0,0023	-0,0046
-1	-0,0227	-0,0025	-0,0051	-0,9	-0,0205	-0,0023	-0,0046
1	0,0044	0,0073	0,0036	-0,9	-0,0040	-0,0066	-0,0032
-1	-0,0044	-0,0073	-0,0036	-0,9	-0,0040	-0,0066	-0,0032
1	0,0072	0,0011	0,0118	-0,9	-0,0065	-0,0010	-0,0107

-1	-0,0072	-0,0011	-0,0118	-0,9	-0,0065	-0,0010	-0,0107
1	0,0078	0,0004	0,0089	-0,9	-0,0070	-0,0003	-0,0080
-1	-0,0078	-0,0004	-0,0089	-0,9	-0,0070	-0,0003	-0,0080
1	0,0196	0,0056	0,0023	-0,9	-0,0177	-0,0050	-0,0021
-1	-0,0196	-0,0056	-0,0023	-0,9	-0,0177	-0,0050	-0,0021
1	0,0044	0,0059	0,0006	-0,9	-0,0040	-0,0053	-0,0005
-1	-0,0044	-0,0059	-0,0006	-0,9	-0,0040	-0,0053	-0,0005
1	-0,0157	0,0034	-0,0016	-0,9	0,0141	-0,0031	0,0014
-1	0,0157	-0,0034	0,0016	-0,9	0,0141	-0,0031	0,0014
1	-0,0182	0,0043	-0,0045	-0,9	0,0164	-0,0038	0,0040
-1	0,0182	-0,0043	0,0045	-0,9	0,0164	-0,0038	0,0040
1	-0,0052	-0,0053	-0,0014	-0,9	0,0046	0,0047	0,0012
-1	0,0052	0,0053	0,0014	-0,9	0,0046	0,0047	0,0012
1	0,0025	0,0017	0,0019	-0,9	-0,0022	-0,0015	-0,0017
-1	-0,0025	-0,0017	-0,0019	-0,9	-0,0022	-0,0015	-0,0017
1	0,0179	-0,0086	-0,0007	-0,9	-0,0161	0,0078	0,0006
-1	-0,0179	0,0086	0,0007	-0,9	-0,0161	0,0078	0,0006
1	0,0079	0,0003	0,0027	-0,9	-0,0071	-0,0002	-0,0024
-1	-0,0079	-0,0003	-0,0027	-0,9	-0,0071	-0,0002	-0,0024
1	-0,0027	-0,0071	-0,0009	-0,9	0,0025	0,0064	0,0008
-1	0,0027	0,0071	0,0009	-0,9	0,0025	0,0064	0,0008
1	-0,0023	0,0013	-0,0084	-0,9	0,0021	-0,0012	0,0076
-1	0,0023	-0,0013	0,0084	-0,9	0,0021	-0,0012	0,0076
1	-0,0084	0,0087	-0,0121	-0,9	0,0075	-0,0079	0,0109
-1	0,0084	-0,0087	0,0121	-0,9	0,0075	-0,0079	0,0109
1	-0,0183	-0,0014	-0,0007	-0,9	0,0165	0,0013	0,0007
-1	0,0183	0,0014	0,0007	-0,9	0,0165	0,0013	0,0007
1	-0,0114	0,0002	-469844797	-0,9	0,0102	-0,0002	422860317
-1	0,0114	-0,0002	469844797	-0,9	0,0102	-0,0002	422860317
1	0,0111	-0,0082	-0,0011	-0,9	-0,0100	0,0074	0,0010
-1	-0,0111	0,0082	0,0011	-0,9	-0,0100	0,0074	0,0010
1	-0,0237	0,0072	-0,0078	-0,9	0,0214	-0,0065	0,0070
-1	0,0237	-0,0072	0,0078	-0,9	0,0214	-0,0065	0,0070
1	-0,0061	-0,0058	-0,0062	-0,9	0,0055	0,0052	0,0056
-1	0,0061	0,0058	0,0062	-0,9	0,0055	0,0052	0,0056
1	0,0078	0,0010	-0,0013	-0,9	-0,0070	-0,0009	0,0012
-1	-0,0078	-0,0010	0,0013	-0,9	-0,0070	-0,0009	0,0012
1	0,0006	-0,0048	0,0032	-0,9	-0,0006	0,0043	-0,0029
-1	-0,0006	0,0048	-0,0032	-0,9	-0,0006	0,0043	-0,0029
1	0,0014	0,0005	0,0047	-0,9	-0,0013	-0,0004	-0,0042
-1	-0,0014	-0,0005	-0,0047	-0,9	-0,0013	-0,0004	-0,0042
1	0,0173	-0,0080	-0,0014	-0,9	-0,0156	0,0072	0,0013
-1	-0,0173	0,0080	0,0014	-0,9	-0,0156	0,0072	0,0013

1	0,0038	-0,0017	0,0003	-0,9	-0,0034	0,0015	-0,0003
-1	-0,0038	0,0017	-0,0003	-0,9	-0,0034	0,0015	-0,0003
1	-0,0016	0,0091	0,0040	-0,9	0,0014	-0,0082	-0,0036
-1	0,0016	-0,0091	-0,0040	-0,9	0,0014	-0,0082	-0,0036
1	-0,0005	-0,0085	-0,0044	-0,9	0,0004	0,0076	0,0040
-1	0,0005	0,0085	0,0044	-0,9	0,0004	0,0076	0,0040
1	0,0063	-0,0077	0,0021	-0,9	-0,0057	0,0070	-0,0019
-1	-0,0063	0,0077	-0,0021	-0,9	-0,0057	0,0070	-0,0019
1	-0,0031	-0,0054	0,0028	-0,9	0,0028	0,0049	-0,0025
-1	0,0031	0,0054	-0,0028	-0,9	0,0028	0,0049	-0,0025
1	-0,0039	-0,0022	0,0009	-0,9	0,0035	0,0020	-0,0008
-1	0,0039	0,0022	-0,0009	-0,9	0,0035	0,0020	-0,0008
1	0,0069	0,0066	0,0019	-0,9	-0,0062	-0,0059	-0,0017
-1	-0,0069	-0,0066	-0,0019	-0,9	-0,0062	-0,0059	-0,0017
1	-0,0065	0,0088	0,0019	-0,9	0,0058	-0,0079	-0,0017
-1	0,0065	-0,0088	-0,0019	-0,9	0,0058	-0,0079	-0,0017
1	-0,0029	0,0053	0,0003	-0,9	0,0026	-0,0048	-0,0003
-1	0,0029	-0,0053	-0,0003	-0,9	0,0026	-0,0048	-0,0003
1	0,0022	-0,0039	0,0035	-0,9	-0,0020	0,0035	-0,0031
-1	-0,0022	0,0039	-0,0035	-0,9	-0,0020	0,0035	-0,0031
1	-0,0018	0,0047	0,0016	-0,9	0,0016	-0,0042	-0,0015
-1	0,0018	-0,0047	-0,0016	-0,9	0,0016	-0,0042	-0,0015
1	-0,0106	0,0011	-0,0046	-0,9	0,0095	-0,0010	0,0041
-1	0,0106	-0,0011	0,0046	-0,9	0,0095	-0,0010	0,0041
1	0,0048	0,0003	-0,0022	-0,9	-0,0044	-0,0002	0,0020
-1	-0,0048	-0,0003	0,0022	-0,9	-0,0044	-0,0002	0,0020
1	0,0002	-0,0203	-0,0149	-0,9	-0,0002	0,0183	0,0134
-1	-0,0002	0,0203	0,0149	-0,9	-0,0002	0,0183	0,0134
1	0,0018	-0,0035	0,0009	-0,9	-0,0017	0,0031	-0,0008
-1	-0,0018	0,0035	-0,0009	-0,9	-0,0017	0,0031	-0,0008
1	0,0059	-0,0058	0,0023	-0,9	-0,0053	0,0052	-0,0021
-1	-0,0059	0,0058	-0,0023	-0,9	-0,0053	0,0052	-0,0021
1	0,0002	-0,0216	-0,0221	-0,9	-0,0002	0,0195	0,0199
-1	-0,0002	0,0216	0,0221	-0,9	-0,0002	0,0195	0,0199
1	0,0144	-0,0016	0,0030	-0,9	-0,0129	0,0014	-0,0027
-1	-0,0144	0,0016	-0,0030	-0,9	-0,0129	0,0014	-0,0027
1	0,0037	-0,0005	-0,0032	-0,9	-0,0034	0,0005	0,0029
-1	-0,0037	0,0005	0,0032	-0,9	-0,0034	0,0005	0,0029
1	-0,0077	0,0075	0,0035	-0,9	0,0069	-0,0067	-0,0032
-1	0,0077	-0,0075	-0,0035	-0,9	0,0069	-0,0067	-0,0032
1	0,0064	0,0017	0,0005	-0,9	-0,0058	-0,0016	-0,0004
-1	-0,0064	-0,0017	-0,0005	-0,9	-0,0058	-0,0016	-0,0004
1	-0,0035	-0,0050	-0,0025	-0,9	0,0031	0,0045	0,0022

-1	0,0035	0,0050	0,0025	-0,9	0,0031	0,0045	0,0022
1	-0,0059	0,0029	-0,0074	-0,9	0,0053	-0,0026	0,0066
-1	0,0059	-0,0029	0,0074	-0,9	0,0053	-0,0026	0,0066
1	-823429318	-0,0089	0,0046	-0,9	7410863864	0,0080	-0,0041
-1	823429318	0,0089	-0,0046	-0,9	7410863864	0,0080	-0,0041
1	0,0058	-954262109	0,0022	-0,9	-0,0052	8588358983	-0,0020
-1	-0,0058	954262109	-0,0022	-0,9	-0,0052	8588358983	-0,0020

EK-2: b ÇÖZÜM VEKTÖRÜ

Ulusal BIST-30 Endeksi	Ulusal BIST-50 Endeksi	Ulusal BIST-100 Endeksi
0,0069	0,0072	0,0074
-0,0069	-0,0072	-0,0074
0,0016	0,0022	0,0019
-0,0016	-0,0022	-0,0019
-0,0033	-0,0033	-0,0032
0,0033	0,0033	0,0032
0,0129	0,0125	0,0127
-0,0129	-0,0125	-0,0127
-0,0305	-0,0297	-0,0293
0,0305	0,0297	0,0293
0,0152	0,0160	0,0159
-0,0152	-0,0160	-0,0159
-0,0171	-0,0166	-0,0156
0,0171	0,0166	0,0156
-0,0211	-0,0200	-0,0187
0,0211	0,0200	0,0187
-0,0066	-0,0057	-0,0052
0,0066	0,0057	0,0052
-0,0075	-0,0076	-0,0073
0,0075	0,0076	0,0073
-0,0134	-0,0136	-0,0143
0,0134	0,0136	0,0143
0,0394	0,0371	0,0344
-0,0394	-0,0371	-0,0344
0,0224	0,0212	0,0205
-0,0224	-0,0212	-0,0205
-0,0055	-0,0043	-0,0041
0,0055	0,0043	0,0041
-0,0052	-0,0050	-0,0047
0,0052	0,0050	0,0047
-0,0040	-0,0021	-0,0020
0,0040	0,0021	0,0020
0,0049	0,0047	0,0041
-0,0049	-0,0047	-0,0041
-0,0522	-0,0540	-0,0554
0,0522	0,0540	0,0554
-0,0402	-0,0382	-0,0378
0,0402	0,0382	0,0378

0,0067	0,0073	0,0077
-0,0067	-0,0073	-0,0077
-0,0161	-0,0161	-0,0160
0,0161	0,0161	0,0160
-0,0058	-0,0062	-0,0062
0,0058	0,0062	0,0062
0,0106	0,0098	0,0095
-0,0106	-0,0098	-0,0095
0,0050	0,0042	0,0037
-0,0050	-0,0042	-0,0037
0,0112	0,0101	0,0096
-0,0112	-0,0101	-0,0096
0,0007	0,0005	0,0008
-0,0007	-0,0005	-0,0008
0,0095	0,0079	0,0066
-0,0095	-0,0079	-0,0066
0,0048	0,0068	0,0061
-0,0048	-0,0068	-0,0061
0,0039	0,0030	0,0028
-0,0039	-0,0030	-0,0028
0,0139	0,0133	0,0132
-0,0139	-0,0133	-0,0132
0,0002	0,0013	0,0016
-0,0002	-0,0013	-0,0016
0,0080	0,0061	0,0054
-0,0080	-0,0061	-0,0054
0,0010	0,0017	0,0018
-0,0010	-0,0017	-0,0018
0,0102	0,0097	0,0098
-0,0102	-0,0097	-0,0098
-0,0064	-0,0062	-0,0061
0,0064	0,0062	0,0061
0,0037	0,0048	0,0051
-0,0037	-0,0048	-0,0051
-0,0063	-0,0052	-0,0046
0,0063	0,0052	0,0046
0,0040	0,0036	0,0032
-0,0040	-0,0036	-0,0032
-0,0030	-0,0023	-0,0020
0,0030	0,0023	0,0020
-0,0153	-0,0139	-0,0136
0,0153	0,0139	0,0136
0,0180	0,0160	0,0155

-0,0180	-0,0160	-0,0155
0,0000	0,0000	0,0000
0,0000	0,0000	0,0000
-0,0024	-0,0019	-0,0019
0,0024	0,0019	0,0019
-0,0092	-0,0083	-0,0079
0,0092	0,0083	0,0079
-0,0028	-0,0019	-0,0015
0,0028	0,0019	0,0015
0,0121	0,0126	0,0117
-0,0121	-0,0126	-0,0117
-0,0318	-0,0282	-0,0268
0,0318	0,0282	0,0268
-0,0198	-0,0182	-0,0165
0,0198	0,0182	0,0165
0,0117	0,0117	0,0117
-0,0117	-0,0117	-0,0117
0,0007	0,0004	0,0014
-0,0007	-0,0004	-0,0014
0,0074	0,0067	0,0068
-0,0074	-0,0067	-0,0068
0,0106	0,0097	0,0096
-0,0106	-0,0097	-0,0096
-0,0195	-0,0175	-0,0176
0,0195	0,0175	0,0176
-0,0120	-0,0130	-0,0135
0,0120	0,0130	0,0135
-0,0250	-0,0248	-0,0243
0,0250	0,0248	0,0243
-0,0200	-0,0186	-0,0177
0,0200	0,0186	0,0177
0,0126	0,0102	0,0092
-0,0126	-0,0102	-0,0092
-0,0343	-0,0359	-0,0377
0,0343	0,0359	0,0377
0,0286	0,0281	0,0292
-0,0286	-0,0281	-0,0292
0,0138	0,0116	0,0108
-0,0138	-0,0116	-0,0108
0,0027	0,0026	0,0030
-0,0027	-0,0026	-0,0030
0,0100	0,0091	0,0098
-0,0100	-0,0091	-0,0098

-0,0032	-0,0028	-0,0022
0,0032	0,0028	0,0022
0,0142	0,0125	0,0121
-0,0142	-0,0125	-0,0121
-0,0037	-0,0040	-0,0039
0,0037	0,0040	0,0039
0,0079	0,0073	0,0074
-0,0079	-0,0073	-0,0074
0,0084	0,0091	0,0092
-0,0084	-0,0091	-0,0092
-0,0018	-0,0018	-0,0012
0,0018	0,0018	0,0012
0,0153	0,0138	0,0134
-0,0153	-0,0138	-0,0134
-0,0068	-0,0069	-0,0072
0,0068	0,0069	0,0072
-0,0209	-0,0207	-0,0214
0,0209	0,0207	0,0214
-0,0072	-0,0064	-0,0052
0,0072	0,0064	0,0052
0,0009	0,0005	0,0003
-0,0009	-0,0005	-0,0003
0,0082	0,0117	0,0096
-0,0082	-0,0117	-0,0096
0,0080	0,0075	0,0076
-0,0080	-0,0075	-0,0076
-0,0002	0,0001	-0,0002
0,0002	-0,0001	0,0002
-0,0096	-0,0084	-0,0081
0,0096	0,0084	0,0081
-0,0020	-0,0022	-0,0020
0,0020	0,0022	0,0020
-0,0195	-0,0179	-0,0180
0,0195	0,0179	0,0180
-0,0058	-0,0047	-0,0042
0,0058	0,0047	0,0042
-0,0541	-0,0517	-0,0522
0,0541	0,0517	0,0522
-0,0004	0,0019	0,0030
0,0004	-0,0019	-0,0030
0,0273	0,0223	0,0212
-0,0273	-0,0223	-0,0212
0,0169	0,0156	0,0138

-0,0169	-0,0156	-0,0138
0,0007	0,0019	0,0037
-0,0007	-0,0019	-0,0037
-0,0112	-0,0103	-0,0095
0,0112	0,0103	0,0095
-0,0037	-0,0033	-0,0012
0,0037	0,0033	0,0012
0,0166	0,0139	0,0123
-0,0166	-0,0139	-0,0123
-0,0002	0,0008	0,0015
0,0002	-0,0008	-0,0015
0,0126	0,0134	0,0129
-0,0126	-0,0134	-0,0129
-0,0209	-0,0201	-0,0161
0,0209	0,0201	0,0161
-0,0145	-0,0137	-0,0133
0,0145	0,0137	0,0133
0,0178	0,0160	0,0156
-0,0178	-0,0160	-0,0156
-0,0071	-0,0068	-0,0062
0,0071	0,0068	0,0062
-0,0337	-0,0338	-0,0325
0,0337	0,0338	0,0325
0,0239	0,0239	0,0230
-0,0239	-0,0239	-0,0230
0,0074	0,0066	0,0069
-0,0074	-0,0066	-0,0069
-0,0308	-0,0294	-0,0266
0,0308	0,0294	0,0266
-0,0228	-0,0212	-0,0187
0,0228	0,0212	0,0187
0,0129	0,0116	0,0101
-0,0129	-0,0116	-0,0101
3655096050	0,0016	0,0011
-3655096050	-0,0016	-0,0011
-0,0064	-0,0068	-0,0079
0,0064	0,0068	0,0079
0,0251	0,0227	0,0227
-0,0251	-0,0227	-0,0227
0,0041	0,0039	0,0044
-0,0041	-0,0039	-0,0044
0,0077	0,0074	0,0072
-0,0077	-0,0074	-0,0072

0,0076	0,0087	0,0078
-0,0076	-0,0087	-0,0078
0,0210	0,0198	0,0196
-0,0210	-0,0198	-0,0196
0,0049	0,0041	0,0044
-0,0049	-0,0041	-0,0044
-0,0160	-0,0158	-0,0157
0,0160	0,0158	0,0157
-0,0178	-0,0196	-0,0182
0,0178	0,0196	0,0182
-0,0047	-0,0049	-0,0052
0,0047	0,0049	0,0052
0,0023	0,0027	0,0025
-0,0023	-0,0027	-0,0025
0,0194	0,0181	0,0179
-0,0194	-0,0181	-0,0179
0,0094	0,0080	0,0079
-0,0094	-0,0080	-0,0079
-0,0033	-0,0029	-0,0027
0,0033	0,0029	0,0027
-0,0037	-0,0027	-0,0023
0,0037	0,0027	0,0023
-0,0119	-0,0095	-0,0084
0,0119	0,0095	0,0084
-0,0199	-0,0184	-0,0183
0,0199	0,0184	0,0183
-0,0120	-0,0114	-0,0114
0,0120	0,0114	0,0114
0,0131	0,0124	0,0111
-0,0131	-0,0124	-0,0111
-0,0267	-0,0245	-0,0237
0,0267	0,0245	0,0237
-0,0085	-0,0054	-0,0061
0,0085	0,0054	0,0061
0,0068	0,0070	0,0078
-0,0068	-0,0070	-0,0078
0,0004	0,0004	0,0006
-0,0004	-0,0004	-0,0006
0,0041	0,0010	0,0014
-0,0041	-0,0010	-0,0014
0,0189	0,0176	0,0173
-0,0189	-0,0176	-0,0173
0,0041	0,0039	0,0038

-0,0041	-0,0039	-0,0038
-0,0007	-0,0015	-0,0016
0,0007	0,0015	0,0016
-0,0005	-0,0003	-0,0005
0,0005	0,0003	0,0005
0,0069	0,0062	0,0063
-0,0069	-0,0062	-0,0063
-0,0044	-0,0034	-0,0031
0,0044	0,0034	0,0031
-0,0049	-0,0040	-0,0039
0,0049	0,0040	0,0039
0,0084	0,0079	0,0069
-0,0084	-0,0079	-0,0069
-0,0065	-0,0068	-0,0065
0,0065	0,0068	0,0065
-0,0023	-0,0031	-0,0029
0,0023	0,0031	0,0029
0,0020	0,0024	0,0022
-0,0020	-0,0024	-0,0022
-0,0014	-0,0019	-0,0018
0,0014	0,0019	0,0018
-0,0102	-0,0106	-0,0106
0,0102	0,0106	0,0106
0,0072	0,0059	0,0048
-0,0072	-0,0059	-0,0048
0,0018	0,0007	0,0002
-0,0018	-0,0007	-0,0002
0,0037	0,0019	0,0018
-0,0037	-0,0019	-0,0018
0,0078	0,0067	0,0059
-0,0078	-0,0067	-0,0059
0,0014	0,0005	0,0002
-0,0014	-0,0005	-0,0002
0,0155	0,0145	0,0144
-0,0155	-0,0145	-0,0144
0,0034	0,0038	0,0037
-0,0034	-0,0038	-0,0037
-0,0054	-0,0075	-0,0077
0,0054	0,0075	0,0077
0,0066	0,0069	0,0064
-0,0066	-0,0069	-0,0064
-0,0048	-0,0042	-0,0035
0,0048	0,0042	0,0035

-0,0063	-0,0064	-0,0059
0,0063	0,0064	0,0059
-0,0005	0,0002	-8234293182
0,0005	-0,0002	8234293182
0,0071	0,0061	0,0058
-0,0071	-0,0061	-0,0058

**EK-3: Ulusal BIST-30 Endeksinin 2010-2012 Yılları Arasındaki Gözlemlenen
Getirisinin Bulanık Alt ve Üst Sınır Değerleri ile Karşılaştırılma Sonuçları
(h=0,9 için)**

Haftalar	Y_i	\tilde{Y}^{alt}	$\tilde{Y}^{üst}$
1	0,0069	0,0034	0,0126
2	0,0016	-0,0016	0,0076
3	-0,0033	-0,0077	0,0015
4	0,0129	0,0090	0,0182
5	-0,0305	-0,0347	-0,0256
6	0,0152	0,0127	0,0219
7	-0,0171	-0,0209	-0,0117
8	-0,0211	-0,0241	-0,0149
9	-0,0066	-0,0070	0,0022
10	-0,0075	-0,0118	-0,0026
11	-0,0134	-0,0187	-0,0096
12	0,0394	0,0332	0,0424
13	0,0224	0,0170	0,0262
14	-0,0055	-0,0078	0,0014
15	-0,0052	-0,0088	0,0004
16	-0,0040	-0,0045	0,0047
17	0,0049	0,0011	0,0103
18	-0,0522	-0,0609	-0,0517
19	-0,0402	-0,0434	-0,0342
20	0,0067	0,0041	0,0133
21	-0,0161	-0,0216	-0,0124
22	-0,0058	-0,0107	-0,0015
23	0,0106	0,0060	0,0152
24	0,0050	0,0001	0,0093
25	0,0112	0,0063	0,0154
26	0,0007	-0,0023	0,0069
27	0,0095	0,0030	0,0121
28	0,0048	0,0029	0,0120
29	0,0039	-0,0013	0,0079
30	0,0139	0,0096	0,0188
31	0,0002	-0,0022	0,0070
32	0,0080	0,0023	0,0115
33	0,0010	-0,0024	0,0068
34	0,0102	0,0066	0,0158
35	-0,0064	-0,0105	-0,0013

36	0,0037	0,0014	0,0106
37	-0,0063	-0,0089	0,0003
38	0,0040	1,3240	0,0092
39	-0,0030	-0,0072	0,0020
40	-0,0153	-0,0184	-0,0092
41	0,0180	0,0127	0,0219
42	0,0000	-0,0032	0,0060
43	-0,0024	-0,0056	0,0036
44	-0,0092	-0,0125	-0,0033
45	-0,0028	-0,0060	0,0032
46	0,0121	0,0080	0,0172
47	-0,0318	-0,0329	-0,0237
48	-0,0198	-0,0225	-0,0133
49	0,0117	0,0074	0,0166
50	0,0007	-0,0018	0,0074
51	0,0074	0,0034	0,0126
52	0,0106	0,0060	0,0152
53	-0,0195	-0,0225	-0,0133
54	-0,0120	-0,0182	-0,0090
55	-0,0250	-0,0295	-0,0203
56	-0,0200	-0,0232	-0,0140
57	0,0126	0,0062	0,0154
58	-0,0343	-0,0424	-0,0332
59	0,0286	0,0265	0,0357
60	0,0138	0,0072	0,0164
61	0,0027	-0,0006	0,0086
62	0,0100	0,0057	0,0148
63	-0,0032	-0,0071	0,0021
64	0,0142	0,0093	0,0184
65	-0,0037	-0,0088	0,0004
66	0,0079	0,0041	0,0133
67	0,0084	0,0057	0,0149
68	-0,0018	-0,0059	0,0033
69	0,0153	0,0103	0,0195
70	-0,0068	-0,0117	-0,0025
71	-0,0209	-0,0266	-0,0174
72	-0,0072	-0,0104	-0,0012
73	0,0009	-0,0035	0,0057
74	0,0082	0,0058	0,0150
75	0,0080	0,0047	0,0138
76	-0,0002	-0,0036	0,0056
77	-0,0096	-0,0127	-0,0036
78	-0,0020	-0,0054	0,0038

79	-0,0195	-0,0226	-0,0134
80	-0,0058	-0,0082	0,0010
81	-0,0541	-0,0587	-0,0495
82	-0,0004	-0,0008	0,0083
83	0,0273	0,0186	0,0278
84	0,0169	0,0102	0,0194
85	0,0007	-0,0013	0,0079
86	-0,0112	-0,0144	-0,0052
87	-0,0037	-0,0056	0,0036
88	0,0166	0,0100	0,0192
89	-0,0002	-0,0032	0,0060
90	0,0126	0,0095	0,0187
91	-0,0209	-0,0214	-0,0122
92	-0,0145	-0,0181	-0,0089
93	0,0178	0,0130	0,0221
94	-0,0071	-0,0101	-0,0010
95	-0,0337	-0,0374	-0,0282
96	0,0239	0,0191	0,0283
97	0,0074	0,0036	0,0128
98	-0,0308	-0,0324	-0,0233
99	-0,0228	-0,0234	-0,0143
100	0,0129	0,0058	0,0150
101	0,0032	-0,0033	0,0058
102	-0,0064	-0,0116	-0,0024
103	0,0251	0,0197	0,0288
104	0,0041	-1,0651	0,0092
105	0,0077	0,0030	0,0122
106	0,0076	0,0039	0,0130
107	0,0210	0,0162	0,0254
108	0,0049	0,0002	0,0094
109	-0,0160	-0,0207	-0,0115
110	-0,0178	-0,0233	-0,0141
111	-0,0047	-0,0089	0,0003
112	0,0023	-0,0016	0,0076
113	0,0194	0,0157	0,0248
114	0,0094	0,0043	0,0135
115	-0,0033	-0,0062	0,0029
116	-0,0037	-0,0062	0,0030
117	-0,0119	-0,0130	-0,0038
118	-0,0199	-0,0232	-0,0140
119	-0,0120	-0,0160	-0,0068
120	0,0131	0,0085	0,0177
121	-0,0267	-0,0293	-0,0201

122	-0,0085	-0,0096	-0,0005
123	0,0068	0,0042	0,0134
124	0,0004	-0,0031	0,0061
125	0,0041	-0,0027	0,0065
126	0,0189	0,0151	0,0243
127	0,0041	0,0001	0,0093
128	-0,0007	-0,0065	0,0027
129	-0,0005	-0,0036	0,0056
130	0,0069	0,0032	0,0124
131	-0,0044	-0,0069	0,0023
132	-0,0049	-0,0079	0,0013
133	0,0084	0,0027	0,0119
134	-0,0065	-0,0116	-0,0024
135	-0,0023	-0,0074	0,0018
136	0,0020	-0,0015	0,0077
137	-0,0014	-0,0063	0,0029
138	-0,0102	-0,0150	-0,0058
139	0,0072	0,0012	0,0104
140	0,0018	-0,0015	0,0077
141	0,0037	-0,0018	0,0074
142	0,0078	0,0026	0,0118
143	0,0014	-0,0011	0,0081
144	0,0155	0,0112	0,0204
145	0,0034	0,0002	0,0093
146	-0,0054	-0,0128	-0,0036
147	0,0066	0,0027	0,0118
148	-0,0048	-0,0071	0,0021
149	-0,0063	-0,0101	-0,0009
150	-0,0005	-0,0035	0,0057
151	0,0071	0,0021	0,0112

**EK-4: Ulusal BIST-50 Endeksinin 2010-2012 Yılları Arasındaki Gözlemlenen
Getirisinin Bulanık Alt ve Üst Sınır Değerleri ile Karşılaştırılma Sonuçları
(h=0,9 için)**

Haftalar	Y_i	\tilde{Y}^{alt}	$\tilde{Y}^{üst}$
1	0,0072	0,0045	0,0097
2	0,0022	-0,0008	0,0044
3	-0,0033	-0,0069	-0,0014
4	0,0125	0,0097	0,0150
5	-0,0297	-0,0331	-0,0279
6	0,0160	0,0133	0,0186
7	-0,0166	-0,0189	-0,0138
8	-0,0200	-0,0226	-0,0173
9	-0,0057	-0,0069	-0,0016
10	-0,0076	-0,0110	-0,0056
11	-0,0136	-0,0171	-0,0121
12	0,0371	0,0332	0,0384
13	0,0212	0,0169	0,0225
14	-0,0043	-0,0071	-0,0018
15	-0,0050	-0,0079	-0,0026
16	-0,0021	-0,0037	0,0014
17	0,0047	0,0014	0,0068
18	-0,0540	-0,0589	-0,0538
19	-0,0382	-0,0415	-0,0363
20	0,0073	0,0052	0,0104
21	-0,0161	-0,0201	-0,0148
22	-0,0062	-0,0093	-0,0041
23	0,0098	0,0068	0,0121
24	0,0042	0,0010	0,0062
25	0,0101	0,0071	0,0123
26	0,0005	-0,0013	0,0038
27	0,0079	0,0030	0,0086
28	0,0068	0,0037	0,0089
29	0,0030	-0,0005	0,0049
30	0,0133	0,0100	0,0154
31	0,0013	-0,0015	0,0039
32	0,0061	0,0031	0,0083
33	0,0017	-0,0013	0,0039
34	0,0097	0,0071	0,0124
35	-0,0062	-0,0091	-0,0040

36	0,0048	0,0023	0,0075
37	-0,0052	-0,0079	-0,0026
38	0,0036	0,0004	0,0058
39	-0,0023	-0,0063	-0,0008
40	-0,0139	-0,0166	-0,0115
41	0,0160	0,0130	0,0183
42	0,0000	-0,0023	0,0028
43	-0,0019	-0,0046	0,0006
44	-0,0083	-0,0115	-0,0062
45	-0,0019	-0,0035	0,0012
46	0,0126	0,0082	0,0137
47	-0,0282	-0,0313	-0,0259
48	-0,0182	-0,0208	-0,0155
49	0,0117	0,0077	0,0133
50	0,0004	-0,0007	0,0044
51	0,0067	0,0038	0,0092
52	0,0097	0,0067	0,0120
53	-0,0175	-0,0209	-0,0158
54	-0,0130	-0,0169	-0,0117
55	-0,0248	-0,0283	-0,0229
56	-0,0186	-0,0214	-0,0162
57	0,0102	0,0076	0,0125
58	-0,0359	-0,0409	-0,0357
59	0,0281	0,0270	0,0322
60	0,0116	0,0072	0,0128
61	0,0026	0,0002	0,0055
62	0,0091	0,0062	0,0116
63	-0,0028	-0,0067	-0,0011
64	0,0125	0,0098	0,0151
65	-0,0040	-0,0080	-0,0025
66	0,0073	0,0049	0,0101
67	0,0091	0,0065	0,0118
68	-0,0018	-0,0049	0,0004
69	0,0138	0,0106	0,0160
70	-0,0069	-0,0109	-0,0055
71	-0,0207	-0,0253	-0,0200
72	-0,0064	-0,0096	-0,0041
73	0,0005	-0,0022	0,0029
74	0,0117	0,0069	0,0120
75	0,0075	0,0055	0,0107
76	0,0001	-0,0029	0,0024
77	-0,0084	-0,0118	-0,0064
78	-0,0022	-0,0044	0,0008

79	-0,0179	-0,0214	-0,0161
80	-0,0047	-0,0070	-0,0018
81	-0,0517	-0,0568	-0,0515
82	0,0019	0,0002	0,0054
83	0,0223	0,0190	0,0243
84	0,0156	0,0104	0,0159
85	0,0019	-577748	0,0052
86	-0,0103	-0,0134	-0,0080
87	-0,0033	-0,0042	0,0009
88	0,0139	0,0105	0,0157
89	0,0008	-0,0024	0,0030
90	0,0134	0,0106	0,0157
91	-0,0201	-0,0204	-0,0149
92	-0,0137	-0,0170	-0,0116
93	0,0160	0,0136	0,0188
94	-0,0068	-0,0085	-0,0035
95	-0,0338	-0,0358	-0,0306
96	0,0239	0,0196	0,0250
97	0,0066	0,0040	0,0094
98	-0,0294	-0,0302	-0,0252
99	-0,0212	-0,0219	-0,0167
100	0,0116	0,0064	0,0118
101	0,0016	-0,0023	0,0030
102	-0,0068	-0,0109	-0,0056
103	0,0227	0,0199	0,0253
104	0,0039	0,0008	0,0062
105	0,0074	0,0032	0,0088
106	0,0087	0,0042	0,0097
107	0,0198	0,0167	0,0221
108	0,0041	0,0011	0,0064
109	-0,0158	-0,0193	-0,0140
110	-0,0196	-0,0217	-0,0165
111	-0,0049	-0,0080	-0,0027
112	0,0027	-0,0008	0,0046
113	0,0181	0,0159	0,0212
114	0,0080	0,0049	0,0102
115	-0,0029	-0,0054	-0,0002
116	-0,0027	-0,0048	0,0003
117	-0,0095	-0,0111	-0,0061
118	-0,0184	-0,0218	-0,0166
119	-0,0114	-0,0148	-0,0095
120	0,0124	0,0090	0,0142
121	-0,0245	-0,0273	-0,0222

122	-0,0054	-0,0085	-0,0033
123	0,0070	0,0050	0,0103
124	0,0004	-0,0024	0,0029
125	0,0010	-0,0020	0,0034
126	0,0176	0,0154	0,0207
127	0,0039	0,0009	0,0062
128	-0,0015	-0,0055	-0,0001
129	-0,0003	-0,0027	0,0025
130	0,0062	0,0037	0,0090
131	-0,0034	-0,0062	-0,0008
132	-0,0040	-0,0070	-0,0017
133	0,0079	0,0035	0,0089
134	-0,0068	-0,0104	-0,0050
135	-0,0031	-0,0063	-0,0010
136	0,0024	-0,0009	0,0045
137	-0,0019	-0,0053	3015466267,4589
138	-0,0106	-0,0136	-0,0084
139	0,0059	0,0021	0,0074
140	0,0007	-0,0004	0,0045
141	0,0019	-0,0011	0,0043
142	0,0067	0,0031	0,0084
143	0,0005	0,0003	0,0050
144	0,0145	0,0116	0,0170
145	0,0038	0,0011	0,0063
146	-0,0075	-0,0117	-0,0063
147	0,0069	0,0034	0,0087
148	-0,0042	-0,0061	-0,0009
149	-0,0064	-0,0086	-0,0035
150	0,0002	-0,0031	0,0023
151	0,0061	0,0027	0,0081

**EK-5: Ulusal BIST-100 Endeksinin 2010-2012 Yılları Arasındaki Gözlemlenen
Getirisinin Bulanık Alt ve Üst Sınır Değerleri ile Karşılaştırılma Sonuçları
(h=0,9 için)**

Haftalar	Y_i	\tilde{Y}^{alt}	$\tilde{Y}^{üst}$
1	0,0074	0,0074	0,0074
2	0,0019	0,0019	0,0019
3	-0,0032	-0,0032	-0,0032
4	0,0127	0,0127	0,0127
5	-0,0293	-0,0293	-0,0293
6	0,0159	0,0159	0,0159
7	-0,0156	-0,0156	-0,0156
8	-0,0187	-0,0187	-0,0187
9	-0,0052	-0,0052	-0,0052
10	-0,0073	-0,0073	-0,0073
11	-0,0143	-0,0143	-0,0143
12	0,0344	0,0344	0,0344
13	0,0205	0,0205	0,0205
14	-0,0041	-0,0041	-0,0041
15	-0,0047	-0,0047	-0,0047
16	-0,0020	-0,0020	-0,0020
17	0,0041	0,0041	0,0041
18	-0,0554	-0,0554	-0,0554
19	-0,0378	-0,0378	-0,0378
20	0,0077	0,0077	0,0077
21	-0,0160	-0,0160	-0,0160
22	-0,0062	-0,0062	-0,0062
23	0,0095	0,0095	0,0095
24	0,0037	0,0037	0,0037
25	0,0096	0,0096	0,0096
26	0,0008	0,0008	0,0008
27	0,0066	0,0066	0,0066
28	0,0061	0,0061	0,0061
29	0,0028	0,0028	0,0028
30	0,0132	0,0132	0,0132
31	0,0016	0,0016	0,0016
32	0,0054	0,0054	0,0054
33	0,0018	0,0018	0,0018
34	0,0098	0,0098	0,0098
35	-0,0061	-0,0061	-0,0061

36	0,0051	0,0051	0,0051
37	-0,0046	-0,0046	-0,0046
38	0,0032	0,0032	0,0032
39	-0,0020	-0,0020	-0,0020
40	-0,0136	-0,0136	-0,0136
41	0,0155	0,0155	0,0155
42	303,5615	-396,9960	303,5615
43	-0,0019	-0,0019	-0,0019
44	-0,0079	-0,0079	-0,0079
45	-0,0015	-0,0015	-0,0015
46	0,0117	0,0117	0,0117
47	-0,0268	-0,0268	-0,0268
48	-0,0165	-0,0165	-0,0165
49	0,0117	0,0117	0,0117
50	0,0014	0,0014	0,0014
51	0,0068	0,0068	0,0068
52	0,0096	0,0096	0,0096
53	-0,0176	-0,0176	-0,0176
54	-0,0135	-0,0135	-0,0135
55	-0,0243	-0,0243	-0,0243
56	-0,0177	-0,0177	-0,0177
57	0,0092	0,0092	0,0092
58	-0,0377	-0,0377	-0,0377
59	0,0292	0,0292	0,0292
60	0,0108	0,0108	0,0108
61	0,0030	0,0030	0,0030
62	0,0098	0,0098	0,0098
63	-0,0022	-0,0022	-0,0022
64	0,0121	0,0121	0,0121
65	-0,0039	-0,0039	-0,0039
66	0,0074	0,0074	0,0074
67	0,0092	0,0092	0,0092
68	-0,0012	-0,0012	-0,0012
69	0,0134	0,0134	0,0134
70	-0,0072	-0,0072	-0,0072
71	-0,0214	-0,0214	-0,0214
72	-0,0052	-0,0052	-0,0052
73	0,0003	0,0003	0,0003
74	0,0096	0,0096	0,0096
75	0,0076	0,0076	0,0076
76	-0,0002	-0,0002	-0,0002
77	-0,0081	-0,0081	-0,0081
78	-0,0020	-0,0020	-0,0020

79	-0,0180	-0,0180	-0,0180
80	-0,0042	-0,0042	-0,0042
81	-0,0522	-0,0522	-0,0522
82	0,0030	0,0030	0,0030
83	0,0212	0,0212	0,0212
84	0,0138	0,0138	0,0138
85	0,0037	0,0037	0,0037
86	-0,0095	-0,0095	-0,0095
87	-0,0012	-0,0012	-0,0012
88	0,0123	0,0123	0,0123
89	0,0015	0,0015	0,0015
90	0,0129	0,0129	0,0129
91	-0,0161	-0,0161	-0,0161
92	-0,0133	-0,0133	-0,0133
93	0,0156	0,0156	0,0156
94	-0,0062	-0,0062	-0,0062
95	-0,0325	-0,0325	-0,0325
96	0,0230	0,0230	0,0230
97	0,0069	0,0069	0,0069
98	-0,0266	-0,0266	-0,0266
99	-0,0187	-0,0187	-0,0187
100	0,0101	0,0101	0,0101
101	0,0011	0,0011	0,0011
102	-0,0079	-0,0079	-0,0079
103	0,0227	0,0227	0,0227
104	0,0044	0,0044	0,0044
105	0,0072	0,0072	0,0072
106	0,0078	0,0078	0,0078
107	0,0196	0,0196	0,0196
108	0,0044	0,0044	0,0044
109	-0,0157	-0,0157	-0,0157
110	-0,0182	-0,0182	-0,0182
111	-0,0052	-0,0052	-0,0052
112	0,0025	0,0025	0,0025
113	0,0179	0,0179	0,0179
114	0,0079	0,0079	0,0079
115	-0,0027	-0,0027	-0,0027
116	-0,0023	-0,0023	-0,0023
117	-0,0084	-0,0084	-0,0084
118	-0,0183	-0,0183	-0,0183
119	-0,0114	-0,0114	-0,0114
120	0,0111	0,0111	0,0111
121	-0,0237	-0,0237	-0,0237

122	-0,0061	-0,0061	-0,0061
123	0,0078	0,0078	0,0078
124	0,0006	0,0006	0,0006
125	0,0014	0,0014	0,0014
126	0,0173	0,0173	0,0173
127	0,0038	0,0038	0,0038
128	-0,0016	-0,0016	-0,0016
129	-0,0005	-0,0005	-0,0005
130	0,0063	0,0063	0,0063
131	-0,0031	-0,0031	-0,0031
132	-0,0039	-0,0039	-0,0039
133	0,0069	0,0069	0,0069
134	-0,0065	-0,0065	-0,0065
135	-0,0029	-0,0029	-0,0029
136	0,0022	0,0022	0,0022
137	-0,0018	-0,0018	-0,0018
138	-0,0106	-0,0106	-0,0106
139	0,0048	0,0048	0,0048
140	0,0002	0,0002	0,0002
141	0,0018	0,0018	0,0018
142	0,0059	0,0059	0,0059
143	0,0002	0,0002	0,0002
144	0,0144	0,0144	0,0144
145	0,0037	0,0037	0,0037
146	-0,0077	-0,0077	-0,0077
147	0,0064	0,0064	0,0064
148	-0,0035	-0,0035	-0,0035
149	-0,0059	-0,0059	-0,0059
150	-8234292860,7179	-8234293567,3289	-8234292860,7179
151	0,0058	0,0058	0,0058

EK-6 ULUSAL BIST-30 ENDEKSİ ZAMAN SERİSİ REGRESYON ANALİZİ
SONUÇLARI

Dependent Variable: XU30 DIBS				
Method: Least Squares				
Date: 07/01/15 Time: 03:36				
Sample: 1 151				
Included observations: 151				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	1.42E-05	0.000123	0.115339	0.9083
XU100 DIBS	1.061784	0.009097	116.7216	0.0000
SMB	-0.086809	0.017698	-4.905154	0.0000
HML	0.024455	0.021656	1.129256	0.2606
R-squared	0.989757	Mean dependent var	-0.000998	
Adjusted R-squared	0.989548	S.D. dependent var	0.014724	
S.E. of regression	0.001505	Akaike info criterion	-10.13353	
Sum squared resid	0.000333	Schwarz criterion	-10.05360	
Log likelihood	769.0815	Hannan-Quinn criter.	-10.10106	
F-statistic	4734.704	Durbin-Watson stat	2.005447	
Prob(F-statistic)	0.000000			

EK-7 ULUSAL BIST-50 ENDEKSİ ZAMAN SERİSİ REGRESYON ANALİZİ
SONUÇLARI

Dependent Variable: XU50 DIBS				
Method: Least Squares				
Date: 06/10/15 Time: 04:17				
Sample: 1 151				
Included observations: 151				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-3.18E-05	6.17E-05	-0.515782	0.6068
XU100 DIBS	1.021588	0.004566	223.7420	0.0000
SMB	-0.043458	0.008883	-4.892274	0.0000
HML	0.007530	0.010870	0.692772	0.4895
R-squared	0.997188	Mean dependent var	-0.001013	
Adjusted R-squared	0.997131	S.D. dependent var	0.014106	
S.E. of regression	0.000756	Akaike info criterion	-11.51212	
Sum squared resid	8.39E-05	Schwarz criterion	-11.43219	
Log likelihood	873.1647	Hannan-Quinn criter.	-11.47964	
F-statistic	17378.67	Durbin-Watson stat	1.973838	
Prob(F-statistic)	0.000000			

**EK-8 ULUSAL BIST-100 ENDEKSİ ZAMAN SERİSİ REGRESYON
ANALİZİ SONUÇLARI**

Dependent Variable: XU100 DIBS Method: Least Squares Date: 06/10/15 Time: 04:18 Sample: 1 151 Included observations: 151				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-4.24E-19	6.99E-20	-6.056318	0.0000
XU100 DIBS	1.000000	5.17E-18	1.93E+17	0.0000
SMB	-1.19E-16	1.01E-17	-11.84719	0.0000
HML	0.000000	1.23E-17	0.000000	1.0000
R-squared	1.000000	Mean dependent var	-0.000970	
Adjusted R-squared	1.000000	S.D. dependent var	0.013798	
S.E. of regression	8.56E-19	Sum squared resid	1.08E-34	
F-statistic	1.30E+34	Durbin-Watson stat	1.963345	
Prob(F-statistic)	0.000000			

EK-9 BIST-30 ENDEKSİ $\tilde{Y}_i^{ortalama}$, \tilde{Y}_i^{alt} , $\tilde{Y}_i^{üst}$ DEĞERLERİ

i: gözlem	\tilde{Y}_i^{alt}	$\tilde{Y}_i^{üst}$	$\tilde{Y}_i^{ortalama}$
1	0.0034	0.0126	0.0080
2	-0.0016	0.0076	0.0030
3	-0.0077	0.0015	-0.0031
4	0.0090	0.0182	0.0136
5	-0.0347	-0.0256	-0.0302
6	0.0127	0.0219	0.0173
7	-0.0209	-0.0117	-0.0163
8	-0.0241	-0.0149	-0.0195
9	-0.0070	0.0022	-0.0024
10	-0.0118	-0.0026	-0.0072
11	-0.0187	-0.0096	-0.0141
12	0.0332	0.0424	0.0378
13	0.0170	0.0262	0.0216
14	-0.0078	0.0014	-0.0032
15	-0.0088	0.0004	-0.0042
16	-0.0045	0.0047	0.0001
17	0.0011	0.0103	0.0057
18	-0.0609	-0.0517	-0.0563
19	-0.0434	-0.0342	-0.0388
20	0.0041	0.0133	0.0087
21	-0.0216	-0.0124	-0.0170
22	-0.0107	-0.0015	-0.0061
23	0.0060	0.0152	0.0106
24	0.0001	0.0093	0.0047
25	0.0063	0.0154	0.0108
26	-0.0023	0.0069	0.0023
27	0.0030	0.0121	0.0076
28	0.0029	0.0120	0.0074
29	-0.0013	0.0079	0.0033
30	0.0096	0.0188	0.0142
31	-0.0022	0.0070	0.0024
32	0.0023	0.0115	0.0069
33	-0.0024	0.0068	0.0022
34	0.0066	0.0158	0.0112
35	-0.0105	-0.0013	-0.0059
36	0.0014	0.0106	0.0060
37	-0.0089	0.0003	-0.0043
38	1.3240	0.0092	0.6666
39	-0.0072	0.0020	-0.0026

40	-0.0184	-0.0092	-0.0138
41	0.0127	0.0219	0.0173
42	-0.0032	0.0060	0.0014
43	-0.0056	0.0036	-0.0010
44	-0.0125	-0.0033	-0.0079
45	-0.0060	0.0032	-0.0014
46	0.0080	0.0172	0.0126
47	-0.0329	-0.0237	-0.0283
48	-0.0225	-0.0133	-0.0179
49	0.0074	0.0166	0.0120
50	-0.0018	0.0074	0.0028
51	0.0034	0.0126	0.0080
52	0.0060	0.0152	0.0106
53	-0.0225	-0.0133	-0.0179
54	-0.0182	-0.0090	-0.0136
55	-0.0295	-0.0203	-0.0249
56	-0.0232	-0.0140	-0.0186
57	0.0062	0.0154	0.0108
58	-0.0424	-0.0332	-0.0378
59	0.0265	0.0357	0.0311
60	0.0072	0.0164	0.0118
61	-0.0006	0.0086	0.0040
62	0.0057	0.0148	0.0102
63	-0.0071	0.0021	-0.0025
64	0.0093	0.0184	0.0139
65	-0.0088	0.0004	-0.0042
66	0.0041	0.0133	0.0087
67	0.0057	0.0149	0.0103
68	-0.0059	0.0033	-0.0013
69	0.0103	0.0195	0.0149
70	-0.0117	-0.0025	-0.0071
71	-0.0266	-0.0174	-0.0220
72	-0.0104	-0.0012	-0.0058
73	-0.0035	0.0057	0.0011
74	0.0058	0.0150	0.0104
75	0.0047	0.0138	0.0092
76	-0.0036	0.0056	0.0010
77	-0.0127	-0.0036	-0.0082
78	-0.0054	0.0038	-0.0008
79	-0.0226	-0.0134	-0.0180
80	-0.0082	0.0010	-0.0036
81	-0.0587	-0.0495	-0.0541
82	-0.0008	0.0083	0.0038

83	0.0186	0.0278	0.0232
84	0.0102	0.0194	0.0148
85	-0.0013	0.0079	0.0033
86	-0.0144	-0.0052	-0.0098
87	-0.0056	0.0036	-0.0010
88	0.0100	0.0192	0.0146
89	-0.0032	0.0060	0.0014
90	0.0095	0.0187	0.0141
91	-0.0214	-0.0122	-0.0168
92	-0.0181	-0.0089	-0.0135
93	0.0130	0.0221	0.0176
94	-0.0101	-0.0010	-0.0055
95	-0.0374	-0.0282	-0.0328
96	0.0191	0.0283	0.0237
97	0.0036	0.0128	0.0082
98	-0.0324	-0.0233	-0.0279
99	-0.0234	-0.0143	-0.0188
100	0.0058	0.0150	0.0104
101	-0.0033	0.0058	0.0012
102	-0.0116	-0.0024	-0.0070
103	0.0197	0.0288	0.0243
104	-1.0651	0.0092	-0.5280
105	0.0030	0.0122	0.0076
106	0.0039	0.0130	0.0085
107	0.0162	0.0254	0.0208
108	0.0002	0.0094	0.0048
109	-0.0207	-0.0115	-0.0161
110	-0.0233	-0.0141	-0.0187
111	-0.0089	0.0003	-0.0043
112	-0.0016	0.0076	0.0030
113	0.0157	0.0248	0.0202
114	0.0043	0.0135	0.0089
115	-0.0062	0.0029	-0.0017
116	-0.0062	0.0030	-0.0016
117	-0.0130	-0.0038	-0.0084
118	-0.0232	-0.0140	-0.0186
119	-0.0160	-0.0068	-0.0114
120	0.0085	0.0177	0.0131
121	-0.0293	-0.0201	-0.0247
122	-0.0096	-0.0005	-0.0051
123	0.0042	0.0134	0.0088
124	-0.0031	0.0061	0.0015
125	-0.0027	0.0065	0.0019

126	0.0151	0.0243	0.0197
127	0.0001	0.0093	0.0047
128	-0.0065	0.0027	-0.0019
129	-0.0036	0.0056	0.0010
130	0.0032	0.0124	0.0078
131	-0.0069	0.0023	-0.0023
132	-0.0079	0.0013	-0.0033
133	0.0027	0.0119	0.0073
134	-0.0116	-0.0024	-0.0070
135	-0.0074	0.0018	-0.0028
136	-0.0015	0.0077	0.0031
137	-0.0063	0.0029	-0.0017
138	-0.0150	-0.0058	-0.0104
139	0.0012	0.0104	0.0058
140	-0.0015	0.0077	0.0031
141	-0.0018	0.0074	0.0028
142	0.0026	0.0118	0.0072
143	-0.0011	0.0081	0.0035
144	0.0112	0.0204	0.0158
145	0.0002	0.0093	0.0048
146	-0.0128	-0.0036	-0.0082
147	0.0027	0.0118	0.0073
148	-0.0071	0.0021	-0.0025
149	-0.0101	-0.0009	-0.0055
150	-0.0035	0.0057	0.0011
151	0.0021	0.0112	0.0066

EK-10 BIST-50 ENDEKSİ $\tilde{Y}_i^{ortalama}$, \tilde{Y}_i^{alt} , $\tilde{Y}_i^{üst}$ DEĞERLERİ

i: gözlem	0.0045	0.0097	0.0071
1	-0.0008	0.0044	0.0018
2	-0.0069	-0.0014	-0.0041
3	0.0097	0.0150	0.0124
4	-0.0331	-0.0279	-0.0305
5	0.0133	0.0186	0.0160
6	-0.0189	-0.0138	-0.0163
7	-0.0226	-0.0173	-0.0200
8	-0.0069	-0.0016	-0.0043
9	-0.0110	-0.0056	-0.0083
10	-0.0171	-0.0121	-0.0146
11	0.0332	0.0384	0.0358
12	0.0169	0.0225	0.0197
13	-0.0071	-0.0018	-0.0044
14	-0.0079	-0.0026	-0.0053
15	-0.0037	0.0014	-0.0011
16	0.0014	0.0068	0.0041
17	-0.0589	-0.0538	-0.0563
18	-0.0415	-0.0363	-0.0389
19	0.0052	0.0104	0.0078
20	-0.0201	-0.0148	-0.0175
21	-0.0093	-0.0041	-0.0067
22	0.0068	0.0121	0.0094
23	0.0010	0.0062	0.0036
24	0.0071	0.0123	0.0097
25	-0.0013	0.0038	0.0013
26	0.0030	0.0086	0.0058
27	0.0037	0.0089	0.0063
28	-0.0005	0.0049	0.0022
29	0.0100	0.0154	0.0127
30	-0.0015	0.0039	0.0012
31	0.0031	0.0083	0.0057
32	-0.0013	0.0039	0.0013
33	0.0071	0.0124	0.0098
34	-0.0091	-0.0040	-0.0065
35	0.0023	0.0075	0.0049
36	-0.0079	-0.0026	-0.0052
37	0.0004	0.0058	0.0031
38	-0.0063	-0.0008	-0.0035
39	-0.0166	-0.0115	-0.0140

40	0.0130	0.0183	0.0156
41	-0.0023	0.0028	0.0003
42	-0.0046	0.0006	-0.0020
43	-0.0115	-0.0062	-0.0088
44	-0.0035	0.0012	-0.0012
45	0.0082	0.0137	0.0109
46	-0.0313	-0.0259	-0.0286
47	-0.0208	-0.0155	-0.0181
48	0.0077	0.0133	0.0105
49	-0.0007	0.0044	0.0018
50	0.0038	0.0092	0.0065
51	0.0067	0.0120	0.0094
52	-0.0209	-0.0158	-0.0183
53	-0.0169	-0.0117	-0.0143
54	-0.0283	-0.0229	-0.0256
55	-0.0214	-0.0162	-0.0188
56	0.0076	0.0125	0.0101
57	-0.0409	-0.0357	-0.0383
58	0.0270	0.0322	0.0296
59	0.0072	0.0128	0.0100
60	0.0002	0.0055	0.0029
61	0.0062	0.0116	0.0089
62	-0.0067	-0.0011	-0.0039
63	0.0098	0.0151	0.0125
64	-0.0080	-0.0025	-0.0053
65	0.0049	0.0101	0.0075
66	0.0065	0.0118	0.0091
67	-0.0049	0.0004	-0.0022
68	0.0106	0.0160	0.0133
69	-0.0109	-0.0055	-0.0082
70	-0.0253	-0.0200	-0.0226
71	-0.0096	-0.0041	-0.0068
72	-0.0022	0.0029	0.0004
73	0.0069	0.0120	0.0095
74	0.0055	0.0107	0.0081
75	-0.0029	0.0024	-0.0003
76	-0.0118	-0.0064	-0.0091
77	-0.0044	0.0008	-0.0018
78	-0.0214	-0.0161	-0.0188
79	-0.0070	-0.0018	-0.0044
80	-0.0568	-0.0515	-0.0541
81	0.0002	0.0054	0.0028
82	0.0190	0.0243	0.0216

83	0.0104	0.0159	0.0131
84	-5777484118.7191	0.0052	-2888742059.3569
85	-0.0134	-0.0080	-0.0107
86	-0.0042	0.0009	-0.0016
87	0.0105	0.0157	0.0131
88	-0.0024	0.0030	0.0003
89	0.0106	0.0157	0.0131
90	-0.0204	-0.0149	-0.0177
91	-0.0170	-0.0116	-0.0143
92	0.0136	0.0188	0.0162
93	-0.0085	-0.0035	-0.0060
94	-0.0358	-0.0306	-0.0332
95	0.0196	0.0250	0.0223
96	0.0040	0.0094	0.0067
97	-0.0302	-0.0252	-0.0277
98	-0.0219	-0.0167	-0.0193
99	0.0064	0.0118	0.0091
100	-0.0023	0.0030	0.0004
101	-0.0109	-0.0056	-0.0082
102	0.0199	0.0253	0.0226
103	0.0008	0.0062	0.0035
104	0.0032	0.0088	0.0060
105	0.0042	0.0097	0.0069
106	0.0167	0.0221	0.0194
107	0.0011	0.0064	0.0038
108	-0.0193	-0.0140	-0.0166
109	-0.0217	-0.0165	-0.0191
110	-0.0080	-0.0027	-0.0053
111	-0.0008	0.0046	0.0019
112	0.0159	0.0212	0.0186
113	0.0049	0.0102	0.0075
114	-0.0054	-0.0002	-0.0028
115	-0.0048	0.0003	-0.0023
116	-0.0111	-0.0061	-0.0086
117	-0.0218	-0.0166	-0.0192
118	-0.0148	-0.0095	-0.0122
119	0.0090	0.0142	0.0116
120	-0.0273	-0.0222	-0.0247
121	-0.0085	-0.0033	-0.0059
122	0.0050	0.0103	0.0077
123	-0.0024	0.0029	0.0002
124	-0.0020	0.0034	0.0007
125	0.0154	0.0207	0.0180

126	0.0009	0.0062	0.0035
127	-0.0055	-0.0001	-0.0028
128	-0.0027	0.0025	-0.0001
129	0.0037	0.0090	0.0063
130	-0.0062	-0.0008	-0.0035
131	-0.0070	-0.0017	-0.0043
132	0.0035	0.0089	0.0062
133	-0.0104	-0.0050	-0.0077
134	-0.0063	-0.0010	-0.0037
135	-0.0009	0.0045	0.0018
136	-0.0053	3015466267.4589	1507733133.7268
137	-0.0136	-0.0084	-0.0110
138	0.0021	0.0074	0.0047
139	-0.0004	0.0045	0.0020
140	-0.0011	0.0043	0.0016
141	0.0031	0.0084	0.0058
142	0.0003	0.0050	0.0026
143	0.0116	0.0170	0.0143
144	0.0011	0.0063	0.0037
145	-0.0117	-0.0063	-0.0090
146	0.0034	0.0087	0.0061
147	-0.0061	-0.0009	-0.0035
148	-0.0086	-0.0035	-0.0060
149	-0.0031	0.0023	-0.0004
150	0.0027	0.0081	0.0054
151			