ANKARA ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

PARÇACIK SÜZGECİNİN ATALETSEL ÖLÇÜM BİRİMİ İLK YÖNELİM PROBLEMİNİN ÇÖZÜMÜNDE UYGULANMASI

Kenan Can TAŞAN

ELEKTRİK-ELEKTRONİK MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

ANKARA
2019

Her hakkı saklıdır

TEZ ONAYI

Kenan Can TAŞAN tarafından hazırlanan **"Parçacık Süzgecinin Ataletsel Ölçüm Birimi İlk Yönelim Probleminin Çözümünde Uygulanması"** adlı tez çalışması 17/07/2019 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından oy birliği ile Ankara Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı'nda **YÜKSEK LİSANS TEZİ** olarak kabul edilmiştir.

Danışman : Prof. Dr. Asım Egemen YILMAZ
Ankara Üniversitesi Elektrik-Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı

Jüri Üyeleri :

Başkan : Prof. Dr. Kemal LEBLEBİCİOĞLU
Orta Doğu Teknik Üniversitesi Elektrik-Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı

Üye : Prof. Dr. Asım Egemen YILMAZ
Ankara Üniversitesi Elektrik-Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı

Üye : Dr. Öğr. Üyesi Ahmet AKBULUT
Ankara Üniversitesi Elektrik-Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı

Yukarıdaki sonucu onaylarım.

Prof. Dr. Özlem YILDIRIM
Enstitü Müdür Vekili

ETİK

Ankara Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü tez yazım kurallarına uygun olarak hazırladığım bu tez içindeki bütün bilgilerin doğru ve tam olduğunu, bilgilerin üretilmesi aşamasında bilimsel etiğe uygun davrandığımı, yararlandığım bütün kaynakları atıf yaparak belirttiğimi beyan ederim.

17/07/2019

Kenan Can TAŞAN

ÖZET

Yüksek Lisans Tezi

PARÇACIK SÜZGECİNİN ATALETSEL ÖLÇÜM BİRİMİ İLK YÖNELİM PROBLEMİNİN ÇÖZÜMÜNDE UYGULANMASI

Kenan Can TAŞAN

Ankara Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Elektrik-Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı

Danışman: Prof. Dr. Asım Egemen YILMAZ

Günümüzde navigasyon çözümü sunan farklı teknoloji ve yöntemleri kullanan sistemler bulunsa da karıştırılma veya aldatılma ihtimali bulunmadığı için, özellikle askeri uygulamalarda en çok güvenilen ve sıklıkla tercih edilen ataletsel navigasyon sistemleridir. Ataletsel navigasyon sistemleri, kör seyir metodu ile kullanıldığı platformun ivme ve dönü ölçümlerinin integralini alarak, hız, pozisyon ve açısal duruş bilgilerini anlık olarak hesaplamaktadırlar. Başlangıç koşullarını oluşturan ilk değerlerin doğruluğu, operasyon süresince biriken hatalar üzerinde büyük bir etkiye sahiptir. Bu sebeple sistemin hassas ve doğru bir şekilde ilklendirilmesi gerekmektedir. Tez kapsamında duruşun ilklendirilmesi için kullanılan durağan ilk hizalama algoritmaları gerçeklenmiştir. Kalman filtresi (KF), kokusuz kalman filtresi (UKF) ve parçacık filtresi (PF) kullanan algoritmalarının performansları benzetim ortamında Monte Carlo (MC) analizleri yardımıyla, laboratuvar ortamında ise test verisi üzerinden karşılaştırılmıştır. KF ile UKF kullanan algoritmaların çok benzer sonuçlar verdiği, PF kullanan algoritmaların ise bu probleme özgü olarak, donanımsal kısıtlardan dolayı daha düşük performans gösterdiği gözlenmiştir. Gerçekleştirilen 40 koşumluk MC analizleri sonucunda farklı algoritmaların kuzey yönelimini hesaplama doğruluğu ortalama karekök hata (RMS) olarak hesaplanmıştır. RMS hata değerleri KF, UKF ve PF kullanan algoritmalar için sırasıyla 1.64 milyem, 1.65 milyem ve 5.4 milyem olarak hesaplanmıştır. MC analizindeki bazı koşumlarda PF hataların daha yüksek olduğu ve bu durumun PF RMS hatasını arttırdığı gözlenmiştir. PF algoritmasında kullanılan 35 milyon parçacığın bazı koşumlarda yetersiz kaldığı değerlendirilmiştir. Gerçek verilerle yapılan testlerde ise hata değerleri KF, UKF ve PF algoritmaları için sırasıyla 0.4 milyem, 0.41 milyem ve 5.7 milyem olarak hesaplanmıştır. Durağan ilk hizalama probleminin çözümü için KF algoritması önerilmiştir.

Temmuz 2019, 85 sayfa

Anahtar Kelimeler: Ataletsel navigasyon sistemi, ataletsel ölçüm birimi, kalman filtresi, kokusuz kalman filtresi, parçacık filtresi, ilk yönelim, durağan hizalama, hizalama algoritmaları, hassas hizalama

ABSTRACT

Masters Thesis

APPLICATION OF PARTICLE FILTER IN THE INITIAL ALIGNMENT PROBLEM OF INERTIAL MEASUREMENT UNIT

Kenan Can TAŞAN

Ankara University
Graduate School of Natural and Applied Sciences
Department of Electrical and Electronics Engineering

Supervisor: Prof. Dr. Asım Egemen YILMAZ

Even though there are various systems using different technologies and methodologies that provide navigation solutions, inertial navigation systems are the most trusted ones since they are not susceptible to jamming or spoofing. Therefore, they are still frequently preferred in the vast majority of military applications. The accuracy of the initial conditions has a critical effect on the errors accumulated during the operation. In accordance with this, the system needs to be precisely initialized. Stationary initial alignment algorithms had been implemented within the scope of the thesis. Performances of the algorithms using different estimation techniques such as Kalman Filter (KF), Unscented Kalman Filter (UKF) and Particle Filter (PF) were compared within Monte Carlo (MC) analysis in the simulation environment and the collected actual test data. It is observed that the algorithms using KF and UKF yield very similar results and the algorithms using PF, specific to this problem, show lower performance due to hardware constraints. RMS azimuth estimation errors of the different algorithms had been computed on a 40 run MC analysis. RMS error values were computed as 1.64 mils, 1.65 mils ve 5.4 mils for the algorithms using KF, UKF and PF, respectively. It was observed that PF azimuth errors were higher in certain MC runs and this caused an increase on the PF RMS estimation error. In order to run PF algorithm, 35 million particles had been implemented. On the other hand, this number was found to be insufficient in some MC runs. By using the actual test data, the algorithms employing KF, UKF and PF computed the azimuth errors as 0.4 mils, 0.41 mils and 5.7 mils respectively. KF algorithm had been suggested as a better solution for stationary alignment.

July 2019, 85 pages

Key Words: Inertial navigation system, Inertial measurement unit, kalman filter, unscented kalman filter, sigma point filter, particle filter, initial alignment, stationary alignment, alignment algorithms, fine alignment.

TEŞEKKÜR

Lisans ve yüksek lisans eğitimim boyunca beni yönlendiren, her aşamada bilgi, öneri ve yardımlarını esirgemeyen, hem akademik hem de beşerî anlamda gelişimimde engin fikirlerinden yararlandığım, iş yaşamımdaki yoğunluk sebebiyle oluşan gecikme ve aksaklıklara karşı sabırlı ve anlayışlı davranan danışman hocam sayın Prof. Dr. Asım Egemen YILMAZ'a (Ankara Üniversitesi Elektrik-Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı); Tez çalışmalarım sırasında teknik bilgi birikiminden yararlandığım, devamlı yol göstererek bana yardımcı olan sayın Yrd. Doç. Dr. Gökhan SOYSAL'a (Ankara Üniversitesi Elektrik-Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı) içten teşekkürlerimi sunarım.

Akademik çalışmalarımı sürekli destekleyerek bana akademik çalışmalarıma uygun bir çalışma ortamı sunan Roketsan A.Ş.'ye teşekkür ediyorum.

Başta benzer teknik konulardaki deneyimlerini benimle paylaşarak yardımcı olan mesai arkadaşım sayın Erkan MİLLİ olmak üzere, yüksek lisans eğitimimi tamamlamam konusunda beni teşvik ederek moral veren çalışma arkadaşlarıma teşekkür ediyorum.

Son olarak, hayatım boyunca beni pek çok fedakarlıkla yetiştiren aileme, güvenlerini her zaman yanımda hissettiğim eşim ve kızıma en içten duygularımla teşekkür ediyorum.

Kızım Nehir'e…

Kenan Can TAŞAN
Ankara, Temmuz 2019

İÇİNDEKİLER

TEZ ONAY SAYFASI
ETİK i
ÖZET ii
ABSTRACT iii
TEŞEKKÜR iv
SİMGELER DİZİNİ viii
ŞEKİLLER DİZİNİ ix
ÇİZELGELER DİZİNİ xi
1. GİRİŞ 1
1.1 Tezin Amacı 2
1.2 Tez İçeriği 2
2. ATALETSEL NAVİGASYON SİSTEMLERİ 4
2.1 Ataletsel Ölçüm Birimi 5
2.1.1 Gimballi sistemler 5
2.1.2 Kaideye monteli (strapdown) sistemler 7
2.1.3 İvmeölçerler 8
2.1.4 Dönüölçerler 11
2.1.5 AÖB hata kaynakları 14
2.1.5.1 Sabit hata 14
2.1.5.2 Ölçeklendirme katsayısı hatası 15
2.1.5.3 Eksenel kaçıklık hatası 17
2.1.5.4 Rastgele yürüyüş hatası 18
2.1.6 AÖB hata modeli 19
2.2 Referans Eksen Takımları 19
2.2.1 Yer merkezli ataletsel eksen takımı (ECI: Earth Centered Inertial) 19
2.2.2 Yer merkezli yere sabit eksen takımı (ECEF: Earth Centered Earth Fix) 20
2.2.3 Geodetik (Coğrafi) eksen takımı 21
2.2.4 Geosentrik eksen takımı, ... 21
2.2.5 Yerel navigasyon eksen takımı (NED: North East Down) 21
2.2.6 Gövde eksen takımı 22
2.3 WGS-84 Dünya Modeli 23

2.4 Eksen Takımları Arasındaki Dönüşümler 25
2.4.1 ECEF- ECI dönüşümleri 25
2.4.2 ECEF- NED dönüşümleri 26
2.4.3 ECEF- WGS-84 Dönüşümleri 27
2.4.4 Gövde eksen takımı - NED dönüşümleri 28
2.4.5 Diğer dönüşüm ve faydalı eşitlikler 29
2.5 Yerçekimi Modeli 29
2.6 Navigasyon Denklemleri 30
2.6.1 Yönelim güncellemesi 31
2.6.2 Hız güncellemesi 32
2.6.3 Konum güncellemesi 33
3. HİZALAMA ALGORİTMALARI 35
3.1 Kaba Hizalama Algoritması 35
3.1.1 Seviyeleme adımı 35
3.1.2 Cayrokompas adımı 36
3.2 Hassas Hizalama Algoritmaları 37
3.2.1 Durağan hassas hizalama 38
3.2.2 Hareketli hassas hizalama 39
3.2.3 Yönelim aktarımı ile hizalama 39
3.3 ANS Hata Modeli 39
3.3.1 Pozisyon hata modeli 40
3.3.2 Hız hata modeli 40
3.3.3 Yönelim hata modeli 41
3.3.4 Durum uzay hata modeli 42
3.3.5 ANS sistem gürültüsü 44
3.3.6 Kesikli zaman modeli 45
3.4 Kalman Filtresi (KF: Kalman Filter) 46
3.5 Kokusuz Kalman Filtresi (UKF: Unscented Kalman Filter) 47
3.6 Parçacık Filtresi (PF: Particle Filter) 50
4. BENZETİM SONUÇLARI 54
4.1 Benzetim Modeli 54
4.2 Parçacık Sayısı Analizleri 57

4.3 Monte Carlo Analizi 62
4.3.1 Monte Carlo analizi girdileri 62
4.3.2 Monte Carlo analizi sonuçları 65
5. TEST SONUÇLARI 73
5.1 Test Kurulumu 73
5.2 Test Sonuçları 75
6. TARTIŞMA ve SONUÇ 81
KAYNAKLAR 83
ÖZGEÇMİŞ 86

SİMGELER DİZİNİ

Hz	Hertz
µg	Mikro G
µRad	Mikro Radyan
ppm	Parts Per Million
rad	Radyan
g_0	Yerçekimi İvmesi
%	Yüzde
“	Açısaniye

Kısaltmalar

ANS	Ataletsel Navigasyon Sistemi
AÖB	Ataletsel Ölçüm Birimi
DTG	Dynamically Tuned Gyro
ECEF	Earth Centered Earth Fix
ECI	Earth Centered Inertial
EKF	Extended Kalman Filter
ESG	Electrostatically Suspended Gyro
FOG	Fiber Optic Gyro
GNSS	Global Navigation Satellite System
HRG	Hemisphrical Resonating Gyro
IFOG	Interferometric Fiber Optic Gyro
KF	Kalman Filtresi
MC	Monte Carlo
MEMS	Mikro Elektro Mekanik Sistem
MOEMS	Mikro Optik Elektro Mekanik Sistem
MSG	Magnetically Suspended Gyro
NED	North East Down
PF	Particle Filter
RLG	Ring Laser Gyro
RMS	Root Mean Square (Ortalama Kare Kök)
TFG	Tuning Fork Gyro
UKF	Unscented Kalman Filter
WGS	Word Geodetic System

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 2.1 İvme-Hız-Pozisyon ilişkisi (Savage 2000'den Türkçeleştirilerek alınmıştır) ...4
Şekil 2.2 Açısal hız ve pozisyon ilişkisi ...4
Şekil 2.3 Ataletsel navigasyon sistemleri genel mimarisi...4
Şekil 2.4 Gimballi ataletsel platform konsepti (Savage 2000'den Türkçeleştirilerek alınmıştır) ...5
Şekil 2.5 Gimballi sistem mimarisi (Lawrence 1998'den Türkçeleştirilerek alınmıştır) .6
Şekil 2.6 Gimbal kilitlenmesi durumu (Lawrence 1998'den Türkçeleştirilerek alınmıştır) ...6
Şekil 2.7 Kaideye monteli ataletsel platform konsepti (Lawrence 1998'den Türkçeleştirilerek alınmıştır)...7
Şekil 2.8 Kaideye monteli sistem mimarisi (Lawrence 1998'den Türkçeleştirilerek alınmıştır) ...8
Şekil 2.9 Açık döngü ivmeölçerlerin genel yapısı (Eren vd. 2011)...9
Şekil 2.10 Mekanik kuvvet geri beslemeli ivmeölçerlerin genel yapısı (Eren vd. 2011) .9
Şekil 2.11 Titreyen kirişli ivmeölçerlerin genel yapısı (Eren vd. 2011)...10
Şekil 2.12 Teknolojilerine göre ivmeölçer performansları (Eren vd. 2011)...10
Şekil 2.13 Kullanım alanlarına göre ivmeölçerler (Eren vd. 2011) ...11
Şekil 2.14 Jiroskopik etki (Lawrence 1998'den Türkçeleştirilerek alınmıştır)...12
Şekil 2.15 Sagnac etkisi (Lawrence 1998'den Türkçeleştirilerek alınmıştır)...12
Şekil 2.16 Coriolis etkisi (Warren 2012'den Türkçeleştirilerek alınmıştır) ...13
Şekil 2.17 Teknolojilerine göre dönüölçer performansları (Eren vd. 2011)...13
Şekil 2.18 Kullanım alanlarına göre dönüölçerler (Eren vd. 2011) ...14
Şekil 2.19 Ölçeklendirme katsayısı hatası ...16
Şekil 2.20 Sensörlerin eksenel kaçıklıkları ...17
Şekil 2.21 ECEF eksen takımı (Farrell 2008'den Türkçeleştirilerek alınmıştır) ...20
Şekil 2.22 Geodetik ve Geosentrik enlem (Anonymous wikipedia.org 2017'den Türkçeleştirilerek alınmıştır)...21
Şekil 2.23 Yerel navigasyon eksen takımı (Farrell 2008'den Türkçeleştirilerek alınmıştır) ...22
Şekil 2.24 Gövde eksen takımı (Groves 2013) ...23
Şekil 2.25 WGS-84 koordinat sistemi (Groves 2013'ten Türkçeleştirilerek alınmıştır) 24

Şekil 2.26 NED referansındaki navigasyon algoritması akışı.....31
Şekil 4.1 Benzetim modeli blok şeması 54
Şekil 4.2 Parçacık sayısına göre pozisyon kestirimi hataları 58
Şekil 4.3 Parçacık sayısına göre hız kestirimi hataları.....59
Şekil 4.4 Parçacık sayısına göre açı kestirimi hataları 60
Şekil 4.5 Parçacık sayısına göre ivmeölçer sabit hata kestirim performansı 61
Şekil 4.6 Parçacık sayısına göre dönüölçer sabit hata kestirim performansı 61
Şekil 4.7 Monte Carlo RMS pozisyon hataları 65
Şekil 4.8 Monte Carlo pozisyon hatalarının son değerleri 66
Şekil 4.9 Monte Carlo RMS pozisyon hataları 67
Şekil 4.10 Monte Carlo hız hatalarının son değerleri 67
Şekil 4.11 Monte Carlo RMS açı hataları 68
Şekil 4.12 Monte Carlo açı hatalarının son değerleri.....69
Şekil 4.13 Monte Carlo RMS ivmeölçer bias hataları 69
Şekil 4.14 Monte Carlo ivmeölçer bias hatalarının son değerleri.....70
Şekil 4.15 Monte Carlo RMS dönüölçer bias hataları 71
Şekil 4.16 Monte Carlo dönüölçer bias hatalarının son değerleri.....71
Şekil 5.1 Hassas döner tablanın seviyelemesi.....73
Şekil 5.2 Wyler ürünü hassas elektronik su terazileri 73
Şekil 5.3 Referans prizma 74
Şekil 5.4 Gyromat 5000 74
Şekil 5.5 Gerçek verilerle elde edilen pozisyon kestirimi hataları.....75
Şekil 5.6 Gerçek verilerle elde edilen hız kestirimi hataları 76
Şekil 5.7 Gerçek verilerle elde edilen açı kestirimi hataları 77
Şekil 5.8 Gerçek verilerle elde edilen ivmeölçer sabit hata kestirim performansı.....78
Şekil 5.9 Gerçek verilerle elde edilen dönüölçer sabit hata kestirim performansı.....79

ÇİZELGELER DİZİNİ

Çizelge 2.1 Farklı sınıflardaki AÖB'lerin tipik sabit hata değerleri (Lawrence 1998) 15

Çizelge 2.2 WGS-84 parametreleri 24

Çizelge 3.1 Sistematik yeniden örnekleme algoritması sözde kodu (Ristic vd. 2004'ten Türkçeleştirilerek alınmıştır) 53

Çizelge 4.1 Belirlenen süreç gürültüsü matrisi ($QANS$) bileşenleri 55

Çizelge 4.2 Hata durumlarının ilk belirsizlikleri ($P0$ bileşenleri) 56

Çizelge 4.3 AÖB hata parametrelerinin tekrarlanabilirlik değerleri 62

Çizelge 4.4 AÖB rastgele yürüyüş hataları 63

Çizelge 4.5 Durağan AÖB modeli girdileri 64

Çizelge 5.1 Testlerdeki referans açı değerleri ve doğrulukları 75

Çizelge 5.2 Test sonucu elde edilen yönelim hataları ve kestirilen sabit hatalar 80

Çizelge 6.1 Sonuçların karşılaştırmalı özeti 81

1. GİRİŞ

Navigasyon, geçmişte bir noktadan başka bir noktaya güvenli ve basit bir şekilde gitmek için kullanılan yetenek ve usul olarak tanımlanırken (Anderson 1966), son yüzyılda gerçekleşen teknolojik yenilikler ile otonom bir hal alarak, daha karmaşık teknikler kullanan modern sistemlerin ortak bir tanımı olarak kullanılmaya başlanmıştır (Titterton ve Weston 2004). Bu karmaşık navigasyon sistemleri, çalışma prensipleri göz önüne alındığında üç ayrı grupta sınıflandırılabilir.

Doğrudan konumlama yöntemleri; fener kulesi, duba, şamandıra ve yıldızlar gibi yerleri iyi bilinen referanslardan alınan ölçümleri kullanarak platformun yönelim, hız ve pozisyonunu bulmaya yarayan sistemlerdir. Radyo navigasyon sistemleri, yıldız navigasyon sistemleri ve uydu navigasyon sistemleri doğrudan konumlama sistemlerine günümüz teknolojisinden verilecek örneklerdir.

Korelasyon yöntemleri; önceden tanımlanarak veri tabanına kaydedilmiş ve haritalanmış olan bilgileri, kendi ölçümleri ile karşılaştırarak platformun pozisyon, hız ve yönelimini hesaplayan sistemlerdir. Görüntü eşlemesi, yeryüzü yükseklik eşlemesi yapan sistemler ile yıldız haritası kullanan navigasyon sistemleri veri tabanı eşlemeli sistemlere örnektir.

Kör seyir (Dead Reckoning) yöntemleri; herhangi bir harici altyapıya ya da dış bir sinyale ihtiyaç duymadan, barındırdığı algılayıcılar ile ivme, hız, açısal hız ya da yönelim gibi bilgileri ölçerek platformun pozisyonunu, hızını ve yerel yatay düzleme göre olan duruş açılarını hesaplayan sistemlerdir. Ataletsel navigasyon sistemleri (ANS), kör seyir sistemlerine verilebilecek olan en karmaşık örnek olup günümüzde çok yaygın bir kullanım alanına sahiptir.

Ataletsel navigasyon sistemleri genel olarak, ortogonal bir şekilde yerleştirilmiş üç dönüölçer ve üç ivmeölçer içeren ataletsel ölçüm birimi (AÖB) ile, bu algılayıcılardan gelen veriyi işleyip integral alarak pozisyon, hız ve yönelim bilgisini hesaplayan navigasyon bilgisayarından oluşmaktadır. İvme ve dönü bilgisini entegre ederek navigasyon çözümlerinin elde edilebilmesi için ilk pozisyon, ilk hız ve ilk yönelim

bilgisine ihtiyaç duyulmaktadır. ANS'nin kullanıldığı platform genellikle bilinen bir konumda durağan halde iken operasyona başladığı için pozisyon ve hızın ilklendirilmesi zor bir mühendislik problemi oluşturmamaktadır. Herhangi bir kara, deniz ya da hava platformunun taşıdığı ANS kullanan mühimmatlarda olduğu gibi, operasyonel olarak hareketli iken ilklendirilme ihtiyacı bulunan sistemler de mevcuttur. Bu tür sistemlerde ise taşıyıcı platformda bulunan ve genelde çok daha hassas olan ana navigasyon sisteminden pozisyon ve hız aktarımı gerçekleştirilmektedir. ANS ilk yöneliminin belirlenmesi ise, hem durağan durumdan başlatılan operasyonlarda hem de hareketli iken yapılan yönelim aktarımında pozisyon ve hız ilklendirilmesine göre daha karmaşık mühendislik problemlerini doğurmaktadır. Bununla birlikte; kat edilen mesafe arttıkça, açı hatalarının sebep olacağı pozisyon hataları da artacağından, yönelimin yüksek doğrulukta yapılması ANS performansı açısından çok önemlidir.

1.1 Tezin Amacı

Durağan durumda yönelim ilklendirilmesi, dış bir kaynaktan optik olarak aktarılarak yapılabileceği gibi, harici hiçbir kaynağa ihtiyaç duymadan, AÖB'nin ölçtüğü dünya dönüsü ve yerçekimi ivmesinden yararlanılarak da yapılabilmektedir (Groves 2013). Tez ile AÖB verileri kullanılarak ilk yönelimin yüksek doğrulukta hesaplanabilmesi adına kullanılan yöntemler incelenmiş, ilk yönelim sürecini zorlu kılan hata kaynakları ile bu hataların etkilerini azaltmak adına kullanılacak farklı metotların karşılaştırılması yapılarak, sunulan örneklerde navigasyon seviyesi sensörlere sahip bir ANS'nin ilk yönelim hatalarını en aza indirmek hedeflenmiştir.

1.2 Tez İçeriği

2. Bölümde Ataletsel navigasyon sistemleri hakkında kuramsal bilgi sunulacak olup; farklı ataletsel sensör teknolojileri tanıtılacak, ivmeölçer ve dönüölçer hata modelleri anlatılacaktır. Navigasyonda temel olarak kullanılan eksen takımları ve yerçekimi modelinin tanımlaması, pozisyon, hız ve açı güncelleme eşitlikleri de bu bölümde verilecektir.

3. Bölümde ANS hata denklemleri durum uzay modelinde ifade edilecektir. Bu hataların kestirilmesi için kullanılacak olan kalman filtresi, sigma-nokta (kokusuz) kalman filtresi ve parçacık filtresi algoritmaları ile hata geri besleme yöntemleri sunulacaktır. Hata kestirimine dayalı hassas hizalama sürecinin başlatılabilmesi için gerekli olan ilk değerlerin belirlenmesi amacıyla kullanılan kaba hizalama algoritmaları da bu bölüm içerisinde anlatılacaktır.

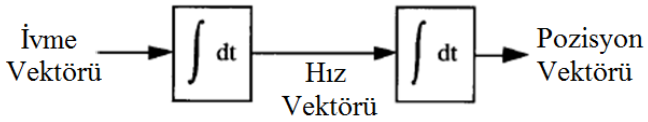
4. Bölümde yapılan benzetim modeli, benzetime girdi oluşturan parametreler ve farklı kestiriciler ile yapılan benzetimlerin karşılaştırmalı sonuçları verilecektir.

5. Bölümde laboratuvar ortamında yapılan test sonuçlarına yer verilecektir. 3. Bölümde anlatılan algoritmalar, navigasyon seviyesi bir AÖB ile denenecek, farklı senaryolar için toplanan veriler ile koşturulan algoritmaların performansları karşılaştırmalı olarak sunulacaktır.

6. Bölümde yapılan çalışmalar özetlenecek, sonuçların karşılaştırmaları yer alacaktır.

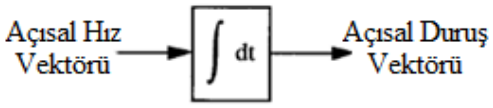
2. ATALETSEL NAVİGASYON SİSTEMLERİ

Ataletsel navigasyon sistemleri Newton'un hareket prensipleri göz önüne alınarak tasarlanmıştır, Newton'un hareket yasalarına göre bir cisme etki eden ivme ölçüldüğünde, hız ve pozisyon değişimleri, ölçülen ivmenin integrali alınarak bulunabilir (Titterton ve Weston 2004).



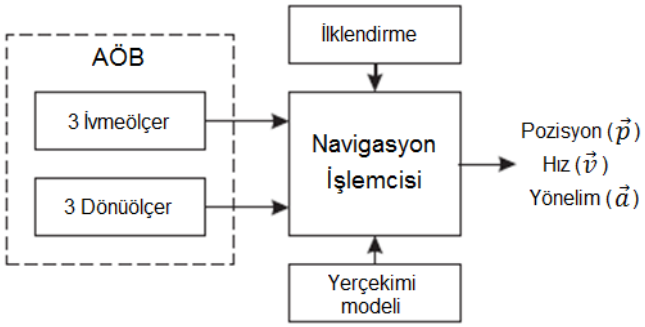
Şekil 2.1 İvme-Hız-Pozisyon ilişkisi (Savage 2000'den Türkçeleştirilerek alınmıştır)

Pozisyon ve hızın yer merkezli eksen takımında ifade edilebilmesi için, ivmelerin üç ortogonal eksende ölçülmesi ve ivmelerin hangi yöne doğru oluştuğunun hesaplanabilmesi için de cismin yere göre olan duruşunun bilinmesi gerekmektedir. Cismin yere göre olan duruşunu anlık olarak hesaplayabilmek adına üç ortogonal dönüölçer bulunmaktadır. Bilinen ilk duruş açıları göz önünde bulundurularak, ölçülen dönü verisinin integrali alınır ve duruş açısı anlık olarak elde edilir.



Şekil 2.2 Açısal hız ve pozisyon ilişkisi

Ataletsel navigasyon sistemleri temel olarak, üç ortogonal eksene yerleştirilmiş ataletsel sensörleri barındıran AÖB'den ve navigasyon hesaplamalarının yapıldığı işlemciden oluşmaktadır.



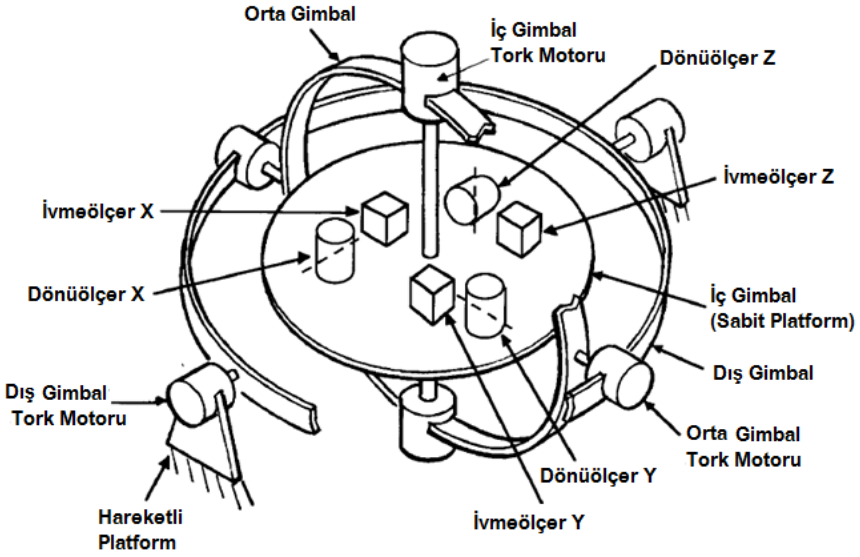
Şekil 2.3 Ataletsel navigasyon sistemleri genel mimarisi

2.1 Ataletsel Ölçüm Birimi

İvmeölçerler, dönüölçerler ile bu ataletsel sensörleri beslemek, sürmek, verilerini okuyarak işlemek için tasarlanmış olan elektronik bileşenlerin bütünü ataletsel ölçüm birimi olarak adlandırılmaktadır. Hem sivil hem de askeri uygulamalarda çok yaygın bir kullanım alanına hizmet eden AÖB'ler için; performanslarına göre, içerdikleri ataletsel sensörlerin teknolojilerine göre, uygulama alanlarına veya mekanik yapılarına göre farklı gruplandırmalar yapılabilmektedir. Bununla birlikte, temel olarak AÖB'leri; Gimballi sistemler ve Kaideye monteli sistemler olmak üzere iki ana grupta kategorize etmek mümkündür.

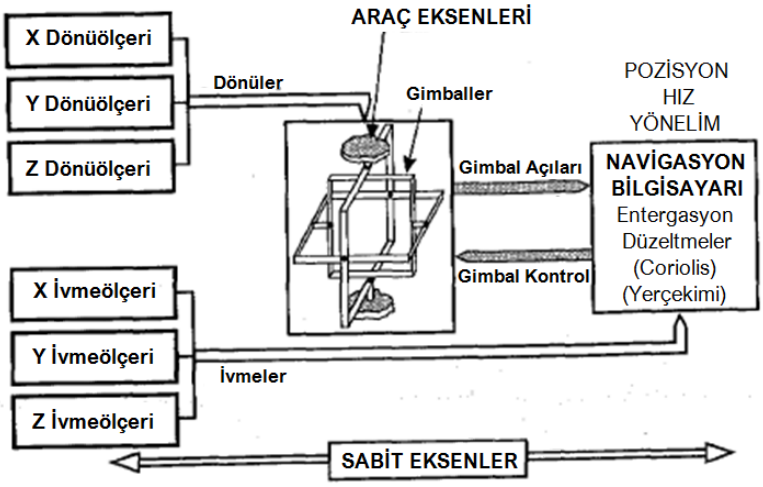
2.1.1 Gimballi sistemler

Gimballi sistemler, ilk tasarlanan AÖB konfigürasyonu olup, ataletsel sensörler gimballer vasıtası ile kullanıldığı aracın açısal hareketlerinden izole edilmiş olarak, ataletsel eksen takımında ölçümlerini gerçekleştirirler (Şekil 2.4).



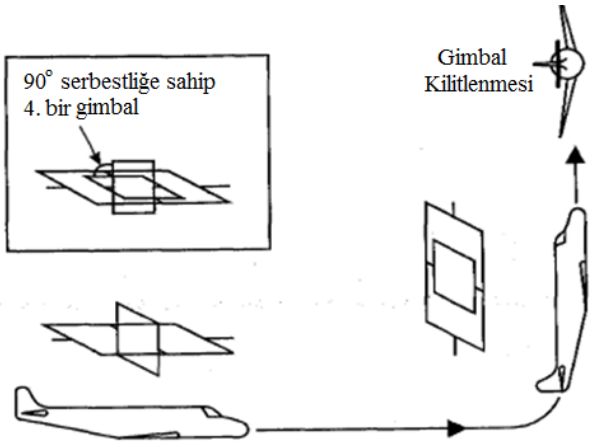
Şekil 2.4 Gimballi ataletsel platform konsepti (Savage 2000'den Türkçeleştirilerek alınmıştır)

Gimbal eksenleri eyleyiciler ile kontrol edilmektedir. Dönüölçer verileri, gimbalin içerisinde, sensölerin bulunduğu platformu ataletsel eksen takımında sabit tutmak için, eyleyicilere geri besleme sağlamak amacıyla kullanılır.



Şekil 2.5 Gimballi sistem mimarisi (Lawrence 1998'den Türkçeleştirilerek alınmıştır)

Genel mimarisi Şekil 2.5'te verilen gimballi sistemlerde, oluşan ivmelerin ataletsel eksen takımında hassas olarak ölçülebilmesi ile yüksek hız ve pozisyon doğruluğuna ulaşılabilmektedir. Gimballi sistemlerin bir diğer avantajı da tüm hesaplamaların ataletsel eksen takımında yapılmasından dolayı çok fazla işlem yükü gerektirmemesidir. Öte yandan, karmaşık bir mekanik yapıya sahip olması, hareketli parçalar içerdiği için kullanım ömrünün kaideye monteli sistemlere göre daha kısa, güvenilirliğinin daha düşük ve daha maliyetli olması gibi dezavantajları bulunmaktadır. Şekil 2.6'da görüldüğü üzere; sistemin kullanıldığı platformun çeşitli manevralar yapması sonucunda iki gimbal ekseninin paralel hale gelmesi durumunda gimbal kilitlenmesi (ing. gimbal lock) durumu ortaya çıkmakta ve sistem hizalaması bozulmaktadır.



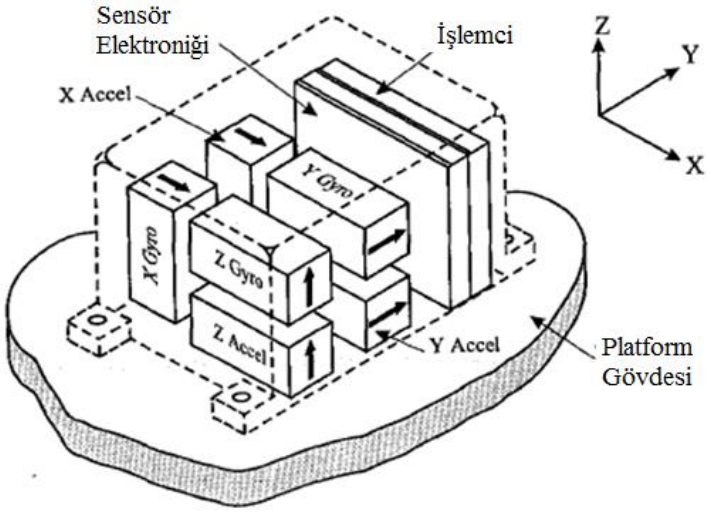
Şekil 2.6 Gimbal kilitlenmesi durumu (Lawrence 1998'den Türkçeleştirilerek alınmıştır)

Sisteme dördüncü bir gimbal eklenerek kilitlenme problemi ortadan kaldırılabilmektedir (Lawrence 1998, Titterton ve Weston 2004). Genellikle yuvarlanma eksenine eklenen bu dördüncü gimbal, sistemin karmaşıklığını, boyutlarını ve maliyetini de arttırmaktadır.

2.1.2 Kaideye monteli (strapdown) sistemler

Kaideye monteli (ing. strapdown) sistemlerde stabilize bir platform bulunmaz ve ataletsel sensörler gövde ile birlikte hareket etmektedir (Şekil 2.7).

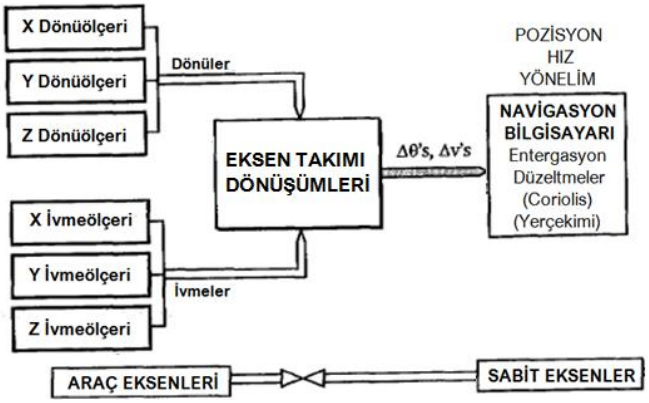
Analitik sistemler olarak da adlandırılan kaideye monteli sistemler, gimballi sistemlere göre daha basit bir yapıdadırlar ve hareketli parçalar içermezler. Bu durum kaideye monteli sistemleri boyut, ağırlık, maliyet, enerji tüketimi ve güvenilirlik bakımından gimballi sistemlere göre avantajlı konuma getirmektedir. Hareketli parçalar içermedikleri için çok daha yüksek dinamiğe sahip platformlarda da kullanılabilmektedirler.



Şekil 2.7 Kaideye monteli ataletsel platform konsepti (Lawrence 1998'den Türkçeleştirilerek alınmıştır)

Analitik sistemlerde, gövde eksen takımında ölçülen ataletsel verilerin kullanılması ve yüksek veri hızında çalışılması navigasyon bilgisayarında birim zamanda yapılan işlemlerin sayısını arttırmakta, dolayısıyla daha yüksek bir işlemci gücüne olan ihtiyacı ortaya çıkarmaktadır. Günümüzde kullanılan güçlü işlemciler, analitik sistemlerin yüksek işlem gücü ihtiyacını bir dezavantaj olmaktan çıkartmıştır. Bu sebeple günümüzde kaideye monteli AÖB'ler tercih edilmektedir. Bu tez çalışması kapsamında yapılan

benzetimlerde analitik sistemler göz önünde bulundurulmuş, laboratuvar ortamında yapılan testlerde kaideye monteli yapıdaki navigasyon seviyesi bir AÖB kullanılmıştır.

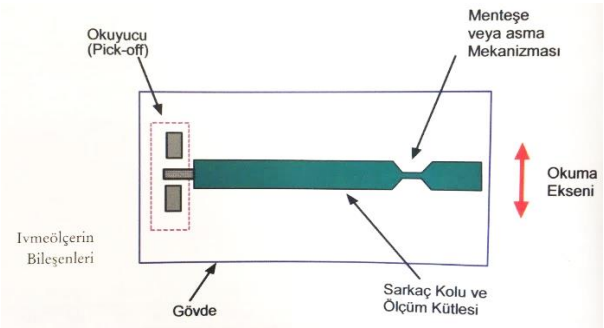


Şekil 2.8 Kaideye monteli sistem mimarisi (Lawrence 1998'den Türkçeleştirilerek alınmıştır)

2.1.3 İvmeölçerler

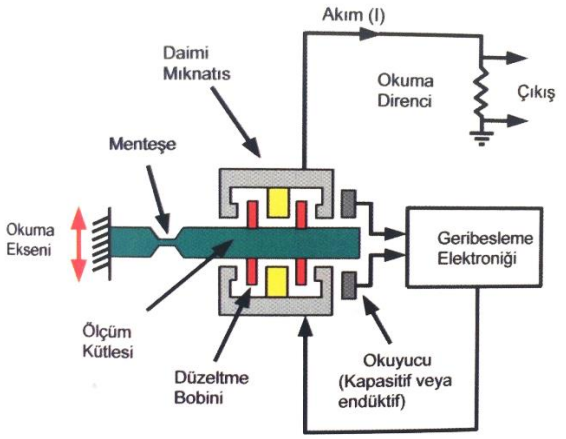
İvmeölçerler, kendisine uygulanan kuvvet nedeniyle oluşan ivmeyi ölçmek adına tasarlanmış sensörlerdir. Kullanılan çoğu ivmeölçer teknolojisi ortak olarak, ivme ile hareket eden bir kütle (sarkaç), bu kütleyi gövdeye bağlayan; süspansiyon, menteşe, rezonatör benzeri esnek bir yapı ile sarkacın yer değişimini ölçen algılayıcılardan oluşmaktadır.

İvmeölçerler sürme ve okuma metotlarına göre geri beslemeli ve açık döngü olmak üzere iki ana grupta incelenebilirler. Açık döngü ivmeölçerlerde sarkaç uygulanan kuvvetle orantılı olarak yer değiştirmektedir. Şekil 2.9'da verildiği gibi; okuyucu bu yer değiştirme miktarını ölçer ve ivme hesaplanır.



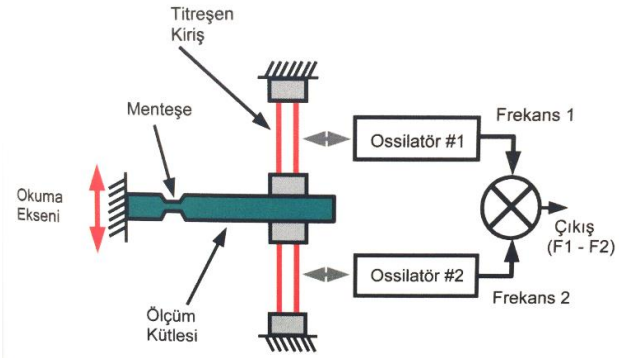
Şekil 2.9 Açık döngü ivmeölçerlerin genel yapısı (Eren vd. 2011)

Geri beslemeli ivmeölçerlerde Şekil 2.10'da görüldüğü gibi; okuyucudan gelen geribesleme sinyali kullanılarak sarkaç bir eyleyici (ör. Elektromıknatıs) ile sabit tutulur. Eyleyiciyi süren akımın miktarı, kendisi ile orantılı olan ivmenin hesaplanmasında kullanılır.



Şekil 2.10 Mekanik kuvvet geri beslemeli ivmeölçerlerin genel yapısı (Eren vd. 2011)

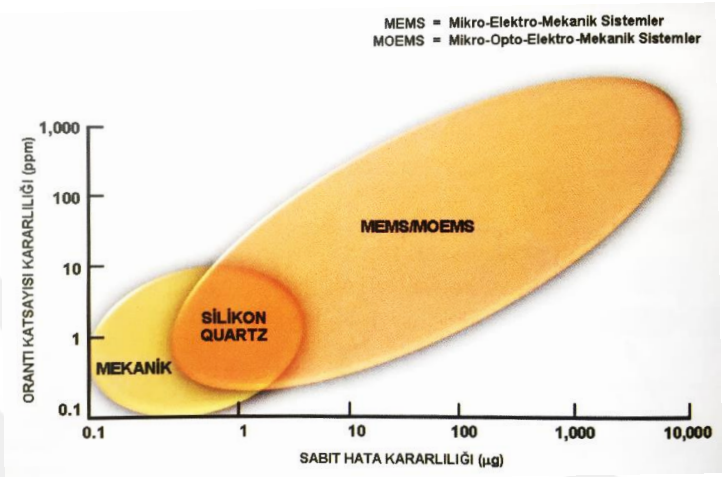
Açık döngü ivmeölçerlere bir diğer örnek, rezonans kirişi veya quartz rezonatör olarak bilinen Titreşen kirişli ivmeölçerlerdir (ing. Vibrating beam accelerometer). Bu ivmeölçerlerde sarkaç ölçüm ekseninin iki tarafından kirişler ile gövdeye bağlanmıştır. Kuvvet uygulandığında bu kirişlerin birisi gerilerek frekansı artarken diğeri gevşeyerek frekansı düşer. İki kirişin frekans farkı ölçülerek ivme hesaplanmaktadır. Şekil 2.11'de titreyen kirişli ivmeölçerlerin genel yapısı verilmiştir.



Şekil 2.11 Titreyen kirişli ivmeölçerlerin genel yapısı (Eren vd. 2011)

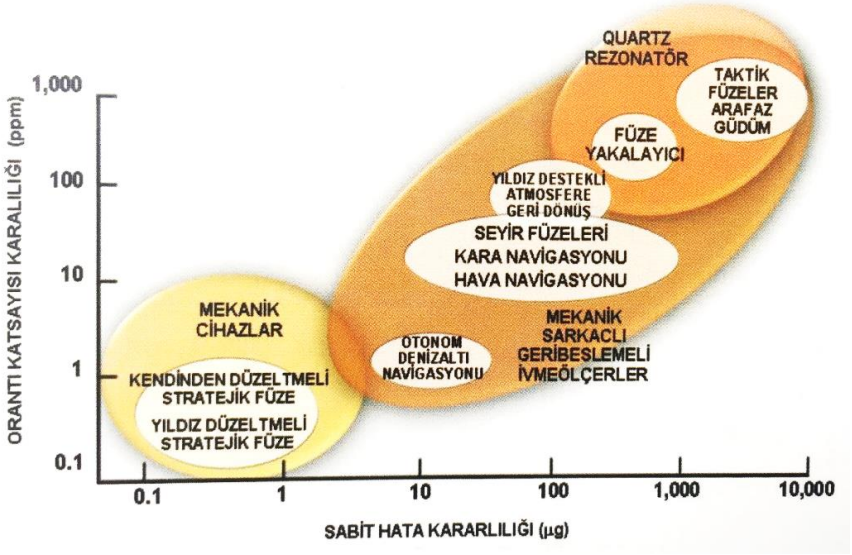
Aynı ölçüm teknikleri, yarıiletken üretim süreçleri ile silikon tabakalara işlenerek MEMS (Mikro Elektro Mekanik Sistem) ve MOEMS (Mikro Optik Elektro Mekanik Sistem)

sensörler üretilebilmektedir. Mikro mekaniğe sahip bu sensörler, henüz performans bakımından diğer teknolojilere göre dezavantajlı olsa da, düşük maliyet, tek seferde yüksek adetlerde üretilebilme, yüksek şok ve titreşim dayanımı ve düşük güç tüketimi gibi avantajlara sahip olduklarından üretim tekniklerinin de gelişmesi ile geleceğin teknolojisi olarak görülmektedirler (Eren vd. 2011). Farklı teknolojilere sahip ivmeölçerlerin performansları Şekil 2.12'de özet olarak verilmiştir.



Şekil 2.12 Teknolojilerine göre ivmeölçer performansları (Eren vd. 2011)

Teknolojilerine ve kullanım alanlarına göre ivmeölçer sınıflandırmaları ise Şekil 2.13'te verilmiştir.

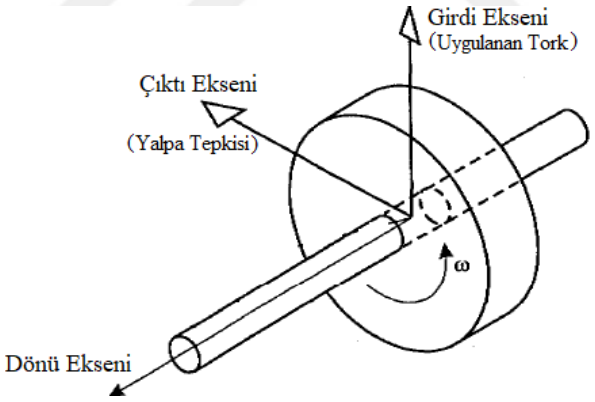


Şekil 2.13 Kullanım alanlarına göre ivmeölçerler (Eren vd. 2011)

2.1.4 Dönüölçerler

Dönüölçerler (Cayro, ing. Gyro) belirli bir zaman aralığında oluşan açısal değişimi veya açısal hızı ölçen sensörlerdir. Prensip olarak jiroskopik etkiden, sagnac etkisinden ve coriolis kuvvetinden yararlanan çok farklı teknolojilere sahip dönüölçer tasarımları mevcuttur.

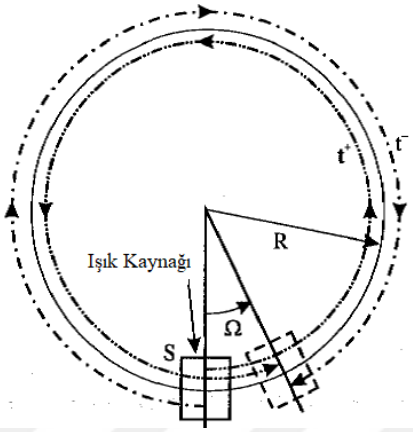
Yüksek bir açısal hızla döndürülen kütleye, dönme eksenine dik bir eksen etrafında bir dönü uygulandığında, bu iki eksene ortogonal olan üçüncü eksende bir tepki oluşmaktadır (Şekil 2.14). Jiroskopik etkiden yararlanan dönüölçerler bu tepkiyi ölçerek çalışmaktadırlar. Bu temel çalışma prensibi tüm mekanik dönüölçerlerde aynı olmakla birlikte, sürtünme ve diğer doğrusal olmayan faktörlerin istenmeyen etkilerini gidermek için kullanılan teknolojiler farklılaşmaktadır. Mekanik dönüölçerlerin en yaygın versiyonları; *Dinamik Ayarlı Dönüölçer* (DTG: Dynamically Tuned Gyro) bahsedilen bu etkileri en aza indirmek adına karmaşık mekanik yapıları kullanır. *Manyetik Askılı Dönüölçer* (MSG: Magnetically Suspended Gyro) ve *Elektrostatik Askılı Dönüölçer* (ESG: Electrostatically Suspended Gyro) ise sırası ile manyetik ve elektromanyetik kuvvetlerden yararlanarak sürtünmeden kaynaklanan istenmeyen etkilerin önüne geçer.



Şekil 2.14 Jiroskopik etki (Lawrence 1998'den Türkçeleştirilerek alınmıştır)

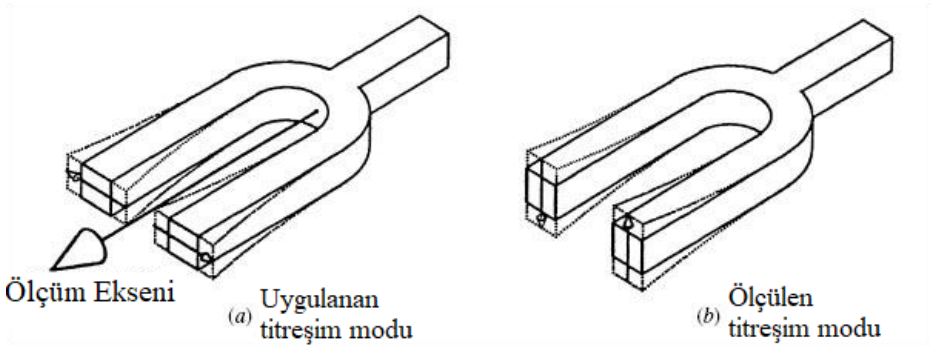
Halka Lazer Dönüölçer (RLG: Ring Laser Gyro) ve *Fiber Optik Dönüölçer* (FOG) gibi optik sensörler ise sagnac etkisinden yararlanırlar (Şekil 2.15). Bir ışık demeti kapalı bir yol boyunca zıt yönlerde yol aldıktan sonra tekrar birleşirlerse ışık demetinin frekansına bağlı olarak aydınlık ve karanlık çizgilerden oluşan bir girişim deseni oluştururlar. Yapı ışık demetinin dönme ekseni etrafında döndürülürse, dönünün ters yönünde hareket eden

ışın girişim noktasına daha geç ulaşacağından, oluşan desende kayma meydana gelir. Elde edilen girişim çizgileri sayılarak dönünün büyüklüğü hesaplanmaktadır. RLG'lerde lazer yolunun kontrol edildiği aynalı bir yapı kullanılırken FOG'larda çok sarımlı fiber optik kablolar kullanılmaktadır.



Şekil 2.15 Sagnac etkisi (Lawrence 1998'den Türkçeleştirilerek alınmıştır)

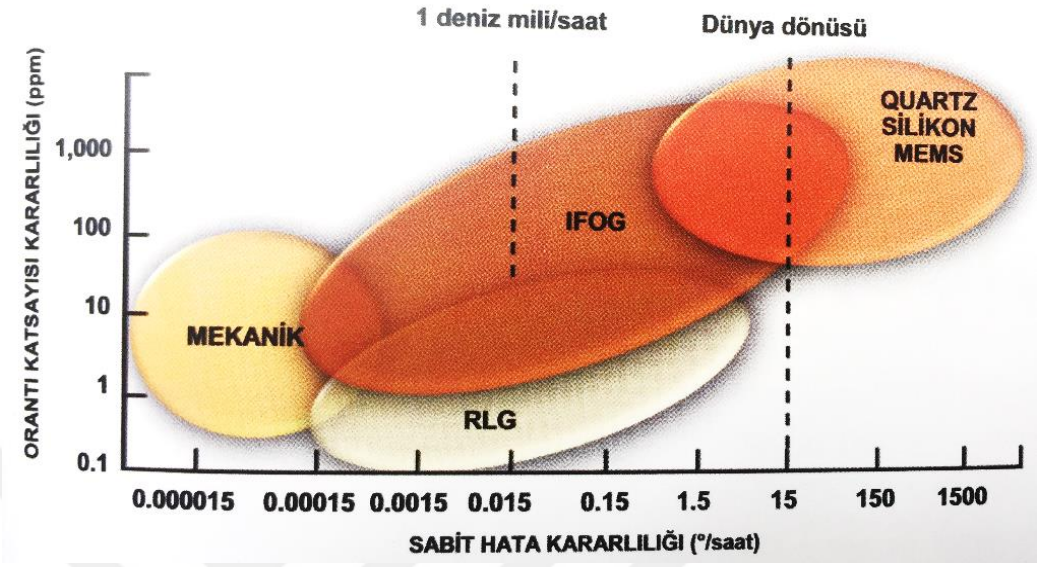
Titreşimli sensörler çok farklı şekillerde tasarlansa da, *Salınan Yarımküre Dönüölçerler* (HRG: Hemisphrical Resonating Gyro) ve *Salınan Akort Çatalı* (TFG: Tuning Fork Gyro) gibi sensörlerin temel prensibi aynıdır. Bu sensörler dönüyü ölçmek için coriolis etkisini kullanmaktadırlar. Bir kütle bir düzlemde sinüzoidal olarak titreşiyorken düzlem döndürüldüğünde, kütle bu düzleme dik olan eksende de titreşmeye başlayacaktır. Bu titreşimin genliği ölçülerek dönü hesaplanmaktadır (Şekil 2.16).



Şekil 2.16 Coriolis etkisi (Warren 2012'den Türkçeleştirilerek alınmıştır)

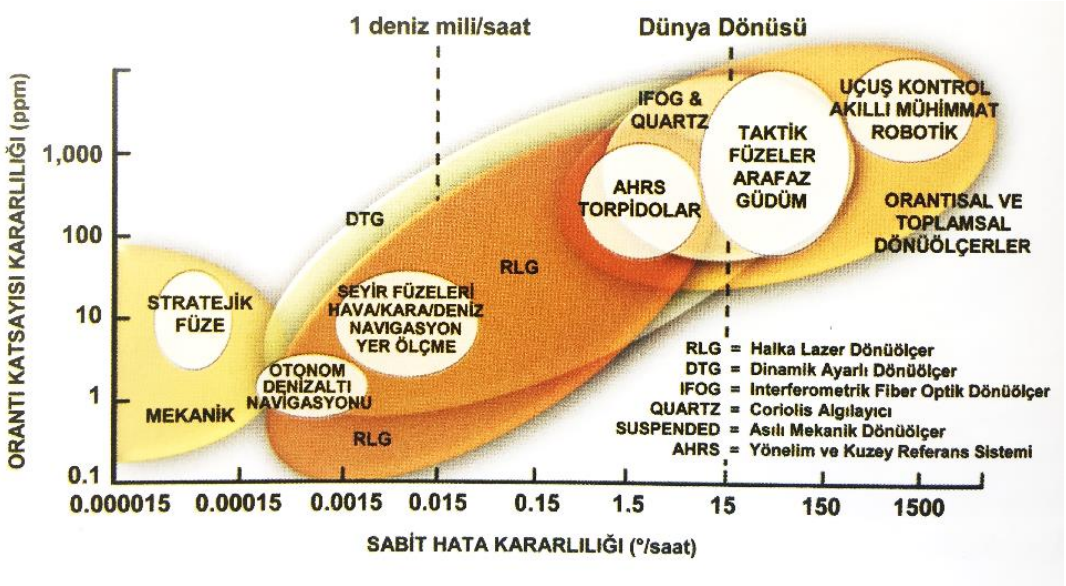
MEMS ve MOEMS sensörler aynı şekilde coriolis ve sagnac prensiplerini kullanmakta olup, 2.1.3 İvmeölçerler bölümünde anlatılan avantaj ve dezavantajları sergilemektedirler.

Farklı teknolojilere sahip dönüölçerlerin performansları Şekil 2.17'de özet olarak verilmiştir.



Şekil 2.17 Teknolojilerine göre dönüölçer performansları (Eren vd. 2011)

Teknolojilerine ve kullanım alanlarına göre dönüölçer sınıflandırmaları ise Şekil 2.18'de verilmiştir.



Şekil 2.18 Kullanım alanlarına göre dönüölçerler (Eren vd. 2011)

2.1.5 AÖB hata kaynakları

Tez çalışması kapsamında oluşturulan AÖB hata modeli ve modele girdi oluşturan hata parametreleri bu bölümde anlatılmaktadır.

2.1.5.1 Sabit hata

Sabit hata (Bias), ataletsel sensörlere uygulanan girdiden bağımsız olarak sensörlerin her türlü koşul altında ölçtükleri sabit değer olarak tanımlanabilir. Sabit hatanın statik ve dinamik bileşenleri bulunmaktadır. Statik sabit hata bileşeni, sabit hata tekrarlanabilirliği olarak isimlendirilir ve sensörün açılışından açılışına değişen, kalibrasyon ile giderilemeyen artık hata olarak nitelendirilir. Sabit hata tekrarlanabilirliği, farklı zamanlarda yapılan kalibrasyon testleri ile hesaplanan sonuçların standart sapması kullanılarak, ortalaması sıfır olacak şekilde normal dağılıma uygun olarak modellenir.

Sabit hata kayması olarak isimlendirilen dinamik sabit hata ise, sensörün çalışması sırasında sabit hatanın nasıl değiştiğini modellemek amacı ile tanımlanmıştır. Tipik olarak sabit hata kayması, sabit hata tekrarlanabilirliğinin 1/10'undan daha az olması beklenmektedir (Groves 2013).

Sabit hata birimi olarak, ivmeölçerler için genelde µg veya mg, dönüölçerler için ise °/saat kullanılır. AÖB sabit hata değerleri vektör olarak modellenmiş olup ivmeölçerler için eşitlik (2.1)'de, dönüölçerler için ise eşitlik (2.2)'de verildiği gibi tanımlanmaktadır.

$$b_a = [b_{ax} \quad b_{ay} \quad b_{az}]' \tag{2.1}$$

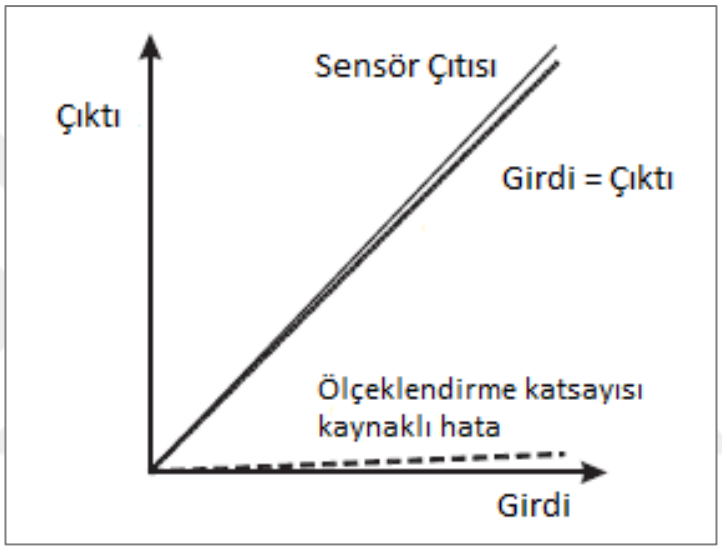
$$b_g = [b_{gx} \quad b_{gy} \quad b_{gz}]' \tag{2.2}$$

Çizelge 2.1 Farklı sınıflardaki AÖB'lerin tipik sabit hata değerleri (Lawrence 1998)

AÖB Sınıfı	İvmeölçer Sabit Hatası	İvmeölçer Sabit Hatası
Stratejik <30m/saat	1 µg	0.0001 °/saat
Navigasyon <1km/saat	50-100 µg	0.015 °/saat
Taktik <20km/saat	100-1000 µg	1-10 °/saat

2.1.5.2 Ölçeklendirme katsayısı hatası

İdeal olduğu varsayılan bir ataletsel sensörde; fiziksel olarak ölçülmek istenen hareketin büyüklüğü ile ölçülen değer birbirine eşit kabul edilebilir, yani girdi ile çıktı arasındaki oran 1'dir. Gerçekte ideal olmayan ataletsel sensörlerin performanslarını belirleyen başlıca parametrelerden birisi olan ölçeklendirme katsayısı hatası, sensörün girdisi ile çıktısı arasındaki oranın idealden yani 1'den farkı olarak tanımlanmaktadır. Şekil 2.19'da gösterildiği gibi, ölçeklendirme katsayısı hatası ölçülmek istenen hareketin büyüklüğü ile orantılı olarak artan bir karakteristiğe sahiptir.



Şekil 2.19 Ölçeklendirme katsayısı hatası

Ölçeklendirme katsayısı hatası, basit bir şekilde sabit bir değer olarak modellenebileceği gibi, ölçeklendirme katsayısının doğrusallığını, pozitif ve negatif girdiler için asimetrisini, sıcaklık ile değişimini ve hata tekrarlanabilirliğini içerecek şekilde daha detaylı da modellenebilir. Bu tez çalışmasında statik durumdaki AÖB verileri kullanılması yeterli olduğundan, doğrusallık ve asimetri gibi dinamiğe bağlı hatalar modele dahil edilmemiştir. Ölçeklendirme katsayısı hatası tekrarlanabilirliği, farklı zamanlarda yapılan kalibrasyon testlerinde hesaplanan sonuçların standart sapması kullanılarak, ortalaması sıfır olacak şekilde normal dağılıma uygun olarak modellenmiştir. Böylece kalibrasyonu tamamlanmış bir AÖB'den beklenen hatalar belirlenerek modele dahil edilmiştir.

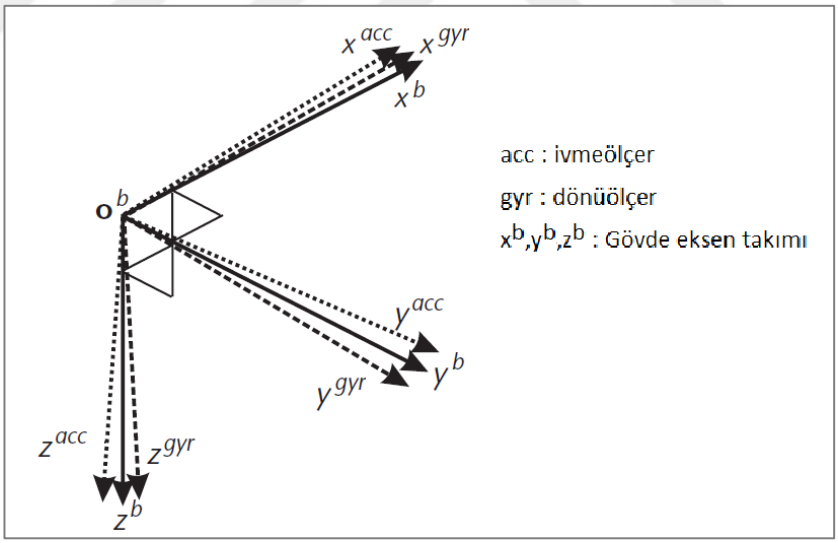
Ölçeklendirme katsayısı hatası birimsiz olup, düşük seviye sensörler için genelde "%" ile yüksek seviye sensörler için ise "ppm" ile ifade edilir. AÖB ölçeklendirme katsayısı hata değerleri diyagonal matris olarak modellenmiş olup ivmeölçerler için eşitlik (2.3) ile dönüölçerler için ise eşitlik (2.4) ile veriliştir.

$$S_a = diag[s_{a,x} \quad s_{a,y} \quad s_{a,z}] \tag{2.3}$$

$$S_g = diag[s_{g,x} \quad s_{g,y} \quad s_{g,z}] \tag{2.4}$$

2.1.5.3 Eksenel kaçıklık hatası

Eksenel kaçıklık hatası, hem ataletsel sensörlerin içyapılarındaki üretim toleranslarından, hem de sensörlerin AÖB'ye montajları sırasında oluşan açısal kaçıklıklardan kaynaklanmaktadır. Eksenel kaçıklık, sensörün ölçüm eksenine ortogonal olan ve aslında ölçüm yapmaması gereken eksenlerdeki ivme ve dönüleri de ölçmesi ile hata oluşturmaktadır. Şekil 2.20'de sensör ölçüm eksenlerinin, gövde eksen takımına (AÖB eksenlerine) göre hatalı duruşları gösterilmiştir.



Şekil 2.20 Sensörlerin eksenel kaçıklıkları

Eksenel kaçıklıklar, AÖB kalibrasyon testleri ile ölçülmekte ve ölçülen bu değerler kompanzasyon algoritmaları ile düzeltilmektedir. Bu sebeple hesaplanabilen eksenel kaçıklıktan ziyade, değerin tekrarlanabilirliği; zamanla ya da sıcaklık ve benzeri dış etmenler ile yapılan son kalibrasyonda hesaplanan değere göre ne kadar değiştiği

performans üzerindeki belirleyici etmenlerden birisidir. Bu sebeple eksenel kaçıklık hatası tekrarlanabilirliği, farklı zamanlarda yapılan kalibrasyon testlerinde hesaplanan sonuçların standart sapması kullanılarak, ortalaması sıfır olacak şekilde normal dağılıma uygun olarak modellenmiştir.

Tezin ilerleyen bölümlerinde eksenel kaçıklık hatası ivmeölçerler için $m_{a,\alpha\beta}$ şeklinde, dönüölçerler için ise $m_{g,\alpha\beta}$ şeklinde ifade edilecektir. Burada α ölçüm yapan sensörü, β ise o sensöre ortogonal olan AÖB eksenini ifade etmektedir. Böylece her bir sensör için ikişer adet olmak üzere toplam 12 adet eksenel kaçıklık parametresi tanımlanmaktadır. Eksenel kaçıklık hataları ve ölçeklendirme katsayısı hataları kolaylık açısından aynı matris yapısı içerisinde ifade edilebilirler. İvmeölçerler ve dönüölçerler için kullanılan hata modelleri sırası ile eşitlik (2.5) ve eşitlik (2.6) ile verilmiştir.

$$M_a = \begin{bmatrix} s_{a,x} & m_{a,xy} & m_{a,xz} \\ m_{a,yx} & s_{a,y} & m_{a,yz} \\ m_{a,zx} & m_{a,zy} & s_{a,z} \end{bmatrix} \tag{2.5}$$

$$M_g = \begin{bmatrix} s_{g,x} & m_{g,xy} & m_{g,xz} \\ m_{g,yx} & s_{g,y} & m_{g,yz} \\ m_{g,zx} & m_{g,zy} & s_{g,z} \end{bmatrix} \tag{2.6}$$

Ölçeklendirme katsayısı hatası gibi birimsiz olan eksenel kaçıklık hatası da "ppm" ile ifade edilebildiği gibi, fiziksel olarak daha kolay algılanabilmesi adına, küçük açı yaklaşımı ile "μrad" (mikro radyan) ile de ifade edilebilmektedir.

2.1.5.4 Rastgele yürüyüş hatası

Ataletsel sensörlerin çıktıları, okuma devrelerinden kaynaklanan gürültü, mekanik yapılarındaki kararsızlıktan kaynaklanan gürültü, sensörlerin içyapılarında meydana gelen gürültü gibi birçok farklı gürültü kaynağından etkilenmektedirler.

Belirli zaman aralıkları ile alınan ortalamaların standart sapmaları, ortalama alınan zaman aralığının karekökü ile ters orantılıdır. Sensör çıktılarının 1 Hz'e kadar olan spektrumu beyaz gürültü olarak ele alınabilir. Bu sebeple rastgele yürüyüş hatasını ifade ederken veya modellerken birim olarak ivmeölçerler için $\mu g/\sqrt{Hz}$, dönüölçerler için ise $°/saat/\sqrt{Hz}$ (güç tayf yoğunluğunun karekökü) kullanılır. Dönüölçerlerin rastgele

yürüyüş hatasını ifade etmek için sıklıkla kullanılan bir diğer birim ise $°/\sqrt{saat}$'tir. Kolaylık olması bakımından sıklıkla karşılaşılan bu iki ifade arasında eşitlik (2.7)'deki gibi bir dönüşüm uygulanabilir.

$$1\,°/\sqrt{saat} = 60\,°/saat/\sqrt{Hz} \tag{2.7}$$

Rastgele yürüyüş hatasının geçmiş ve gelecek değerleri arasında bir ilinti bulunmadığından, rastgele yürüyüşten kaynaklanan hata kalibre ya da kompanse edilememektedir. Diğer AÖB hata parametrelerini hesaplamak adına durağan kalibrasyon testleri yapılırken rastgele gürültünün etkisini azaltmak adına yeterli süre kadar veri toplamak gerekmektedir. Ayrıca rastgele yürüyüş hatası ilk hizalama süresini belirleyen temel hata parametresidir (Eşitlik (3.11)).

Rastgele yürüyüş hataları vektör olarak modellenmiş olup ivmeölçerler için eşitlik (2.8) ile dönüölçerler için ise eşitlik (2.9) ile veriliştir.

$$w_a = [w_{ax} \quad w_{ay} \quad w_{az}]' \tag{2.8}$$

$$w_g = [w_{gx} \quad w_{gy} \quad w_{gz}]' \tag{2.9}$$

2.1.6 AÖB hata modeli

İvmeölçer ve dönüölçer hata parametrelerinin sensörlerin çıktılarına olan etkilerini modellemek adına kullanılan hata denklemleri sırasıyla (2.10) ve (2.11) ile verilmiştir.

$$\tilde{f}_{ib}^{b} = b_a + (I + M_a) f_{ib}^{b} + w_a \tag{2.10}$$

$$\tilde{\omega}_{ib}^{b} = b_g + \left(I + M_g\right)\omega_{ib}^{b} + w_g \tag{2.11}$$

Burada $\tilde{f}_{ib}^{b}$ modellenmiş hatalı ivmeölçer çıktıları olan özgül kuvveti, $\tilde{\omega}_{ib}^{b}$ ise modellenen hatalı dönüölçer çıktıları olan açısal hızları ifade etmektedir. f_{ib}^{b} ve ω_{ib}^{b} ise, hata eklenmeden önceki referans AÖB verileridir. Buradaki $\omega_{\beta\alpha}^{\gamma}$; α eksen takımının, β referans eksen takımına göre olan dönüsünün γ eksen takımında ifade edilmesi anlamındadır. I ise birim matrisi ifade etmektedir. Referans eksen takımları Bölüm 2.2'de anlatılacaktır.

2.2 Referans Eksen Takımları

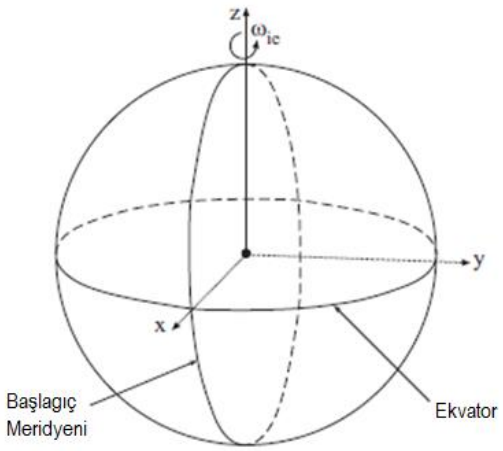
Tez çalışmasında kullanılan referans eksen takımları bu bölümde tanımlanmıştır.

2.2.1 Yer merkezli ataletsel eksen takımı (ECI: Earth Centered Inertial)

Yer merkezli ataletsel eksen takımı; merkezi dünyanın ağırlık merkezinde olan, dünya ile birlikte dönmeyip uzak yıldızlara göre sabit duran birbirine dik üç vektör ile ifade edilen bir eksen takımıdır. Newton hareket yasalarının geçerli olduğu eksen takımı olup, ataletsel referans olarak kabul edilmektedir. Tüm ataletsel sensörler, ölçümlerini fiziksel olarak bu referansa göre gerçekleştirmektedir (Farrell 2008). Tezin ilerleyen bölümlerinde ECI olarak değinilecek olup, eşitliklerde "i" indisi ile ifade edilecektir.

2.2.2 Yer merkezli yere sabit eksen takımı (ECEF: Earth Centered Earth Fix)

Yer merkezli yere sabit eksen takımının merkezi dünyanın ağırlık merkezinde olup, X ekseni başlangıç meridyeninin ekvator ile kesiştiği noktaya, Z ekseni kuzey kutup noktasına uzanmaktadır. Y ekseni ise sağ el kuralına uygun şekilde X ve Z eksenlerine diktir. (Şekil 2.21)



Şekil 2.21 ECEF eksen takımı (Farrell 2008'den Türkçeleştirilerek alınmıştır)

Tezin ilerleyen bölümlerinde ECEF olarak değinilecek olan eksen takımı dünya ile birlikte dönmektedir. ECI ile ECEF eksen takımlarının merkezleri ve Z eksenleri ortaktır. Böylece dünyanın ECI'ye (uzak yıldızlara) göre dönüşünün ECEF'teki ifadesi eşitlik (2.12)'deki gibi elde edilir. ECEF eksen takımı eşitliklerde "e" indisi ile ifade edilecektir.

$$\omega_{ie}^{e} = [0 \quad 0 \quad \omega_{ie}]^{T} \tag{2.12}$$

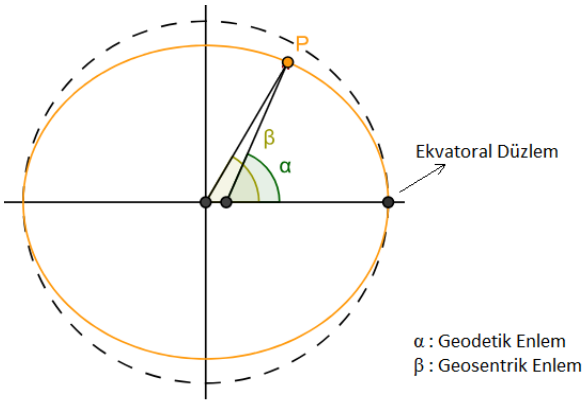
Burada ω_{ie} dünya dönüş hızını temsil etmekte olup, WGS-84'te $\omega_{ie} = 7.292115 * 10^{-5} rad/s$ olarak tanımlanmştır.

2.2.3 Geodetik (Coğrafi) eksen takımı

Geodetik eksen takımı, dünya yüzeyinin elipsoid olduğu varsayımı ile yerel olarak tanımlanmıştır. Platform ile birlikte hareket eden bir referans eksen takımı olup, bulunulan konumda elipsoidin normal vektörü ile ekvatoral düzlemin yaptığı açı Geodetik enlemi tanımlamaktadır. Geodetik enlem (L) kuzeye doğru (Şekil 2.22), Geodetik boylam (λ) ise doğu yönüne doğru artmaktadır. Eksen takımının üçüncü bileşeni ise elipsoid normal doğrultusunda yere doğru artmaktadır. Yüzeye yakın cisimlerin pozisyonlarını tanımlamakta navigasyon referansı oluşturarak kolaylık sağlamaktadır. Tez çalışmalarında elipsoid referans olarak WGS-84 kullanılmıştır. WGS-84 modeli Bölüm 2.3'te detayları ile anlatılmıştır.

2.2.4 Geosentrik eksen takımı,

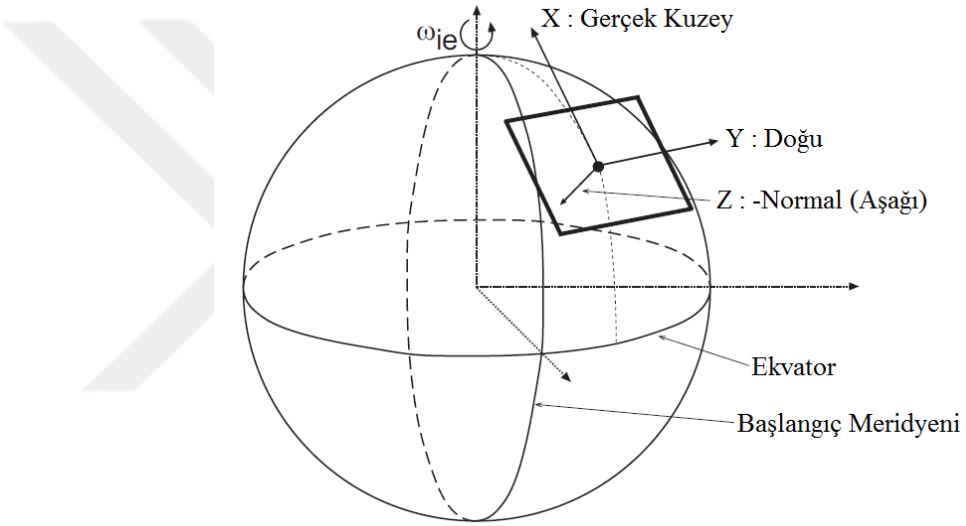
Geosentrik eksen takımı, geodetik eksen takımı gibi yerel olarak tanımlanmış ve araçla birlikte hareket etmektedir. Geodetik referansa göre farklılığı ise geosentrik enlemin bulunulan noktadan geoid merkezine doğru olan vektörün, ekvatoral düzlem ile yaptığı açı ile tanımlanmasıdır (Şekil 2.22). Yeryüzünden çok uzakta gerçekleşen uygulamalarda referans kolaylığı sağlamaktadır.



Şekil 2.22 Geodetik ve Geosentrik enlem (Anonymous wikipedia.org 2017'den Türkçeleştirilerek alınmıştır)

2.2.5 Yerel navigasyon eksen takımı (NED: North East Down)

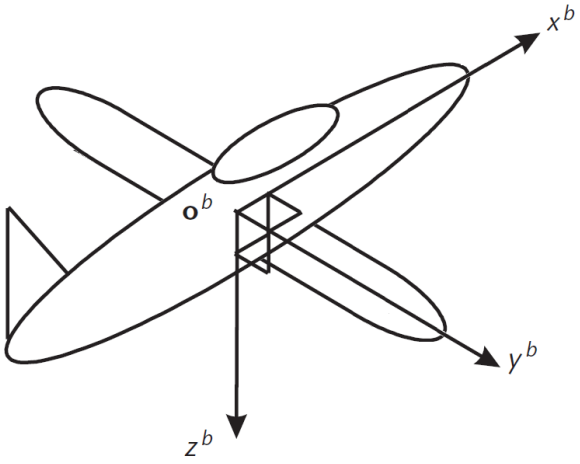
Yerel navigasyon eksen takımı, platform ile birlikte hareket eden, yerel yatay düzleme göre tanımlanan kartezyen bir referanstır. Geodetik referansta olduğu gibi elipsoide göre tanımlanır. X ekseni Kuzey'e, Y ekseni Doğu'ya ve Z ekseni de yere doğru uzanmaktadır. Özellikle platformun hızını ifade ederken çok büyük algı kolaylığı sağlar. Bilinen bir noktaya göreceli olarak pozisyon ifade etmekte de kullanılabilir. Tezin ilerleyen bölümlerinde NED olarak ifade edilecek eksen takımı, oluşan hız hatalarını ve bilinen doğru konuma göre oluşan pozisyon hatalarını ifade etmekte kullanılacak ve eşitliklerde "n" indisi ile ifade edilecektir.



Şekil 2.23 Yerel navigasyon eksen takımı (Farrell 2008'den Türkçeleştirilerek alınmıştır)

2.2.6 Gövde eksen takımı

Gövde eksen takımı, platform ile çakışık olup birlikte hareket eden, başlangıç noktası NED ile ortak olup genellikle merkezi platformun ağırlık merkezi olarak kabul edilen eksen takımıdır. Şekil 2.24'te görüldüğü üzere; X ekseni platformun burnundan ileri doğru, Y ekseni platformun sağ yanına doğru Z ekseni ise platformun altına doğru tanımlanmaktadır. Gövde eksen takımı tezin ilerleyen bölümlerinde "b" indisi ile ifade edilecektir.



Şekil 2.24 Gövde eksen takımı (Groves 2013)

Platforma sıkı monte edilmiş ve gimbal gibi hareketli mekanizmalar içermeyen tüm sensörler ölçümlerini bu eksen takımında gerçekleştirirler.

Navigasyonda kullanılan ataletsel sensörler de gövde eksen takımının ECI'ye göre ne kadar döndüğünü ya da ivmelendiğini ölçmektedir.

Platformun ECI'ye göre olan rotasyon vektörü (2.13)'teki gibi ifade edilir. Burada p, x^b etrafındaki dönüyü, q, y^b etrafındaki dönüyü, r ise z^b etrafındaki dönüyü göstermektedir.

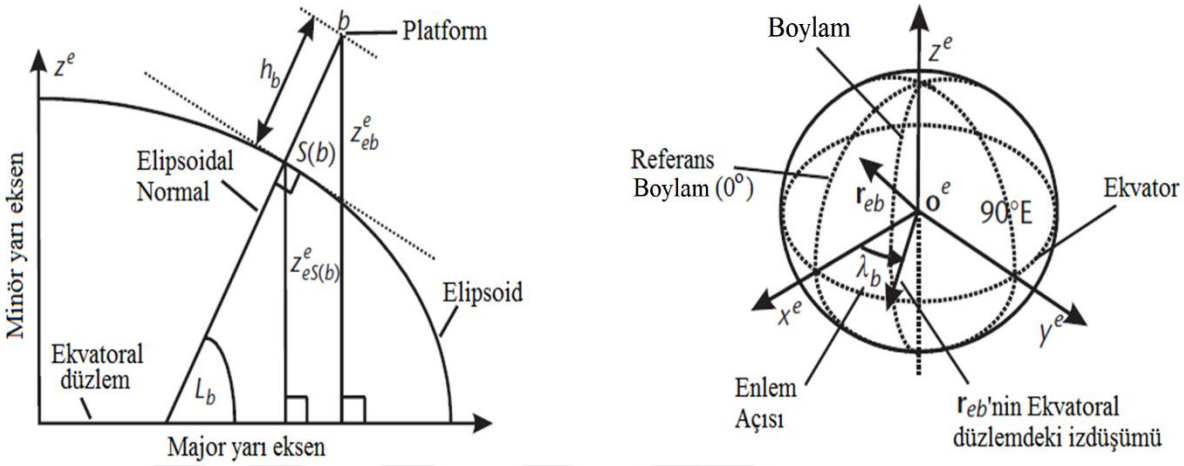
$$\omega_{ib}^{b} = [\mathrm{p} \quad \mathrm{q} \quad \mathrm{r}]^T \tag{2.13}$$

Benzer şekilde gövde eksen takımındaki hızlar sırasıyla, u, v ve w ile ifade edilmektedir.

2.3 WGS-84 Dünya Modeli

Dünyanın topolojik yapısı herhangi bir geometrik şekil ile ifade edilemeyeceğinden navigasyon ve benzeri uygulamalarda kullanılmak üzere yeryüzünün kendine özgü şekli olan geoid bir elipsoide benzetilecek şekilde modellenmiştir. Elipsoidal model elipsin minör ekseni etrafında döndürülmesi ile oluşmuş üç boyutlu şekli tanımlamaktadır. Bu referans elipsoidi tanımlamak için oluşturulmuş çok sayıda farklı koordinat sistemi (datum) bulunmakla beraber, navigasyon uygulamalarında yoğunlukla kullanılmakta olanı WGS-84 elipsoidal coğrafi koordinat sistemidir (Titterton 2004).

WGS-84 iki adet açı ve deniz seviyesinden olan yükseklik ile ifade edilmektedir. Modellenen elipsoidin ortalama yüksekliği deniz seviyesini vermektedir. Enlem açısı ekvatordan başlayıp kuzey kutbuna doğru artarken güney kutbuna doğru azalır. Boylam açısı ise Greenwich boylamı üzerinden başlayıp doğuya doğru artar.



Şekil 2.25 WGS-84 koordinat sistemi (Groves 2013'ten Türkçeleştirilerek alınmıştır)

WGS-84 ile tanımlanan elipsoidin parametreleri Çizelge 2.2'de verilmiştir.

Çizelge 2.2 WGS-84 parametreleri

Parametre	**Tanım**	**Değer**
a	Majör yarı eksen (Ekvatoral yarıçap)	6378137 m
b	Minör yarı eksen (Kutupsal yarıçap)	6356752.3142 m
f	Düzlemsellik	0.00335281066474748
e	Eksentrisite	0.0818191908425
ω_{ie}	Dünya dönüsü	7.2921158553e-5 rad/s

Çizelge 2.2'de verilen e^2 birinci eksentriteyi göstermekte olup eşitlik (2.14)'te verildiği şekilde hesaplanır. f ise elipsoidin düzlemselliğini belirtmektedir ve eşitlik (2.15)'te gösterildiği gibi hesaplanır.

$$e = \sqrt{\frac{a^2 - b^2}{a^2}} = \sqrt{f(2-f)} \tag{2.14}$$

$$f = \frac{a-b}{a} \tag{2.15}$$

$$b = a(1-f) \tag{2.16}$$

Dünya dönüsünün ECEF, ECI ve NED referans eksen takımlarındaki vektörel değerleri (2.17) ile verilmiştir:

$$\omega_{ie}^{i} = -\omega_{ie}^{e} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega_{ie} \end{bmatrix} \tag{2.17}$$

$$\omega_{ie}^{n} = \begin{bmatrix} \omega_{ie} \cos L \\ 0 \\ -\omega_{ie} \sin L \end{bmatrix} \tag{2.18}$$

2.4 Eksen Takımları Arasındaki Dönüşümler

Farklı eksen takımları arasındaki dönüşümler bu başlık altında anlatılacaktır. Eksen takımları arasındaki dönüşüm matrisleri C_{α}^{β} şeklinde ifade edilecektir. Bu matris α eksen takımını, β eksen takımına dönüştüren, dönüşüm matrisi olarak yorumlanmalıdır.

2.4.1 ECEF- ECI dönüşümleri

ECEF ve ECI eksen takımlarının merkezleri ve Z eksenleri ortak olduğundan, günde bir kere t_0 anında eş eksen takımları haline gelmektedirler. ECEF, ECI'ye göre ω_{ie}^{e}:dünya dönü hızı ile dönmektedir. Bu durumda herhangi bir t anında, (2.19) ve (2.20) ile verilen dönüşüm matrisleri tanımlanabilmektedir.

$$C_i^e = \begin{bmatrix} cos\,\omega_{ie}(t-t_0) & sin\,\omega_{ie}(t-t_0) & 0 \\ -sin\,\omega_{ie}(t-t_0) & cos\,\omega_{ie}(t-t_0) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{2.19}$$

$$C_e^i = C_i^{eT} = \begin{bmatrix} cos\,\omega_{ie}(t-t_0) & -sin\,\omega_{ie}(t-t_0) & 0 \\ sin\,\omega_{ie}(t-t_0) & cos\,\omega_{ie}(t-t_0) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{2.20}$$

Pozisyon dönüşümü için çözüm eksenlerinin dönüşümü yeterli olmaktadır:

$$p_{e\mathrm{b}}^{e} = \mathrm{C}_{\mathrm{i}}^{\mathrm{e}} p_{ib}^{i}$$
$$p_{i\mathrm{b}}^{i} = C_{e}^{i} p_{eb}^{e} \tag{2.21}$$

Hız ve ivme dönüşümü yapılırken dünya dönüsünün etkisi de hesaplara katılmaktadır:

$$v_{e\mathrm{b}}^{e} = C_{i}^{e}\left(v_{ib}^{i} - \Omega_{ie}^{i}\mathrm{p}_{ib}^{i}\right)$$
$$v_{i\mathrm{b}}^{i} = C_{e}^{i}(v_{eb}^{e} - \Omega_{ie}^{e}\mathrm{p}_{eb}^{e}) \tag{2.22}$$

$$a_{e\mathrm{b}}^{e} = C_{i}^{e}\left(a_{ib}^{i} - 2\Omega_{ie}^{i}v_{ib}^{i} - \Omega_{ie}^{i}\Omega_{ie}^{i}p_{ib}^{i}\right)$$
$$a_{i\mathrm{b}}^{i} = C_{e}^{i}(a_{eb}^{e} - 2\Omega_{ie}^{e}v_{eb}^{e} - \Omega_{ie}^{e}\Omega_{ie}^{e}p_{eb}^{e}) \tag{2.23}$$

Burada $\Omega_{\beta\alpha}^{\gamma}$ ile gösterilen matris $\omega_{\beta\alpha}^{\gamma}$'nın ters simetrik forma getirilmiş halidir, eşitlik (2.24) ile verildiği şekilde hesaplanmaktadır:

$$\Omega\beta\alpha\gamma=\omega\beta\alpha\gamma\wedge=0-\omega\beta\alpha,3\gamma\omega\beta\alpha,2\gamma\omega\beta\alpha,3\gamma 0-\omega\beta\alpha,1\gamma-\omega\beta\alpha,2\gamma\omega\beta\alpha,1\gamma 0 \tag{2.24}$$

Açısal hız dönüşümü eşitlik (2.25)'te verildiği şekilde gerçekleştirilmektedir:

$$\omega_{eb}^{e} = C_{i}^{e}\left(\omega_{ib}^{i} - \omega_{ie}^{i}\right)$$
$$\omega_{ib}^{i} = C_{e}^{i}(\omega_{eb}^{e} + \omega_{ie}^{e}) \tag{2.25}$$

2.4.2 ECEF- NED dönüşümleri

ECEF ile NED arasındaki dönüşüm matrisi, enlemin (L) ve boylamın (λ) bir fonksiyonu olup eşitlik (2.26)'da verildiği gibidir:

$$C_{n}^{e} = \begin{bmatrix} -\sin L\ \cos\lambda & -\sin\lambda & -\cos L\ \cos\lambda \\ -\sin L\ \sin\lambda & \cos\lambda & -\cos L\ \sin\lambda \\ \cos L & 0 & -\sin L \end{bmatrix} \tag{2.26}$$

Pozisyon, hız ve ivme dönüşümleri eşitlik (2.27)'de verildiği şekilde gerçekleştirilmektedir:

$$X_{\beta\alpha}^{e} = C_{n}^{e}\, X_{\beta\alpha}^{n} \qquad X \in p, v, a \quad \text{ve} \quad \alpha, \beta \in i, e, n, b \tag{2.27}$$

Açısal hız dönüşümü eşitlik (2.28)'de verildiği şekilde gerçekleştirilmektedir:

$$\omega_{nb}^{n} = C_{e}^{n}(\omega_{eb}^{e} - \omega_{en}^{e})$$
$$\omega_{eb}^{e} = C_{n}^{e}(\omega_{nb}^{n} + \omega_{en}^{n}) \tag{2.28}$$

Burada ω_{en}^{n} yerel yatay düzlemin dünyaya göre dönüşünün navigasyon eksen takımındaki gösterimi olup, platformun dünyaya göre olan hızının ve elipsoidin o enlemdeki eğrisinin bir fonksiyonudur (2.29).

$$\omega_{en}^{n} = \begin{bmatrix} v_{eb,E}^{n}/(R_E(L)+h) \\ -v_{eb,N}^{n}/(R_N(L)+h) \\ -v_{eb,E}^{n}\tan L/(R_E(L)+h) \end{bmatrix} \tag{2.29}$$

$$R_N(L) = a(1-e^2)/(1-e^2\sin^2 L)^{1.5} \tag{2.30}$$

$$R_E(L) = a/\sqrt{1-e^2\sin^2 L} \tag{2.31}$$

$$r_{eS}(L) = R_E(L)\sqrt{\cos^2 L + (1+e^2)^2\sin^2 L} \tag{2.32}$$

2.4.3 ECEF- WGS-84 Dönüşümleri

WGS-84 koordinat sisteminde tanımlanmış enlem, boylam ve yükseklik bilgisinden, ECEF koordinatları (2.33) ile verilen eşitlikler kullanılarak hesaplanmaktadır (Groves 2013):

$$\begin{aligned} x_{eb}^{e} &= (R_E(L)+h)\,cos\,L\,cos\,\lambda \\ \mathrm{y_{eb}^{e}} &= (\mathrm{R_E(L)+h})\cos \mathrm{L}\sin\lambda \\ \mathrm{z}_{eb}^{e} &= ((1-e^2)R_E(L)+h)\sin L \end{aligned} \tag{2.33}$$

Kartezyen ECEF koordinatlarından, eğrisel pozisyon olan enlem, boylam ve yükseklik hesaplanırken kullanılan eşitlikler, (2.33) ile verilen eşitliklerin tersleri olup (2.34) ile verilmiştir:

$$sin\,L = \frac{z_{eb}^{e}}{(1-e^2)R_E(L)+h} \tag{2.34}$$

$$\tan\lambda = \frac{\mathrm{y}_{eb}^{e}}{\mathrm{x}_{eb}^{e}} \tag{2.35}$$

$$h = \frac{\sqrt{(x_{eb}^{e})^2 + (y_{eb}^{e})^2}}{cos\,L} - R_E(L) \tag{2.36}$$

$\mathrm{R_E}$ enlemin bir fonksiyonu olduğu için, enlem ve yükseklik hesaplanırken, (2.34) ve (2.36) ile verilen eşitliklerin döngüsel olarak çözülmesi gerekmektedir. İlk döngüde

$R_E = a$ olarak ilklendirilebilir. Boylam için ise (2.35) ile verilen eşitliği çözmek üzere tan^{-1} hesaplanırken elde edilecek çözümün dört bölgede de olabileceği unutulmamalı, y^e_{eb} ve x^e_{eb} terimlerinin işaretleri göz önünde bulundurulmalıdır.

Eğrisel pozisyonun zamana göre türevi, NED'de ifade edilen, platformun dünyaya göre olan hızının lineer bir fonksiyonudur (Groves 2013) (2.37).

$$\dot{L} = \frac{v^n_{eb,N}}{R_N(L)+h}$$

$$\dot{\lambda} = \frac{v^n_{eb,E}}{(R_E(L)+h)\cos L} \tag{2.37}$$

$$\dot{h} = -v^n_{eb,D}$$

NED referansına göre ifade edilen hızın, herhangi bir dönüşüm uygulamadan doğrudan eğrisel pozisyon entegrasyonunda kullanılabilmesini sağlayan bu eşitlikler tezin ilerleyen bölümlerinde sıklıkla kullanılacaktır.

2.4.4 Gövde eksen takımı - NED dönüşümleri

NED ile gövde eksen takımı arasındaki dönüşümler, platformun yerel yatay düzleme göre nasıl durduğunu tanımlayan yuvarlanma (φ), yunuslama (θ) ve kuzey yönelim (ψ) açılarının bir fonksiyonu olan dönüşüm matrisi ile gerçekleştirilir (2.38). Gövde eksenleri etrafındaki dönüşümün sıralaması ψ açısı kadar z ekseni etrafında, θ açısı kadar y ekseni etrafında ve φ açısı kadar x ekseni etrafında olacak şekilde uygulanmaktadır.

$$C^b_n = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & cos\,\varphi & sin\,\varphi \\ 0 & -sin\,\varphi & cos\,\varphi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} cos\,\theta & 0 & -sin\,\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ sin\,\theta & 0 & cos\,\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} cos\,\psi & sin\,\psi & 0 \\ -sin\,\psi & cos\,\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{2.38}$$

$$= \begin{bmatrix} cos\,\psi\,cos\,\theta & sin\,\psi\,cos\,\theta & -sin\,\theta \\ -sin\,\psi\,cos\,\varphi + cos\,\psi\,sin\,\theta\,sin\,\varphi & cos\,\psi\,cos\,\varphi + sin\,\psi\,sin\,\theta\,sin\,\varphi & cos\,\theta\,sin\,\psi \\ sin\,\psi\,sin\,\varphi + cos\,\psi\,sin\,\theta\,cos\,\varphi & -cos\,\psi\,cos\,\varphi + sin\,\psi\,sin\,\theta\,cos\,\varphi & cos\,\theta\,cos\,\psi \end{bmatrix}$$

Gövde eksen takımı ve NED'in merkezleri çakışık olduğu için iki eksen takımı arasında pozisyon dönüşümü yapmak anlamsızdır (Farrell 2008). Hız, ivme ve açısal hız dönüşümü eşitlik (2.39)'daki gibi uygulanmaktadır:

$$X^b = C^b_n\,X^n \text{ ve } X^n = C^{b^T}_n\,X^b \quad X \in v, a, \omega \tag{2.39}$$

2.4.5 Diğer dönüşüm ve faydalı eşitlikler

Ters simetrik formdaki bir matrisin eksen takımını değiştirmek için eşitlik (2.40)'tan faydalanılacaktır:

$$\Omega_{\beta\alpha}^{\delta} = \mathrm{C}_{\gamma}^{\delta}\, \Omega_{\beta\alpha}^{\gamma} \mathrm{C}_{\delta}^{\gamma} \tag{2.40}$$

Bir dönüşüm matrisinin türevi alınırken (2.41)'den faydalanılacaktır:

$$\dot{\mathrm{C}}_{\beta}^{\alpha} = -\mathrm{C}_{\beta}^{\alpha}\, \Omega_{\beta\alpha}^{\beta} = -\Omega_{\beta\alpha}^{\beta} \mathrm{C}_{\beta}^{\alpha} = \mathrm{C}_{\beta}^{\alpha}\, \Omega_{\alpha\beta}^{\beta} = \Omega_{\alpha\beta}^{\beta} \mathrm{C}_{\beta}^{\alpha} \tag{2.41}$$

ECEF referansında hız değişimi denklemleri çözülürken, dünya dönüsü kaynaklı merkezcil ivme ve coriolis etkilerini içeren eşitlik (2.42)'den faydalanılacaktır:

$$\dot{v}_{eb}^{e} = -\Omega_{ie}^{e} \Omega_{ie}^{e} \mathrm{r}_{eb}^{e} - 2\Omega_{ie}^{e} \mathrm{v}_{eb}^{e} + \mathrm{a}_{ib}^{e} \tag{2.42}$$

2.5 Yerçekimi Modeli

Tez çalışmaları kapsamında gerçekleştirilen navigasyon algoritmalarında ismini İtalyan bir matematikçiden almış olan "Somigliana" yer çekimi modeli kullanılmıştır. WGS-84'te enlemin bir fonksiyonu olarak tanımlanmış olan basit yerçekimi modeli (2.43) ile verilmiştir:

$$g_0(L) = 9.7803253359 \frac{(1 + 0.001931853 \sin^2 L)}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 L}}\ m/s^2 \tag{2.43}$$

Geodetik enlem ile hesaplanan ve elipsoide dik olan yer çekimi büyüklüğü, NED'de (2.44) deki gibi ifade edilebilir:

$$g_0{}^n(L) = [0 \quad 0 \quad g_0(L)]^T \tag{2.44}$$

Dünyanın dönüş hızından kaynaklanan merkezcil ivme eklendiğinde eşitlik (2.45) elde edilir:

$$\gamma_0{}^n(L) = g_0{}^n(L) + \Omega_{ie}^{n} \Omega_{ie}^{n} r_{es}(L) \tag{2.45}$$

Burada $r_{eS}(L)$ bulunulan enlemde, yüzeyin geosentrik merkeze olan uzaklığını ifade etmektedir (2.32).

Kütle çekiminin uzaklığın karesi ile ters orantılı olmasından yola çıkılarak, dünya yüzeyi için hesaplanmış olan yerçekimi vektörü eşitlik (2.46) kullanılarak yüksekliğe bağlı olarak ölçeklendirilebilir. Eşitlik (2.47) kullanılarak yüksekliğe göre ölçeklendirilmiş olan çekim ivmesinden merkezcil ivme çıkartılır.

$$\gamma_{ib}^{n}(L,h) = \frac{\left(r_{eS}(L)\right)^2}{(r_{eS}(L)+h)^2}\,{\gamma_0}^{n}(L) \tag{2.46}$$

$${g_h}^{n}(L,h) = \gamma_{ib}^{n}(L,h) - \Omega_{ie}^{n}\Omega_{ie}^{n}(r_{eS}(L)+h) \tag{2.47}$$

Hesaplanan ${g_h}^{n}(L,h)$ navigasyon algoritmasının hız güncelleme adımında kullanılacaktır. Yerin yüzeyindeki yerçekimi ivmesini veren ${g_0}^{n}(L)$ ise hassas hizalamada kullanılan lineer sistem dinamiklerini hesaplarken kullanılacaktır.

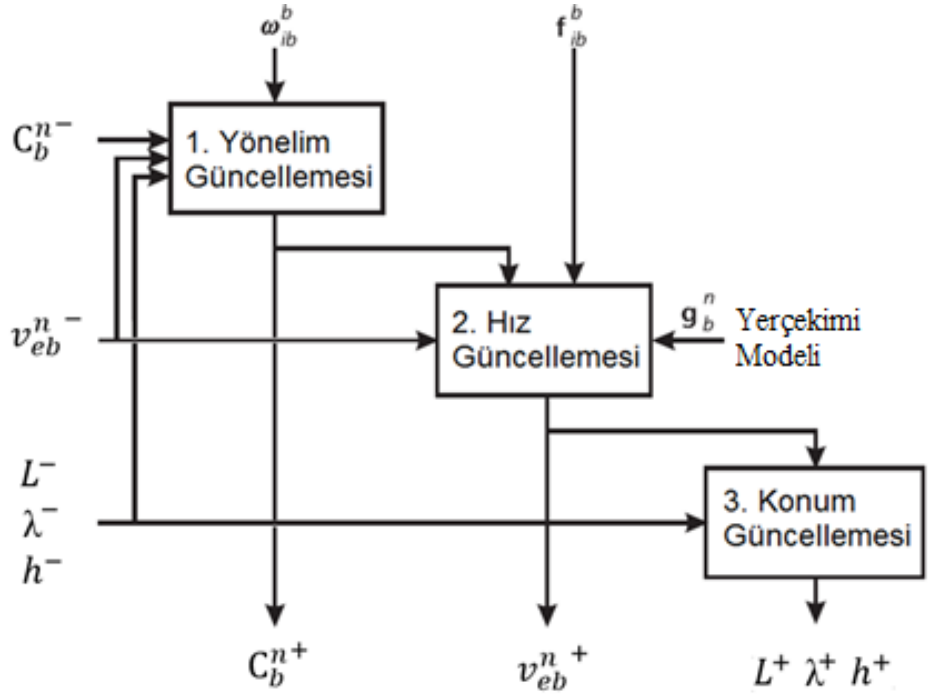
Yerçekimi ve merkezcil ivme (γ_{ib}^{n}), özgül kuvvet (f_{ib}^{n}) ve toplam ivme (a_{ib}^{n}) arasındaki ilişki eşitlik (2.48) ile verilmiştir.

$$f_{ib}^{n} = a_{ib}^{n} - \gamma_{ib}^{n} \tag{2.48}$$

2.6 Navigasyon Denklemleri

Ataletsel navigasyon denklemleri, navigasyon çözümünün hangi referans eksen takımında ifade edilmek istendiğine göre farklılıklar göstermektedir. Navigasyon çözümü için ECI, ECEF, NED ve Geodetik referans eksen takımları, algoritmaların gerçekleştirilmesinde sıklıkla kullanılan referanslardır. Tez çalışması kapsamında, navigasyon eşitlikleri NED eksen takımında gerçekleştirilmiştir. Bu metotta referans olarak ECEF kullanılmakta olup, navigasyon çözümü NED'de sunulmaktadır (Groves 2013). Yönelim açıları platformun yerel yatay düzleme göre nasıl durduğunu tanımlayan dönüşüm matrisi (C_b^n) şeklinde çözülerek, yuvarlanma (φ), yunuslama (θ) ve kuzey yönelimi (ψ) açılarına dönüştürülmektedir. Hız çözümü (v_{eb}^{n}) NED'de elde edilmektedir. Pozisyon çözümü ise geodetik enlem, boylam ve yükseklik olarak ifade edilmektedir.

NED referansındaki navigasyon algoritması temel olarak üç adımdan oluşmaktadır. Algoritma akışı Şekil 2.26 ile verilmiştir.



Şekil 2.26 NED referansındaki navigasyon algoritması akışı

2.6.1 Yönelim güncellemesi

Yönelim güncellemesi adımında pozisyon, hız ve dönüölçerlerden elde edilen açısal hızlar, kullanılarak yönelim bilgisini içeren C_n^b matrisi güncellenmektedir. Yönelim bilgisi yerel yatay düzleme göre tanımlandığı için, NED eksen takımının açısal değişimini de hesaplamak gerekmektedir. Bu açısal değişim, dünyanın bulunulan noktadaki eğriselliği ve platformun hızı kullanılarak hesaplanmaktadır.

$$\dot{C}_b^n = C_b^n \Omega_{ib}^b - (\Omega_{ie}^n + \Omega_{en}^n) C_b^n \qquad (2.49)$$

Eşitlik (2.49)'da $C_b^n \Omega_{ib}^b$ ifadesi o güncelleme zaman adımı içerisinde, platformun ECI'ye göre ne kadarlık bir açısal değişime uğradığını ifade etmektedir. İkinci kısım ise NED'in ECI'ye göre ne kadar döndüğünü hesaplamak için kullanılmaktadır (2.50):

$$\Omega_{in}^n = \Omega_{ie}^n + \Omega_{en}^n \qquad (2.50)$$

Burada Ω_{ie}^{n}, eşitlik (2.18) ile verilen dünya dönüsünün (ω_{ie}^{n}) ters simetrik halidir:

$$\Omega_{ie}^{n} = \omega_{ie}\begin{bmatrix} 0 & \sin L & 0 \\ -\sin L & 0 & -\cos L \\ 0 & \cos L & 0 \end{bmatrix} \tag{2.51}$$

Ω_{en}^{n} ise hıza bağlı olarak eşitlik (2.52) ve (2.24) yardımı ile hesaplanır:

$$\omega_{en}^{n} = \begin{bmatrix} \mathrm{v}_{\mathrm{eb,E}}^{\mathrm{n}}/(R_E + h) \\ -\mathrm{v}_{\mathrm{eb,N}}^{\mathrm{n}}/(R_N + h) \\ -\mathrm{v}_{\mathrm{eb,E}}^{\mathrm{n}} \tan L/(R_E + h) \end{bmatrix} \tag{2.52}$$

R_E ve R_N enleme bağlı olarak (2.30) ve (2.31) ile verildiği şekilde hesaplanır.

Eşitlik (2.49) güncelleme zaman adımı boyunca entegre edildiğinde (2.53) elde edilir:

$$\mathrm{C}_b^n(t+\tau) = \mathrm{C}_b^n(t)\, exp\big(\Omega_{ib}^{b}\tau\big) - \big(exp\big((\Omega_{ie}^{n} + \Omega_{en}^{n})\tau\big) - I\big)\mathrm{C}_b^n(t) \tag{2.53}$$

Üstel terimlerin 1. dereceden açılımı ile güncellenmiş C_b^n elde edilir (2.54):

$$\mathrm{C}_b^{n+} \approx \mathrm{C}_b^{n-}\big(I + \Omega_{ib}^{b}\tau\big) - \big(\Omega_{ie}^{n}(L^-) + \Omega_{en}^{n}(L^-, h^-, \mathrm{v}_{eb}^{n\,-})\big)\mathrm{C}_b^{n-}\tau \tag{2.54}$$

Yüksek dinamik sistemler için daha yüksek doğruluk sağlayan entegrasyon metotları kullanılabilir. Tez çalışması kapsamında sadece statik durumlarda çalışılacağı için algoritma sadeliği bakımından bu metot tercih edilmiştir.

2.6.2 Hız güncellemesi

Yer çekimi ivmesi ve Coriolis etkilerini düzeltme işlemi ivmeölçer verileri kullanılarak hız güncellemesinin gerçekleştirildiği bu adım sırasında yapılır. Hız çözümünün gerçekleştirildiği eksen takımı ile referans eksen takımı birbirinden farklıdır. Referans olarak ECEF kullanıldığından (2.55) ile verilen dönüşüm yapılmaktadır:

$$v_{eb}^{n} = C_e^n v_{eb}^{e} \tag{2.55}$$

Eşitliğin türevi alındığında (2.56) elde edilir:

$$\dot{v}_{eb}^{n} = \dot{C}_e^n v_{eb}^{e} + C_e^n \dot{v}_{eb}^{e} \tag{2.56}$$

Eşitlik (2.56) merkezcil ivme ve coriolis etkilerini içerecek şekilde (2.41) ve (2.42) ile verilen eşitlikler yardımıyla açıldığında (2.57) elde edilir.

$$\dot{v}_{eb}^{n} = -\Omega_{en}^{n} v_{eb}^{n} + C_{e}^{n}(-\Omega_{ie}^{e}\Omega_{ie}^{e}\mathrm{r}_{eb}^{e} - 2\Omega_{ie}^{e}\mathrm{v}_{eb}^{e} + \mathrm{a}_{ib}^{e}) \tag{2.57}$$

Dönüşümler yapılıp denklem düzenlendiğinde eşitlik(2.58) elde edilir:

$$\dot{v}_{eb}^{n} = -\Omega_{ie}^{n}\Omega_{ie}^{n}\mathrm{r}_{eb}^{n} - (\Omega_{en}^{n} + 2\Omega_{ie}^{n})\mathrm{v}_{eb}^{n} + \mathrm{a}_{ib}^{n} \tag{2.58}$$

Eşitlik (2.47) ve (2.48) yardımı ile eşitlik (2.58) özgül kuvvet ve yerçekimi modelinden elde edilen yerçekimi ivmesini içerecek şekilde elde edilir (2.59):

$$\dot{v}_{eb}^{n} = f_{ib}^{n} + {g_{h}}^{n}(L,h) - (\Omega_{en}^{n} + 2\Omega_{ie}^{n})\mathrm{v}_{eb}^{n} \tag{2.59}$$

İvmeölçerler gövde eksen takımında ölçüm yaptığı için, NED'de ifade edilen özgül kuvvetin entegrasyondan önce dönüştürülmesi gerekir. Hız güncellemesi adımında kullanılan eşitlik, eksen dönüşümünü ve zaman adımında nasıl toplandığını içerecek şekilde düzenlenmiş halde (2.60) ile verilmiştir:

$${v_{eb}^{n}}^{+} \approx {v_{eb}^{n}}^{-} + \left(\mathrm{C}_{\mathrm{n}}^{\mathrm{b}}{}^{+} f_{ib}^{n} + {g_{h}}^{n}(L^{-},h^{-}) - \left(\Omega_{en}^{n}(L^{-},h^{-},{\mathrm{v}_{eb}^{n}}^{-}) + 2\Omega_{ie}^{n}(L^{-})\right){\mathrm{v}_{eb}^{n}}^{-}\right)\tau \tag{2.60}$$

2.6.3 Konum güncellemesi

Eşitlik (2.37)'de verildiği üzere, pozisyonun türevi NED'de tanımlı olan hızların doğrusal bir fonksiyonu olarak tanımlanabilmektedir. Bu fonksiyonların, t anından $(t+\tau)$ anına kadar integralleri alınır ve t anındaki pozisyona eklenir ise bir sonraki güncelleme zaman adımındaki pozisyon hesaplanmış olur (2.61):

$$L(t+\tau) = L(t) + \int_{t}^{t+\tau} \frac{v_{eb,N}^{n}(t')}{R_{N}(t') + h(t')}\,dt'$$

$$\lambda(\mathrm{t}+\tau) = \lambda(\mathrm{t}) + \int_{t}^{\mathrm{t}+\tau} \frac{v_{eb,E}^{n}(\mathrm{t}')}{\left(R_{E}(\mathrm{t}') + h(\mathrm{t}')\right)\cos L(\mathrm{t}')}\,\mathrm{dt}' \tag{2.61}$$

$$h(\mathrm{t}+\tau) = h(\mathrm{t}) - \int_{t}^{\mathrm{t}+\tau} \mathrm{v}_{\mathrm{eb,D}}^{\mathrm{n}}(\mathrm{t}')\mathrm{dt}'$$

R_N ve R_E terimlerinin geodetik enlem ile değişimi zayıf olduğundan ve güncelleme zaman adımı (τ) bu değişim için yeterince küçük olduğundan, τ boyunca hızın doğrusal olduğu kabul edilebilir (Groves 2013). Bu varsayımla, pozisyon doğruluğunu arttırmak adına güncelleme adımlarını eşitlik (2.62) ile verildiği sırada yapılabilir:

$$h^{+} = h^{-} - \frac{\tau}{2}\left(v_{eb,D}^{n}{}^{-} + v_{eb,D}^{n}{}^{+}\right)$$

$$L^{+} \approx L^{-} + \frac{\tau}{2}\left(\frac{v_{eb,N}^{n}{}^{-}}{R_N(L^{-}) + h^{-}} + \frac{v_{eb,N}^{n}{}^{+}}{R_N(L^{-}) + h^{+}}\right) \tag{2.62}$$

$$\lambda^{+} = \lambda^{-} + \frac{\tau}{2}\left(\frac{v_{eb,E}^{n}{}^{-}}{(R_E(\mathrm{L}^{-}) + h^{-})\cos L^{-}} + \frac{v_{eb,E}^{n}{}^{+}}{(R_E(\mathrm{L}^{+}) + h^{+})\cos L^{+}}\right)$$

3. HİZALAMA ALGORİTMALARI

Durağan durumdaki ilk hizalama süreci iki aşamadan oluşmaktadır. İlk aşamada AÖB verileri kullanılarak kaba hizalama yapılır. Kaba hizalama sonucu elde edilen kaba yönelim bilgisi, ikinci aşama olan hassas hizalama sürecini ilklendirmekte kullanılır.

3.1 Kaba Hizalama Algoritması

Kaba hizalama algoritması iki kısımdan oluşmaktadır. Birinci kısma *"Seviyeleme"* ismi verilmektedir. Seviyeleme aşamasında ivmeölçer verileri kullanılarak kaba yuvarlanma ve yunuslama açıları hesaplanmaktadır. İkinci kısım ise *"Cayrokompas"* aşaması olup, dönüölçer çıktıları ve seviyeleme bilgisi kullanılarak gerçek kuzeye olan yönelim açısının hesaplandığı süreçtir.

3.1.1 Seviyeleme adımı

AÖB'nin yerçekimi vektörüne göre duruşunu hesaplarken, ivmeölçerler durağan durumda sadece yerçekimi ivmesini ölçeceğinden eşitlik (3.1) yazılabilir:

$$f_{ib}^{b} = \mathrm{C}_{n}^{b}\, {g_h}^{n}(L,h) \tag{3.1}$$

Yerçekimi vektörünün aşağı yönde olduğu bilindiğinden, eşitlik (2.38) ile verilen dönüşümden yararlanılarak φ ve θ açıları kestirilmektedir.

$$\begin{bmatrix} \bar{f}_{ib,X}^{b} \\ \bar{f}_{ib,Y}^{b} \\ \bar{f}_{ib,Z}^{b} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin\theta \\ -\cos\theta \sin\varphi \\ -\cos\theta \cos\varphi \end{bmatrix} {g_{h,D}}^{n}(L,h) \tag{3.2}$$

Eşitlik (3.2) ${g_{h,D}}^{n}(L,h)$ değerinden bağımsız olarak çözülebilmektedir. Bu durumda yerçekimi büyüklüğünü ve dolayısıyla bulunulan pozisyonu bilmeye gerek kalmamaktadır. φ ve θ açıları eşitlik (3.3) ve (3.4) verildiği gibi hesaplanır.

$$\hat{\varphi} = tan^{-1}\left(\frac{-\bar{f}_{ib,Y}^{b}}{-\bar{f}_{ib,Z}^{b}}\right) \tag{3.3}$$

$$\hat{\theta} = tan^{-1}\left(\frac{-\bar{f}^b_{ib,X}}{\sqrt{\left(\bar{f}^b_{ib,Y}\right)^2 + \left(\bar{f}^b_{ib,Z}\right)^2}}\right) \tag{3.4}$$

Eşitlik (3.3) çözülürken, dört bölgede de çözümü olabileceği göz önünde bulundurulmalı, eşitliğin pay ve paydasındaki ifadelerin işaretleri dikkate alınmalıdır.

Gürültüden kaynaklanan hatanın etkisini azaltmak adına belirli bir süre boyunca AÖB verilerinin ortalaması alınmaktadır. $\bar{f}^b_{ib}$ ve $\bar{\omega}^b_{ib}$ eşitlik (3.5) ile verildiği şekilde hesaplanır:

$$\bar{f}^b_{ib} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} f^b_{ib}(i), \qquad \bar{\omega}^b_{ib} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} \omega^b_{ib}(i) \tag{3.5}$$

Burada N ortalamaya katılan AÖB verisi sayısını ifade etmektedir.

Seviyelemenin doğruluğu ivmeölçer hataları ile doğrudan ilişkilidir. İvmeölçerlerin $1mg$'lik bir hataya sahip olduğu durumda seviyeleme hatası yaklaşık $1mRad$ olacaktır.

3.1.2 Cayrokompas adımı

Cayrokompas adımında AÖB'nin dünya dönüş eksenine göre nasıl durduğu kestirilmektedir. Durağan durum için dönüölçerler tarafından ölçülen dünya dönüsü (3.6):

$$\omega^b_{ib} = \mathrm{C}^b_n \mathrm{C}^n_e(L,\lambda)\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega_{ie} \end{bmatrix} \tag{3.6}$$

C^n_e, enlem ve boylamın bir fonksiyonu olmasına rağmen, ω^n_{ie}'in doğu yönündeki bileşeni sıfır olduğundan eşitliği çözmek için pozisyon bilgisine ihtiyaç duyulmamaktadır. Eşitlik (2.38) ile verilen C^b_n matrisinin ikici kolonu kullanılarak kuzey yönelimini veren eşitlik (3.7) elde edilir:

$$\hat{\psi} = tan^{-1}\left(\frac{\sin\hat{\psi}}{\cos\hat{\psi}}\right) \tag{3.7}$$

$$\sin\hat{\psi} = -\bar{\omega}_{ib,Y}^{b}\cos\hat{\varphi} + \bar{\omega}_{ib,Z}^{b}\sin\hat{\varphi}$$
$$\cos\hat{\psi} = \bar{\omega}_{ib,X}^{b}\cos\hat{\theta} + \bar{\omega}_{ib,Y}^{b}\sin\hat{\varphi}\sin\hat{\theta} + \bar{\omega}_{ib,Z}^{b}\cos\hat{\varphi}\sin\hat{\theta} \quad (3.8)$$

Eşitlik (3.7) çözülürken, dört bölgede de çözümü olabileceği göz önünde bulundurulmalı, eşitliğin pay ve paydasındaki ifadelerin işaretleri dikkate alınmalıdır.

Kestirilen kuzey açısının doğruluğu, bulunulan enleme, ivmeölçer hatalarına ve dönüölçer hatalarına bağlı olup, kestirim hatası eşitlik (3.9)'da verildiği şekilde hesaplanır:

$$\delta\hat{\psi} = -\frac{\delta\bar{f}_{ib,Y}^{b}}{{g_{h,D}}^{n}}\tan L + \frac{\delta\bar{\omega}_{ib,Y}^{b}}{\omega_{ie}}\sec L \quad (3.9)$$

Yaklaşık $1mRad$ kestirim hatası elde edebilmek için; ivmeölçerlerden herhangi bir hata gelmediğinin varsayıldığı durumda ve enlem etkisinin minimum olduğu ekvatorda, dönüölçer hatasının $0.01°/saat$ değerinden daha küçük olması gerekmektedir. Bu sebeple cayrokompas süreci ile yönelimi hesaplayabilmek için en az navigasyon seviyes1i bir AÖB kullanmak gerekmektedir.

3.2 Hassas Hizalama Algoritmaları

Birçok navigasyon uygulamasında 1 milyem'den ($\approx 1mRad$) daha doğru bir yönelim bilgisi gereksinimi bulunmaktadır (Groves 2013). Bu, kaba hizalama ile ulaşılması zor bir gereksinim olup, yönelim hatalarının kestirilerek düzeltildiği bir hassas hizalama sürecine ihtiyaç duyulmaktadır. Hassas hizalama süreci, hız hatasındaki artışın yönelim açılarındaki hata ile ilişkisinin modellenerek kestirilmesi prensibine dayanmaktadır. Örneğin yuvarlanma veya yunuslama açısındaki $1mRad$'lık bir hata yatay hızda, eksenlere etkiyen yerçekiminin yanlış hesaplanmasından kaynaklı olarak yaklaşık $0.01\,m/s^2$ büyüklüğünde bir değişime neden olmaktadır. Pozisyon, hız, yönelim hataları ve sensörlerin sabit hatalarının birbirleri ile olan ilişkileri modellenir ve bu hata durumları, ANS'nin, kullanılan diğer bir referansa göre yaptığı hız hatalarından faydalanılarak kestirilmektedir.

ANS hatalarını ölçmek için kullanılan yönteme göre hassas hizalama için üç ana yöntem kullanılmaktadır.

3.2.1 Durağan hassas hizalama

Sıfır hız güncelleme olarak da isimlendirilen durağan hassas hizalama, AÖB'nin durağan durumda olduğu, dolayısıyla dünyaya göre hızının ve dönüsünün sıfır olduğu varsayımına dayanan hassas hizalama yöntemidir. ANS'nin hesapladığı hız bilgisi, doğrudan kestirim filtresine hata ölçümü olarak beslenmektedir. Genellikle kara navigasyon sistemlerinde, uçak ANS'lerinde, karadan karaya füze uygulamalarında sıkça tercih edilen hassas hizalama metodudur.

Herhangi bir dış sensöre ya da sisteme ihtiyaç duymaması ve bu sebeple ANS'nin yapmış olduğu hız hatalarının, platform üzerindeki insan aktivitesi, rüzgâr, yakıt ikmali ve benzeri gürültü kaynakları hariç, yüksek doğrulukta belirlenebilmesi bu yöntemin başlıca avantajlarıdır. Öte yandan kestirim durağan durumda yapılmasından kaynaklı olarak, bazı hata durumları birbirlerinden ayırt edilememektedir. Örneğin $1mg$ ivmeölçer sabit hatası ile $1mRad$ yönelim hatası yaklaşık aynı hız hatasına sebep olmaktadır. Bu durumda gözlemlenebilirliği arttırmak adına hizalama süreci farklı AÖB duruş açılarını kapsayacak şekilde genişletilebilmektedir. Genellikle kuzey ile yapılan yönelim açısı değiştirilerek bu problemin etkisi azaltılmaya çalışılır.

AÖB hata parametrelerine bağlı kuzey yönelimi doğruluk değeri eşitlik (3.9)'da verilmiştir. AÖB hatalarına bağlı seviyeleme hataları ise (3.10)'da verildiği gibi hesaplanmaktadır (Titterton ve Weston 2004).

$$\delta\hat{\varphi} = \frac{\mathrm{b_{ay}}}{g}$$
$$\delta\hat{\theta} = -\frac{\mathrm{b_{ax}}}{g} \qquad (3.10)$$

Durağan hizalamanın yapıldığı enlem değeri için, dönüölçer rastgele yürüyüş hatasına bağlı olarak eşitlik (3.9)'da hesaplanan kuzey yönelimi hesaplama değerine ulaşılabilecek minimum süre (3.11)'de verildiği gibi hesaplanır (Titterton ve Weston 2004):

$$t_a = \left(\frac{\mathrm{w_g}}{\omega_{ie}\cos L\,\delta\hat{\psi}}\right)^2 \qquad (3.11)$$

Örneğin 0.005 º/√saat açısal rastgele yürüyüş hatasına ve 0.01 º/saat sabit hataya sahip dönüölçerler ve 50 μg sabit hataya sahip ivmeölçerler ile 40º enlemde yapılan durağan hizalama yaklaşık 14 dakika sürecek olup yaklaşık 1 milyem doğrulukla kuzey yönelimi hesaplanacaktır.

3.2.2 Hareketli hassas hizalama

Hareketli hassas hizalama, seyir halinde iken GNSS alıcısı, odometre, radar gibi hız veya pozisyon desteği sağlayan sensörler ile ANS'nin bütünleştirildiği hizalama yöntemidir. ANS'nin ürettiği pozisyon ve/veya hız çözümlerinin, destek sistemlerinden edinilen çözümler ile olan farkları kestirim filtresine ölçüm olarak beslenmektedir. Hareketli hizalamanın en büyük avantajı çeşitli manevralar yapılarak gözlenebilirliğin arttırılabilmesi ve hata durumlarının birbirinden kolaylıkla ayrıştırılabilmesidir. Ölçüm gürültüsünü kullanılan destek sisteminin ölçüm belirsizliği oluşturmaktadır.

3.2.3 Yönelim aktarımı ile hizalama

Genelde silah sisteminden fırlatılan mühimmatlarda kullanılan yönelim aktarımı, silahtaki ana ANS'den alınan yönelim, hız ve pozisyon bilgileri ile mühimmattaki ANS'nin hesapladığı çözüm arasındaki farkların kestirim filtresine hata ölçümü olarak beslenmesi esasına dayanan hizalama yöntemidir. Buradaki ana gürültü kaynağı, silah ANS'sinin gürültüsü ve iki ANS arasındaki mesafeden kaynaklanan taşıma kolu etkisi ve bu etkinin sebep olduğu titreşim, esneklik gibi belirsizliklerdir.

3.3 ANS Hata Modeli

Sistem hata modelinin oluşturulması için, üçer adet pozisyon, hız, yönelim, ivmeölçer sabit hataları ve dönüölçer sabit hataları olmak üzere toplam 15 durum seçilmiştir (3.12).

$$X_{ANS}^{n} = \begin{bmatrix} \delta p_b \\ \delta v_{eb}^{n} \\ \delta \psi_{nb}^{n} \\ b_a \\ b_g \end{bmatrix}_{15x1} \quad \text{ve} \quad \delta p_b = \begin{bmatrix} \delta L_b \\ \delta \lambda_b \\ \delta h_b \end{bmatrix} \tag{3.12}$$

Pozisyon, hız ve yönelim için sırasıyla eşitlik (2.37), (2.59) ve (2.49) ile verilen doğrusal olmayan denklemler, son çözümler etrafında doğrusal hale getirilmektedir. Doğrusal olmayan hata denklemleri, durum uzay denklemlerini oluşturan ilgili değişkenlere dağıtılarak türetilecektir (Farrell 2008, Groves 2013).

3.3.1 Pozisyon hata modeli

Pozisyon hatalarının değişimi eşitlik (2.37) kullanılarak aşağıdaki gibi türetilebilir (3.13):

$$\delta\dot{L} = \frac{1}{R_N + h}\delta v^n_{eb,N} - \frac{v^n_{eb,N}}{(R_N + h)^2}\delta h$$

$$\delta\dot{\lambda} = \frac{1}{(R_E + h)\cos L}\delta v^n_{eb,E} + \frac{v^n_{eb,E}\tan L}{(R_E + h)\cos L}\delta L - \frac{v^n_{eb,E}}{(R_E + h)^2\cos L}\delta h \qquad (3.13)$$

$$\delta\dot{\mathrm{h}} = -\delta \mathrm{v}^{\mathrm{n}}_{\mathrm{eb,D}}$$

Eşitlik (3.13)'te verildiği üzere enlem hatası; kuzey yönlü hız hatası ($\delta \mathrm{v}^{\mathrm{n}}_{\mathrm{eb,N}}$) ve yükseklik hatası ($\delta$h) durumları ile değişmektedir. Boylam hatası; doğu yönlü hız hatası ($\delta v^n_{eb,E}$), enlem hatası (δL) ve yükseklik hatası (δh) ile değişmektedir. Yükseklik hatası ise aşağı yönlü hızdaki hataya ($\delta \mathrm{v}^{\mathrm{n}}_{\mathrm{eb,D}}$) bağlı olarak değişmektedir. Pozisyon hataları için bu değişimler durum uzay denklemi olarak (3.14)'te verildiği şekilde ifade edilebilir.

$$\delta\dot{p}_b = \mathrm{F}_{pp}\delta p_b + \mathrm{F}_{pv}\delta v^n_{eb} + \mathrm{F}_{p\psi}\delta\psi^n_{nb} \qquad (3.14)$$

3.3.2 Hız hata modeli

Hız hatalarının değişimi eşitlik (2.59) kullanılarak aşağıdaki gibi türetilebilir (3.15):

$$\delta\dot{v} = -\psi \mathrm{C}^n_b f^b_{ib} + \mathrm{C}^n_b \delta f^b_{ib} - (\Omega^n_{en} + 2\Omega^n_{ie})\delta v^n_{eb} - (\Omega^n_{en} + 2\Omega^n_{ie})v^n_{eb} - \frac{2{g_0}^n}{r_{eS}}\delta h \qquad (3.15)$$

Eşitlik (3.15) ters simetrik formdaki Ω^n_{en} ve Ω^n_{ie} matrisleri yerine vektörel karşılıkları kullanılacak şekilde düzenlenirse (3.16):

$$\delta\dot{v} = -\psi \mathrm{C}_b^n f_{ib}^b + \mathrm{C}_b^n \delta f_{ib}^b - (\omega_{en}^n + 2\omega_{ie}^n) \times \delta v_{eb}^n - (\omega_{en}^n + 2\omega_{ie}^n) \times v_{eb}^n - \frac{2{g_0}^n}{r_{eS}} \delta h - \delta h \quad (3.16)$$

Burada δf_{ib}^b ivmeölçer hata vektörü olup, durumlar arasında sabit hata olarak modellenmiştir.

Hız hatalarındaki değişimler, durum uzay gösteriminde eşitlik (3.17)'deki gibi ifade edilebilir:

$$\delta\dot{v}_{eb}^n = \mathrm{F}_{vp}\delta p_b + \mathrm{F}_{vv}\delta v_{eb}^n + \mathrm{F}_{v\psi}\delta\psi_{nb}^n + \mathrm{C}_b^n \delta f_{ib}^b \quad (3.17)$$

3.3.3 Yönelim hata modeli

Yönelim hatalarının değişimi eşitlik (2.49) ve (2.50) kullanılarak durum değişkenlerine açılarak türetilebilir (3.18):

$$\delta\dot{\psi} = -\omega_{in}^n \times \delta\psi + \delta\omega_{in}^n + C_b^n \delta\omega_{ib}^b \quad (3.18)$$

Burada $\delta\omega_{ib}^b$ dönüölçer hata vektörü olup, durumlar arasında sabit hata olarak modellenmiştir.

$\delta\omega_{in}^n$ terimi; NED'in ECI ye göre dönüşündeki hatayı ifade etmekte olup eşitlik (2.50) yardımıyla aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$\delta\omega_{in}^n = \delta\omega_{ie}^n + \delta\omega_{en}^n \quad (3.19)$$

$\delta\omega_{ie}^n$ dünya dönüsünden kaynaklanan hatadır ve eşitlik (2.18)'de verildiği üzere enlemin bir fonksiyonu olduğundan, enlem hata durumuna bağlı şekilde yazılabilir (3.20):

$$\delta\omega_{ie}^n = \begin{bmatrix} -\omega_{ie} \sin L\, \delta L \\ 0 \\ -\omega_{ie} \cos L\, \delta L \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

Benzer şekilde $\delta\omega_{en}^n$ eşitlik (2.52)'den faydalanılarak δL, δh, $\delta v_{eb,N}^n$ ve $\delta v_{eb,E}^n$ hata durumlarına bağlı olarak yazılabilir (3.21):

$$\delta\omega_{en}^{n} = \begin{bmatrix} \dfrac{\delta v_{eb,E}^{n}}{(R_E + h)} - \dfrac{v_{eb,E}^{n}}{(R_E + h)^2}\delta h \\ -\dfrac{\delta v_{eb,N}^{n}}{(R_N + h)} - \dfrac{v_{eb,N}^{n}}{(R_N + h)^2}\delta h \\ \dfrac{-\tan L}{(R_E + h)}\delta v_{eb,E}^{n} + \dfrac{v_{eb,E}^{n}\tan L}{(R_E + h)^2}\delta h - \dfrac{v_{eb,E}^{n}}{(R_E + h)\cos^2 L}\delta L \end{bmatrix} \tag{3.21}$$

Yönelim hatalarındaki değişimler, durum uzay gösteriminde eşitlik (3.22)'deki gibi ifade edilebilir:

$$\delta\dot{\psi}_{nb}^{n} = \mathrm{F}_{\psi p}\delta p_b + \mathrm{F}_{\psi v}\delta v_{eb}^{n} + \mathrm{F}_{\psi\psi}\delta\psi_{nb}^{n} + \mathrm{C}_b^{n}\delta\omega_{ib}^{b} \tag{3.22}$$

3.3.4 Durum uzay hata modeli

Durum değişkenleri ile ifade edilen pozisyon, hız ve yönelim hataları, eşitlik (3.23)'te verildiği gibi sürekli zamanda durum uzay denklemi ile ifade edilebilir. Durum uzay denklemlerinden kesikli zaman modelinin nasıl elde edildiği Bölüm 3.3.6'da anlatılmaktadır.

$$\begin{bmatrix} \delta\dot{p}_b \\ \delta\dot{v}_{eb}^{n} \\ \delta\dot{\psi}_{nb}^{n} \\ \delta\dot{b}_a \\ \delta\dot{b}_g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathrm{F}_{pp} & \mathrm{F}_{pv} & \mathrm{F}_{p\psi} & 0 & 0 \\ \mathrm{F}_{vp} & \mathrm{F}_{vv} & \mathrm{F}_{v\psi} & C_b^{n} & 0 \\ \mathrm{F}_{\psi p} & \mathrm{F}_{\psi v} & \mathrm{F}_{\psi\psi} & 0 & C_b^{n} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta p_b \\ \delta v_{eb}^{n} \\ \delta\psi_{nb}^{n} \\ \delta b_a \\ \delta b_g \end{bmatrix} \tag{3.23}$$

Durum geçiş matrisinin bileşenleri eşitlik (3.24)'ten eşitlik (3.32)'a kadar verilmiştir. (Not: Eşitliklerin sadeliği ve kolay anlaşılması amacıyla $V_N = v_{eb,N}^{n}$, $V_E = v_{eb,E}^{n}$ ve $V_D = v_{eb,D}^{n}$ kısaltmaları kullanılmıştır.)

$$\mathrm{F}_{pp} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dfrac{-V_N}{(R_N + h)^2} \\ \dfrac{V_E \tan L}{(R_E + h)\cos L} & 0 & \dfrac{V_E}{(R_E + h)^2 \cos L} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{3.24}$$

$$\mathrm{F}_{pv} = \begin{bmatrix} \frac{1}{(R_N + h)} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{(R_E + h)\ \cos L} & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \tag{3.25}$$

$$\mathrm{F}_{p\psi} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{3.26}$$

$$\mathrm{F}_{vp} = \begin{bmatrix} \frac{-{V_E}^2}{(R_E + h)\ cos^2 L} - 2V_E w_{ie} \cos L & 0 & \frac{-{V_E}^2 \tan L}{(R_E + h)^2} - \frac{V_N V_E}{(R_N + h)^2} \\ \frac{V_N V_E}{(R_E + h)\ cos^2 L} + 2V_N w_{ie} \cos L - 2V_D w_{ie} \sin L & 0 & \frac{-V_E V_N \tan L - V_E V_D}{(R_E + h)^2} \\ 2V_E w_{ie} \sin L & 0 & \frac{{V_E}^2}{(R_E + h)^2} + \frac{{V_N}^2}{(R_N + h)^2} - \frac{2g_0}{R_{es}} \end{bmatrix} \tag{3.27}$$

$$\mathrm{F}_{vv} = \begin{bmatrix} \frac{V_D}{(R_N + h)} & \frac{-2V_E \tan L}{(R_E + h)} - 2w_{ie} \sin L & \frac{V_N}{(R_N + h)} \\ \frac{V_E \tan L}{(R_E + h)} + 2w_{ie} \sin L & \frac{V_N \tan L + V_D}{(R_E + h)} & \frac{V_E}{(R_E + h)} + 2w_{ie} \cos L \\ -\frac{2V_N}{(R_N + h)} & \frac{-2V_E}{(R_E + h)} - 2w_{ie} \cos L & 0 \end{bmatrix} \tag{3.28}$$

$$\mathrm{F}_{v\psi} = -\left[\left(C_b^n \times f_{ib}^b\right)\text{^}\right] \tag{3.29}$$

$$\mathrm{F}_{\psi p} = \begin{bmatrix} w_{ie} \sin L & 0 & \frac{V_E}{(R_E + h)^2} \\ 0 & 0 & \frac{-V_N}{(R_N + h)^2} \\ w_{ie} \cos L + \frac{V_E}{(R_E + h)\cos^2 L} & 0 & \frac{-V_E \tan L}{(R_E + h)^2} \end{bmatrix} \tag{3.30}$$

$$\mathrm{F}_{\psi v} = \begin{bmatrix} 0 & \dfrac{-1}{(R_E + h)} & 0 \\ \dfrac{1}{(R_N + h)} & 0 & 0 \\ 0 & \dfrac{\tan L}{(R_E + h)} & 0 \end{bmatrix} \tag{3.31}$$

$$\mathrm{F}_{\psi\psi} = \begin{bmatrix} 0 & -\dfrac{V_E \sin L}{(R_E + h)\cos L} - w_{ie} \sin L & \dfrac{V_N}{(R_N + h)} \\ \dfrac{V_E \sin L}{(R_E + h)\cos L} + w_{ie} \sin L & 0 & \dfrac{V_E}{(R_E + h)} + w_{ie} \cos L \\ -\dfrac{V_N}{(R_N + h)} & -\dfrac{V_E}{(R_E + h)} - w_{ie} \cos L & 0 \end{bmatrix} \tag{3.32}$$

3.3.5 ANS sistem gürültüsü

ANS çözümündeki sistem gürültüsünün ana kaynağı, bölüm 2.1.5.4'te anlatılan ivmeölçer ve dönüölçerlerin rastgele yürüyüş hatalarıdır. İvmeölçer ve dönüölçer sabit hata durumlarının gürültüleri ise sabit hatanın dinamik bileşeninden kaynaklı olup, beyaz gürültü olarak modellenmiştir. Sistem gürültüsü kovaryans matrisi eşitlik (3.33) ile verilmiştir:

$$\mathrm{Q}_{ANS} = diag\begin{bmatrix} 0_3 & I_3 n_a^2 & I_3 n_g^2 & I_3 n_{adb}^2 & I_3 n_{gdb}^2 \end{bmatrix} \tau \tag{3.33}$$

Burada n_a^2, n_g^2, n_{adb}^2 ve n_{gdb}^2 sırası ile ivmeölçer rastgele yürüyüşünü, dönüölçer rastgele yürüyüşünü, ivmeölçer sabit hata değişimi ve dönüölçer sabit hata değişiminin güç tayf yoğunluklarını ifade etmektedir. Rastgele yürüyüş gürültüleri için eşitlik (3.34)'te verildiği gibi, sabit hata değişimleri için ise eşitlik (3.35)'te verildiği gibi hesaplanmaktadır:

$$n_a^2 = \sigma_a^2 \tau_{ANS} \; ve \; n_g^2 = \sigma_g^2 \tau_{ANS} \tag{3.34}$$

$$n_{adb}^2 = \sigma_{adb}^2 \tau_a \; ve \; n_{gdb}^2 = \sigma_{gdb}^2 \tau_g \tag{3.35}$$

Burada σ sensör çıktılarının standart sapmasını, τ_{ANS} güncelleme zaman adımını, $\tau_a \; ve \; \tau_g$ ise ataletsel sensörlerin dinamik sabit hatalarının korelasyon sürelerini ifade etmektedir.

3.3.6 Kesikli zaman modeli

Eşitlik (3.23)'te verilen durum geçiş matrisinin (F_{ANS}) ve eşitlik (3.33)'te verilen sistem gürültüsü matrisinin (Q_{ANS}) kesikli hale getirilmesi için eşitlik (3.38)'den faydalanılır (Farrell 2008):

$$\Xi = \begin{bmatrix} -F_{ANS} & GQ_{ANS}G^T \\ 0 & {F_{ANS}}^T \end{bmatrix} \tau_{ANS} \tag{3.36}$$

$$\Upsilon = e^{\Xi} = \begin{bmatrix} -D & {F_d}^{-1}Q_d \\ 0 & {F_d}^T \end{bmatrix} \tag{3.37}$$

Eşitlik (3.37) Taylor Serisi açılımı ile çözüldüğünde kesikli formdaki F_d ve Q_d matrisleri elde edilir (3.38):

$$\begin{aligned} F_d &= \Upsilon[(n+1):2n, (n+1):2n]^T \\ Q_d &= F_d \Upsilon[1:n, (n+1):2n] \end{aligned} \tag{3.38}$$

Burada n durum sayısını ifade etmektedir, eşitlik (3.36)'daki G matrisi ise sistem gürültüsünün durumlara dağılımını modellemektedir (3.39):

$$G = diag([0_3 \quad C_b^n \quad -C_b^n \quad I_6]) \tag{3.39}$$

Durağan hassas hizalamada, hata durumlarının kestirimindeki temel mantık hızın sıfır olduğunun bilinmesi ve bu durumun ölçüm olarak kullanılmasıdır. Tezin ilerleyen bölümlerinde, kesikli zamanda ifade edilmiş olan navigasyon hata modeli, gürültü modeli kullanılarak, eşitlik (3.12) ile verilen durumların kestirimi çeşitli kestirim metotları kullanılarak yapılacaktır.

3.4 Kalman Filtresi (KF: Kalman Filter)

Kalman filtresi, dinamik olarak modellenen bir sistemin hata parametrelerini hesaplamak adına kullanılan bir kestirim algoritmasıdır. Model tahminleri gözlemler ile karşılaştırarak kalman kazancı ile ölçeklendirilir ve hesaplanan hata tahminleri sisteme özyinelemeli olarak geri beslenerek sıradaki tahminlerin doğruluğu arttırılmaktadır.

Kalman filtresi doğrusal problemler için ortalama karesel hatayı minimum yapma kriterine göre optimal filtredir. Doğrusal olmayan süreçlerin Kalman Filtresi gibi doğrusal sistem dinamiği ve ölçüm modeli ihtiyacı bulunan kestiriciler ile tahmin edilebilmeleri için doğrusallaştırılmaları gerekmektedir. Navigasyon uygulamalarında bu doğrusallaştırma problemi, sistemin kesikli zaman modeli oluşturularak çözülmektedir. Doğrusal olmayan fonksiyonlar, her zaman adımında tahmin edilen durum etrafında Tylor serisine açılmakta ve serinin ilk terimi fonksiyonu oluşturacak şekilde diğer terimler ihmal edilmektedir (3.38).

Doğrusal olmayan sistem modeli ve ölçüm modeli, durumların birer fonksiyonu olarak eşitlik (3.40) ve (3.41)'de verildiği gibi tanımlanabilir:

$$X_{k+1} = f_k(X_k) + w_k \tag{3.40}$$

$$Y_k = h_k(X_k) + v_k \tag{3.41}$$

Burada $f_k(X_k)$ doğrusal olmayan durum geçiş fonksiyonunu belirtmekte olup, türetilmesi bölüm 3.3'te verilmiştir. $h_k(X_k)$ ölçüm modelini, X_k durum matrisini, w_k ve v_k ise normal dağılıma uygun, sıfır ortalamalı olduğu kabul edilen süreç gürültüsünü ve ölçüm gürültüsünü ifade etmektedir (3.42):

$$w_k \sim N\left(0, Q_{d_k}\right) \text{ ve } v_k \sim N(0, R_k) \tag{3.42}$$

Durumlara bağlı olarak tanımlanan $f_k(X_k)$ matrisinin en güncel kestirilen durum etrafında doğrusallaştırılarak kesikli hale getirilmesi ile F_{d_k} matrisi hesaplanır (3.38).

Kalman filtresi algoritması adımları eşitlik (3.43)'ten eşitlik (3.46)'ya kadar verilmiştir (Matthew ve Yu 2013);

Durum matrisi ve kovaryans matrisinin ilklendirilmesi:

$$\hat{X}_0 = E[X_0]$$
$$P_0 = E\left[\left(X_0 - \hat{X}_0\right)\left(X_0 - \hat{X}_0\right)^T\right] \tag{3.43}$$

Durum matrisi ve kovaryans matrisinin zaman güncellemesi:

$$\hat{X}_{k+1|k} = F_{d_k} * \hat{X}_{k|k}$$
$$P_{k+1|k} = F_{d_k} P_{k|k} F_{d_k}^T + Q_{d_k} \tag{3.44}$$

Kalman kazancının hesaplanması:

$$K_{k+1} = P_{k+1|k} H_k^T \left(H_k P_{k+1|k} H_k^T + R_{k+1}\right)^{-1} \tag{3.45}$$

Ölçüm güncellemesi ile durum kestirimlerinin ve hata kovaryanslarının hesaplanması:

$$\hat{X}_{k+1|k+1} = \hat{X}_{k+1|k} + K_{k+1}\left(Y_{k+1} - h_k\left(\hat{X}_{k+1|k}\right)\right)$$
$$P_{k+1|k+1} = (I - K_{k+1} H_k) P_{k+1|k} \tag{3.46}$$

3.5 Kokusuz Kalman Filtresi (UKF: Unscented Kalman Filter)

Kokusuz kalman filtresi, genişletilmiş kalman filtresinde jacobian matrisi oluşturularak analitik olarak uygulanan doğrusallaştırma metoduna, istatistiki bir alternatif oluşturmaktadır (Matthew ve Yu 2013). Sigma-nokta dönüşüm ile deterministik sigma noktaları belirlenmekte ve bu noktalar doğrusal olmayan fonksiyona tabi tutularak sigma noktaları dönüşümleri elde edilmektedir. Bu dönüşümler ağırlık vektörleri ile çarpılarak durumların ortalama değer tahminleri ve kovaryans tahminleri hesaplanır. Ağırlık vektörleri (η_i^c ve η_i^m) ve sigma-nokta dönüşüm parametreleri eşitlik (3.47)'de verildiği şekilde hesaplanmaktadır:

$$\lambda = \alpha^2(L + \kappa) - L$$
$$\eta_0^m = \lambda/(L + \lambda) \tag{3.47}$$
$$\eta_0^c = \lambda/(L + \lambda) + 1 - \alpha^2 + \beta$$

$$\eta_i^c = \eta_i^m = 1/2(L+\lambda)\,, \quad i = 1,2,\dots,2L$$

Burada L durum vektörünün boyutunu belirtmektedir. α, β ve κ sigma-nokta dönüşüm parametreleridir. α parametresi sigma noktalarının dağılımlarını belirlemekte olup genellikle $10^{-4} \leq \alpha \leq 1$ aralığında seçilmektedir (Matthew ve Yu 2013). α küçük belirlendiğinde sigma noktaları birbirine yakın seçilmekte, büyük belirlendiğinde ise daha yaygın sigma noktaları seçilmektedir.

β parametresi sigma noktalarının önceki dağılımı hakkında bilgi sağlamakta olup, sigma noktalarının normal dağılım için $\beta = 2$ olarak seçilir. κ parametresi genellikle 0 olarak seçilmektedir (Julier ve Uhlmann 1997).

Kokusuz kalman filtresinin adımları eşitlik (3.48)'den eşitlik (3.60)'a kadar verilmiştir:

$2L + 1$ boyutundaki sigma noktaları eşitlik (3.48) ile verildiği şekilde hesaplanır:

$$\chi_k = \left[\hat{X}_k \quad \hat{X}_k + \sqrt{L+\lambda}\sqrt{P_k} \quad \hat{X}_k - \sqrt{L+\lambda}\sqrt{P_k}\right] \tag{3.48}$$

Kovaryans matrisi P_k'nın karekökü hesaplanırken matrisin simetrisini korumak için eşitlik (3.49) uygulanır:

$$\sqrt{P_k} = \left(\sqrt{P_k} + \sqrt{P_k}^T\right)/2 \tag{3.49}$$

Durum ve hata kovaryansı matrisleri eşitlik (3.43)'te verildiği gibi ilklendirilmektedir. Süreç gürültüsü matrisi ve ölçüm gürültüsü matrisi (3.50):

$$Q_{d_k} = E[w_k {w_k}^T], \quad R_k = E[v_k {v_k}^T] \tag{3.50}$$

Sigma noktalarının tahmin edilmesi (3.51):

$$\chi_{k+1|k}^{(i)} = f\left(\chi_k^{(i)}, u_k\right), \quad i = 0,1,\dots,2L \tag{3.51}$$

Tahmin edilen durumların ortalama değerlerinin (3.52) ve hata kovaryanslarının (3.53) hesaplanması:

$$\hat{X}_{k+1|k} = \sum_{i=0}^{2L} \eta_i^m \chi_{k+1|k}^{(i)} \tag{3.52}$$

$$P_{k+1|k} = Q_k + \sum_{i=0}^{2L} \eta_i^c \left(\chi_{k+1|k}^{(i)} - \hat{X}_{k+1|k}\right)\left(\chi_{k+1|k}^{(i)} - \hat{X}_{k+1|k}\right)^T \tag{3.53}$$

Sigma nokta tahminlerinden gözlemlerin oluşturulması (3.54):

$$\xi_{k+1|k}^{(i)} = h\left(\chi_{k+1|k}^{(i)}, u_k\right), \quad i = 0,1,\dots,2L \tag{3.54}$$

Tahmin edilen çıktının ortalama değerinin hesaplanması (3.55):

$$\hat{y}_{k+1|k} = \sum_{i=0}^{2L} \eta_i^m \xi_{k+1|k}^{(i)} \tag{3.55}$$

Tahmin edilen çıktının kovaryansının hesaplanması (3.56):

$$P_{k+1}^{yy} = R_{k+1} + \sum_{i=0}^{2L} \eta_i^c \left(\xi_{k+1|k}^{(i)} - \hat{y}_{k+1|k}\right)\left(\xi_{k+1|k}^{(i)} - \hat{y}_{k+1|k}\right)^T \tag{3.56}$$

Tahmin edilen çıktı ile durumun çapraz kovaryansının hesaplanması (3.57):

$$P_{k+1}^{xy} = \sum_{i=0}^{2L} \eta_i^c \left(\chi_{k+1|k}^{(i)} - \hat{X}_{k+1|k}\right)\left(\xi_{k+1|k}^{(i)} - \hat{y}_{k+1|k}\right)^T \tag{3.57}$$

Kalman Kazancının hesaplanması (3.58):

$$K_{k+1} = P_{k+1}^{xy}\left(P_{k+1}^{yy}\right)^{-1} \tag{3.58}$$

Durum kestiriminin güncellenmesi (3.59):

$$\hat{X}_{k+1|k+1} = \hat{X}_{k+1|k} + K_{k+1}\left(y_{k+1} - \hat{y}_{k+1|k}\right) \tag{3.59}$$

Hata kovaryansının güncellenmesi (3.60):

$$P_{k+1} = P_{k+1|k} - K_{k+1} P_{k+1}^{yy} {K_{k+1}}^T \tag{3.60}$$

3.6 Parçacık Filtresi (PF: Particle Filter)

Parçacık filtresi, Bayes filtresinin özelleştirilmiş bir versiyonu olup, sıralı Monte Carlo örneklemesi esasına dayanan ve dinamik sistemlerin durumlarını kestirmek için olasılık yoğunluk fonksiyonunu özyinelemeli olarak kullanan metotların geneline verilen bir isimdir (Bistrovs ve Kluga 2011, Taşçı 2014). Parçacık filtresinde, genellikle kestirilmeye çalışılan durumlar ve dinamik sistemin işleyişi hakkında kısıtlayıcı bir varsayım yapılmaz (Cappe vd. 2007), bu sebeple dinamik sistem modelinde doğrusal olmayan durum geçişlerinin bulunduğu, süreç ve ölçüm gürültülerinin Gauss dağılımına uymadığı problemlere uygulanabilmektedir.

Dinamik sistem modeline uygulanan parçacık filtresinde, başlangıçta rasgele dağıtılmış her bir parçacık, tüm durumları kapsayacak muhtemel bir çözümün adayıdır. Her bir parçacık, bir durum vektörü $x^{(i)}$ ve ağırlık $w_k^{(i)}$ ile ifade edilmektedir. Parçacığın ağırlığı, çözümdeki olasılık yoğunluk fonksiyonunun o parçacık tarafından ne kadar temsil edildiği ile orantılıdır. Parçacığın ağırlığı ne kadar büyük olursa, parçacığın temsil ettiği durum vektörünün çözüme yakın olma olasılığı o kadar büyüktür.

Dinamik sistemin sahip olduğu durum sayısına ve durumlar hakkında sahip olunan başlangıç bilgisine göre parçacık sayısı (Ns) ve başlangıç dağılımı belirlenmektedir (Kozierski vd. 2013). Parçacık filtresinin başarımı ve performansı kullanılan parçacık sayısına bağlıdır. Yüksek parçacık sayısı kullanıldığında olasılık yoğunluk fonksiyonu hesaplama doğruluğu arttığı gibi, çözümü temsil eden bir durum vektörüne sahip parçacık bulunma olasılığı da artmaktadır. Parçacık sayısının sonsuza gittiği durumda, dinamik sistemi doğru ifade edecek şekilde modellenmiş bir filtrenin doğru çözüme yakınsama durumu kesinleşmektedir (Elvira vd. 2017).

Tez kapsamında uygulanan parçacık filtresinin adımları maddeler halinde, eşitlik (3.61)'den eşitlik (3.70)'e kadar, yeniden örnekleme algoritması ise Çizelge 3.1'de verilmiştir (Chen 2003):

1. Filtrenin ilklendirilmesi: Bu aşamada, başlangıç olasılık yoğunluk fonksiyonu kullanılarak, Ns adet parçacık oluşturulur (3.61) ve parçacıkların başlangıç ağırlıkları belirlenir (3.62).

$$x_0^{(i)} \sim p(x_0) \tag{3.61}$$

$$w_0^{(i)} = {}^{1}/_{Ns} \tag{3.62}$$

Parçacıkların ilk dağılımları belirlenirken eşitlik (3.43) ile verilen X_0 ve P_0 değerleri kullanılmıştır (3.63).

$$x_0 \sim N(X_0, P_0) \tag{3.63}$$

2. Zaman güncellemesi: Bulunulan zaman adımındaki parçacıklar eşitlik (3.65) ile verilen sistem modeli yardımıyla güncellenerek bir sonraki adımdaki parçacık dağılımı elde edilmektedir (3.64).

$$x_k^{(i)} \sim p\left(x_k | x_{k-1}^{(i)}\right) \tag{3.64}$$

$$x_k = f(x_{k-1}, w_{k-1}) \tag{3.65}$$

Buradaki w_{k-1} sistem süreç gürültüsünün o zaman adımındaki değerini ifade etmekte olup eşitlik (3.42) ile verilmiştir.

3. Ölçüm Güncellemesi: Bu adımda ölçüm modeli ve alınan ölçümler kullanılarak parçacıkların ağırlıkları belirlenmektedir. Böylelikle her bir parçacık için ölçümü ne kadar temsil ettiği ile orantılı olarak bir ağırlık atanmış olunur (3.66).

$$\tilde{w}_k^{(i)} = w_{k-1}^{(i)} . \frac{p\left(z_k | x_k^{(i)}\right) p\left(x_k | x_{k-1}^{(i)}\right)}{q\left(x_k^{(i)} | x_{k-1}^{(i)}, z_{1:k}\right)} \tag{3.66}$$

Burada; $\tilde{w}_k^{(i)}$ normalize edilmemiş ağırlıkları, $w_{k-1}^{(i)}$ bir önceki adımdaki normalize ağırlıkları, $p\left(z_k | x_k^{(i)}\right)$ sistemin durumuna göre ölçümlerin olabilirlik fonksiyonunu, $p\left(x_k | x_{k-1}^{(i)}\right)$ durum geçiş önselini ve $q\left(x_k^{(i)} | x_{k-1}^{(i)}, z_{1:k}\right)$ ise önem yoğunluk fonksiyonunu ifade etmektedir.

Önem yoğunluk fonksiyonunun yerine eşitlik (3.67) ile verildiği gibi geçiş önseli yazılabilmektedir (Bistrovs ve Kluga 2011), böylece önem yoğunluk fonksiyonu sadece x_{k-1} ve z_k'ye bağlı olacak şekilde elde edilir (Arulampalam vd. 2002):

$$q\left(x_k^{(i)}|x_{k-1}^{(i)}, z_{1:k}\right) = p\left(x_k|x_{k-1}^{(i)}\right) \tag{3.67}$$

Eşitlik (3.67), eşitlik (3.66)'da yerine konulduğunda, ağırlık güncelleme eşitliği sadece olabilirlik fonksiyonuna bağlı olacak şekilde (3.68) ile verildiği gibi elde edilir:

$$\widetilde{w}_k^{(i)} = w_{k-1}^{(i)}.p\left(z_k|x_k^{(i)}\right) \tag{3.68}$$

4. Normalizasyon: Eşitlik (3.68) ile elde edilen ağırlıklar, eşitlik (3.69)'da verildiği gibi tüm parçacıkların ağırlıklarının toplamı 1'e eşit olacak şekilde normalize edilir:

$$w_k^{(i)} = \frac{\widetilde{w}_k^{(i)}}{\sum_{i=1}^{N} \widetilde{w}_k^{(i)}} \tag{3.69}$$

Elde edilen parçacık ağırlıkları kullanılarak eşitlik (3.70)'te verildiği gibi hedef olasılık yoğunluk fonksiyonuna yaklaşılmaktadır:

$$p(x_k|z_{1:k}) \approx \sum_{i=1}^{N} w_k^{(i)} \delta\left(x_k - x_k^{(i)}\right) \tag{3.70}$$

Durumların ölçümlere bağlı şartlı olasılık dağılımlarını veren bu denklemde $\delta(x)$ Dirak delta fonksiyonunu, $w_k^{(i)}$ ilgili i. parçacığı ifade eden $x_k^{(i)}$ durumunun ağırlığını ve N toplam parçacık sayısını ifade etmektedir.

5. Yeniden örnekleme: Tez kapsamında gerçeklenen parçacık filtresinde, algoritması Çizelge 3.1'de sözde kod olarak verilen "Sistematik Yeniden Örnekleme" metodu uygulanmıştır (Ristic vd. 2004)

Çizelge 3.1 Sistematik yeniden örnekleme algoritması sözde kodu (Ristic vd. 2004'ten Türkçeleştirilerek alınmıştır)

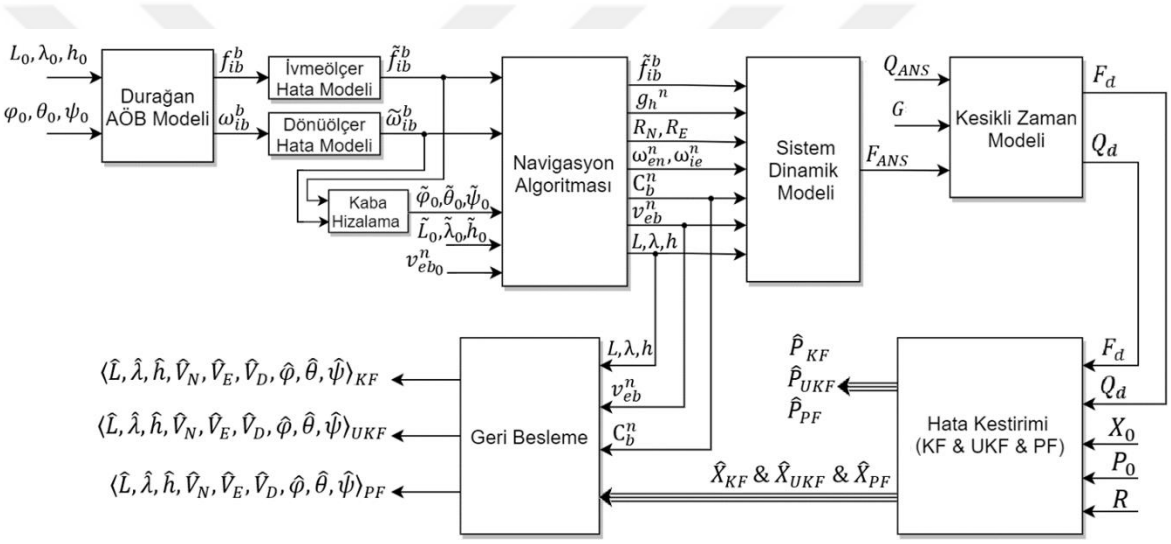
$\left[\left\{x_k^{(j)}, w_k^{(j)}, i^j\right\}_{i=1}^{N}\right] = \boldsymbol{SistematikYenidenOrnekleme}\left[\left\{x_k^{(i)}, w_k^{(i)}\right\}_{i=1}^{N}\right]$	
a. İlk ağırlık değerini yeni oluşturulacak bir dizinin (c) ilk değerine ata:	$c_1 = w_k^{(1)}$
b. Ağırlıkları birikimli toplayarak c dizisini oluştur:	FOR i=2 : N $c_i = c_{i-1} + w_k^{(i)}$ END FOR
c. i indisini dizinin başına al:	$i = 1$
d. $[0, N^{-1}]$ aralığında rastgele bir sayı seç ve yeni oluşturulacak bir dizinin (u) ilk değerine ata:	$u_1 \sim U[0, N^{-1}]$
e. Parçacıkları, ağırlıkları ve yeni indisleri ata:	FOR j=1 : N
e.1. Her adımda N^{-1} kadar arttırılmış birikimli toplam olarak u dizisini ilerlet:	$u_j = u_1 + N^{-1}(j-1)$
e.2. c dizisinde u_j değişkeninden küçük olan son indisi bul:	WHILE $u_j > c_i$ $i = i + 1$ END WHILE
e.3. Parçacığı ata:	$x_k^{(j)} = x_k^{(i)}$
e.4. Ağırlığı ata:	$w_k^{(j)} = N^{-1}$
e.5. İndisi ata:	$i^j = i$
	END FOR

4. BENZETİM SONUÇLARI

Bu bölümde durağan hassas hizalama probleminin Bölüm 3.4, 3.5 ve 3.6'da anlatılan kestirim metotları ile çözülmesi adına oluşturulan benzetim modeli, bu modele girdi oluşturan parametrelerin seçimi, parçacık filtresi ile yapılmış parçacık sayısı analizleri ve "Monte Carlo" benzetimlerinin sonuçları verilmektedir.

4.1 Benzetim Modeli

Bölüm 2'de verilen kuramsal bilgiler ile Bölüm 3'te verilen probleme özgü bilgiler ve algoritmalar kullanılarak oluşturulan benzetim modelinin blok şeması Şekil 4.1 ile verilmiştir.



Şekil 4.1 Benzetim modeli blok şeması

Oluşturulan durağan AÖB modelinin girdileri coğrafik koordinatlar ve AÖB'nin yerel yatay düzleme göre duruşunu tanımlayan yönelim açılarıdır. Girilen konum için NED referans eksenlerindeki dönü ve ivme değerleri, eşitlik (2.18) ile verilen dünya dönüsü ve eşitlik (2.48) ile verilen yerçekimi ivmesi kullanılarak hesaplanır. Girilen duruş açıları eşitlik (2.38)'de yerine konularak dönüşüm matrisi hesaplanır ve eşitlik (2.39) uygulanarak, dünya dönüsü ve yerçekimi ivmesi gövde eksen takımında ifade edilir.

İvmeölçer ve dönüölçer hata modelleri sırasıyla eşitlik (2.10) ve eşitlik (2.11)'de detaylandırılmıştır. "Monte Carlo" analizlerinde kullanılan AÖB hata parametrelerinin

dağılımları Çizelge 4.3'te, sensörlerin rastgele yürüyüş hataları ise Çizelge 4.4'te verilmiştir.

Benzetim modelinde Bölüm 2.6'da anlatılan ve NED referans eksen takımında tanımlanan navigasyon algoritması kullanılmıştır. Navigasyon algoritmasının ilklendirilmesi için gerekli olan başlangıç pozisyon değeri, benzetimi yapılan ve AÖB modeline de girdi olan referans pozisyon bilgisine ilk pozisyon belirsizliği eklenerek oluşturulmuştur. Benzetim durağan durum için yapıldığından başlangıç hızı; $v^n_{eb_0} = 0$ olarak veriliştir. Algoritmaya girdi oluşturan ilk açı değerleri ise; Bölüm 3.1'de detaylandırılan kaba hizalama süreci sonunda elde edilmiştir.

Navigasyon denklemleri ile üretilen veriler eşitlik (3.23)'te yerine konularak dinamik sistem modeli oluşturulur ve her zaman adımında değişen F_{ANS} matrisi hesaplanmış olur.

Bölüm 3.3.6'da detayları anlatılan kesikli zaman sistem modeli ve kesikli zaman süreç gürültüsü matrisi (3.38)'de verildiği gibi elde edilir. Benzetim modelinde kullanılan süreç gürültüleri Çizelge 4.1'de verilmiştir, bu değerler eşitlik (3.33)'te yerine konularak süreç gürültüsü matrisi Q_{ANS} oluşturulur.

Çizelge 4.1 Belirlenen süreç gürültüsü matrisi (Q_{ANS}) bileşenleri

Parametre İsmi	**Değeri (σ^2)**	**Birimi**
n_a^2: ivmeölçer rastgele gürültüsü güç tayf yoğunluğu	2.4059e-07	$(m/s)^2$
n_g^2: dönüölçer rastgele gürültüsü güç tayf yoğunluğu	2.1154e-12	$(rad)^2$
n_{adb}^2: ivmeölçer sabit hata değişimi güç tayf yoğunluğu	1e-12	$(m/s^2)^2$
n_{gdb}^2: dönüölçer sabit hata değişimi güç tayf yoğunluğu	1e-19	$(rad/s)^2$

Bölüm 3.4, 3.5 ve 3.6'da anlatılan KF, UKF ve PF kestirim metotları, her "Monte Carlo" adımında aynı koşullar ve aynı belirsizlik durumları için paralel olarak çalıştırılmaktadır. Filtrelerin ortak bir şekilde ilklendirilmesi için belirlenen X_0 eşitlik (4.1)'de, P_0 matrisi eşitlik (4.2)'de ve P_0 matrisinin bileşenleri Çizelge 4.2'de verilmiştir. Sıfır hız güncellemesi ölçüm belirsizliğini ifade eden R matrisi ise eşitlik (4.3)'te verilmiştir.

$$X_0 = 0_{15x1} \tag{4.1}$$

$$P_0 = \begin{bmatrix} P_{0_{1,1}} & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & P_{0_{15,15}} \end{bmatrix} \tag{4.2}$$

$$R = \begin{bmatrix} (0.005m/s)^2 & 0 & 0 \\ 0 & (0.005m/s)^2 & 0 \\ 0 & 0 & (0.005m/s)^2 \end{bmatrix} \tag{4.3}$$

Çizelge 4.2 Hata durumlarının ilk belirsizlikleri (P_0 bileşenleri)

P_0 Bileşeni	Parametre Açıklaması	Değeri (σ^2)	Birimi
$P_{0_{1,1}}$	Enlem ilk belirsizliği	$(2\text{e-}6)^2$	$(rad)^2$
$P_{0_{2,2}}$	Boylam ilk belirsizliği		
$P_{0_{3,3}}$	Yükseklik ilk belirsizliği	$(15)^2$	$(m)^2$
$P_{0_{4,4}}$	Kuzey yönü ilk hız belirsizliği	$(0.001)^2$	$(m/s)^2$
$P_{0_{5,5}}$	Doğu yönü ilk hız belirsizliği		
$P_{0_{6,6}}$	Aşağı yön ilk hız belirsizliği		
$P_{0_{7,7}}$	Yuvarlanma ilk belirsizliği	$(0.0017)^2$	$(rad)^2$
$P_{0_{8,8}}$	Yunuslama ilk belirsizliği		
$P_{0_{9,9}}$	Kuzey yönelimi ilk belirsizliği	$(0.017)^2$	
$P_{0_{10,10}}$	X ekseni ivmeölçeri sabit hata belirsizliği	$(9.81\text{e-}4)^2$	$(m/s^2)^2$
$P_{0_{11,11}}$	Y ekseni ivmeölçeri sabit hata belirsizliği		
$P_{0_{12,12}}$	Z ekseni ivmeölçeri sabit hata belirsizliği		
$P_{0_{13,13}}$	X ekseni dönüölçeri sabit hata belirsizliği	$(2.4241\text{e-}7)^2$	$(rad/s)^2$
$P_{0_{14,14}}$	Y ekseni dönüölçeri sabit hata belirsizliği		
$P_{0_{15,15}}$	Z ekseni dönüölçeri sabit hata belirsizliği		

Hesaplanan hata kestirimleri açık döngü geri besleme metodu uygulanarak navigasyon hatalarını gidermek için kullanılır. Pozisyon ve hız hata kestirimleri için geri besleme eşitlikleri sırasıyla (4.4) ve (4.5) ile verilmiştir:

$$\begin{bmatrix}\hat{L}\\ \hat{\lambda}\\ \hat{h}\end{bmatrix}_{Filt} = \begin{bmatrix}L\\ \lambda\\ h\end{bmatrix}_{ANS} - \begin{bmatrix}\hat{X}_{Filt}(1)\\ \hat{X}_{Filt}(2)\\ \hat{X}_{Filt}(3)\end{bmatrix} \quad Filt \in KF, UKF, PF \tag{4.4}$$

$$\begin{bmatrix}\widehat{V}_N\\ \widehat{V}_E\\ \widehat{V}_D\end{bmatrix}_{Filt} = \begin{bmatrix}V_N\\ V_E\\ V_D\end{bmatrix}_{ANS} - \begin{bmatrix}\hat{X}_{Filt}(4)\\ \hat{X}_{Filt}(5)\\ \hat{X}_{Filt}(6)\end{bmatrix} \quad Filt \in KF, UKF, PF \tag{4.5}$$

Yönelim açılarına geri besleme uygulamak için açı hata kestirimleri ters simetrik hale getirilip birim matristen çıkarılarak C_b^n matrisi ile çarpılır (4.6):

$$\langle C_b^n \rangle_{Filt} = \left(I_3 - \begin{bmatrix}\hat{X}_{Filt}(5)\\ \hat{X}_{Filt}(6)\\ \hat{X}_{Filt}(7)\end{bmatrix}^{\wedge} \right) \langle C_b^n \rangle_{ANS} \quad Filt \in KF, UKF, PF \tag{4.6}$$

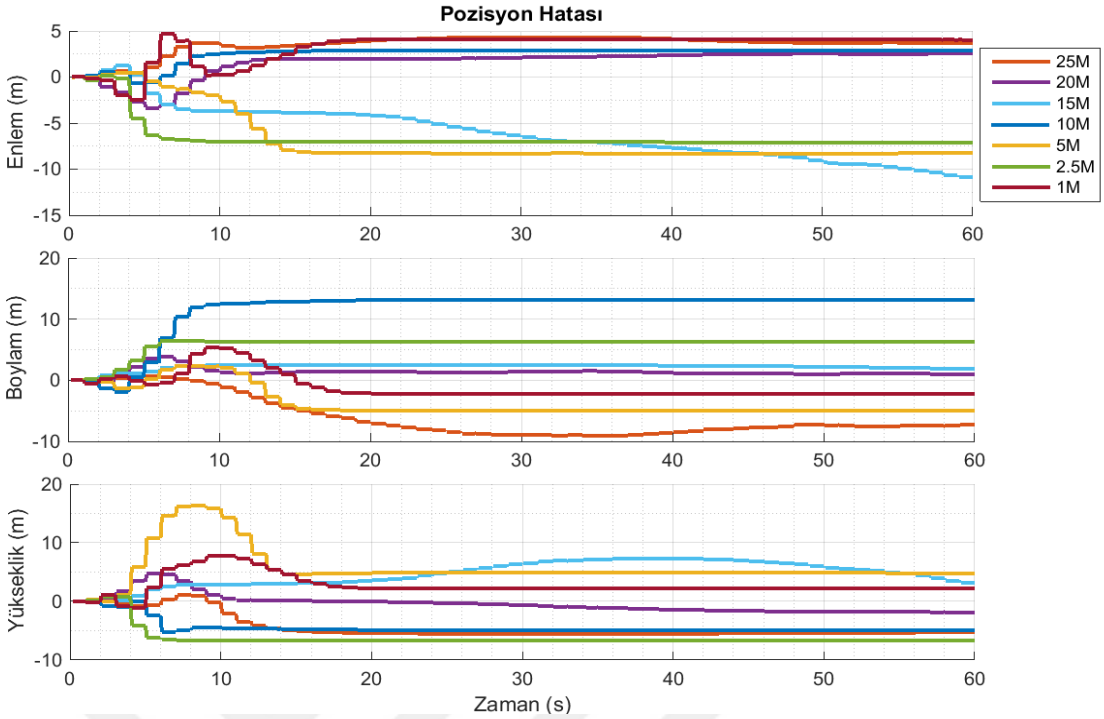
Burada $\langle C_b^n \rangle_{ANS}$ navigasyon algoritmasının çıktısı olan dönüşüm matrisi olup, eşitlik (2.38) yardımıyla navigasyon yönelim açılarından hesaplanmaktadır.

Eşitlik (4.6) ile elde edilen dönüşüm matrisi kullanılarak, kestirim sonucunda düzeltilmiş yönelim açıları ($\langle \widehat{\varphi}, \widehat{\theta}, \widehat{\psi} \rangle_{Filt} \quad Filt \in KF, UKF, PF$) elde edilir.

4.2 Parçacık Sayısı Analizleri

Navigasyon hata durumlarının doğru değerlere yakınsadığı en az parçacık sayısını belirlemek adına farklı parçacık sayıları ile benzetimler gerçekleştirilmiş, bu benzetimler sonucunda yakınsama süreleri de incelemiştir.

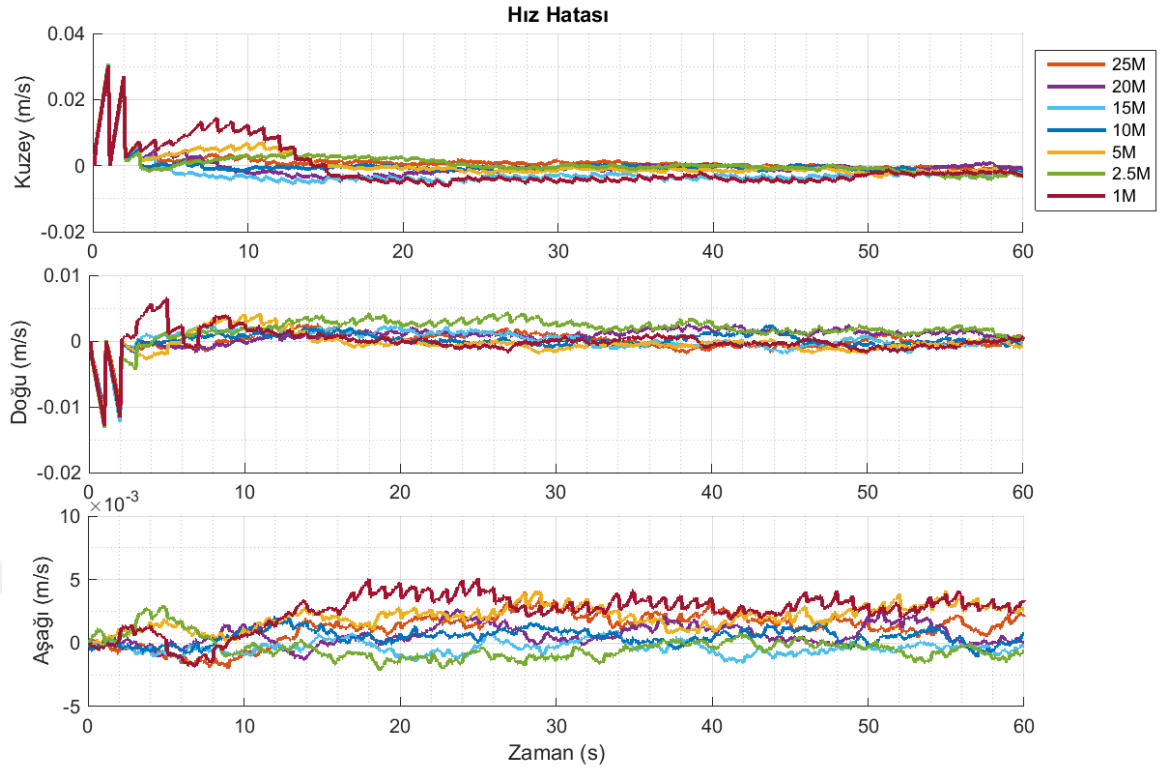
Farklı parçacık sayıları ile elde edilen durumların kestirim hataları Şekil 4.2'den, Şekil 4.6'ya kadar verilmiştir.



Şekil 4.2 Parçacık sayısına göre pozisyon kestirimi hataları

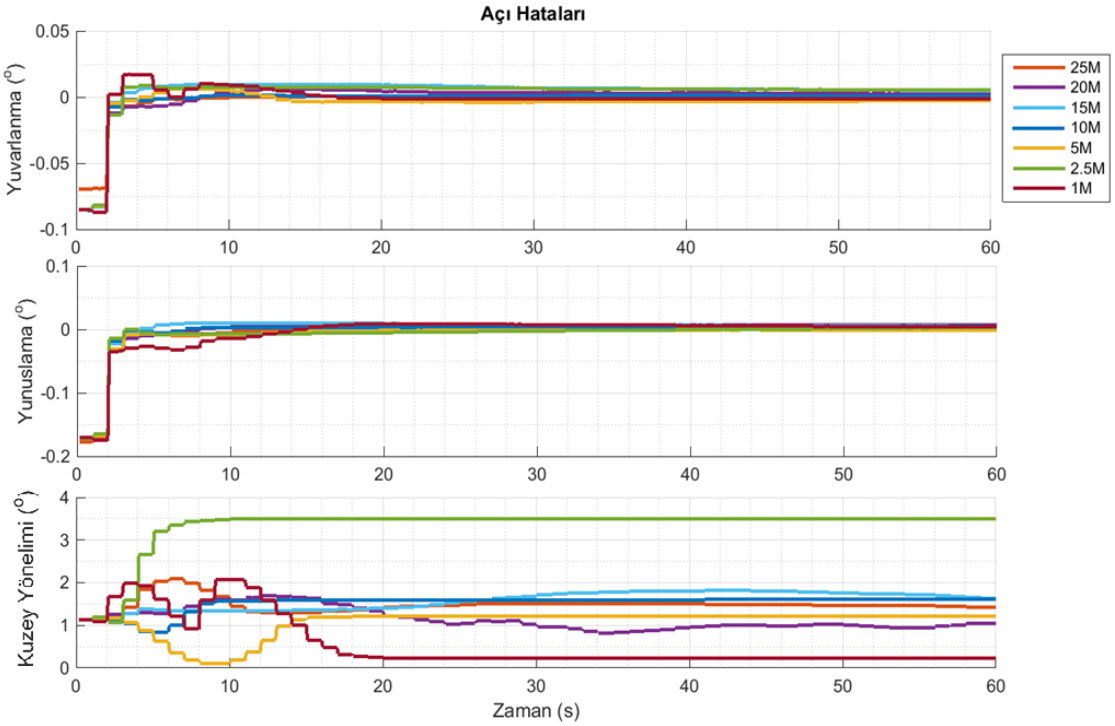
Şekil 4.2'de verilen pozisyon kestirim hatalarına bakıldığında, durumların yakınsadığı değerler ile parçacık sayısı arasında net bir ilişki gözlenmemiştir. Pozisyon hata kestirimlerinin, diğer durumları iyi temsil eden parçacıkların aldığı pozisyon değerlerine doğru yakınsadığı incelenmiştir. Bu durum ise denenen en büyük parçacık sayısı olan 25 milyon parçacığın, yetersiz kaldığına işaret etmektedir. Her üç eksendeki pozisyon kestirim hatalarının 10m değerini aşmadığı gözlenmiş olup bu değerin hassas hizalama performansını etkilemeyecek boyutta olduğu değerlendirilmiştir.

Kestirim hatalarının yakınsama öncesindeki davranışına bakılırsa; parçacık sayısı azaldıkça hataların yakınsama öncesinde gezindiği hata bandı genişlemektedir. Yani parçacık sayısı arttıkça kestirimdeki ilk kararsızlık durumu azalmaktadır.



Şekil 4.3 Parçacık sayısına göre hız kestirimi hataları

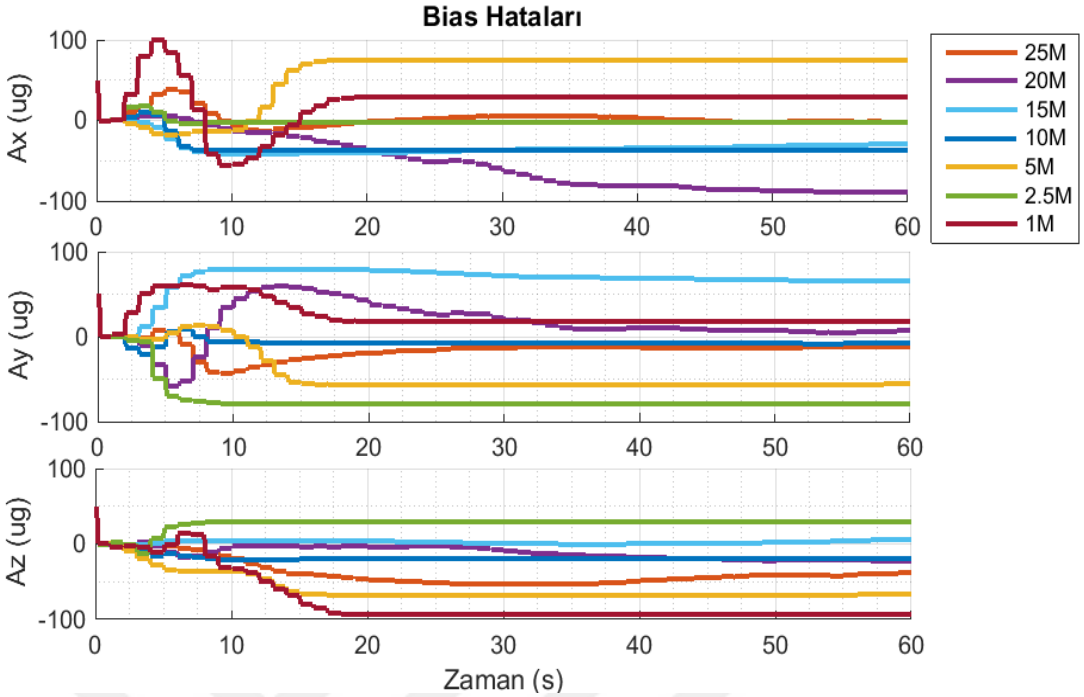
Şekil 4.3'te verilen hız kestirim hataları incelendiğinde, sadece 1 milyon parçacık sayısı ile yapılan benzetimin ilk bölümünde kararsız davranış gözlenmiş olup, yaklaşık 15. saniyenin sonunda yakınsadığı görülmüştür. Yeniden örnekleme aşamasında, hız hatalarının en düşük olduğu parçacıklara daha yüksek ağırlıklar atandığı için hız durumlarının parçacık sayısından bağımsız olarak doğru değerlere yakınsaması beklenen durumdur.



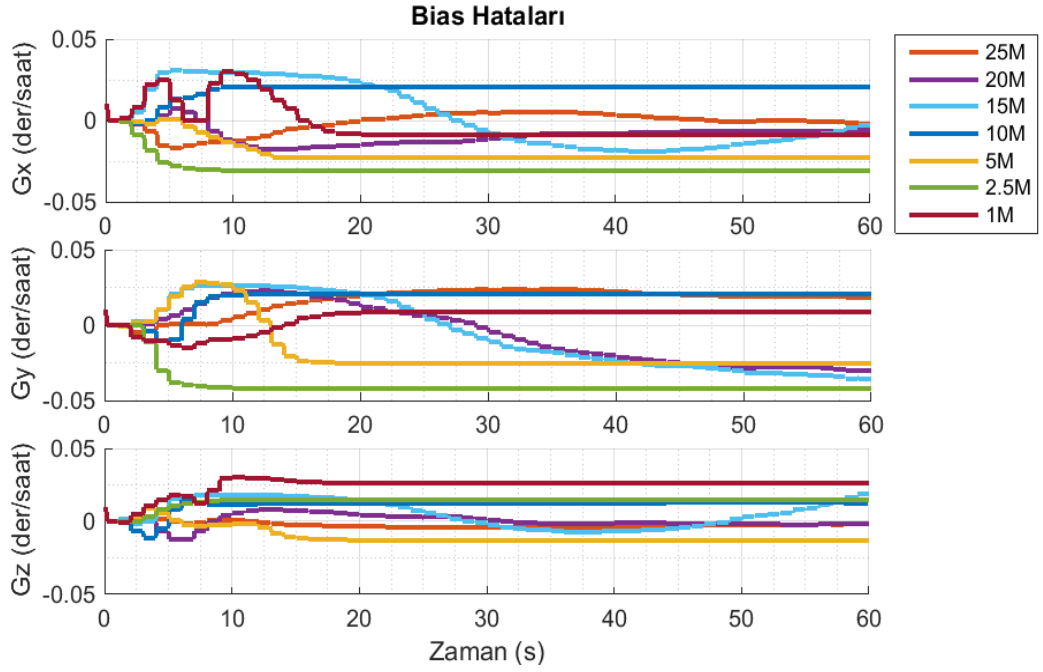
Şekil 4.4 Parçacık sayısına göre açı kestirimi hataları

Yuvarlanma ve yunuslama açılarının hatalarını ifade eden durumların gözlenebilirlikleri diğer durumlara göre daha yüksek olduğundan simülasyon başladıktan kısa bir süre sonra yakınsamaktadır. Sapma açısı hata durumunun yakınsaması ise daha uzun sürmektedir. Bu sürenin Çizelge 4.1'de verilen süreç gürültüsü parametrelerinin kullanılması durumunda 14 dakika olması beklenmektedir (Eşitlik (3.11)).

Şekil 4.5'te verilen ivmeölçer sabit hata durumlarının kestirim hatalarına bakıldığında, parçacık sayısı azaldıkça yakınsama öncesinde daha kararsız bir durumun görüldüğü, kestirim hatalarının daha geniş bir bantta gezindiği gözlenmiştir. Aynı şekilde düşük parçacık sayısı ile yapılan benzetimlerde, ivmeölçer sabit hatası durumlarının 5 ile 15. saniyeler civarında dejenere olarak hatalı değerlerde kaldığı gözlenmiştir. 25 milyon parçacıkla yapılan benzetimde X ve Y eksenlerindeki ivmeölçer sabit hata durumları 25. Saniye civarında yakınsamış, yerçekimine paralel olan Z ekseninde ise, benzetim tamamlandığında yakınsama durumunun devam etmekte olduğu ve 60. saniyede yaklaşık 25 μg'lik hata değerine inildiği gözlenmiştir. 25 milyon parçacığın ivmeölçer sabit hatalarını kestirmek için yeterli olduğu değerlendirilmiştir.



Şekil 4.5 Parçacık sayısına göre ivmeölçer sabit hata kestirim performansı



Şekil 4.6 Parçacık sayısına göre dönüölçer sabit hata kestirim performansı

Şekil 4.6'da verilen dönüölçer sabit hata durumlarının kestirim hataları incelendiğinde, ivmeölçer sabit hatalarındakine benzer bir şekilde 25 milyon parçacıkla yapılan benzetim haricinde parçacıkların dejenere olarak hatalı kestirimlere sebep olduğu gözlenmiştir.

Parçacık sayısı analizinde, kestirilen hata durumlarının davranışlarının gözlenmesi için yeterli olacağından, 14 dakikalık hassas hizalama sürecinin ilk 1 dakikalık kısmı değerlendirilmiştir.

4.3 Monte Carlo Analizi

KF, UKF ve PF performanslarını karşılaştırabilmek için 40 koşumluk "Monte Carlo" benzetimleri gerçekleştirilmiştir. 40 koşumda kestirilen durumlar için elde edilen ortalama kare kök hatalar ile kestirilen kovaryans matrislerinden elde edilen standart sapmalarının ortalama değerleri incelenmiştir. PF algoritmasında 35 milyon parçacık kullanılmıştır.

4.3.1 Monte Carlo analizi girdileri

Monte Carlo analizine girdi oluşturacak AÖB hata tekrarlanabilirlik parametreleri ortalama değerleri sıfır olacak şekilde normal dağılıma uygun modellenmiş olup, standart sapmaları Çizelge 4.3'te verilmiştir. Her bir koşumda bu dağılımlar kümesinden, ilgili parametreler seçilerek AÖB benzetimi gerçekleştirilmiştir.

Çizelge 4.3 AÖB hata parametrelerinin tekrarlanabilirlik değerleri

AÖB Hata Parametresi		Açıklama	Tekrarlanabilirlik Değeri (1σ)
İvmeölçer Parametreleri	b_{ax}	X ivmeölçeri sabit hatası	50 μg
	b_{ay}	Y ivmeölçeri sabit hatası	50 μg
	b_{az}	Z ivmeölçeri sabit hatası	50 μg
	$s_{a,x}$	X ivmeölçeri ölçeklendirme katsayısı hatası	50 ppm
	$s_{a,y}$	Y ivmeölçeri ölçeklendirme katsayısı hatası	50 ppm
	$s_{a,z}$	Z ivmeölçeri ölçeklendirme katsayısı hatası	50 ppm
	$m_{a,xy}$	X ivmeölçerinin Y eksenine kaçıklığı	100 μRad
	$m_{a,xz}$	X ivmeölçerinin Z eksenine kaçıklığı	100 μRad
	$m_{a,yx}$	Y ivmeölçerinin X eksenine kaçıklığı	100 μRad
	$m_{a,yz}$	Y ivmeölçerinin Z eksenine kaçıklığı	100 μRad
	$m_{a,zx}$	Z ivmeölçerinin X eksenine kaçıklığı	100 μRad
	$m_{a,zy}$	Z ivmeölçerinin Y eksenine kaçıklığı	100 μRad

Çizelge 4.3 AÖB hata parametrelerinin tekrarlanabilirlik değerleri (devamı)

AÖB Hata Parametresi		Açıklama	Tekrarlanabilirlik Değeri (1σ)
Dönüölçer Parametreleri	b_{gx}	X dönüölçeri sabit hatası	0.01 º/saat
	b_{gy}	Y dönüölçeri sabit hatası	0.01 º/saat
	b_{gz}	Z dönüölçeri sabit hatası	0.01 º/saat
	$s_{g,x}$	X dönüölçeri ölçeklendirme katsayısı hatası	20 ppm
	$s_{g,y}$	Y dönüölçeri ölçeklendirme katsayısı hatası	20 ppm
	$s_{g,z}$	Z dönüölçeri ölçeklendirme katsayısı hatası	20 ppm
	$m_{g,xy}$	X dönüölçerinin Y eksenine kaçıklığı	100 µRad
	$m_{g,xz}$	X dönüölçerinin Z eksenine kaçıklığı	100 µRad
	$m_{g,yx}$	Y dönüölçerinin X eksenine kaçıklığı	100 µRad
	$m_{g,yz}$	Y dönüölçerinin Z eksenine kaçıklığı	100 µRad
	$m_{g,zx}$	Z dönüölçerinin X eksenine kaçıklığı	100 µRad
	$m_{g,zy}$	Z dönüölçerinin Y eksenine kaçıklığı	100 µRad

İvmeölçer ve dönüölçerler için rastgele yürüyüş hatalarının büyüklükleri Çizelge 4.4'te verildiği gibi modellenmiş olup, her bir koşumda farklı bir rastgele değişken kütüphanesinden üretilmektedirler.

Çizelge 4.4 AÖB rastgele yürüyüş hataları

Sensör Gürültü Parametresi	Açıklama	Değeri
w_{ax}	X ivmeölçeri, hız rastgele yürüyüş hatası	50 µg/√Hz
w_{ay}	Y ivmeölçeri, hız rastgele yürüyüş hatası	50 µg/√Hz
w_{az}	Z ivmeölçeri, hız rastgele yürüyüş hatası	50 µg/√Hz
w_{gx}	X dönüölçeri, açısal rastgele yürüyüş hatası	0.005 º/√saat
w_{gy}	Y dönüölçeri, açısal rastgele yürüyüş hatası	0.005 º/√saat
w_{gz}	Z dönüölçeri, açısal rastgele yürüyüş hatası	0.005 º/√saat

Koşumların yapıldığı senaryoda AÖB verileri, Çizelge 4.5'te verilen pozisyon ve açılar kullanılarak üretilmiştir. Benzetim sonuçlarının laboratuvarda yapılan testlerde elde edilen sonuçlarla karşılaştırılabilmesi için, testin gerçekleştirildiği pozisyon ve ölçülen açı değerleri kullanılmıştır. Durağan AÖB modelinin girdileri olan bu değerler, kestirim sonucu hesaplanan pozisyon ve açıların hatalarını hesaplarken referans olarak kullanılacaktır.

Çizelge 4.5 Durağan AÖB modeli girdileri

Model Girdisi	**Açıklama**	**Değeri**
L_0	Benzetimin yapıldığı enlem (rad)	0.697959
λ_0	Benzetimin yapıldığı boylam (rad)	0.577792
h_0	Benzetimin yapıldığı yükseklik (m)	1195
φ_0	Yuvarlanma açısı (rad)	0º
θ_0	Yunuslama açısı (rad)	0º
ψ_0	Kuzey yönelimi (rad)	3.1653º

Navigasyon algoritmasının ilklendirilmesinde eşitlik (4.7)'de verilen pozisyon değerleri kullanılmıştır:

$$\begin{aligned} \tilde{L}_0 &= L_0 + \acute{L}_0 \\ \tilde{\lambda}_0 &= \lambda_0 + \acute{\lambda}_0 \\ \tilde{h}_0 &= h_0 + \acute{h}_0 \end{aligned} \tag{4.7}$$

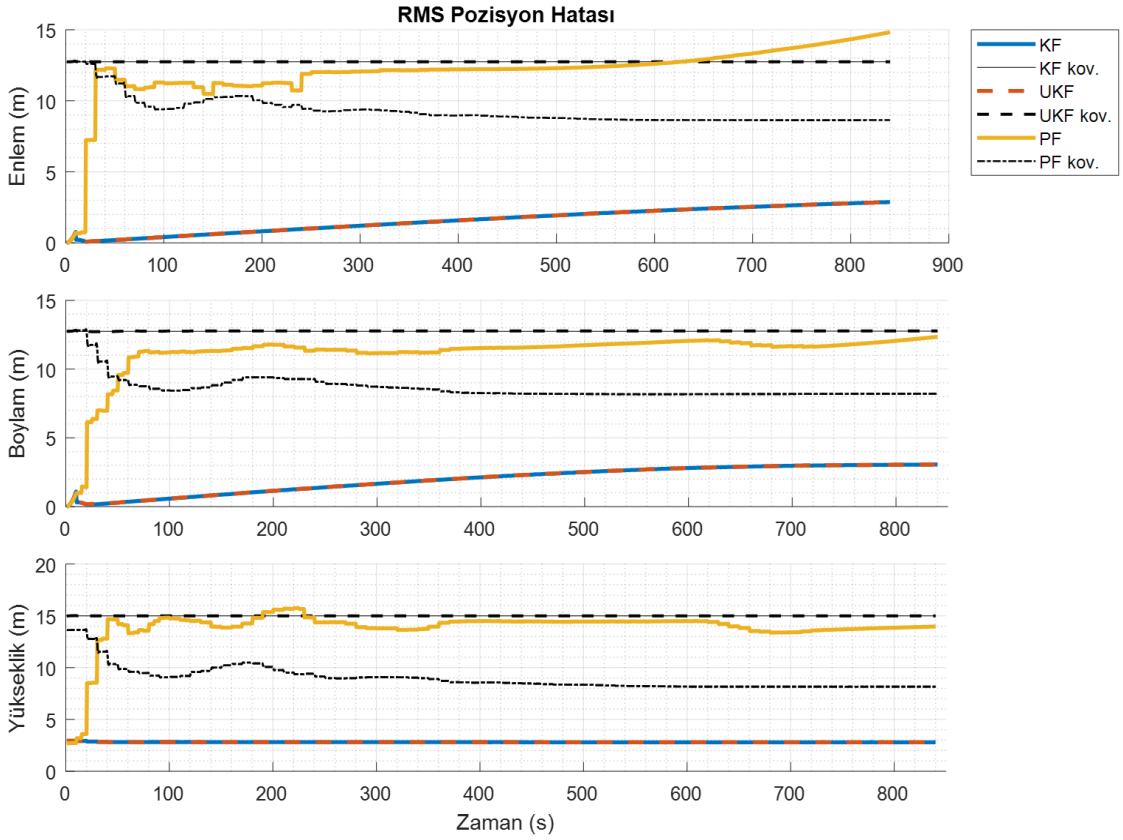
Burada $\acute{L}_0$, $\acute{\lambda}_0$ ve $\acute{h}_0$ ilk pozisyon hatalarını ifade etmekte olup pozisyon ölçüm belirsizliği göz önünde bulundurularak eşitlik (4.8)'de verildiği gibi normal dağılıma uygun şekilde modellenmiştir:

$$\begin{aligned} \acute{L}_0 = \acute{\lambda}_0 &\sim N(0, 1\text{m}) \cong N(0, 2\text{e-}7\ rad) \\ \acute{h}_0 &\sim N(0, 4\text{m}) \end{aligned} \tag{4.8}$$

Navigasyon algoritmasının hız ilklendirmesi; durağan durumda bulunulduğu bilindiğinden ilk hız sıfır girilerek yapılmıştır. Açı ilklendirmesi ise; AÖB modeli çıktılarından kaba hizalama süreci sonunda hesaplanan açılar kullanılarak yapılmıştır.

4.3.2 Monte Carlo analizi sonuçları

Gerçekleştirilen Monte Carlo analizi sonucunda; KF, UKF ve PF algoritmalarını kullanan durağan hizalama algoritmaları ile elde edilen ortalama karekök pozisyon hataları, ortalama standart sapma değerleri ile birlikte Şekil 4.7'de verilmiştir. Ortalama standart sapma değerleri, kestirilen kovaryans matrislerinin köşegen terimlerinin karekökünün, koşumlar için ortalaması alınarak elde edilmiştir. Bu ortalama standart sapma değerleri grafik etiketlerinde kısa olması bakımından "kov." uzantısı ile verilmiştir.

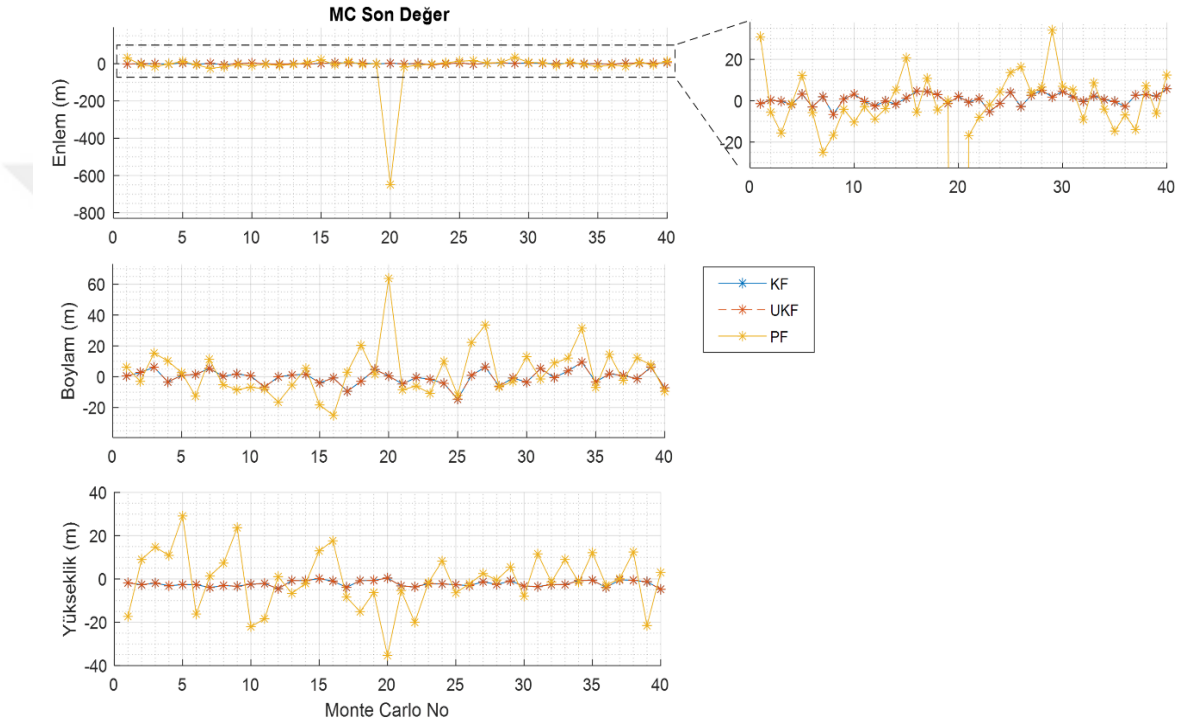


Şekil 4.7 Monte Carlo RMS pozisyon hataları

Analizler sonucunda, KF ve UKF algoritmalarının pozisyon kestirimlerinin çok benzer hatalara sahip olduğu görülmektedir. PF kestirimleri ise yaklaşık 50 saniye sonunda

yakınsamış ve yaklaşık 15m'lik bir hata bandının içerisinde kalmıştır. Toplam Monte Carlo analizi süresini kısaltabilmek adına PF algoritmasında yeniden örnekleme adımı, KF ve UKF algoritmalarında ise ölçüm güncelleme adımları 10 saniyede bir gerçekleştirilmiştir.

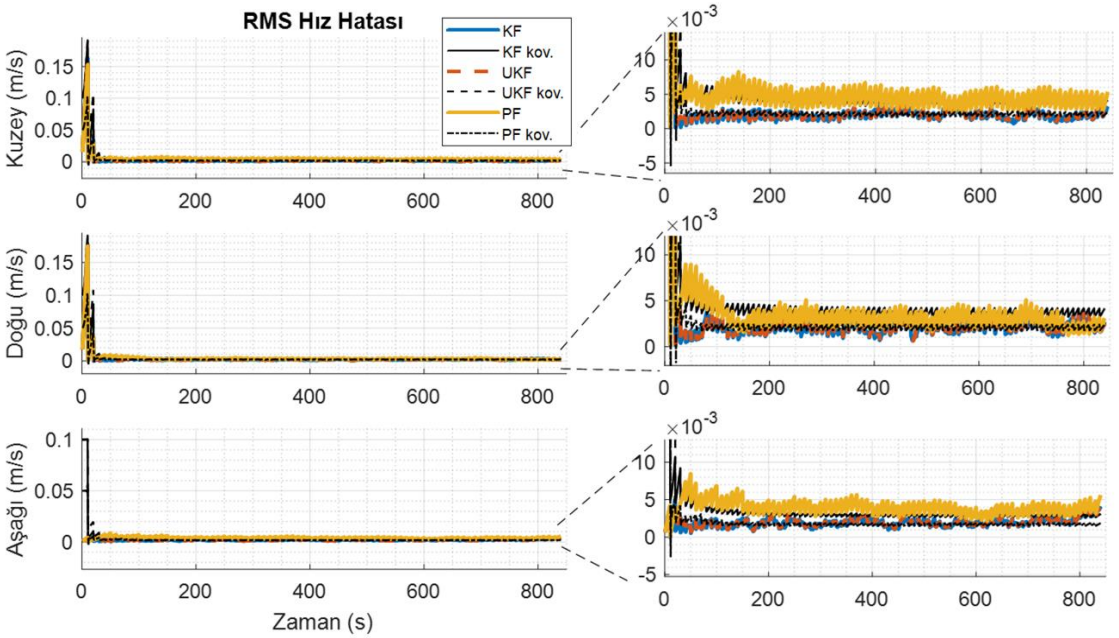
Her bir koşumun sonunda elde edilen, pozisyon hatalarının son değerleri ise Şekil 4.8'de verilmiştir.



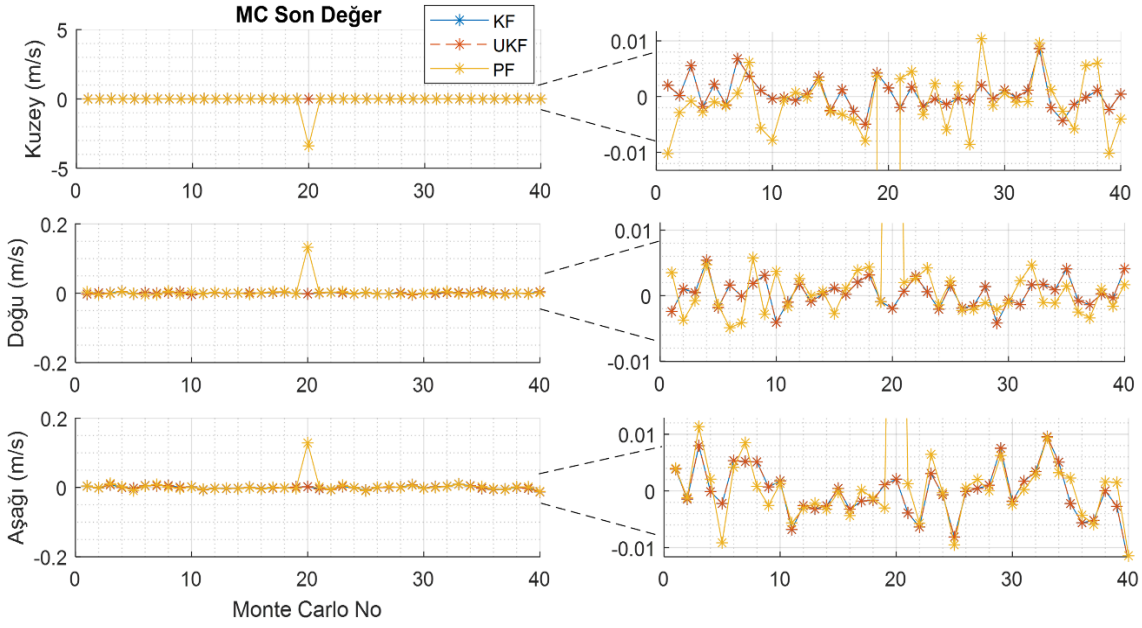
Şekil 4.8 Monte Carlo pozisyon hatalarının son değerleri

Şekil 4.8'de görüldüğü üzere 20. koşumda, parçacık sayısı kısıtlarından dolayı, problemin çözümüne yakın bir noktayı temsil eden parçacıkların denk gelmemesi sebebiyle aykırı bir gözlem oluşmuştur, bu koşum RMS hatalar incelenirken hesaplamanın dışında tutulmuştur.

Analiz sonucunda elde edilen ortalama karekök hız hataları, ortalama standart sapma değerleri ile birlikte Şekil 4.9'da, hız hatalarının elde edilen son değerleri ise Şekil 4.10'da verilmiştir. Gerçekleştirilen hata kestirimlerinde sıfır hız güncellemesi yapıldığı için her üç algoritmada da hız hataları çok kısa bir sürede yakınsamıştır.

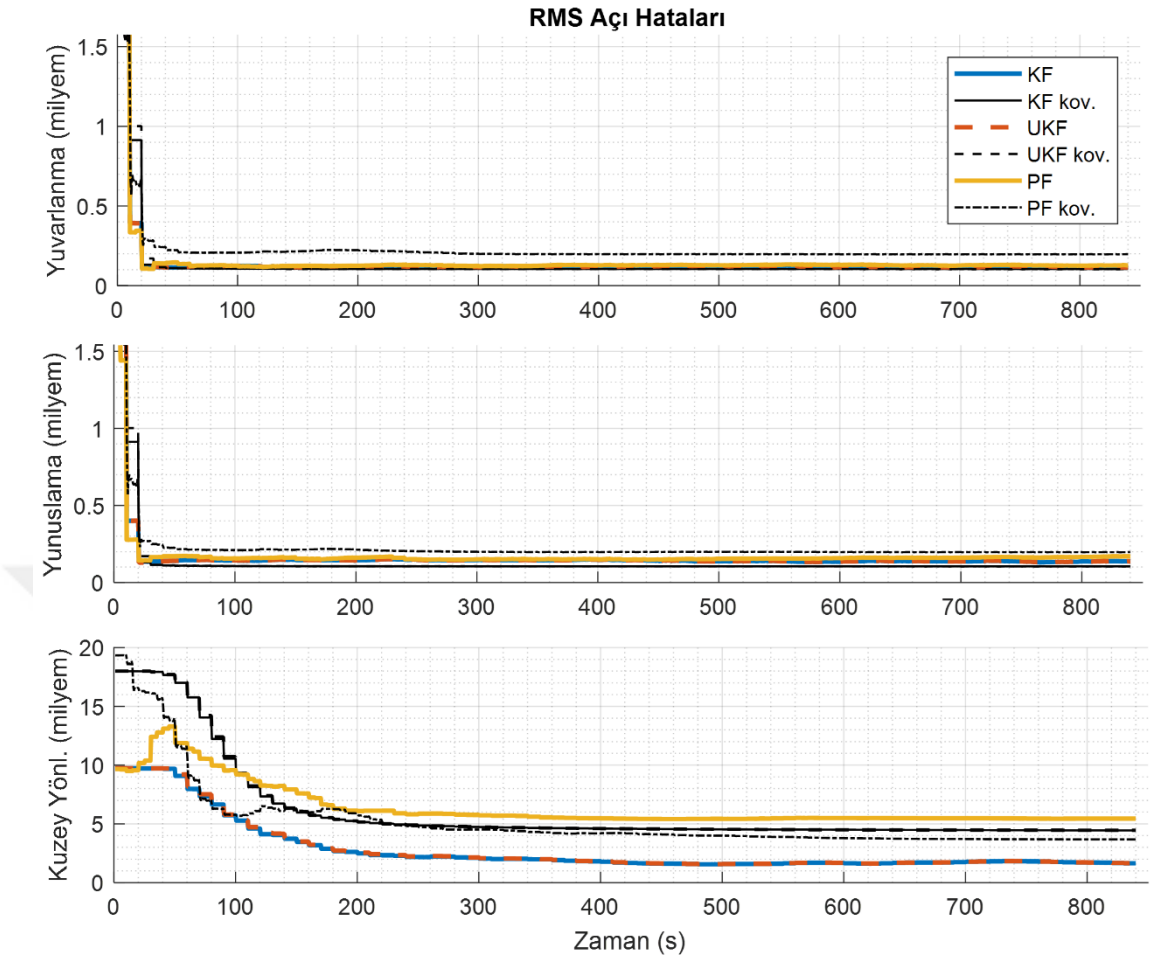


Şekil 4.9 Monte Carlo RMS pozisyon hataları



Şekil 4.10 Monte Carlo hız hatalarının son değerleri

Analiz sonucunda elde edilen ortalama karekök açı hataları ve ortalama standart sapma değerleri Şekil 4.11'de verilmiştir.

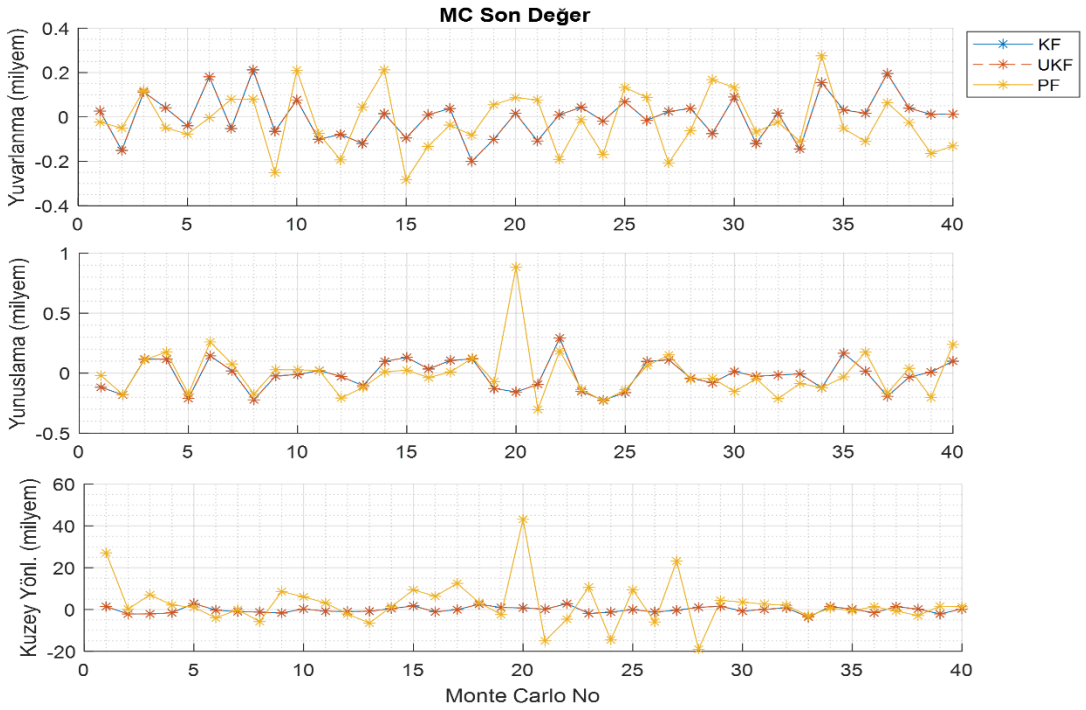


Şekil 4.11 Monte Carlo RMS açı hataları

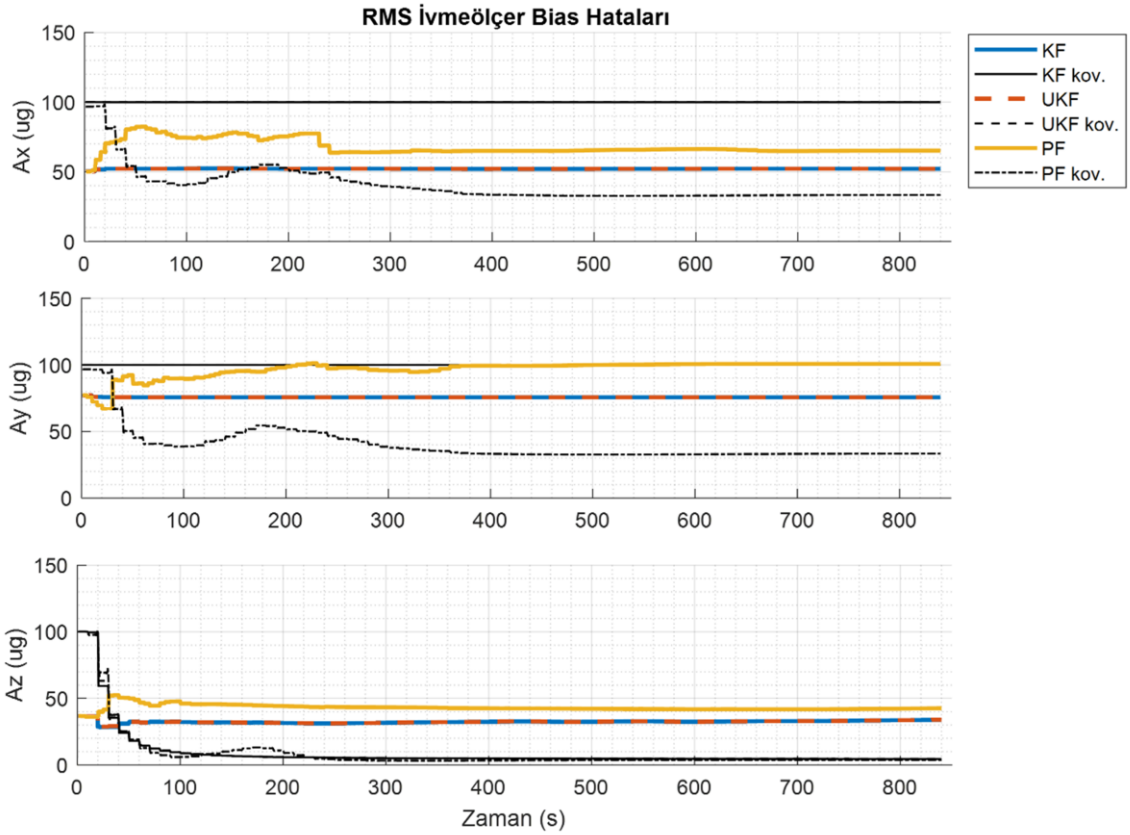
RMS açı hatalarının zamanla değişimine bakıldığında, yuvarlanma ve yunuslama açılarının üç kestirim metodu ile de yaklaşık 20 saniye yakınsayarak 0.5 milyem'den daha düşük bir hata bandının altına indiği gözlenmektedir.

Kuzey yönelim açıları incelendiğinde ise 840 saniyelik durağan hassas hizalama sürecinin üç kestirim metodu için de yeterli olduğu gözlenmiş olup, yönelim hataları KF için 1.646 milyem, UKF için 1.652 milyem ve PF için ise 5.445 milyem olarak hesaplanmıştır.

Monte Carlo koşumlarında elde edilen hız hatalarının son değerleri ise Şekil 4.12'de verilmiştir.

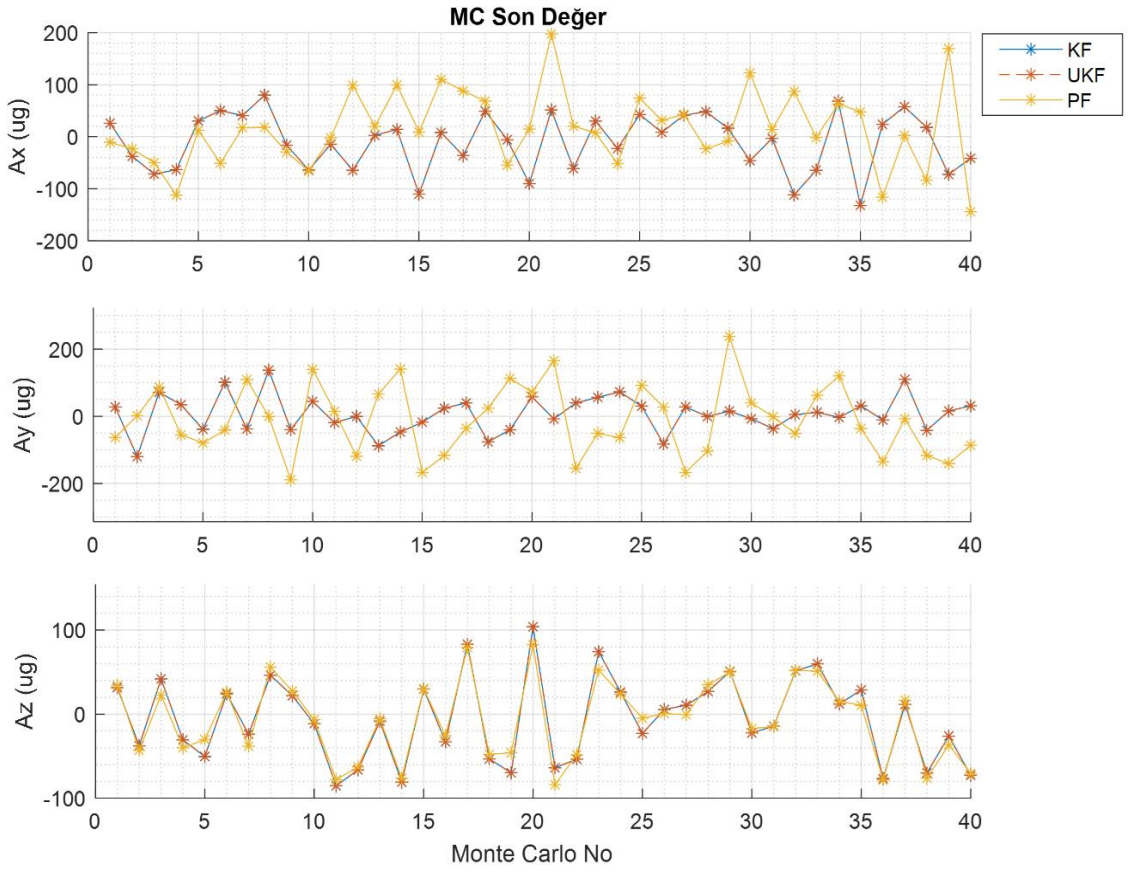


Şekil 4.12 Monte Carlo açı hatalarının son değerleri



Şekil 4.13 Monte Carlo RMS ivmeölçer bias hataları

İvmeölçer bias kestirimleri için elde edilen RMS hata Şekil 4.13'te koşumlarda elde edilen son bias değerleri için hesaplanan hatalar ise Şekil 4.14'te verilmiştir.

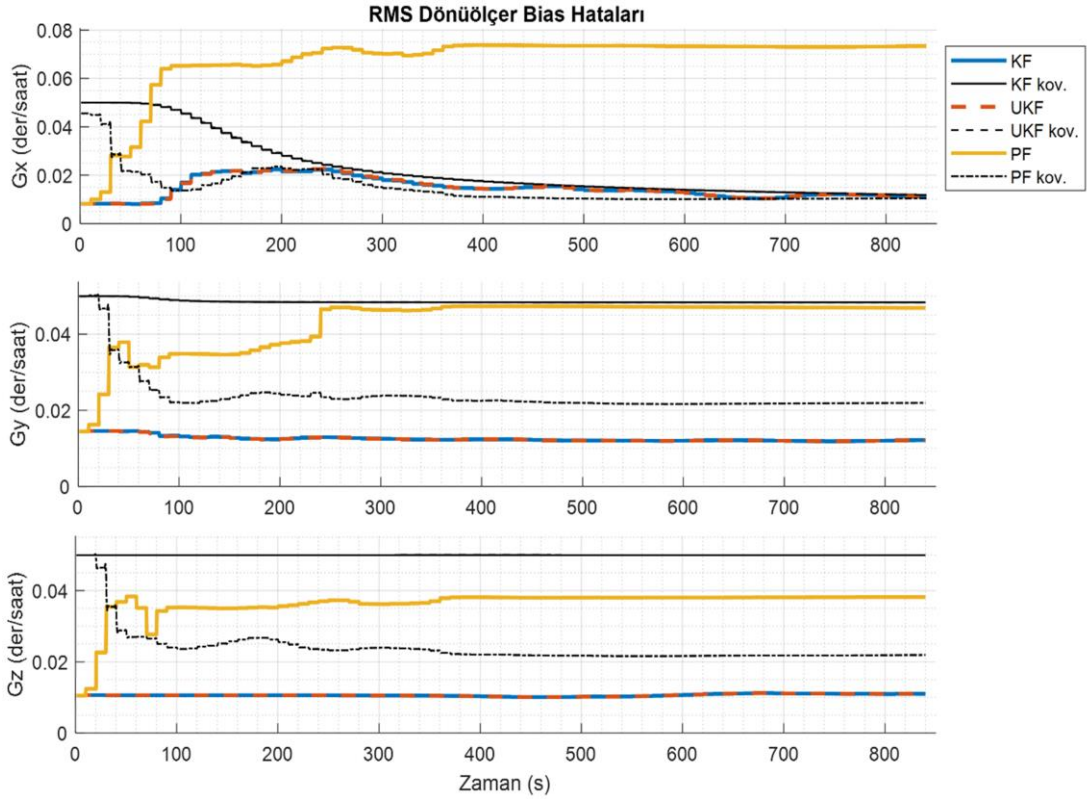


Şekil 4.14 Monte Carlo ivmeölçer bias hatalarının son değerleri

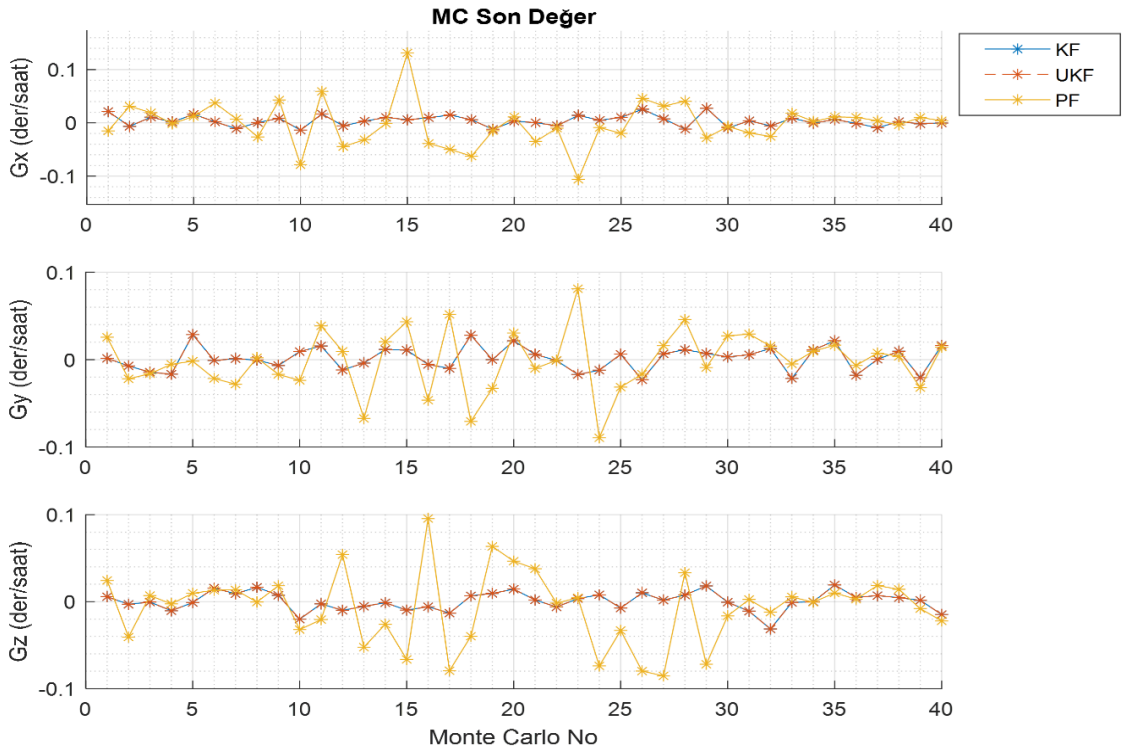
İvmeölçer bias kestirimlerindeki hatalar, benzetimi yapılan hata modelindeki ölçeklendirme katsayısı hataları ve eksenel kaçıklık hatalarının sabit hata gibi kestirilmesinden kaynaklanmaktadır. Bu hatalar sistem modeline dahil edilmedikleri için bias kestirim performansını etkilemeleri beklenen bir durumdur.

Yerçekimine paralel bir şekilde durduğu için gözlenebilirliği yüksek olan Z ekseni sabit hata kestiriminde üç kestirim metodu da benzer sonuçlar göstermiştir. X ve Y eksenlerinde ise KF ve UKF algoritmaları çok yakın sonuçlar verirken PF daha hatalı kestirimler gerçekleştirmiştir.

Dönüölçer bias kestirimleri için elde edilen RMS hata Şekil 4.15'te koşumlarda elde edilen son bias değerleri için hesaplanan hatalar ise Şekil 4.16'da verilmiştir.



Şekil 4.15 Monte Carlo RMS dönüölçer bias hataları



Şekil 4.16 Monte Carlo dönüölçer bias hatalarının son değerleri

Şekil 4.15 ile verilen dönüölçer bias kestirimlerindeki hatalar incelendiğinde, KF ve UKF algoritmalarının, özellikle kuzey güney doğrultusuna paralel olduğu için daha gözlenebilir olan X ekseni dönüölçeri sabit hatasını kestirmekte PF algoritmasına göre daha başarılı olduğu gözlenmiştir. Bu eksendeki dönüölçerin sabit hatasının kestirim doğruluğu, kuzey yönelim açısının kestirilme performansını doğrudan etkilemektedir.

5. TEST SONUÇLARI

Bu bölümde, navigasyon seviyesi bir AÖB ile yapılan testler ve AÖB'den laboratuvar ortamında toplanan veriler ile elde edilen sonuçlar sunulmaktadır.

5.1 Test Kurulumu

Testler, AÖB hassas döner tabla üzerine iken gerçekleştirilmiştir. Test öncesinde döner tablanın su düzlemine getirilebilmesi adına hassas ayaklarından seviyeleme yapılmıştır (Şekil 5.1).

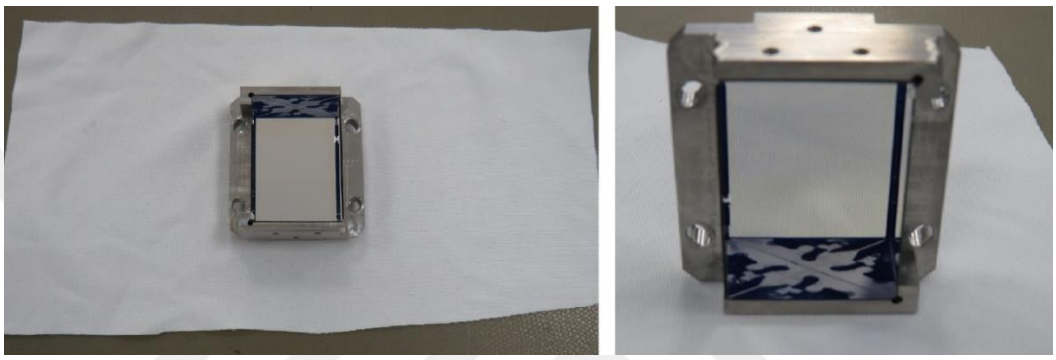
Şekil 5.1 Hassas döner tablanın seviyelemesi

Seviyeleme amacıyla kullanılan Wyler firmasının ürünü olan hassas elektronik su terazilerinin ölçüm hassasiyeti 0.5" (açısaniye)'dir.

Şekil 5.2 Wyler ürünü hassas elektronik su terazileri

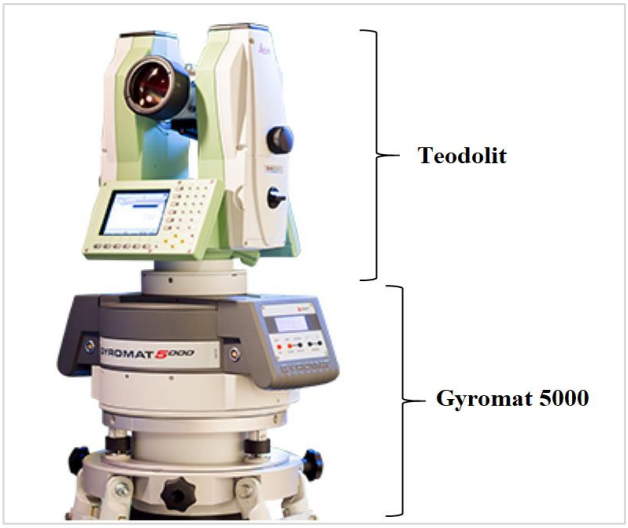
Testlerde kullanılan AÖB'nin, kalibrasyon testlerinde kullanılan hassas yüzeyleri bulunmaktadır. Kalibrasyon testlerinde hesaplanan açısal kaçıklıklar bu yüzeyler referans alınarak hesaplandığından, AÖB çıktıları da bu referans yüzeylere göre verilmiş olmaktadır. Böylece AÖB eksenleri su düzlemine getirilmiş olmaktadır.

AÖB eksenlerinin gerçek kuzeye göre hangi açıyla durduğunu optik olarak ölçebilmek amacıyla, AÖB üzerine referans yüzeyler ile aynı eksen takımında olacak şekilde dik açılı bir prizma monte edilmiştir. Bu prizmanın montaj hassasiyeti 3" dir (1σ).



Şekil 5.3 Referans prizma

AÖB'nin kuzey yönelimini ölçmek için ise DMT firmasının ürünü olan Gyromat 5000 kullanılmıştır. Bu ekipmanın yönelim ölçüm hassasiyeti ise 2.6" (1σ) olup, üzerinde bulunan teodolit yardımı ile prizmanın gerçek kuzeye göre nasıl durduğunu ölçebilmektedir.



Şekil 5.4 Gyromat 5000

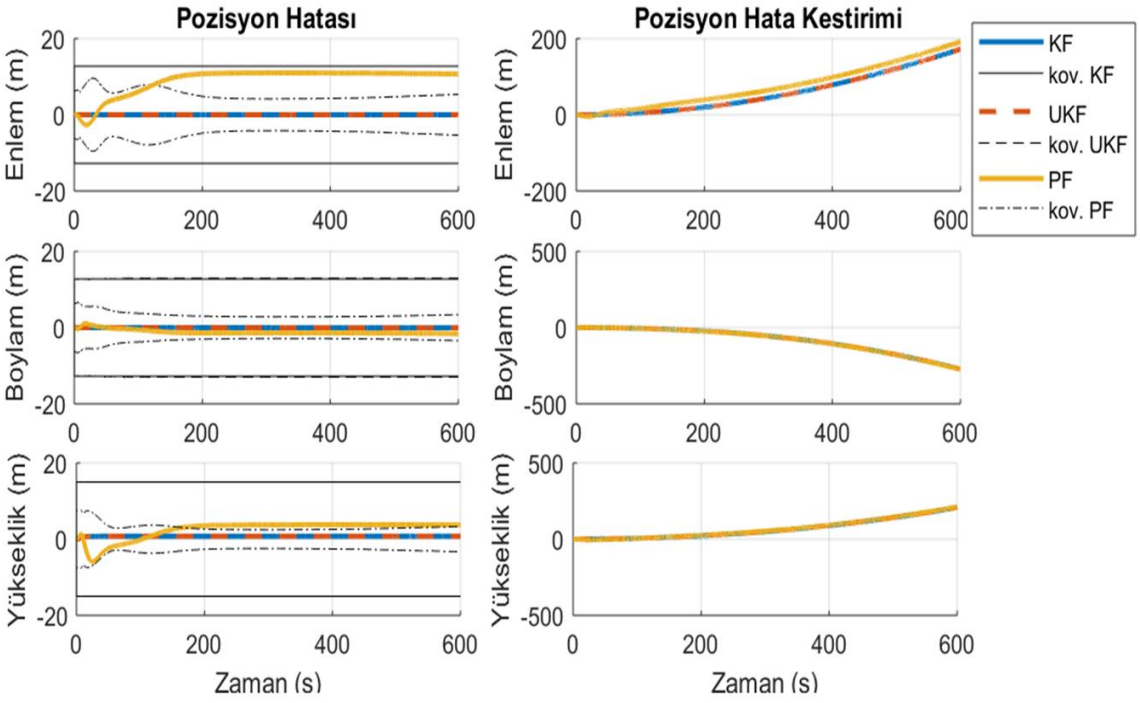
AÖB döner tablaya konularak, Gyromat 5000 prizmanın karşısına gelecek şekilde AÖB'ye 5m uzaklığa yerleştirilmiştir. Algoritmalara girdi oluşturacak olan AÖB verisi toplanırken Gyromat 5000 ile prizmanın kuzey ile yaptığı açı ölçülmüştür, test sonuçları değerlendirilirken referans olarak alınan açı ölçüm değerleri ve bu değerlerin ölçüm doğrulukları Çizelge 5.1'de verilmiştir.

Çizelge 5.1 Testlerdeki referans açı değerleri ve doğrulukları

Duruş Açıları	Değeri	Doğruluğu (1σ)
φ_0 : Yuvarlanma açısı	0º	0.5"
θ_0 : Yunuslama açısı	0º	0.5"
ψ_0 : Kuzey yönelimi	3.1653º	3.9"

5.2 Test Sonuçları

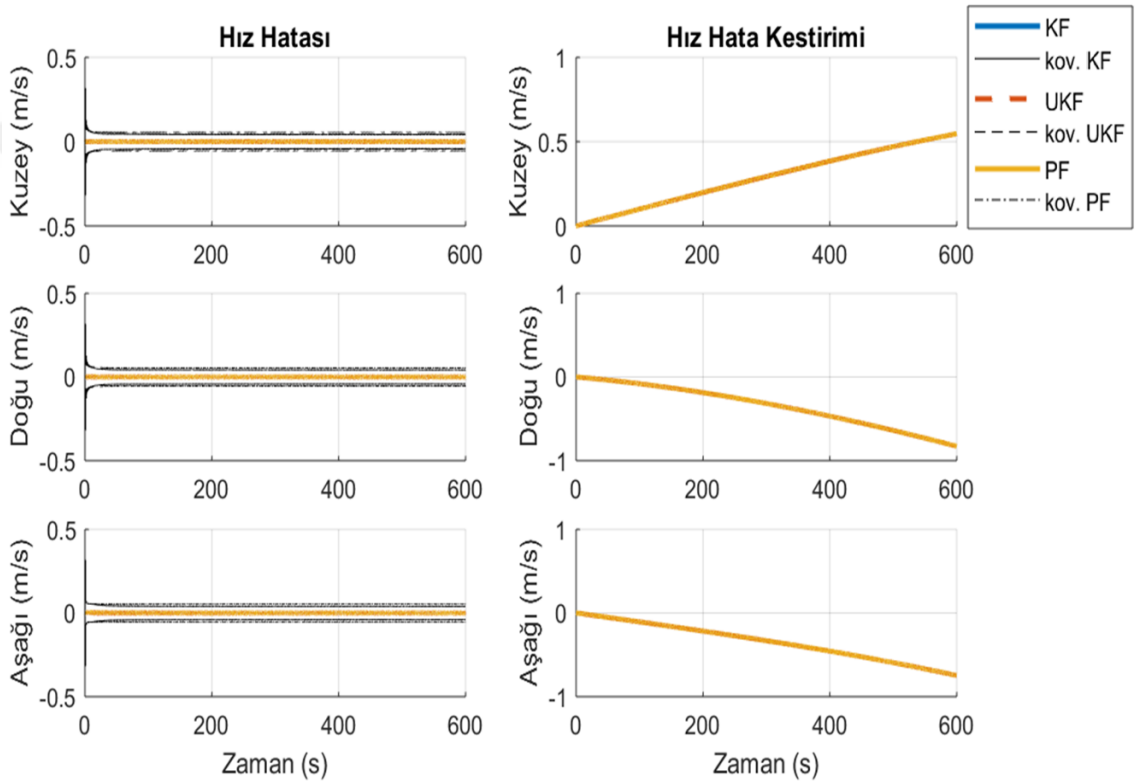
Gerçekleştirilen testler ile toplanan AÖB verisi KF, UKF ve PF algoritmalarını kullanan durağan hizalama algoritmaları ile denenmiştir. Elde edilen pozisyon hataları ve pozisyon hata kestirimleri Şekil 5.5'te verilmiştir. Grafik etiketlerinde "kov." uzantısı ile verilen standart sapma değerleri kestirilen kovaryansların köşegen elemanlarının karekökü alınarak elde edilmiştir.



Şekil 5.5 Gerçek verilerle elde edilen pozisyon kestirimi hataları

Grafiğin sağ tarafında verilen hata kestirimleri navigasyon çıkılarına geri beslenerek düzeltilmiş pozisyonlar hesaplanmaktadır. Grafiğin sol tarafında verilen hatalar ise düzeltilmiş pozisyonların bilinen gerçek konuma göre olan hatasını göstermektedir. KF ve UKF algoritmalarının milimetre seviyesinde benzer sonuçlar vermekte olduğu, PF algoritmasının ise, farkın en yüksek olduğu kuzey yönünde yaklaşık 10 m farklı sonuç verdiği gözlenmiştir.

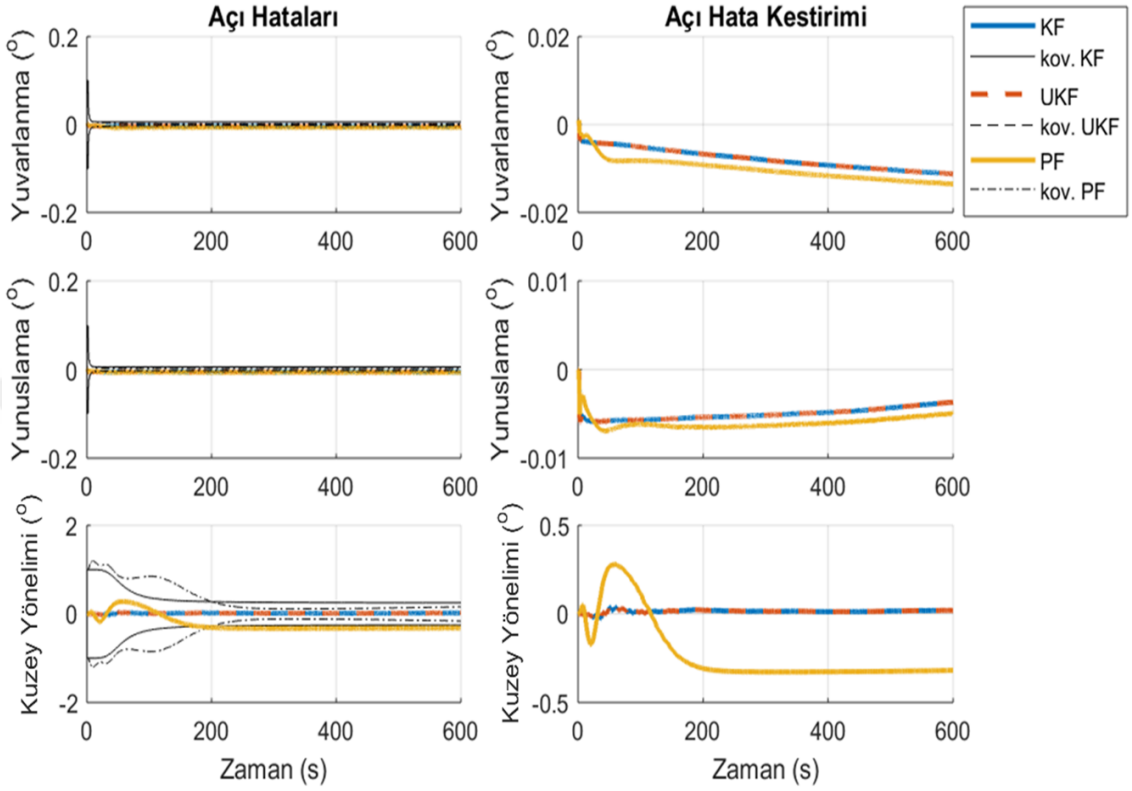
Elde edilen hız hataları ve hız hata kestirimleri Şekil 5.6'da verilmiştir.



Şekil 5.6 Gerçek verilerle elde edilen hız kestirimi hataları

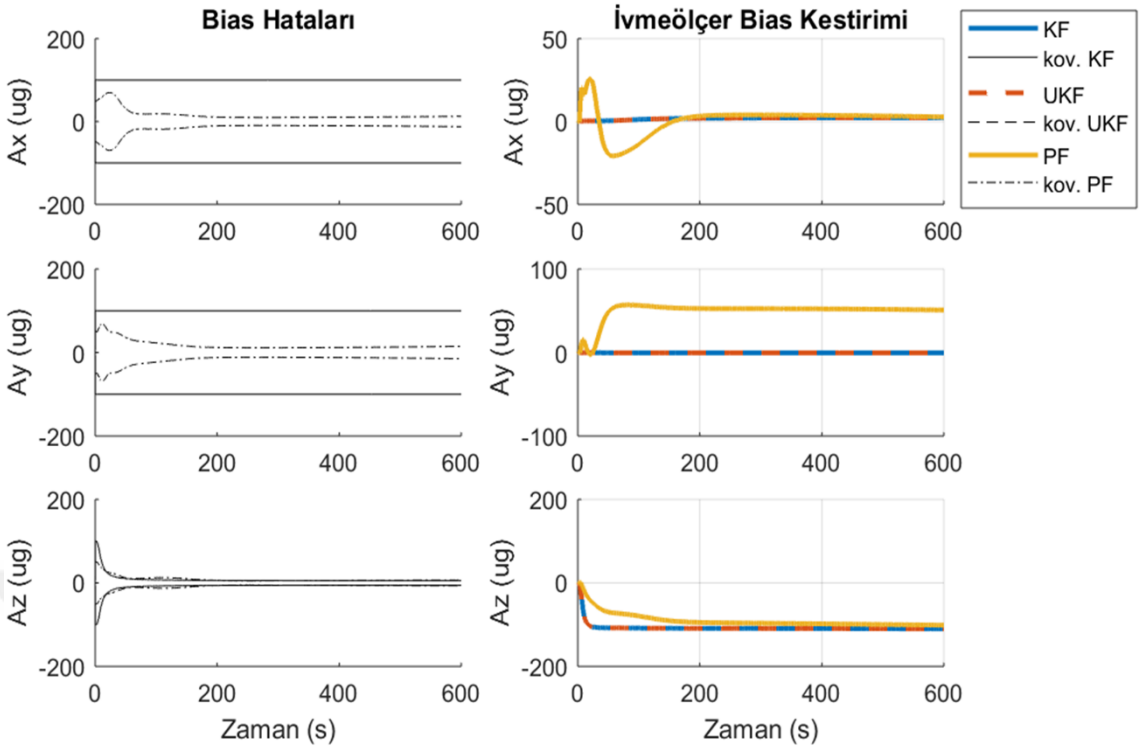
Durağan hizalama sürecinde, hızın sıfır olduğu bilgisinden faydalanılarak; kalman filtrelerinin ölçüm güncelleme aşamasında, oluşan hızı sıfırlayacak şekilde güncelleme yapıldığından, parçacık filtresinde ise yeniden örnekleme aşamasında hız hataları sıfıra en yakın parçacıklar daha çok ağırlığa sahip hale getirildiklerinden hız durumlarının diğer durumlardan çok daha hızlı yakınsadığı ve üç metot içinde benzer davrandığı gözlenmiştir.

Testlerde elde edilen açı hataları ve açı hata kestirimleri Şekil 5.7'de verilmiştir. Grafiğin sol tarafındaki açı hataları, Çizelge 5.1'de verilen referans açı ölçümlerine göre hesaplanan hata değerleridir.



Şekil 5.7 Gerçek verilerle elde edilen açı kestirimi hataları

Seviyeleme açılarının hatalarına bakıldığında üç metodunda benzer sonuçlar verdiği gözlenmektedir. Kuzey yönelimi hataları incelendiğinde PF hatasının daha yüksek olduğu görülmektedir (Çizelge 5.2).



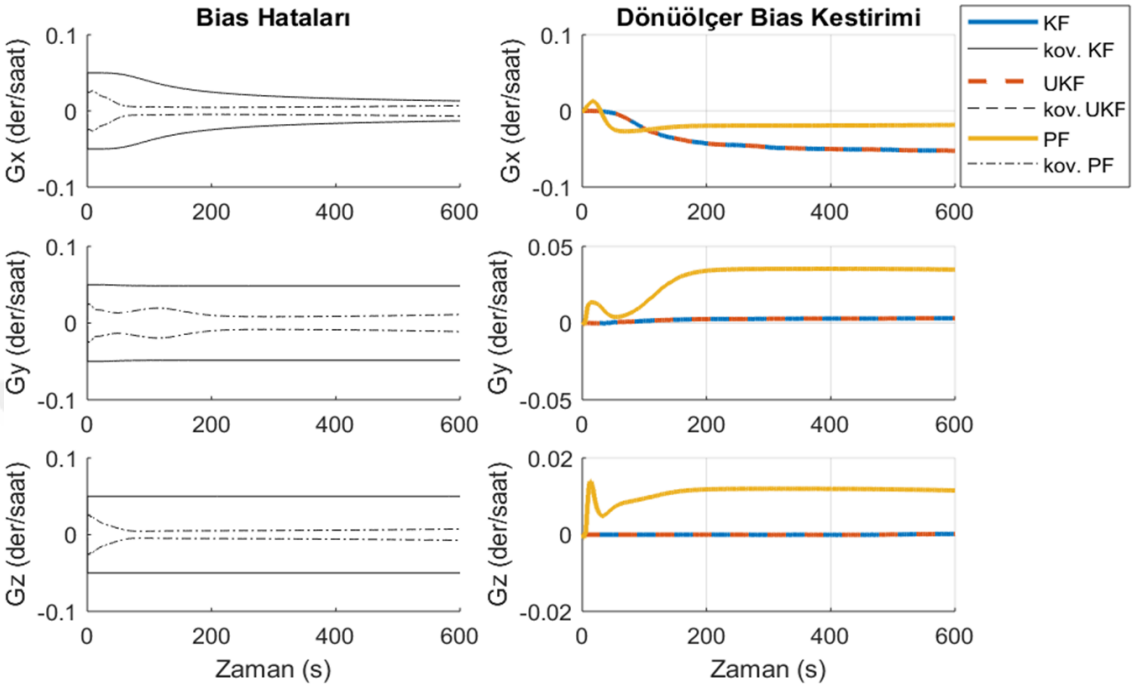
Şekil 5.8 Gerçek verilerle elde edilen ivmeölçer sabit hata kestirim performansı

Şekil 5.8'de ivmeölçerlerin, Şekil 5.9'da ise dönüölçerlerin sabit hata kestirimleri verilmiştir. Testte kullanılan AÖB'nin test anındaki sabit hata değerleri bilinemeyeceğinden, kestirimler herhangi bir referans değer ile karşılaştırılamamaktadır. Standart sapma bantları kestirimin yakınsama durumu ve testin yapıldığı pozisyona göre hangi eksenlerin gözlemlenebilir olduğu hakkında bilgi vermektedir.

İvmeölçer sabit hata kestirim kovaryans kestirimleri incelendiğinde, sadece yerçekimine paralel olan Z eksenindeki sabit hata durumunun gözlemlenebilir olduğu görülmektedir. Bu sensör için üç metot da benzer sabit hata değerleri kestirmiştir (Bkz. Çizelge 5.2). Diğer sensörlerin sabit hataları bu pozisyonda gözlemlenebilir olmadığından kestirilen değerin sıfıra yakın kalması beklenmektedir.

PF'nin Y ivmeölçeri sabit hata kestirimi incelendiğinde, filtrenin KF ve UKF'den farklı olarak yaklaşık 50 µg'lik sabit hata tahmininde bulunduğu gözlenmektedir. Bu durum parçacık sayısının yetersiz geldiğine işaret etmektedir. Hız hata durumu sıfıra yakın olduğu için ağırlığı artan parçacıklar arasında, parçacık yetersizliği nedeniyle sensörün gerçekteki sabit hata değerini temsil eden parçacıkların bulunmadığı, aksine bu

parçacıkların kestirilen 50 µg'ye yakın değerleri taşıyan temsilciler olduğu değerlendirilmektedir. PF'nin bu testteki yuvarlanma açısı hesaplama performansının KF ve UKF'den daha düşük olması bu tezi kuvvetlendirmektedir.



Şekil 5.9 Gerçek verilerle elde edilen dönüölçer sabit hata kestirim performansı

Kestirilen dönüölçer sabit hataları incelendiğinde, benzer şekilde parçacık sayısının yetersiz olduğu görülmektedir. Yere yatay konumda olan X ve Y dönüölçerlerinin sabit hatalarının doğru kestirilip kestirilmediği, kuzey yönelimi kestirim performansı üzerinde büyük etkiye sahiptir (Bkz. (3.9)). PF'nin kuzey yönelim hatasının KF ve UKF'den daha yüksek olması, X ve Y ekseni dönüölçerlerinin sabit hatalarının doğru kestirilmemiş olduğuna işaret etmektedir.

Bkz. Çizelge 5.2'de üç metot için hesaplanan sensör sabit hataları ile yuvarlanma, yunuslama ve kuzey yönelimi hataları verilmiştir. Füze ve roket sistemlerinin ilklendirilmesinde yapılan açısal hataların, düşme noktasına olan etkisini hesaplarken kolaylığı sağladığı için genellikle milyem birimi kullanılmaktadır. Bu sebeple tablodaki açısal hatalar milyem cinsinden verilmiştir.

Çizelge 5.2 Test sonucu elde edilen yönelim hataları ve kestirilen sabit hatalar

Kestirim Sonucu	**KF**	**UKF**	**PF**	**Gözlemlenebilir mi?**
Yuvarlanma açısı hatası (milyem)	-0.078	-0.078	-0.121	Evet
Yunuslama açısı hatası (milyem)	-0.100	-0.101	-0.121	Evet
Kuzey yönelimi hatası (milyem)	0.404	0.405	-5.741	Evet
Ax sabit hata kestirimi (μg)	2.3	2.3	2.8	Hayır
Ay sabit hata kestirimi (μg)	-0.4	-0.4	50.9	Hayır
Az sabit hata kestirimi (μg)	-109.9	-109.9	-101.1	Evet
Gx sabit hata kestirimi (º/saat)	-0.05	-0.05	-0.02	Evet
Gy sabit hata kestirimi (º/saat)	0.003	0.003	0.035	Hayır
Gz sabit hata kestirimi (º/saat)	0.0002	0.0002	0.010	Hayır

6. TARTIŞMA ve SONUÇ

Tez kapsamında gerçeklenen KF, UKF ve PF algoritmalarının karşılaştırmak adına gerçekleştirilen 40 koşumluk Monte Carlo analizinin sonuçları detaylı olarak bölüm 4.3.2'de, laboratuvar ortamında yapılan testin sonuçları ise bölüm 5.2'de verilmiştir.

Monte Carlo analizi ve gerçek veriler ile yapılan testin sonuçları farklı kestirim metotları için karşılaştırmalı bir şekilde özet olarak Çizelge 6.1'de verilmiştir.

Çizelge 6.1 Sonuçların karşılaştırmalı özeti

Kestirim Hataları	**Birim**	**Monte Carlo Analizi (RMS)**			**Gerçek Veri ile Test**		
		KF	**UKF**	**PF**	**KF**	**UKF**	**PF**
Enlem	m	2.871	2.872	14.830	0.021	0.021	19.460
Boylam	m	3.053	3.056	12.350	-0.054	-0.053	-1.593
Yükseklik	m	2.802	2.800	13.970	0.772	0.772	3.727
Kuzey Hızı	m/s	0.0032	0.0032	0.0053	0.0004	0.0004	0.0010
Doğu Hızı	m/s	0.0027	0.0027	0.0031	-0.0002	-0.0002	-0.0001
Aşağı Hız	m/s	0.0041	0.0041	0.0055	0.0001	0.0001	0.0002
Yuvarlanma	milyem	0.114	0.114	0.127	-0.078	-0.078	-0.121
Yunuslama	milyem	0.137	0.137	0.170	-0.100	-0.101	-0.121
Kuzey Yönelimi	milyem	1.646	1.652	5.445	0.404	0.405	-5.741
X ivmeölçeri Bias[1]	µg	52.11	52.10	65.17	2.3	2.3	2.8
Y ivmeölçeri Bias[1]	µg	75.61	75.61	100.70	-0.4	-0.4	50.9
Z ivmeölçeri Bias[1]	µg	34.008	34.012	42.580	-109.9	-109.9	-101.1
X dönüölçeri Bias[1]	º/saat	0.0112	0.0113	0.0734	-0.050	-0.050	-0.020
Y dönüölçeri Bias[1]	º/saat	0.0122	0.0122	0.0469	0.003	0.003	0.035
Z dönüölçeri Bias[1]	º/saat	0.0110	0.0110	0.0382	0.0002	0.0002	0.0100

Pozisyon için elde edilen sonuçlar incelendiğinde KF ve UKF algoritmalarının pozisyon hatalarını PF'den daha doğru kestirdiği değerlendirilmiştir.

Durağan hizalama sürecinde sıfır hız güncellemesi yapıldığı için, üç kestirim metodunun da hız hatası kestirim performanslarının yüksek olduğu, benzer kestirim hata mertebelerine ve yakınsama sürelerine sahip oldukları gözlenmiştir.

[1] Gerçek verilerle yapılan testte AÖB'nin o anki bias değerleri bilinemeyeceğinden, bilgi amaçlı olarak kestirilen bias değerleri verilmiştir. Monte Carlo analizi için ise, her koşumda modellenen bias değeri bilindiğinden, referans kabul edilen bu değere göre hesaplanan hatalar verilmiştir.

Seviyeleme (yuvarlanma ve yunuslama) hataları incelendiğinde hem Monte Carlo analizinde hem de gerçek AÖB verisi ile yapılan testte üç kestirim metodunun da benzer performans sergilediği ve hata mertebelerinin navigasyon sisteminin seviyeleme hassasiyeti için yeterli seviyede olduğu değerlendirilmiştir. Kuzey yönelimi hataları incelendiğinde ise, PF algoritmalarının kestirim hatalarının daha yüksek olduğu gözlenmiştir. Bu hatanın sebebinin dönüölçerlerin sabit hatalarının yetirince doğru kestirilememiş olması olduğu değerlendirilmiştir. Kuzey yönelim açısını hesaplama performansı, yere yatay duran dönüölçerlerin sabit hatalarının kestirim doğruluğu ile doğrudan ilişkilidir. Monte Carlo analizlerine bakıldığında KF ve UKF algoritmaları için bu parametrelerin kestirim hataları 0.01º/saat mertebelerinde hesaplanırken, PF algoritması için 0.07º/saat mertebelerinde hesaplanmıştır. Bu durumun kök nedeninin ise parçacık sayısı olduğu, 35 milyon parçacığın hassas hizalama probleminin çözümü için yetersiz kaldığı değerlendirilmiştir.

Kestirilen hata kovaryansları incelendiğinde, AÖB'nin duruşuna göre gözlenebilir olmayan X ve Y ivmeölçeri sabit hata durumlarının kovaryansları ile, Y ve Z dönüölçeri sabit hata durumlarının kovaryanslarının, KF ve UKF algoritmalarında beklenene uygun davranarak azalmadığı gözlenmiştir. PF algoritmasında ise beklenenin ötesinde bu kovaryansların azaldığı görülmüştür. Bu hata durumları gözlenebilir olmamasına rağmen, kovaryans bantlarının daralmasının da parçacık sayısı yetersizliğine işaret ettiği değerlendirilmiştir.

Bu tez çalışması sayesinde, ilk yönelim problemin çözümü için eşitlik (3.12) ile verilen 15 hata durumunun kestirilebilmesi amacıyla kullanılan KF, UKF ve PF algoritmaları karşılaştırılmıştır. KF ve UKF algoritmalarının benzer kestirim performansına sahip olup, yönelim probleminin çözümü için yeterli oldukları, PF algoritmalarının ise donanımsal kısıtlardan dolayı parçacık sayısı yeteri kadar arttırılamadığından, bu probleme özgü olarak KF ve UKF algoritmalarından daha kötü sonuç verdiği değerlendirilmiştir.

KAYNAKLAR

Anonymous. 2017. Web Sitesi: https://en.wikipedia.org/wiki/Geodetic_datum, Erişim Tarihi: 15.05.2018

Arulampalam, M. S. Maskell, S. Gordon, N. Clapp, T. 2002. A Tutorial on Particle Filters for Online Nonlinear/Non-Gaussian Bayesian Tracking. IEEE Transactions on Signal Processing, 50 (2); 174 - 188

Bird, J., vd. 2010. Basic Guide to Advanced Navigation. RTO Publication, 88, Canada

Bistrovs, V. and Kluga, A. 2011. MEMS INS/GPS Data Fusion using Particle Filter. Electronics and Electrical Engineering, 6 (112); 1392 - 1215.

Bolic, M. Djuric, P. M. Hong, S. 2004. Resampling Algorithms for Particle Filters: A Computational Complexity Perspective. Electrical and Computer Engineering, EURASIP Journal on Applied Signal Processing 2004 (15); 2267 - 2277

Cappe, O. Godsill, S. J. Moulines, E. 2007. An Overview of Existing Methods and Recent Advances in Sequential Monte Carlo. Proceedings of the IEEE, 95 (5); 899 - 924.

Chen, Z. 2003. Bayesian Filtering: From Kalman Filters to Particle Filters, and Beyond. A Journal of Theoretical and Applied Statistics 182 (1).

Elvira, V. Miguez, J. Djuric, P. M. 2017. Adapting the Number of Particles in Sequential Monte Carlo Methods through an Online Scheme for Convergence Assessment. Electrical Engineering, IEEE Transaction, 65 (7); 1781 - 1794

Eren, M., vd. 2011. İleri Navigasyonun Temelleri ve Aselsan'da Yürütülen Ataletsel Navigasyon Uygulamaları. Ankamat Matbaacılık, 119, Ankara

Farrell, J. A. 2008. Aided Navigation, Gps with High Rate Sensors. The McGraw-Hill Companies, 530, USA

Ghiotto, S. T. 2014. Comparison of nonlinear filtering techniques. Master Thesis, Mechanical Engineering in the Graduate College of the University of Illinois, 41, Urbana, Illinois.

Groves, P. D. 2013. Principles of GNSS, Inertial, and Multisensor Integrated Navigation Systems. Artech House, 776, London

Hernandez, S., vd. 2010. Urban, Indoor and Subterranean Navigation Sensors and Systems. RTO Publication, 110, Spain

Julier, S., and Uhlmann, J. 1997. A New Extension of the Kalman Filter to Nonlinear Systems. Proceedings of SPIE: The International Society for Optical Engineering, Vol. 3068, April 1997, pp. 182 - 193.

Kozierski, P. Lis, M. Zietkiewicz, j. 2013. Resampling in Particle Filtering - Comparison. Electrical Engineering, Institute of Control and Information Engineering, 60 - 965

Lawrence, A. 1998. Modern Inertial Technology, Navigation, Guidance and Control, 2nd Edition. Springer-Verlag, 278, New York

Matthew, R. and Yu, G. 2013. Understanding Nonlinear Kalman Filters, Part I: Selection Between EKF and UKF. Interactive Robotics Letters

Matthew, R. and Yu, G. 2013. Understanding Nonlinear Kalman Filters, Part II: An Implementation Guide. Interactive Robotics Letters

Mohinder S. G., Weill L.R. and Angus P.A. 2007. Global Positioning Systems, Inertial Navigation and Integration. John Wiley & Sons, 525, New York

Ristic, B. Arulampalam, M. S. Gordon, N 2004. Beyond the Kalman Filter: Particle Filters for Tracking Applications. Artech House, 318, London

Savage, P. G. 2000. Strapdown Analytics. Strapdown Associates Inc., 679, Minnesota

Taşçı, T. 2014. Veri birleştirmeye dayalı parçacık filtreleme ile gerçek zamanlı hareket izleme. Doktora Tezi, Sakarya Üniversitesi, Bilgisayar ve Bilişim Mühendisliği, 114, Sakarya.

Titterton, D. H. and Weston, J. L. 2004. Strapdown Inertial Navigation Technology 2nd Edition. Michael Faraday House, 581, USA

Warren. 2012. Web Sitesi: https://www.memsjournal.com/2011/01/motion-sensing-in-the-iphone-4-mems-gyroscope.html, Erişim Tarihi: 06.01.2019 ve 05.08.2018

Yıldırım, B. 2007. Klasik ve parçacık süzgeci tabanlı radar hedef takibinin karşılaştırmalı değerlendirmesi. Yüksek Lisans Tezi, Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Elektrik Elektronik Mühendisliği Bölümü, 153, Ankara.

ÖZGEÇMİŞ

Adı Soyadı **:** Kenan Can TAŞAN

Doğum Yeri **:** Niğde

Doğum Tarihi **:** 20.08.1985

Medeni Hali **:** Evli

Yabancı Dili **:** İngilizce

Eğitim Durumu :

Lise : Niğde Fen Lisesi (2003)

Lisans : Ankara Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Elektronik Mühendisliği Bölümü (2008)

Yüksek Lisans : Ankara Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Elektrik-Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı (Eylül 2009 – Mart 2019)

Çalıştığı Kurumlar ve Yıl :

Roketsan A.Ş. : BLS Grup Başkanlığı, Güdüm Kontrol ve Navigasyon Algoritmaları Tasarım Birimi, Haziran 2010 – Halen

Gate Elektronik A.Ş. : Sistem Tasarım Mühendisi, Mart 2009 – Haziran 2010

Aselsan A.Ş. : MGEO Elektro Optik Laboratuvarı, Stajer
Temmuz 2007 – Eylül 2007

Botaş : Telekomünikasyon ve Scada Laboratuvarı, Stajer
Temmuz 2006 – Eylül 2006

Yayınlar :

S.Erdemir, **K. C. Taşan,** Realtime Roll Angle Estimation for Fast Spinning Projectiles, ION GNSS+ 2018, Miami, 2018 (Peer Reviewed)

G. Kavaz, **K. C. Taşan,** IMU Error Compansation for Rotating Missiles by Artificial Intelligence Methods, International Conference on Pattern Recognition and Artificial Intelligence, Budapest, 2018