

Ausarbeitung einer Methode zur Demonstration und Messung dielektrischer Verluste mit dem Kathodenstrahl-Oszillographen

von Erich FISCHER und Hermann SCHMANDT *)

(*Institut für allgemeine Physik der Universität Ankara*)

Özet: Bir katot osillografi yardımıyla dielektrik kayıpların görülebilir hale getirilmesi ve bu kayıplar ile dielektrik sabitinin sıcaklık ve frekans değişkenlerine bağlı olarak ölçülüp takip edilmesini mümkün kılan bir metot anlatılmaktadır.

Bu metotta sinüs şeklinde bir gerilim seri halinde bağlanmış iki kondansatörden meydana gelmiş bir sisteme tatbik edilmiştir ki, kondansatörlerden biri az kayıplıdır, öteki ise incelenen madde ile doldurulmuştur. Gerilimin bu ikinciye düşen kısmı elektron tüpünün sapıtma levhalarına verilir. İncelenen maddenin dielektrik kaybın yüzünden faz kaymaları bulunacak olursa, osillografın ekranı üzerinde bir ellips meydana gelir. Bu ellipsin çekilen resmi ile, ϵ ve ϵ' için çıkarılan ellips denklemlerinin karşılaştırılması bu resmi değerlendirmemizi mümkün kılar. Bu şekilde ϵ' ve ϵ'' ü veren denklemler elde edilir. [$\epsilon = (\epsilon' - i\epsilon'')$].

Kullanılan düzeneğe ait bütün parçaların yapısı tarif edilmiş ve ölçünün sıhhati hakkında bir değerlendirme yapılmıştır. Misâl olarak yüksek polimer bir madde üzerinde ϵ' ve ϵ'' nün sıcaklığa bağlılığı ölçülmüştür.

*
**

Zusammenfassung: Es wird eine Methode beschrieben, die es ermöglicht, mit Hilfe eines Kathodenstrahloszillographen dielektrische Verluste sichtbar zu machen und zusammen mit der Dielektrizitätskonstanten messend zu verfolgen in Abhängigkeit von Temperatur und Frequenz als Variablen.

Dabei liegt eine sin-förmige Wechselfpannung an einem System von zwei in Reihe geschalteten Kondensatoren, von denen einer ein verlustarmer, der andere der mit der Untersuchungssubstanz gefüllte Messkondensator ist, und deren Teilspannungen den Ablenkplatten der Elektronenstrahlröhre zugeführt werden. Im Falle von Phasenverschiebungen der Teilspannungen infolge dielektrischer Verluste der Untersuchungssubstanz wird auf dem Schirm eine Ellipse abgebildet. Die Bahngleichungen der Ellipse werden abgeleitet, und Beziehungen zur Auswertung eines photographischen Bildes hergestellt. Diese führen zu Bestimmungsgleichungen für ϵ' und ϵ'' . [$\epsilon = (\epsilon' - i\epsilon'')$].

Der Aufbau aller zur Apparatur gehörenden Teile wird beschrieben, die Genauigkeit der Methode abgeschätzt, und damit eine Messung der Tempe-

*) Teilmhalt der Diplomarbeit (Tübingen 1952) von H. Schmandt, vor meiner Berufung nach Ankara begonnen und von Ankara aus weiterbetreut. E. Fischer.

naturabhängigkeit von ϵ' und ϵ'' an einer hochpolymeren Substanz als Anwendungsbeispiel durchgeführt.

I. Einleitung

Messungen der Dielektrizitätskonstanten und der dielektrischen Verluste werden im Gebiet längerer Wellen vornehmlich in Resonanzkreisen oder mit Brückenschaltungen ausgeführt. Dabei wird die D. K. im Falle auftretender Dispersion und gleichzeitiger Absorption des Dielektrikums eine komplexe Grösse, definiert durch:

$$(1.1) \quad \epsilon = \epsilon' - i \epsilon''$$

und es ergeben sich Real- und Imaginärteil von ϵ entweder durch Bestimmung von Maximum und Halbwertsbreite der Resonanzkurve oder durch Abgleichen von Wirk- und Blindstrom in der Brücke.

Werden keine grossen Ansprüche an die Genauigkeit des Verfahrens gestellt, so kann man sich mit Hilfe eines Kathodenstrahl-Oszillographen der folgenden Methode bedienen, die gegenüber den genannten den Vorteil der relativen Einfachheit hat, und die es darüberhinaus gestattet, einen grossen Frequenzbereich mit einer gegebenen experimentellen Anordnung zu überstreichen.

Zur Veranschaulichung des Prinzips dieser Methode denke man sich eine sinusförmige Wechselspannung gelegt an ein System von zwei hintereinandergeschalteten (zunächst verlustfreien) Kondensatoren, von denen einer mit dem horizontalen, der andere mit dem vertikalen Paar der Ablenkplatten einer Elektronenstrahlröhre verbunden sein soll. Da diese Kondensatoren einen reinen Blindwiderstand darstellen, werden sie von einem Strom durchflossen, der um den Phasenwinkel $\varphi = \pi/2$ gegen die angelegte Spannung verschoben ist. Sie teilen die Spannung im reziproken Verhältnis ihrer Kapazitäten, und die Teilspannungen haben keine Phasenverschiebung gegeneinander. Es wird daher auf dem Schirm der Röhre eine Gerade abgebildet werden, deren Neigung durch das Verhältnis der Kapazitäten gegeben ist.

Wird nun als Dielektrikum eines der beiden Kondensatoren eine Substanz gewählt, die (Ohm'sche oder andere dielek-

trische) Verluste aufweisen kann, so werden jetzt Strom und Spannung einen Winkel $\varphi = \pi/2 - \delta$ bilden, und auch die Teilspannungen werden eine Phasenverschiebung gegeneinander haben. In kartesischen Koordinaten aufgetragen (wie es durch die Ablenkplatten geschieht), wird das Bild der Teilspannungen jetzt eine Ellipse sein, aus deren geometrischen Daten es möglich sein wird, je eine Bestimmungsgleichung für ϵ' und ϵ'' abzuleiten. Wird insbesondere das Dielektrikum der Variation einer seine dielektrischen Eigenschaften ändernden Grösse (Frequenz, Temperatur, Druck usw.) unterworfen, so wird man aus jeder Ellipse je einen Punkt der ϵ' - und ϵ'' -Kurve in Abhängigkeit von der gewählten Variablen erhalten.

Es war also die Aufgabe gestellt, diese Methode, welche für die Untersuchung komplexer Widerstände naheliegt und wohl in diesem Sinne bereits gelegentlich Anwendung gefunden hat, für eine quantitative Bestimmung von ϵ' , ϵ'' an einer in einen Kondensator gebrachten Substanz zu realisieren und in ihrer Genauigkeit zu prüfen. Dabei wurde an die Anwendung in einem grossen Frequenzgebiet (von einigen KHz bis zu etwa 1 MHz) gedacht, und speziell an die Untersuchung hochpolymerer Substanzen bei verschiedenen Temperaturen. Eine solche Messung der Temperaturabhängigkeit von ϵ' und ϵ'' einer hochpolymeren Substanz wird am Schluss nach der Diskussion der Methode als Anwendung — Beispiel gebracht werden.

II. Theorie der Verlustmessung mit dem Kathodenstrahloszillographen

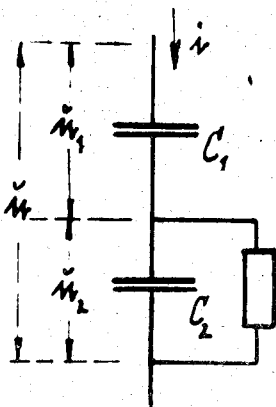


Abb. 1

Die beiden hintereinandergeschalteten Kondensatoren C_1 und C_2 (Abb. 1) liegen an einer Wechselspannung

$$u = U_0 e^{i\omega t};$$

C_1 ist verlustfrei, seine Leitfähigkeit ist :

$$\frac{1}{\mathfrak{R}_1} = i\omega C_1;$$

C_2 ist, mit einem Dielektrikum der DK ϵ angefüllt, mit Verlust behaftet und kann durch einen verlustfreien Kondensator, dem ein Ohm'scher Widerstand parallel geschaltet ist, ersetzt werden. Seine Leitfähigkeit ergibt sich mit Berücksich-

tigung von Gleichung (1.1) zu:

$$\frac{1}{\mathfrak{R}_2} = i\omega C_2 (\varepsilon' - i\varepsilon'');$$

Der durch die Kondensatoren fließende Strom \mathfrak{I} ist gegen die Spannung u um den Phasenwinkel φ verschoben:

$$\mathfrak{I} = \mathfrak{I}_0 e^{i(\omega t + \varphi)};$$

Da nun aber die Spannung u durch C_1 (bzw. C_2) allein einen Strom, verschoben um den Phasenwinkel φ_1 (bzw. φ_2) erzeugen würde, müssen in der vorliegenden Schaltung die Teilspannungen u_1 und u_2 gegen u die Phasenverschiebungen ψ_1 und ψ_2 haben:

$$(2.1) \quad u_1 = U_{10} e^{i(\omega t + \psi_1)}, \quad u_2 = U_{20} e^{i(\omega t + \psi_2)},$$

derart, dass

$$(2.2) \quad \varphi_1 + \psi_1 = \varphi \quad \text{und} \quad \varphi_2 + \psi_2 = \varphi \quad \text{ist.}$$

Mit Hilfe dieser Beziehungen lassen sich ψ_1 und ψ_2 aus φ_1 , φ_2 und φ berechnen. Es gilt:

$$u = \mathfrak{I} \cdot \mathfrak{R} = \mathfrak{I} \cdot (\mathfrak{R}_1 + \mathfrak{R}_2);$$

Mit $\mathfrak{R}_1 = -\frac{i}{\omega C_1}$ und $\mathfrak{R}_2 = \frac{\varepsilon'' - i\varepsilon'}{\omega C_2 (\varepsilon'^2 + \varepsilon''^2)}$ als den reziproken Werten der Leitfähigkeiten wird:

$$\mathfrak{R} = \frac{\varepsilon''}{\omega C_2 (\varepsilon'^2 + \varepsilon''^2)} - i \left(\frac{\varepsilon'}{\omega C_2 (\varepsilon'^2 + \varepsilon''^2)} + \frac{1}{\omega C_1} \right);$$

Die Beträge der komplexen Widerstände sind:

$$\left| \mathfrak{R}_1 \right| = \frac{1}{\omega C_1}, \quad \left| \mathfrak{R}_2 \right| = \frac{1}{\omega C_2 \sqrt{\varepsilon'^2 + \varepsilon''^2}} \quad \text{und}$$

$$\left| \mathfrak{R} \right| = \sqrt{\frac{1}{\omega^2 C_2^2 (\varepsilon'^2 + \varepsilon''^2)} + \frac{2\varepsilon'}{\omega^2 C_1 C_2 (\varepsilon'^2 + \varepsilon''^2)} + \frac{1}{\omega^2 C_1^2}};$$

Aus \mathfrak{R} ergibt sich $\text{tg } \varphi$ durch: $\text{tg } \varphi = -\frac{\text{Imaginärteil } \mathfrak{R}}{\text{Realteil } \mathfrak{R}}$:

$$\text{tg } \varphi = \frac{\varepsilon' C_1 + (\varepsilon'^2 + \varepsilon''^2) C_2}{\varepsilon'' C_1};$$

Auf dieselbe Weise erhält man aus \mathfrak{R}_1 und \mathfrak{R}_2 :

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = \infty, \quad \operatorname{tg} \varphi_2 = \frac{\varepsilon'}{\varepsilon''};$$

Und nun ergeben sich mit den Gln. (2.2) $\operatorname{tg} \psi_1$ und $\operatorname{tg} \psi_2$ als:

$$\operatorname{tg} \psi_1 = \operatorname{tg}(\varphi - \varphi_1) = -\frac{1}{\operatorname{tg} \varphi} = -\frac{\varepsilon'' C_1}{\varepsilon' C_1 + (\varepsilon'^2 + \varepsilon''^2) C_2},$$

$$\operatorname{tg} \psi_2 = \frac{\varepsilon'' C_2}{C_1 + \varepsilon' C_2};$$

Damit wird der Phasenunterschied $(\psi_2 - \psi_1)$ der beiden Teilspannungen u_1 und u_2 (Gln. 2.1) bestimmt zu:

$$(2.3) \quad \operatorname{tg}(\psi_2 - \psi_1) = \operatorname{tg} \delta = \frac{\varepsilon''}{\varepsilon'};$$

Da es weiterhin nur auf diesen Phasenunterschied ankommen wird, können wir uns auf u_1^* mit der Phasenverschiebung Null beziehen und schreiben:

$$\begin{cases} u_1^* = U_{10} \cos \omega t \\ u_2^* = U_{20} \cos(\omega t + \delta) \end{cases},$$

Dieses Gleichungspaar aber ist die Parameterdarstellung einer Ellipse, wenn wir jetzt u_1^* als Abszisse und u_2^* als Ordinate in einem kartesischen Koordinatensystem betrachten.

Eliminieren wir jetzt noch die unbekanntenen Spannungen U_{10} und U_{20} mit Hilfe der Beziehung:

$$U_{10} : U_{20} : U_0 = | \mathfrak{R}_1 | : | \mathfrak{R}_2 | : | \mathfrak{R} |, \quad \text{also}$$

$$U_{10} = \left| \frac{\mathfrak{R}_1}{\mathfrak{R}} \right| U_0, \quad U_{20} = \left| \frac{\mathfrak{R}_2}{\mathfrak{R}} \right| U_0,$$

so erhalten wir, wenn u_1 und u_2 an die Ablenkplatten einer Elektronenstrahlröhre gelegt werden, als Parameterdarstellung der auf dem Schirm der Röhre abgebildeten Ellipse die Gleichungen:

$$(2.4) \quad \begin{cases} u_1^* = x = A \frac{U_0}{\omega C_1 | \mathfrak{R} |} \cos \omega t, \\ u_2^* = y = B \frac{U_0}{\omega C_2 \sqrt{\varepsilon'^2 + \varepsilon''^2} | \mathfrak{R} |} \cos(\omega t + \delta), \end{cases}$$

worin A und B die Ablenkempfindlichkeiten bedeuten. (Hierbei ist natürlich vorausgesetzt, dass die Kapazitäten C_1 und C_2 gross sind gegen die Eigenkapazitäten der Ablenkplatten).

Um nun zu den Bestimmungsgleichungen für ϵ' und ϵ'' zu gelangen, führen wir folgende Auswertung der Ellipse durch, die auch an einer photographischen Aufnahme leicht realisiert werden kann (Abb. 2.)

Die Maximalwerte der Variablen x und y sind gegeben durch:

$$x_m = \frac{A U_0}{\omega C_1 |R|},$$

$$y_m = \frac{B U_0}{\omega C_2 \sqrt{\epsilon'^2 + \epsilon''^2} |R|};$$

Ferner ist $x=0$ für $\omega t = \pi/2$ und damit:

$$y_0 = \frac{B U_0}{\omega C_2 \sqrt{\epsilon'^2 + \epsilon''^2} |R|} \sin \delta;$$

Hiermit lassen sich nun folgende einfache Gleichungen aufstellen, die zur Berechnung von ϵ' und ϵ'' dienen können:

$$(2.5) \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{y_m}{x_m} = \frac{B C_1}{A C_2} \frac{1}{\sqrt{\epsilon'^2 + \epsilon''^2}}, \\ \frac{y_0}{y_m} = \frac{\epsilon''}{\sqrt{\epsilon'^2 + \epsilon''^2}} = \sin \delta; \end{array} \right.$$

Diese Beziehungen besitzen den Vorzug, dass sie die Grössen U_0 und $|R|$ nicht mehr enthalten, dass man also ausser der Apparatkonstanten B/A nur C_1 und C_2 zu kennen braucht, um ϵ' und ϵ'' zu bestimmen.

Für $\epsilon''=0$, d.h. für den Fall zweier verlustfreier Kondensatoren, wird die zweite Gleichung in (2.5) gleich Null, das Verhältnis y/x wird konstant, man erhält eine Gerade, deren Neigung durch

$$(2.6) \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{B}{A} \frac{C_1}{\epsilon' C_2} \text{ gegeben ist.}$$

Hieraus wird ersichtlich, dass man bei gegebenem C_2 und zu bestimmenden ϵ' nach Möglichkeit C_1 so zu wählen hat, dass $\epsilon' C_2 = C_1$ wird, die Neigung der Geraden also 45° beträgt, da dann der Fehler $\Delta \operatorname{tg} \alpha = \Delta(y/x)$ seinen kleinsten Wert annimmt.

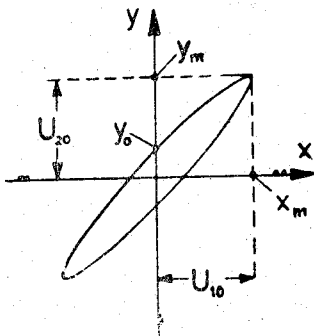


Abb. 2

Werden die Gleichungen (2.5) jetzt nach ϵ' und ϵ'' aufgelöst, so erhält man die beiden Bestimmungsgleichungen:

$$(2.7) \quad \left. \begin{aligned} \epsilon' &= \frac{B}{A} \frac{C_1}{C_2} \frac{\sqrt{1 - \left(\frac{y_0}{y}\right)^2}}{\frac{y_m}{x_m}} \\ \epsilon'' &= \frac{B}{A} \frac{C_1}{C_2} \frac{\frac{y_0}{y_m}}{\frac{y_m}{x_m}} \end{aligned} \right\} ;$$

III Aufbau der Versuchsanordnung und Durchführung der Messungen

1. Schaltbild.

Die Schaltung der Versuchsanordnung ist in Abb. 3 schematisch dargestellt. Die

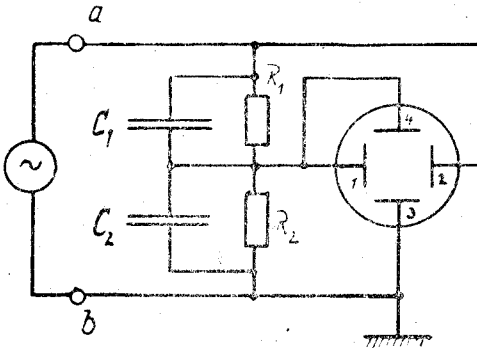


Abb. 3

Wechselspannung wird über die Klemmen **a** und **b** zugeführt. C_1 ist ein verlustfreier, C_2 der Messkondensator, der die zu untersuchende Substanz als Dielektrikum enthält. 1,2 und 3,4 sind die beiden Paare der Ablenkplatten der Elektronenstrahlröhre. Parallel zu

den Kondensatoren C_1 und C_2 liegen die Ableitwiderstände R_1 und R_2 zur Vermeidung statischer Aufladung der Ablenkplatten. Es ist wichtig zu beachten, dass die Ablenkplatten mit keinerlei sonstigen Schaltelementen des Oszillographen verbunden sein dürfen, da sonst unkontrollierbare Kapazitäten und Widerstände die Schaltung beeinflussen. Ferner empfiehlt es sich, die Erdung in der angegebenen Weise vorzunehmen. Es können dann Spannungsquellen verwendet werden, die — was meistens der Fall ist — einseitig geerdet sind. Eine Erdung im Mittelpunkt der Schal-

tung würde eine Symmetrierung der Wechselfspannung erfordern und die Gefahr weiterer zu C_1 und C_2 parallel liegender Kapazitäten mit sich bringen. Die Zuleitungen wurden möglichst kurz gehalten und sorgfältig abgeschirmt.

2. Kondensatoren und Ableitwiderstände

Als (praktisch) verlustfreie Kondensatoren wurden keramische Blockkondensatoren verwendet, deren Kapazität auf 2% angegeben war. Die Werte wurden mit einem "Kapavi," von Hartmann & Braun und mit einer einfachen Wechselstrombrücke unter Verwendung genauer Normalwiderstände nachgeprüft. Die Grösse der Kapazitäten wurde so gewählt, dass ein Wert von 3000 pF nicht unterschritten wurde, um der Forderung zu genügen, dass diese gross gegen die Eigenkapazität der Ablenkplatten (ca 30 pF) sein muss. Ferner konnte C_1 in Stufen von etwa 100 pF so variiert werden, dass die nach GL. (2.6) zu fordernde Begrenzung $0,9 < \operatorname{tg} \alpha < 1,1$ eingehalten werden konnte.

Die Ableitwiderstände R_1 und R_2 erwiesen sich als notwendig, um eine Verschiebung des Bildes durch statische Aufladungen der Ablenkplatten zu vermeiden. Um ihren Einfluss auf die Messungen vernachlässigen zu können, muss $R_{1,2} \geq 1/\omega C_{1,2}$ gemacht werden, welche Beziehung mit Werten von je 50 M Ω für R_1 und R_2 gegenüber $1/\omega C$ von etwa 1 M Ω (bei der kleinsten verwendeten Frequenz von 50 Hz und $C = 3000$ pF) erfüllt ist.

Die Messkondensatoren wurden im Hinblick auf die Anwendung zur Untersuchung hochpolymerer Substanzen eingerichtet. Die zu untersuchende hochpolymere Substanz wurde in plastischem Zustand (bei etwa 100°C) auf Messingplatten von 0,8 mm Stärke aufgewalzt, und diese Platten wurden dann in einer Vorrichtung, ebenfalls bei erhöhter Temperatur, in der in Abb. 4 angegebenen Weise, mit Abstandsringen gegenseitig fixiert, verschraubt. Als Be-

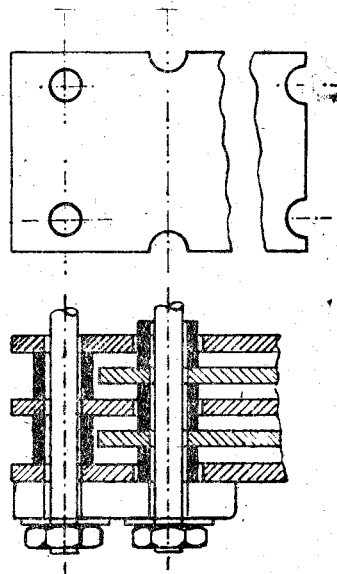


Abb. 4

festigungen der Plattensätze gegeneinander dienten Keramikstücke bzw. Trolitul (unpolar). Der ganze Kondensator befand sich, allseitig vom Dielektrikum umgeben, in einer Wanne aus Messingblech, sodass sich der Kunststoff bei Erwärmung ausdehnen konnte, ohne einen Druck auf die Platten auszuüben. Grösse und Zahl der Platten wurde so gewählt, dass die "Leerkapazität," etwa $650 \mu\text{F}$ betrug.

3. Temperaturvariation des Messkondensators

Der Messkondensator befand sich zum Schutz gegen Feuchtigkeit — was sich bei tieferen Temp. als sehr wichtig erwies, um Fehlmessungen durch Kriechströme infolge niedergeschlagener Luftfeuchtigkeit zu vermeiden — und zu gleichmässiger Wärme-Zu- und Abfuhr in einem Paraffinbad, das seinerseits durch einen Thermostaten auf Temperaturen zwischen 20°C und 120°C eingestellt werden konnte. Zur Herstellung der Temp. unterhalb Zimmertemp. bis -50°C wurde das Paraffinbad in eine Kältemischung aus Aceton gebracht, in der Kohlsäure-Eis-Stückchen aufgelöst wurden, eine Mischung, die den Vorzug hat, auch bei -50° noch dünnflüssig zu sein, so dass durch leichtes Umrühren eine gleichmässige Temp. erreicht werden kann.

4. Wechselspannungsquellen

Um eine Leuchtschirmfigur (Abb. 2) von etwa $2U_{10} \approx 2U_{20} \approx 2x_m \approx 2y_m \approx 3 \text{ cm}$ Seitenlänge zu erhalten, wurden bei einer mittleren Ablenkempfindlichkeit der Röhre von etwa $0,3 \text{ mm/Volt}$ Wechselspannungen von etwa 100 Volt benötigt.

Die Frequenz von 50 Hz wurde dem Netz (Abb. 5) über ein

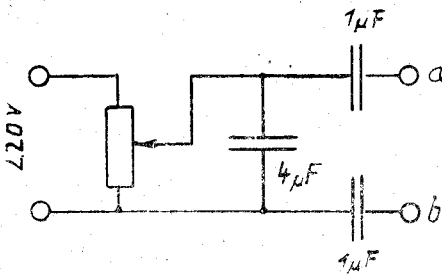


Abb. 5

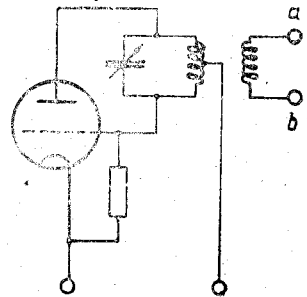


Abb. 6

Potentiometer entnommen, zur Beseitigung der Oberwellen mit $4\mu\text{F}$ gesiebt und kapazitiv an den Messkreis angekoppelt. Auf dieselbe Weise konnte eine Frequenz von 500 Hz einer Maschine entnommen werden.

Alle höheren Frequenzen wurden mit einem Oszillator der in Abb. 6 gezeichneten Schaltung erzeugt. Im Niederfrequenzgebiet ($\nu < 10 \text{ kHz}$) wurde eine auf einen HF-Eisenkern gewickelte Spule mit verschiedenen Anzapfungen verwendet, welcher, umschaltbar, mehrere Blockkondensatoren parallel geschaltet waren. Eine RE 134 diente als Oszillatortröhre. Die erzeugte Frequenz wurde über eine fest angebrachte induktive Kopplung entnommen und über einen NF-Verstärker auf die erforderliche Spannung verstärkt. Das Schaltbild des NF-Verstärkers ist in Abb. 7 angegeben. Er besteht aus einer Eingangsstufe mit einer AF 7 und einer Gegentaktstufe mit zwei Endpentoden AL4,

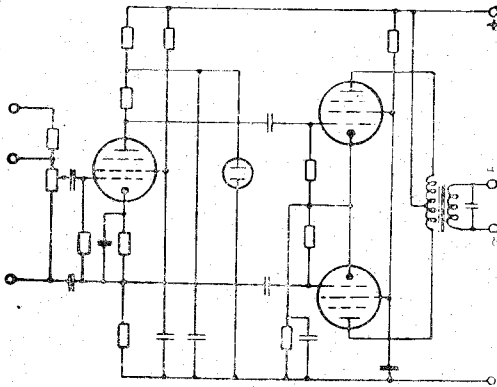


Abb. 7

die, um Verzerrungen zu vermeiden, im A-Betrieb arbeitet. Anstelle eines Eingangsübertragers wurden Ohm'sche Widerstände verwendet. Die Eingangsröhre gibt sowohl am Anoden- als auch am Kathodenwiderstand Wechselspannungen gleicher Grösse an die Gegentaktrohren. Durch die Phasenumkehr an der Anode sind die beiden Spannungen um 180° verschoben, wie es für den Gegentaktbetrieb erforderlich ist. Die RC-Kopplungsglieder und die Elektrolytkond. an Schirmgitter- und Anodenspannungen sind den tiefen zu verstärkenden Frequenzen angepasst. Die Gittervorspannungen werden durch Kathodenwiderstände auto-

matisch erzeugt. Letzere sind mit Elektrolyts von je $25 \mu F$ überbrückt. Die Verstärkung wird durch ein Eingangspotentiometer geregelt. Die verstärkte Messspannung wird über einen Ausgangsübertrager dem Messkreis zugeführt.

Im Hochfrequenzgebiet ($20 \text{ kHz} < \nu < 500 \text{ kHz}$) wurde im Oszillator eine Telefunken-Senderöhre RL 12 T15 verwendet. Die Frequenzbestimmung erfolgte durch auswechselbare Spulen mit parallel geschaltetem Drehkondensator. Der Messkreis wurde zur Übertragung einer genügend grossen Energie durch Variation der Induktivität der Kopplungsspule etwa auf Resonanz abgestimmt.

5. Frequenzmessung.

Für die Messung von Frequenzen $> 100 \text{ kHz}$ stand ein Absorptionswellenmesser (Dr. Steeg & Reuter, Bad Homburg) zur Verfügung. Um den Rückwirkungen des angekoppelten Kreises auf die Oszillatorfrequenz Rechnung zu tragen, wurden die Frequenzen stets erst nach Ankopplung desselben eingestellt.

Tiefere Frequenzen (bis zu 20 kHz herab) wurden in der Weise gemessen, dass eine bestimmte Anzahl von Perioden der unbekanntenen Frequenz mit Hilfe der synchronisierten Kippfrequenz auf dem Leuchtschirm abgebildet wurden, dann unter Beibehaltung der eingestellten Kippfrequenz eine innerhalb des Messbereichs des Absorptionswellenmessers gelegene Frequenz an die Platten gelegt und diese so lange variiert wurde, bis sich wieder ein stehendes Bild ergab. Aus der nun gemessenen Frequenz und dem umgekehrten Verhältnis der Periodenzahlen ergab sich dann die gesuchte Frequenz. Analog wurden aus den tiefsten (bekanntesten) Frequenzen die nächst höheren ermittelt.

6. Photographische Aufnahmen und deren Ausmessung

Jedes Leuchtschirmbild, aus dem ein Messpunkt gewonnen werden sollte, wurde mit einer Plattenkamera (Format 9×12 , Brennweite 135 mm , Lichtstärke $f:7,2$) mit doppeltem Bodenauszug in natürlicher Grösse aufgenommen. (Da in die Formeln (2.5) keine Spannungen eingehen, spielt der Masstab der Abbildung an sich keine Rolle). Durch wechselseitiges Kurzschliessen von C_1 und C_2 wurde jeweils das zu einer Ellipse gehörende Achsenkreuz mit photographiert. Als Aufnahmematerial dienten Perutz "Peromniä,-Platten mit $19/10^\circ$ Din Empfindlichkeit. Dabei

betrug die Belichtungszeit 50 sec. Zur Auswertung der Ellipsen wurden die Platten (Schichtseite nach unten) auf genaues Millimeterpapier gelegt. Dabei konnten jeweils die Strecken $2x_m$, $2y_m$, $2y_0$ ausgemessen werden. Die mit diesem Verfahren erreichten Ablesegenauigkeiten betragen. $\Delta(2y_0) = \pm 0,1$ mm, und $\Delta(2x_m) = \Delta(2y_m) = \pm 0,2$ mm, sodass mit Werten von $y_0 = 0,3$ cm, $x_m = y_m = 1,30$ cm der Fehler zu $\Delta x/x = \Delta y/y = 0,8\%$ bzw. $\Delta y_0/y_0 = 1,7\%$ angegeben werden kann.

7. Ableitung der tatsächlich benutzten Formeln

Soll nun die in Kapitel II gegebene Theorie auf die in Abb.3 gezeichnete Schaltung angewendet werden, so ist zu bedenken, dass den Kondensatoren C_1 und C_2 Schaltkapazitäten parallel liegen. Vor allem wird der parallel zu C_2 liegende Wert durch die Abschirmung eine beträchtliche Grösse erhalten. (ca 200 pF). Wir haben also jetzt zu setzen

$$C_1 = C_{11} + C_{12} \quad , \quad C_2 = \varepsilon C_{21} + C_{22},$$

wobei C_{12} und C_{22} die zusätzlichen Schaltkapazitäten bedeuten.

Damit wird:

$$\mathfrak{R}_1 = \frac{-i}{\omega(C_{11} + C_{12})}, \quad \mathfrak{R}_2 = \frac{1}{\omega} \frac{C_{21} \varepsilon'' - i(C_{21} \varepsilon' + C_{22})}{C_{21}^2 \varepsilon''^2 + (C_{21} \varepsilon' + C_{22})^2} \quad \text{und}$$

$$\mathfrak{R} = \mathfrak{R}_1 + \mathfrak{R}_2 = \frac{1}{\omega} \left\{ \frac{C_{21} \varepsilon''}{C_{21}^2 \varepsilon''^2 + (C_{21} \varepsilon' + C_{22})^2} - i \left(\frac{1}{C_{11} + C_{12}} + \frac{C_{21} \varepsilon' + C_{22}}{C_{21}^2 \varepsilon''^2 + (C_{21} \varepsilon' + C_{22})^2} \right) \right\}$$

mit den Beträgen:

$$\left| \mathfrak{R}_1 \right| = \frac{1}{\omega(C_{11} + C_{12})}, \quad \left| \mathfrak{R}_2 \right| = \frac{1}{\omega \sqrt{C_{21}^2 \varepsilon''^2 + (C_{21} \varepsilon' + C_{22})^2}};$$

Setzt man zur Abkürzung noch:

$$a = \varepsilon'' C_{21}, \quad b = (C_{21} \varepsilon' + C_{22}),$$

so ergeben sich die Phasenwinkel:

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = \infty, \quad \operatorname{tg} \varphi_2 = \frac{b}{a} \quad \text{und} \quad \operatorname{tg} \varphi = \left(\frac{1}{C_{11} + C_{12}} + \frac{b}{a^2 + b^2} \right) \frac{a^2 + b^2}{a};$$

Damit erhält man, wieder nach den Gln. (2.2);

$$\operatorname{tg} \psi_1 = \frac{-a(C_{11} + C_{12})}{b(C_{11} + C_{12}) + a^2 + b^2}, \quad \operatorname{tg} \psi_2 = \frac{a}{C_{11} + C_{12} + b}$$

und schliesslich:

$$(4.1) \quad \operatorname{tg}(\psi_2 - \psi_1) = \operatorname{tg} \delta = \frac{a}{b} = \frac{C_{21} \varepsilon''}{C_{21} \varepsilon' + C_{22}}, \quad \text{eine Gleichung,}$$

die für $C_{22} = 0$ in die ursprüngliche Form (2.3) übergeht.

Anstelle der Gln. (2.4) haben wir jetzt als Bahngleichungen der Ellipse:

$$(4.2) \quad \left\{ \begin{array}{l} x = \frac{A U_0}{\omega (C_{11} + C_{12}) |\Re|} \cos \omega t, \\ y = \frac{B U_0}{\omega \sqrt{C_{21}^2 \varepsilon'^2 + (C_{21} \varepsilon' + C_{22})^2} |\Re|} \cos(\omega t + \delta); \end{array} \right.$$

Zur Auswertung der Ellipse bilden wir wieder y_m/x_m und y_0/y_m und erhalten, wenn wir diese Quotienten mit α bzw. β bezeichnen:

$$\alpha = \frac{B}{A} \frac{C_{11} + C_{12}}{\sqrt{C_{21}^2 \varepsilon'^2 + (C_{21} \varepsilon' + C_{22})^2}}, \quad y_0 = \frac{B U_0 \sin \delta}{\omega |\Re| \sqrt{\dots\dots\dots}},$$

$$\beta = \frac{C_{21} \varepsilon''}{\sqrt{C_{21}^2 \varepsilon'^2 + (C_{21} \varepsilon' + C_{22})^2}};$$

Durch Auflösen nach ε' und ε'' ergeben sich dann die Bestimmungsgleichungen:

$$(4.3) \quad \left\{ \begin{array}{l} \varepsilon' = \frac{B}{A} \cdot \left(\frac{C_{11} + C_{12}}{C_{21}} \cdot \frac{\sqrt{1 - \beta^2}}{\alpha} \right) - \frac{C_{22}}{C_{21}}, \\ \varepsilon'' = \frac{B}{A} \frac{C_{11} + C_{12}}{C_{21}} \frac{\beta}{\alpha}; \end{array} \right.$$

Bemerkung: Durch C_{22} wird y_0 und damit der beobachtbare Effekt verkleinert, wie man durch Division der ersten Gleichung (4.3) durch die zweite und Auflösung nach β erkennt.

Man erhält dann: $\beta = \frac{\varepsilon''}{\sqrt{\varepsilon'^2 + (\varepsilon' + C_{22}/C_{21})^2}}$, woraus zu ersehen ist, dass, bei gegebenem ε' und ε'' , β von C_{22}/C_{21} abhängt. Man

wird also im Interesse der Genauigkeit dieses Verhältnis C_{12}/C_{21} möglichst klein wählen.

Das Verhältnis der Ablenkempfindlichkeiten wurde durch Aufnahmen des mit bekannten Spannungen abgelenkten Lichtflecks zu

$$B/A = 0,855 \text{ auf } 1\% \text{ genau bestimmt.}$$

Die Kapazitäten C_{12} und C_{22} ergaben sich durch Messung zu

$$C_{12} = 50 \text{ pF, } C_{22} = 180 \text{ pF}$$

mit 10 % Genauigkeit, während die Leerkapazität C_{21} auf 3 % genau ermittelt werden konnte.

Als Beispiel für die Anwendung der Gleichungen (4.3) gibt Abb. 8 Messungen der Temperaturabhängigkeit von ϵ' und ϵ'' an poly-Vinylacetat "M 30," bei einer Frequenz von 3,80 kHz. Dabei ist $C_{21} = 644 \text{ pF}$, $C_{22}/C_{21} = 0,28$.

8. Fehlerabschätzung

Beschränken wir uns zunächst auf die in den Gln (4.3) enthaltenen Grössen, dann ist der mittlere absolute Fehler von ϵ' gegeben durch:

$$\Delta\epsilon' = \pm \sqrt{(v \cdot w \cdot \Delta u)^2 + \left(\frac{uw}{C_{21}} \Delta C_1\right)^2 + \left(\frac{uwC_1 - C_{22}}{C_{21}^2} \Delta C_{21}\right)^2 + \dots}$$

$$\dots + \left(\frac{uv}{\alpha^2} \sqrt{1-\beta^2} \Delta\alpha\right)^2 + \left(\frac{uv}{\alpha} \frac{\beta}{\sqrt{1-\beta^2}} \Delta\beta\right)^2 + \left(\frac{1}{C_{21}} \Delta C_{22}\right)^2$$

wenn wir zur Abkürzung $u = B/A$, $v = C_1/C_{21}$, $w = \frac{\sqrt{1-\beta^2}}{\alpha}$

setzen.

Dabei ist $\Delta u = \Delta(B/A)$, $\Delta\alpha = \Delta(y/x) = \frac{x\Delta y + y\Delta x}{x^2}$, $\Delta\beta = \Delta(y_0/y) = \frac{y\Delta y_0 + y_0\Delta y}{y^2}$,

Werden die folgenden Messgrössen mit den bereits angegebenen Messgenauigkeiten eingesetzt, so wird es möglich sein, diesen Fehler abzuschätzen:

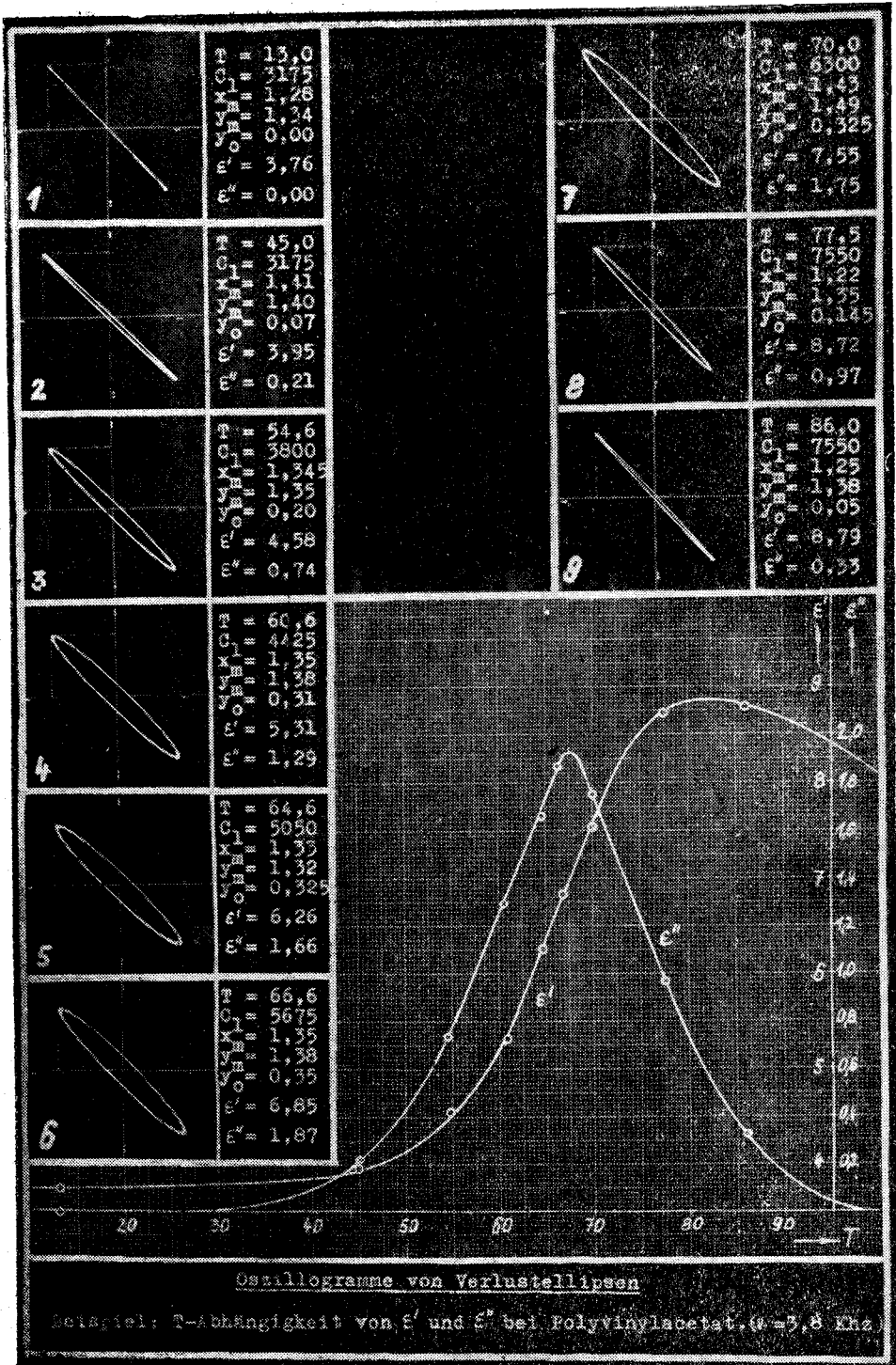


Abb. 8

Messgrösse Q	ΔQ	$\Delta Q/Q\%$	Nun wird
B/A = 0,855	0,009	1	$\alpha = 1,00$ $\Delta\alpha = 0,015$
C ₁ = 7000 pF	140	2	$\beta = 0,23$ $\Delta\beta = 0,0056$
C ₂₁ = 600 pF	20	3	$z = 0,85$ $\Delta z = 0,009$
C ₂₂ = 180 pF	18	10	$v = 11,70$
2x _m = 2,60 cm	0,02	0,8	$w = 0,974$
2y _m = 2,60 cm	0,02	0,8	Werden diese Daten in
2y ₀ = 0,60 cm	0,01	1,7	den obigen Ausdruck ein-
			gesetzt,

so erhält man als mittleren absoluten Fehler von ϵ' : $\Delta\epsilon' = \pm 0,41$. Bei einem Wert von $\epsilon' = 10$, der den eingesetzten Grössen entsprechen würde, ergibt sich also ein Fehler von 4%.

Betrachtet man dagegen nur Relativmessungen, so kann $\Delta u = 0$, $\Delta C_1 = 0$, $\Delta C_{21} = 0$, $\Delta C_{22} = 0$ gesetzt werden. Es bleibt dann in diesem Falle ein mittlerer absoluter Fehler von $\Delta\epsilon' = \pm 0,147$, also von 1,5 %.

Für das aus der zweiten der Gln. (4.3) zu bestimmende ϵ'' gilt:

$$\Delta\epsilon'' = \pm \sqrt{(v \cdot z \cdot \Delta u)^2 + \left(\frac{uz}{C_{21}} \Delta C_1\right)^2 + \left(\frac{uz C_1}{C_{21}^2} \Delta C_{21}\right)^2 + \dots} \\ \dots + \left(\frac{uv}{\alpha} \Delta\beta\right)^2 + \left(\frac{uv\beta}{\alpha^2} \Delta\alpha\right)^2 ;$$

worin ausser den oben benutzten Abkürzungen noch $\beta/\alpha = z$ gesetzt ist.

Damit ergibt sich ein mittlerer absoluter Fehler von $\Delta\epsilon'' = \pm 0,114$ bei Absolutmessungen, was bei einem Wert von $\epsilon'' = 3,0$ einem Fehler von 4% entspricht. Bei Relativmessungen kann wiederum $\Delta u = 0$, $\Delta C_1 = 0$, $\Delta C_{21} = 0$ gesetzt werden. In diesem Falle ist der mittlere absolute Fehler $\Delta\epsilon'' = \pm 0,06$, also 2 %.

Weitere Fehlerquellen sind die Frequenz—und die Temperaturmessung. Während der Einfluss des ersteren dieser beiden Fehler hier vernachlässigt werden kann, soll der bei der Temperaturmessung auftretende maximale Fehler noch abgeschätzt werden:

Beträgt die Genauigkeit der Temperaturmessung $\Delta T = \pm 0,1^\circ\text{C}$, so ist, wenn als maximale Änderung von ϵ 0,4 pro 1°C beobachtet wurde,

$$\Delta \varepsilon'_T = \pm 0,04$$

Die grösste Aenderung von ε'' wurde mit 0,1 pro 1°C festgestellt.

Damit ist dann: $\Delta \varepsilon''_T = \pm 0,01$.

Schliesslich soll noch ein weiterer systematischer Fehler erwähnt werden, der dadurch entsteht, dass in der in Abb. 3 angegebenen Schaltung die Ankopplung an die Ablenkplatten nicht symmetrisch erfolgt. Die abgebildete Ellipse ist infolgedessen etwas verzerrt, was sich allerdings bei Seitenlängen von $2x_m < 3$ cm nur dadurch bemerkbar macht, dass der wirkliche Mittelpunkt der Ellipse nicht genau mit dem durch den Schnittpunkt der abgebildeten Achsen gegebenen zusammenfällt. Diese Verschiebung konnte leicht kompensiert werden, wonach der Einfluss dieses Fehlers innerhalb der angegebenen Grenzen blieb.

Es sind also im wesentlichen zu den aus den Formeln (4.3) abgeleiteten Fehlern noch die bei der Temperaturmessung entstehenden Fehler zu addieren, wonach das Ergebnis dieser Betrachtung in folgendes Schema zusammengefasst werden kann:

	Absolutmessung		Relativmessung	
	mittlerer Fehler	in ‰	mittlerer Fehler	in ‰
ε'	$\pm 0,45$	5	$\pm 0,19$	2
ε''	$\pm 0,12$	4	$\pm 0,07$	2,8

(Eingegangen am 1.12.1953).

**Communications de la Faculté des Sciences de
l'Université d'Ankara**

Table des matières

Fasc. 2

Tome V, Série A

	<u>Pages</u>
BERKİ YURTSEVER: Über die C — Summierbarkeit der unendlichen Reihen	1
ERICH FISCHER und HERMANN SCHMANDT: Ausarbeitung einer Methode zur Demonstration und Messung dielektrischer Verluste mit dem Kathodenstrahl - Oszillographen	12