

BSAD

**Bankacılık ve Sigortacılık
Araştırmaları dergisi**

Cilt 1 sayı 1 (Ocak 2010), ss.19-32

DOI

Telif Hakkı © Ankara Üniversitesi
Beypazarı Meslek Yüksekokulu

Uç Değerler Yöntemi İle Riske Maruz Değer'in Tahmini Ve İstanbul Menkul Kıymetler Borsası Üzerine Bir Uygulama

Nuri ÇELİK

Ankara Üniversitesi

Mehmet Fedai KAYA

Selçuk Üniversitesi

ÖZET

Finansal piyasalarının kaçınılmaz bir unsuru olan riskin son 30 yılda önemli bir etken haline gelmesiyle, daha karmaşık risk yönetim tekniklerine gereksinim duyulmuştur. Riskin ölçülmesi için iki temel yöntem geliştirilmiştir. Her iki yöntem de istatistikî temelleri olan yöntemlerdir. İlk yöntem riske maruz değer yöntemidir. İkinci yöntem ise kayıp fonksiyonu yöntemidir. Kayıp fonksiyonu yöntemi için dağılım varsayımı kullanılmaktadır. Varsayımda bulunmamak için ikinci yöntem olan Riske maruz değer yöntemi kullanılmıştır. Riske maruz değer, veri anlam düzeyinde bir yatırımın en fazla kaç lira kaybedeceğini gösteren bir yöntemdir. Bu çalışmada riske maruz değer hesaplama yöntemlerinden uç değerler yöntemi kullanılmış ve dalgalanmanın sık olduğu piyasalarda daha iyi sonuç verdiği ortaya konulmuştur. Uygulama olarak İstanbul Menkul Kıymetler Borsası-100 gerçek verileri kullanılmıştır.

ANAKTAR SÖZCÜKLER

Riske Maruz Değer, Uç Değerler Teoremi, Frechet Dağılımı.

Estimation Of Value At Risk With Extreme Value Theory And An Application On Istanbul Stock Exchange

ABSTRACT

Risk management has become more important factor in financial markets within 30 years. Therefore, more complicated risk management tools are needed. There are two main methods of measuring the risk. Both methods have statistical basic facilities. First method is measuring value at risk. The second one is loss function method. Loss function method needs an assumption of any distribution. Because of not using distribution assumption Value at risk method is used. Value at risk is defined as a threshold value such that the probability that the mark-to-market loss on the portfolio over the given time horizon exceeds this value (assuming normal markets and no trading) is the given probability level. In this study the extreme value theorem is used to measure value at risk and at high volatilities, it is discovered that this method gives better solution than other methods. In application Istanbul stock exchange-100 data is used.

KEYWORDS

Value at Risk, Extreme Value Theory, Frechet distribution.

GİRİŞ

Son yıllarda gerek dünyada gerekse ülkemizde yaşanan ekonomik krizler etkin bir risk yönetimi sisteminin gerekliliğini ortaya koymaktadır. Ayrıca globalleşmenin de etkisiyle karmaşık ve değişken yatırım işlemleri nedeniyle artan riskler bu gereksinimi desteklemektedir.

Finansal piyasaların kaçınılmaz bir unsuru olan riskin, son 30 yılda önemli bir etken haline gelmesi ile risk yönetim tekniklerine gereksinim doğmuştur. Geniş bir bakış açısıyla

düşünüldüğünde ekonominin içinde yer alan bütün katılımcılar, esasında risk yönetimine odaklanmıştır. Ancak başlangıçta da ifade edildiği gibi, bu amaçla yürütülen faaliyetler sadece son on yıldır “Risk yönetimi” olarak adlandırılmış ve genel bir yaklaşımla bir sistem haline gelmiştir.

Risk yönetimi ve risk kavramının gelişimini akademik olarak literatür taramasının yapılmasının yanı sıra piyasadaki gelişmelerin de tarihi gelişmelerinin işlenmesi yerinde olacaktır. Risk yönetimi, 1970 lerin ilk yarısında doğup gelişen, Pazar ekonomilerinin evrimini etkileyen önemli bir kavramdır. 1970’li yılların başında zorunlu nedenlerle dalgalı kur uygulamasının gündeme gelmesi farklı bir dönemi başlatmıştır. Risk Yönetimi alanında önemli kilometre taşı, 1988 Basel Sözleşmesidir. Bankaların kredi risklerini kapsayan bu düzenleme zaman içerisinde finansal piyasalardaki gelişmelere yanıt verecek şekilde birçok kez gözden geçirilmiş ve takip eden düzenlemeler için önemli bir basamak oluşturmuştur. Bankaların asli işlevlerinden biri olan kredi vermenin yanı sıra, finansal piyasalarda kar amacına yönelik kısa vadeli alım/satım yapmaları ve bu şekilde eriştikleri işlem hacminin çok büyük boyutlara ulaşması piyasa riskini gündeme getirmiştir. Bu gelişmeler üzerine harekete geçen Basel Komitesi, 1993 yılından itibaren yoğun bir çalışma içine girmiş ve 1996 yılında son halini alan Basel Sözleşmesinin Piyasa riskini de içerecek şekilde yeniden düzenlenmesi başlıklı bir düzenlemeye son şeklini vermişlerdir.

Haziran 1999 tarihinde Basel Komitesi, yeni bir düzenlemeye ilişkin bir taslak hazırlamıştır. Risk duyarlılığı daha fazla olan yeni düzenlemeye ilişkin olarak, ilgili taraflarca 200’ün üzerinde görüş bildirmiştir. Bu görüşler doğrultusunda taslakta yapılan değişiklikler sonucunda Ocak 2001 de düzenlemeye ilişkin ikinci taslak çalışması kamuoyuna sunulmuştur. Mayıs 2001 sonuna kadar ikinci taslağa ilişkin tekrar görüşlerin toplanması ve 2001 yılı sonunda yeni sermaye düzenlemesi yayımlanarak, 2004 yılında uygulamaya geçirilmesi planlanmıştır. Ocak 2001 de yayınlanan Basel Sözleşmesi önerisi, operasyonel riskleri de sermaye yeterliğinin hesaplamasında dikkate almak suretiyle bu alanda atılan önemli bir adım olmuştur. Son olarak uygulama tarihi birkaç kez revizyon geçiren Basel II; Bank of International Settlements(BIS) komitesince Haziran 2004’te son hali yayınlanarak 2006 yılı sonuna kadar ülkelerin uygulamaya geçmek için gerekli hazırlıkları yapmaları planlanmıştır. 2006 yılında eski ve yeni sistem paralel olarak çalışacak ve bir geçiş süresi sonunda 2007’den itibaren yeni Basel II uygulanmaya başlanmıştır.

Akademik olarak, Riske Maruz Değer (RMD) kavramının, 1990’lı yılların başında karşılaştığımız finansal skandallar sonrasında ortaya çıktığı ve geliştiğini söylemek yanlış olmayacaktır. JP Morgan, RiskMetrics’i ve gerekli veri setini, Kasım 1994’de yayınlamaya başlamıştır. RMD kavramı ve hesaplamalarıyla ilgili çalışmalar son yıllarda gittikçe önem kazanmıştır. İlk olarak üstel ağırlıklı hareketli ortalama yöntemi(EWMA) Hendricks (1996) tarafından ortaya konmuş ve Alexander (1996) ise varyans modellemesi yöntemlerinin RMD için temellerini ortaya atmıştır. Jordan ve Mackay (1997), normallik varsayımı altında hesaplaması oldukça kolay olan varyans-kovaryans modelini ortaya koyarken, Holton (1998), bu varsayımı ortadan kaldırarak tarihi simülasyon ve Monte Carlo simülasyon yöntemlerini önermiştir. Butler ve Schacter (1997), Kernel sıklık yöntemini RMD hesaplama yöntemine adapte etmiş ve son olarak Longin (2000), uç değerler yöntemiyle RMD hesaplama yöntemi önermiştir.

Uç değerler yöntemi ise sıra istatistiklerinin bir dalıdır ve öncelikle bağımsız ve aynı dağılıma sahip rasgele değişkenlerin maksimum ve minimumlarının stokastik davranışları ile ilgilidir. Temeli 1700’lere dayanan uç değerler yöntemiyle, 1928’de Fisher-Tippet üç çeşit uç limit dağılım olduğunu göstermiştir. 1943’te Gnedenko uç değer teorimi için uç sıra istatistiklerinin zayıf ıraksaması için elverişli koşulları göstermiştir. Gumbel (1941) , Weibull (1939) ise uç değer teoremini belli dağılımlara uydurarak mümkün uygulamalarını vermişlerdir. Longin (2000) ise uç değer teoremini RMD hesaplamalarına uyarlamıştır. Ho ve Diğerleri

(2000) uç değerler yöntemiyle hesaplanan RMD uygulamalarını Asya piyasalarına, Gençay ve Selçuk (2004) ise uygulamayı geliştirmekte olan ülke ekonomilerine uygulamıştır.

RMD, belli bir zaman aralığında verilen bir olasılıkla finansal varlıklardan oluşan bir portföy değerindeki maksimum potansiyel değişimin ölçüsüdür. RMD başlangıcı, J.P. Morgan'a (1980) dayanan popüler bir market riski ölçümüdür. RMD belli bir zaman aralığında belli bir olasılıkla ne kadar kaybedebiliriz sorusunun cevabını verir.

RMD modelleri normal piyasa koşulları ile ilgilenmekte ve analizleri de bu piyasa şartlarını kapsamaktadır. Fakat gerçekleşmesi çok küçük de olsa sıra dışı olaylar yaşanabilmektedir. Bu nedenle başlangıcı Fisher-Tippet teoremine dayanan sıra istatistiklerinin bir dalı olan ve model riskini ortadan kaldıran uç değerler teoremi risk ölçümünde kullanılmaya başlanmıştır.

Uç değerler teorisi, kuyruklu dağılımlarda daha iyi sonuç verdiği için risk yönetiminde de önemli bir ölçüm modeli haline gelmiştir. Birçok finansal verinin asimetric dağılıma uyduğu gerçeği altında uç değerler teorisinin normal dağılım, t dağılımı, zaman serileri model dağılımları gibi simetrik dağılımları kullanan diğer ölçüm modellerinden daha iyi sonuç vermektedir. (Levich, 1985).

1. RİSKE MARUZ DEĞER

Firmaların kendi kurumları içindeki tüm riskleri bir bütün olarak ölçme yolundaki çalışmaları 1980'lerde başlamıştır. Sonradan bu çalışmalar danışmanlık firmalarına ve kendisi bir model geliştirebilecek durumda olmayan ancak böyle sistemlere ihtiyaç duyan finansal kurum ve şirketlere satılmıştır. Bu sistemlerin en ünlüsü J.P. Morgan(1980) tarafından geliştirilen, RMD ölçütünü kullanan RiskMetrics dir. Bunun ardından RMD daha yaygın bir kabul ve kullanım bulmuş, sadece menkul kıymet işlemleri ile uğraşanlar değil bankalar, emeklilik fonları, diğer finansal kurumlar ve mali olmayan şirketler tarafından da uygulanır hale gelmiştir.

RMD, piyasa riskinin tespitinde son yıllarda gittikçe daha yaygın olarak kullanılmaya başlanan ve istatistiki temeli olan bir yöntemdir. Teorik olarak belli bir güven aralığında muhtemel maksimum zarar miktarını ölçen yöntemlere RMD denir. İstatistiki olarak ise, bir örneklem üzerinde hesaplanan portföy zarar dağılımı olarak ifade edilmektedir. Bir başka tanımı ise, bir portföyün veri güven düzeyinde en fazla kaç lira kaybedeceğini gösteren rakamdır. (Henriks, 1996).

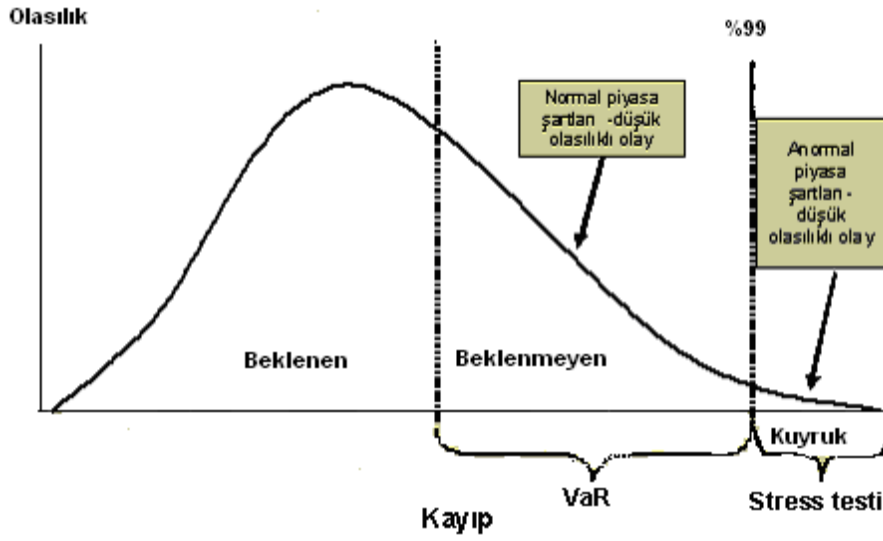
100(1-)% güven aralığı için RMD;

VaR (

(1)

Dır (Yasuhino, Toshinao,1996).

Şekil 1: Riske Maruz Değer



Şekil 1'de de görüldüğü gibi RMD, kayıp dağılımının beklenmeyen olaylarının olasılığıdır. Dağılımın sonundaki kuyruk bölgesi ise anormal piyasa şartlarındaki beklenmedik olayları göstermektedir.

RMD, risk raporlaması, risk limitlerinin belirlenmesi, sermaye uygulamaları, sermayenin iç dağılımının belirlenmesi, performans ölçümü gibi her türlü risk yönetimi ihtiyacı için kullanılmaktadır. Ancak RMD risk yönetiminde bütün sorunların yanıtını vermemektedir. RMD modellerinin de bazı eksiklikleri ve uygulama sorunları vardır. Her gün yeni yöntemler geliştirilerek bu uygulama sorunları aşılmaya çalışılmaktadır.

RMD hesaplaması ile ilgili en iyi modelin hangisi olduğu hakkında bir görüş birliği sağlanamamıştır. Literatürde oluşturulan bütün yöntemler temelde portföy getirilerinin olasılık dağılımlarının hesaplaması üzerinde odaklanmaktadır. RMD hesaplamasında etkili faktörler ise,

- Güven düzeyi,
- Verinin zaman uzunluğu,
- Verini sıklığı (günlük, aylık),
- Elde tutma süresi,

şeklinde sıralanabilir.

1.1. Varyans-Kovaryans Yöntemi

Bu yöntem portföy getirilerinin normallik varsayımı altında varyans-kovaryans matrisinin tahminini elde etmek için kullanılır. Yöntemi kullanmak için gerekli tek varsayım yatırım getirilerinin normal dağıldığı varsayımdır. Bu bağlamda RMD hesaplamasındaki parametreler normal dağılım özelliklerinden faydalanılarak tahmin edilir ve hesaplanabilir. Normal dağılıma sahip değişkenlerin lineer toplamı da normal dağıldığına sahip olduğundan tek yatırım aracı için hesaplanabilen RMD, aynı şekilde normal dağılım özelliklerinden faydalanılarak kolaylıkla hesaplanabilmektedir.

Varyans-Kovaryans metodu ile n sayıda finansal varlıktan oluşan bir portföyün RMD sini hesaplamak için öncelikle portföyün ortalamasını ve volatilitisini (standart sapma) bulmak gerekmektedir. Bir portföyde her bir yatırım aracının portföy içindeki ağırlığı farklı olduğundan öncelikle w ağırlık vektörünü tanımlamamız gerekir. Buna göre portföyün ortalaması;

$$\mu_p = \sum_{i=1}^N w_i \mu_i \quad (2) \text{dir. Burada,}$$

w_i = i. finansal varlığın portföydeki ağırlığı,

μ_i = i. finansal varlığın ortalaması

şeklinde hesaplanmaktadır. Portföyün standart sapması,

$$\sigma_p = \sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j \sigma_{ij}} \quad (3) \text{ dir. Vektör}$$

formu ile yazımı da 4'deki gibidir.

$$w = \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_n \end{bmatrix} \quad (4) \text{ ve}$$

$$\mu = \begin{bmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \\ \vdots \\ \mu_n \end{bmatrix} \quad (5)$$

ortalama vektörü olmak üzere, portföyün ortalaması,

$$\mu_p = w' \mu \quad (6)$$

şeklinde hesaplanır. Aynı şekilde portföyün standart sapması ise,

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \cdots & \sigma_{1n} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \cdots & \sigma_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{n1} & \sigma_{n2} & \cdots & \sigma_{nn} \end{bmatrix} \quad (7)$$

şeklinde tanımlanan varyans-kovaryans matrisinin ağırlık vektörüyle çarpımına eşittir.

Yani,

$$\sigma_p = \sqrt{w' \Sigma w} \quad (8)$$

şeklinde ifade edilir.

1.2. Tarihi Simülasyon Yöntemi

Tarihi simülasyon yöntemi, volatilité, korelasyon ya da başka parametrelerin hesaplanmasına gerek duymadan, risk faktöründeki tarihi değişimler kullanarak hesaplamaların yapılmasına olanak sağlar. Tarihi simülasyon yönteminde normallik varsayımı aranmadığı için de parametrik olmayan RMD yöntemi olarak sınıflandırılmaktadır. Ayrıca model riski olasılığı da çok düşüktür.

Tarihi simülasyon yönteminde, tek yatırım aracı için hesaplanacak RMD için elde olan getiri verilerinin sıralanarak önceden belirlenen anlam düzeyindeki yüzdeliğinin hesaplanması amaçlanmaktadır. Portföy için hesaplanacak RMD için her bir yatırım aracının getiri verilerinin sıralandıktan sonra ağırlıklandırılması ve önceden belirlenen anlam düzeyindeki yüzdeliğinin bulunması amaçlanmaktadır.

Bu yöntemin avantajları:

Doğrusal olmayan pozisyonlar için kolaylıkla uygulanır.

Dağılımlar hakkında herhangi bir varsayımda bulunmaz.

Zaman serilerinden türetilen volatiliteye güvenilmektedir.

Dezavantajları ise:

Yöntem tam değerlendirme olduğu için hesaplaması yoğun işlem gerektirir.

Senaryo üretimi yanlış bilgiler verebilir.

Sadece geçmişte yaşanmış değişimleri göz önüne aldığı için gelecekte yaşanabilecek olası değişimler dikkate alınmamaktadır.

1.3. Üstel Ağırlıklı Hareketli Ortalama Yöntemi

Basit hareketli ortalama en son k tane gözlemim ortalamasıdır. Her yeni gözlem yapıldığında en baştaki veri çıkartılıp son verinin eklenmesiyle bulunan ortalamayı tarif eder. Basit hareketli ortalama her veriye eşit ağırlık verdiği için finansal verilerde uygulanan ve her veriye değişik ağırlık veren üstel ağırlıklı hareketli ortalama tercih edilir.

Bu yaklaşımda, zaman değişimli oynaklıkların tahmin edilmesinde üstel ağırlıklı hareketli ortalamalar kullanılmaktadır. Bu yöntemde oynaklık tahmin edilirken, hesaplama yapılacak döneme yakın olan fiyat değişimlerine daha fazla ağırlık verilmektedir. t zamanındaki tahmini varyans, geçmiş tahminlerin λ ağırlıklı ortalamasıdır. Üstel ağırlıklı hareketli ortalama yöntemiyle hesaplanacak varyans eşitlik 9'daki gibi hesaplanır.

$$\hat{\sigma}_t = \sqrt{(1 - \lambda) \sum_{i=1}^t \lambda^{i-1} (r_i - \bar{r})^2} \quad (9)$$

(9) da kullanılan r_t , yatırım aracının t zamanındaki getirisi, \bar{r} , tüm portföyün getirisi ve λ ise sabit sayıdır. λ değeri 0 ve 1 arasında bir değer olup, Riskmetrics tarafından kabul edilen değeri 0,94 tür.

1.4. Geriye Dönük Test

Bankalar tarafından RMD hesabında kullanılan modelin doğruluğunun test edilme sürecine Geriye dönük test denir. Geriye dönük test için bir tek metot söz konusu değildir. RMD modelinde tahmin edilen RMD gerçek getiri oranlarıyla karşılaştırılarak modelin doğruluğu sınanabilir. Risk ölçüm modelleri ile tahmin edilen RMD rakamlarını alt ve üst sınır olarak belirlenir ve belirli bir çarpma katsayısıyla nihai değerler hesaplanır. Gerçek getiriler ile karşılaştırırken bu alt ve üst değerden sapmalar esas alınır.

2. UÇ DEĞERLER TEOREMİ

Son yıllarda uç değerler teorisi, olasılık teorisinin önemli bir dalı haline gelmiştir. Bilimsel araştırmaların birçok alanında ise uç değerler yönteminin uygulama alanları genişlemiştir. Mühendislik, ekonomi, sigortacılık, astronomi gibi birçok alanda uygulama alanları mevcut olan uç değerler teorisi, son yıllarda ekonomideki globalleşme, volatilitenin artması ve risk kavramının literatüre girmesiyle beraber risk ölçüm modellerinde de

kullanılmaya başlanmıştır. Risk ölçüm modellerinde, günümüzde en yaygın olarak kullanılan RMD hesaplamalarında uç değerler yöntemi özellikle ekonomik krizlerin artmasıyla beraber daha önce kullanılan hesaplama yöntemlerinin kullanmış olduğu varsayımları çürütürük ön plana çıkmıştır.

Uç değerler teorisi, esasında Fisher-Tippet(1928), Gnedenko(1943) ile Gumbel(1958) isimli araştırmacıların çalışmalarına dayanan, sıra istatistiği teorisinin bir dalıdır. Ancak finans alanında gerçekleşen uygulamaları oldukça yenidir. Rasgele finansal değişkenin toplamının modellenmesinde, Merkezi limit teoreminin oynadığı rolün benzerini, Rasgele değişkenlerin ekstrem değerlerinin dağılımının modellenmesi durumunda da uç değerler teorisi oynamaktadır. Her iki durumda da teori, örneklem çapını arttırdığımızda dağılımın limit durumunda ne olması gerektiğini ifade etmektedir. RMD hesaplamasında son yıllarda önemli bir yaklaşım da, sıra dışı zamanlarda ortaya çıkan aşırı olaylara odaklanan olağanüstü değerler yaklaşımıdır. Finans piyasalarında aşırı fiyat hareketleri olduğu zamanlarda piyasada yapılan düzenlemeler ise uç değerler ile yapılan istatistiksel analize karşılık gelmektedir.

2.1 Fisher-Tippet Teoremi

Merkezi limit teoreminde özetlendiği gibi normal dağılım örneklem ortalamaları için önemli bir limit dağılımdır. Aynı şekilde uç değerler dağılımları ailesi de örneklemin ekstra değerleri için limit dağılımı olarak da önemlidir. Bu aile genelleştirilmiş uç değerler dağılımları olarak adlandırılır. Teorem, uç değerlerin yakınsamaları ile ilgilenmektedir.

X_t , $t=1,2,3\dots$ ortalaması (Merkezi eğilim parametresi) μ , varyansı (dağılım parametresi) σ^2 olan ve bilinen bir dağılım fonksiyonuna sahip ($F(x) = P(X \leq x)$) bağımsız ve aynı dağılıma sahip rasgele değişken olsun. Rasgele değişkenlerin en küçüğü $X^{(1)}$ ve en büyüğü $X^{(n)}$ olarak tanımlansın.

Fisher-Tippet teoremi, $X^{(n)}$ bağımsız ve aynı dağılıma sahip Rasgele değişkenlerin serisi olsun, $C_n > 0$ ve $d_n \in \mathfrak{R}$ sabitleri ve ,

$$\frac{X^{(n)} - d_n}{C_n} \rightarrow H \quad (10)$$

olacak şekilde dejenere olmayan bir H dağılım fonksiyonu mevcut ise, bu durumda H dağılım fonksiyonunun aşağıdaki üç dağılımdan birisine ait olduğunu göstermektedir.

$$\text{Frechet} \quad \Phi_\alpha(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ \exp(-x^{-\alpha}), & x > 0, \alpha > 0 \end{cases}$$

$$\text{Weibull} \quad \Psi_\alpha(x) = \begin{cases} \exp[-(-x^{-\alpha})] & x \leq 0, \alpha < 0 \\ 1 & x > 0 \end{cases}$$

$$\text{Gumbel} \quad \Lambda(x) = \exp[-e^{-x}], \quad x \in \mathfrak{R} \quad (11)$$

Fisher-Tippet teoremine göre, eğer standartlaştırılmış maksima dejenere olmayan bir dağılıma yakınsıyorsa, o zaman maksimanın dağılımı, gözlenmiş olan verilerin dağılımına bakılmaksızın yukarıda ifade edilen üç dağılımdan birine ait olacaktır.

Diğer taraftan tüm olası dağılımların kuyrukları aşağıdaki üç kategori içerisinde sınıflandırılır.

İnce kuyruklu dağılımlar; tüm momentleri sonlu, birikimli dağılım fonksiyonları kuyruklarda üstel azalan dağılımlardır.

Kalın kuyruklu dağılımlar; birikimli dağılım fonksiyonları kuyruklarda bir kuvvet kanununa göre azalan dağılımlardır.

Sonlu kuyruklar ile kalın kuyruklu dağılımlar; bu kategoride yer alan dağılımlar sadece α kuyruk indeks parametresi kullanılarak biri diğerinden ayrılabilir.

Yukarıdaki üç dağılım ailesi için α kuyruk parametresi,

i) kategorisi için $\alpha = \infty$

ii) kategorisi için $\alpha > 0$

kategorisi için $\alpha < 0$

şeklindedir.

$\xi = 1/\alpha$ alınarak, (Von Mises,1936) ve (Jenkinson,1955) bu üç dağılım ailesi için tek bir parametre ile gösterebilen bir dağılım önermişlerdir. Bu ifade Genelleştirilmiş Uç değer dağılımı olarak adlandırılır ve (12) deki gibi tanımlanır,

$$H_{\xi}(x) = \begin{cases} \exp\{-(1 + \xi x)^{-1/\xi}\} & \xi \neq 0, 1 + \xi x > 0 \\ \exp\{-\exp(-x)\} & \xi = 0 \end{cases} \quad (12)$$

(4) de $\xi = \frac{1}{\alpha}$ şekil parametresidir ve H_{ξ} dağılımının kuyruk davranışını belirler. $\alpha = \frac{1}{\xi}$ ise kuyruk indeksi olarak adlandırılır.

Genellikle F dağılım fonksiyonu;

$$F_{\mu,\sigma}(x) = F[(x - \mu) / \sigma] \quad (13)$$

şeklinde ifade edilmektedir. Genelleştirilmiş uç değer teorisi de Eşitlik 14'deki gibi modellenebilir.

$$H_{\xi,\mu,\sigma}(x) = H_{\xi}[(x - \mu) / \sigma] \quad (14)$$

Gözlenen verilerin F dağılımının kuyruk davranışı genelleştirilmiş uç değerler dağılımının ξ şekil parametresi ile belirlenir. Bu kuyruk davranışları aşağıdaki gibi sıralanabilir.

F dağılımının kuyruğu üstel olarak azalıyorsa, o zaman H_{ξ} , Gumbel tipi dağılım fonksiyonudur ve $\xi = 0$ olur. Gumbel tipi dağılım fonksiyonu ince kuyrukludur. Normal, lognormal, üstel ve gamma tipi dağılımlar bu sınıfa girmektedir.

F dağılımının kuyruğu bir kuvvet fonksiyonuna göre azalmakta ise; Yani fonksiyonun biçimi eşitlik 15'deki gibiyse,

$$1 - F(x) = c \cdot x^{-1/\xi} = x^{-\alpha} \quad (15)$$

dağılım Frechet tipi dağılıma uyar. Eşitlik 15'de c sabit parametreyi ve H_ξ dağılımı da Frechet tipi dağılım fonksiyonunu göstermekte olup, $\xi > 0$ 'dır. Frechet tipi fonksiyonda dağılımlar kalın kuyrukludur. Pareto, Cauchy, Student-t ve diğer karma modeller bu türdedir.

Bu dağılımların tüm momentleri sonlu değildir. Mesela, $k \geq \alpha = 1/\xi$ için $E[X^k] = \infty$ 'dur. Frechet tipi dağılım fonksiyonu, finansal verilere en uygun türdeki ekstrem dağılım sınıfıdır.

F dağılımının kuyruğu sonlu ise, o zaman H_ξ dağılımı Weibull türünü göstermekte olup bu durumda $\xi < 0$ 'dır. Weibull türündeki dağılımlar, düzgün dağılım, beta dağılımıdır. Bu dağılımların tüm momentleri mevcuttur. Dolayısı ile finansal getiri dağılımları sonsuz kuyruğa sahip olmadıklarında Weibull dağılım elde edilmektedir.

Uç değer dağılımları sadece kuyruk indeksi, ortalama ve ölçek parametrelerine göre farklılık göstermektedir.

2.2 Uç Değerler Yöntemiyle RMD hesaplaması

Parametrik yaklaşım, gerçekleşmiş ekstremlerin tam olarak bu dağılımdan gelmekte olduğunu kabul ederek parametrelerin tahmin edilmesinden ibarettir. Sık kullanılan yöntem, en çok olabilirlik ve regresyon metodudur.

Parametrik olmayan yaklaşım, ekstremlerin tam olarak asimptotik bir dağılımdan çekilmiş olduğu varsayımında bulunmaz ve doğrudan X değişkeninin kuyruğunun tahmin edilmesine dayanmaktadır.

Neticede uç değer kullanarak RMD'in tahmin edilmesi aşağıdaki adımlardan oluşmaktadır.

Getiri sıklığının seçilmesi; Bu genelde likidite ve pozisyon riskinden etkilenmektedir.

Periyot uzunluğunun seçimi; Örnek uzunluk, birbirini kesmeyen her biri n tane finansal getiri gözleminden oluşan alt periyotlara bölünmektedir(Christoffersen,1998).

Maksimum getirileri $X^{(n)}$ leri seçmek.

Maksimumların limit dağılımları için parametre tahmini; Her üç parametre, farklı yöntemlerden birisi seçilerek tahmin edilmektedir. Üç değerler dağılımının karakteristiğini gösteren en önemli parametre " ξ " şekil parametresidir. Buradan elde edilen değere göre maksimumların dağılım tipi belirlenir.

Uç değerler dağılımının karakteristiğini kullanılarak RMD hesaplanmaktadır. Standartlaştırılmış maksimumlar serisi ve genelleştirilmiş uç değer dağılımı kullanılarak RMD ,

$$M = M_j^j ; j = 1, 2, \dots, m \quad \text{olmak üzere,}$$

$$p = P(M < RMD) = \exp[-(1 + \xi(RMD - \mu) / \sigma)]^{-1/\xi}$$

$$RMD_p = \mu + \frac{\sigma}{\xi} [(-\ln(p))^{-\xi} - 1]$$
(16)

şeklinde hesaplanmaktadır. Burada p, maksimum finansal getirinin RMD sınırını geçmeme olasılığıdır. p, %95 ya da %99 güven düzeyini göstermektedir. Ayrıca M standartlaştırılmış maksimum değerli rasgele değişken, μ konum parametresi(ortalama), σ yayılım parametresi(standart sapma), ξ ise şekil parametresidir. Böylelikle normal dağılım varsayımı altında eksik tahmin edilen risk düzeyi, bu şekilde daha doğru tahmin edilmiştir. Diğer taraftan uç değerler yaklaşımında finansal getiriler için bir dağılım kabul etmeye gerek bulunmamaktadır. Dolayısı ile risk ölçümü kapsamında model riski oldukça azaltmıştır.

3. UYGULAMA

Uygulamada IMKB-100 endeksinde işlem gören A Bankası, B Bankası, C Bankası, D Bankası ve E Bankası'na ait beş ayrı hisse senedine ilişkin RMD hesaplamaları yapılmıştır. RMD hesaplamaları için, varyans-kovaryans metodu, tarihi simülasyon metodu ve EWMA yöntemi kullanılmıştır. Son olarak uç değerler yöntemi ile RMD hesaplanmış ve diğer üç yöntemle karşılaştırılmıştır.

İlk olarak IMKB-100 endeksinde işlem gören beş hisse senedi verilerinin 02.01.2004 ve 25.11.2008 tarihleri arasında gün sonu kapanış fiyatları alınmıştır (Kaynak:www.imkb.gov.tr).

Daha sonra bu kapanış fiyatların logaritmik getirileri ($\ln(P_t / P_{t-1})$) hesaplanmıştır. Riskin hesaplanması doğrultusunda yapılan uygulamalarda logaritmik fiyat değişikliği ağırlıklı olarak tercih edilmektedir. Bunun nedeni logaritmik getirilerin dağıtılan kar paylarından fazla etkilenmemesidir. Ayrıca logaritmik getirilerin tercih edilmesinin bir başka sebebi ise bu değişimlerin verilen fiyat seviyesindeki değişimleri yansıtmamasıdır. Oluşturulan logaritmik getiri verilerinin tanımlayıcı istatistikleri Tablo 1'de verilmiştir.

Tablo 1: Getiri verilerine ait tanımlayıcı istatistikler

Tanımlayıcı İstatistikler						
	Gözlem Sayısı	Ortalama	Std. Sapma	Varyans	Çarpıklık	Basıklık
A Bankası	1045	0,0002	0,0299	0,0009	0,2458	2,6613
B Bankası	1045	0,0011	0,0350	0,0012	1,0772	8,6373
C Bankası	1045	0,0006	0,0303	0,0009	0,0678	1,7979
D Bankası	1045	0,0009	0,0377	0,0014	0,2993	3,9770
E Bankası	1045	0,0003	0,0289	0,0008	0,0412	2,5356

Getiri serilerinin RMD hesaplamaları varyans-kovaryans yöntemi, tarihi simülasyon yöntemi ve EWMA yöntemiyle hesaplanmıştır. Daha sonra söz konusu üç yöntemden elde edilen sonuçlar uç değerler yöntemiyle elde edilen RMD sonuçları ile karşılaştırılmıştır. RMD hesaplamaları yapılırken %90 ve %95 anlam seviyeleri alınmıştır. Elde tutma süresi olarak 21 gün ve 10 günlük değerler alınmıştır. Varyans-Kovaryans metodu, Tarihi simülasyon metodu ve EWMA yöntemiyle bulunmuş RMD değerlerine ek olarak uç değerler yöntemiyle RMD hesaplaması yapılmıştır. Öncelikle getiri verileri 21 günlük bloklara bölünmüş ve bölünen bloklardan elde edilen maksimum getiri verileri kullanılarak verilerin hangi dağılıma uyduğunu

saptamak için şekil parametresi ξ En Küçük Kareler Yöntemiyle tahmin edilmiştir. Parametre tahminleri her getiri verisi için Tablo 2 'de verilmiştir.

Tablo 2: En küçük kareler yöntemiyle hesaplanan parametre tahmin değerleri

	ξ
A Bankası	0,3944
B Bankası	0,6891
C Bankası	0,3587
D Bankası	0,5341
E Bankası	0,3791

Tablo 2 den görüldüğü gibi verilerin şekil parametrelerinin ξ değerlerinin sıfırdan büyük olduğu için Frechet dağılımına uyduğu kararına varılmaktadır.

Elde edilen RMD değerleri %90 ve %95 anlam seviyesine ve 10 günlük ile 21 günlük elde tutma süreleri göz önüne alınarak Tablo 3 ve Tablo 4'te özet halinde verilmiştir. Hesaplamalar yapılırken betimsel istatistik için SPSS paket programı diğer RMD hesaplamaları, Microsoft Excel programında komut yazılarak hesaplanmıştır.

Tablo 3: 10 günlük RMD değerleri

		RMD			
		10 gün			
		Varyans-Kovaryans	Tarihi Simülasyon	EWMA	Uç Değerler
A Bankası	90%	0,120622	0,141630	0,217391	0,173302
	95%	0,185113	0,271785	0,332881	0,231735
B Bankası	90%	0,137623	0,138796	0,250958	0,191889
	95%	0,210734	0,290070	0,384280	0,293019
C Bankası	90%	0,122751	0,147215	0,222503	0,176528
	95%	0,187963	0,290256	0,340700	0,232751
D Bankası	90%	0,152411	0,151142	0,326280	0,235436
	95%	0,233388	0,347029	0,418792	0,334518
E Bankası	90%	0,117162	0,129203	0,216858	0,174325
	95%	0,179404	0,277983	0,332068	0,231727

Tablo 4: 21 günlük RMD değerleri

		RMD			
		21 gün			
		Varyans-Kovaryans	Tarihi Simülasyon	EWMA	Uç Değerler
A Bankası	90%	0,174798	0,205241	0,315029	0,251138

	95%	0,268254	0,393854	0,482391	0,335816
B Bankası	90%	0,199434	0,201135	0,363673	0,278074
	95%	0,305383	0,420351	0,556875	0,424625
C Bankası	90%	0,177883	0,213335	0,322437	0,255813
	95%	0,272384	0,420621	0,493721	0,337288
D Bankası	90%	0,220865	0,219025	0,472824	0,341179
	95%	0,338211	0,502893	0,606887	0,484762
E Bankası	90%	0,169784	0,187233	0,314257	0,252621
	95%	0,259981	0,402836	0,481212	0,335805

Hesaplanan RMD değerlerine göre verilerin normal dağıldığı varsayımı altında hesaplanan varyans kovaryans metoduna göre %95 anlam seviyesi ve 21 gün elde tutma süresi göz önüne alındığında en riskli hisse senedinin yaklaşık %34 ile D Bankası olduğu en risksiz hisse senedinin de %26 ile E Bankasına ait hisse senedi olduğu ortaya çıkmıştır. %90 anlam seviyesine göre ise aynı şekilde en riskli hisse senedi %22 ile D Bankası 'a ait hisse senedi iken en risksiz hisse senedinin yine aynı şekilde yaklaşık %17 ile E Bankasına ait hisse senedi olduğu ortaya çıkmıştır. Elde tutma süresi 21 günden 10 güne indirdiğimiz zaman RMD lerin düştüğü ancak en riskli ve en risksiz hisse senetlerinin değişmediği görülmektedir.

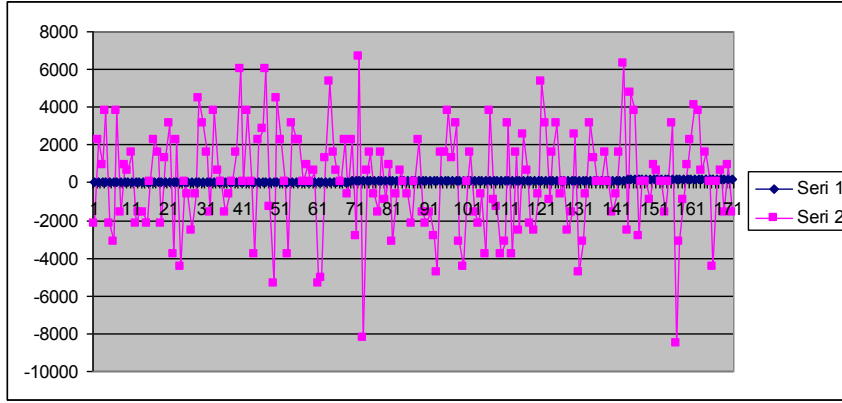
Tarihi simülasyon yöntemine göre, %95 lik anlam seviyesi ve 21 günlük elde tutma süresi göz önüne alındığında en riskli hisse senedinin %50 ile D Bankası olduğu ancak en risksiz hisse senedinin ise yaklaşık %39 ile A Bankası'na ait olduğu ortaya çıkmıştır. %95 lik anlam seviyesi %90'a indirildiği zaman ise en riskli hisse senedinin yaklaşık %22 ile D Bankası en risksiz hisse senedinin ise yaklaşık %19 ile bu sefer E Bankası'na ait hisse senedi olduğu ortaya çıkmıştır. Elde tutma süresi 10 güne çekildiğinde ise RMD değerleri düşmüş ancak en riskli ve en risksiz hisse senedi değişmemiştir.

EWMA yöntemine göre , %95 lik anlam seviyesi ve 21 günlük elde tutma süresi göz önüne alındığında en riskli hisse senedinin %60 ile D Bankası olduğu ancak en risksiz hisse senedinin ise yaklaşık %48 ile A Bankası'na ait olduğu ortaya çıkmıştır. %95 lik anlam seviyesi %90'a indirildiği zaman ise en riskli hisse senedinin yaklaşık %47 ile D Bankası en risksiz hisse senedinin ise yaklaşık %31 ile bu sefer E Bankası'na ait hisse senedi olduğu ortaya çıkmıştır. Elde tutma süresi 10 güne çekildiğinde ise RMD değerleri düşmüş ancak en riskli ve en risksiz hisse senedi değişmemiştir.

Uç değerler yöntemine göre ise , %95 lik anlam seviyesi ve 21 günlük elde tutma süresine göre en riskli hisse senedinin % 48 ile D Bankası'a ait olduğu ancak en risksiz hisse senetlerinin yaklaşık %34 ile A Bankası'na ve E Bankası'na ait olduğu ortaya çıkmıştır. Anlam seviyesi %90'a çekildiğinde ise RMD lerin düştüğü ancak en riskli ve en risksiz hisse senedinin değişmediği gözlenmiştir. Elde tutma süresi değiştirildiğinde ise aynı sonuçların alındığı ortaya çıkmıştır.

Son olarak C bankasına ait hisse senedi kapanış verilerine backtesting (geriye dönük test) uygulanmıştır. Geriye dönük test ile hisse senedinin kapanış fiyatlarına göre hesaplanan fiyat kaybı ve fiyat kazancının hesaplanan RMD değerinin üstünde veya altında olup olmamasına göre hesaplanan RMD değerinin doğruluğu hakkında yorum yapılabilmektedir. Backtesting sonucu Şekil 2'de verilmiştir.

Şekil 2: D bankasına ait geriye dönük testi



Şekil 2’de de görüldüğü gibi backtestin sonucuna göre C bankasına ait getiri simülasyonunun sınırları aştığı nokta sayısı dörttür.

SONUÇ

Görüldüğü üzere, her dört yöntemde en riskli hisse senedinin D Bankası’na ait olduğunu ortaya koymakta, varyans-kovaryans yöntemi en risksiz hisse senedinin E Bankası olduğunu söylerken, diğer üç yöntem hem A Bankası’nın hem de E Bankası’nın risksiz yatırımlar olduğunu ortaya koymaktadır. Değişik anlam seviyesi ve değişik elde tutma sürelerine göre değişik RMD ler tahmin edilse de riskli ve risksiz hisse senedi konusunda ortak tahminler gerçekleştirilmiştir.

Dört yöntem karşılaştırıldığında riskin tahmininin en yüksek olduğu yöntem olan EWMA yöntemi son dönemlere daha çok ağırlık verdiği için ve uygulamadaki son verilerin kriz dönemine denk gelmesi sebebiyle yüksek tahmin değerlerine ulaştığı görülmektedir. Varyans-Kovaryans yöntemi ise normallik varsayımından dolayı diğer yöntemlere göre daha düşük risk tahminleri yaparak yatırımcıyı yanıltacak sonuçlar verebilmektedir. Tarihi simülasyon yöntemi ise farklı elde tutma süreleri ve farklı anlam seviyeleri göz önüne alındığında farklı sonuçlar vermekte ve anlamlı bir tahmin yapmakta yatırımcıyı etkileyebilmektedir. Uç değerler yöntemi ise varyans-kovaryans yönteminden daha fazla ancak EWMA ve Tarihi simülasyon yöntemlerine göre daha düşük sonuçlar vermiştir. Böylece yatırımcıyı doğru risk ölçümü konusunda yönlendirmekte ve daha iyi sonuçlar vermektedir.

Kriz dönemlerinin daha sıklaştığı ve dalgalanmanın yüksek olduğu finansal piyasalarda, yani uç değerlerin etkili olduğu yatırım araçlarında RMD hesaplama yöntemlerinden uç değerler yönteminin kullanılması yatırımcıyı daha iyi yönlendirecek ve doğru kararlar almasına yardımcı olacak bir unsur olarak karşımıza çıkmaktadır.

KAYNAKLAR

BENNINGA, S. - WIENER, Z. (1998) Value-at-Risk (VaR), *Mathematica in Education and Research*, 7, 75-92.

CHAN, K.F., GRAY, P., (2006), Using extreme value theory to measure value-at-risk for daily electricity spot prices, *Science Direct*, 283-300.

CHOUDRY, Moorad, (2006), *An Introduction to Value at Risk*, John Wiley & Sons, Inc., USA.

COLES, S. (2001), *An Introduction to Statistical Modeling of Extreme Values*, Springer-Verlag London Limited, Great Britain.

FISHER, R.A., TIPPET, L.H.C. (1928) Limiting Forms of the Frequency Distribution of the Largest or Smallest Member of a Sample, *Proceedings of Cambridge Philosophical Society*, 24, 145-158.

GENÇAY, R., SELÇUK, F. (2004) Extreme value theory and Value-at-Risk: Relative Performances in emerging market, *International Journal of Forecasting* 20, 287-303.

HO, L.C., BURRIDGE, P., CADLE, J., THEOBALD, M. (2000) Value-at-Risk: Applying the extreme value approach to Asian markets in the recent financial turmoil, *Pacific-Basin Finance Journal* 8, 249-275.

HOLTON, Gleyne .A., (2003), *Value at Risk-Theory and Practice*, Academic Press, Inc, London.

LONGIN, F.M. (2000) From Value at Risk to Stress Testing: The Extreme Value Approach, *Journal of Banking and Finance*, 24, 1097-1130.

Nuri elik

Araştırma Gevlisi, Ankara Üniversitesi, Fen Fakültesi İstatistik Bölümü,
E-posta: celikn@science.ankara.edu.tr

Mehmet Fedai Kaya

Doçent Doktor, Selçuk Üniversitesi, Fen Fakültesi İstatistik Bölümü,
E-posta: fkaya@selcuk.edu.tr

Yazı Bilgisi:

Alındığı tarih: 18 Aralık 2009

Yayına kabul edildiği tarih: 26 Ocak 2010

E-yayın tarihi: 20 Őubat 2010

Yazıcı ıktı sayfa sayısı: 14

Kaynak sayısı: 9