T.C.

ANKARA ÜNİVERSİTESİ

SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ

İŞLETME ANABİLİM DALI

İKİ AŞAMALI "(q) Pareto - (q) skalar" SEÇİM MODELİ
ve
İŞLETMECİLİK UYGULAMALARI

Doktora Tezi

Yetkin ÇINAR

Ankara - 2007

T.C.

ANKARA ÜNİVERSİTESİ

SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ

İŞLETME ANABİLİM DALI

İKİ AŞAMALI "(q) Pareto - (q) Skalar" SEÇİM MODELİ
ve
İŞLETMECİLİK UYGULAMALARI

Doktora Tezi

Yetkin ÇINAR

Tez Danışmanları

Doç.Dr. A. Argun KARACABEY

Prof.Dr. Fuad ALESKEROV (İkinci Danışman)

Ankara - 2007

İÇİNDEKİLER

İKİNCİ BÖLÜM
İKİ AŞAMALI "(q)-PARETO-(q)-SKALAR" SEÇİM MODELİ

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM
UYGULAMA

SIK KULLANILAN KISALTMALAR ve MATEMATİKSEL SEMBOLLER

a.g.e.: adı geçen eser

vb.: ve benzeri

Vol., No., Eds.: Volume (Cilt), Sayı, Editörler

A, X: Küme gösterimleri

x, y, z : Alternatifler (adaylar, stratejiler)

$\forall x$: "Her hangi bir x için"

$\exists x$: "Öyle bir x mevcuttur ki"

$\overline{\exists} x$: "Öyle bir x mevcut değildir"

$x \in A$: "x elemanıdır A'nın"

$x \notin A$: "x elemanı değildir A'nın"

$C(X)$: X kümesinden yapılan seçim (seçim fonksiyonu)

$C_1(X)$: Birinci aşamada X kümesinden yapılan seçim

$A \subset B$: B kapsar A'yı (A'daki her alternatif B'nin elemanıdır)

$A \cup B$, $A \cap B$: "A birleşim B", "A kesişim B"

$\bigcap\limits_{i \in I}$: i indisi 1'den I'ya kadar gider

$A \setminus B$: "A fark B" veya "A eksi B"

H: Heredity (Kalıtım Koşulu - Seçim Aksiyomu)

C: Concordance (Uygunluk Koşulu - Seçim Aksiyomu)

ACA : Arrow's Choice Axiom (Arrowun Seçim Aksiyomu)

O: Independence of Outcast Alternatives (Atık Alternatiflerden Bağımsızlık Koşulu)

PC: Condorcet Principle (Condorcet Prensibi)

$C(\cdot) \in \mathbf{C}$: "$C(\cdot)$ fonksiyonu **C** koşulunu sağlıyor"

ŞEKİLLER ve TABLOLAR DİZİNİ

ŞEKİLLER

BİRİNCİ BÖLÜM

İKİNCİ BÖLÜM

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

TABLOLAR

BİRİNCİ BÖLÜM

İKİNCİ BÖLÜM

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

GİRİŞ

Bireyler, kurumlar ya da yöneticiler birer "karar verici" olarak sıklıkla bir seçim problemi ile karşı karşıya kalmaktadırlar. "Seçim problemi", İşletmecilik ya da Yönetim disiplinlerini de kapsayan bir çok alanda oldukça sık karşılaşılan bir problem türünü ifade eder. Sürekli olarak, alternatif adaylar, ürünler, yatırım seçenekleri, stratejiler, projeler, partiler vb. arasından seçimler yapılır. Günümüzün hızla değişen, giderek zorlaşan hayat ve çalışma koşullarını dikkate aldığımızda seçeneklerin çoğaldığını ve sürekli olarak sağlıklı seçimler yapmanın yaşamsal bir gereklilik haline geldiğini söyleyebiliriz.

Çağımızda "doğru seçimleri" yapmak için alternatif davranış yollarının bilimsel karar verme tekniklerinin (seçim modellerinin) desteği ile değerlendirilmesinin bir gereklilik olduğu genel kabul görmüş bir olgudur. Zira, gerçek hayatta özellikle stratejik düzeyde, büyük boyutlu ve birden fazla faktörün bir arada ele alınmasını gerektiren problemlerle karşılaşılmaktadır. Bu tür problemlerin üstesinden gelmede karar vericiye -onun zihnindeki stratejik yaklaşımı da dikkate alarak- yardımcı olan bilimsel teknikler ve analitik yöntemler geliştirilmektedir. Bu amaçla geliştirilen modern karar destek sistemlerini kullanan organizasyonların, giderek kompleks bir hal alan iş ortamında önemli bir rekabet avantajı kazandıkları bilinmektedir.

Bu çalışmanın da temel amacı, karar vericiye stratejik seçimlerinde destek olabilecek yeni bir seçim modeli geliştirmektir. Bu çalışmada tanıtılan ve klasik seçim kurallarının genişletilmesiyle türetilen bu yeni iki aşamalı seçim modeline genel ifadesiyle "(q) Pareto - (q) Skalar" iki aşamalı seçim modeli adı verilmiştir. Bu genel model veya içerdiği modeller, bir yandan seçim teorisi kapsamındaki yeri açısından incelenmekte, diğer yandan ortaya konulan modellerin, "ön eleme - seçim" prosedürünün ve "seçimde tolerans" mantığının aynı anda işletilmesini gerektiren büyük boyutlu gerçek - hayat seçim problemlerine uygulanabilir olduklarının gösterilmesi amaçlanmaktadır. Kurgulanan modelleri basit bir kodlamayla bilgisayar üzerinde işletilebilen bir karar destek sisteminin tasarlanması da diğer bir hedeftir.

Çalışmaya seçim probleminin ve seçim teorisinin esasları incelenerek başlanmaktadır.

Bu doğrultuda çalışmanın ilk bölümünde; seçim teorisinin seçim fonksiyonları ile ifade edilen genel modeli ile seçimin klasik rasyonellik özelliklerinin tanımları sunulmakta, genel model çerçevesinde seçim kuralı ve yapılarının değiştirilmesi ile ortaya konan farklı seçim mekanizmalarının "klasik" ve "klasik olmayan" biçiminde ne şekilde ayrıldığı gösterilmektedir. Klasik seçim modellerinden "optimizasyon paradigması" temeline oturan tek kriterli (skalar) optimizasyon ve çok kriterli vektörel (ya da Pareto) optimizasyonu modelleri ele alınarak, bu modellerin sağladıkları rasyonellik koşullarına ilişkin teoremler aktarılmaktadır.

İkinci bölümde; öncelikle seçim teorisinde "iki-aşamalı" (two-stage) seçim olarak adlandırılan "ardışık" (sequential) mekanizmalar ve çok sayıda alternatif arasından "ön eleme - seçim" uygulamalarına destek sağlayan "Pareto - skalar" modeli ele alınmaktadır. Modelin ilk aşamasında gerçekleştirilen eleme işlemi ile elde edilen 'etkin küme' çoğunlukla fazla sayıda alternatif içerdiğinden, bu küme ikinci aşamaya bir sunum kümesi olarak geçirilir ve bu aşamada yer alan skalar kriter yardımıyla tek ya da az elemanlı seçim kümesine indirgenir.

Seçimde sıklıkla bir "tolerans" (insensitivity) mantığının göz önüne alınması da arzu edilir. Bu ihtiyaca cevap verebilmek için seçim kurallarını tolerans kavramı ile genişleten bir yaklaşım, seçimin içerisine sadece optimal elemanları değil, aynı zamanda bir şekilde 'iyi organize olmuş' optimal-olmayan elemanları da dahil etmeyi önerir. Diğer bir deyişle, bu yaklaşımda 'yaklaşık optimal' elemanları kaybetmek istemediğimizden bu alternatifleri de optimal olanlarla birlikte seçimin içine dahil etmek yolunu seçeriz. Bu yaklaşımda, “toleransın derecesi”, bir "$q > 0$" tamsayı parametresinin modele sokulması ile belirlenir. Yazında hem Pareto, hem de skalar optimizasyon kurallarının q parametresi ile genişletilmesiyle oluşan mekanizmalar çalışılmıştır. Böylece oluşan “q-Pareto” modeli, Pareto karşılaştırmasında sadece baskın alternatifleri değil, ayrıca q adet alternatiften daha fazlası tarafından basılmayan alternatifleri de seçimin içerisine dahil eder. “q-skalar” modelinde ise tek kriter üzerinde yapılan sıralamada sadece en iyi eleman değil yaklaşık en iyi elemanlar da seçilebilmektedir.

Çalışmada, bu düşünüşten hareketle klasik iki aşamalı “Pareto-skalar” modelinin hem birinci hem ikinci aşamasına q parametrelerinin eklenmesi ile geliştirilen ve “q-Pareto-skalar”, “Pareto-q-skalar” ve “q-Pareto-q-skalar” olarak adlandırılan seçim modelleri tanıtılmaktadır. Bu iki aşamalı mekanizmaların seçimin genel modeli çerçevesinde (klasik rasyonellik koşullarına uygunluk açısından) incelenmesi ve tek aşamalı klasik mekanizmalara indirgenebilirlik koşullarının araştırılması ile elde edilen sonuçlar, bunlara ilişkin ispatlanan teoremler aracılığı ile sunulmaktadır.

Modelin içerdiği klasik modellerin "seçimde tolerans" ve "ön eleme-seçim prosedürünü işletme" gibi iki makul gerekçe ve ihtiyaca cevap verdiğinin gösterilmesi uygulama bölümünün konusunu oluşturmuştur.

Uygulama bölümünde; "(q) Pareto - (q) skalar" iki aşamalı seçim modellerinin uygulama esaslarına ve yönetim / işletme alanındaki örnek uygulamalarına da yer verilmektedir. Bu amaçla ilk olarak bu modelin uygun olacağı öngörülen problemlerin özellikleri ortaya konulmakta, daha sonra mekanizmanın işleyişi için geliştirilen algoritma basit bir veri seti üzerinde açıklanmaktadır. Çözüm sonrası (ex-post) analizlere de olanak verecek biçimde genişletilen ve MS Excel üzerinde basit bir karar destek sistemi uygulaması halinde kodlanmış bir algoritma da bu bölümde sunulmaktadır. Son olarak, işletmecilik ve yönetim alanlarından seçilen iki farklı gerçek hayat problemi geliştirilen modellerle çözümlenerek, elde edilen sonuçlar değerlendirilmektedir.

Uygulamada ele alınan problemlerden ilki "bir yüksek lisans programına öğrenci seçimi"ne, diğeri ise "çok kriterli yaklaşımla hisse senedi ve çekici portföy seçimi"ne ilişkindir. Uygulama sonuçları diğer bazı yaklaşımların sonuçları ile karşılaştırılarak yorumlanmaktadır.

BİRİNCİ BÖLÜM

1 SEÇİM PROBLEMİNİN GENEL MODELİ

1.1 Seçim Problemi: Genel Çerçeve

Bireyler, organizasyonlar ve toplumlar hayatın her alanında ve gerçekleştirdikleri her faaliyette bir takım kararlar verir, seçimler yaparlar (Kahneman D. ve A. Tversky, 2000: 1). Bir birey hangi işte çalışacak, tüketici hangi ürünü satın alacaktır? Bir değerlendirme komitesi alternatif proje veya adaylardan hangisini kabul edecektir? Ya da bir toplum hangi siyasi partiyi iş başına getirecektir? Tüm bu soruların cevabı olabilecek çok sayıda alternatif davranış yolları -her zaman-vardır ve bunlardan "en uygun" olanını seçmek karar vermenin temel amacıdır. Buradaki "en uygunu seçme amacı", rasyonel bireyin bir "en çoklayıcı" (maximizer) olduğunu varsayan geleneksel anlayışa göre "en fazla faydayı ya da en düşük maliyeti sağlamak" olarak ifade edilir (Aleskerov F.T. ve B. Monjardet, 2002: 1).

Böylece, "karar verme" (decision making), "yaşamsal ve yönetsel amaçların gerçekleştirilmesi için alternatif davranış yollarının tespit edilerek, bunlardan amaçlara en iyi ulaştıracak olanının seçilmesi" olarak tanımlanır (Forman E. ve M.A. Selly, 2001: 1). Dolayısıyla karar problemi özünde seçim problemini barındırır. "Seçim" (Choice) ise kısaca, belirli bir alternatifler kümesinin bir şekilde tanımlanmış "en iyi" alternatife indirgenmesi sürecidir (Aizerman, MA. ve AV. Malishevski, 1981: 1030).

Seçim teorisi, daha geniş kapsamlı olan karar verme teorisinin nispeten yeni gelişmiş ancak artan ilgi gören bir alt dalıdır. Karar teorisi alanında son yıllarda ortaya konulan modellerin önemli bir kısmı doğrudan veya dolaylı olarak seçim problemi, onun mantığı ve metodolojik felsefesi üzerine odaklanmış durumdadır. Seçim problemi, matematikten istatistiğe, ekonomiden siyasal bilimlere, sosyolojiden psikolojiye bir çok disiplinin bakış açısını yansıtan bir yapıya sahiptir. Seçim problemine gösterilen bu ilginin problemin doğasından kaynaklanan bir kaç temel nedeni bulunmaktadır.

Birincisi, uygulamalı matematik ve kontrol bilimleri teorileri kapsamında incelenen bir çok problem bir biçimde veri bir alternatifler kümesi içerisinden "en iyi" alternatifin seçimi problemine indirgenmektedir (Aizerman, M. ve F. Aleskerov, 1995: 1-2). Optimal kontrol, matematiksel programlama gibi yöneylem araştırması modelleri ile temsil edilebilen bu türdeki problemlerde, planlar, stratejiler, olası üretim bileşimleri vb. alternatifler kümesini oluşturur. Olası alternatifler kısıt fonksiyonları tarafından tanımlanarak birbirleri ile karşılaştırılır. Karşılaştırma işlemi ile "en iyi" alternatife indirgeme süreci tek veya çok sayıda "optimallik kriteri" (optimality criterion) aracılığı ile gerçekleştirilmekte, yani bir "amaç fonksiyonu" (objective function) nun optimal değeri, kabul edilebilecek alternatifleri sınırlayan kısıtlar altında hesaplanmaktadır. Bu problemlerde optimize edilmek istenen bir amaç fonksiyonu ya da ölçek veya bunların bir kümesi ile birlikte kısıt fonksiyonları tanımlanarak modele dışarıdan sokulur. Birinci durumda tek kriterli/amaçlı (skalar) optimizasyon; ikinci durumda çok kriterli/amaçlı (vektörel) optimizasyon söz konusu olur (Bkz. V. Chankong, ve Y.Y. Haimes, 1983, Steuer, R.E., 1989). Bu modellerin amacı, kullanılacak amaç ve kısıt fonksiyonlarını doğru biçimde tanımlayarak, optimal veya uzlaşık bir çözümün bulunma koşullarını belirlemek ve kullanılan kriterlere göre ekstrem (maksimum veya minimum) yapan alternatifleri bulmak için bir teknik geliştirmektir.

Genel olarak belirli alternatifler arasından en iyisine bir optimallik kriteri ile ulaşma süreci kontrol teorisinden çok ekonomik - sosyal ve psikolojik fenomenlerle ilgilenen "karar analizi"nin kapsamına girmektedir. Buradan hareketle seçim teorisine gösterilen ilginin ikinci ve asıl nedeni olarak temel ekonomik ve sosyal modellerin "bireysel seçim" kavramını incelemiş olması gösterilir. (Samuelson P.A., 1938; von Neumann, J. ve O. Morgenstern, 1944; Arrow KJ., 1963; Luce RD, 1959). Bu modellere tüketici talebi modelleri, rekabetçi piyasa modelleri gibi mikro ekonomi ve işletmecilik yazınında geniş şekilde yer bulan modeller ile Walras, Arrow-Debreu gibi daha genel ekonomik modeller örnek olarak verilebilir. Bireysel seçim davranışını psikolojik açıdan inceleyen modeller ise seçim davranışını bireye ve onun değerler sistemine analizinin ilk aşamasında yer vererek çözümlemeye çalışır. (Houthakker HS., 1950, 1965; Savage, L.J., 1954; Fishburn P.C., 1964, 1970a; Keeney, R.L. ve H. Raiffa, 1976; Roberts, F.S., 1979; Dyer, J.S. ve R.K. Sarin, 1979; Vansnick, J.C., 1990; Keeney, R.L., 1992).

Tüm bu modellerde her bireyin kendine özgü ve maksimize etmeyi arzuladığı bir "fayda/değer fonksiyonu" (utility/value function) olduğu varsayılır. Diğer optimizasyon modellerinden farklı olarak burada fayda fonksiyonları dışsal olarak tanımlanmaz. Fayda fonksiyonunun şeklinin ve ne şekilde optimize edileceğinin birey tarafından içsel olarak bilindiği düşünüldüğünden, bireyin tercihlerinin "ölçülmesi" (measurement of preferences) ya da "çıkarımı" (elicitation) yoluyla bu fonksiyona ulaşmaya çalışılır. Bireysel seçim kavramından yola çıkan sosyal ve ekonomik teorilerin ortaya attıkları soru ise, "eğer her birey kendi faydasını maksimize etmek isterse ne olur?" şeklindedir.

Seçim problemine yönelik ilginin üçüncü gerekçesi ise, ekonomik aktivite ile ilgili değil, seçim kavramının politik (demokratik) süreç ve aktivitelerin merkezindeki konumu ile ilgilidir (Black, D, 1958; Fishburn, P.C., 1973, 1974b; Aleskerov

FT. ve V.I. Vol'skiy, 1984; Moulin H., 1988; Aleskerov F.T., Ersel H. ve Y. Sabuncu, 1999). Bu teori farklı oylama prosedürlerini ve bunların çıktılarını inceler. Bu tür modeller bir taraftan bireyin kendi faydasını maksimize edecek alternatiflere oy verdiğini varsayarak bireysel oylama ile gerçekleşen seçimi formalize ederken, diğer taraftan grup için "en iyi" alternatiflere ulaşma amacıyla oylama prosedürünün toplu değerlendirmesi sonucunda toplam faydayı maksimize etmeye çalışır.

Bu noktada çok kriterli bireysel seçim prosedürleri ile sosyal seçim (oylama prosedürleri) arasındaki yakın ilişkiyi vurgulamakta fayda bulunmaktadır (Pomerol, J.C. ve S.B. Romero, 2000: 20; ayrıca bkz. Vol'skiy V.I,. 1987). Eğer, toplumdaki her seçici bireyin kendi bakış açısına göre verdiği oylarla alternatifler arasında bir tercih sıralaması belirttiği ve çok kriterli yaklaşımdaki her bir kriterin de alternatiflerin farklı bakış açılarından değerlendirilmesi anlamına geldiği düşünülürse sosyal ve çok kriterli seçim kurallarının birbirleri için kullanılabileceği görülür.

Daha önce de belirtildiği gibi karar verme özünde seçim problemini barındırır, ancak ondan daha geniş kapsamlı problem kümesini ifade eder, yani seçim teorisi karar teorisinin bir alt dalı olmaktadır (Fishburn, PC., 1991: 27). Dolayısıyla seçim problemini karar problemleri içindeki konumu açısından incelemek gerekmektedir. Zira ele alınan bir karar problemi çeşitli faktörlerin dikkate alınması ile diğerlerinden farklı bir yere konumlandırılıp değerlendirilir. Ayrıca, ele alınan ister bir karar problemi, ister -daha spesifik olarak- seçim problemi olsun, onu doğru bir biçimde ifade etmek ve çözümü için uygun bir model ya da mekanizma kurgulamak için de problemin içerdiği unsurların ve bunların farklı özelliklerinin iyi tanımlanması gerekmektedir. Bu nedenlerle herhangi bir karar probleminin unsurlarına burada kısaca değinilerek, seçim probleminin genel karar problemleri ile farklı ve ortak yönlerinin vurgulanmasında fayda bulunmaktadır.

Karar probleminin çıktısı bir “karar”dır. Bu çıktı, en-iyi ya da uzlaşık çözüm veya alternatiflerin derecelendirilmiş (sıralanmış) bir listesi, farklı sınıfları ya da bir seçim kümesi şeklinde olabilir. Problemin girdileri ise, “karar verici”ye bir kararın verilmesi gerekliliğini anlatan ve karar verme sürecini başlatan bir işaret ile “karar durumu”nun açıklanmasına yardımcı olan verilerden oluşur. Tipik bir karar probleminin unsurları şu şekilde sıralanabilir: "Karar Verici" (Decision Maker), "Karar Durumu" (Decision Situation), "Karar Kuralı" (Decision Rule) ve "Değerlendirme Kriterleri" (Criteria) kümesi (Chankong V. ve Y.Y. Haimes, 1983: 4-5).

Karar verici bir birey olabileceği gibi, bir grup da olabilir; birinci durumda "bireysel karar verme", ikinci durumda "grup karar verme" ya da "sosyal seçim" den bahsedilir. Buna göre, olası karar alternatifleri tek karar vericinin yargılarına göre değerlendiriliyorsa bireysel, birden çok karar vericinin bakış açısından ele alınıyorsa toplumsal karar/seçim problemi tanımlanır (Arrow KJ., 1963, Sen AK., 1970). Olası karar alternatiflerinin değerlendirilmesi tek bir kritere göre yapılıyorsa tek kriterli, çok kritere göre gerçekleştiriliyorsa çok kriterli karar/seçim problemi adını alır (Hwang C.L. ve K. Yoon, 1981; Chankong V. ve Y.Y. Haimes, 1983; Steuer RE., 1989). Toplumsal veya çok kriterli karar problemleri çok boyutlu olmaları nedeniyle benzer analizlere tabi tutulabilirler.

Karar durumu ya da onu belirleyen girdiler, belirsizlik (uncertainity) veya bulanıklık (fuzziness) içerebilir-içermeyebilir; birinci durumda "belirsizlik altında" ya da "bulanık", ikinci durumda "belirlilik altında" karar verme söz konusu olur. (Belirsizlik ve risk altında karar verme/seçim teorileri için bkz. Arrow KJ., 1965; Whitmore, G.A. ve M.C. Findlay (eds.), 1978; Kahneman D. ve A. Tversky, 1979; Fishburn P.C., 1982; Fishburn P.C. ve I.H. La Velle, (eds.), 1989; bulanık karar modelleri için temel kaynaklar olarak bkz. Zadeh, L.A., 1965 ve 1968). Karar sürecinin özelliğine göre kullanılan farklı karar ya da seçim kuralları elde edilecek çıktıları etkiler. Uygun çözüme ulaşmakta kullanılan ve karar kurallarının temelini oluşturan kriterler kümesi ise yukarıda da vurgulandığı gibi tek ya da çok elemanlı olabilir.

Bu çalışmada belirlilik altında ve tek veya çok boyutlu seçim problemleri ele alınacaktır. Bu açıklama ile birlikte bu noktada seçim problemlerinin karar problemleri içindeki konumunu daha da belirginleştirmek için farklı bir ayrıma yer verilecektir. Bazı kaynaklarda (çok boyutlu ya da çok kriterli) karar problemleri, "seçim" ve "tasarım" problemleri olarak ikiye ayrılmaktadır (Hwang C.L. ve K. Yoon, 1981: 1; Steuer R.E., 1989: 5). Buna göre, değerlendirme kriterlerinin dışsal olarak tanımlanan amaç fonksiyonları ile ifade edildiği; sonsuz sayıda ve değerleri dışsal olarak modele girilen kısıt fonksiyonları ile sınırlanan alternatifler arasından optimal olanın süreç sonrasında belirdiği modeller tarafından temsil edilen karar problemlerine tasarım problemleri adı verilmektedir. Örneğin bir imalat firmasının bir ürünün üretiminde maliyetini minimize etmek için hangi bileşenden ne kadar kullanılacağını tasarlaması böyle bir problemdir. Diğer taraftan bu ayrıma göre aynı firmanın seçim problemi, belirli üretim teknolojisi tipleri arasından en iyi üretim teknolojisinin belirlenmesi olabilir.

Çalışmamızda belirgin ve sayılabilen (sonlu sayıda) karar alternatifleri kümesi içinden yapılacak seçim problemi ele alınacaktır. Buna göre her alternatif, bir ölçek, kriter ya da fayda fonksiyonu üzerinde aldığı değerler ile sayısal eksenlerde konumlandırılmış birer nokta ile temsil edilir. Ayrıca, bazı kaynaklarda, genel kabul görmüş bir yaklaşım olarak, belirgin alternatifler söz konusu olduğunda da dört tür problemin söz konusu olabileceği ve seçim probleminin bunlardan biri olduğu ileri sürülmektedir (Roy, B., 1996: 56-73). Bunlar; "seçim" (choice), "sınıflandırma" (sorting), "derecelendirme" (ranking), "tanımlama" (description) problemleri olarak sayılmaktadır. Burada ele alınacak olan belirgin alternatifler arasından seçim problemi, bu ayrıma göre birinci türdeki problem olmaktadır.

Problemin unsurlarının özelliklerine ilişkin son olarak, karar vericiden elde edilecek bilgilerin modellemeyi ve modelin çözümü için kullanılacak yöntemlerin kurgulanmasını etkilemekte olduğunu belirteceğiz. Buna göre bir karar problemi, problemin unsurları ile ilgili karar vericiden elde edilebilen bilginin fazla olduğu (karar vericinin alternatiflerin alacağı değerleri ya da fayda fonksiyonunu iyi bir şekilde tanımlayabildiği, kriterler arası öncelikleri net olarak bilebildiği) bir uç durumdan; ihtiyaç duyulan bilginin karar vericiden edinilemediği diğer uç durum arasında bulunur. Birinci duruma daha yakın problemler, "açıklayıcı" (descriptive) yaklaşımlarla çözümlenirken; ikinci türdeki problemler "kuralcı / kurala dayalı" (normative) yaklaşımlara daha uygun olmaktadır (Kahneman D. ve A. Tversky, 2000: 1; Larichev, O.I., 1999, 5.1-5.24).

Kurala dayalı analizlerde seçimin ya da karar vermenin mantığı, rasyonellik koşulları, iyi bir seçimin nasıl olması gerektiği formal ifadelerle kurgulanırken; tanımlayıcı analiz, bireysel tercih ve inançların oldukları gibi incelenip çıkarsanması ile ilgilenir. Karar vericiden elde edilen bilginin azlığı; genellikle karar vericinin problemle ilk defa karşılaşması, problemin alternatif sayısı, kriter sayısı vb. boyutlarının çok büyük olması gibi durumlarda söz konusu olmakta, insanoğlunun aynı anda birden fazla faktörü değerlendirmesindeki zorluk ve bilgiyi işleme kapasitesindeki sınırlılık veya karar vericinin bilgi vermekte isteksiz davranması nedeniyle ortaya çıkabilmektedir (Larichev, O.I., 1999, 5.1-5.24).

Buradan hareketle, karar verme / seçim yöntemleri bilgiyi işleme açısından farklı sınıflandırmalara tabi tutulmuştur. Örneğin çok kriterli problemlerde alternatifleri değerlendirmede hangi kriterin ne kadar daha önemli olduğu bilgisine ulaşabilmek için karar vericinin kriterler arasında ikame yaparak her birinin önem ağırlıklarını belirlemesine olanak veren ve böylece alternatiflerin tüm kriterlere göre tek bir bütüncül değerini hesaplayabilen modeller tasarlanmıştır. Bu modellere "telafi edici" (compensatory) modeller, tersine bu bilginin elde edilemediği problemler içinse "telafi edici olmayan" (non-compensatory) veya en temel hali ile "baskınlık" (dominance) modelleri adı verilir. (Bu modellerin metodolojik bir sınıflandırması için bkz. Hwang C.L. ve K. Yoon, 1981: 9-11 ve 209). Literatürde insanların özellikle çok boyutlu problemlerde daha basit seçim stratejilerini tercih ettikleri konusunda deneysel kanıtlar ortaya koyan çalışmalar mevcuttur. (Luce, M.F. ve diğ.,1997; Hogarth, R.M. ve N. Karelaila, 2005). Problemin unsurları ile ilgili karar vericinin yargılarına ulaşmakta karşılaşılan söz konusu zorluklar nedeniyle basit kurallara dayalı yaklaşımlarla üretilen prosedürler önemini korumaktadırlar.

Yukarıda çizilen genel çerçeve daraltılarak özetle burada ele alınacak problem, *birden çok bakış açısına göre belirli değerler alan, belirgin ve sonlu sayıda alternatifler arasından "en iyi" alternatifin, kriterler arası ikame bilgisinine ihtiyaç duymayan kurallara dayalı yöntemlerle seçilmesi* problemidir.

1.2 Seçim Teorisinde Farklı Yaklaşımlar

1.2.1 Klasik Yaklaşım

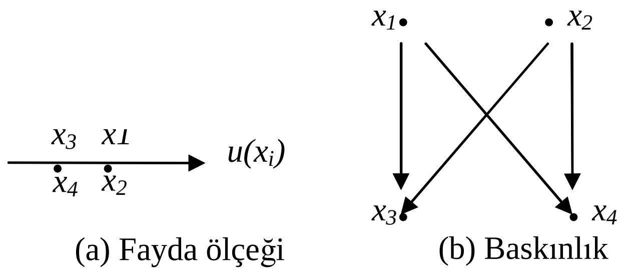
Seçim teorisinde "klasik" ya da "geleneksel" yaklaşıma göre, belirgin alternatiflere atanan değerler sayısal eksenlere konumlandırılarak fayda/kriter fonksiyonları oluşturulur ve fayda maksimizasyonu (maliyet minimizasyonu) amacına en fazla uyan, yani sayısal eksende en üst (en alt) konuma sahip alternatif seçilir. Bu genel modele "optimizasyonel seçim" adı verilir ve bunun rasyonel davranışın gereği olduğu savunulur (Aizerman, M. ve F. Aleskerov, 1995: 2).

Fayda fonksiyonunun maksimizasyonu kavramı bireysel seçim sorununu ele alan tüm sosyal disiplinlerin odağında yer almıştır. Bireyin fayda fonksiyonu ile ilgili ilk çalışmalar 18. yüzyıla kadar uzanır (Bentham, J., 1789). Önceleri bazı ekonomistler alternatiflerin faydaları birleşiminin bu faydaların toplamı olarak ifade edilebildiği kardinal fayda fonksiyonu kavramını açıklamışlardır. 20. yüzyılın başlarında V. Pareto bu toplamsal fayda fonksiyonunu eleştirmiş ve faydayı sıralı (ordinal) olarak ölçmek gerekliliğini öne sürmüştür (Pareto V., 1889, 1909). Pareto' nun bu yaklaşımı sözel olarak şöyle açıklanabilir: "Bir bireyin karşısında karşılıklı birbirini dışlayan olası belirgin alternatifler kümesi (örneğin bir tüketici- nin satın alabileceği olası ürünler) olsun. Bu küme aralarında tam bir sıralama ilişkisi bulunan farksızlık / kayıtsızlık sınıflarına bölünebilir. Yani, eğer iki alternatif (iki ürün) aynı sınıf içerisinde ise birey bunlar arasında kayıtsızdır. Hangisini seçerse seçsin bir şey farketmeyecek, faydası azalmayacaktır. Eğer bunlar farklı sınıflarda iseler, o zaman birey üst sınıfta olanı alt sınıfta olana tercih eder. İşte, bu sınıfları bireyin bir alternatifi diğerine tercih etme derecesini belirtecek şekilde sıralı sayılarla ifade edersek, birey en üst sınıfta yer alan alternatif ya da ürünleri seçecektir." (Aleskerov F.T. ve B. Monjardet, 2002: 1).

Sözel olarak ifade edilen fayda maksimizasyonu modeli, alternatifler arasında "ikili bağıntılar" (binary relations) kurgulanarak formülize edilen "Tercih Maksimizasyonu Modeli"ne (Preference Maximization Model) denktir (Aleskerov F.T. ve B. Monjardet, 2002: 1). Alternatifler arasındaki "ikili bağıntılar" (binary relations) ile ilgili çalışmalar aslında çok öncelere dayanır (Condorcet, M., 1785; Borda, J.C., 1781). Ancak sonradan ikili bağıntılar tercihlerle formal olarak çalışmanın en yaygın yolu olarak benimsenmiştir (M. Roubens ve P. Vincke, 1985: 1; Aleskerov FT., 1999: 16). Böylece bireysel yargılar ve seçim davranışı matematiksel olarak alternatifler arası ikili bağıntılar ile formülize edilerek, optimal seçimin yapılması için gerekli bağıntı türlerini ve seçim kurallarını tanımlanmıştır. Buna göre birey iki alternatif (x ve y) arasında seçim yapmak durumunda kaldığında x'i y'ye katı bir biçimde tercih ediyorsa x'i seçer. Bu bireyin x'i y'ye göre üst sıraya (sınıfa) koyduğu, diğer deyişle bireyin tanımladığı tercih ilişkisine göre x alternatifinin y'ye "baskın" (dominant) olduğu anlamına gelir. Birey, eğer bunları birbirinden farksız görüyorsa aynı sınıfa koyacaktır. Seçim yapacak birey alternatifler kümesinde katı tercih ilişkisine göre kendisine baskın alternatif bulunmayanları seçecektir. Böyle bir ikili tercih ilişkisinin maksimize edilmesi temeline dayalı seçimin genel modeli "İkili-Baskın Seçim" (Pair-Dominant Choice) ya da "Klasik Rasyonel Seçim" (Classical-Rational Choice) adını almaktadır.

Bu şekilde kurulan seçim mekanizmasının işlemesi için burada tanımlanan tercih ilişkilerini (katı tercih ve farksızlık ilişkileri) temsil eden ikili bağıntıların en azından "geçişlilik" (transitivity) özelliğini sağlaması şarttır. Buna göre, farksızlık ilişkisinin geçişlilik özelliği "Eğer x en azından y kadar tercih edilebilir (x ve y farksız) ve y de en azından z kadar tercih edilebilir (y ve z farksız) ise; x en azından z kadar tercih edilebilir (x ve z farksız) olmalıdır." ifadesi; katı tercih ilişkisinin geçişlilik özelliği ise "Rasyonel bir birey eğer x'i y'ye, y'yi de z'ye katı bir biçimde tercih ediyor ise o zaman x'i z'ye katı bir biçimde tercih etmelidir." önermesi ile tanımlanır.

Tek bir fayda/kriter fonksiyonu ve ikili baskın tercih ilişkilerine dayalı bu iki yaklaşımı bir örnek üzerinde aşağıdaki şekildeki gibi gösterebiliriz:



Şekil 1.1: Alternatiflerin Fayda Sıralaması ve Aralarındaki Baskınlık İlişkileri - Örnek

Bu şeklin (a) kısmında x_i, $i = 1, 2, 3, 4$ alternatiflerinin sıralanmış faydalarına göre sayısal eksende yerleştirildikleri varsayılarak, (b) kısmında aralarındaki ikili tercih ilişkileri yönlü oklarla gösterilmektedir. Buna göre x_1 ile x_2 ve x_3 ile x_4 aynı sınıfta yer alırken, x_1 ile x_2 bir üst sınıfı temsil etmektedirler ve diğerlerine baskındırlar. Dolayısıyla ikili baskınlık veya optimizasyon kuralına göre seçilen alternatifler x_1 ile x_2 olacaktır.

Klasik yaklaşımı tanımlayan bu modeller (mekanizmalar) ortaya konulduktan sonra ikili-baskınlık ve tercih ilişkilerinin rasyonellik özellikleri ayrıntılı incelemelere konu olmuş ve teori bu yönde geliştirilmiştir. P.A. Samuelson (1938) çalışmasında teoriye önemli bir katkı yapmıştır. Samuelson rasyonel seçim teorisini bireyin tercihleri ile ilgili "önceden kabul edilmiş" varsayımlara dayandırmak yerine, karar vericinin yaptığı seçimleri gözlemlemek üzerine inşa etmiştir. Bu şekilde, rekabetçi bir piyasada tüketicilerin seçim yapması problemi kapsamında bir "tutarlılık" (consistency) şartını ortaya koymuştur. Sonradan bu koşul "Açıklanmış (Açığa Vurulmuş) Tercihlerin Zayıf Aksiyomu" (Weak Axiom of Revealed Preferences) adını alacaktır. Bu aksiyom, tüketici seçimlerinin fayda maksimizasyonu ya da eşit olarak tercih ilişkileri maksimizasyonu anlamında tanımlanabilmesini sağlayan ikili bağıntıların alternatifler arasında "Zayıf Sıra" (Weak Order) oluşturması gerekliliğini ifade eder. Zayıf sıra, alternatiflerin örneğin yukarıdaki şeklin (b) kısmında gösterildiği gibi sıralanmış olması anlamına gelir.

1950'lerden itibaren, Samuelson'un teorisi daha soyut ve genel bir kapsamda genişletilmiştir. Böylece bir veya daha fazla kritere (fayda fonksiyonuna) göre optimizasyonel seçim kavramı, seçimin ikili tercih ya da baskınlık ilişkilerine dayalı olarak tanımlanması fikri ile bir araya getirilmiş ve bunlar rasyonel seçimin koşulları ile örtüştürülmüştür.

Bu doğrultuda, H. Chernoff (1954), H.S. Houthakker (1950) ve K.Arrow (1968, ilk baskı 1951) çalışmalarında klasik rasyonellik ilkelerine seçim fonksiyonu kavramı temelinde farklı bir bakış açısı getirmişlerdir. Buna göre, olası alternatifler kümesinin kapsadığı her alt kümeden yapılacak seçim ve bu seçimin yapıldığı küme ikililerine "Seçim Fonksiyonu" (Choice Function) adı verilmiştir. Bu çalışmalarda seçim fonksiyonları tarafından temsil edilen seçimlerin yukarıda değinilen fayda maksimizasyonu veya optimizasyonel modeli sağlaması için gerekli karakteristik koşullar yani "rasyonellik koşulları veya aksiyomları" ortaya konulmuştur. Böylece, alternatifler kümesinden en iyisinin seçimi için "akla uygun - makul veya anlamlı" (reasonable) tek yolun, bunlar arasında yapılacak ikili karşılaştırmalarda baskın olan alternatifleri seçen kurallara dayalı prosedürlerin kullanılması olduğu öne sürülmüştür.[1]

[1] Çalışmamızın "Klasik Rasyonellik Koşullarının Tanımları" başlıklı alt bölümünde (1.4.1.) rasyonellik koşulları bu yaklaşıma uygun olarak benimsenen notasyon ve biçimsel ifadeler kullanılarak açıklanmaktadır.

K. Arrow (1959)'da rasyonel seçim kavramının bu üç farklı açıdan tanımları (fayda/kriter maksimizasyonu, açıklanmış tercihlerin zayıf aksiyomu ve seçim fonksiyonlarının rasyonellik özellikleri) birleştirilmiştir. Sonuç olarak klasik rasyonellik koşulları veya klasik optimallik yaklaşımı "uygun olan ve olmayan" seçim prosedürlerini birbirinden ayıran temel ölçütler olarak kabullenilmiştir.[2]

1.2.2 Klasik-Olmayan Yaklaşımlar

Klasik rasyonellik koşullarından sapmalarla ilgili örnekler seçim teorisinin en başından beri ortaya çıkarılmışsa da (Örneğin iyi bilinen Borda ve Condorcet Oylama Paradoksları), başlangıçta bunların ender görülen anomaliler olduğu iddia edilmekteydi. Ekonomi yazınında bugün hala fayda/kriter veya zayıf sıra maksimizasyonu paradigması klasik talep teorisinin temellerini oluşturmaktadır. (Aleskerov F.T. ve B. Monjardet, 2002: 2; Mas-Colell, A ve diğ., 1995).

Ancak 1950'lerden sonra, gerek ekonomi, gerekse genel seçim teorisi yazınında klasik yaklaşıma ciddi eleştiriler yöneltilmiş; klasik rasyonelliğin bireyin gerçek problemler karşısındaki davranışını açıklamakta yetersiz kaldığı ortaya konulmaya başlamıştır. Bu eleştirilerden önemli bir tanesi ilk kez 1950 yılında H. Simon tarafından ortaya konulan "sınırlı rasyonellik" (bounded rationality) yaklaşımıdır (Simon H., 1982). H. Simon bireylerin bir alternatifler kümesi içerisinden "en iyi" alternatifi değil de bireye kriterlerin belirli seviyelerinin üzerinde tatmin sağlayan alternatifi seçme eğiliminde olduğunu söylemiştir. Bu yaklaşım "tatmin edicilik" (satisfying) davranışını "optimize etme" (optimizing) davranışının yerine koymaktadır ve geniş ölçüde kabul görmüştür.

R.D. Luce (1956) rasyonel davranışın sınırlanmış başka bir türünü ortaya koyarak, "ayrıştırma eşiği" (discrimination threshold) içeren optimizasyon kavramını

[2]Rasyonel seçim teorisi ile ilgili kapsamlı tarama çalışmaları için için A. Sen (1987) ve K. Suzumura (1983)'e bakılabilir.

ortaya atmıştır. Klasik yaklaşımın çıkış noktası olan ve bireyin tercih yapısında yer alan farksızlık ilişkisinin ikili bağıntılarda geçişlilik özelliğini sağladığı kabullenmesini eleştirmiştir. R.D. Luce'nin ünlü "kahve-şeker örneği"ne göre; "bir kişi, şekersiz bir fincan kahve ile, yarım kaşık dolusu şeker konulmuş bir fincan kahve arasında ve yarım kaşık dolusu şeker konulmuş bir fincan kahve ile tam kaşık dolusu şeker konulmuş bir fincan kahve arasında eşdeğerlik görebilir. Ancak, bu aynı kişinin şekersiz kahve ile tam kaşık şeker konulmuş kahveyi (tam şekerli kahve) farksız göreceği anlamına gelmez. Kişi bu karşılaştırmada "tam şekersiz" veya "tam şekerli" kahveden birini diğerine tercih edebilir." (Aleskerov F.T. ve B. Monjardet, 2002: 4).

Bu eleştiriden iki sonuç çıkmıştır.

Biri, her durumda farksızlık ilişkilerinin geçişli olmayabileceğidir. Böyle bir durumda geçişlilik olmadığı için rasyonellik veya tutarlılık anlamında akılcılığın olmadığından bahsedilebilse de, kelime anlamıyla "akılcılığın" olmadığından bahsedilemez. Diğer bir anlatımla, yukarıdaki gibi makul bir sebebi olan geçişsiz (tutarsız) tercihlerle karşılaşılaşılması doğaldır. Ancak bu klasik yaklaşımdan sapma anlamına gelir. (Tversky A., 1969; P.C. Fishburn P.C. 1970b).

İkincisi, kişinin iki alternatif arasında kesin bir fark görmesi için bu alternatiflerin değerleri arasında bir "eşik değeri"nin (indifference threshold) aşılmasını isteyebileceğidir. Bu bireyin "ayrıştırma gücü" (discrimination power) olarak da adlandırılır. (Armstrong, W., 1950). Bu sonuç, farklı özelliklerdeki ikili bağıntı ve sıralama türlerinin (örn. "yarı-sıra" (semi order)) tanımlanmasına ve "aralık ölçeğinde" (interval scale) tanımlı seçim modellerinin tasarlanmasına yol açmıştır. (Fishburn , P.C., 1985; Aleskerov, F.T. 1980, 1981 ve 1994). Bu mekanizmaların farklı türlerinin çalışılması sonucunda klasik koşullardan sapmalar ortaya konulmuştur.

Özellikle 1970'lerden sonra rasyonel bakış açısı kesinliğini tamamen kaybetmiştir. Örneğin rasyonellik paradigmasını ortaya koyanlardan biri olan A. Sen aynı zamanda onu eleştiren önemli yazarlardan birisi olmuştur. (Sen, A., 1970, 1977, 1993; 1994; 1997). A. Sen bazı ussal deneyler oluşturarak rasyonel davranışın tümüyle fayda maksimizasyonuna (optimizasyona) dayanmadığını savunmuştur.

İki ünlü psikolog D. Kahneman ve A. Tversky de bireylerin seçim davranışında tüm kriterleri eş anda bir optimizasyon kuralına göre değerlendirmek yerine; alternatifleri her kritere göre ayrı ayrı ele alıp ardışık bir eleme gerçekleştirerek nihai seçime ulaştıklarını, yani "Çeşitli Yönlere Göre Eleme" (Elimination by Aspects) prosedürü ile seçim yaptıklarını iddia etmişlerdir (Tversky A., 1969; Tversky A., 1972a, 1972b; Tversky A. ve D. Kahneman, 1986).

Artan bir sıklıkta yapılan bir çok başka yayında anlamlı ve gerçek karar durumlarına uygulanabilir çok sayıda seçim yönteminin geleneksel rasyonellik şartlarını sağlamadığı ortaya konulan örneklerle gösterilmiştir. (Fishburn, P.C., 1971; Plott, C., 1973; Sertel, M. ve der Bellen, A.V., 1979; Aizerman M.A. ve A.V. Malishevski, 1981; Deb, R., 1983; Aumann R.J., 1986; Aleskerov FT. ve V.I. Vol'skiy, 1984, 1987; Vol'skiy V.I., 1987; Green D. ve I. Shapiro, 1994). Bu çalışmalarda yer alan örnek mekanizmalar "doğal" (natural), "makul - akla uygun" (reasonable) veya seçim pratiğinde "yaygın uygulamaları olan" (widely - applicated) mekanizmalar olmalarına karşın, ürettikleri seçim fonksiyonları klasik - rasyonellik koşullardan sapmalar göstermektedirler. Bu ilgi çekici bulgu bu modellere "klasik - olmama" özelliği kazandırmaktadır.

Bu noktada konuyu somutlaştırmak açısından söz konusu örnek seçim modellerinden bir kaç tanesine kısaca değinilecektir.

Bu örneklerden birisi "Toplanmış/Birleşik Optimal Seçim" (Joint / Collected Extremal Choice) modelidir. Bu mekanizma çok kriterli bir yapı üzerinde tanımlanır ve kriterlerin ayrı ayrı her birine göre "en iyi" (maksimal ya da minimal) olan alternatifleri seçerek bunları nihai bir seçim kümesi içerisinde toplar. Bu mantığı kullanan bir seçim, uygulamada örneğin, farklı özellikleri ya da yetenekleri açısından ön plana çıkan oyunculardan bir takım kurulması anlamına gelir. Böylesine bir mekanizmanın klasik rasyonellik koşullarından genel durumda sapmalar göstereceği ortaya konulmuştur (Plott, C. 1973; Litvakov, B.M., 1981; Aizerman, MA. ve AV. Malishevski, 1981: 1034; Aizerman, M. ve F. Aleskerov, 1995: 80-136).

Bu örneklerden bir diğeri ise "Turnuva Tipi Seçim" (Tournament Choice) modelleridir. Bu modellerde, birbirleriyle karşılaştırılan alternatiflerin (veya bir turnuvada birbirleriyle karşılaşan oyuncular) satır ve sütün başlıklarını oluşturduğu bir kare matris yapısı (turnuva matrisi) kurgulanır. Bir oyuncunun diğerine karşı elde ettiği galibiyetler (veya alternatifler arasındaki üstünlükler) sayılarak elde edilen değerler bu iki oyuncuyu (alternatifi) temsil eden satır-sütun kesişimine yazılır. Her alternatife ait satırdaki kazançlar toplanarak alternatifin toplam puanı hesaplanır ve alternatifler çok bilinen seçim kurallarına göre (en fazla puanı toplama veya maksimumların minimumu vb.) karşılaştırılırlar. Ancak yine, bu akla yakın ve oldukça sıklıkla uygulanan (örneğin bir satranç turnuvasını veya bir spor türünde lig uygulaması) bir temel düşünüşe dayanan seçim mekanizmasının dahi genel olarak klasik rasyonellik koşullarını sağlamadığı gösterilmiştir (Vol'skiy, V.I. 1982, 1987; Vol'skiy V.I. ve B.M. Litvakov, 1986, Aizerman, M.A. ve AV. Malishevski, 1981: 1035-1036; Aizerman, M. ve F. Aleskerov, 1995: 123-130).

Diğer bir örnek olarak, çalışmamızın ikinci bölümünün de çerçevesini oluşturan, "İki Aşamalı Seçim Mekanizması" (Two-Step Choice) verilebilir. Bu model iki ayrı seçim mekanizmasının ardışık olarak işletilmesi ile oluşur. Bunun en iyi bilinen türü ilk aşamasında alternatifler kümesinin bir elemeye tabi tutularak daraltıldığı ve ikinci aşamada bu daraltılmış kümeden seçim yapıldığı prosedürlerdir. Bu mekanizmanın temel mantığı şöyle işler: Olası alternatifler kümesinden ister tek ister çok kriterli optimizasyon seçim mekanizması tarafından birden fazla alternatif seçilebilir. Bu durumda, elenmeyen alternatifler ikinci bir kriter optimizasyonu seçim mekanizması tarafından seçilmek üzere sunulabilir. Böylece oluşan iki aşamalı seçim mekanizması her iki aşaması da klasik rasyonel mekanizmadan oluşsa bile bütüncül olarak rasyonellikten sapma göstermektedir (Aizerman, MA. ve AV. Malishevski, 1986; Aizerman, M. ve F. Aleskerov, 1995: 111-123; Malishevski, A.V. 1985; Lahiri S., 2000).

Son olarak, bir başka örnek de belirgin alternatifler kümesinin "ortanca" (median) elemanını seçmeyi esas alan seçim davranışını karakterize eden seçim mekanizmasıdır. Böyle bir mekanizmanın genel olarak rasyonellik koşullarının hiç birini sağlamadığı gösterilmiştir (Baigent N ve W. Gaertner, 1996; Gaertner, W. ve Y. Xu, 1999).

Bu noktadan hareketle seçim teorisinde cevaplanması gereken iki soru gündeme gelmiştir: "Sıklıkla uygulanan ve anlamlı sonuçlar veren ancak genel olarak rasyonellik koşullarını sağlamayan söz konusu mekanizmalardan hangileri ve hangi koşullar altında klasik optimizasyon mekanizmalarına indirgenebilir, hangileri indirgenemez yapıdadır?" ve "Bunları kapsayacak yeni bir teorik üst yapı kurgulanabilir mi?"

Bu çalışmada ortaya konulacak model ilk soru doğrultusunda inceleme konusu yapılacaktır. İkinci soruyu cevaplamak içinse araştırmalar sürdürülmektedir. Bu araştırmalar seçim işleminin tabanı olarak sadece alternatiflerin ikili karşılaştırmalarının değil de, ayrıca alternatif kümelerinin (alt-kümelerin) karşılaştırılmasının seçim üzerindeki etkilerinin ele alınması gerektiğini savunmaktadırlar. Bu görüş, ikili baskınlık yapılarının yerine, seçim kümesinin kapsamının tümü dikkate alınarak oluşturulan (context dependent), "genişletilmiş ikili baskınlık ilişkileri" (extended binary relations) ya da "hiper - ilişkiler" (hyperrelations) tanımlarının ortaya çıkmasına yol açmıştır (Aizerman, MA. ve AV. Malishevski, 1981: 1035-1040; Aizerman, M. ve F. Aleskerov, 1995: 157-185; Tversky, A. ve I. Simonson, 1993; Nehring, K. ve C. Puppe, 1998).

Teorideki tüm bu gelişmelerden ulaşılan temel sonuç, kurgulanabilecek seçim modellerinde bir ya da bazı klasik / rasyonel özelliğin ihlal edilebileceğinin; dolayısıyla, klasik yaklaşımdan sapmaların ona uymakla eşit derecede doğal olduğunun kabulü olmuştur. Böylelikle, gerçek hayat problemlerinden çıkarsanabilecek veya bunlara uygulanabilecek, kendi mantıksal yapısı içinde tutarlı, kabul edilebilir gerekçeleri olan bir seçim modeli tasarlanabilir. Bunların teorik temellerinin kurgulanmasında ise sadece alternatifler arasındaki ikili bağıntılar değil ayrıca daha komplike, çoğul ilişkiler önemli rol oynar. Bu modeller arasında klasik olarak nitelendirilebilecek olanlar üzerinde yapılan basit değişikliklerle modifiye edilmiş modellerin de olduğu dikkate alındığında bu sonuçlar daha da dikkat çekici olmaktadır. (Aizerman, M. ve F. Aleskerov, 1995: 4-7, 131-136).

Aşağıda seçim teorisi biçimsel bir model ile açıklandıktan sonra rasyonellik koşulları ve bunlara uyan klasik seçim mekanizmaları tanıtılacaktır.

1.3 Seçimin Biçimsel Modeli: Temel Kavramlar

Burada, yukarıda çerçevesi çizilen seçim problemini ele alan genel seçim teorisi, yaygın kullanımı olan gösterim ve kavramları içeren bir biçimsel model yardımı ile sunulacaktır (Aizerman, MA. ve AV. Malishevski, 1981: 1030; Aizerman, M. ve F. Aleskerov, 1995: 8-15).

Modelde öncelikle x, y, z veya a, b, c gibi harflerin simgelediği alternatifleri içeren bir A kümesinin var olduğu ya da tanımlanabildiği varsayılmaktadır. Gerçek hayat problemlerinde bu alternatifler; çeşitli adaylar, planlar, projeler, stratejiler veya aday listeleri, ürün sepetleri vb. olabilir. Neye bir alternatif denileceği burada sunulacak formal modelin dışında kalan bir konudur. Biçimsel formda modelleme bir alternatifler kümesi, yani A tanımlandıktan sonra başlar. Bu kümenin elemanları ele alınan problem ile yakından ilişkili olarak yaratıcı bir süreç sonunda tanımlanırlar. Spesifik bir probleme ilişkin cevabı kuramsal olarak araştırılacak sorular ve analizin başarısı A kümesinin uygun biçimde tanımlanmasına bağlıdır.

Alternatifler kümesi A'nın uygun biçimde tanımlandığını varsayılsın. İlk olarak önceki alt bölümde de belirtildiği üzere bu çalışmada $|A| \geq 2$ olmak üzere A'nın sonlu bir küme olduğu düşünülecektir. Ayrıca, A'nın boş olmayan alt kümeleri X ile gösterilerek A'dan oluşturulabilecek tüm alt kümeler yani A'nın kuvvet kümesi 2^A olarak ifade edilirse, her hangi bir X kümesi ($X \in 2^A$) üzerinde bir seçim işleminin gerçekleştirilmesi için sunulabilir. Buna X "sunumu" da (presentation) denilir. Bir X sunumu A'dan alınmış tek bir alternatiften ibaret olabileceği gibi A kümesinin tamamından da oluşabilir.

Örnek olarak $A = \{x, y, z\}$ olduğu varsayılıp, boş küme dışarıda bırakılarak, $2^A = \{\{x, y, z\}, \{x, y\}, \{y, z\}, \{x, z\}, \{x\}, \{y\}, \{z\}\}$ yazılırsa, böyle bir kümeden $\{x, y, z\}$, $\{x, y\}$ veya $\{z\}$ gibi alt kümelerin her biri bir X sunumu olarak alınabilir.

Bir $X \in 2^A$ kümesi seçim işlemi için sunulmuş olsun. Belirli bir algoritma, (örneğin optimizasyon) kullanılarak bu kümeden seçim yapılır. Bu seçimi, burada "seçim kümesi" Y ile belirteceğiz. Eğer herhangi bir $X \in 2^A$ kümesinden yapılan seçim tek bir alternatif içeriyorsa yani $|Y| = 1$ ise seçim ‘tekli seçim" (singular choice) olarak adlandırılırken, Y birden fazla alternatifi kapsıyorsa yani $|Y| > 1$ ise "çoklu seçim"den (multiple choice) bahsedilir.

Seçimin genel modeli aşağıdaki Şekil 1.2'deki gibi şematize edilebilir. Buna "seçim dönüştürücü" (choice converter) adı verilir. Burada bir $X \in 2^A$ sunumundan bir takım algoritmalar yardımı ile seçim yapılarak $Y \subseteq X$ seçim kümesine ulaşılır.

Şekil 1.2. "Seçim Dönüştürücü"

Böyle bir dönüştürme sonucunda her X kümesine bir $Y \subseteq X$ atanacak ve bunlar (X, Y) küme ikililerini oluşturacaklardır. Bu ikililer kümesi "Seçim Fonksiyonu" (Choice Function) olarak adlandırılır ve $C(\cdot)$ ile gösterilirse her ayrı X için $Y = C(X)$ atanacağı görülür.

Böylece oluşan *seçim fonksiyonu* $C(\cdot)$, formal ifadelerle; *herhangi bir* $X \in 2^A$ *için* $C(X) \subseteq X$ *kısıtı altında gerçekleştirilen* $C : 2^A \to 2^A$ *konumlandırması* olarak tanımlanır. (Arrow, K., 1963: 2. Bölüm; Fishburn P.C., 1974a: 729).

Seçim fonksiyonu geleneksel olarak iki yolla gösterilir;

1. Eleman bazında gösterim: $C(X) = \{y \in X \mid ...\}$.

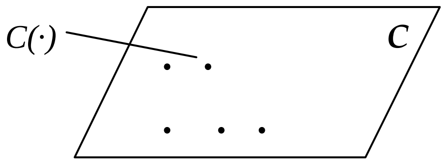
Bu gösterimde $Y = C(X)$ seçimi, X'ten seçilen alternatifleri ifade eden biçimde yazılmıştır.

Gösterimin “...” kısmında X'ten yapılacak seçim içine dahil edilecek bir $y \in X$ alternatifinin sağlayacağı şartların listesi yer alır.

2. Bütünleşik (Integral) Gösterim: $C(X) = \{Y \subseteq X \mid ...\}$.

Bu gösterimde $C(X)$, olası tüm $Z \subseteq X$ alt kümeleri arasında, "..." kısmında belirtilen koşulları sağlayan tek küme olan Y kümesidir.

A kümesi üzerinde tanımlanabilecek tüm seçim fonksiyonları $\mathcal{C}$ ile gösterilirse, her ayrı seçim fonksiyonu $C(\cdot)$, 2^A kümesinde olası tüm seçim fonksiyonlarını kapsayan ve aşağıdaki gibi şematize edilebilecek $\mathcal{C}$ uzayında bir "nokta" olarak varsayılabilir.



Şekil 1.3. Tüm Seçim Fonksiyonları Uzayında Bir Seçim Fonksiyonunun Gösterimi

Yukarıda Şekil 1.2'de şematize edilen süreç içerisinde seçim işlemini gerçekleştiren algoritmanın, yani X'teki alternatifler üzerinde nasıl veya ne tür işlemler yapılarak Y seçim kümesine ulaşıldığının bir biçimde tanımı yapılmalıdır. Bu amaçla seçim teorisi, algoritmaların genel teorisi tarafından kullanılan diller (örneğin Markov zincirleri, döngüsel - tekrarlamalı tanımlamalar vb.) yerine "kendi dilini" kullanır. Bu dil, A kümesi üzerinde tanımlanan "Seçim Yapısı" (Choice Structure) ve "Seçim Kuralı" (Choice Rule) kavramlarından oluşur. İkisi bir arada "Seçim Mekanizması (ya da Modeli)"ni (Choice Mechanism / Choice Model) oluştururlar.

1.3.1 Seçim Yapısı ($\boldsymbol{\sigma}$)

Bir Y seçim kümesini X sunumundan ayrıştırma işlemi A kümesinin tüm elemanları ile ilgili ve bunları (veya belirli gruplarını) karşılaştırmaya olanak verecek bazı bilgi kümelerine (information sets) dayanır. Bu şekildeki bir bilgi kümesi "A

üzerindeki seçim yapısı" olarak ifade edilecek ve σ simgesi ile gösterilecektir. Bilgi kümeleri ifadesinin öznelliği dolayısıyla her örnekte "yapı" açıkça tanımlanmış bir kavram olarak ortaya konulur.

İyi bilinen, klasik seçim yapılarına örnek olarak; bir A kümesinin içerdiği alternatiflerin bir veya birden fazla eksene konumlandırılması "sayısal veya sıralı ölçek/kriter yapıları"; sıralı alternatif ikilileri kümesi yani "ikili bağıntılar" veya alternatifleri gösteren köşe noktaları ve üstünlük ilişkisini gösterecek şekilde bir alternatiften diğerine yönlendirilmiş oklardan oluşan "yönlendirilmiş grafikler" (oriented graphs) verilebilir.

1.3.2 Seçim Kuralı (π)

Bir seçim yapısının üzerinde Y'nin X'ten hangi mantıksal temele dayalı olarak, yani nasıl ayrıştırıldığı "seçim kuralı" (choice rule) olarak tanımlanır. Seçim fonksiyonu ile ilgili olarak yukarıda verilen iki farklı gösterime paralel olarak seçim kuralı (π) iki farklı biçimde tanımlanabilir.

1. Eleman bazında gösterim: $\pi : y \in X \mid ...$
2. Bütünleşik (Integral) Gösterim: $\pi : Y \subseteq X \mid ...$

Bu gösterimlerin noktalı kısımlarına ilk durumda y alternatifinin seçim içine dahil edilmesini sağlayan; ikinci gösterimde ise Y kümesinin seçim kümesi olduğunu belirleyen koşulları tanımlayan formüller yazılır. Bu formüller üzerinde tanımlandıkları yapı ile uyumlu ifadelerden oluşmalıdır.

Yapı ve kural kavramlarını açıklamaya yardımcı olacak bir örnek olarak kriter optimizasyonuna göre seçim yapılması durumunu inceleyelim. Bu durumda kullanılan kriter ya da ölçekler "yapı" rolünü oynayacaktır. "Kural" ise X üzerinde ilgili kriter(ler)in maksimizasyonu veya minimizasyonunu sağlayan argümanın belirlenmesi süreci olarak tanımlanacaktır.

Diğer bir örnek olarak, seçim eğer alternatifler arası tercihlere (preferences) dayalı olarak yapılacaksa, A kümesi üzerinde kurulan "yapı", daha fazla tercih edilenden daha az tercih edilen alternatife doğru yönlendirilmiş (oriented) oklardan oluşmuş bir grafiksel gösterim olacaktır. Böyle bir yapıda "Seçim kuralı" ise, basitçe, X sunumu içerisindeki "en iyi" (en çok tercih edilen) alternatifin diğer herhangi bir alternatiften kendisine doğru bir yönlü ok bulunmayan alternatif olduğunu ifade eder.

1.3.3 Seçim Mekanizması (Seçim Modeli)[3] ($\boldsymbol{M} = \boldsymbol{M}_{\Sigma}^{\pi}$)

Alternatifler kümesi A üzerinde tanımlanan bir yapı ve kural ikilisi $\langle \sigma, \pi \rangle$, M ile gösterilen bir "seçim mekanizması"nı (choice mechanism) tanımlar. "Mekanizma" aynı zamanda yukarıdaki seçim dönüştürücüsü tasarımının (Şekil 1.2) başka bir açıklaması olarak da algılanabilir.

Farklı yapı ve kural ikilisi ile tanımlanan her farklı seçim mekanizması (M^*) ayrı bir seçim fonksiyonunu $C^*(\cdot)$ ve X sunumunun farklı değerlerine karşılık bulunan seçim değerlerini $Y^* = C^*(X)$ üretir. Bu ifadenin tersi doğru değildir, yani, aynı seçim fonksiyonu $C^*(\cdot)$ farklı mekanizmalar tarafından üretilebilir. Bu ifadeden hareketle, eğer kuruldukları yapı ve içerdikleri seçim kuralları ya da her ikisi açısından farklılaşan iki farklı mekanizmanın (M^* ve M^{**}) ürettikleri seçim fonksiyonu aynı ise (yani $C^*(\cdot) = C^{**}(\cdot)$ ise) bu mekanizmaların *eşit veya denk (equivalent)* oldukları söylenir.

1.3.4 Mekanizmalar Sınıfı ($\mathcal{M} = \mathcal{M}_{\Sigma}^{\pi}$)

Seçim kuralları ile üzerinde tanımlandıkları yapının uyumlu olması gereği belirtilmişti. Buradan hareketle, bir σ yapısının, bir π seçim kuralı için "izin ve-

[3] Bu çalışmada bu noktadan sonra, "Mekanizma", "Model", "Prosedür" ya da "Yöntem" kelimeleri aynı anlamda kullanılmaktadır.

rilen / uygun yapılar sınıfı" adı verilen bir kümeden (Σ) seçildiği düşünülebilir. Örneğin eğer seçim kriter maksimizasyonuna göre yapılıyorsa, bu kural için izin verilen yapılar sınıfı tasarlanabilen tüm kriter ölçekleridir. Seçim eğer alternatifler arasında ikili bağıntılar ya da yönlendirilmiş grafikler ile yapılacaksa, Σ tüm ikili bağıntı grafikleri olacaktır.

Buradan hareketle, her farklı $\langle \sigma, \pi \rangle$ ikilisi tarafından tanımlanmış ayrı seçim mekanizmalarını M_σ^π simgesi ile göstererek, $\sigma \in \Sigma$ yapısını bir parametre olarak düşünelim. Böylece σ, Σ kümesi içinde değiştirilerek, farklı yapılar üzerinde tanımlı farklı seçim mekanizmaları elde edilir. Bir seçim kuralına (π) göre aynı türde olan bu kümeye seçim mekanizmaları sınıfı adı verilerek, $\mathcal{M} = \mathcal{M}_\Sigma^\pi$ simgesi ile göstermek mümkündür.

Açıktır ki, aynı türde seçim yapıları üzerinde (kriter ölçekleri, bağıntılar, grafik yapıları vb.) seçim kuralını değiştirmek yoluyla da farklı seçim mekanizmaları sınıfları elde edilebilir.

1.3.5 Seçim Fonksiyonları Sınıfı ($\mathcal{C}_\Sigma^\pi$)

Her ayrı yapı $\sigma \in \Sigma$ için farklı bir π kuralı, yani M_σ^π mekanizması ayrı bir seçim fonksiyonu $C(\cdot)$ üretir. Böylece $\{M_\sigma^\pi\}_{\sigma \in \Sigma}$ mekanizmalarının oluşturduğu sınıf ($\mathcal{M}_\Sigma^\pi$), karşılığı olan seçim fonksiyonları sınıfını $\mathcal{C}_\Sigma^\pi = \{C_\sigma^\pi(\cdot)\}_{\sigma \in \Sigma}$ ortaya çıkaracaktır. Bu aynı zamanda 2^A kümesinde olası tüm seçim fonksiyonlarını kapsayan ve yukarıda Şekil 1.3'de şematize edilen $\mathcal{C}$ uzayında aynı özelliklerde seçim fonksiyonlarını (noktalar) ayrıştıran bir "alan" (domain) oluşturur.

Bu tanımlamaların yardımıyla seçim mekanizmalarının farklı sınıfları $\mathcal{C}$ uzayında oluşturdukları farklı alanların karşılaştırılması yoluyla kıyaslanabilir. Böylece, eğer iki mekanizmalar sınıfının $\mathcal{M}'$ ve $\mathcal{M}''$ ürettikleri alanlar ($\mathcal{C}'$ ve $\mathcal{C}''$) eşleşiyorlarsa, diğer deyişle bunlar aynı seçim fonksiyonlarını üretiyorlarsa, *bu mekanizma* *sınıflarının denk oldukları* söylenecektir. Diğer bir anlatımla her $M' \in \mathcal{M}'$ için denk bir mekanizma $M'' \in \mathcal{M}''$ veya tersine her $M'' \in \mathcal{M}''$ için denk bir mekanizma $M' \in \mathcal{M}'$ varsa ilgili mekanizma sınıfları denktir. Yine aynı şekilde, eğer $\mathcal{C}$ uzayı içerisinde $\mathcal{C}'$ ve $\mathcal{C}''$ seçim fonksiyonları sınıfları $\mathcal{M}'$ ve $\mathcal{M}''$ mekanizma sınıfları tarafından üretilmişken $\mathcal{C}' \supseteq \mathcal{C}''$ ise mekanizmalar sınıfı $\mathcal{M}'$ nın $\mathcal{M}''$ sınıfını kapsadığı söylenir.

Seçim fonksiyonları uzayı $\mathcal{C}$ böylelikle seçim mekanizmalarının farklı sınıfları arasındaki denkliğin kontrol edilmesi için bir araç yolu oynar. Diğer taraftan $\mathcal{C}$ uzayı ve içerdiği seçim mekanizmaları tarafından ayrılan alanlar, ilgili seçim mekanizmaları sınıflarının dışsal açıklaması (sonucu) olması nedeniyle de önem taşır.

Üretilen alanların $\mathcal{C}$ uzayı içerisinde yerleşiminin anlam kazanması için "nirengi noktaları" (landmarks) görevi yapacak bir takım "standart alanlar"ın tanımlanması gerekmektedir. Bundan sonraki alt bölümde söz konusu standart alanların özellikleri açıklanacaktır.

Çalışmamızda $\mathcal{C}$ uzayının yanında, onun iki alt-uzayından da bahsedilecektir. Bunlardan birincisi, tüm boş-olmayan seçim fonksiyonları alt uzayı C^+ (her hangi bir $X \in 2^A$ için $C(X) \neq \emptyset$ sağlayan fonksiyonlar kümesi) iken; diğeri tüm tek-değerli (single-valued) seçim fonksiyonları alt uzayı $\hat{C}$ dir ($\forall X$, $|C(X)| = 1$). Açıktır ki $\mathcal{C}$ uzayı C^+ kapsarken, C^+ de $\hat{C}$ alt uzayını içerir. ($\hat{C} \subset C^+ \subset \mathcal{C}$).

Alt uzayları tanımlayan indis veya semboller çalışmada sadece $\mathcal{C}$ uzayı içindeki alanları tanımlamak için değil, ayrıca seçim mekanizması sınıfları için de kullanılacaktır. Böylece C^+ ve $\hat{C}$, ilgili mekanizmalar tarafından üretilen fonksiyonların içinde konumlandırıldığı seçim fonksiyonu alt uzaylarını gösterirler.

Bu noktada çalışmada yer verilecek ve tartışılacak problemlerin nesnel bir model çerçevesi içinde formülize edilmesi ve sunulması için gerekli temel kavramlar tanıtılmış durumdadır.

Seçim teorisi yalnızca klasik rasyonel çerçeve içerisinde incelendiğinde "seçim fonksiyonları" kavramı çoğunlukla, klasik-rasyonel seçim mekanizmaları tarafından üretilen fonksiyon sınıflarının göstermek veya seçim süreçlerini gözlemleme yoluyla bunlara uygun mekanizmalar oluşturmak (tercih yapısının tanımlanması) için kullanılmaktaydı. Halbuki bu çalışmada seçim fonksiyonlarının rolünü seçim teorisinin temeli olarak gören görüş esas alınacaktır.

Seçim teorisinin yukarıdaki model ve kavramsal çerçeve içerisinde incelenmesiyle, klasik yaklaşımın rasyonel seçimin tanımlanmasında önemli yeri olmasına karşın "özel" bir seçim mekanizmaları sınıfını ele aldığı görülmektedir. Dolayısıyla yukarıdaki biçimsel model yardımıyla klasik-rasyonel seçim mekanizmalarının dışına çıkan (klasik olmayan yaklaşımlar kapsamına giren ve Bölüm 1.2.2.'de örnekleri verilen) süreçlerin de açıklanması mümkündür.

Ancak bu ayrımın yapılabilmesi için öncelikle Klasik-Rasyonel olarak isimlendirilen mekanizmalar sınıfı ve bunların ürettiği seçim fonksiyonlarının özelliklerinin ortaya konulması gerekmektedir. Bu ise bir sonraki alt bölümün konusunu oluşturmaktadır.

1.4 Seçim Fonksiyonlarının Rasyonellik Özellikleri

Seçim mekanizmaları tarafından üretilen fonksiyon kümelerinin $\mathcal{C}$ uzayında alanlar ayrıştıracağı ve bunların özelliklerinin önceden tanımlı standart alanlar yardımıyla uygun biçimde açıklanabileceği belirtilmişti. Daha açık olarak, bir A kümesi üzerinde tanımlanabilecek tüm seçim fonksi- yonları uzayı ($\mathcal{C}$) içerisinde ayrıştırılan her alan (fonksiyonel sınıf) bir takım özellikler taşıyan bu seçim fonksiyonlarını diğerlerinden (bu özelliklere sahip olmayanlardan) ayırır. Buna ilgili fonksiyonel sınıfın "karakteristik özelliği" denir. Bazı seçim fonksiyon sınıfları için standart bir takım özellikler tanımlanmış ve bunlara "rasyonellik özellikleri", bu fonksiyonları üreten mekanizmalara ise "klasik - rasyonel mekanizmalar" adı verilmiş bulunmaktadır.

Rasyonellik özellikleri, seçimin dışsal tanımlaması olan seçim fonksiyonlarını esas alan yaklaşımla, X sunumunun çeşitli deformasyonları yani sunumların "daraltılması" (contraction) veya "genişletilmesi" (expansion) karşısında seçim kümesi $C(X)'$in nasıl değiştiğini gösterme yoluyla nesnel olarak tanımlanabilmektedir. Aşağıda böylece tanımlanmış özelliklerin açıklamalarına yer verilecektir (Aizerman, M. ve F. Aleskerov, 1995: 18-30; Aleskerov F.T. ve B. Monjardet, 2002: 34-50).

1.4.1 Klasik Rasyonellik Koşullarının Tanımları

Aşağıda seçim teorisinde yaygın olarak kullanılan rasyonalite özellikleri / koşulları ile ilgili aksiyomlar ile tanımlanmakta ve açıklanmaktadır.[4]

Tanım 1.1. Boş Olmayan Seçim Koşulu (NE)

En yaygın koşul "Boş Olmayan Seçim" (Non-empty Choice) Koşulu*'dur.* Bu

[4]Koşulların kısaltmaları için İngilizce isimlerinin baş harfleri kullanılmıştır.

rasyonellik koşulu biçimsel olarak aşağıdaki gibi tanımlanır.

Tüm boş olmayan $X \in 2^A$ kümeleri için $(\forall X \in 2^A \setminus \emptyset)$,

$$C(X) \neq \emptyset. \tag{1}$$

Sözel ifadeyle, bu koşula göre bir A kümesinin boş olmayan tüm X alt kümelerinden (tüm sunumlardan) yapılacak seçimler boş küme olamaz, diğer deyişle en az bir eleman içermelidir. Bu şekilde bir A kümesi üzerinde tanımlacak tüm boş olmayan seçim fonksiyonları, $\mathcal{C}^+$ alt-uzayını doldururlar. Burada "Boş Seçim" karar vericinin seçim yapmayı reddetmesi olarak algılanabilir.

Tanım 1.2. Seçimin Ayrıştırıcılığı Koşulu (CR)

Diğer bir rasyonalite koşulu bir X kümesinden yapılan seçimin X kümesinin tamamıyla örtüşmeyeceğini ifade eden "Seçimin Ayrıştırıcılığı" (Choice Resoluteness) koşuludur.

Bu koşul aşağıdaki biçimde tanımlanır.

Tüm $X \in 2^A$ kümeleri için $(\forall X \in 2^A)$

$$Card(X) > 1 \Rightarrow C(X) \subset X. \tag{2}$$

Tanım 1.3. Kalıtım Koşulu (H)

Bu koşul ilk olarak H. Chernoff (1954) tarafından "4 numaralı Postüla" ile ortaya konulmuş ve seçim teorisinde bir çok çalışmada kullanılmıştır. Koşul K.J. Arrow (1959) çalışmasında "2 nolu aksiyom", A.K. Sen (1970) çalışmasında "α Koşulu" olarak geçmektedir. Koşulun tanımı şu şekilde yapılmaktadır:

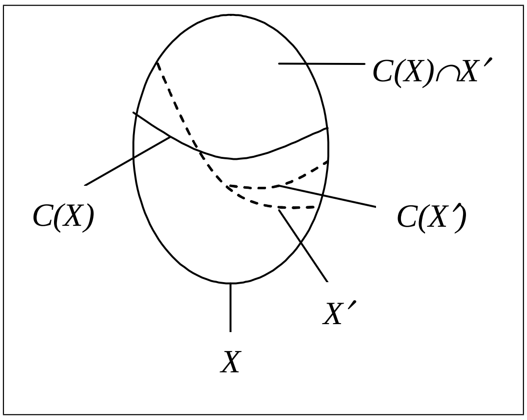
Eğer tüm $X, X' \in 2^A$ kümeleri için

$$X' \subseteq X \Rightarrow C(X') \supseteq C(X) \cap X' \tag{3}$$

sağlanıyorsa $C(\cdot)$ fonksiyonu *Kalıtım (Heredity) Koşulu'*nu sağlıyor denilir.

Sözel olarak, bu koşula göre eğer bir sunum kümesi X, bazı alternatiflerin elenmesi yoluyla daraltılırsa (X'), başlangıç kümesinden seçilen alternatifler kümesi ile daraltılmış kümedekilerin kesişimi, $C(X) \cap X'$, daraltılmış kümeden de seçilmelidir (daraltılmış kümeden yapılan seçim $C(X')$ içinde yer almalıdır).

Şekil 1.4'de **H** koşulu küme gösterimi (Venn diyagramı) yardımıyla sunulmaktadır.



Şekil 1.4. Kalıtım Koşulunun (H) Küme Gösterimi

Koşulların anlaşılmasına yardımcı olmak amacıyla iki basit örnek durumdan yararlanacağız.

İlk örnek durum olarak bir spor dalı ile ilgili müsabakaları düşünelim. Bu durumda kalıtım koşulu, söz konusu spor dalında dünya şampiyonu olan sporcuların ulusal şampiyonlar arasından çıkmaları gerekliliğini ifade etmektedir. İkinci bir örnek olarak koşul, geniş bir ürün yelpazesinden tüketiciler tarafından seçilen ürünlerin bunları içeren daha dar bir tasniften seçilenlere eşit veya onlardan fazla olacağını ifade eder.

Ayrıca, aşağıda sunulan örnek fonksiyonlar da koşulu açıklamakta faydalı olacaktır. Bu örnekte, dört adet alternatiften oluşan bir A kümesinden ve onun en az iki elemanlı tüm olası alt sunumlarından yapılan boş olmayan seçimler ile oluşturulan iki farklı seçim fonksiyonu tasarlanmıştır. Bunlardan ilki koşulu sağlarken ($C^{I}(\cdot) \in \mathbf{H}$), ikincisi koşula uymamaktadır ($C^{II}(\cdot) \in \overline{\mathbf{H}}$).

	$C(\cdot)$	
$\mathbf{X} \subseteq \mathbf{A}$	$C^{I}(\cdot) \in \mathbf{H}$	$C^{II}(\cdot) \in \overline{\mathbf{H}}$
$\{x, y, z, t\}$	$\{x, z\}$	$\{z\}$
$\{x, y, z\}$	$\{x, z\}$	$\{z\}$
$\{x, y, t\}$	$\{x, y, t\}$	$\{t\}$
$\{x, z, t\}$	$\{x, z, t\}$	$\{z\}$
$\{y, z, t\}$	$\{y, z, t\}$	$\{t\}$
$\{x, y\}$	$\{x, y\}$	$\{y\}$
$\{x, z\}$	$\{x, z\}$	$\{z\}$
$\{x, t\}$	$\{x, t\}$	$\{t\}$
$\{y, z\}$	$\{y, z\}$	$\{z\}$
$\{y, t\}$	$\{y, t\}$	$\{t\}$
$\{z, t\}$	$\{z, t\}$	$\{t\}$

Tablo 1.1. H Koşulunu Sağlayan ve Sağlamayan Seçim Fonksiyonu Örnekleri

Örnek incelendiğinde görülmektedir ki, $C^{I}(\cdot) \in \mathbf{H}$ olduğu sütunda $\{x, y, z, t\}$ kümesinden seçilen x ve z, bu alternatiflerin içerildiği tüm alt kümelerden de seçilmektedir.

Özellik, burada dört elemanlı küme ve alt kümeleri için geçerli olduğu gibi, aynı zamanda tüm üç elemanlı kümeler ve alt kümeleri için de geçerlidir. Yani, A kümesinden başlanarak $|A| - 1$, $|A| - 2$, .. elemanlı kümeler için vb. aynı şekilde tarama yapılarak koşulun bozulup bozulmadığına bakılmalıdır.

Koşulu sağlamayan bir örnek fonksiyon olarak $C^{II}(\cdot)$ ın bulunduğu sütuna bakıldığında ise, geniş kümeden (A'dan) seçilen z alternatifi örneğin $\{y, z, t\}$ ve

$\{z, t\}$ alt sunumlarından seçilmemektedir. Halbuki burada örneklenen $C^{II}(\cdot)$ fonksiyonunun koşulu sağlaması için bu alternatifin onu içeren tüm alt sunumlardan da seçilmesi gerekirdi.

Belirtilmelidir ki **H** koşulunun onu zayıflatan iki özelliği mevcuttur:

İlk olarak koşul, geniş kümeden yapılan seçimde yer almayan alternatiflerin (dünya şampiyonu olmayanlar), daraltılmış kümeden yapılan seçim (ulusal şampiyonlar) içinde olmaları olasılığını dışlamaz. Yukarıdaki örnekte $X = \{x, z, t\}$ sunumundan yapılan seçimin $C^I(X) = \{x, z, t\}$ olması yani, sunumun tüm elemanlarının seçilmiş olması **H** koşulunu bozmamaktadır. Zira A'dan seçilen z ve x alternatifleri bu seçimde de içerilmektedir ve koşul gereği t alternatifinin de seçilmesinde bir engel yoktur.

Ayrıca bu koşul $C(X) \cap X' = \varnothing$ olması durumunda $C(X')$ üzerinde bir kısıtlama getirmez.

İzleyen koşul **H** koşulunun belirtilen yönlerden güçlendirilmiş halidir.

Tanım 1.4. Arrow'un Seçim Aksiyomu (ACA)

Bu koşul yine ilk olarak Chernoff H. (1954) çalışmasında "6 numaralı Postüla" ile ortaya konulmuştur. Koşul ayrıca P. Samuelson (1938)'un "Açıklanmış tercihlerin güçlü aksiyomu"nun bir biçimi olarak Arrow KJ. (1959) çalışmasında "C4 nolu aksiyom" da ifade bulmuştur.

Koşulun tanımı şu şekilde yapılmaktadır:

Eğer tüm $X, X' \in 2^A$ kümeleri için aşağıdaki iki bağımsız koşuldan biri sağlanıyorsa;

$$X' \subseteq X \Rightarrow \{ \begin{array}{c} \text{eğer } C(X) = \emptyset, \text{ o zaman } C(X') = \emptyset, \\ \text{eğer } C(X) \cap X' \neq \emptyset, \text{ o zaman } C(X') = C(X) \cap X', \end{array} \quad (4)$$

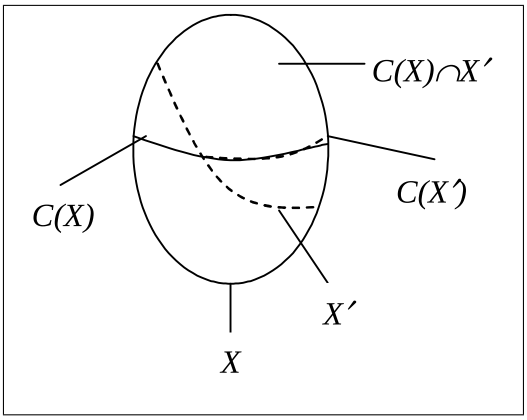
$C(\cdot)$ fonksiyonu "Katı Kalıtım" (Strict Heredity) veya "Arrow'un Seçim Aksiyomu" (Arrow's Choice Axiom) Koşulu'nu sağlıyor denilir.

Eğer sadece boş olmayan seçim fonksiyonları alt kümesi, $\mathcal{C}^+$ dikkate alınıyorsa yukarıdaki koşulun yalnızca ikinci satırı geçerlidir. Bu çalışmada boş olmayan seçim varsayımı yapıldığından koşulun sadece ikinci satırı göz önünde tutulacaktır.

Sözel olarak, **ACA** koşulu, eğer sunum kümesi X, bazı alternatiflerin elenmesi yoluyla daraltılırsa (X'), başlangıç kümesinden seçilen alternatiflerden daraltılmış kümede kalanların, daraltılmış kümeden seçilenlerle aynı olması gerektiğini söylemektedir.

Kolaylıkla görülebilir ki, **ACA** koşulu bu biçimiyle **H** koşulunun güçlendirilmiş halini yansıtmaktadır.

Şekil 1.5'de **ACA** koşulu küme gösterimi yardımıyla sunulmaktadır.



Şekil 1.5. ACA Koşulunun Küme Gösterimi

Yukarıda verilen örneklere göre bu koşul;

- eğer bir ulusal takımda dünya şampiyonları varsa onlar ve yalnızca onlar takımdaki en iyilerdir; ya da,

- eğer bir daraltılmış küme geniş bir ürünler kümesinden seçilen ürünleri içeriyorsa, sadece onlar bu daraltılmış kümeden seçilecektir

yargıları ile açıklanabilir.

Burada da dört adet alternatiften oluşan bir A kümesinden ve onun en az iki elemanlı tüm olası alt sunumlarından yapılan boş olmayan seçimler ile oluşturulan iki farklı seçim fonksiyonu tasarlanmıştır. Bunlardan ilki koşulu sağlarken ($C^{III}(\cdot) \in \mathbf{ACA}$), ikincisi koşula uymamaktadır ($C^{II}(\cdot) \in \overline{\mathbf{ACA}}$).

	$C(\cdot)$	
$\mathbf{X} \subseteq \mathbf{A}$	$C^{III}(\cdot) \in \mathbf{ACA}$	$C^{II}(\cdot) \in \overline{\mathbf{ACA}}$
$\{x, y, z, t\}$	$\{x, z\}$	$\{z\}$
$\{x, y, z\}$	$\{x, z\}$	$\{z\}$
$\{x, y, t\}$	$\{x, y, t\}$	$\{t\}$
$\{x, z, t\}$	$\{x, z\}$	$\{z\}$
$\{y, z, t\}$	$\{y, z, t\}$	$\{t\}$
$\{x, y\}$	$\{x, y\}$	$\{y\}$
$\{x, z\}$	$\{x, z\}$	$\{z\}$
$\{x, t\}$	$\{x, t\}$	$\{t\}$
$\{y, z\}$	$\{y, z\}$	$\{z\}$
$\{y, t\}$	$\{y, t\}$	$\{t\}$
$\{z, t\}$	$\{z, t\}$	$\{t\}$

Tablo 1.2. **ACA** Koşulunu Sağlayan ve Sağlamayan Seçim Fonksiyonu Örnekleri

Örnek incelendiğinde görülmektedir ki, $C^{III}(\cdot) \in \mathbf{ACA}$ olduğu sütunda $\{x, y, z, t\}$ kümesinden seçilen x ve z, bu alternatiflerin içerildiği tüm alt kümelerden de -aynen- seçilmektedir. Aynı şekilde özellik, burada dört elemanlı küme ve alt kümeleri için geçerli olduğu gibi, aynı zamanda tüm üç elemanlı kümeler ve alt kümeleri için de geçerlidir.

Yukarıda **H** koşulu ile ilgili örnek Tablo 1.2'de yer alan $C^{II}(\cdot)$ fonksiyonunun bulunduğu sütuna bakıldığında ise, **H** fonksiyonunun ihlal edilme gerekçesi ile aynı nedenle (z alternatifinin durumu) **ACA** koşulu da sağlanmamaktadır. Zaten **ACA** koşulu, **H** koşulunun daha güçlü hali olduğuna göre, **H** sağlanmadığı halde **ACA**′nın sağlanmasından bahsedilemez. Ancak bunun tersi doğru değildir. Örneğin yukarıdaki **H** koşulu ile ilgili örnek Tablo 1.1'de yer alan $C^I(\cdot)$ fonksiyonu **H** koşulunu sağlarken, $C^I(\{x, z, t\}) = \{x, z, t\}$ seçiminde t alternatifinin de yer alması nedeniyle **ACA** koşulunu sağlamaz.

Tanım 1.5. Uygunluk Koşulu (C)

Bu Chernoff H. (1954) tarafından "10 numaralı Postüla" ile veya Sen AK. (1970) tarafından ise "γ Koşulu" olarak tanıtılan koşuldur.

Uygunluk (Concordance) Koşulu'nun tanımı şu şekilde yapılmaktadır:

Eğer tüm $X, X', X'' \in 2^A$ kümeleri için

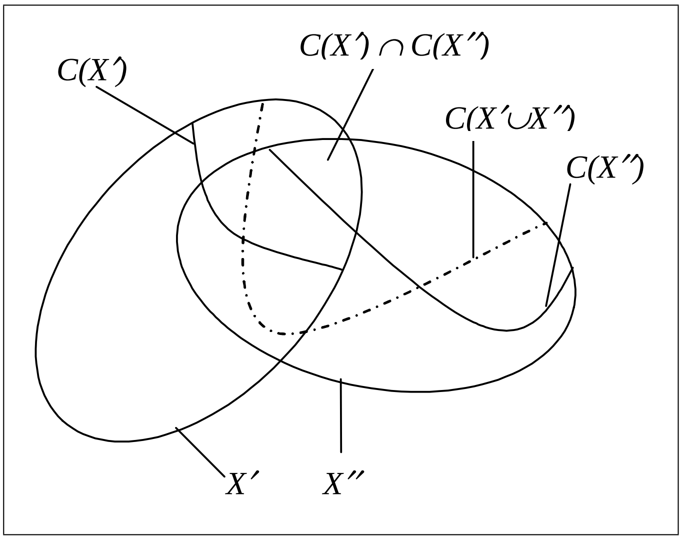
$$X = X' \cup X'' \Rightarrow C(X) \supseteq C(X') \cap C(X''), \tag{5}$$

sağlanıyorsa $C(\cdot)$ fonksiyonu "Uygunluk Koşulu"nu sağlıyor denilir.

Sözel olarak, **C** koşulu, bir $X = X' \cup X''$ sunulduğunda X' ve X'' alt kümelerinden aynı anda seçilen (bu iki kümeden de yapılan seçimde ortak olan) elemanların, birleşim küme X ten yapılacak seçim içinde de yer alması gerektiğini ifade etmektedir.

Açıktır ki, $X = X' \cup X''$ birleşik kümeden yapılan seçim X' ve X'' sunumlardan seçilmiş olanlara ek alternatifler de içerebilir. Bunlardan bazıları X' ve X'' in her ikisinde de ya da birinde bulunan (ama ayrı sunumlardan seçilmemiş) alternatifler olabilir.

Şekil 1.6'da **C** koşulu küme gösterimi (Venn diyagramı) yardımıyla sunulmaktadır.



Şekil 1.6. C Koşulunun Küme Gösterimi

Yukarıda verilen örnek durumlara uygun olarak bu koşul;

- iki ayrı takımda ortak olan ve her ikisinin de şampiyonu olan sporcular, bu ikisinin birleşimi olan takımın şampiyonları arasındadırlar; ya da,

- eğer farklı ürün kümeleri her kümeden de tüketici tarafından seçilmiş aynı ürünleri içeriyorlarsa, tüketiciye bu iki kümenin birleşimi olan küme sunulsa da yine söz konusu ürünler seçilmelidir,

yargıları ile açıklanabilir.

Burada da dört adet alternatiften oluşan bir A kümesinden ve onun en az iki elemanlı tüm olası alt sunumlarından yapılan boş olmayan seçimler ile oluşturulan iki farklı seçim fonksiyonu tasarlanmıştır. Bunlardan ilki koşulu sağlarken ($C^{IV}(\cdot) \in \mathbf{C}$), ikincisi koşula uymamaktadır ($C^{II}(\cdot) \in \overline{\mathbf{C}}$).

(Anlatımda basitlik olması için koşulları sağlamayan fonksiyon için aynı örnek fonksiyon $C^{II}(\cdot)$ kullanılmaktadır).

	$C(\cdot)$	
$\mathbf{X} \subseteq \mathbf{A}$	$C^{IV}(\cdot) \in \mathbf{C}$	$C^{II}(\cdot) \in \overline{\mathbf{C}}$
$\{x, y, z, t\}$	$\{t\}$	$\{z\}$
$\{x, y, z\}$	$\{x, z\}$	$\{z\}$
$\{x, y, t\}$	$\{y, t\}$	$\{t\}$
$\{x, z, t\}$	$\{x, t\}$	$\{z\}$
$\{y, z, t\}$	$\{z, t\}$	$\{t\}$
$\{x, y\}$	$\{x\}$	$\{y\}$
$\{x, z\}$	$\{x, z\}$	$\{z\}$
$\{x, t\}$	$\{x, t\}$	$\{t\}$
$\{y, z\}$	$\{z\}$	$\{z\}$
$\{y, t\}$	$\{t\}$	$\{t\}$
$\{z, t\}$	$\{z, t\}$	$\{t\}$

Tablo 1.3. C Koşulunu Sağlayan ve Sağlamayan Seçim Fonksiyonu Örnekleri

Örnek incelendiğinde görülmektedir ki, $C^{IV}(\cdot) \in \mathbf{C}$ olduğu sütunda, tüm $X = X' \cup X''$ özelliğindeki X' ve X'' alt kümelerinden aynı anda seçilen (bu iki kümeden de yapılan seçimde ortak olan) elemanların birleşim küme X ten yapılacak seçim içinde de yer almaktadır. Bu örnek fonksiyona göre $C^{IV}(\{y, z\}) = \{z\}$ ve $C^{IV}(\{x, z\}) = \{x, z\}$ iken birleşim küme $\{x, y, z\}$ için $C^{IV}(\{x, y, z\}) = \{x, z\}$ olmaktadır yani ortak eleman z içerilmektedir. Ayrıca $C^{IV}(\{y, t\}) = \{t\}$, $C^{IV}(\{z, t\}) = \{z, t\}$ ve $C^{IV}(\{x, t\}) = \{x, t\}$ iken, birleşimleri olan $\{x, y, t\}$, $\{y, z, t\}$ ve $\{x, z, t\}$ kümelerinden yapılan seçimler ortak eleman t yi içermektedir. Dört elemanlı kümeden yapılan seçim de tüm üçlü bileşimlerden yapılan seçimle çelişmemekte, ortak eleman t burada da yer almaktadır.

Bu koşul sınanırken, alt kümelerden başlanarak A kümesine kadar tüm bileşimler için tarama yapılmalı ve koşulun bozulup bozulmadığına bakılmalıdır.

$C^{II}(\cdot)$ fonksiyonunun bulunduğu sütuna bakıldığında, bulunduğu tüm ikili kümelerden seçilmiş olan t alternatifinin örneğin $\{x, t\}$ ve $\{z, t\}$ kümelerinin birleşimi olan $\{x, z, t\}$ üçlü sunumundan seçilmediği görülmektedir. Sadece bu durum koşulun ihlal edilmesine yetmekle birlikte; aynı alternatif $\{x, y, t\}$ ve $\{y, z, t\}$ sunumlarından seçilirken, birleşim kümeyi veren dörtlü sunumdan başka bir alternatifin (z'nin) seçiliyor olması koşulun ihlaline başkaca bir örnek oluşturmaktadır.

Ayrıca bir not olarak yukarıda verilen ve **H** koşulunu sağlayan $C^{I}(\cdot)$ fonksiyonunun **C** koşulunu sağlamadığı ve **ACA** koşulunu sağlayan $C^{III}(\cdot)$ fonksiyonun ise aynı zamanda **C** koşulunu da sağladığı görülebilir. İleride koşullar arasındaki ilişkilere yer verilecektir.

Tanım 1.6. Atık Alternatiflerden Bağımsızlık Koşulu (O)

Bu koşul Chernoff H. (1954) tarafından "5 numaralı Postüla" ile ve Sen AK. (1970) çalışmasında "2 nolu aksiyom" olarak ortaya konulmuşsa da seçim teorisinde M.A. Aizerman ve A.V. Malishevski (1981) çalışmasında kullanımından hareketle H. Moulin (1988) tarafından "Aizerman Koşulu" olarak adlandırılmıştır.

Koşulun tanımı şu şekilde yapılmaktadır:

Eğer tüm X, X ve $X'' \in 2^{A}$ kümeleri için

$$C(X) \subseteq X' \subseteq X \Rightarrow C(X') = C(X),$$

veya eşit olarak,

$$X'' \subseteq X \diagdown C(X) \Rightarrow C(X \diagdown X'') = C(X) \tag{6}$$

sağlanıyorsa $C(\cdot)$ fonksiyonunun "Atık Alternatiflerden Bağımsızlık" (Independence of Outcast Alternatives) koşulunu sağladığı söylenir.

Koşulu açıklamak için, başlangıç kümesi olarak sunulan bir X kümesinin, -bu kümeden seçilmeyen alternatiflerden- bazılarının ve hatta tümünün çıkarılması ile daraltıldığını düşünelim. Koşula göre, bu şekilde bulunacak yeni kümeden yapılacak seçim, başlangıç kümesinden yapılan seçimden farklı olmamalıdır.

O koşulunun aşağıdaki iki durumun beraber gerçekleşmesi durumunda da sağlandığı görülecektir.

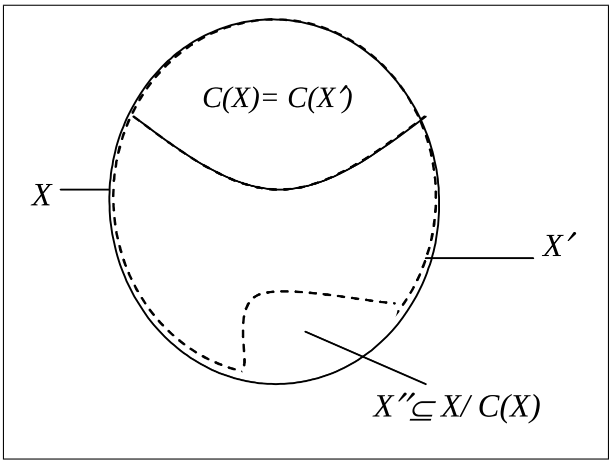
$\forall X$ ve $x, y, z \in X$ için

1) $x \in C(X)$, $z \notin C(X) \Rightarrow x \in C(X \setminus \{z\})$;

2) $y \notin C(X)$, $z \notin C(X) \Rightarrow y \notin C(X \setminus \{z\})$.

Koşulun bu yeni tanımına göre, eğer başlangıç kümesi X ten seçilmeyen bir alternatif , örneğin z bu kümeden çıkarılır ve $X \setminus \{z\}$ kümesi sunulursa bu yeni kümeden yapılan seçimde, başlangıç seçim kümesine ait olan bir alternatif, örneğin x yer alırken, başlangıç kümesine ait olmayan bir alternatif, örneğin y yer almaz.

Şekil 1.7'de **O** koşulu küme gösterimi (Venn diyagramı) yardımıyla sunulmaktadır.



Şekil 1.7. O Koşulunun Küme Gösterimi

Yukarıda verilen açıklayıcı örneklere uygun olarak ise bu koşul;

- bir takımdan şampiyon olmayan bazı (veya tüm) sporcuların çıkarılmasının şampiyonlar listesini değiştirmeyeceğini; ya da,

- bir ürün kümesinden tüketiciler tarafından seçilmeyen bazı veya tüm ürünlerin çıkarılmasının seçilen ürünler listesini etkilenmeyeceğini, ifade etmektedir.

Aşağıdaki örnek fonksiyonlardan ilki koşulu sağlarken ($C^{V}(\cdot) \in \mathbf{O}$), ikincisi koşula uymamaktadır ($C^{II}(\cdot) \in \overline{\mathbf{O}}$).

	$C(\cdot)$	
$\mathbf{X} \subseteq \mathbf{A}$	$C^{V}(\cdot) \in \mathbf{O}$	$C^{II}(\cdot) \in \overline{\mathbf{O}}$
$\{x, y, z, t\}$	$\{x, t\}$	$\{z\}$
$\{x, y, z\}$	$\{x, y, z\}$	$\{z\}$
$\{x, y, t\}$	$\{x, t\}$	$\{t\}$
$\{x, z, t\}$	$\{x, t\}$	$\{z\}$
$\{y, z, t\}$	$\{y, z, t\}$	$\{t\}$
$\{x, y\}$	$\{x, y\}$	$\{y\}$
$\{x, z\}$	$\{x, t\}$	$\{z\}$
$\{x, t\}$	$\{x, t\}$	$\{t\}$
$\{y, z\}$	$\{y, z\}$	$\{z\}$
$\{y, t\}$	$\{y, t\}$	$\{t\}$
$\{z, t\}$	$\{z, t\}$	$\{t\}$

Tablo 1.4. **O** Koşulunu Sağlayan ve Sağlamayan Seçim Fonksiyonu Örnekleri

Örnek incelendiğinde görülmektedir ki, $C^{V}(\cdot) \in \mathbf{O}$ olduğu sütunda, $\{x, t\}$ alternatifleri dörtlü kümeden seçilirken, y ve z alternatifleri seçilmemektedir. Seçilmeyen alternatiflerin birinin veya her ikisinin de dışlandığı, $\{x, y, t\}$, $\{x, z, t\}$ ve $\{x, t\}$ sunumlarından yapılan seçimlerin, $\{x, t\}$ alternatiflerini içerirken, dışlanan alternatif(ler)i içermediği yani seçimi değiştirmediği görülmektedir. Böylece söz konusu fonksiyon **O** koşulunu sağlar.

$C^{II}(\cdot)$ fonksiyonunun bulunduğu sütuna bakıldığında ise, örneğin $X = \{x, y, z, t\}$ sunumundan seçilen alternatif z olduğu halde, seçilmeyen x alternatifinin dışlandığı $X \setminus \{x\} = \{y, z, t\}$ sunumundan z nin seçilmediği görülmektedir. Bu sunumdan yapılan seçim $\{z, t\}$ olsaydı da **O** koşulu ihlal edilirdi, zira t alternatifi X sunumundan seçilmemiş bir alternatiftir.

Ayrıca yukarıda verilen ve **H** koşulunu sağlayan $C^{I}(\cdot)$ fonksiyonunun **O** koşulunu sağlamadığı ve **ACA** koşulunu sağlayan $C^{III}(\cdot)$ fonksiyonun ise aynı zamanda **O** koşulunu da sağladığı kontrol edilebilir.

Tanım 1.7. CONDORCET Koşulları (Con^{-} ve Con^{+})

H ve **C** koşulları, yani sırasıyla (3) ve (5) eleman bazında düzenlenirse; **H** koşulunun "X sunumundan seçilen bir alternatif, X kümesinin kapsadığı ve o alternatifi içeren tüm alt sunumlardan da seçilmelidir" biçiminde, **C** koşulunun ise "eğer bir alternatif onu içeren ve X kümesini oluşturan tüm alt kümelerden seçiliyorsa, birleşim küme X 'ten de aynı zamanda seçilir" biçiminde yorumlanır. Bu biçimde ifadelere Sen Koşulları adı da verilir.

Böylece ifade edilmiş olan **H** ve **C** koşulları alternatifler kümesinin tüm alt kümeleri için değil de, yanlızca iki elemanlı alt kümelerine uygulanarak değerlendirilirse seçim teorisinde özel bir anlama sahip olan iki yeni koşul tanımlanmaktadır. Bu koşulların önemi, iki elemanlı alt kümelerden yapılan seçimin ikili - baskınlık ilişkilerini açıklıyor olmasından kaynaklanır.

H ve **C** koşullarından hareketle tanımlanan bu özellikler, sırasıyla, aşağıdaki biçimlerde ifade edilirler.

$x, y \in X$ olmak üzere her $\{x, y\}$ için,

$$x \in C(X) \Longrightarrow x \in C(\{x, y\}) \tag{7}$$

ve,

$$x \in \bigcup_{y \in X} C(\{x, y\}) \Longrightarrow x \in C(X). \tag{8}$$

Böylece elde edilen (7) "Ters Condorcet Koşulu" (Inverse Condorcet Condition), (8) ise "Direkt Condorcet Koşulu" (Direct Condorcet Condition) olarak adlandırılır. Bunlardan ilki $\mathbf{Con}^{-}$ ile, ikincisi $\mathbf{Con}^{+}$ simgeleri ile gösterilecektir.

Sözel ifade ile, "Ters Condorcet Koşulu" ($\mathbf{Con}^{-}$), bir X sunumundan seçilen alternatifin aynı zamanda X sunumunun alt kümeleri olan ve bu alternatifi içeren tüm alternatif ikililerinden de seçileceğini söyler.

Benzer şekilde, eğer bir x alternatifi onu içeren ve bir X sunumunun kapsadığı tüm ikili alt sunumlardan seçiliyorken aynı zamanda X sunumundan da seçilirse, ilgili seçim fonksiyonu $C(\cdot)$'nin "Direkt Condorcet Koşulu"nu ($\mathbf{Con}^{+}$) sağladığı söylenir.

Tanım 1.8. CONDORCET PRENSİBİ ($\boldsymbol{PC}$)

Eğer $C(\cdot)$ seçim fonksiyonu hem $\mathbf{Con}^{-}$ hem de $\mathbf{Con}^{+}$ Condorcet koşullarını sağlıyorsa ($C(\cdot) \in \mathbf{Con}^{-} \cap \mathbf{Con}^{+}$ ise), söz konusu fonksiyon için "Condorcet Prensibini (**PC**) sağlıyor" denilir.

Böylece bu çalışma kapsamında ele alınacak temel rasyonellik koşullarının tanımları sunulmuş olmaktadır. Aşağıda koşullar karşılıklı olarak değerlendirilecektir.

1.4.2 Koşulların Karşılıklı Olarak Değerlendirilmesi

Her koşul $\mathcal{C}$ uzayında ilgili koşulu sağlayan ve sadece bu özellikteki tüm fonksiyonları içeren birer alan ayrıştırır. Bu alanlar $\mathcal{C}_{\mathbf{H}}$, $\mathcal{C}_{\mathbf{C}}$, $\mathcal{C}_{\mathbf{O}}$, $\mathcal{C}_{\mathbf{ACA}}$, $\mathcal{C}_{\mathbf{Con}^{-}}$ ve $\mathcal{C}_{\mathbf{Con}^{+}}$ gibi simgelerle gösterilebilirlerse de bu çalışmada alanlar için de koşul simgelerinin aynıları yani $\mathbf{H}$, $\mathbf{C}$, $\mathbf{O}$, $\mathbf{ACA}$, $\mathbf{Con}^{-}$ ve $\mathbf{Con}^{+}$ kullanılacaktır.

Eğer seçim fonksiyonlarının $\mathbf{H}$, $\mathbf{C}$, $\mathbf{O}$, $\mathbf{ACA}, \mathbf{Con}^{-}$ veya $\mathbf{Con}^{+}$ koşullarını sağlamalarının yanı sıra, "boş olmayan seçim" (**NE**) koşuluna da uymaları gerekiyorsa (Bkz. Tanım 1.1), aynı simgeler kullanılacak fakat ilgili alanların $\mathcal{C}^{+}$ uzayında yer aldıkları özel olarak belirtilecektir. Benzer şekilde seçimlerin "tek elemanlı" olması gerekiyorsa, söz konusu alanların tüm tek-değerli (single-valued) seçim fonksiyonları alt uzayı $\hat{C}$ içinde yer aldıkları söylenecektir.

Özelliklerin sağlanmadığı anlamına gelen $\overline{\mathbf{H}}$, $\overline{\mathbf{C}}$, $\overline{\mathbf{O}}$, $\overline{\mathbf{ACA}}$, $\overline{\mathbf{Con}^-}$ veya $\overline{\mathbf{Con}^+}$ gösterimleri aynı zamanda belirtilen fonksiyonlar uzayında ilgili koşulun sağlanmadığı tüm seçim fonksiyonları için ayrıştırılan alanları işaret eder.

İlgili koşulların aynı anda tatmin edildiği durumları göstermek üzere kesişim gösterimi kullanılacaktır. Örneğin, $\mathbf{H} \cap \mathbf{C} \cap \mathbf{O}$, aynı anda $\mathbf{H}$, $\mathbf{C}$, $\mathbf{O}$ koşullarını aynı anda sağlayan; $\overline{\mathbf{H}} \cap \mathbf{C} \cap \mathbf{O}$ ise $\mathbf{C}$ ve $\mathbf{O}$ koşullarını sağlarken $\mathbf{H}$ koşulunu sağlamayan tüm fonksiyonları ve/veya bunların ilgili uzayda ayrıştırdıkları alanları nitelendirir.

Böylece, koşullar ve bunların negatifleri bir arada değerlendirildiğinde olası tüm kombinasyonların $\mathcal{C}$ uzayında karşılıklı olarak nasıl konumlanacağı sorusunun cevabı ile ilgili açıklama ve teoremleri sunabiliriz.

Öncelikle açıktır ki, $\mathbf{Con}^-$ veya $\mathbf{Con}^+$ koşullarından oluşan Condorcet Koşulları $\mathbf{H}$ ve $\mathbf{C}$ koşullarının zayıflatılması ile bulunduklarından, eğer $C(\cdot)$ fonksiyonu $\mathbf{C}$ koşulunu sağlarsa, $\mathbf{Con}^+$ koşulunu da sağlar. Zira, bu fonksiyonun X sunumu için değerinin tüm alt kümeler ($X' \subset X$) üzerindeki değerleri arasındaki ilişki, $\mathbf{Con}^+$ sağlayan tüm ikili alt kümeler için de aynen geçerlidir. Ancak, $C(\cdot)$ fonksiyonunun ikili kümeler dikkate alınarak $\mathbf{Con}^+$ koşulunu sağlaması, tüm $X' \subset X$ üzerinde aynı ilişkinin sağlanacağı anlamına gelmez. Dolayısıyla şu içerme tanımlanır: $\mathbf{C} \subseteq \mathbf{Con}^+$. Aynı sebeplerden dolayı $\mathbf{H}$ ve $\mathbf{Con}^-$ arasında da benzer bir ilişki mevcuttur. Yani, $\mathbf{H} \subseteq \mathbf{Con}^-$.

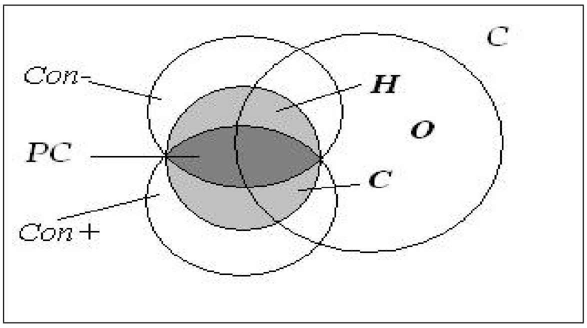
Bu noktada belirtilmelidir ki, $\mathcal{C}$ uzayında ayrıştırılan alanlar için de aynı içerme ilişkisi geçerlidir. Buradan bir genelleme yaparsak, iki koşulun karşılaştırılmasında hangi koşul daha güçlü ise (sağlanması diğerinin de sağlandığını gösteriyorsa), o özelliği sağlayan fonksiyonlar kümesinin seçim fonksiyonları uzayında diğerinden daha küçük bir alan kaplamakta (diğerinin içinde yer almakta) olduğunu söyleyebiliriz.

Her iki elemanlı küme, 3 elemana sahip bir A kümesinin alt kümesi olduğundan, $|A| = 3$ için, $\mathbf{C} = \mathbf{Con}^{+}$ ve $\mathbf{H} = \mathbf{Con}^{-}$sağlanırken; $|A| > 3$ için $\mathbf{C} \subset \mathbf{Con}^{+}$ ve $\mathbf{H} \subset \mathbf{Con}^{-}$ içermeleri geçerlidir.

Klasik - rasyonel mekanizmaları tanımlamakta önemli yeri olan $\mathbf{H} \cap \mathbf{C}$ alanı ve $\mathbf{Con}^{-} \cap \mathbf{Con}^{+}$ alanları arasındaki ilişki için aşağıdaki teorem ispatlanmıştır (Aleskerov F.T. ve B. Monjardet, 2002: 43).

Teorem 1.1. *$\mathcal{C}$ uzayında $\mathbf{H} \cap \mathbf{C}$ koşullarını sağlayan fonksiyonların ayrıştırdıkları alan ile Condorcet Prensibine (PC) uyan fonksiyonların kapladığı alan örtüşürler. Yani $\mathbf{H} \cap \mathbf{C} = \mathbf{Con}^{-} \cap \mathbf{Con}^{+}$ sağlanır.*

Teoremin ifadesi ile birlikte $\mathbf{H}$, $\mathbf{C}$, $\mathbf{O}$, $\mathbf{Con}^{-}$ ve $\mathbf{Con}^{+}$ koşulları için yukarıda açıklanan kesişim ilişkileri, yani bu özellliklerin $\mathcal{C}$ uzayında ayrıştırdıkları alanların karşılıklı pozisyonları aşağıdaki şekildeki gibi gösterilebilir.



Şekil 1.8. $\mathbf{H}$, $\mathbf{C}$, $\mathbf{O}$, $\mathbf{Con}^{-}$ ve $\mathbf{Con}^{+}$ Koşullarının C Uzayında Ayrıştırdığı Alanlar Arasındaki Karşılıklı İlişkiler

Söz konusu koşullarla ilişkili olarak incelenen fonksiyonlar $\mathcal{C}^{+}$ uzayında da $\mathcal{C}$'deki gibi konumlandırılırlar.

Koşullar arasındaki ilişkilerle ilgili ispatlanan bir diğer teorem de aşağıda verilmektedir (Aleskerov F.T. ve B. Monjardet, 2002: 42).[5]

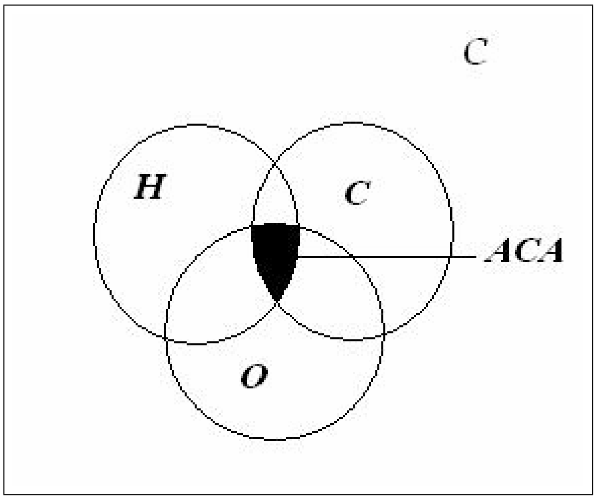
Teorem 1.2.

i) $\mathcal{C}$ uzayında **H**, **C** *ve* **O** *koşullarının yerleşimi birbirinden bağımsızdır. Yani bu koşulların negatifleri ile birlikte oluşturacağı olası sekiz alan da boş değildir.*

ii) **ACA** *özelliği,* **H**, **C** *ve* **O** *özelliklerinin her birinin ayrıntılı bir açıklamasını verir ve bu nedenle* **ACA** *özelliğine sahip fonksiyonların ayrıştırdığı alan* $\mathbf{H} \cap \mathbf{C} \cap \mathbf{O}$ *kesişiminin tam olarak içinde yer alır.*

iii) **H**, **C**, **O** *ve* **ACA** *alanları arasında ilişkiler $\mathcal{C}^+$ alt-uzayında da aynen geçerlidir.*

Bu ifadeler ($\mathcal{C}$ ve $\mathcal{C}^+$ uzaylarında) aşağıdaki şekilde gösterilmektedir:



Şekil 1.9. H, C, O ve ACA Koşullarının C Uzayında Ayrıştırdığı Alanlar Arasındaki Karşılıklı İlişkiler

iv) **H**, **O**, **ACA** *alanları $\hat{C}$ alt-uzayında örtüşürler. Bu şekilde oluşturulan* **H – O– ACA** *alanı* **C** *alanının katı bir biçimde içinde yer alır.*

[5]Rasyonellik koşulları ve ilişkileri ile ilgili kapsamlı ispatlar için bkz. Aizerman, M. ve F. Aleskerov, 1995: 61-77.

Klasik seçim mekanizmalarına işaret eden ve bu nedenle seçim teorisinde önemli rol oynayan üç alan

$$\mathbf{H} \cap \mathbf{C} \supset \mathbf{H} \cap \mathbf{C} \cap \mathbf{O} \supset \mathbf{ACA}$$

dır.

Bu alanlar ve barındırdıkları fonksiyonlar ikili baskınlık ve optimizasyonel seçim varsayımları ile ilişkilendirildiğinden "Klasik Alanlar" ya da "Klasik Fonksiyonlar" olarak adlandırılırlar. Herhangi bir mekanizmalar sınıfı ve ürettiği fonksiyonel sınıf bu alanlara ait olup olmamasına (bu koşulları sağlayıp sağlamamasına) göre "Klasik" veya "Klasik olmayan" ayrımına tabi tutulur.

Aşağıda söz konusu özellikleri sağlayan "klasik seçim mekanizmaları" tanıtılmaktadır.

1.5 Klasik - Rasyonel Seçim Mekanizmaları

Klasik mekanizmaları temel olarak iki farklı yapı üzerinde tanımlamak mümkündür. Bunlardan biri tercih ilişkilerini açıklayan ikili bağıntı yapısı üzerinde; diğeri ise kriter yapısı üzerinde tanımlanan mekanizmalardır.

Aşağıda bu mekanizma sınıflarına ilişkin açıklamalara yer verilmiştir.

1.5.1 Tercih İlişkileri, İkili Bağıntılar ve İkili Baskın Seçim Mekanizmaları

Bireylerin fikirlerini ve kollektif kararları ikili bağıntılarla temsil etmek bunları biçimsel olarak modellemenin bir yoludur. Seçim teorisi kapsamında bu yaklaşımı benimseyen çalışmalarda, ikili bağıntılar, "daha iyi" alternatifin diğerine "tercih" edilen olduğu görüşünden hareketle tercihlerin modellenmesi ile sıkı bir ilişki içerisine sokulmuştur (Sen, A.K., 1974; Bordes, G., 1976; Suzumura, K., 1976). Diğer bir anlatımla, öznel tercihlerle nesnel olarak çalışmanın en yaygın yolu olarak ikili bağıntılar ve özellikleri, tercih ve seçim modellemesine iyi biçimde adapte edilebilmiştir. Buna göre, bir karar verici x ve y gibi iki alternatiften birini diğerine tercih ettiğini belirttiğinde bu alternatifler arasında bir tür "ikili bağıntı" kurmuş olur ve rasyonel birey bu ikili karşılaştırmalarda "üstün" gelen, yani "en iyi" alternatifi seçer.

Tercih kavramının ikili bağıntılarla formalize edilmesi çalışmalarında temel olarak iki tür ilişkiden bahsedilir. Bunlar "Katı Tercih İlişkisi" (Strict Preference Relation), P ve "Farksızlık (Eşdeğerlik) İlişkisi" (Indifference Relation), I dir. Bunun anlamı bir karar vericinin, sonlu sayıda elemana sahip bir X kümesinin elemanlarını ikili olarak karşılaştırdığında; ya açıkça bir elemanı diğerine tercih edeceği, ya da ikisini birbirinden farksız göreceğidir (Winterfeldt, D. Von ve W. Edwards, 1986: 208). Bunların birleşiminden, $R = P \cup I$, bir ilişki daha tanımlanır. "Katı Olmayan ya da Zayıf Tercih İlişkisi" (Non-Strict Preference Relation) adı verilen bu ilişki ile bağıntılı iki alternatiften "birincisinin en az sonraki kadar tercih edildiği" yorumu yapılır.

Tercih kavramının mantıksal temeli farklı özelliklerle tanımlanan (simetrik, yansıyan, geçişli, geçişsiz vb.) ikili bağıntı türleri ile ilişkilendirilmiştir. Çalışmamızın geri kalanında kriter yapısı üzerinde tanımlı mekanizmalara odaklanılacağından, burada yalnızca ikili bağıntının tanımına yer verilerek, tercih kavramı ile ne şekilde ilişkilendirildiği kısaca açıklanacaktır.[6]

Sonlu bir alternatifler kümesi A üzerinde tanımlı bir "ikili bağıntı" ($\mathcal{D}$); $A \times A$ kartezyen çarpımının sonucu olan sıralı ikililerin (x, y) oluşturduğu kümenin belli özelliklerle tanımlanmış bir alt kümesidir. Eğer bir sıralı ikili (x, y), $\mathcal{D}$'ye aitse, bu durum iki birbirinden farksız gösterimle ifade edilebilir (Roubens, M. ve P. Vincke, 1985:1; Aleskerov F.T., 1999: 19): $(x, y) \in \mathcal{D}$ veya $x \; \mathcal{D} \; y$

Veri bir ikili bağıntı $\mathcal{D}'$nin "tamamlayıcısı" $\overline{\mathcal{D}} = A \times A \setminus \mathcal{D}$ kümesi olup, aynı zamanda $\overline{\mathcal{D}} = \{(x, y) \mid (x, y) \notin \mathcal{D}\}$ ile de tanımlanır. Bir $\mathcal{D}$ bağıntısının "tersi" (inverse) ise, $\mathcal{D}^{-1} = \{(x, y) \mid (y, x) \in \mathcal{D}\}$ olarak ifade edilir. Böylece, A kümesinin alternatifleri arasında tanımlı bir ikili bağıntının tamamlayıcısı, $A \times A$ kümesinde söz konusu ikili bağıntının oluşturduğu sıralı ikililer kümesine ait olmayan ikilileri işaret ederken, tersi ise o bağıntının tanımladığı sıralı ikililerin tersi sıraya sahip ikililer kümesini oluşturur.

Herhangi bir ikili bağıntı, gösterimde kolaylık olması bakımından yönlendirilmiş grafikler ile de temsil edilebilir. Böyle grafiklerde köşe noktaları alternatifleri (örn. x ve y) gösterirken, $x \; \mathcal{D} \; y$ bağıntısını tanımlamak üzere x köşesinden y noktasına doğru bir ok (yönlendirilmiş yay) çizilir. (Bir örnek olarak bkz. Şekil 1.1.b).

[6] İkili bağıntıların özellikleri ile ilgili kapsamlı bir liste ve açıklamalar Roubens, M. ve P. Vincke (1985); Aleskerov FT., (1999: 18-22) ve Aleskerov FT. ve B. Monjardet (2002: 15-46)'de verilmektedir.

Temel tercih ilişkilerini modellemek için kullanılan ana ilişki sınıfları ikili bağıntı özelliklerinin çeşitli kombinasyonları ile ifade edilirler. Seçim teorisinde bu kombinasyonlar alternatifler arasındaki sıralama ilişkilerini (zayıf sıra, dorusal / lineer sıra vb.) tanımlamakta kullanılır. Buna göre, örneğin katı tercih ilişkisi P ikili karşılaştırmalarda "daha iyi olma" anlamını verir. Bu anlamda tutarlı olması bakımından asimetrik ("x alternatifi y'den daha iyi ise, y x'den daha iyi olamaz") ve yansımayan ("x kendi kendisinden iyi olamaz") olmak zorundadır.

Klasik yaklaşım çerçevesinde tercihler, ikili bağıntılar ve seçim kavramı arasında kurulan bağlantının mantığı ise, bireyin seçimleri üzerinde yapılan gözlemlerin onun tercihlerini açığa vurduğu görüşüne dayanır.

Daha açık olarak, bir bireyin A alternatifler kümesi üzerindeki tercihlerinin $\mathcal{D}$ ikili bağıntısı ile formalize edildiği varsayılsın. Eğer herhangi iki alternatif x ve y arasında $x \ \mathcal{D} \ y$ ve $y \ \overline{\mathcal{D}} \ x$ ilişkileri aynı anda sağlanıyorsa, "x alternatifinin y'ye (katı bir biçimde) tercih edildiği" veya "y nin x alternatifi tarafından basıldığı (dominated)" söylenir. Bu durumda x ve y arasında seçim yapması gereken birey, basılmayan alternatif olan x'i seçecektir. Daha genel olarak, eğer bir X kümesi seçim için sunulursa, birey bu küme içinden ikili karşılaştırmalarda -$\mathcal{D}$ ilişkisine göre- diğer hiç bir alternatif tarafından basılmayan alternatifleri seçer. Bu alternatifler ikili karşılaştırmalarda diğerleri tarafından "yenilmeyenler"dir. Bu "ikili - baskınlık" (pair dominance) rasyonelliği varsayımının nesnel ifadesidir.

Burada $\mathcal{D}$ ikili bağıntısı yerine katı tercih ilişkisi P yazılırsa, "tercih ilişkileri yapısı üzerinde tanımlı seçim kuralı" aşağıdaki biçimde tanımlanır (Aleskerov FT., 1999: 21; Aleskerov FT. ve B. Monjardet 2002: 28).

$$C(X) = \{x \in X \ \mid \overline{\exists} \ y \in X : y \ P \ x\} \tag{9}$$

Diğer bir anlatımla bir sunum kümesinden seçilen alternatifler, P ilişkisine göre bu küme içindeki maksimal alternatiflerdir.

Bir seçim fonksiyonu $C(\cdot)$ verilmiş olsun. Eğer bu seçim fonksiyonu yukarıdaki (9) biçiminde temsil edilebiliyorsa, $C(\cdot)$ fonksiyonunun P bağıntısı tarafından "rasyonalize edildiği" söylenir. Bu şekilde bir ikili bağıntı tarafından rasyonalize edilen seçim fonksiyonlarına ise "İkili Baskın Seçim Fonksiyonu" (Pair - Dominant Choice Function) adı verilir.

Bu şekilde yapı olarak, alternatifler arasındaki baskınlık ya da tercih ilişkilerini formalize eden ikili bağıntıları veya bunların gösterildiği yönlendirilmiş grafikleri kullanan ve (9) biçimindeki seçim kuralı ile ikili baskın seçim fonksiyonlarını üreten mekanizmaya "İkili Baskın Seçim Mekanizması" adı verilir.

Bu mekanizma ile ilgili bir konu da, ikili baskınlık rasyonalitesinin sadece P katı tercih ilişkisi ile değil de, diğer bağıntı türleri ile de yazılabileceğidir. Örneğin (9) içerisindeki seçim kuralı zayıf tercih ilişkisi R kullanılarak da yazılabilir. Bu durumda kural, X sunumu içerisinden seçilecek alternatifin "en azından diğer tüm alternatifler kadar iyi olan" alternatif olması gerektiğini söyleyecektir.

Buradan hareketle,

$$C(X) = \{x \in X \mid \bar{\exists} y \in X : y \; P \; x\} = \{x \in X \mid \forall x \in X : x \; R \; y\}$$

olacağı koşulu ararız.

Bu biçimde tanımlanan seçim fonksiyonu ile (9) tarafından üretilen seçimlerin aynı olması için, R ilişkisinin ikili bağıntı özelliklerinin $R = P \cup I$ sağlayacak biçimde tanımlanması gerekir. Bu durumda ilgili seçim fonksiyonunun R ilişkisi tarafından rasyonalize edildiği söylenir. Bu çalışmada -aksi belirtilmedikçe- (9) kullanılarak ikili baskın seçim fonksiyonları üreten mekanizmayı esas alacağız.

1.5.2 Kriter Optimizasyonu ile Kurulan Klasik Seçim Mekanizmaları

Yukarıda seçimin ikili-baskınlık karinesine dayalı modeli aktarıldı. Seçimin diğer iyi bilinen klasik modeli ise, "ekstremizasyon - optimizasyon paradigması" temeline oturan modeldir. Bu model ile ilgili yaklaşım 18.yy'a, Pareto V. (1889)'ya kadar uzanır. Ekstremizasyon modeli bir A kümesi elemanlarının sayısal bir kalite fonksiyonu (kriter, değer, fayda) tarafından değerlendirildiğini varsayarak, $X \subseteq A$ sunum kümelerinden yapılacak seçimin ilgili kritere göre ekstrem (maksimum veya minimum) değerleri alan alternatiflerden oluşacağını ifade eder. Bu fonksiyon "fayda veya değer fonksiyonu" ya da "kriter" olarak adlandırılır. (Aleskerov FT. ve B. Monjardet 2002: 30).

Seçimin kriter optimizasyonu modelleri, "tek kriterli" (unicriterial) ve "çok kriterli" (multicriterial) seçim mekanizmalarını kapsar.

Bu mekanizmalar aşağıda açıklanmaktadır.

1.5.2.1. Tek Kriter (Skalar) Optimizasyonu Seçim Mekanizması

Bir A alternatifler kümesi üzerinde tanımlanan $u(\cdot)$ "kriteri" (criterion), her $x \in A$ alternatifine sayısal bir "fayda" (utility), "değer" (value) veya "kriter tahmini" (criterial estimate), $u(x)$ atanmasını işlemini gerçekleştirir. Böylece her $x \in A$ için $u(x)$ değerleri x alternatifinin $u(\cdot)$ kriterine göre reel ve pozitif sayı değerini yansıtır ($u : A \longrightarrow \mathbb{R}+$). Basitlik amacıyla $u(\cdot)$ kriterinin maksimize edilmesi istendiği varsayılırsa "tek kriter optimizasyonu seçim kuralı" aşağıdaki gibi yazılacaktır (Aizerman, M. ve F. Aleskerov, 1995: 51; Aleskerov FT., 1999: 22):

$$C(X) = \{x \in X \ \mid \bar{\exists}\ y \in X : u(y) > u(x)\} \tag{10}$$

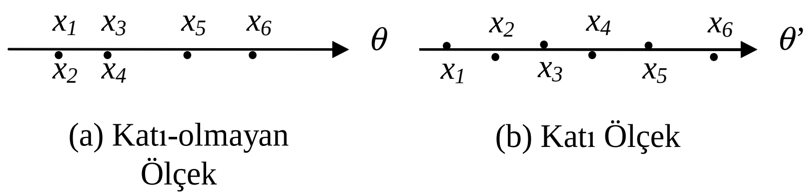
Bu şekilde (10) formunda temsil edilebilen bir seçim fonksiyonu $C(\cdot)$'nin, "$u(\cdot)$ kriteri tarafından rasyonalize edilebilen" veya "tek kriter optimizasyonu" seçim fonksiyonu olduğu söylenir. Bu kurala göre kriterin ekstrem değerine sahip alternatif(ler) seçimin içine dahil edilecektir.

Kriterlere göre alternatiflere atanan tahmin veya değerler sayısal eksenler üzerinde konumlandırılarak gösterilirler. Bir A kümesi elemanlarının sayısal eksen Φ üzerine konumlandırılması, bu eksenin bir noktasına ilgili kritere göre o noktanın gösterdiği değere sahip olan bir veya birden fazla alternatifin isminin yazılması ile olur. Bu şekilde işaretlenen bir sayısal eksene "ölçek" ya da "skala" (scale) ismi verilir.

Böylece bir ölçek, A kümesindeki her x alternatifine bu alternatifin konumlandırıldığı noktaya karşılık gelen $\Phi(x)$ sayısının atanmasını sağlar. Eğer ölçek üzerinde birden fazla alternatifi temsil eden bir nokta bulunmuyorsa bu ölçeğe "katı ölçek" (strict scale) adı verilir.

Eğer bir ölçeğe "daha iyi - daha kötü" anlamı yüklenebiliyorsa, bu daha iyi olarak değerlendirilen bir alternatifin Φ ölçeği üzerinde sağa doğru daha uzakta yer alması ve tahmin değerinin daha büyük $\Phi(x)$ olması anlamına gelir. Bu durumda ilgili ölçek "kriter ölçeği" (criterial scale) olarak adlandırılır (Aizerman, M. ve F. Aleskerov, 1995: 51-53).

Aşağıdaki şeklin ilk kısmında katı olmayan ikinci kısmında katı ölçek yapıları üzerinde alternatiflerin olası yerleşimi örneklenmiştir.



Şekil 1.10. Katı ve Katı-Olmayan Kriter Ölçekleri

Tek bir ölçek (tek kriter) üzerinde optimizasyon kuralı ile tanımlı seçim mekanizmalarına "Skalar Optimizasyon Seçim Mekanizmaları" (Scalar Optimization Choice

Mechanism) adı da verilir. Ölçeğin katı olup olmamasına göre, sırasıyla "katı skalar optimizasyon" veya "katı olmayan skalar optimizasyon"dan bahsedilir.

1.5.2.2. Çok Kriter (Vektör / Pareto) Optimizasyonu Seçim Mekanizması

Eğer bir seçim fonksiyonu tek bir kriter yerine birden fazla kriter tarafından oluşturulan bir "kriterler vektörü" tarafından rasyonalize edilebiliyorsa "çok kriterli seçim fonksiyonu" (multicriterial choice function) olarak nitelendirilir (Aizerman, M. ve F. Aleskerov, 1995: 53; Aleskerov FT., 1999: 23). Bir diğer anlatımla, eğer alternatiflerin kriterlere göre atanan değerleri farklı özelliklere göre veya farklı bakış açılarından atanıyorsa mekanizma bu çok kriter yapısında tanımlanır. Buna göre bir i-nci bakış açısından bir alternatif "daha iyi" ise $u_i(\cdot)$ kriterine göre "daha yüksek bir değer" alacaktır.

Formal olarak, $i = 1, 2, ..n$ olmak üzere n adet kriterden oluşan bir kriter vektörünün $u_1(\cdot), ..., u_n(\cdot)$ verildiği varsayılsın. Her $x \in A$ alternatifi için $\{u_i(x)\}$ ile simgelenecek bir kriter tahminleri vektörü atanır ve seçim kuralı tek kritere göre tanımlanan optimizasyon kuralının bu vektöre genellenmesi ile bulunur.

Çok kriterli modeller için A kümesindeki tüm alternatifler tek bir ölçek yerine n adet farklı kriter ölçeği üzerinde aynı anda konumlandırılırlar. Eğer i-nci bakış açısından bir x alternatifi daha iyi ise i-nci ölçek üzerinde daha yüksek bir tahmin değerine sahip olacaktır. Bunun anlamı, i ölçeğinde bu alternatife karşılık gelen noktanın üste - sağa doğru daha uzak bir yere konumlandırılmasıdır. Böylece oluşan n adet elemanlı kriter ölçekleri kümesini $\{\Phi_i(\cdot)\} = \{\Phi_1(\cdot), ...\Phi_n(\cdot)\}$ simgesi ile gösterirsek, $\{\Phi_i(\cdot)\}$ bir "kriterler/ölçekler vektörü" ve her $\Phi_i(\cdot)$, $i = 1, ..., n$ ise onun bileşenleri olarak tanımlanırlar.

Bir A alternatifler kümesinden seçim için, eğer çok kriterli yapı üzerinde aşağıdaki kural kullanılırsa, kurulan mekanizma "çok kriterli optimizasyon mekanizması"; verilen kural ise "çok kriterli optimizasyon seçim kuralı" olarak adlandırılır (Aizerman, M. ve F. Aleskerov, 1995: 54).

$$C(X) = \{x \in X \ \mid \bar{\exists} y \in X : \forall i \ u_i(y) > u_i(x)\}. \tag{11}$$

Bu kural; X sunumuna ait bir x alternatifinin, eğer (yalnız ve yalnız) onu tüm kriterlerde geçen $y \in X$ gibi bir alternatif bulunmuyorsa seçileceğini söyler. Bu kurala aynı zamanda "Zayıf (Weak) Pareto Kuralı" adı da verilir. "Zayıf" nitelendirmesi alternatiflerin elenmesi konusunda tutucu olmasından gelir. Çok kriterli yapı üzerinde (11) kullanılarak üretilen $C(X)$ fonksiyonu "(Zayıf) Pareto Seçim Fonksiyonu" olarak adlandırılır.

Ancak kuralın alternatiflerin elenmesinde daha az tutucu olan (daha fazla alternatifin elenmesini sağladığı için daha güçlü) bir versiyonu da vardır. Literatürde iyi bilinen "(Güçlü) Pareto Kuralı" da aşağıda verilmektedir:

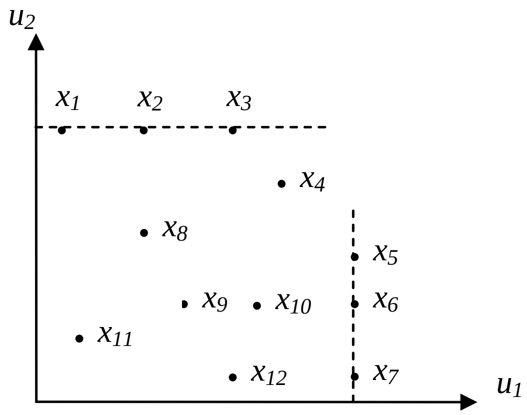
$$C(X) = \{x \in X \ \mid \bar{\exists} y \in X \text{ öyle ki } (\forall i \ u_i(y) \geq u_i(x) \text{ ve } \exists i_0 : \ u_{i_0}(y) > u_{i_0}(x))\} \tag{12}$$

Çok kriterli yapı üzerinde (12) kullanılarak üretilen $C(X)$ fonksiyonu ise "Güçlü Pareto Seçim Fonksiyonu" olarak adlandırılır.

Güçlü Pareto Kuralı; herhangi bir $x \in X$ elemanı değerlendirilirken, tüm kriterlerde bu alternatiften daha iyi ya da ona eşit iken, en azından bir kriterde ona katı bir üstünlük sağlayan başka bir alternatif (örneğin $y \in X$) bulunmuyorsa, bu x alternatifinin seçileceğini ifade eder.

Pareto Kuralı ile seçilen alternatiflerden oluşan küme ise "Pareto Etkin Küme" ya da "Etkin Küme" (Efficient Set) adını alır.

Aşağıdaki şekilde (11) ve (12) ile elde edilen etkin kümeler arasındaki farkı göstermek amacıyla, $A = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}, x_{11}, x_{12}\}$ kümesi için iki-kriterli uzayda alternatiflere atanan değerlerin örnek bir dağılımı sunulmaktadır.



Şekil 1.11. Güçlü Pareto ve Zayıf Pareto Etkin Kümeleri - Örnek

Yukarıdaki küme üzerinde (12) ile seçim yapılırsa seçim kümesi $C(A) = \{x_3, x_4, x_5\}$; (11) ile seçim yapılırsa etkin küme $C(A) = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7\}$ olacaktır. Görüldüğü gibi zayıf Pareto Kuralı tarafından daha fazla sayıda alternatif seçilmiştir.

Çoklu kriter ölçeği üzerinde yukarıdaki optimizasyon kurallarından biri ile tanımlanan seçim mekanizmalarına, genel olarak, "Vektörel Optimizasyon Seçim Mekanizmaları" (Vektörel Optimization Choice Mechanism) adı verilir.

1.5.3 Klasik Seçim Mekanizmalarının Rasyonellik Özellikleri

Aşağıdaki teorem yukarıda ele alınan klasik mekanizmaların sağladıkları rasyonellik özelliklerini toplu olarak vermektedir. (Teoreme ilişkin ispatlar Sen AK., 1970; Aleskerov FT., 1999: 23-35 veya Aleskerov FT. ve B. Monjardet 2002: 30-44'da bulunmaktadır).

Teorem 1.3. *Eğer ele alınan bir seçim fonksiyonları sınıfı,*

i) "İkili baskın temsil edilebilir" ise boş-olmayan seçim fonksiyonları uzayında ($\mathcal{C}^+$), $\mathbf{H} \cap \mathbf{C}$ *alanı ile örtüşür (bu özellikleri sağlar).*

ii) çok kriter optimizasyonu mekanizması tarafından (Zayıf) Pareto kuralı ile üretiliyorlarsa, boş-olmayan seçim fonksiyonları uzayında ($\mathcal{C}^+$), $\mathbf{H} \cap \mathbf{C} \cap \mathbf{O}$ *özelliklerini;*

iii) skalar optimizasyon mekanizması tarafından üretiliyorlarsa, boş-olmayan seçim fonksiyonları uzayında ($\mathcal{C}^+$), **ACA** *özelliğini;*

iv) katı skalar optimizasyon mekanizması tarafından üretiliyorlarsa ($\forall x, y \in A$, $v(x) \neq v(y)$), tek değerli seçim fonksiyonları uzayında ($\hat{C}$), **ACA** *koşulunu, sağlar.*

Yukarıdaki teoremin işaret ettiği sonuçlar, klasik seçim mekanizmaları tarafından üretilen fonksiyonların $\mathcal{C}$ ve ($\mathcal{C}^+$) uzayında ayrıştırdığı alanların konumunu açıklamaktadırlar. Bu alanlar daha önceden de bahsettiğimiz "standart alanlar" dır. Herhangi bir seçim mekanizması tarafından üretilen fonksiyon kümelerinin klasik fonksiyonlarla karşılaştırılması için bu standart alanlar kullanılacaktır.

Çalışmanın bundan sonraki bölümünde iki aşamalı kriter optimizasyonu seçim mekanizmaları tanıtılarak; ortaya konulacak yeni bir iki-aşamalı model bu özelliklere uygunluğu ve klasik mekanizmalara denkliği (indirgenebilirliği) açısından incelenecektir.

İKİNCİ BÖLÜM

2 İKİ AŞAMALI "(q)-PARETO - (q)-SKALAR" SEÇİM MODELİ

2.1 Seçim Teorisi ve Uygulamasında İki Aşamalı Seçim Modelleri

Seçim teorisinde genel olarak "çok aşamalı" (multi-stage) ya da daha spesifik olarak "iki aşamalı" (two-stage) seçim olarak adlandırılan "ardışık" (sequential) modeller giderek ilgi gören araştırma alanları haline gelmişlerdir (Anandalingam, G. ve C.E. Olsson, 1989; Bandyopadhyay, T., 1998; Lahiri, S., 2000). İki ya da çok aşamalı seçim modeli kavramı, üzerine kurgulandığı yapı ve kullanılan seçim kuralının birden fazla aşamada tanımlanmış olmasından kaynaklanır. (Aizerman, M. A. ve A.V. Malishevski, 1981: 1035). Diğer bir anlatımla, söz konusu modeller birden fazla aşamanın bileşiminden oluşur, her aşamada bir seçim mekanizması (kural ve yapı ikilisi) kullanarak alternatifler kümesini daraltır ve böylece nihai seçime ulaşırlar.

Bu modellere tipik bir örnek, "Sözlüksel Sıralama" (Lexicographic Order) adı verilen yöntemdir. Bu model, bir sözlükte aranan sözcüğün bulunması için önce ilk harflere sonra ikinci ve sırasıyla diğerlerine bakılması gibi, kriterleri önceden belirlenmiş önem sırasına göre ele alarak "en iyi" alternatife ulaşmayı amaçlar. Prosedür, seçim kümesinde tek bir alternatif kalıncaya ya da ele alınan tüm kriterlerin değerlendirilmesi sona erinceye kadar devam eder. Yöntem, karar vericinin nitelikler arasında bir öncelik sıralaması yapmış olmasını gerektirir (Hwang C.L. ve K. Yoon, 1981: 74). Görüldüğü gibi model çok aşamalıdır ve her aşamada ayrı bir kriter için aynı kural, yani skalar optimizasyon işletilerek seçim yapılmaktadır.

Söz konusu modellere farklı türlerde başka örnekler de verilebilir. Bu çalışmanın ilk bölümünde kısaca değinilen, A. Tversky 'nin "Çeşitli Yönlere Göre Eleme" (Elimination by Aspects) prosedürü ile; "Toplanmış/Birleşik Optimal Seçim" (Joint/Collected Extremal Choice) adı verilen model, çok aşamalı seçim prosedürleri işletirler. Bu modelleri birbirinden ayıran her aşamada işlettikleri mekanizmaların farklılığıdır. Örneğin Çeşitli Yönlere Göre Eleme'de seçim kuralı klasik optimizasyon değil tatmin edicilik temeline dayalıdır. Buna göre ard arda ele alınan kriterlerde belirli bir standart eşik değerini aşan alternatifler seçilir (Tversky A., 1969; 1972a, 1972b; Tversky A. ve D. Kahneman, 1986; Hwang C.L. ve K. Yoon, 1981: 71-74). Birleşik Optimal Seçim'de ise her aşamada aynı kümeden bir optimizasyon kuralına göre seçilen farklı alternatifler bir seçim kümesine toplanırlar (Plott, C. 1973; Litvakov, B.M., 1981; Aizerman, MA. ve AV. Malishevski, 1981: 1034; Aizerman, M. ve F. Aleskerov, 1995: 80-136).

Çok aşamalı modeller özellikle büyük boyutlu, yani fazla sayıda alternatifin (Örn. $|A| > 100$) birden çok kritere göre eşanlı değerlendirilmesini gerektiren problemlerde, tüm değerlendirmelerin bir seferde yapılmasındaki güçlük nedeniyle ortaya çıkmışlardır. İnsanoğlunun kısa dönemli hafıza kısıtı nedeniyle aynı anda birden fazla faktörü değerlendirmesindeki zorluğun, karar vericileri alternatiflerin niteliklerini birer birer veya gruplayarak değerlendirdikleri ardışık yöntemler kullanmaya teşvik ettiği savunulmaktadır. Ayrıca, büyük boyutlu problemlerde karar vericilerin sıklıkla, "kabul edilemeyecek" (unacceptable) alternatifleri basit kurallarla eleyip, geriye kalan baskın alternatifler arasından seçim yaptıkları genel kabul görmüş bir olgudur. Bunun temelinde insanoğlunun bilgiyi işleme kapasitesindeki sınırlılık varsayımı yatmaktadır. (Tversky A., 1972b, Montgomery, H. ve O. Svenson, 1976; Simon, H., 1982; Korhonen P. ve diğ., 1997: 234; Larichev, O.I., 1999, 5.1-5.24).

İki aşamalı modellerin çok aşamalı modeller içerisinde özel bir yeri bulunmaktadır. Bu modellerin özel olarak ele alınmasının çeşitli nedenleri vardır. Bunun en başta gelen nedeni, karar vericilerin büyük boyutlu problemlerle karşılaştıklarında "salt bütünsel" (purely parallel) ya da "salt ardışık" (purely sequential) seçimler yapmaktan kaçındıkları, bunun yerine "Birinci Aşamada Eleme - İkinci Aşamada Seçim" (Screening-Choice) biçiminde iki-aşamalı süreçleri tercih ettikleri konusunda elde edilmiş bulgulardır (Korhonen P. ve diğ., 1997: 242).

Bu tür bir yaklaşımı destekleyen bir diğer görüş ise, karar vericilerin bir yandan olası tüm alternatifleri değerlendirmeye almak, diğer yandan seçim için harcayacakları eforu azaltarak seçimin kalitesini artırmak istedikleridir. Bu düşünceden hareketle birey öncelikle bir eleme yaparak değerlendireceği alternatif sayısını azaltmaya çalışır.

İki aşamalı seçim için bir diğer mantıksal gerekçe de, değerlendirme kriterlerinin sahip oldukları özelliklere göre aynı anda ele alınmak yerine gruplanmaları yoluyla ifade edilen seçim davranışıdır. Karar verici örneğin bir ürünü kalite kriterlerine veya bir projeyi teknik özelliklerine göre ön değerlendirmeye tabi tutup, ikinci aşamada maliyet kriterini dikkate alarak seçim yapmak isteyebilir. Bunun gibi iki tür kriter grubunun bir arada değerlendirilmesinin uygun görülmediği problemlerle karşılaşılabilir. Bu biçimde bir seçim "belirli kalite ya da teknik koşulları sağlayanlar ya da bu anlamda etkin alternatifler arasından en ucuz olanını seçmek" biçiminde ifade edileceğinden iki aşamalı bir süreçle formalize edilir.

İşletmecilik - Pazarlama yazınında, "Ön Eleme - Seçme" biçiminde gerçekleştirilen bu iki aşamalı seçim modelinin, tüketicilerin satın alma davranışını iyi bir şekilde temsil ettiği görüşünü destekleyen bir çok çalışma bulunmaktadır.

(Lehtinen, O., 1974; Payne, J. 1976; Wright, P.L. ve F. Barbour, 1977; Bettman, J. 1979; Lussier, D.A. ve R.W. Olshavsky, 1979; Gensch, D.H., 1987; Beach, L.R., 1993; Häubl, G. and V. Trifts, 2000; Manzini P. ve M. Mariotti, 2004).

Bu çalışmalarda ulaşılan genel sonuç, tüketicilerin nihai seçim kararına ulaşırken sıklıkla iki-aşamalı bir prosedür izledikleridir. Birinci aşamada büyük boyutlu bir alternatifler kümesi bir ön eleme mekanizması ile daha küçük boyutlu bir kümeye indirgenerek, elenmeyen alternatifler ikinci aşamaya geçirilir. Bu yeni ve daraltılmış küme tüketicinin "Düşünme Kümesi" (Consideration Set) olarak adlandırılmaktadır (Shocker, A.D. ve diğ., 1991). Bu aşamada genellikle basit, telafi edici olmayan (non-compensatory) optimizasyon ya da tatmin edicilik kuralları işletilirken, ikinci aşamada ise eldeki alternatifler daha çok kriterler arası ikamelere izin veren ayrıntılı analizlerle değerlendirilir ve seçime ulaşılır. (Wright, P., 1975; Gensch, D.H., 1987: 225; Bettman, J.R. ve diğ., 1998: 191; Häubl, G. and V. Trifts, 2000: 4). Son yıllarda bu biçimde seçim prosedürleri e-ticaret alanında da kullanılmakta ve böyle mekanizmalar internet üzerinde on-line alışveriş yapan müşterilerin seçimlerine önerileri ile yardımcı olan etkileşimli karar destek sistemleri (recommendation agents) olarak tasarlanmaktadır. (Häubl, G. and V. Trifts, 2000; Swaminathan, V., 2003; Moe, W.W. 2006; Aksoy L. ve diğ., 2006).

İki aşamalı modellerin gerçek hayat ve işletmecilik problemlerinde kullanımına ilişkin örnekler çoğaltılabilir. Örneğin, ilk aşamada bir ön değerlendirme komitesinin (örn. teknik komite) ikinci aşamada ise nihai bir karar biriminin ardışık değerlendirmesine ihtiyaç duyulan problemlerde bu prosedür sıklıkla uygulanır. Başka spesifik bir örnek olarak, çok sayıda aday arasından seçim yapılmasına ilişkin problemlerde çeşitli eleme prosedürlerinin ardı sıra işletildiği bilinmektedir.

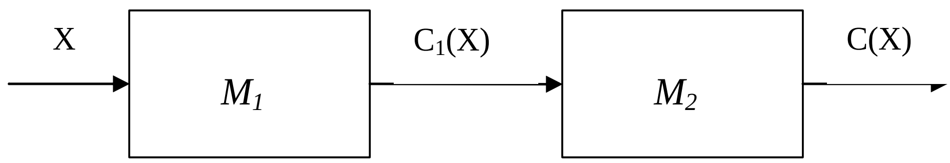
Çalışmamızın bu bölümünde, bir tür "Eleme - Seçim" modeli önerilerek, biçimsel olarak incelenecek; sonraki bölümde ise, uygulamalarına yer verilecektir. Söz konusu model, içerdiği aşamalarda klasik skalar ve vektörel optimizasyon kurallarının -anlamı aşağıda açıklanacak olan- bir "q" parametresi ile genişletilmesiyle oluşan seçim kurallarını (q-Pareto ve q-Skalar) kullanan iki aşamalı bir modeldir. Ancak model tanıtılmadan öncelikle klasik kriter optimizasyonu mekanizmalarıyla oluşturulabilecek iki-aşamalı seçim modelleri biçimsel formda açıklanacaktır. Bu modellerin rasyonellik özellikleri ilk olarak M.A. Aizerman ve AV. Malishevski tarafından çalışılmıştır (Aizerman, MA. ve AV. Malishevski, 1981; Malishevski, A.V., 1985; Aizerman, MA. ve AV. Malishevski, 1986).

2.2 'Klasik' Mekanizmaların Oluşturduğu İki Aşamalı Kriter Optimizasyonu Seçim Modelleri ve Özellikleri

Tek kriter optimizasyonu (skalar optimizasyon) seçim mekanizmalarında kullanılan kriter ölçeği katı değilse, diğer deyişle alternatiflerin kriterlere göre eşit tahminlerine olanak veriyorsa, bu mekanizma tarafından alternatifler kümesinden yapılacak seçim birden fazla eleman içerebilir. Çok kriterli optimizasyon seçim mekanizması ile bu durum kriter uzayında alternatif tahminlerinin dağılımına bağlı olarak katı ölçeklerde de söz konusu olabilir. Bir X sunumundan yapılacak seçim, sunum kümesindeki tüm alternatifleri de içerebilir.

Birden fazla alternatifin seçildiği bu tür durumlarda, seçilenler ikinci bir kriter optimizasyonu seçim mekanizması tarafından daraltılmak üzere yeni bir sunum kümesi olarak sunulabilir. Böylece iki aşamalı kriter optimizasyonu seçim modeli oluşur. (Aizerman, MA. ve AV. Malishevski, 1981: 1035; Malishevski, A.V., 1985; Aizerman, MA. ve AV. Malishevski, 1986; Aizerman, M. ve F. Aleskerov, 1995:111)

İki aşamalı seçim modelinin genel şeması aşağıdaki Şekil 2.1'de gösterilmektedir.



Şekil 2.1. İki Aşamalı Seçim Modelinin Genel Şeması

İki aşamalı optimizasyonel modeller için M_1 ve M_2, sırasıyla birinci ve ikinci aşamada yer alan skalar ve / veya vektörel kriter optimizasyonu mekanizmalarını ifade etmektedir.

Eğer $C_1(\cdot)$ ve $C_2(\cdot)$, sırasıyla M_1 ve M_2 tarafından üretilen seçim fonksiyonları iseler, iki-aşamalı modelin ürettiği ve bu fonksiyonların "üst seviye fonksiyonu"nu (super-position function) olarak anılan $C(\cdot)$ aşağıdaki biçimde gösterilir:

$$C(\cdot) = C_2(C_1(\cdot)). \tag{13}$$

M_1 ve M_2'nin, skalar optimizasyon (M_{ce}) veya vektörel optimizasyon (M_{mce}) mekanizmaları olmalarına bağlı olarak klasik optimizasyon mekanizmalarını içeren dört türde iki-aşamalı modelden bahsedilebilir. Bu olası modeller aşağıdaki tablo halinde gösterilmiştir.

	M_1	M_2
1^0	M_{ce}	M_{ce}
2^0	M_{ce}	M_{mce}
3^0	M_{mce}	M_{ce}
4^0	M_{mce}	M_{mce}

Tablo 2.1. Klasik İki-Aşamalı Modellerin Farklı Türleri

Tablo 2.1'de simgelenen iki aşamalı klasik seçim modelleri;

1^0- "Skalar-Skalar",

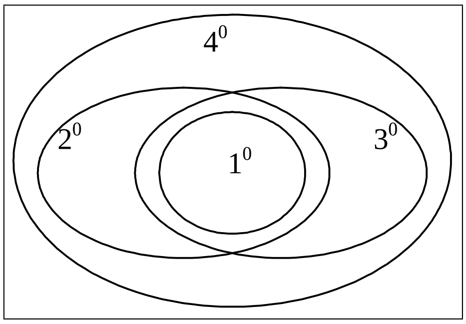
2^0- "Skalar-Vektörel",

3^0- "Vektörel-Skalar",

4^0- "Vektörel-Vektörel"

optimizasyon modeli olarak adlandırılırlar.

Skalar optimizasyon, vektörel optimizasyon mekanizmasının özel bir hali olduğu için bu modeller arasındaki ilişkiler aşağıdaki gibi gösterilir.



Şekil 2.2. Klasik İki Aşamalı Seçim Modellerinin Karşılıklı İlişkileri

Burada, 2^0 ve 3^0 türü modeller 4^0 türündeki modelin özel halleri iken, 1^0 modeli 2^0, 3^0 ve 4^0 tarafından içerilir.

İlk aşamada yer alan M_1 mekanizmasının kullandığı kriter yapısı u ve ikinci aşamadaki M_2 mekanizmasına ait olan yapı v harfleri ile gösterilirse;

1^0 nolu durumda u ve v nin her ikisi de tek kriterli; 2^0 nolu durumda u tek ve v çok kriterl; 3^0 nolu durumda u çok ve v tek kriterli ve son olarak 4^0 nolu durumda u ve v nin her ikisi de çok kriterli yapıları temsil ederler.

1^0 nolu seçim mekanizmasının yukarıda değinilen "sözlüksel (lexicographic)" modelin iki aşamalı hali olduğu görülmektedir.

Aşağıda söz konusu modeller ele alındığında, rasyonellik özelliklerinden hangilerini sağladıkları ve hangi koşullarda tek aşamalı klasik mekanizmalara denk oldukları açıklanacaktır.

Bu çalışmanın birinci bölümünde sunulan yapı ve kural ikililerine göre; iki adet kriter optimizasyonu mekanizması (ya da modeli) veya bunların ürettiği seçim fonksiyonları sınıflarının "denk" ya da birinin diğerine "indirgenebilir" olmasının anlamı şöyle açıklanabilir:

Bir f kriterler kümesi üzerinde π^I gibi bir seçim kuralı ile tanımlanmış mekanizma tarafından üretilen herhangi bir $C^I(\cdot)$ seçim fonksiyonu için; bir g kriterler kümesi üzerinde π^{II} gibi bir seçim kuralını işleten diğer bir mekanizma tarafından üretilen ve tüm sunum kümeleri için $C^{I}(\cdot)$'e eşit olan bir $C^{II}(\cdot)$ mevcuttur. Doğal olarak bu ifadenin tersi de doğrudur: g kriterler kümesi üzerinde π^{II} kuralı ile oluşturulan $C^{II}(\cdot)$ fonksiyonu için öyle bir f kriterler kümesi vardır ki, bu küme üzerinde π^{I} seçim kuralı ile tanımlanan $C^{I}(\cdot)$ fonksiyonu $C^{II}(\cdot)$ 'ye denktir. Bu iki mekanizmanın yapıları olan f ve g kriter kümelerinin içerdikleri fonksiyon sayıları farklı olabilir. (Aleskerov FT., 1999: 25).

Aizerman, M. ve F. Aleskerov (1995: 111-120)'de klasik mekanizmalardan oluşan iki aşamalı modellerin rasyonellik özellikleri ve indirgenebilirlik koşullarına ilişkin teorem ve ispatların tamamına yer verilmiştir. Bu modellerin özelliklerine ilişkin açıklamalara çalışmamızda yer verilecek olmakla birlikte, bunlardan yalnızca bu çalışma kapsamında özel bir önemi olan model türüne ilişkin teoremler ayrıntılı olarak incelenecektir. Çalışmamızın ilgi alanını oluşturacak olan bu model türü, alternatiflerin optimizasyonel mekanizmalarla "Elenmesi ve Seçimi" prosedürüne temel oluşturan 3^0-nolu "vektörel - skalar" iki aşamalı seçim modelidir.

Modellerin özelliklerine ilişkin açıklamalar aşağıda verilmektedir.

2.2.1 İlk Aşamasında Skalar Optimizasyon Mekanizmasının Yer Aldığı İki Aşamalı Modeller

Bu modeller, yukarıda belirtildiği üzere 1^0- skalar-skalar ve 2^0- skalar-vektörel modellerdir. Bunların rasyonellik özellikleri ile ilgili olarak ispatlanan teoremlerden çıkan sonuçlara göre:

"1^0 ve 2^0nolu modeller, $\mathcal{C}$ ve $\mathcal{C}^+$ uzaylarında, sırasıyla, $\mathbf{ACA}$ ve $\mathbf{H} \cap \mathbf{C} \cap \mathbf{O}$ alanlarından seçim fonksiyonları üretirler. İfadenin tersi de doğrudur, yani, $\mathcal{C}$ ve $\mathcal{C}^+$ uzaylarında $\mathbf{ACA}$ ve $\mathbf{H} \cap \mathbf{C} \cap \mathbf{O}$ alanlarında yer alan her hangi bir seçim fonksiyonu için sırasıyla 1^0 ve 2^0 türünde bir üretici seçim mekanizması mevcuttur" (Aizerman, M. ve F. Aleskerov 1995: 113).

Bu açıklama Teorem 1.3. ile birlikte ele alındığında;

i) 1^0nolu mekanizmanın tek aşamalı tek kriterli optimizasyon mekanizmasına denk (veya bu mekanizmaya indirgenebilir) olduğu ve,

ii) 2^0nolu mekanizma tek aşamalı çok kriterli optimizasyon mekanizmasına denk olduğu

sonuçlarına ulaşılır.

Ayrıca, 2^0nci türdeki mekanizmanın tek kriterli optimizasyon mekanizmasına denkliğinin alternatiflerin kriterler uzayındaki değerleri ile bağlantılı olarak ancak çok özel durumlarda bozulabildiği gösterilmiştir.

Dolayısıyla ilk aşamasına skalar optimizasyon yapılan 1^0 ve 2^0nci türdeki iki aşamalı mekanizmaların her zaman (en azından) Condorcet Prensibini (**PC**) $= \mathbf{H} \cap \mathbf{C}$ sağlayan fonksiyonlar ürettiği, diğer deyişle bu mekanizmaların "ikili baskın temsil edilebilir" olduğu söylenir.

2.2.2 İlk Aşamasında Vektörel Optimizasyon Mekanizmasının Yer Aldığı İki Aşamalı Modeller

Bu modeller (3^0 ve 4^0) *ise, h*er zaman ikili baskın temsil edilebilir değildirler (Aizerman, M. ve F. Aleskerov 1995: 115). Ancak, -her zaman- (genel olarak) **C** koşulunu sağlayan fonksiyonlar üretirler.

Bu sonuçtan hareketle 3^0 ve 4^0 tarafından üretilen seçim fonksiyonlarının ikili baskın temsil edilebilir olup olmadıklarının test edilmesi için bu fonksiyonların hangi durumlarda **H** koşulunu sağladıklarına bakılmalıdır.

Vektör-vektör iki aşamalı model (4^0) ile ilgili olarak;

i) Bu modelin her zaman klasik kriter optimizasyon mekanizmalarına indirgenemez olduğu, denkliğin sadece A kümesi alternatiflerinin u ve v kriter uzaylarındaki bazı özel göreli pozisyonları için geçerli olabildiği,

ii) Ancak bu şartlar altında **C** koşulunun yanı sıra **H**, **O** ve **ACA** koşullarının da ayrıca sağlandığını ve böylece belli durumlarda $\mathbf{H} \cap \mathbf{C} \cap \mathbf{O}$ sağlanarak denk bir çok kriterli mekanizma bulunabilirken, **ACA** koşulunun sağlanmasıyla denk bir tek kriterli mekanizmanın kurgulanabileceği

sonuçlarına ulaşılmıştır.

Seçim pratiğinde "eleme- seçim" türündeki prosedürlerin kurulmasını sağladığı için çalışmamız kapsamında özel bir önem taşıdığını belirttiğimiz 3^0 türündeki model için elde edilen sonuçlar da yukarıdakilere benzerdir. Bunları daha ayrıntılı olarak incelemek amacıyla söz konusu modelin işleyişini ve özelliklerini aşağıda, ayrı bir başlık altında ele alacağız.

2.3 Vektörel - Skalar ('Pareto - Skalar') İki-Aşamalı Seçim Modeli ve Özellikleri

Vektörel-skalar iki aşamalı seçim modeli, uygulama mantığı açısından genelde seçim teorisinde ve özelde bu çalışma kapsamında ayrı bir önem taşımaktadır. Bunun nedeni ilk aşamasında baskın - olmayan alternatiflerin elenmesi yoluyla daraltılan kümeden ikinci aşamada nihai seçimin yapıldığı prosedürlere etkili bir biçimde uygulanabilir yapıda olmasıdır.

Özellikle fazla eleman sayısına ve çok kritere sahip bir kümeden (11)'de tanımlanan Pareto Kuralı ile seçim yapıldığında elde edilen 'etkin küme', çoğunlukla, birden çok sayıda eleman içerir. Bu ise bir nihai bir seçimden çok, "baskın - olmayan" alternatiflerin elenmesi prosedürüdür. Bu ifadeyi destekleyen bir bulgu Calpine H.C. ve A. Golding (1976) çalışmalarında ortaya konulmuştur. Yazarlar, bir seçim probleminde olası alternatif sayısı - kriter sayısı ikililerine göre Pareto kuralı ile seçim yapıldığında sıklıkla elde edilecek etkin küme eleman sayılarını hesaplamışlardır. Buna göre genel olarak örneğin 4 kritere göre, 10 alternatif 8; 100 alternatif 20 ve 1000 alternatif 80 civarına indirgenmektedir. Ancak en başta da belirtildiği gibi seçim probleminin doğasında bulunan amaç, alternatifler kümesinin olası en az sayıda elemana, mümkünse tek elemana indirgenmesidir.

Dolayısıyla bu kısıtlılığı aşmak için seçim teorisinde birinci aşamasında çok kriterli Pareto seçim mekanizması, ikinci aşamasında ise tek kriterli (skalar) seçim mekanizması olan iki aşamalı mekanizmalar kullanılabilir. Böylece ilk aşamada alternatifler bir etkin kümeye daraltılmakta, ikinci aşamada ise bir veya az sayıda alternatifin seçimi sağlanabilmektedir. Söz konusu iki aşamalı mekanizmada, bir X sunumundan $\{u_i(\cdot)\}$ kriter seti üzerinde Pareto kuralına göre yapılan seçimle ulaşılan $C_1(X)$ kümesi ikinci aşamada $v(\cdot)$ kriteri kullanılarak yapılacak seçim için bir sunum kümesi yerine geçmekte ve nihai seçim kümesi $C_2\left(C_1\left(\cdot\right)\right)$ bu şekilde saptanmaktadır.

Diğer bir anlatımla, ilk aşamasında Pareto kuralı ile kriterler kümesine göre optimal - olmayan alternatifler elenerek başlangıç kümesinden çıkarılmakta ve kalan alternatifler arasından nihai seçim için tek bir optimallik kriteri kullanılarak sonuca ulaşılmaktadır. Bu model bu çalışma kapsamında "Pareto-Skalar" model olarak adlandırılacaktır.

Aşağıda 'Pareto-Skalar' modelin (3^0 türündeki vektörel-skalar model) ürettiği seçim fonksiyonlarının rasyonellik özellikleri ve tek aşamalı klasik prosedürlere (Skalar veya Pareto optimizasyonu mekanizmasına) indirgenmesi için gerek ve yeter koşullar ile ilgili teorem incelenecektir. Ancak bundan önce bu teoremle bağlantılı bir tanımın yapılmasına gerek vardır. Bu tanım, ele alınacak alternatiflerin vektörel uzaydaki göreli konumlarına ilişkin özel bir durumu göstermektedir.

Tanım 2.1. (Aizerman, M. ve F. Aleskerov 1995: 118).

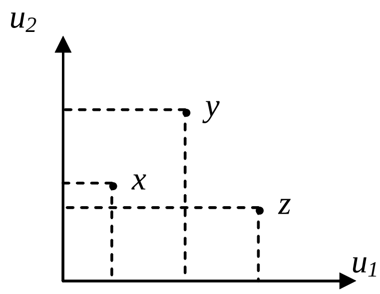
$x, y, z \in A$ olsun.

Çok kriterli bir u yapısında (u çok-kriter uzayında) alternatiflerin kriterlere göre değerleri arasında bir "bağımsızlık ilişkisi" (independence relation), χ aşağıdaki gibi tanımlansın.

$$u(x)\ \chi\ u(z) \Leftrightarrow \exists i, j\ u_i(x) \geqslant u_i(z) \text{ ve } u_j(x) \leq u_j(z).$$

Bu durumda, eğer $u(x) < u(y)$, $u(x)\ \chi\ u(z)$ ve $u(y)\ \chi\ u(z)$ ise x, y, z alternatiflerinin bir "$u-$üçlemesi" ($u - triad$) oluşturduğu söylenir.

Bu tanıma göre örneğin iki boyutlu (u_1, u_2) kriter uzayı için aşağıdaki şekil, x, y, z ye ilişkin tahminlerin bir "$u-$üçlemesi" oluşturacak biçimde yerleştiği durumu gösterir.



Şekil 2.3. u **çok kriter uzayında alternatiflerin bir "**$u-$**üçlemesi" oluşturacak şekilde yerleşmesi**

3^0 türündeki vektörel-skalar modelin rasyonellik özelliklerini veren teorem ise şöyledir.

Teorem 2.1. (Aizerman, M. ve F. Aleskerov 1995: 119).

İki aşamalı vektörel-skalar model (3^0), yalnız ve yalnız, modelin ilk aşamasında $\{x, y, z\}$ *için Şekil 2.3'deki biçimde bir "u-üçleme"sinin varlığı ile birlikte (aynı zamanda) ikinci aşamasında,*

i) $v(x) > v(z) \geq v(y)$ *ilişkisi yoksa, bir ikili baskın mekanizmaya* $(\mathbf{H} \cap \mathbf{C})$,

ii) en azından bir katı eşitsizlik ile $v(x) \geq v(z) \geq v(y)$ *ilişkisi yoksa, tek aşamalı çok kriterli optimizasyon mekanizmasına* $(\mathbf{H} \cap \mathbf{C} \cap \mathbf{O})$ *ve,*

iii) $v(x) \geq v(z) \geq v(y)$ *ilişkisi yoksa, tek aşamalı tek kriterli optimizasyon mekanizmasına* $(\mathbf{ACA})$ *denktir.*

Görüldüğü gibi 3^0 türündeki vektörel-skalar modelin klasik mekanizmalara denkliği, alternatiflerin birinci ve ikinci aşamadaki kriterler uzaylarındaki dağılımlarına bağlı olan bazı şartların sağlanmasına bağlıdır.

"Pareto-Skalar" modelinin işleyişini ve yukarıdaki teoremin ifadelerini açıklamak üzere, aşağıdaki örnek modeli aktaralım (Aizerman, M. ve F. Aleskerov 1995: 120-121).

Örnek 2.1.

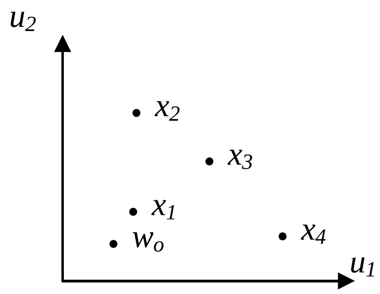
Ele alacağımız örnek model şu şekilde çalışmaktadır:

- 1.nci aşamada, Pareto kuralını uygulayarak vektörel optimizasyon gerçekleştirilmektedir. Burada sunum kümesi X'ten bir Pareto etkin kümesi seçilmektedir.

- 2.nci aşamada ise, birinci aşamada elde edilen Pareto - etkin küme içinden, kriter uzayında varsayılan bir $w_0 = (w_0, ..., w_n)$ noktasına göre Öklit uzaklığı kriterine göre bir alternatif seçilmektedir. Buradaki w_0 noktası "ideal" nokta olarak düşünülerek, tüm noktalar arasından bu noktaya minimum uzaktakinin seçimi işlemi bir tek - kriter optimizasyonu seçim mekanizmasıdır.

Böylece bu model örnek bir Pareto - Skalar optimizasyon modeli (3^0) olur.

Eğer w_0 noktasına en yakın nokta $C_1(X)$ kümesi yerine doğrudan X kümesinden seçilseydi, bu alternatif aşağıdaki şekilde gösterildiği durumda olduğu gibi, bir çok durumda kriterler uzayında Pareto kümesine ait olmayabilirdi.



Şekil 2.4. 'Pareto-Skalar' Seçim Modeli için Alternatiflerin Kriterler Uzayında Yerleşimi - Örnek Durum (a)

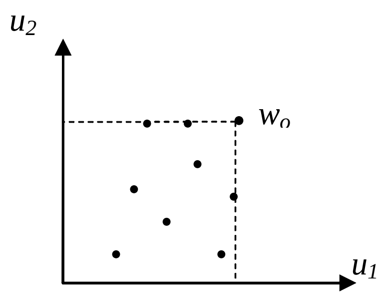
Şekildeki örnek durumda x_1 alternatifi w_0 noktasına en yakın nokta olduğundan tek aşamalı ve ideal noktaya uzaklık kuralına göre tanımlanmış mekanizma tarafından seçilen alternatif olurdu. Ancak görülmektedir ki, x_1 Pareto etkin küme olan $\{x_2, x_3, x_4\}$ içinde bulunmamakta dolayısıyla yukarıda tanımlanan iki aşamalı modele göre ikinci aşamaya dahi geçememektedir.

Bu modelin ne zaman ikili baskın veya klasik fonksiyonlar ürettiğinin açıklanması için w_0 noktasının u kriter uzayındaki olası pozisyonları incelenebilir. Olanaklı iki durum tasarlanabilir:

1.nci durum: w_0 noktası, kriterler vektörüne göre A'daki herhangi bir alternatiften katı olmayan bir biçimde üsttedir (baskındır). Yani, i her bir kriteri, I kriterler kümesini göstermek üzere,

$$\forall i \in I,\ w_0 \geq \underset{x \in A}{maks}\ u_i(x)$$

olmaktadır. Bu durumu aşağıdaki şekil örneklemektedir:



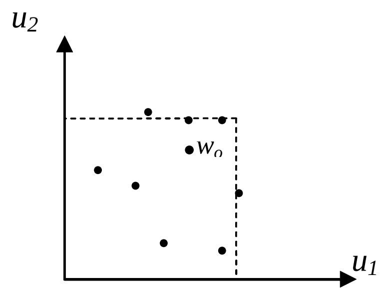
Şekil 2.5. 'Pareto-Skalar' Seçim Modeli için Alternatiflerin Kriterler Uzayında Yerleşimi - Örnek Durum (b)

Bu ve benzeri durumlarda, iki aşamalı mekanizma ikinci aşamasına indirgenir, yani problem sadece w_0'a olan uzaklığın minimize edilmesi ile çözülebilir. Seçilen alternatif ilk aşamadaki Pareto Kümesi'ne de ait olacaktır.

2. nci durum: A'da aşağıdaki şartı sağlayan bir alternatif mevcuttur:

$$\exists i \in I,\ w_0 < u_i(x).$$

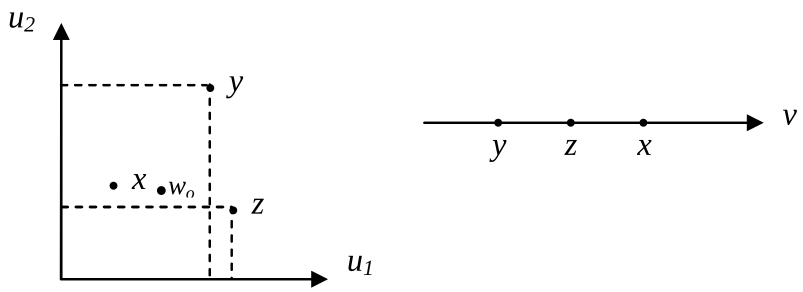
Bu durumu örnekleyen şekil ise aşağıdadır:



Şekil 2.6. 'Pareto-Skalar' Seçim Modeli için Alternatiflerin Kriterler Uzayında Yerleşimi - Örnek Durum (c)

Bu durumda ise, ilgili seçim fonksiyonunun en azından ikili baskın temsil edilebilir olması, Teorem 2.1'in koşullarını sağlamasına bağlıdır.

Aşağıdaki şekilde ise söz konusu teoremin koşullarının sağlanmadığı bir durum örneklenmektedir. Şeklin sol parçası u çok kriter uzayında nokta dağılımını, sağ kısmı ise v kriterinde aynı noktaların bir w_0 "ideal" noktasına yakınlığına göre sıralı yerleşimini (sağdan sola yerleşim, w_0 noktasına en yakın olan alternatiften en uzak olana doğru yerleşimi nitelemek üzere) göstersin.



Şekil 2.7. 'Pareto-Skalar' Seçim Modeli için Alternatiflerin Kriterler Uzayında Yerleşimi - Örnek Durum (d)

Bu örnekte Teorem 2.1' nın koşullarının sağlanmadığı açıkça görülmektedir. Zira, bu seçim tarafından üretilen seçim fonksiyonu **Con**$^{-}$ koşuluna uymaz. Örneğe göre, birinci aşamada seçim $C_1(X) = C_1(\{x, y, z\}) = \{y, z\}$ olacak, diğer deyişle Pareto etkin küme y ve z alternatiflerini içerirken x alternatifini içermeyecektir. İkinci aşamada ise sunum kümesi $C_1(X) = \{y, z\}$ olacağından, bu iki alternatif arasından w_0 noktasına daha yakın olan z alternatifi seçilecektir: $C_2(\{y, z\}) = \{z\}$.

Halbuki **Con**$^-$ koşulunun tanımına göre, bir X kümesinden seçilen alternatif aynı zamanda o alternatifin içerildiği tüm alternatif ikililerinden de seçilmelidir. Ancak burada $C(X) = C(\{x, y, z\}) = \{z\}$ iken, $C(\{x, z\}) = \{x\}$ olmaktadır. Böylece tüm X sunumundan süreç sonunda seçilen z alternatifi, $\{x, z\}$ ikilisi sunulduğunda buradan seçilmemektedir.

Koşulların sağlanmadığı başka örnekler de kolayca bulunabilir.

Son olarak bu örnekte "ideal" nokta w_0'ın kriterler uzayında sabit bir yerleşime sahip olduğu yani ideal noktanın konumunun X kümesine bağlı olarak değişmediği varsayımının yapılmış olduğu belirtilmelidir.

"Pareto-Skalar" adı verilen bu model, bir q "tolerans" (insensitivity) parametresinin modele sokulması ile genişletilebilir. Bu yolla, burada ele alınan modeli de içeren kapsamda yeni modeller geliştirilebilir. Aşağıdaki alt bölümlerde, bu türde modelleri geliştirerek, modellerin seçimin genel modeli çerçevesinde hangi özellikleri taşıdıklarını araştıracağız.

2.4 Seçimde "Tolerans" Kavramı ve Klasik Optimizasyon Kurallarının "q" Parametresi ile Genişletilmesi

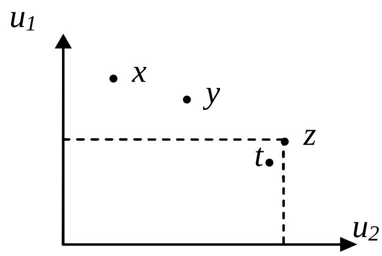
Seçimde "Tolerans" kavramının farklı gerekçelerinden bahsedilebilir:

i) Seçimin kalitesi veya başarısı, seçilen alternatifler kadar, seçilmeyenler üzerine de kuruludur. Herhangi bir karar ya da seçim probleminin modellenmesinde, bir takım varsayımlar, ölçümler vb. yapılır; analize dahil edilmeyen faktörler mevcuttur. Bir ölçüm hatası nedeniyle elenen alternatifler olabilir. Dolayısıyla her durumda yapılan seçimin gerçekte en ideal olan olduğu söylenemez.

ii) Çok kriterli bir problemde karar durumuna göre seçilen etkin küme karar verici tarafından yeterli görülmüyorsa, seçim kuralının mantığından uzaklaşmadan, objektif bir ölçüte göre genişletilmesi istenir.

iii) Tek kriterli bir prosedürde seçilen tek bir alternatif yerine birbiriyle denk görülecek birkaç alternatife ulaşılması istenen durumlar vardır. (Bir bursun en iyi tek bir kişi yerine seçilecek 5 kişiye eşit olarak dağıtılması gibi.)

Bu düşünüşten hareketle, "Seçilen bir alternatife çok yaklaşık bazı alternatifleri de seçim kümesi içerisine almak gerekir mi?", "Öyleyse bu yakınlık hangi ölçütlere göre tanımlanabilir?" gibi sorular ortaya atılmıştır. Bu soruların anlaşılmasına yardımcı olması için iki kriterli bir uzayda aşağıdaki örnek durumu değerlendirelim.



Şekil 2.8. Tolerans Kavramının Açıklanması için Sunulan Örnek Durum

Bu durumda ele alınan alternatifler arasından (Zayıf) Pareto kuralı ile yapılan seçim, diğer deyişle Pareto-optimal küme, x, y ve z alternatiflerini kapsarken t alternatifini içermez. Bununla birlikte, eğer u_2 kriteri ile yapılan ölçümün çok hassas olmadığı veya bu ölçümde önemsiz derecede bir hata yapıldığı varsayılırsa t alternatifinin z ile karşılaştırılamaz olduğu görülür. Bu durumda Pareto etkin küme tüm alternatifleri yani x, y, z, ve t yi içerir. Aynı sonuca bu iki alternatifin değerleri arasındaki farkın "tolere edilebileceği ya da önemsenmeyebileceği" yargısının söz konusu olduğu varsayımı ile de ulaşılabilir.

Seçim teorisinde bu durumu ele alan iki yaklaşım mevcuttur.

Bu yaklaşımların ilkinde her kriter u_i için bir "tolerans / duyarsızlık" (insensitivity) parametresi ya da "ölçüm hatası" (measurement error) ε_i belirlenerek seçim kuralına eklenir. Böylelikle, kuralın genelleştirilmiş bir biçimine ulaşılır. Bu yaklaşımın temelleri R.D. Luce (1956) çalışmasına dayanmaktadır. İlk bölümün başında R.D. Luce'un rasyonel davranışın sınırlanmış bir türünü ortaya koyarak, "ayrıştırma eşiği" içeren optimizasyon kavramını öne sürdüğünü belirtmiştik. Bu yaklaşım geliştirilerek "aralık ölçeğinde seçim" prosedürleri (Interval Choice) geliştirilmiş ve bu mekanizmalar seçim teori ve uygulamasında geniş ölçüde yer bulmuştur. Bu türde mekanizmalar ile ilgili incelemeler, Fishburn (1985), Aleskerov, F.T (1980, 1994, 1999), Aizerman, M. ve F. Aleskerov, (1995); Aleskerov, F.T. ve B. Monjardet, (2002)'da bulunmaktadır.

Bu mekanizmaların en önemli sınırlılıkları ε ile simgelenen "hata" ya da "eşik değeri"nin (threshold) belirlenmesindeki güçlük ve ilgili modeller ile yapılacak seçimlerin bu değerin farklılaşmasından güçlü bir biçimde etkileneceği gerçeğidir.

Seçim kurallarını ve yapılacak seçimi tolerans kavramı ile genişleten ve belirtilen güçlükleri gidermeye dönük diğer yaklaşım ise, seçimin içerisine sadece Pareto-optimal elemanları değil, aynı zamanda bir şekilde 'iyi organize olmuş' optimal-olmayan elemanları da dahil etmeyi önerir. Diğer bir deyişle, bu yaklaşımda 'yaklaşık optimal' elemanları kaybetmek istemediğimizden bunları da optimal olanlarla birlikte seçimin içine dahil etmek yolunu seçeriz. Bu yaklaşımda, "iyi organize olma" ya da "yaklaşık optimal" özelliklerini taşıyan alternatiflerin hangileri olduğu, diğer deyişle toleransın derecesi, bir "q" parametresinin modele sokulması ile belirlenir.

Böylece objektif bir tolerans sağlayan bu parametrenin klasik optimizasyon kuralları (Pareto ve Skalar) ile birlikte ne şekilde tanımlandığı ve elde edilen yeni kurallarla oluşan mekanizmaların ($q-$Pareto ve $q-$Skalar) özellikleri aşağıda açıklanmaktadır.

2.4.1 'q-Pareto' Çok Kriterli Seçim Kuralı ile Kurulan Seçim Mekanizması ve Rasyonellik Özellikleri

Bilindiği gibi, çok kriterli bir yapı üzerinde kullanılan (Zayıf) Pareto kuralı (11)'ın ana fikri, sunum kümesinde tüm özelliklerde kendisinden daha iyi bir alternatif bulunan elemanları elemektir. Çalışmamızın başında çok kriterli bireysel seçim prosedürleri ile sosyal seçim (oylama prosedürleri) arasındaki yakın ilişkiyi de vurgulamıştık. Buna göre aynı fikir, sosyal seçim teorisi terimleriyle, "tüm oy verenler (veya karar vericiler) tarafından kendisine karşı başka bir adayın tercih edildiği adayı elemek" olarak ifade edilmektedir (Aleskerov, F.T., H. Ersel ve Y. Sabuncu 1999: 252; Aleskerov, F.T., 1999: 179). Böylece, çok boyutlu (çok kriterli ya da çok sayıda karar vericinin tercihlerine dayalı) problemlerde, belirli bir alternatifler kümesinden bu biçimde elenmeyen alternatife Pareto anlamında "optimal ya da etkin" (efficient) alternatif denilir. Bu kümeyi yukarıdaki gibi bir yaklaşımla "q" parametresiyle genişleten "$q-$Pareto" kuralı hem sosyal seçim teorisinde hem de çok kriterli seçim prosedürlerinde kullanılmaktadır. (Aleskerov

FT., 1985; Aleskerov, F.T., 1999; Aleskerov, F.T., ve diğ. 2004) .

$q-$Pareto kuralını bu çalışmada kullanılan formal ifadelerle tanımlamakta kolaylık sağlayacağı için burada bir alternatifin "üst-düzey kümesi" (upper contour set) veya "baskınlık kümesi" (dominant set) adı verilen ek bir kavram tanıtılacaktır (Aleskerov, F.T., 1999: 178).

Bir x alternatifinin i nci kritere göre üst düzey kümesi $\mathcal{D}_i(x)$ aşağıdaki biçimde tanımlanır:

$$\mathcal{D}_i(x) = \{y \in A \mid u_i(y) > u_i(x)\}. \tag{14}$$

Bu gösterim şu anlama gelmektedir:

Bir x alternatifinin $i-$nci kritere göre üst düzey kümesi, bu alternatiften ele alınan kritere göre daha iyi değerlere sahip olan diğer tüm alternatiflerin oluşturduğu kümedir.

Buna göre örneğin bir $A = \{x, y, z, t\}$ kümesinin elemanlarına u_1 kriterine göre aşağıdaki değerlerin atanmış olduğunu düşünelim.

$$u_1(y) > u_1(x) > u_1(z) > u_1(t).$$

Bu durumda ele alınan bir $X = \{x, y, t\}$ sunumu içinde, x, y ve t alternatiflerinin üst düzey kümeleri aşağıdaki gibi belirlenecektir:

$$\begin{aligned} \mathcal{D}_1(x) \cap X &= \{y\}, \\ \mathcal{D}_1(y) \cap X &= \emptyset, \\ \mathcal{D}_1(t) \cap X &= \{x, y\}. \end{aligned}$$

Kriterler yapısının tümü düşünüldüğünde ise, bir x alternatifinin tüm $i =$

$1, 2, ..N$ kriterlerine göre üst düzey kümelerinin kesişimi,

$$\bigcap_{i \in N} [D_i(x) \cap X]$$

ile gösterilir. Yukarıdaki örneğe göre x alternatifi için bu kesişim boş kümedir. Yani X sunumu içerisinde bu alternatife tüm kriterlerde üstün bir alternatif bulunmamaktadır. Bu kesişim küme kısaca x alternatifinin "üst kümesi" olarak adlandırılacaktır.

Bu kavramların kullanılması ile (11)'de verilen Zayıf Pareto Optimallik Kuralı aşağıdaki biçimde yeniden yazılabilir: $\forall x, X,\ x \in X \in 2^A$,

$$x \in C(X) \Leftrightarrow card(\bigcap_{i \in N} [\mathcal{D}_i(x) \cap X]) = 0. \tag{15}$$

Bu ifade şu anlama gelmektedir: Bir X kümesine ait x alternatifi, eğer aynı kümede -bütün kriterlerde birden- ondan üstün değerlere sahip (baskın) hiç bir y alternatifi bulunmuyorsa, seçim kümesine $C(X)$ dahil olacaktır.

Bu kuralın q parametresi ile genelleştirilmesi sonucunda elde edilen $q-$Pareto Kuralı biçimsel olarak aşağıdaki biçimde tanımlanır: $\forall x, X,\ x \in X \in 2^A$,

$$x \in C(X) \Leftrightarrow card(\bigcap_{i \in N} [\mathcal{D}_i(x) \cap X]) \leq q. \tag{16}$$

Buna göre, bir X kümesinde x alternatifi tüm kriterlerde ondan daha üstün değerlere sahip en fazla q adet alternatif olsa bile seçilecektir.

Böylece $q-$Pareto kuralı, Pareto kuralını önceden tanımlanmış bir $q > 0$ tamsayı parametresi kullanarak genişletir. Klasik (zayıf) Pareto kuralında $q = 0$ olmaktadır. Diğer bir anlatımla seçilen (Pareto optimal kümeye dahil edilen) alternatifler tüm kriterlerde herhangi bir başkası tarafından basılmayanlardır. Bu nedenle, $q > 0$ parametresini kullanan q-Pareto kuralı q kadar alternatiften fazlası tarafından basılmayan alternatifleri tolere ederek bunların da seçime dahil edilmesini sağlar. Örneğin $q = 1$ belirlenmiş ise 1-Pareto kuralı başka hiç bir alternatif tarafından basılmayan alternatiflerin yanında sadece bir adet alternatif tarafından geçilen alternatifleri de seçim kümesinin içine dahil edecektir.

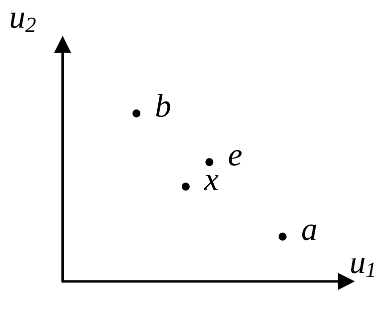
Böylece $q-$Pareto kuralının Pareto kuralını, onu da içine alacak şekilde genişlettiğini söyleyebiliriz. Buradan hareketle, Zayıf Pareto kuralı $\pi(N, 0)$ ile gösterilirse, $q-$Pareto kuralı $\pi(N, q)$ ile gösterilebilir.

q-Pareto kuralı tarafından tanımlanan seçim sürecini açıklamak için basit bir örnek tasarlayalım.

Örnek 2.2. Bir alternatifler kümesi $A = \{x, a, b, e\}$ nın elemanlarının u_1 ve u_2 kriterlerine göre değerlendirildiği varsayılsın. Alternatiflerin kriter tahminleri ise aşağıda verildiği gibi olsun:

u_1 kriteri için: $u_1(a) > u_1(e) > u_1(x) > u_1(b)$,

u_2 kriteri için: $u_2(b) > u_2(e) > u_2(x) > u_1(a)$. Bu örnek aşağıdaki gibi şematize edilebilir.



Şekil 2.9. $q-$Pareto Kuralının Açıklanması için Sunulan Örnek Durum

Öncelikle e alternatifinin dışlandığı $A \setminus \{e\}$ alt kümesi, yani $A \setminus \{e\} = X = \{a, b, x\}$ sunumunu değerlendirelim. Bu kümeden $\pi(2, 0)$ zayıf Pareto kuralına seçim yapılırsa, yukarıda verilen kriter değerleri sıralamasına göre kendisinden her iki kriterde de üstün bir başka alternatif bulunmayan x alternatifi etkin küme içinde yer alacaktır. Diğer taraftan A kümesi içinde x alternatifi için kriterlere göre üst düzey kümeler $[\mathcal{D}_1(x) \cap A] = \{a, e\}$ ve $[\mathcal{D}_2(x) \cap A] = \{b, e\}$ olarak bulunur. Bunların kesişimi ise $[\mathcal{D}_1(x) \cap A] \cap [\mathcal{D}_2(x) \cap A] = \{e\}$ kümesidir. Böylece A kümesi dikkate alındığında e alternatifinin x alternatifine her iki kritere göre de baskın olduğu, yani x alternatifinin zayıf Pareto kuralı tarafından eleneceği görülmektedir. Ancak, eğer 1-Pareto kuralı $\pi(2, 1)$ kullanılırsa x alternatifi A kümesinden de seçilir. Aslında burada x alternatifi birer kriterde a'ya ve b'ye üstündür. Bu yerleşim ona "yarı-etkin" ya da "iyi organize olmuş" olma özelliği kazandırmaktadır. Bu nedenle $q-$Pareto kuralı ile tolere edilmektedir.

q-Pareto kuralı tarafından üretilen seçim fonksiyonlarının sağladığı rasyonalite koşulları ile ilgili teorem aşağıda sunulmaktadır. (Teoremin ispatı belirtilen kaynakta bulunabilir.)

Teorem 2.2. (Aleskerov, F.T., 1999: 218)

$q > 0$ ve tamsayı olarak tanımlansın. N adet kriterden oluşan yapı üzerinde $\pi(N, q)$ ile gösterilen *q-Pareto optimizasyon kuralını (16) kullanan mekanizma,* $\mathbf{H} \cap \mathbf{O}$ *alanında yer alan seçim fonksiyonları üretir.*

Klasik rasyonellik koşulları, bildiğimiz gibi **H**, **C**, ve **O** dur. Görüleceği üzere q-Pareto kuralı tarafından bozulan tek koşul **C** koşuludur. Tek bir örnekle dahi bu koşulun bu mekanizma tarafından, genel olarak, sağlanmadığı gösterilebilir. Bu durum q-Pareto mekanizmasında -**CR** özelliğinin tersine- tüm ikili alternatif sunumlarının aynen seçilmesinden kaynaklanır. Bu nokta çalışmanın ilerleyen bölümlerinde daha fazla açıklığa kavuşacak olmakla birlikte, biz burada q-Pareto kuralı tarafından üretilen bir seçim fonksiyonunun **C** koşulunu sağlaması için gerek ve yeter şartı, diğer deyişle, hangi özel durumda söz konusu fonksiyonun **C** koşulunu da sağlayacağını belirten aşağıdaki teoremi ispatlayacağız.

Teorem 2.3. *q-Pareto kuralı tarafından üretilen bir seçim fonksiyonu yalnız ve yalnız* $\forall x$

$$card(\bigcap_{i\in N}\mathcal{D}_i(x)) \leq q \tag{17}$$

olması durumunda **C** *koşulunu sağlar.*

İspat. q-Pareto kuralı tarafından üretilen seçim fonksiyonu $C(\cdot)$ ile gösterilsin ve bu fonksiyon **C** koşulunu sağlasın. Koşul (17) ın da aynı zamanda sağlanmış olacağını gösterelim.

Karşıt olarak (17) şartının sağlanmadığını varsayalım. Yani, öyle bir X kümesi tasarlayalım ki, $x \in X$ iken X kümesi içerisinde $s > q$ adet eleman $a_1, ..., a_s$, bu alternatifin üst düzey kümesini oluştursun; $\bigcap_{i\in N}[\mathcal{D}_i(x) \cap X] = \{a_1, ..., a_s\}$. Basitlik açısından, genel temsili bozmayacak biçimde $s < 2q$ olduğunu varsayılsın. Bu durumda, $[x]$ gösterimi bir x sayısına eşit veya ondan büyük tamsayı değerini temsil etmek üzere, iki alt küme $X' = \{a_1, ..., a_{[\frac{s}{2}]}, x\}$ ve $X'' = \{a_{[\frac{s}{2}+1]}, ..., a_s, x\}$ oluşturursak, $card(\bigcap_{i\in N}[\mathcal{D}_i(x) \cap X']) \leq q$ ve $card(\bigcap_{i\in N}[\mathcal{D}_i(x) \cap X'']) \leq q$ olduğu açıklıkla görülür. Bu ise $x \in C(X') \cap C(X'')$ anlamına gelir. Bu iki alt kümenin birleşimi olan X kümesi, $X = X' \cup X''$ alındığında, kurulan bu yapıda $card(\bigcap_{i\in N}[\mathcal{D}_i(x) \cap X]) > q$ olacaktır. Böylelikle $x \notin C(X)$ tespit edilir ki bu durum **C** koşuluna tezat oluşturur.

Şimdi de (17) şartına uyulduğu durumu göz önüne alalım. Bu durumda **C** koşuluna da aynı zamanda uyulacaktır. Şöyle ki, $x \in C(X') \cap C(X'')$ olsun. O halde, (17) şartı $card(\bigcap_{i\in N}[\mathcal{D}_i(x) \cap (X' \cup X'')]) \leq q$ olduğunu gösterir. Böylelikle $x \in C(X' \cup X'')$ tespit edilirerek **C** koşulunun sağlandığı ispat edilir. □

Açıklama: *(17) koşulu, q-Pareto kuralı tarafından üretilen bir* $C(\cdot)$ *fonksiyonu için herhangi bir* $X \in 2^A$ *kümesinde* $C(X) = X$ *sağlanması anlamına gelir. Diğer bir anlatımla, q-Pareto kuralı tarafından üretilen* $C(\cdot)$ *fonksiyonu, yalnız ve yalnız, her* $X \in 2^A$ *sunumunda yer alan bütün alternatiflerin* $C(X)$ *içerisinde* *yer almaları; yani sunum kümelerinin aynen seçilmeleri durumunda* **C** *koşulunu sağlar. Görüldüğü gibi söz konusu şart oldukça katı bir ifadeye sahiptir.*

2.4.2 'q-Skalar' Tek Kriterli Seçim Kuralı ile Kurulan Seçim Mekanizması ve Rasyonellik Özellikleri

Tek kriterli bir yapıda kullanılan skalar optimizasyon kuralı (10) ile, sunum kümesi içinde değerlendirilen skalar ölçekte kendisinden daha iyi bir alternatif bulunan alternatifler elenerek kalan alternatif seçilir. Sosyal seçim teorisi terimleriyle, bu kural, seçimin tek bir karar verici tarafından yani tek bir bakış açısından yapıldığı düşüncesinden esinlenilerek Aleskerov, F., (1999) tarafından "Diktatör Kuralı" olarak adlandırılmaktadır. Bu seçimi "q" parametresiyle genişleten kurala kriter optimizasyonu modellerinde "$q-$Skalar", sosyal seçim teorisinde ise "$q-$Diktatör" adı verilir.

Aleskerov, F.T., (1999: 203)'te "$q-$Diktatör" adı ile tanımlanan bu kural kriter optimizasyonu modeline uyarlandığında aşağıdaki şekli alır:

$$x \in C(X) \Leftrightarrow card\ [\mathcal{D}_i(x) \cap X] \leq q. \tag{18}$$

q-Skalar kuralı tarafından üretilen seçim fonksiyonlarının sağladığı rasyonalite koşulları ile ilgili teorem aşağıda sunulmaktadır.

Teorem 2.4. (Aleskerov, F.T., 1999: 217)

$q > 0$ ve tamsayı olarak tanımlansın. Skalar kriter yapısı üzerinde $\pi(1,\ q)$ ile gösterilen q-Skalar optimizasyon kuralını (18) kullanan mekanizma, $\mathbf{H} \cap \mathbf{O}$ *alanında yer alan seçim fonksiyonları üretir.*

2.5 İki Aşamalı '(q)-Pareto - (q)-Skalar' Kriter Optimizasyonu Seçim Modeli ve Özellikleri

İki Aşamalı '(q)-Pareto - (q)-Skalar' Kriter Optimizasyonu Seçim Modeli, 'Pareto - skalar' iki aşamalı seçim modelinin birinci veya ikinci aşamasında, ya da her ikisinde birden, $q > 0$ tolerans parametrelerinin kullanılması ile genişletilmesini ifade etmektedir. Bu nedenle kullanılabilecek parametreler parantez içinde gösterilmiştir. Böylece bu genel modelden üç tür alt model (üç ayrı kombinasyon) türer. Diğer bir anlatımla, bu model üç tür alt model olarak incelenebilir.

Aşağıda söz konusu modellerin ne şekilde geliştirildiğini açıklayarak, rasyonellik özelliklerini araştıracağız.

Modelin (farklı modellerin) örnek seçim problemleri üzerinde işletilmesi bu çalışmanın üçüncü bölümü olan Uygulama Bölümü'nde gösterilmekte ve açıklanmaktadır.

2.5.1 İki Aşamalı 'q-Pareto-Skalar' Kriter Optimizasyonu Seçim Modeli ve Rasyonellik Özellikleri

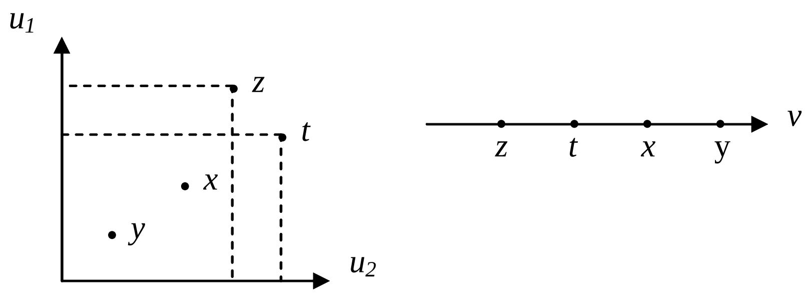
Bu alt bölümde, ilk aşaması $q-$Pareto, ikinci aşaması skalar optimizasyon mekanizması tarafından tanımlanan iki aşamalı bir model tanıtılacaktır. Modelde $C_1(\cdot)$, kriterler kümesi $\{u_i(\cdot)\}$ üzerinde $q-$Pareto kuralı *(16)*; $C_2(\cdot)$ ise $v(\cdot)$ kriter yapısı üzerinde skalar optimizasyon kuralı (10) tarafından üretilmektedir. Bu modeli "İki aşamalı 'q-Pareto - Skalar' seçim modeli" olarak adlandıracağız.

Böyle bir model, belirgin alternatifler arasından seçim probleminde "eleme - seçim" prosedürünü işleten iki aşamalı bir modellerin bir türüdür. Bu amaca hizmet eden Pareto - Skalar modelden farkı, ilk aşamasında yukarıda açıklanan "seçimde tolerans" mantığını önceden tanımlı "q" parametresi ile genişletmesidir. Böylece $q = 0$ olarak alındığında Pareto - Skalar modele dönüşür. Burada dışarıdan belirlenecek tek parametre q olmaktadır. Bu parametrenin nasıl belirleneceği ele alınacak problemde ilk aşamada elde edilmesi beklenen veya istenen etkin kümenin büyüklüğü, diğer deyişle ikinci aşamadaki kritere göre değerlendirilmek istenen alternatif sayısı ile ilgilidir. Dolayısıyla tamamen ele alınan probleme özgüdür. Farklı q değerleri kullanılarak elde edilen kümelere bakılıp, bu kararın öyle verilmesi de bir yoldur. Örneğin karar vericinin zihninde ilk aşamada elde etmeyi beklediği bir etkin küme sayısı mevcutsa, farklı q değerlerini kullanarak buna yaklaşık bir kümeye ulaşması mümkündür. Açıktır ki Pareto - Skalar modeli bu kümeden az sayıda bir etkin küme belirliyorsa bunu söz konusu modeli kullanarak genişletme imkanı olmamaktaydı.

Genel olarak karar problemleri kapsamında bakıldığında böyle bir model, değerleri (en azından sıralaması) ve sayısı belli bir alternatifler kümesi içerisinden yapılacak seçimde, karar vericiden q parametresinin ve değerlendirmede hangi kriterlerin birinci, hangisinin ikinci aşamada ele alınacağının belirlenmesinden başkaca bir bilgi istemeden işletilebilir. Alternatif ya da kriter sayısının çok olduğu durumlarda dahi kolayca uygulanabilir olması modelin avantajıdır.

Aşağıda 'q-Pareto-Skalar' iki aşamalı modeli tarafından üretilen seçim fonksiyonlarının hangi rasyonalite koşullarını sağladığını inceleyeceğiz. Öncelikle ortaya konulan modelin, genel olarak, çok özel durumlar dışında, klasik rasyonalite koşulları olan **H**, **C** ve **O**′dan hiç birini sağlamadığını söyleyeceğiz. Bu iddia aşağıdaki örnek yardımı ile ispatlanabilir.

Bir $A = \{x, y, z, t\}$, alternatifler kümesini ele alarak, A′nın elemanlarına atanan kriter değerlerinin kriterler uzayında aşağıdaki şekildeki gibi yer aldığını varsayalım. Birinci aşama için kriterler kümesi $\{u_i(\cdot)\}$, $i = 1, 2$, ikinci aşama içinse $v(\cdot)$ kriteri olmak üzere $q = 1$ iken bir 'q-Pareto-Skalar' modelinin bu durumda üreteceği seçim fonksiyonlarını bulalım.



Şekil 2.10. "$q-$Pareto - Skalar" Modelini ve Rasyonellik Özelliklerini Açıklayıcı Örnek Şekil

Bu kriter tahminlerini kullanılarak aşağıda **Tablo 2.2.'**da sunulan seçim fonksiyonlarını oluştururuz.

$\mathbf{X} \subseteq \mathbf{A}$	$\mathbf{C}_1(\mathbf{X})$	$\mathbf{C}_2(\mathbf{X})$	$\mathbf{C}(\mathbf{X}) = \mathbf{C}_2(\mathbf{C}_1(\mathbf{X}))$
$\{x, y, z, t\}$	$\{z, t\}$	$\{y\}$	$\{t\}$
$\{x, y, z\}$	$\{x, z\}$	$\{y\}$	$\{x\}$
$\{x, y, t\}$	$\{x, t\}$	$\{y\}$	$\{x\}$
$\{x, z, t\}$	$\{z, t\}$	$\{x\}$	$\{t\}$
$\{y, z, t\}$	$\{z, t\}$	$\{y\}$	$\{t\}$
$\{x, y\}$	$\{x, y\}$	$\{y\}$	$\{y\}$
$\{x, z\}$	$\{x, z\}$	$\{x\}$	$\{x\}$
$\{x, t\}$	$\{x, t\}$	$\{x\}$	$\{x\}$
$\{y, z\}$	$\{y, z\}$	$\{y\}$	$\{y\}$
$\{y, t\}$	$\{y, t\}$	$\{y\}$	$\{y\}$
$\{z, t\}$	$\{z, t\}$	$\{t\}$	$\{t\}$

Tablo 2.2. "$q-$Pareto - Skalar" Modelini ve Rasyonellik Özelliklerini Açıklayıcı Örnek Tablo (Hiç Bir Koşulun Sağlanmadığı Durum)

Bu tablo klasik rasyonellik özelliklerinin tanımları kullanılarak incelendiğinde, örnekte koşullardan hiç birinin sağlanmadığı görülebilir.

İki aşamalı seçim mekanizmaları için indirgenebilirlik koşullarını ortaya koymadan önce indirgenebilirlik için ilgili seçim fonksiyonları tarafından sağlanması gereken özellikler aşağıda tekrar özetlenmektedir. (Bkz. **Teorem 1.3**, **Teorem 2.2** ve **2.3.**)

Eğer bir seçim fonksiyonu,

i) çok kriterli Pareto kuralı tarafından üretilmişse $\mathcal{C}^+$ uzayında $\mathbf{H} \cap \mathbf{C} \cap \mathbf{O}$ koşullarını,

ii) skalar optimizasyon kuralı tarafından üretilmişse $\mathcal{C}^+$ uzayında **ACA** koşulunu,

iii) katı skalar optimizasyon kuralı $(\forall x, y \in A, v(x) \neq v(y))$ tarafından üretilmişse

$\hat{C}$ uzayında **ACA** koşulunu,

iv) çok kriterli q-Pareto kuralı tarafından üretilmişse $\mathcal{C}^+$ uzayında $\mathbf{H} \cap \mathbf{O}$ ve ayrıca $\forall X \ C(X) = X$ olması durumunda da ek olarak **C** koşulunu,

sağlar.

Dolayısıyla, $C(\cdot) = C_2(C_1(\cdot))$ seçim fonksiyonu yukarıda belirtilen koşulları sağladığı durumlarda ilgili koşul(lar)a karşılık gelen seçim kuralına dayanan tek aşamalı mekanizmaya indirgenebilir.

2.5.2 'q-Pareto - Skalar' Modelinin Tek Aşamalı Klasik Mekanizmalara Denklik (İndirgenme) Koşulları

Yukarıdaki örnekte görüldüğü gibi 'q-Pareto - Skalar' kriter optimizasyonu seçim modeli tarafından üretilen seçim fonksiyonu -genel olarak- temel rasyonellik koşullarını sağlamaz.

O halde, bu model tarafından üretilen $C(\cdot) = C_2(C_1(\cdot))$ iki aşamalı seçim fonksiyonlarının hangi durumlarda $\mathcal{C}^+$ uzayında $\mathbf{H} \cap \mathbf{O} \cap \overline{\mathbf{C}}$ veya $\mathbf{H} \cap \mathbf{C} \cap \mathbf{O}$ koşullarını ve yine hangi koşullarda $\mathcal{C}^+$ ve $\hat{C}$ uzaylarında **ACA** koşulunu sağladığı araştırılmalıdır.

Diğer bir anlatımla, iki-aşamalı 'q-Pareto-skalar' mekanizmasının hangi durumlarda, sırasıyla, q-Pareto, Pareto veya skalar optimizasyon kurallarına dayalı tek aşamalı mekanizmaya indirgenebileceği ortaya konulmalıdır.

Aşağıda konu ikinci aşama ile ilgili yapılacak iki ayrı varsayımla incelenecektir. Birincisinde ikinci aşamada alternatifler arası kriter tahminlerinde eşitliğe izin verilmediği katı (strict) skalar optimizasyon mekanizmasının yer aldığı duruma göre analiz yapılacaktır. İkinci varsayımda ise ikinci aşamada tahminler arası eşitlik veya büyüklük ilişkisini içeren zayıf bir sıralamaya izin veren katı olmayan (non-strict) skalar optimizasyon mekanizması yer alacaktır.

2.5.2.1. İkinci aşamada katı skalar mekanizmanın yer alması durumunda

İkinci aşamasında "katı" (alternatiflerin değerleri arasında eşitliğe izin vermeyen) ölçekte tanımlı kriter optimizasyonunun yapıldığı durumda "$q-$Pareto-Skalar" modelinin hangi rasyonellik özelliklerini hangi koşullar altında sağladığını gösteren teorem ispatlanmıştır.

Teorem 2.5. *İki aşamalı seçim modeli $C(\cdot) = C_2(C_1(\cdot))$ ele alınsın. Modelde $C_2(\cdot)$, bir katı skalar kriter $v(\cdot)$ ye göre tanımlı ve $C_1(\cdot)$ ise $q > 0$ olmak üzere q-Pareto kuralı tarafından üretilmiş olsun.*

Bu durumda $C(\cdot)$ ancak ve ancak her hangi bir X için

$$C_1(X) \;\supseteq C_2(X)$$

sağlanıyorsa $\hat{C}$ uzayında (tek elemanlı seçim fonksiyonları uzayında) **ACA** *koşulunu (dolayısıyla diğer tüm koşulları da) sağlar.*

İspat. $C_2(\cdot)$ tek-değerli seçim fonksiyonu olduğu için $C(\cdot)$ de tek-değerli bir seçim fonksiyonudur. O halde eğer $C(\cdot)$ fonksiyonu **H** koşulunu sağlıyorsa aynı zamanda **ACA** koşulunu da sağlar. (Bkz. **Teorem 1.2 - (iv)**). Bu nedenle yalnız teoremde belirtilen şart altında **H** koşulunun sağlandığını ispatlamamız yeterlidir.

Herhangi bir X için $C_1(X) \supseteq C_2(X)$ sağlandığını ve $x \in C(X)$ olduğunu düşünelim. $X' \subset X$ olan bir X' ve $x \in X'$ tasarlansın.

$x \in C(X)$ olduğu için $x \in C_1(X)$ tir ve $v(y) > v(x)$ olan bir $y \in X$ bulunmamaktadır. Buradan $x \in C_1(X)$, yani $card(\bigcap\limits_{i \in N} [\mathcal{D}_i(x) \cap X]) \leq q$ olduğu görülür. $X' \subset X$ olduğu için $card(\bigcap\limits_{i \in N} [\mathcal{D}_i(x) \cap X']) \leq q$ sağlanır. Böylece $x \in C_1(X')$ sonucuna ulaşılır. Eğer $v(y) > v(x)$ olan bir $y \in X$ bulunmuyorsa, o zaman

$v(y) > v(x)$ olan bir $y \in X'$ de bulunmayacak ve $x \in C(X')$ olacaktır.

Şimdi $C(\cdot) \in \mathbf{ACA}$ hatta özel olarak $C(\cdot) \in \mathbf{H}$ olduğu varsayılsın. Tüm X kümeleri için $C_1(X) \supseteq C_2(X)$ olduğunu göstereceğiz.

Bunun için $C_1(X) \not\supseteq C_2(X)$ olan bir X kümesinin var olabileceğini varsayacağız. Bu durum $C_1(X)$ e ait olmayan bir $y \in C_2(X)$ alternatifinin varlığına işaret eder.. Diğer bir anlatımla, ikinci aşamada seçilen ancak yalnız birinci aşama göz önüne alındığında elenecek en az bir alternatif mevcut olmalıdır. Dolayısıyla $y \notin C(X)$. Bir $x \in C(X)$ elemanı varsayalım. $C_2(\cdot)$ tek-değerli bir fonksiyon olduğu için $y \in C_2(X)$, tüm $x \in X$ alternatifleri için $v(y) > v(x)$ olduğu anlamına gelir.

Her hangi $z \in X$ alternatifi için $\{x, z\}$ iki elemanlı kümelerini ele alalım. Tüm $q > 0$ için q-Pareto kuralı tarafından $C_1(\{x, z\}) = \{x, z\}$ olacaktır. Yani tüm ikili kümelerde q-Pareto kuralı kullanıldığında her iki alternatif de seçilir. Bunlardan $\{x, y\}$ kümesi düşünüldüğünde ise tüm $x \in X$ alternatifleri için $v(y) > v(x)$ olduğu için $x \notin C(\{x, y\})$ sonucuna ulaşılır. $C(\cdot)$ fonksiyonunun $\mathbf{H}$ koşulunu sağladığı varsayılmış olduğundan x alternatifi $C(X)$ seçim kümesine ait olmalıdır. Halbuki bulunan $x \notin C(\{x, y\})$ sonucu bu duruma tezat oluşturarak $C_1(X) \supseteq C_2(X)$ olduğuna ilişkin ispatı tamamlar. $\square$

2.5.2.2. İkinci aşamada katı-olmayan skalar mekanizmanın yer alması durumunda

İkinci aşamasında "katı-olmayan" (alternatiflerin değerleri arasında eşitliğe izin veren) ölçekte tanımlı kriter optimizasyonunun yapıldığı durumda "$q-$Pareto-Skalar" modelinin hangi rasyonellik özelliklerini hangi koşullar altında sağladığını gösteren teorem ispatlanmıştır.

Ancak ondan önce teoremin ispatına yardımcı olacak bir Lemma ve ispatına yer verilmektedir.

Lemma.2.1. *İki aşamalı seçim modelinde* $C_2(\cdot)$ *fonksiyonunun bir (katı-olmayan) skalar kriter* $v(\cdot)$ *üzerinde optimizasyon kuralına göre oluşturulduğu ve* $C_1(\cdot)'$'in *ise* $q > 0$ *olmak üzere* $\{u_i(\cdot)\}$, $i = 1, 2, ..., n.$ *kriterlerine göre q-Pareto kuralı tarafından üretilmiş olduğu varsayılsın.*

Yalnız ve yalnız herhangi bir $X \in 2^A$ *için,*

$$C_1(X) \supseteq C_2(X)$$

sağlandığında $C(X)$ *seçim kümesi,* X *kümesindeki alternatiflerden* $v(\cdot)$ *değeri en yüksek (maksimal) elemanları ve sadece onları içerecektir.*

İspat. Her hangi bir $t \in X$ için $v(z) \geq v(t)$ olan bir z alternatifini ele alalım. Bu alternatifi içeren herhangi bir $X' \subseteq X$ kümesi için $z \in C_2(X')$ dir. Buna göre her hangi bir X için $C_1(X) \supseteq C_2(X)$ koşulu sağlanıyorsa, o zaman her hangi bir $X' \subseteq X$, $z \in X'$ için $z \in C_1(X')$ sağlanır.

Ancak bu durumda $v(a) = v(z)$ değerine sahip olan a gibi tüm alternatifler, her hangi bir $X' \subseteq X$, $a \in X'$ kümesi için, $C_1(X')$ seçim kümesine ait olacaklardır. O zaman $v(b) < v(z)$ değerine sahip bazı $b \in C_1(X')$ alternatifleri için $b \notin C(X')$ sonucuna ulaşılır. Böylece, $C(X')$ ve $C(X)$ seçim kümeleri X kümesi üzerinde v kriterine bağlı olarak maksimal değerler alan z gibi alternatifleri (z veya a) ve sadece onları içerir. □

Şimdi modelin klasik tek aşamalı mekanizmalara indirgenebilirliği ile ilgili teoremler verilebilir. Öncelikle model tarafından genel olarak sağlanmayan **C** koşuluna ilişkin teorem ispatlanacaktır.

Teorem 2.6. *İki aşamalı seçim modeli* $C(\cdot) = C_2(C_1(\cdot))$ *ele alınsın. Modelde* $C_2(\cdot)$, *bir katı-olmayan skalar kriter* $v(\cdot)$ *ye göre tanımlı ve* $C_1(\cdot)$ *ise* $q > 0$ *olmak üzere q-Pareto kuralı tarafından üretilmiş olsun.*

Bu durumda $C(\cdot)$*, ancak ve ancak bir* A kümesi ve *her hangi bir* $X \in 2^A$ *için*

$$card(A) \leq q+1 \text{ veya } C_1(X) \supseteq C_2(X)$$

sağlanıyorsa **C** *koşulunu sağlar.*

İspat. Her hangi bir X için $C_1(X) \supseteq C_2(X)$ ve bazı $X', X'' \subseteq A$ için $x \in C(X') \cap C(X'')$ olduğunu varsayalım. $C_2(\cdot)$ fonksiyonu ise katı - olmayan skalar kriter $v(\cdot)$ ye göre tanımlı olsun.

$x \in C(X') \cap C(X'')$ olduğuna göre $x \in C_1(X') \cap C_1(X'')$ tir ve $v(y) > v(x)$ değerine sahip bir $y \in X'$ ve $y \in X''$ alternatifi bulunmamaktadır. Bu da $v(y) > v(x)$ değerine sahip ve birleşim kümeye ait olan bir $y \in X' \cup X''$ alternatifi bulunmadığı anlamına gelir. Bu nedenle $x \in C_2(X' \cup X'')$ sonucu elde edilir.

Herhangi bir X için $C_1(X) \supseteq C_2(X)$ olduğundan $x \in C_1(X' \cup X'')$ ve $x \in C_2(C_1(X' \cup X''))$ dir, yani, $x \in C(X)$. Böylelikle, $C(\cdot)$ fonksiyonunun **C** koşulunu sağladığı görülür.

q-Pareto kuralının tanımı gereği eğer $card(A) \leq q+1$ ise o zaman X kümesinden seçilmeyen herhangi bir alternatif olmayacaktır. Dolayısıyla $\forall X$ $C_1(X) = X$. Bunun gibi A kümeleri için $C_1(X) = X \supseteq C_2(X)$ her zaman geçerlidir. C_2 fonksiyonu **ACA** koşulunu sağladığından $C(\cdot)$ de **ACA** yı sağlar ve daha spesifik olarak söylenirse **C** koşuluna uyar.

Şimdi $C(\cdot)$ fonksiyonunun **C** koşulunu sağladığını varsayarak herhangi bir $X \in A$ için $card(A) \leq q+1$ veya $C_1(X) \supseteq C_2(X)$ koşullarından birinin sağlandığını göstereceğiz.

Bunun için tersine $card(A) > q+1$ olduğunu ve $C_1(X) \not\supseteq C_2(X)$ olan bir X kümesi bulunduğunu varsayalım. Teorem gereği bu durum **C** koşulunun bozulacağı tek durumdur.

$C_1(X) \not\supseteq C_2(X)$ sağlayan bir X kümesi varsa o zaman $y \in C_2(X)$ iken

$y \notin C_1(X)$ olan bir $y \in X$ alternatifi mevcuttur. $y \notin C_1(X)$ için aynı zamanda $y \notin C(X)$ olacağını söyleyebiliriz.

Diğer taraftan $q > 0$ olmak üzere q-Pareto kuralı tarafından üretilmiş olan seçim fonksiyonlarını düşünelim. Tanımsal olarak $card(X') = 2$ olan tüm X' için $C_1(X') = X'$ olur, yani, $y \in X'$ olan tüm iki elemanlı X' kümeleri için $y \in C_1(X')$ olacaktır. $C_2(\cdot)$ fonksiyonu skalar kriter $v(\cdot)$ üzerinde tanımlı olduğundan, $v(x) > v(y)$ olan bir $x \in X$ bulunamaz ve bu sebeple $\forall X \quad y \in C_2(X)$. O zaman $y \in C_2(C_1(X'))$, yani, tüm iki elemanlı ve $y \in X'$, $X' \subseteq X$ olan X' alt kümelerinde $y \in C(X')$ olacağı söylenebilir. $C(\cdot)$ fonksiyonu **C** koşulunu sağladığından, $y \in C(X)$ olur ki, bu da yukarıdaki varsayıma yani $y \notin C(X)$ olması durumuna tezat oluşturarak ispatı tamamlar. □

Teorem 2.7. *İkinci aşamasındaki seçim fonksiyonu $C_2(\cdot)$ nin katı-olmayan bir skalar kriter $v(\cdot)$ ile rasyonalize edildiği ve birinci aşamasında yer alan seçim fonksiyonu $C_1(\cdot)$'in q-Pareto kuralı tarafından tanımlandığı ($q > 0$) iki-aşamalı bir seçim modelinde, $C(\cdot) = C_2(C_1(\cdot))$ yalnız ve yalnız A* ve *herhangi bir $X \in 2^A$* için,

$$card(A) \leq q + 1 \text{ veya } C_1(X) \supseteq C_2(X)$$

sağlanıyorsa, $C(\cdot)$ fonksiyonu $\mathcal{C}^+$ uzayında **ACA** *koşuluna uyar.*

Bu teoremin ifadesinde belirtilen şartın Teorem 2.6. ile aynı olduğu görülür. Bunun anlamı, modelin ürettiği bir fonksiyonun **C** koşulunu sağladığı anda **ACA** koşulunu da sağlayacak olmasıdır. Dolayısıyla böyle bir durumda model, vektörel optimizasyona indirgenemeden daha güçlü olan skalar mekanizmaya indirgenir. Şimdi teoremin ispatını verelim.

İspat. Teoremin birinci ifadesi, yani $C(\cdot)$ fonksiyonunun yalnız ve yalnız $card(A) \leq q + 1$ olması durumunda $\mathcal{C}^+$ uzayında **ACA** koşulunu sağlayacak olması iddiasının ispatı **Teorem 2.6.** içerisinde bu koşula karşılık gelen bölümde yapılan ispatla örtüşmektedir. Dolayısıyla burada sadece $C(\cdot)$ fonksiyonunun yalnız ve yalnız herhangi bir X için $C_1(X) \supseteq C_2(X)$ olması durumunda $\mathcal{C}^+$ uzayında **ACA** koşulunu sağlayacağı ifadesinin ispatı yapılacaktır.

$x \in C(X)$ olduğu varsayılarak, bu x alternatifinin dahil olduğu bir alt küme X', $x \in X' \subseteq X$ ele alalım. O zaman $C(X) \cap X' \neq \emptyset$ dır, yani en azından x alternatifi bu kümenin bir elemanı olacaktır, $x \in C(X) \cap X'$.

Her hangi bir X için $C_1(X) \supseteq C_2(X)$ koşulunun gerçekleştiği durumda $C(X') = C(X) \cap X'$ olduğunu göstereceğiz.

Yukarıdaki **Lemma. 2.1.'de** herhangi bir X için $C_1(X) \supseteq C_2(X)$ olduğu durumda $C(X)$ seçim kümesinin, X kümesindeki alternatiflerden $v(\cdot)$ değeri en yüksek (maksimal) elemanları ve sadece onları içereceği gösterildiğinden, her hangi bir $X' \subseteq X$ sunumu için x alternatifi $C(X')$ seçim kümesine dahil edilecektir. X sunumundan seçilmemiş bir $y \in X' \subseteq X$ alternatifi düşünelim, $y \notin C(X)$.Böyle bir alternatif X üzerinde tanımlı $v(\cdot)$ kriterine göre maksimal değer alan bir alternatif olmadığından $y \notin C_2(X)$ olur. O halde yukarıdaki **Lemma. 2.1.'e** göre $y \notin C(X')$ olacaktır. Böylece $C(X') = C(X) \cap X'$ koşulu sağlandığından $C(\cdot) \in$ **ACA** dır.

Şimdi $C(\cdot) \in$ **ACA** olan bir seçim fonksiyonu varsayalım. **ACA** koşulunu sağlayan bu fonskiyon **C** koşulunu da sağlar: $C(\cdot) \in \mathbf{C}$. Dolayısıyla burada herhangi bir X için $C_1(X) \supseteq C_2(X)$ olduğunun gösterilmesi yeterli olacaktır. İspatın bu kısmı ise **Teorem 2.6.** te buna karşılık gelen yani **C** koşulu ile ilgili kısımla aynı olduğundan burada tekrar yer verilmemiştir. □

Açıklama: Bir X kümesi için $C_1(X) \not\supseteq C_2(X)$ iken **ACA** koşulunu sağlanmamasına karşın **H** veya **O** özelliklerinin sağlandığı seçim fonksiyonları örnekleri bulunabilir. Bu tür örneklerde $C(\cdot) \in \mathbf{H} \cap \overline{\mathbf{O}} \cap \overline{\mathbf{C}}$ veya $C(\cdot) \in \overline{\mathbf{H}} \cap \mathbf{O} \cap \overline{\mathbf{C}}$ ya da $C(\cdot) \in \mathbf{H} \cap \mathbf{O} \cap \overline{\mathbf{C}}$ olabilir. Bunlardan sonuncusu çalışmamız kapsamında önem taşımaktadır, zira ele aldığımız iki aşamalı modelin ürettiği bu tür seçim fonksiyonları tek aşamalı q-Pareto mekanizmasına indirgenebilir.

Bu tür örnekler incelendiğinde alternatiflerin ikinci aşamada yer alan $v(\cdot)$ kriterine göre aldıkları değerlerin sabit olduğu yani $\forall X\ C_2(X) = X$ sağlandığı görülür. Bu durum seçimin sadece ilk aşama tarafından belirlendiği anlamına gelir, yani $\forall X\ C(X) = C_1(X) \subseteq C_2(X)$ olacaktır.

Böylece **Teorem 2.3** gereği, birinci aşamasında yer alan seçim fonksiyonu $C_1(\cdot)$'in q-Pareto kuralı tarafından tanımlandığı ($q > 0$, ikinci aşamasındaki seçim fonksiyonu $C_2(\cdot)$ nin alternatiflerin skalar kriter yapısında eşit değerleri ile üretildiği iki-aşamalı bir seçim modelinde, $C(\cdot) = C_2(C_1(\cdot))$ ile tanımlanan $C(\cdot)$ 'nin **H** ve **O** özelliklerini sağladığı söylenir. Dolayısıyla model ilk aşamasına indirgenebilir.

Bu noktada q-Pareto - Skalar model tarafından üretilen fonksiyonlardan yukarıda saptanan indirgenebilirlik koşulunu sağlayan ve sağlamayan olmak üzere iki farklı üst-fonksiyon (sırasıyla $\mathbf{C}^*(\cdot)$ ve $\mathbf{C}^{**}(\cdot)$) ve bunların ikinci aşamasında denk bir seçim fonksiyonuna sahip oldukları varsayımı ile ilk aşamalarında yapılan seçimler aşağıda tek bir tablo üzerinde örneklenmiştir.

Bu tabloda $\forall X\ C_1^*(X) \supseteq C_2(X)$ ve $\exists X\ C_1^{**}(X) \not\supseteq C_2(X)$ olduğu görülmektedir. (Söz konusu koşulu bozan X sunumları tabloda koyu vurgulanmıştır.)

				$\mathbf{C}^*(\cdot) \in \mathbf{ACA}$	$\mathbf{C}^{**}(\cdot) \notin \mathbf{ACA}$
$\mathbf{X} \subseteq \mathbf{A}$	$\mathbf{C}_1^*(\cdot)$	$\mathbf{C}_1^{**}(\cdot)$	$\mathbf{C}_2(\cdot)$	$\mathbf{C}^*(\cdot)$	$\mathbf{C}^{**}(\cdot)$
$\{\mathbf{x},\mathbf{y},\mathbf{z},\mathbf{t}\}$	$\{t,z\}$	$\{\mathbf{z},\mathbf{x}\}$	$\{\mathbf{t}\}$	$\{t\}$	$\{z\}$
$\{x,y,z\}$	$\{x,y,z\}$	$\{z,x\}$	$\{z\}$	$\{z\}$	$\{z\}$
$\{x,y,t\}$	$\{x,y,t\}$	$\{x,y,t\}$	$\{t\}$	$\{t\}$	$\{t\}$
$\{\mathbf{x},\mathbf{z},\mathbf{t}\}$	$\{z,t\}$	$\{\mathbf{z},\mathbf{x}\}$	$\{\mathbf{t}\}$	$\{t\}$	$\{z\}$
$\{y,z,t\}$	$\{z,t\}$	$\{y,z,t\}$	$\{t\}$	$\{t\}$	$\{t\}$
$\{x,y\}$	$\{x,y\}$	$\{x,y\}$	$\{y\}$	$\{y\}$	$\{y\}$
$\{x,z\}$	$\{x,z\}$	$\{x,z\}$	$\{z\}$	$\{z\}$	$\{z\}$
$\{x,t\}$	$\{x,t\}$	$\{x,t\}$	$\{t\}$	$\{t\}$	$\{t\}$
$\{y,z\}$	$\{y,z\}$	$\{y,z\}$	$\{z\}$	$\{z\}$	$\{z\}$
$\{y,t\}$	$\{y,t\}$	$\{y,t\}$	$\{t\}$	$\{t\}$	$\{t\}$
$\{z,t\}$	$\{z,t\}$	$\{z,t\}$	$\{t\}$	$\{t\}$	$\{t\}$

Tablo 2.3. "$q-$Pareto - Skalar" Modelini ve Rasyonellik Özelliklerini Açıklayıcı Örnek Tablo 2 (**ACA** Koşulunun Sağlandığı ve sağlanmadığı durumlar)

$q-$Pareto - Skalar iki aşamalı modelin incelenmesi ile iki ilgi çekici sonuca ulaşılmıştır:

i) Birincisi, ilk aşamasında q-Pareto çok kriterli optimizasyon mekanizmasının yer aldığı böyle bir model genel durumda klasik rasyonellik koşullarından hiç birini sağlamamaktadır. İlk aşamasında Pareto kuralı işletildiğinde ise en azından **C** koşulu sağlanmaktaydı.

ii) İkincisi, bu iki aşamalı modelin tek aşamalı klasik optimizasyon modellerine indirgenmesi konusu çalışıldığında, klasik modelin (Pareto - Skalar) tersine, bu durumun alternatiflerin kriterlere göre konumlarına çok fazla hassas olmadığı görülmüştür. Böyle bir denklik için tek şartın tüm kümelerde ikinci aşamada yapılan seçimlerin ilk aşamada elde edilen küme tarafından içerilmesi gibi nadir durumlarda söz konusu olabileceği tespit edilmiştir.

Buradan hareketle $\forall X \; C_1(X) \supseteq C_2(X)$ koşulunun sağlanması için A kümesi üzerinde her iki aşamadaki kriter tahminleri arasında nasıl bir ilişki olması gerektiğinin ortaya konulması gerekmektedir. Diğer bir anlatımla $\forall X \; C_1(X) \supseteq C_2(X)$ koşulunu test etmek için tüm alt kümelerden yapılan seçimlerin taranması gerektiğinden, bunun yerine sadece A kümesi üzerinde yapılan seçimlere bakılarak bu koşulun sağlanıp sağlanmadığı sonucuna bizi ulaştıracak daha basit bir ölçüte ihtiyaç vardır. Aşağıdaki teorem bu sonucu garantileyen böyle bir ölçütü vermektedir.

Teorem 2.8. *A alternatifler kümesinin $Z_1 = C_1(A)$, $Z_2 = C_1(A \diagdown Z_1), ...,$ $Z_l = C_1(A \diagdown \bigcup_{j=1}^{l-1} Z_j)$ şeklinde tanımlanan sınıflara ayrıldığını düşünelim ve tüm bu kısımları toplu olarak $\{Z_i\}_1^e$ ile gösterelim. Bu durumda her X için $C_1(X) \supseteq C_2(X)$ koşulu ancak ve ancak, $\forall x \in A$ ve herhangi $y \in Z_k$, $k > j$ için,*

$$\text{eğer } x \in Z_j, \text{ o zaman } v(x) > v(y) \tag{19}$$

sağlanması durumunda geçerli olacaktır.

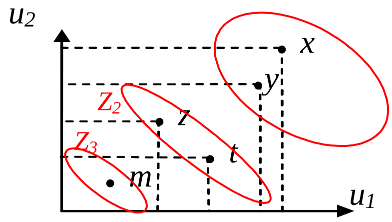
İspat. (19)'un sağlandığını varsayalım. Bu durumda her hangi $X \subseteq A$ için $C_1(X) \supseteq C_2(X)$ sağlandığını göstereceğiz.

Her hangi bir $k > j$ için $X \cap Z_j \neq \varnothing$ ve $X \cap Z_k = \varnothing$ sonucunu veren bir X sunumu tasarlayalım. **Teorem 2.2** gereği, $C_1(\cdot)$ fonksiyonu her zaman **H** özelliğini sağlayacağından $C_1(X) \supseteq X \cap C_1(A \diagdown \bigcup_{s=1}^{j-1} Z_s)$, yani, $C_1(X) \supseteq X \cap Z_j$ sonucuna ulaşılır. (19) da yazılan koşul geçerli olduğunda $\forall x \in X \cap Z_j$ ve $\forall y \in Z_k$ $v(x) > v(y)$. Böylece $C_1(X) \supseteq C_2(X)$ olduğu görülür.

Şimdi her hangi $X \subseteq A$ için $C_1(X) \supseteq C_2(X)$ sağlandığını varsayalım ve bu durumda (19) koşulunun geçerli olacağını gösterelim. Tersine $x \in Z_j$ ve $y \in Z_k$,

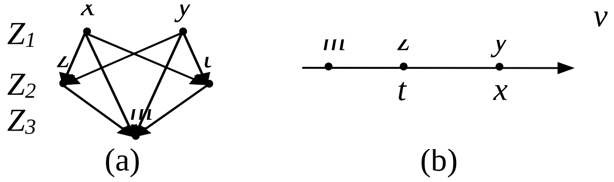
$k > j$ olan $x, y \in A$ alternatiflerinin skalar kritere göre değerleri arasındaki ilişki $v(y) \geq v(x)$ olsun. Bu alternatifler için $x \in C_1(A \diagdown \overset{j-1}{\underset{s=1}{\cup}} Z_s)$, $y \notin C_1(A \diagdown \overset{j-1}{\underset{s=1}{\cup}} Z_s)$ ve $v(y) \geq v(x)$ olduğu için $y \in C_2(X)$ sonucuna ulaşılır ki, bu sonuç $C_1(X) \supseteq C_2(X)$ koşulu ile tezat oluşturarak ispatı tamamlar. $\square$

Teorem 2.8'in ifadesi bir örnek üzerinde açıklamak için, $A = \{x, y, z, t, m\}$ olduğunu ve bu alternatiflerin iki kriterli bir uzayda dağılımlarının aşağıdaki şekildeki gibi verildiğini varsayalım.



Şekil 2.11. Alternatiflerin İki Kriter Uzayındaki Dağılımına göre "1−Pareto" ile Üstünlük Sınıflarına Ayrılması

Şekilde verilen dağılım üzerinde "1−Pareto" kuralı uygulanırsa alternatiflerin **Teorem 2.8'de** verilen tanıma göre $Z_1 = C_1(A) = \{x, y\}$, $Z_2 = C_1(A \diagdown Z_1) = \{z, t\}$ ve $Z_3 = C_1(A \diagdown Z_2) = \{m\}$ biçiminde üç sınıfa bölüneceği görülür. Buna göre "1-Pareto - Skalar" modelinin uygulanması ile elde edilecek seçim fonksiyonunun her X kümesine göre $C_1(X) \supseteq C_2(X)$ koşulunu sağlaması için ikinci aşamasında yer alan kritere göre alternatif değerlerinin sırasının Şekil 2.6. (b) deki gibi olması gerekmektedir.



Şekil 2.12. Üstünlük Sınıflarına Ayrılan Alternatiflerin İkinci Aşamadaki (Denklik Koşulu Sağlayan) Konumları

Bu şeklin (a) kısmında alternatiflerin ilk aşamada 1-Pareto kuralı ile oluşturduğu baskınlık seviyeleri gösterilmektedir.

Böylelikle ilk aşamasında "q" tolerans parametresinin dikkate alındığı "q-Pareto - Skalar" model ikinci aşamasında hem katı hem de katı olmayan kriterin varlığı durumları için incelenmiş bulunmaktadır. Aşağıda ikinci aşamada da bir q parametresinin eklendiği (q-Skalar Kuralı) model tanıtılarak, bu modelin özellikleri araştırılacaktır.

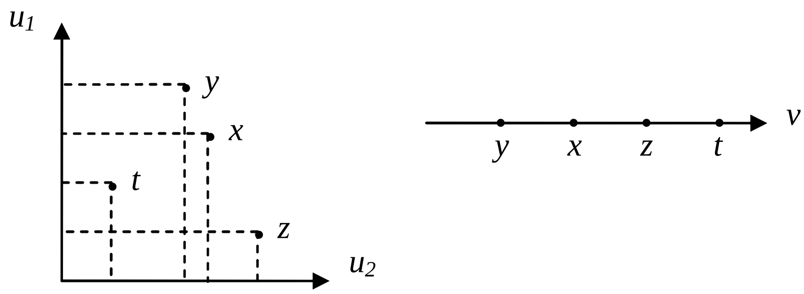
2.5.3 İki Aşamalı 'q-Pareto - q-skalar' Kriter Optimizasyonu Seçim Modeli ve Rasyonalite Özellikleri

Bu alt bölümde her iki aşamasında da birer "q" tolerans parametresi kullanılarak genişletilmiş iki aşamalı vektörel - skalar bir model tanıtılarak, bunun rasyonellik koşullarına uyumu incelenecektir. Daha açık olarak ele alınacak modelde, $q_1, q_2 > 0$ birbirine eşit veya farklı olabilen tamsayılar olmak üzere, ilk aşamada q_1-Pareto kuralı ve ikinci aşamada q_2-skalar optimizasyon kuralı işletilmektedir. Yani bir önceki alt bölümde tanıtılan modelden daha genel olarak bu modelde, $C_1(\cdot)$, kriterler kümesi $\{u_i(\cdot)\}$ üzerinde q_1-Pareto kuralı; $C_2(\cdot)$ ise $v(\cdot)$ kriter yapısı üzerinde q_2-skalar optimizasyon kuralı tarafından üretilmektedir. Bu modeli genel ifade ile "$q-$Pareto - $q-$skalar iki aşamalı seçim modeli" olarak adlandıracağız.

Böyle bir model, yukarıda açıklanan ve yalnızca birinci aşamasında "seçimde tolerans" mantığını önceden tanımlı "q" parametresi ile genişleten "q-Pareto - Skalar" mekanizmasının ikinci aşamasında da bir q parametresinin kullanılmasına izin verilerek genişletilmesi ile oluşturulmuştur. Böylece ikinci aşamada da "en iyi q alternatifin seçimi" veya "en iyi yarısının, % 10 civarında adayın seçimi" vb. ifadelere uygun olarak yapılacak seçim prosedürlerinin uygulanması sağlanabilmektedir. $q_2 = 0$ alınması durumunda "q-Pareto - skalar" mekanizmaya dönüşecek bu model aynı zamanda diğer bir bakışla "q-Pareto" ve "q-skalar" kurallarının birleştirilmesi anlamına gelmektedir.

Aşağıda "$q-$Pareto - $q-$skalar" iki aşamalı modeli tarafından üretilen seçim fonksiyonlarının hangi rasyonalite koşullarını sağladığını inceleyeceğiz. Öncelikle ortaya konulan modelin, genel olarak, klasik rasyonalite koşulları olan **H**, **C** ve **O** özelliklerini sağlamadığını söyleyeceğiz. Bu iddia aşağıdaki örnek yardımı ile ispatlanabilir.

Bir $A = \{x, y, z, t\}$, alternatifler kümesini ele alarak, A'nın elemanlarına atanan kriter değerlerinin kriterler uzayında aşağıdaki şekildeki gibi yer aldığını varsayalım. Birinci aşama için kriterler kümesi $\{u_i(\cdot)\}$, $i = 1, 2$, ikinci aşama içinse $v(\cdot)$ kriteri olmak üzere $q_1 = q_2 = 1$ iken 'q_1-Pareto - q_2-skalar' mekanizmasının bu durumda üreteceği seçim fonksiyonlarını bulalım.



Şekil 2.13. "$q-$Pareto - $q-$Skalar" Modelini ve Rasyonellik Özelliklerini Açıklayıcı Örnek Şekil

Bu kriter tahminleri kullanıldığında aşağıda **Tablo 2.4.**'de sunulan seçim fonksiyonları oluşur.

$\mathbf{X} \subseteq \mathbf{A}$	$\mathbf{C}_1(\mathbf{X})$	$\mathbf{C}_2(\mathbf{X})$	$\mathbf{C}(\mathbf{X}) = \mathbf{C}_2(\mathbf{C}_1(\mathbf{X}))$
$\{x, y, z, t\}$	$\{x, y, z\}$	$\{t, z\}$	$\{z, x\}$
$\{x, y, z\}$	$\{x, y, z\}$	$\{z, x\}$	$\{z, x\}$
$\{x, y, t\}$	$\{x, y\}$	$\{t, x\}$	$\{x, y\}$
$\{x, z, t\}$	$\{x, z, t\}$	$\{t, z\}$	$\{t, z\}$
$\{y, z, t\}$	$\{y, z, t\}$	$\{t, z\}$	$\{t, z\}$
$\{x, y\}$	$\{x, y\}$	$\{x, y\}$	$\{x, y\}$
$\{x, z\}$	$\{x, z\}$	$\{x, z\}$	$\{x, z\}$
$\{x, t\}$	$\{x, t\}$	$\{x, t\}$	$\{x, t\}$
$\{y, z\}$	$\{y, z\}$	$\{y, z\}$	$\{y, z\}$
$\{y, t\}$	$\{y, t\}$	$\{y, t\}$	$\{y, t\}$
$\{z, t\}$	$\{z, t\}$	$\{z, t\}$	$\{z, t\}$

Tablo 2.4. "$q-$Pareto - $q-$Skalar" Modelini ve Rasyonellik Özelliklerini Açıklayıcı Örnek Tablo (Hiç Bir Koşulun Sağlanmadığı Durum)

Bu tablo klasik rasyonellik özelliklerinin tanımları kullanılarak incelendiğinde, örnekte koşullardan hiç birinin sağlanmadığı görülebilir. Şöyle ki;

$C(\cdot) \notin$ **H** ve $C(\cdot) \notin$ **O** : $X' \subset X$ ve $X' = X \diagdown \{y\}$ olmak üzere $X = \{x, y, z, t\}$ ve $X' = \{x, z, t\}$ sunumlarını değerlendirdiğimizde görürüz ki, $x \in C(X)$ iken $x \notin C(X')$ dir.

$C(\cdot) \notin$ **C** : $X' = \{x, z\}$, $X'' = \{x, t\}$ olmak üzere $X = X' \cup X'' = \{x, z, t\}$ sunumları ele alındığında $x \in C(X')$ ve $x \in C(X'')$ iken $x \notin C(X' \cup X'')$,yani, $x \notin C(X)$ olmaktadır.

2.5.4 'q-Pareto-q-skalar' Seçim Modelinin Tek Aşamaya İndirgenme Koşulları

Yukarıdaki örnekte görüldüğü gibi "$q-$Pareto - $q-$skalar" optimizasyonu seçim modeli tarafından üretilen seçim fonksiyonları -genel olarak- temel rasyonellik koşullarını sağlamaz.

O halde, bu model tarafından üretilen $C(\cdot) = C_2(C_1(\cdot))$ iki aşamalı seçim fonksiyonlarının hangi durumlarda klasik rasyonellik özelliklerini sağlayacağı yani klasik kurallara dayalı tek aşamalı mekanizmalara indirgenebileceği incelenmelidir. Aşağıdaki teorem söz konusu inceleme sonucunu ortaya koymaktadır.

Teorem 2.9. *İkinci aşamasındaki seçim fonksiyonu $C_2(\cdot)$ nin katı-olmayan bir skalar kriter $v(\cdot)$ üzerinde q_2-skalar kuralı ile ve birinci aşamasında yer alan seçim fonksiyonu $C_1(\cdot)$'in q_1-Pareto kuralı tarafından tanımlandığı ($q_1, q_2 > 0$ tamsayı parametreleri ve $q_1 = q_2$ veya $q_1 \neq q_2$ olmak üzere) iki-aşamalı bir seçim modeli tarafından üretilen $C(\cdot) = C_2(C_1(\cdot))$ fonksiyonu yalnız ve yalnız,*

$$\forall X \; C(X) = C_1(X) = C_2(X) = X \tag{20}$$

veya eşit olarak

$$\forall x \in X, \; card(\bigcap_{i \in N} \mathcal{D}_i(x)) \leq q_1 \; ve \; card(\mathcal{D}(x)) \leq q_2$$

olması durumunda, $\mathcal{C}^+$ uzayında **ACA** *koşulunu (veya özel olarak* **C** *koşulunu) sağlar.*

İspat.

Eğer $\forall X \; C(X) = C_1(X) = C_2(X) = X$ olduğu varsayılırsa $C(\cdot)$ fonksiyonunun $\mathcal{C}^+$ uzayında **C** (hatta **ACA**) koşulunu sağlayacağı açıktır.

O halde $C(\cdot)$ fonksiyonunun **ACA**, ve daha spesifik olarak **C** koşulunu sağladığını varsayarak $\forall X\ C(X) = C_1(X) = C_2(X) = X$ olduğunu göstereceğiz.

Bu durumun aksine her hangi bir $x \in X\ x \notin C(X)$ alternatifi (herhangi bir X sunumundan seçilmeyen herhangi bir alternatif) bulunduğu halde $C(\cdot)$ fonksiyonu **ACA**, ve **C** koşulunu sağlasın.

Öncelikle, alternatifler kümesinin iki elemanlı alt kümeleri üzerinde q_1-Pareto kuralı ($q_1 > 0$) ile seçim yapıldığı durumu ele alalım. Alternatif sayısı $card(X') = 2$ olan tüm bu X' alt kümelerinde $C_1(X') = X'$olacaktır. Yani, tüm $x, y \in X$ alternatif çiftleri tarafından oluşturulan $\{x, y\}$ sunumlarından $q_1 > 0$ olmak üzere q_1-Pareto kuralı ile yapılan seçimlerde seçim fonksiyonu sunum kümesine eşit olur. Biçimsel ifade ile, $\forall x, y \in X\ C_1(\{x, y\}) = \{x, y\}$. Benzer durum $q_2 > 0$ olmak üzere q_2-skalar kuralı ile yapılan ikinci aşamadaki seçim için de söz konusu olacaktır. Yani $card(X') = 2$ olmak üzere $\forall x \in X'\ x \in C_2(X')$ tir. Dolayısıyla $C(\cdot)$ fonksiyonu $C(\cdot) = C_2(C_1(\cdot))$ biçiminde üretilen bileşke fonksiyon oluğundan, q-Pareto - q- Skalar kuralı ile $card(X') = 2$ olan tüm X' alt kümeleri için $C(X') = C_2(C_1(X')) = C_2(X') = X'$ her zaman sağlanır. Bu da iki elemanlı sunumlarda yer alan her hangi bir $x \in X'$ alternatifi için $x \in C(X')$ olduğu anlamına gelir.

Diğer taraftan ele aldığımız $C(\cdot)$ fonksiyonu **C** koşulunu sağladığından, $card(X) > card(X') = card(X'') = 2$ olan, yani ikiden fazla elemana sahip her hangi bir $X = X' \cup X''$ sunumunun içerdiği bir $x \in X \supset X', X''$ alternatifi $C(X)$ seçimi içerisinde yer almalıdır. Bu da yukarıdaki $x \notin C(X)$ varsayımına tezat oluşturarak ispatı tamamlar. $\square$

Açıklamalar.

(20) koşulu, $q-$Pareto and $q-$skalar kurallarının tanımları gereği, her hangi bir $X \in 2^A$ için alternatifler bazında da yazılabilir. Buna göre koşul teoremin ikinci ifadesindeki biçimde "yalnız ve yalnız $\forall x$, $card(\bigcap_{i \in N} \mathcal{D}_i(x)) \leq q_1$ ve $\forall x$,

$card(\mathcal{D}(x)) \leq q_2$ (katı skalar kriter için $card(A) \leq q_2 + 1$) ise" biçiminde de ifade edilir.

(20) koşulu, hem q-Pareto kuralı tarafından tanımlanan birinci aşamada hem de q-skalar kuralı tarafından tanımlanan ikinci aşamada *her* $X \in 2^A$ sunumundan *tüm* alternatiflerin seçildiği tek bir basit (trivial) durumu ifade eder. Bu tek durum haricinde **C** koşulu sağlanamayacağından gerek **ACA** gerekse $\mathbf{H} \cap \mathbf{O} \cap \mathbf{C}$ sağlanmayacak, böylece söz konusu mekanizma, sırasıyla, tek aşamalı skalar veya tek aşamalı vektörel optimizasyona indirgenemeyecektir.

Bu durum aslında çok basit bir gerekçeden kaynaklanmaktadır. Zira tolerans parametrelerinin sıfırdan büyük olması nedeniyle ikili karşılaştırmalarda bir üstünlük ilişkisi oluşmamakta, alternatifler birbirlerine denk görülmektedir. Dolayısıyla bu modelin klasik anlamda rasyonelleştirildiği tek durum alternatiflerden hiç birinin herhangi bir sunumdan elenmediği durumdur. Görüldüğü gibi bu şart oldukça katıdır.

Sonraki alt bölümde, ilk aşamasında klasik Pareto kuralının işletildiği ($q_1 = 0$) "Pareto - q-skalar" iki aşamalı seçim mekanizması incelenecektir.

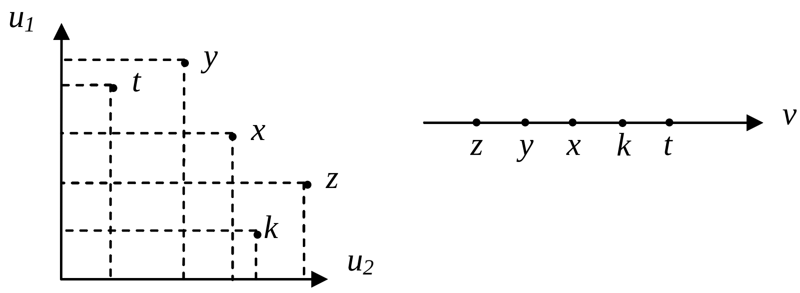
2.5.5 İki Aşamalı 'Pareto - q-skalar' İki Aşamalı Seçim Modeli ve Rasyonalite Özellikleri

Bu alt bölümde "q" parametresinin sadece ikinci aşamasında tanımlandığı, yani $C_1(\cdot)$ fonksiyonunun kriterler kümesi $\{u_i(\cdot)\}$ üzerinde klasik Pareto kuralı; $C_2(\cdot)$ nin ise $v(\cdot)$ kriter yapısı üzerinde q_2-skalar optimizasyon kuralı tarafından üretildiği model ele alınacaktır. Bu modeli ise "Pareto - $q-$ skalar iki aşamalı seçim modeli" olarak adlandıracağız.

Böyle bir mekanizma ile uygulamada, alternatifler arasında eleme prosedürünün Pareto kuralı ile gerçekleştirilirken; elenmeyen alternatifler arasından ikinci aşamada skalar optimizasyon kuralı ile gerçekleştirilecek seçimde sadece en üstün alternatifin değil de "en iyi n adet alternatifin", "alternatiflerin en iyi yarısının seçilmesi" vb. gereksinimlere uygun prosedürlerin işletilmesi sağlanabilmektedir. İkinci aşamada yer alan parametrenin $q_2 = 0$ alınması durumunda "Pareto - Skalar" modele dönüşecek bu model aynı zamanda diğer bir bakışla "Pareto" ve "$q-$Skalar" kurallarının birleştirilmesi anlamına gelmektedir.

"Pareto - $q-$skalar" iki aşamalı seçim modeli tarafından üretilen fonksiyonları yukarıdaki modellere benzer şekilde, genel olarak, klasik rasyonalite koşullarını sağlamamaktadır. Aşağıda verilen örnek bu iddianın ispatlanması için yeterlidir.

Bir $A = \{x, y, z, t, k\}$ alternatifler kümesini ele alarak, A'nın elemanlarına atanan kriter değerlerinin kriterler uzayında aşağıdaki şekildeki gibi yer aldığını varsayalım. Birinci aşama için kriterler kümesi $\{u_i(\cdot)\}$, $i = 1, 2$ ve ikinci aşama içinse $v(\cdot)$ kriteri olmak üzere $q = 1$ iken 'Pareto - q_2-skalar' modelinin bu durumda üreteceği seçim fonksiyonlarını bulalım.



Şekil 2.14. "Pareto - $q-$Skalar" Modelini ve Rasyonellik Özelliklerini Açıklayıcı Örnek Şekil

Aşağıdaki **Tablo 2.5**. ise örneğe ilişkin üretilen seçim fonksiyonlarını vermektedir.[7]

$\mathbf{X} \subseteq \mathbf{A}$	$\mathbf{C}_1(\mathbf{X})$	$\mathbf{C}_2(\mathbf{X})$	$\mathbf{C}(\mathbf{X}) = \mathbf{C}_2(\mathbf{C}_1(\mathbf{X}))$
$\{x, y, z, t, k\}$	$\{x, y, z\}$	$\{t, k\}$	$\{x, y\}$
...	...	...	...
$\{x, y, t, k\}$	$\{x, y, k\}$	$\{k, x\}$	$\{k, x\}$
...	...	...	...
$\{x, t, k\}$	$\{x, t, k\}$	$\{t, k\}$	$\{t, k\}$
...	...	...	...
$\{x, t\}$	$\{x, t\}$	$\{x, t\}$	$\{x, t\}$
$\{x, k\}$	$\{x, k\}$	$\{x, k\}$	$\{x, k\}$

Tablo 2.5. "Pareto - $q-$Skalar" Modelini ve Rasyonellik Özelliklerini Açıklayıcı Örnek Tablo (Hiç Bir Koşulun Sağlanmadığı Durum)

Bu tablo klasik rasyonellik özelliklerinin tanımları kullanılarak incelendiğinde, $C(\cdot)$ fonksiyonu tarafından koşullardan hiç birinin sağlanmadığı görülebilir. Şöyle ki;

[7] Tabloda basitlik açısından, sadece rasyonellik koşullarının bozulmasına yol açan bazı sunumlar gösterilmiştir.

$C(\cdot) \notin \mathbf{H}$ ve $C(\cdot) \notin \mathbf{O} : y \in C(\{x, y, z, t, k\})$ ancak $y \notin C(\{x, y, t, k\})$.

$C(\cdot) \notin \mathbf{C} : x \in C(\{x, t\})$ ve $x \in C(\{x, k\})$ diğer taraftan, $x \notin C(\{x, t\} \cup \{x, k\})$, yani $x \notin C(\{x, t, k\})$.

2.5.6 'Pareto-q-skalar' İki-Aşamalı Seçim Modelinin Tek Aşamaya İndirgenme Koşulları

Bu model tarafından üretilen $C(\cdot) = C_2(C_1(\cdot))$ seçim fonksiyonlarının hangi durumlarda klasik kurallara dayalı tek aşamalı mekanizmalara indirgenebileceğini gösteren teorem aşağıda ispatlanmaktadır.

Teorem 2.10. *İkinci aşamasında $v(\cdot)$ kriteri üzerinde, $q > 0$ ve tamsayı olmak üzere $q-$*skalar kuralı ile *$C_2(\cdot)$ fonksiyonunu ve birinci aşamasında ise çok kriter yapısı üzerinde klasik Pareto kuralı ile $C_1(\cdot)$ fonksiyonunu üreten iki aşamalı seçim modeli ele alınsın. Bu modelde $C(\cdot) = C_2(C_1(\cdot))$ fonksiyonu yalnız ve yalnız,*

$$\forall X \; card(C_1(X)) \leq card(C_2(X)) \tag{21}$$

veya eşit olarak,

$$\forall X \; card(C_1(X)) \leq q + 1.$$

olması durumunda $\mathcal{C}^+$ uzayında **C** *koşulunu sağlar.*

İspat.

(21) koşuluna uyulduğu varsayımı altında $C(\cdot) \in \mathbf{C}$ olduğunu göstereceğiz. Bu koşul $\forall X \; C_1(X) = C(X)$ olduğu anlamına gelir. Bu ise seçimin ilk aşamada belirlendiğini ifade eder. Pareto kuralı ile üretilen $C_1(\cdot) \in \mathbf{H} \cap \mathbf{C} \cap \mathbf{O}$ olduğundan $C(\cdot)$ fonksiyonu da $\mathbf{H} \cap \mathbf{C} \cap \mathbf{O}$ özelliklerini dolayısıyla **C** koşulunu sağlar.

Şimdi $C(\cdot)$ fonksiyonunun **C** koşulunu sağladığı durumda $\forall X \; card(C_1(X)) \leq q + 1$ olacağını gösterelim.

Tersine bir X sunumu için $card(C_1(X)) > card(C_2(X))$ olduğu varsayılsın. Ele alınan mekanizmanın ikinci aşamasında $C_2(\cdot)$ fonksiyonu $v(\cdot)$ -katı- kriter yapısı üzerinde $q-$skalar kuralı tarafından üretildiği için, $\forall X$ $card(C_2(X)) = q+1$ olduğu kolaylıkla gösterilebilir. Dolayısıyla eğer herhangi bir X sunumu için $card(C_1(X)) > q+1$ geçerli ise bu durum $card(\mathcal{D}_2(y) \cap C_1(X)) > q$ olan bir $y \in X$, $y \in C_1(X)$ alternatifinin varlığını gösterir. Buna göre, y alternatifi $C_1(X)$ kümesine ait iken bu küme içerisinde y alternatifinin üst kümesini oluşturan q kadar alternatif mevcut olduğundan, bu alternatif ikinci aşamada seçilmeyecektir. Bu ise alternatifin $C(X)$ kümesine dahil edilmeyeceği anlamına gelir: $y \notin C(X)$.

Ancak diğer taraftan, iki elemanlı sunumlar dikkate alındığında, yani $card(X') = 2$ olan tüm X' alt kümeleri için $C_1(\cdot) \in \mathbf{H}$ olduğundan $\forall X'$ $y \in X'$ $y \in C_1(X')$ sağlanacak ve $C_2(\cdot)$ fonksiyonu $v(\cdot)$ kriteri üzerinde, $q > 0$ olmak üzere $q-$skalar kuralı ile tanımlandığından $y \in C(X')$ sonucu elde edilecektir. Diğer bir anlatımla y alternatifi bu X sunumunun alt kümeleri olan ve kendisinin içerildiği tüm ikili sunumlardan seçilecektir. Ele alınan X sunumu ise söz konusu ikili sunumların birleşimi olacağından, elde edilen bu sonuç başlangıçta yapılan $C(\cdot) \in \mathbf{C}$ varsayımına tezat oluşturarak ispatı tamamlar. $\square$

Açıklama:

(21) koşuluna uyulduğunda $C(\cdot)$ fonksiyonu $\mathbf{H} \cap \mathbf{C} \cap \mathbf{O}$ koşullarını aynı anda sağlayacağından, "Pareto- $q-$skalar" iki aşamalı seçim modelinin, ilk aşamasına (tek aşamalı klasik Pareto optimizasyon modeline) indirgenebilir olduğu sonucuna ulaşılır.

Çalışmanın bu bölümündeki analizler sonucunda, genel ifade ile "(q)-Pareto - (q)-skalar" iki aşamalı seçim modelinin (veya içerdiği her bir modelin) klasik ras- yonellik koşullarına genel olarak uymadığı ve bu nedenle ancak çok ender durumlarda klasik optimizasyon mekanizmalarına indirgenebilir yapıda olduğu ortaya konulmuştur.

Aslında bu durum çok basit bir gerekçeden kaynaklanmaktadır. Bu gerekçe, tolerans parametrelerinin sıfırdan büyük olması nedeniyle (q ne olursa olsun) ikili karşılaştırmalarda bir üstünlük ilişkisinin oluşmaması, alternatiflerin birbirlerine denk görülmesidir. Böylece bu modeller öncelikle **CR** dolayısıyla **C** özelliğini kaçırmaktadırlar. Halbuki Teorem 1.3. hatırlanırsa, klasik modeller bu özelliği ortak olarak içermekteydi: $\mathbf{H} \cap \mathbf{C} \supset \mathbf{H} \cap \mathbf{C} \cap \mathbf{O} \supset \mathbf{ACA}$

Bu sonuç modele 1.2.1. no.lu bölümde kısaca açıklanan prosedürlere benzer olarak "klasik-olmama" özelliği kazandırmaktadır. Yine açıklandığı gibi modelin klasik rasyonellik koşullarından uzaklaşmış olması, içerdiği klasik mekanizmaların "seçimde tolerans" ve "ön eleme-seçim prosedürünü işletme" gibi iki makul gerekçe ve ihtiyaca aynı mekanizma içinde cevap vermesi amacıyla genişletilmesinden kaynaklanır.

Modelin belirtilen ihtiyaçlara ne şekilde cevap verdiğinin ve bu nedenle oldukça anlamlı ve uygulanabilir bir seçim prosedürünü tanımladığının açıklanması bir sonraki uygulama bölümünün konusunu oluşturmaktadır.

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

3 UYGULAMA

Bu bölümde, "(q) Pareto - (q) skalar" iki aşamalı seçim modelinin uygulama esaslarına ve yönetim / işletmecilik alanındaki örnek problemler üzerindeki uygulama sonuçlarına yer verilecektir.

Bu amaçla ilk olarak, bu modelin uygulanabileceği problemlerin özellikleri sıralanacak, daha sonra prosedürün işleyişi için geliştirilen algoritma basit bir veri seti üzerinde açıklanacaktır. Algoritma çözüm sonrası (ex-post) analizlere de olanak verecek biçimde genişletildikten sonra, iki farklı problem, kurgulanan algoritmalar yardımı ile çözümlenerek elde edilen sonuçlar değerlendirilecektir.

Ele alınacak uygulamalardan birincisinde, bir yönetim konusu olan "insan kaynakları seçimi" probleminin çözümünde söz konusu modelin kullanımı önerilecektir. Uygulama gerçek verilere benzetilen hipotetik bir örnek üzerinde gerçekleştirilecektir. Böylece Pareto - skalar modelin her iki aşamasında da q tolerans parametresine ihtiyaç duyulabileceği gösterilmiş olacaktır.

İkinci uygulamada ise modelin, gerçek verileri içeren ve seçimin gelecekteki sonuçlarının da gözlemlenebildiği farklı bir işletmecilik problemi üzerinde etkili bir biçimde işletilebileceğinin gösterilmesi hedeflenmektedir.

3.1 Modelin Uygulanabileceği Seçim Problemlerinin Yapısı ve Modelin Uygulamadaki Üstünlükleri

Bu çalışmada önerilen iki aşamalı seçim modeli herhangi bir çok boyutlu seçim problemi için uygulanabilir olmakla birlikte, modele bazı özellikleri taşıyan problemlerin çözümünde daha çok ihtiyaç duyulacağı ve modelin bu problemlere uygulanması ile anlamlı sonuçlara ulaşılacağı ileri sürülebilir.

Öncelikle, (q) Pareto - (q) skalar iki aşamalı seçim modelleri özellikle alternatif sayısının fazla olduğu (Örn. $card(A) \gtrapprox 100$) ve en azından kriterlere göre alternatiflerin sıralama bilgisinin belirlenebildiği çok kriterli problemlerde; veya tersine bir düşünüşle, gerçek hayatta iki aşamalı "ön eleme - seçim" mantığına dayalı olarak kurulan seçim stratejilerilerinin nesnel olarak modellenmesinde etkili uygulama olanağı verir. Bu tip problemler, bir eğitim programına veya bir burs / ödül için başvuran öğrenciler, bir işe / pozisyona atanacak adaylar veya yatırım yapılması düşünülen fonlar arasından seçim yapılması gibi karar durumlarında ortaya çıkmaktadır. Bu problemlerde çoğunlukla alternatifler çok sayıdadır ve bunların farklı nitelikteki kriterlere göre, genellikle aşamalı bir süreçte, değerlendirilmeleri gerekmektedir.

Çok kriterli (çok boyutlu) problemlerin çözümlenmesinde yaygın bir yaklaşım ağırlıklı toplamsal (telafi edici) modelleri kullanmaktır. Bu modellerde her alternatif için kriterlere atanan ağırlıkların yardımı ile toplamsal değerler hesaplanarak oluşan sıralamada en üstteki alternatif seçilir. Böylece söz konusu modellerin bütüncül değerler üzerinde uygulanan skalar bir optimizasyon yapısı sergiledikleri söylenebilir. Bu prosedürleri işletebilmek için karar vericiden hangi kriterin hangi ağırlıkta önemli olduğu bilgisinin alınması ya da kriterler arası karşılaştırmalarla bu ikame değerlerinin elde edilmesi gerekmektedir. Literatürde bu şartlar altındaki karar verme sürecini formalize edebilmek için çok sayıda prosedür tanımlanmıştır (Bu türde prosedürler için temel kaynaklar olarak bkz. Keeney, R.L. & Raiffa, H., 1976; Saaty, T.L., 1980; Von D. Winterfelt ve D. Edwards, 1986).

Ancak bu yöntemlerin uygulamada özellikle büyük boyutlu problemlerin çözümünde bir takım sınırlılıkları mevcuttur:

Birincisi, çok fazla sayıdaki alternatife atanacak puanların yapılacak öznel değerlendirmelerle belirlenmesi gerektiğinde, bir eleme süreci içermeyen tek aşamalı ikame edici yöntemlerin uygulanması oldukça güçleşmektedir. Zira, öncelikle onlarca alternatifi karşılıklı olarak tercih bilgilerine göre değerlendirmek hem zordur hem de çoğu zaman tutarsız yargılara yol açmaktadır.

İkinci olarak, toplamsal değer modelindeki ağırlıkların karar vericinin tercihlerine dair gerçek ve doğru (kesin) sayısal bilgiyi yansıttığı varsayımına karşın, uygulamalarda kriterlere "göreli önem" ya da "ağırlık" bilgisinin atanmasının oldukça zor hatta bazı durumlarda olanaksız olduğu kabullenilmiştir. Bu konuda yapılan bir çok araştırmada gerçek ağırlıklardan sapmalara değinilmiştir. (K. Borcherding, Schmeer K. & M. Weber, 1995; R.P., Hamalainen & A.A. Salo, 1997; J. Jia, G.W. Fisher ve J.S. Dyer, 1998). Bu çalışmalarda, kriterlere atanan öznel ağırlıkların her zaman cevap hatasına açık olduğu görüşünde birleşilmiştir. Buradan hareketle yaklaşık ağırlık belirleme yöntemleri geliştirilmeye çalışılmıştır. (W.G. Stillwell, D.A. Seaver & W. Edwards, 1981; F.H. Barron & B.E. Barrett, 1996). Sayılan modellerde, ağırlıkların kriterlerin bilgiyi içsel olarak taşıdığı, bu nedenle veri setinin özelliğine bağlı olarak oluşturulması gerektiğini ifade eden yaklaşımlar (Örn. Entropi adı verilen yaklaşım: Zeleny, M., 1982) ile, ağırlıkları süreç içerisinde oluşturan baskınlık modelleri geçerliliklerini korumaktadırlar.

Ağırlık bilgisinin uygun bir şekilde belirlendiği ve alternatiflere ikili karşılaştırmalar ile kriter değerlerinin tutarlı bir biçimde atandığı varsayılsa bile, ağırlıklar ile değerlerin ne şekilde bütünleştirileceğinin, yani bunları bir araya getirmede kullanılacak fonksiyonun biçiminin (toplamsal, çarpımsal vb.) belirlenmesi de tartışmalı olan diğer bir konudur.

Ayrıca problemin doğasına bağlı olarak bir çok durumda, değerlendirilmek istenen kriterler bir arada ele alınamayacak yapıda olabilir. Örneğin "kaliteliyi ucuza almak" istediğinizde kalite kriterlerini (hız, dayanıklılık, güç vb.) maliyet kriteri ile bir arada düşünmek ortaya konulan problemin yapısına uygun ya da anlamlı olmayacaktır. Böyle bir problemi tek aşamada çözümlemeye çalışmak karar vericiyi tatmin etmiyor olabilir.

Son olarak, bu modellerde "seçimde tolerans" mantığına ihtiyaç duyulduğunda çoğunlukla kriterlere ilişkin eşik değerlerinin belirlenmesi yoluna gidilmektedir. Ancak, göreli ağırlık bilgisinin belirlenmesi gibi bir alternatifin bir kriterde diğerine tercih edilmesini sağlayacak bir eşik değerini belirlemek de tutarlı veya uzman bir ön bilgi gerektirir.

Diğer taraftan, baskınlık ilişkilerine dayalı "(q)-Pareto - (q)-skalar" seçim modeli tüm bu gereksinimleri uygun bir biçimde karşılayacak yapıdadır. Öncelikle modelde ilk aşamada kullanılan Pareto kuralı kriterlerin ağırlık bilgisinin bilinmesine ihtiyaç duymadan da etkin alternatif kümesini belirleyebilmekte; ayrıca istenirse q tolerans parametreleri ile bu küme kurala uygun olarak (nesnel bir temelde) genişletilebilmektedir. Böyle bir filtreleme prosedürü ile çok sayıda alternatif -istenen miktarda- azaltılmış olur. Modelin ikinci aşamasında yer alan skalar optimizasyon ise nihai seçime ulaşılmasını mümkün kılar. Seçime “Tolerans” kavramını ekleyen q parametresinin bu aşamada da kullanılmasıyla istenirse nihai seçim kümesinin de genişletilmesi mümkün olmaktadır.

Çalışmamızın başında çok kriterli seçim problemleri ile sosyal seçim problemlerinin benzer karakter taşıdıklarını, bu iki problem türünün de çok boyutlu bir analiz gerektirdiğini belirtmiştik. Önerilen model, sosyal seçim alanındaki tipik problemlere uygulanabilecek yapıda nesnel bir taban da sağlamaktadır. Zira bu alanda, öncelikle çok sayıda alternatifin çatışan fikirleri olan bir komisyonun üyeleri tarafından sıralandıktan sonra bir ön elemeye tabi tutulduğu ve kalan alternatiflerin son değerlendirme (nihai seçim) için tek ve üstün bir karar vericiye sunulduğu karar durumlarına oldukça sık rastlanmaktadır. Bu durumlarda model, her karar vericinin özgün sıralamasını ve belirlenen toleransı dikkate alarak alternatiflerin elenmesi aşamasında nesnel bir ölçüte dayalı konsensüs sağlamaya yaptığı katkı nedeniyle öne çıkmaktadır.

Özetle modelin uygulamadaki üstünlükleri,

- karar vericiden veya karar ortamından az miktarda veri (örn. sıralama bilgisi) elde edilmesini gerektirmesi,

- seçim kurallarının çok bilinen Pareto ve skalar optimizasyona dayanması,

- iki aşamalı prosedürlerde elenecek ve seçilecek alternatif sayısının karar vericinin basitçe (uygulamanın öncesinde veya sonrasında) nesnel bir temele dayanarak belirleyebileceği q tolerans parametreleri ile genişletilebilmesine olanak vermesi ve

- sonraki alt bölümde sunulacak hızlı ve etkin bir algoritma ve basit bir kodlama ile işletilebilmesi olarak sıralanabilir.

Bu avantajları ile modelin, alternatif bazında ayrıntılı analizlerin gerçekleştirilmesi zor görünen büyük boyutlu ve çok kriterli seçim problemleri için, dayandığı basit kurallar sayesinde karar verici tarafından "anlaşılması kolay" (understandable), "hesaplanış açısından etkin" (computationally efficient) ve "bilgi gereksinimi açısından makul" (informationally feasible) bir çözüm yolu sağlayacağını söyleyebiliriz.

3.2 Modelin İşleyiş Algoritmasının Oluşturulması ve Bir Karar Destek Sisteminin Kurgulanması

3.2.1 Modelin İşleyişi için Temel Algoritmanın Oluşturulması

Bu bölümde modelin işletilmesi için tasarlanan algoritma bir örnek üzerinde açıklanarak, sonuç olarak elde edilecek çıktılar değerlendirilecektir.

Bir $A = \{A1, A2, ..., A10\}$ alternatifler kümesinden (q) Pareto - (q) Skalar iki aşamalı optimizasyon mekanizması kullanılarak seçim yapılmak istendiğini varsayalım. Buna göre alternatifler kümesi birinci aşamada u_1 ve u_2 kriterlerinden oluşan vektör yapısı üzerinde (q)-Pareto kuralına göre elenecek; ikinci aşamaya geçebilen alternatifler arasından v kriteri yapısı üzerinde (q)-skalar kuralı uygulanarak nihai seçim yapılacak olsun. Burada "(q) Pareto" kuralı Pareto kuralının farklı q parametreleri ile genişletilebildiğini, "(q) - skalar" ise skalar optimizasyon kuralının farklı q_2 parametreleri ile tanımlanabileceğini göstermektedir.[8]

Ele alınan örnekte kriterlere göre alternatiflere atandığı varsayılan değerler aşağıdaki tabloda sunulmuştur.

	u_1	u_2	v_1
A1	100	13	25
A2	90	15	22
A3	70	20	22
A4	65	11	13
A5	85	8	20
A6	80	10	16
A7	55	18	16
A8	50	12	12
A9	60	16	14
A10	95	9	19

Tablo 3.1. Alternatiflerin Kriterlere Göre Değerleri - Örnek

[8] İlk aşamasında iki kriterli böyle bir örnek alınmasının nedeni, alternatifleri iki-kriter uzayında göstererek anlatımda basitliği sağlamaktır. Kurgulanacak algoritma tüm alternatif ve kriter sayılarında işletilebilmektedir.

Yukarıdaki tabloda verilen değerlere göre alternatiflerin farklı kriterlerde sıralamaları şu şekildedir.

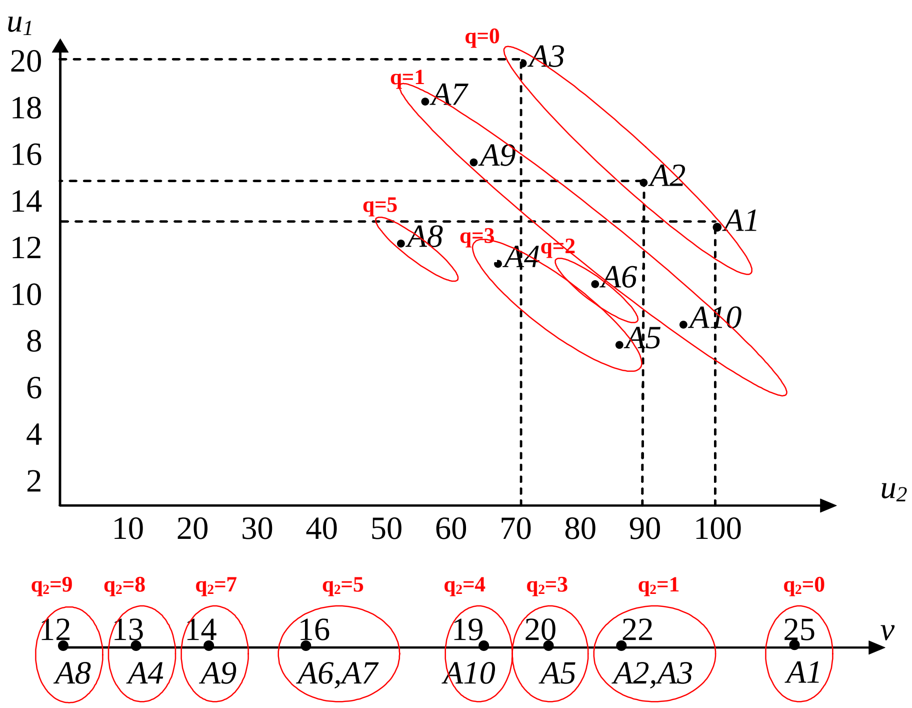
u_1 kriterine göre: $A1 > A10 > A2 > A5 > A6 > A3 > A4 > A9 > A7 > A8$

u_2 kriterine göre: $A3 > A7 > A9 > A2 > A1 > A8 > A4 > A6 > A10 > A5$

v kriterine göre: $A1 > A2 = A3 > A5 > A10 > A6 = A7 > A9 > A4 > A8$

Tablo incelendiğinde, alternatiflerin her kriterde farklı sıralandığı gözlemlenir. Bir kriterde diğerinden daha iyi olan bir alternatif, başka bir kriterde daha kötü olabilmektedir. Bu ise kriterlerin birbirleri ile çatışan karakterde olduğu anlamına gelir. Dolayısıyla seçim kümesi ilk bakışta tespit edilememekte, formal bir seçim mekanizmasına (çok kriter yapısı üzerinde işleyen bir seçim kuralına) göre oluşturulması gerekmektedir.

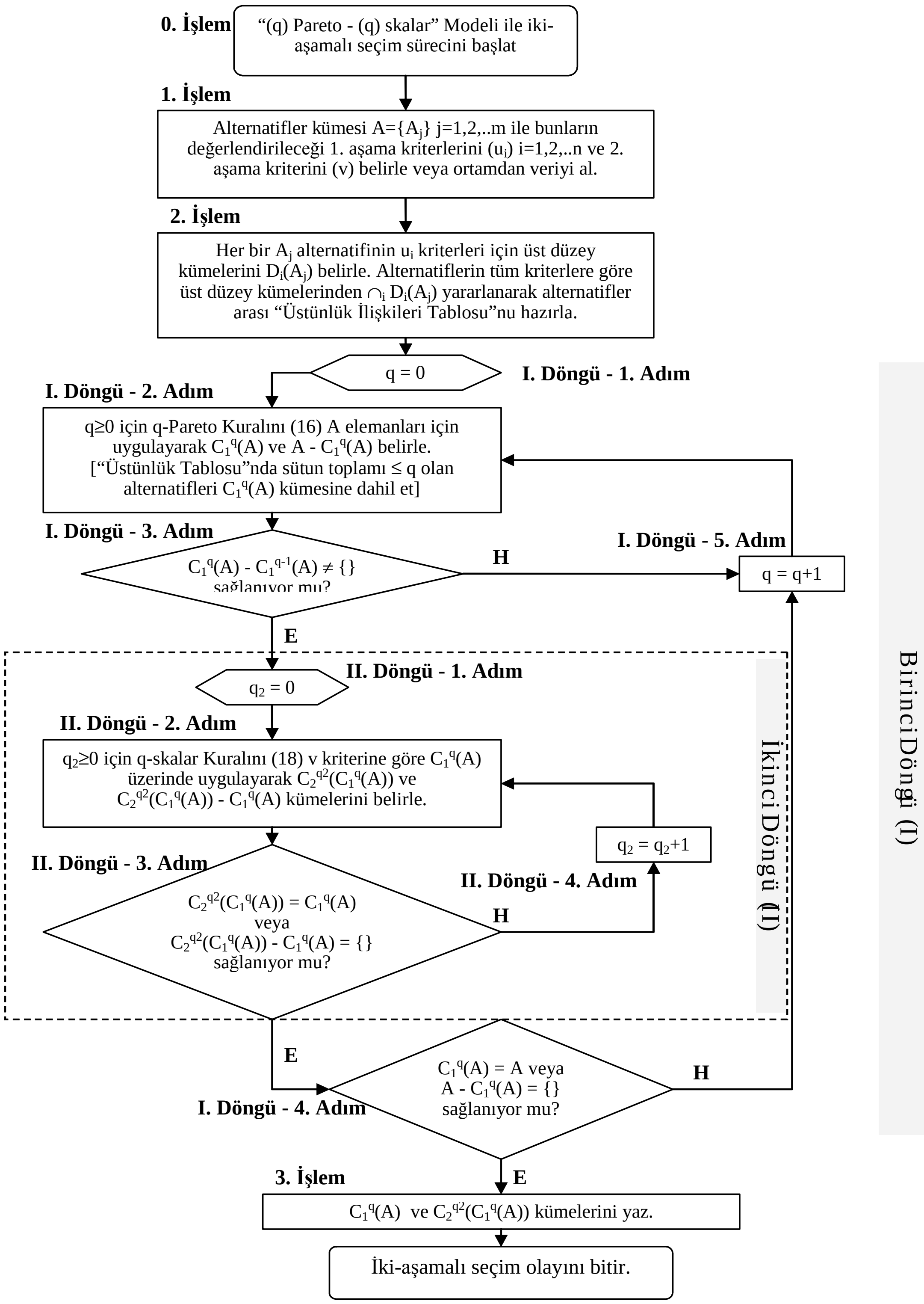
Aşağıdaki şekilde alternatiflerin, modelin her iki aşamasında da kullanılan kriterler için sırasıyla iki ve tek boyutlu kriter uzaylarındaki konumları gösterilmektedir.



Şekil 3.1. Alternatiflerin kriter uzaylarındaki dağılımı - Örnek

Şekilde alternatiflerin hangi q ve q_2 seviyesinde seçim kümesine dahil edileceği de gösterilmektedir. Bu şekilde belli bir q seviyesinde tolerans gösterilerek etkin kümenin içerisine dahil edilecek alternatifleri "q derecesinde etkin olma" anlamına gelmek üzere "$q - etkin$" alternatifler olarak adlandırabiliriz. "Bir q seviyesindeki seçim kümesi" ise, q-Pareto veya q-skalar seçim kuralları gereği, $q - etkin$ alternatifler ile daha küçük q seviyelerinde etkin olanların birleşiminden oluşur. Böylece, birinci aşamada "$q - etkin$ seçim kümesi" $C_1^q(A)$, ikinci aşamada "$q_2 - etkin$ seçim kümesi" $C_2^{q_2}(A)$, ve nihai seçimde "$q - q_2$ $etkin$ seçim kümesi" ise $C_2^{q_2}(C_1^q(A))$ olarak gösterilebilir.

Bu gösterimler ışığında "(q) Pareto - (q) skalar" seçim modelini işleterek, tüm farklı q değerlerine göre $C_1^q(A)$ kümelerini; farklı q_2 değerlerine göre $C_2^{q_2}(A)$ kümelerini ve $q - q_2$ kombinasyonları için $C(A) = C_2^{q_2}(C_1^q(A))$ kümelerini belirleyen genel algoritma, aşağıda akış şeması yardımı ile sunulmuştur.



Şekil 3.2. Farklı q ve q_2 Parametrelerine Göre Olası Tüm Seçim Kümelerini Belirleyen Temel Algoritma- Akış Şeması

Yukarıdaki örnek ele alındığında verilen algoritma alternatifleri öncelikle u_1 ve u_2 kriterlerine göre (q)-Pareto kuralı ile; sonra v kriteri üzerinde (q)-skalar kuralı ile değerlendirerek, olası tüm q, q_2'ler ve $q - q_2$ kombinasyonları için, sırasıyla $C_1^q(A)$, $C_2^{q_2}(A)$ ve $C(A) = C_2^{q_2}(C_1^q(A))$ seçim kümelerini tespit etmektedir.

Algoritmanın örnek üzerinde adım adım işleyişi ile hangi çıktılara ulaştığı aşağıda açıklanmaktadır.

1. İşlem:

Öncelikle $j = 1, 2, ..., 10$ olmak üzere her bir A_j alternatifinin, $i = 1, 2$ için u_i kriterlerine göre üst düzey kümeleri (upper contour sets) $\mathcal{D}_i(A_j)$ ve bunların kesişimleri $\bigcap\limits_{i \in N} [D_i(A_j) \cap A]$ belirlenecektir. $\mathcal{D}_i(A_j)$ kümeleri i'nci kritere göre j'nci alternatiften üstün olan alternatifleri içermektedir. Aşağıdaki tabloda satırda yazılan her alternatif için belirlenen üst kümeler ile, tüm kriterlerde (hepsinde birden) bu alternatiften üstün olanların kümesi yani, satırdaki alternatiflerin üst düzey kümelerinin kesişimi gösterilmektedir.

	D1(A[1 - 10])	D2(A[1 - 10])	Kesişim
A1	{}	{A2,A3,A7,A9}	{}
A2	{A1,A10}	{A3,A7,A9}	{}
A3	{A1,A2,A5,A6,A10}	{}	{}
A4	{A1,A2,A3,A5,A6,A10}	{A1,A2,A3,A7,A8,A9}	{A1,A2,A3}
A5	{A1,A2,A10}	{A1,A2,A3,A4,A6,A7,A8,A9,A10}	{A1,A2,A10}
A6	{A1,A2,A5,A10}	{A1,A2,A3,A4,A7,A8,A9}	{A1,A2}
A7	{A1,A2,A3,A4,A5,A6,A9,A10}	{A3}	{A3}
A8	{A1,A2,A3,A4,A5,A6,A7,A9,A10}	{A1,A2,A3,A7,A9}	{A1,A2,A3,A7,A9}
A9	{A1,A2,A3,A4,A5,A6,A10}	{A3,A7}	{A3}
A10	{A1}	{A1,A2,A3,A4,A6,A7,A8,A9}	{A1}

Tablo 3.2. Kriterlere Göre Alternatiflerin Üst Düzey Kümeleri - Örnek

2. İşlem:

Tablo 3.2.'nin "Kesişim" sütunu kullanılarak, alternatiflerin farklı q parametrelerine göre seçilmesi işlemini kolaylaştıracak "Üstünlük İlişkileri Tablosu" aşağıdaki şekilde oluşturulur.

	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10
A1	0	0	0	1	1	1	0	1	0	1
A2	0	0	0	1	1	1	0	1	0	0
A3	0	0	0	1	0	0	1	1	1	0
A4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A7	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
A8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A9	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
A10	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
Toplam	0	0	0	3	3	2	1	5	1	1

Tablo 3.3. Alternatifler Arası Üstünlük İlişkileri Tablosu - Örnek

Satır ve sütunlarında alternatiflerin yer aldığı bu tablo alternatifler arasında tüm kriterlere göre üstünlük ilişkilerini gösterir. Buna göre, eğer iki alternatifin kesiştiği hücrede 1 rakamı yer alıyorsa satırda yazılan alternatifin sütundakinden -tüm kriterlerde- üstün olduğunu gösterir. Bu aynı zamanda "satırdaki alternatif sütundakinin üst kümesinde yer alıyor" anlamına gelir. Tablodaki 0 (sıfır) rakamları ise karşılaştırılan alternatiflerin denkliğini (tüm kriterlerde birden tanımlanamayan üstünlük) ifade eder.

Bu tablo $A = \{A1,\ A2,\ ...\ ,\ A10\}$ alternatifler kümesinin u_1 ve u_2 kriterlerine göre zayıf Pareto $(q = 0)$ veya q-Pareto $(q > 0)$ seçim kuralları ile kolayca değerlendirilmesini mümkün kılmaktadır.

Algoritmanın bu noktadan sonraki adımlarında ise mekanizmanın 1. ve 2. aşamalarını temsil eden birinci ve ikinci (I ve II nolu) döngüler işlemektedir.

Ele alınan örnek üzerinde bu döngülerin işleyişi ile elde edilen sonuçlar aşağıda açıklanmaktadır:

I nolu döngü - 1. adım:

$q = 0$ atanır.

I nolu döngü-2.adım: ($q = 0$ **için)**

Kurala göre [(15) nolu kural] yalnızca üst kümesi boş küme olan alternatifler seçileceğinden seçim kümesi $C_1^{q=0}(A) = \{A1,\ A2,\ A3\}$ olur. (Bunlar yukarıdaki Tablo 3.2.'de "Kesişim" sütununda boş küme ya da Tablo 3.3'te sütun toplamları 0 (sıfır) olan alternatiflerdir.)

I nolu döngü-3.adım: ($q = 0$ için)

$C_1^q(A) - C_1^{q-1}(A)$ kümesinin boş küme olup olmadığının kontrolü ikinci döngüde yapılacak işlemlerin gereksiz yere yapılmamasını sağlar. Bu küme boş ise ele alınan q parametresi ile seçilen etkin küme bir öncekinin aynısı olacağından doğrudan I. Döngünün 5. Adımına geçilir. İncelediğimiz örnekte $q = 4$ için böyle bir durum söz konusudur. ($q = 0$ için $q - 1$ negatif değer alacağından algoritmanın başlangıcında $C_1^{q-1}(A)$ kümesini boş küme kabul ediyoruz.)

Buna göre $C_1^{q=0}(A) - \{\} = \{\}$ olduğundan $C_1^{q=0}(A)$ eleme kümesi içinden ikinci aşamada yapılacak seçimlerin belirlenmesine geçilir.

Bu noktada **II nolu döngü işletilir:**

II nolu döngü - 1. adım:

$q_2 = 0$ alınır. (Bu noktada belirlenecek seçim kümesi Pareto-skalar mekanizmasının belirlediği küme olacaktır).

II nolu döngü - 2. ve 3.adımlar: ($q_2 = 0$ için)

$C_1^{q=0}(A)$ kümesi elemanları üzerinde (10) nolu kural (skalar) veya onun üst derece küme (upper contour set) biçiminde yazılmış hali olan (18) no.lu kural $q_2 = 0$ için işletildiğinde seçim kümesi $C_2^{q_2=0}(C_1^{q=0}(A)) = C_2^{q_2=0}(\{A1,\ A2,\ A3\} = \{A1\}$ bulunur. Çünkü $25, 22, 22$ değerleri sıralamasında $A1$ alternatifinden daha iyi bir alternatif yoktur. Bu küme $C_1^{q=0}(A)$ kümesinden çıkarılarak $C_1^{q=0}(A) - \{A1\} = \{A2,\ A3\}$ fark kümesi tespit edilir. Buradaki iç döngü $q = 0$ sabit iken q_2 nin artırılması ile, bu küme boş küme olana kadar, ya da diğer deyişle $C_2^{q_2}(C_1^{q=0}(A)) = C_1^{q=0}(A)$ kümesine ulaşılana kadar devam edecektir.

II nolu döngü - 4.adım:

q_2 bir artırılır. $q_2 = 1$ alınır ve II nolu döngü-2 adıma dönülür.

II nolu döngü - 2. ve 3. adımlar: ($q_2 = 1$ için)

$C_1^{q=0}(A)$ kümesi elemanları üzerinde $q_2 = 1$ için (18) nolu kural işletildiğinde, seçim kümesi $C_2^{q_2=1}(C_1^{q=0}(A)) = C_2^{q_2=0}(\{A1,\ A2,\ A3\}) = \{A1,\ A2,\ A3\}$ olur. Çünkü $25, 22, 22$ değerleri sıralamasında $q_2 = 1$ olduğundan bu alternatiflerin hepsi seçilir.

$C_1^{q=0}(A) - \{A1,\ A2,\ A3\} = \{\}$ tespit edilir. Bu küme boş olduğundan ya da $C_2^{q_2}(C_1^{q=0}(A)) = C_1^{q=0}(A)$ kümesine ulaşıldığı için bu döngüden çıkılır ve I nolu döngünün 4. adımına geçilir. (Böylece $q = 0$ için eleme kümesi ve bu küme üzerinde q_2'nin olası değerleri için ($q_2 = 0$ ve $q_2 = 1$) seçim kümelerine ulaşılmış olmaktadır. Bu sonuçlar aşağıdaki Tablo 3.4'teki gibi kaydedilir).

I nolu döngü-4.adım: ($q = 0$ için)

Bu noktada $C_1^{q=0}(A)$ kümesi A kümesinden çıkarılarak $A - C_1^{q=0}(A) = \{A4,\ A5,\ A6,\ A7,\ A8,\ A9,\ A10\}$ fark kümesi tespit edilir. Burada önemli olan bu kümenin boş küme olmaması ya da $C_1^q(A) = A$ kümesine ulaşılmasıdır. I nolu döngü q'nun artırılması ile, bu küme boş küme olana kadar, ya da diğer deyişle $C_1(A) = A$ kümesine ulaşılana kadar devam edecektir. Örnekte bu aşamada "fark kümesi" boş küme olmadığından süreç q artırılarak devam ettirilecektir.

I nolu döngü-5.adım:

q bir artırılır. $q = 1$ ile I nolu döngü-2 adıma dönülür.

I nolu döngü-2.adım: ($q = 1$ için)

Kurala göre [(16) nolu kural] üst kümesinde en fazla bir alternatif bulunan alternatifler (üst kümesi boş küme olanlar ile birlikte üst kümesinde bir alternatif olanlar) seçileceğinden, seçim kümesi $C_1^{q=1}(A) = C_1^{q=0}(A) \cup \{A7,\ A9,\ A10\} = \{A1,\ A2,\ A3,\ A7,\ A9,\ A10\}$ olur. ($A7,\ A9,\ A10$ Tablo3.2.'nin "Kesişim" adlı sütununda bir elemanlı küme olan ya da Tablo 3.3'te sütun toplamları 1'e eşit olan alternatiflerdir.)

I nolu döngü-3.adım: ($q = 1$ **için**)

Buna göre $C_1^{q=1}(A) - C_1^{q=0}(A) \neq \{\}$ olduğundan $C_1^{q=1}(A)$ eleme kümesi içinden ikinci aşamada yapılacak seçimlerin belirlenmesine geçilir.

Bunun için **II nolu döngünün işletilmesi ile** $q = 1$ için elde edilen eleme kümesinden q_2'nin olası değerleri için seçim kümelerine ulaşılır. Bu işlemler anlatımda basitliği sağlamak için tekrar edilmemiştir. Sonuçlar için Tablo 3.4.'e bakılabilir.

I nolu döngü-4.adım: ($q = 1$ **için**)

Bu noktada $A - C_1^{q=1}(A)$ tespit edilir. Bu küme boş olmadığından ya da $C_1(A) = A$ kümesine ulaşılmadığı için süreç q artırılarak devam ettirilir.

I nolu döngü-5.adım:

q bir artırılır. $q = 2$ ile I nolu döngü-2. adıma dönülür.

I nolu döngü-2.adım: ($q = 2$ **için**)

Kurala göre [(16) nolu kural] üst kümesinde en fazla iki alternatif bulunan alternatifler seçileceğinden eleme kümesi $C_1^{q=2}(A) = C_1^{q=1}(A) \cup \{A6\} = \{A1, A2, A3, A7, A9, A10, A6\}$ olur.

I nolu döngü-3.adım: ($q = 2$ **için**)

Buna göre $C_1^{q=2}(A) - C_1^{q=1}(A) = \{A6\} \neq \{\}$ olduğundan $C_1^{q=2}(A)$ eleme kümesi içinden ikinci aşamada yapılacak seçimlerin belirlenmesine geçilir.

Bunun için **II nolu döngünün işletilmesi ile** $q = 2$ için elde edilen eleme kümesinden q_2'nin olası değerleri için seçim kümelerine ulaşılır. Bu işlemler anlatımda basitliği sağlamak için tekrar edilmemiştir. Sonuçlar için Tablo 3.4.'e bakılabilir.

I nolu döngü-4.adım: ($q = 2$ **için**)

Bu noktada $A - C_1^{q=2}(A)$ tespit edilir. Bu küme de boş olmadığından ya da $C_1(A) = A$ kümesine ulaşılmadığı için süreç q artırılarak devam ettirilir.

I nolu döngü-5.adım:

q bir artırılarak. $q = 3$ ile I nolu döngü-2 adıma dönülür.

I nolu döngü-2.adım: ($q = 3$ için)

Kurala göre [(16) nolu kural] üst kümesinde en fazla üç alternatif bulunan alternatifler seçileceğinden eleme kümesi $C_1^{q=3}(A) = C_1^{q=2}(A) \cup \{A4, A5\} = \{A1, A2, A3, A7, A9, A10, A6, A4, A5\}$ olur.

I nolu döngü-3.adım: ($q = 3$ için)

Buna göre $C_1^{q=3}(A) - C_1^{q=2}(A) = \{\}$ olduğundan $C_1^{q=3}(A)$ eleme kümesi içinden ikinci aşamada yapılacak seçimlerin belirlenmesine geçilir.

Bunun için **II nolu döngünün işletilmesi ile** $q = 3$ için elde edilen eleme kümesinden q_2'nin olası değerleri için seçim kümelerine ulaşılır. Bu işlemler anlatımda basitliği sağlamak için tekrar edilmemiştir. Sonuçlar için Tablo 3.4.'e bakılabilir.

I nolu döngü-4.adım: ($q = 3$ için)

Bu noktada $A - C_1^{q=3}(A)$ tespit edilir. Bu küme boş olmadığından ya da $C_1(A) = A$ kümesine ulaşılmadığı için süreç q artırılarak devam ettirilir.

I nolu döngü-5.adım:

q bir artırılır. $q = 4$ alınırarak I nolu döngü-2 adıma dönülür.

I nolu döngü-2.adım: ($q = 4$ için)

Kurala göre [(16) nolu kural] üst kümesinde en fazla dört alternatif bulunan alternatifler seçileceğinden, eleme kümesi $C_1^{q=4}(A) = C_1^{q=3}(A) \cup \{\} = \{A1, A2, A3, A7, A9, A10, A6, A4, A5\}$ olur.

I nolu döngü-3.adım: ($q = 4$ için)

Buna göre $C_1^{q=4}(A) - C_1^{q=3}(A) = \{\}$ bulunur. Çünkü 3.2. tablosunun Kesişim sütununda dört alternatifli bir küme ya da Tablo 3.3'te sütun toplamı 4'e eşit olan alternatif yoktur.

$C_1^{q=4}(A)$ eleme kümesi içinden ikinci aşamada yapılacak seçimlerin $C_1^{q=3}(A)$ için yapılanlarla aynı olacaktır. Bu nedenle doğrudan I nolu döngü-5.adım'a geçilir.

I nolu döngü-5.adım:

q bir artırılır. $q = 5$ alınır ve I nolu döngü-2 adıma geçilir.

I nolu döngü-2.adım: ($q = 5$ için)

Kurala göre [(16) nolu kural] üst kümesinde en fazla beş alternatif bulunan alternatifler seçileceğinden eleme kümesi $C_1^{q=5}(A) = C_1^{q=4}(A) \cup \{A8\} = \{A1, A2, A3, A7, A9, A10, A6, A4, A5, A8\}$ olur.

I nolu döngü-3.adım: ($q = 5$ için)

Buna göre $C_1^{q=5}(A) - C_1^{q=4}(A) \neq \{\}$ olduğundan $C_1^{q=5}(A)$ eleme kümesi içinden ikinci aşamada yapılacak seçimlerin belirlenmesine geçilir.

Bunun için **II nolu döngü işletilmesi ile** $q = 5$ için eleme kümesi üzerinde q_2'nin olası değerleri için seçim kümelerine ulaşılır. Bu işlemler anlatımda basitliği sağlamak için tekrar edilmemiştir. Sonuçlar için Tablo 3.4.'e bakılabilir.

I nolu döngü-4.adım: ($q = 5$ için)

$C_1^{q=5}(A) = A$ kümesidir. Yani $A - C_1^{q=5}(A) = \{\}$ boş kümedir. $C_1(A) = A$ **sağlandığından I nolu döngüden çıkılır.**

3. İşlem:

Algoritmanın örnek üzerinde bir bütün olarak işletilmesi ile elde edilen farklı q'lara ve $q - q_2$ kombinasyonlarına ilişkin $C_1^q(A)$ ve $C(A) = C_2^{q_2}(C_1^q(A))$ kümeleri aşağıda tablo halinde verilmiştir:

q	$C_1^q(A)$	q_2	$C_2^{q2}(C_1^q(A))$
q=0	*{A1,A2,A3}*	q_2=0	*{A1}*
		q_2=1	*{A1,A2,A3}*
q=1	*{A1,A2,A3,A7,A9,A10}*	q_2=0	*{A1}*
		q_2=1	*{A1,A2,A3}*
		q_2=2	*{A1,A2,A3}*
		q_2=3	*{A1,A2,A3,A10}*
		q_2=4	*{A1,A2,A3,A7,A10}*
		q_2=5	*{A1,A2,A3,A7,A9,A10}*
q=2	*{A1,A2,A3,A7,A9,A10,A6}*	q_2=0	*{A1}*
		q_2=1	*{A1,A2,A3}*
		q_2=2	*{A1,A2,A3}*
		q_2=3	*{A1,A2,A3,A10}*
		q_2=4	*{A1,A2,A3,A6,A7,A10}*
		q_2=5	*{A1,A2,A3,A6,A7,A9,A10}*
q=3	*{A1,A2,A3,A7,A9,A10,A6,A4,A5}*	q_2=0	*{A1}*
		q_2=1	*{A1,A2,A3}*
		q_2=2	*{A1,A2,A3}*
		q_2=3	*{A1,A2,A3,A5}*
		q_2=4	*{A1,A2,A3,A5,A10}*
		q_2=5	*{A1,A2,A3,A5,A6,A7,A10}*
		q_2=6	*{A1,A2,A3,A5,A6,A7,A10}*
		q_2=7	*{A1,A2,A3,A5,A6,A7,A9,A10}*
		q_2=8	*{A1,A2,A3,A4,A5,A6,A7,A9,A10}*
q=4	$C_1^{q=3}(A)$	tüm q_2	$C_2^{q2}(C_1^{q=3}(A))$ aynı
q=5	*A= {A1,A2,A3,A7,A9,A10,A6,A4,A5,A8}*	q_2=0	*{A1}*
		q_2=1	*{A1,A2,A3}*
		q_2=2	*{A1,A2,A3}*
		q_2=3	*{A1,A2,A3,A5}*
		q_2=4	*{A1,A2,A3,A5,A10}*
		q_2=5	*{A1,A2,A3,A5,A6,A7,A10}*
		q_2=6	*{A1,A2,A3,A5,A6,A7,A10}*
		q_2=7	*{A1,A2,A3,A5,A6,A7,A9,A10}*
		q_2=8	*{A1,A2,A3,A7,A9,A10,A6,A4,A5}*
		q_2=9	*A = {A1,A2,A3,A7,A9,A10,A6,A4,A5,A8}*

Tablo 3.4. (q)-Pareto - (q)-skalar Modelin Çıktıları - Örnek Seçim Kümeleri

Bu tablo, ilk aşamada belirli bir tolerans seviyesinde seçilen alternatifler (ön eleme kümeleri) içerisinden, ikinci aşamada -yine farklı tolerans seviyelerinde- yapılan seçimlerin sonuçlarını vermektedir.

Tabloda gösterimde basitlik sağlamak açısından $C_2^{q_2}(A)$ kümelerine yer verilmemiştir. "Yalnız ikinci aşama dikkate alınsaydı yapılacak seçimler" olarak nitelendirilebilecek olan bu kümeler, ikinci aşamada v kriteri üzerinde tanımlanan $A1 > A2 = A3 > A5 > A10 > A6 = A7 > A9 > A4 > A8$ üstünlük sıralaması göz önünde tutularak;

$C_2^{q_2=0}(A) = \{A1\}$; $C_2^{q_2=1}(A) = \{A1, A2, A3\}$;

$C_2^{q_2=3}(A) = \{A1, A2, A3, A5\}$; $C_2^{q_2=5}(A) = \{A1, A2, A3, A5, A6, A7\}$;

$C_2^{q_2=7}(A) = \{A1, A2, A3, A5, A6, A7, A9\}$;

$C_2^{q_2=8}(A) = \{A1, A2, A3, A5, A6, A7, A9, A4\}$ ve

$C_2^{q_2=9}(A) = A$ biçiminde tespit edilir.

Buna göre tablo incelendiğinde, $q = 1$ seviyesinde tolerans gösterilerek seçilen 6 alternatifin, $C_1^{q=1}(A) = \{A1, A2, A3, A7, A9, A10\}$ ikinci aşamaya sunulduğunda, örneğin $q_2 = 0$ için $C_2^{q_2=0}(\{A1, A2, A3, A7, A9, A10\}) = \{A1\}$; $q_2 = 1$ içinse $C_2^{q_2=0}(\{A1, A2, A3, A7, A9, A10\}) = \{A1, A2, A3\}$ nihai seçim kümelerinin tespit edileceği görülür. Bu iki küme aynı zamanda yalnız ikinci aşama dikkate alındığında yapılan seçimlerle aynıdır.

Ancak örneğin $q_2 = 3$ için bulunan $C_2^{q_2=3}(\{A1, A2, A3, A7, A9, A10\}) = \{A1, A2, A3, A10\}$ nihai seçim kümesinin $C_2^{q_2=3}(A)$ kümesinden farklı olduğu görülür. Bunun nedeni ikinci aşamadaki kritere göre $A5 > A10$ iken $A5$ alternatifinin ikinci aşamaya sunulmamış (ilk aşamada elenmiş) olmasıdır. Bu durumda ikinci aşama, kendisine sunulan alternatifler arasındaki sıralamayı göz önüne alarak üçüncü tolerans seviyesindeki $A10$ alternatifini seçim kümesine dahil eder. Bu durum iki aşamalı sürecin temel mantığını açıklar.

3.2.2 Karar Destek Sisteminin "Ex-Post" Analizler ile Geliştirilmesi

3.2.2.1. "$q-etkin$ seçim / eleme kümeleri"nin eleman sayılarına göre değerlendirilmesi

Her hangi bir iki aşamalı seçim problemine "(q) Pareto-(q) skalar" modelinin uygulanmasında en önemli noktanın q parametrelerinin ihtiyaca uygun olarak belirlenmesi olduğu söylenebilir. Bunun için karar vericinin kullanabileceği bir yol, gerek zihnindeki etkin alternatif sayısına ulaşmak, gerekse veri setinin yapısına uygun bir q parametresi belirlemek için yukarıdaki algoritmanın sonuçlarından yararlanmaktır.

Bu temel algoritma işletildiğinde her q ve q_2 değerinde birinci ve ikinci aşamalarda seçilecek alternatif kümeleri belirlendiğinden, karar verici olası sonuçlar arasından kendisini en çok tatmin edeni seçebilir.

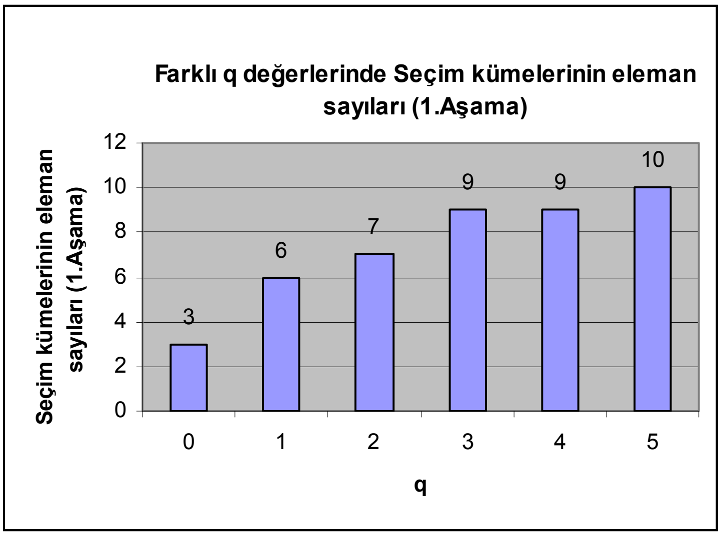
Ancak, algoritmanın bu şekilde olası tüm q ve q_2 parametrelerine göre işletilmesi büyük boyutlu problemlerde etkin uygulama imkanı vermeyebilir. Bu nedenle uygulamada algoritmanın işletilmesini ve anlaşılmasını kolaylaştırmak için, ilk aşamadaki q parametresinin nasıl belirleneceği sorusuna odaklanılması daha faydalı olacaktır. Zira modelin skalar (tek) kriter üzerinde tanımlı ikinci aşamasında kullanılacak q_2 parametresinin belirlenmesi önemli bir sorun teşkil etmez.

Karar verici böylece ilk aşamada eleme işlemini uygun bir biçimde gerçekleştirdikten sonra sonuçları gözlemler ve ikinci aşamada kullandığı farklı q_2 parametreleri ile kendisini tatmin eden nihai bir seçime ulaşabilir.

Bu düşünüşten hareketle çalışmamızda algoritma, Döngü I'in kullanılması ile ilk aşamasında olası q parametrelerine göre etkin kümeleri belirleyerek karar vericiye sunan ve q_2'nin dışarıdan belirlenmesini isteyen bir yapıda kodlanmıştır.[9]

[9]MS Ofis Excel programı üzerinde Visual Basic diliyle kodlanan ve böylece kolayca işletilebilen programın nasıl çalıştığı ve hangi sonuçlara ulaştığı çalışmanın ilerki alt bölümlerinde (3.2.3.) uygulamalar üzerinde açıklanmaktadır. Program, "qParetoqScalar Model.xls"

Aşağıdaki şekilde, yukarıdaki alt bölümde ele alınan basit örneğin birinci aşamasında elde edilen "$q-etkin$ seçim / eleme kümeleri"nin eleman sayıları grafik halinde gösterilmektedir. Karar verici bu sonuçlar ışığında örneğin $q = 0$ seviyesinde üç adet alternatifi; $q = 1$ seviyesinde ise üç alternatife daha tolerans göstererek toplam 6 adet alternatifi ikinci aşamaya geçirmeye karar verebilir. Tüm örnekler için q parametreleri arttıkça seçim kümesinin alternatifler kümesine yaklaşacağı ve bir $q < card(A)$ değerinde ona eşit olacağı açıktır.



Şekil 3.3. Farklı q Parametrelerine Göre Olası Tüm Seçim Kümelerinin Eleman Sayıları - Örnek

Farklı q parametrelerine karşılık "$q-etkin$ seçim kümeleri" içerisinde yer alacak alternatif sayılarının böylece belirlenmiş olması karar vericiye faydalı bir bakış açısı sağlamakla birlikte, eldeki veri setine ilişkin daha fazla bilgiye ulaşmak ve algoritmayı bu anlamda geliştirmek karar sürecine daha fazla yardımcı olacaktır. Bu amaçla modelin ilk aşamasındaki q parametresinin nasıl belirleneceği sorusunun yanıtlanmasına yardımcı olmak üzere, $q = 0$ düzeyinde etkin olmayan alternatiflerin bu düzeyde etkin (Pareto-etkin) alternatiflere göre konumlarının, diğer

adıyla anılacaktır.

deyişle "*etkinsizlik derecelerinin*" sayısal (oransal) olarak belirlenmesi amacıyla bir yaklaşım geliştirilerek temel algoritmaya eklenecektir.

3.2.2.2. Alternatiflerin etkinlik derecelerinin hesaplanması

Alternatiflerin etkinlik skorları ve kendilerini -hangi kriterde ve ne kadar-geliştirmeleri koşuluyla etkin küme içinde yer alabilecekleri gibi ek bilgiler bir "ex-post" (çözüm sonrası) analizle elde edilebilir. Her ne kadar burada ele alınan bir üretim problemi yerine bir seçim problemi olsa da, böyle bir bilgi karar vericinin q parametrelerine göre seçtiği alternatiflerle ilgili daha hassas bir değerlendirme yapabilmesine olanak vermesi açısından yararlı olacaktır.

Diğer bir anlatımla *bu analizdeki temel amaç*, karar birimleri olarak da düşünülebilecek alternatiflerin etkinliklerinin arttırılmasını sağlayacak senaryoları analiz etmekten çok, "*alternatiflerin kriterler uzayında konumlarının hem onlara baskın konumdaki alternatif sayıları ile hem de etkin kümeye uzaklıklarının dereceleri ile bir arada yorumlanmasının sağlanması*" olarak belirlenmiştir. Böylece karar verici bir q derecesinde yer alan alternatifin aynı zamanda hangi alternatife, hangi kriterde en yakın olduğunu görme imkanını bulacaktır.

Bu doğrultuda yapılacak analiz için, literatürde "parametrik olmayan Etkin Sınır (Efficient Frontier) yaklaşımları" olarak bilinen çok sayıda model incelenmiştir. Özünde üretim problemleri için geliştirilmiş olan bu yöntemlerin dayandığı temel mantık bazı farklılıklar dışında burada ele aldığımız probleme ve çok kriterli analize uygundur. Zira bu yöntemler Pareto Etkinlik kuralının farklı çeşitlerini kullanmaktadırlar ve dolayısıyla basit düzenlemelerle q-Pareto modeline adapte edilebilirler.

Bu modellerden en popüler olanları, konveks bir etkin sınır belirleyen "Veri Zarflama Analizi" (Data Envelopment Analysis_DEA) ve konveks-olmayan (serbest) sınır belirleyen "Serbest Yüzey Yaklaşımı" (Free Disposable Hull_FDH) olarak anılmaktadırlar (Charnes, A. ve diğ., 1978; Banker, R. D. ve diğ., 1984; Deprins, D., L. ve diğ., 1984). Bu yöntemler benzer girdiler kullanarak çıktı ya da çıktılara ulaşan karar birimlerinin (alternatifler) göreli etkinliklerini değerlendirirler. Yöntemlerin ortak amacı, bir yandan Pareto kuralına göre etkin olan ve olmayan alternatifler etkinlik dereceleri ile belirlerlerken, aynı zamanda etkin olmayan karar birimlerinin etkinliklerinin hangi girdi ya da çıktı oranlarında nasıl arttırılabileceği (senaryolar) ve bunların kendilerine referans (hedef) olarak alabilecekleri karar birimlerine (peers) ilişkin bilgileri elde etmektir. Bu iki amacı da eş anlı olarak gerçekleştirmek için matematiksel (doğrusal ya da tamsayılı) programlama tabanlı modellerle formülize edilirler.

Çalışmamızın başında belirttiğimiz gibi kısıtlı optimizasyon algoritmaları belirli alternatifler arasından ayrık bir yapıda gerçekleştirilen seçim problemine uygun değillerdir. Ayrıca söz konusu modeller çok girdi - çok çıktı için tasarlandıklarından çok kriterli analize uyarlanmaları gerekmektedir.

Daha açık olarak, matematiksel programlama temelli ve sürekli (continious) yapıda kısıtlı optimizasyonla bir etkin sınıra ulaşmak ve alternatifleri buna göre karşılaştırmak yerine, bu modellerin temel mantığından yararlanarak birimlerin birbirlerine göre etkinliklerinin belirlenmesini sağlayacak ayrık (discrete) bir yaklaşım geliştirilecektir. Böyle bir yaklaşım etkin kümeleri belirleyen algoritmaya bir ex-post analiz modülü olarak kolayca eklenebilecektir.

Dolayısıyla, etkinlik yöntemlerinin burada ele alınan probleme adapte edilmeleri için;

i) Girdi-çıktı yapısından sadece çıktıların karşılaştırıldığı bir yapıya

ii) Sürekli yapıda etkin sınır belirleyen ve birimleri ona göre karşılaştıran bir çözümlemeden ayrık bir seçim prosedürüne

dönüştürülmeleri gerekmektedir.

i) İlk dönüştürme işlemi, tüm girdilerin eşit olduğunun ve çıktıların kriterleri temsil ettiğinin düşünülmesi ile kolayca başarılabilir. Bunun kolay bir yolu aşağıda açıklanacaktır. Böylece etkin sınır yaklaşımı bir "çok kriterli karar verme" veya "çok amaçlı programlama" (multi-objective programming_MOP) problemine dönüşür.[10]

ii) İkinci işlemin gerçekleştirilmesi içinse, yöntemlerin kullandığı modellerin daha yakından incelenerek işlettikleri mekanizmanın birimler bazında karşılaştırma (baskınlık) ilişkileri ile yeniden formülize edilmeleri gerekmektedir.

Bu amaçla öncelikle, yöntemlerin ortak özellikleri ve kullandıkları modeller aşağıda genel kabul görmüş gösterimler aracılığı ile kısaca açıklanmaktadır.

Etkin sınır yaklaşımlarında, her j $(1,..n)$ karar ya da üretim birimi için bir $\mathbf{x}_j = (x_{j_1},...,x_{jm}) \in \mathbb{R}_+^m$ girdi vektörünün bir $\mathbf{y}_j = (y_{j_1},...,y_{js}) \in \mathbb{R}_+^s$ çıktı vektörünü ürettiği varsayılır. Böylece veri kümesi, sütunları $\mathbf{x}_j$ ve $\mathbf{y}_j$ vektörlerinden oluşan $X \in \mathbb{R}_+^{mxn}$ (üretim birimlerinin girdi matrisi) ve $Y \in \mathbb{R}_+^{sxn}$ (çıktı matrisi) olarak belirlenir. Bu yapıda üretim imkanları eğrisi (ya da üretim teknolojisi) $T = \{(\mathbf{x},\mathbf{y}) \in \mathbb{R}_+^{m+s} \mid \mathbf{x}$ girdileri ile $\mathbf{y}$ çıktıları üretilebilir$\}$ biçiminde tanımlanırsa, "etkin sınır zarfının / eğrisinin" (envelopment / hull) tahmin edilmesi için n adet gözlemin göreli karşılaştırmalarından yararlanılır. Diğer bir ifadeyle, varsayılan T_{etkin} "etkin üretim zarfı", (X,Y) üretim uzayında $k \in 1,..n$, ($\mathbf{x}_k$, $\mathbf{y}_k$) üretim birimlerinin, bu eğriye olan dik (radial) uzaklık ölçüleri (Φ_k) bazında karşılaştırılmaları ile karakterize edilir.

İlk kez Farrell (1957) tarafından ortaya atılan bu göreli etkinlik tanımı üzerine Charnes, Cooper, Banker ve Rhodes' in çalışmalarıyla geliştirilen Veri Zarflama Analizi'nde karar birimlerinin etkinlik skorları, çıktıların ağırlıklı toplamlarının girdilerin ağırlıklı toplamlarına bölümü ile bulunur. Analiz girdi ya da çıktı odaklı

[10] DEA ve MOP / MCDM yaklaşımları arasındaki yakın ilişki için bkz. Golany, B., 1988; Belton, V., 1992; Doyle, J.R. & R.H. Green, 1993; Stewart, T.J., 1996; Sarkis, J., 2000.

olarak ifade edilebilir. Çıktı odaklı DEA modelleri, girdi miktarlarının sabit tutularak çıktı miktarlarında meydana gelecek değişimlerin incelenmesi esas alınarak düzenlenir.

Farrell'in etkinlik tanımına göre bir j biriminin çıktı odaklı etkinlik ölçütü,

$$\Phi_j = \max_{\Phi}\{\Phi \mid (\mathbf{x}_j, \Phi.\mathbf{y}_j) \in T_{etkin}\}$$

olmaktadır.

Etkinlik yaklaşımları bu tanımdan hareketle, etkin alternatiflerin Φ skorunun 1'e eşit olmasını sağlayan bir matematiksel programlama yoluyla, etkin sınırı (T_{etkin}) ve diğer alternatiflerin bu sınıra radyal uzaklıklarını belirlerler.

Biz burada, Charnes, Cooper ve Rhodes.(1978) tarafından geliştirilen ve yazarların isimlerinin baş harfleri ile anılan CCR yöntemi ile Deprins ve diğ.(1984)'nin serbest etkin sınıra göre etkinlik skorlarını tanımlayan FDH yöntemini kısaca inceleyeceğiz. Bu yöntemlerin en genel halde çıktı-odaklı formülasyonları *ortak bir gösterimle* aşağıda verilmektedir (Agrell, P.J. ve J. Tind, 2001).[11]

Bir $k \in (1, ..n)$ birimi için (optimal) etkinlik skoru,

$$Max\ \Phi \tag{22}$$

$$\begin{aligned} s.t.& \\ & Y\lambda \geq y_k\Phi \\ & X\lambda \geq x_k \\ & \lambda \in \Lambda(Z) \\ & \Phi \text{ kısıtlanmamış} \end{aligned}$$

modelinin çözülmesi ile belirlenir.

[11] Kesirli programlamanın çözümlenmesindeki zorluk nedeniyle yöntemlerin tamsayılı ve doğrusal programlama formülasyonlarının kullanımı genel kabul görmüştür. Burada verilen model, temel modelin ikili (dual) formudur.

Bu genel program ele alınan bir k noktası ile diğer gözlemlerin çıktı bazında değerlerinin "λ ağırlıkları" ile birleştirilmesiyle oluşan "etkin sınıra" olan en küçük uzaklığını verir. Verilen matematiksel programlama modeli gözlemlenen tüm üretim birimleri yani her $j = 1, ...n$ için ayrı ayrı (n kez) çözümlenir. "λ ağırlıkları" ise, üretim kümesine ilişkin yapılan varsayımlar altında tanımlanan "ağırlıklar kümesi $\Lambda(Z)$"den seçilir.

(22)'nin kısıtlar bölümünde yer alan "$\Lambda(Z)$ gösterimi" içinde yer alan farklı kısıt veya kısıtlar kümesi çizilecek "etkin zarfın biçimi"ni belirler. Daha belirgin olarak bu küme, üretim ölçeğinin dönüşümüne ilişkin varsayımları (Sabit Ölçek Dönüşümü, Değişken Ölçek Dönüşümü, Serbest Sınır vb.) içerir. Bu varsayımlar modele kısıtlar olarak eklendiğinde istenen yaklaşıma uygun bir model tanımlanmış olur. Buna göre FDH ve CCR yöntemlerin birbirlerinden temel farkını belirleyen $\Lambda(Z)$ kümeleri aşağıdaki biçimde tanımlanır.

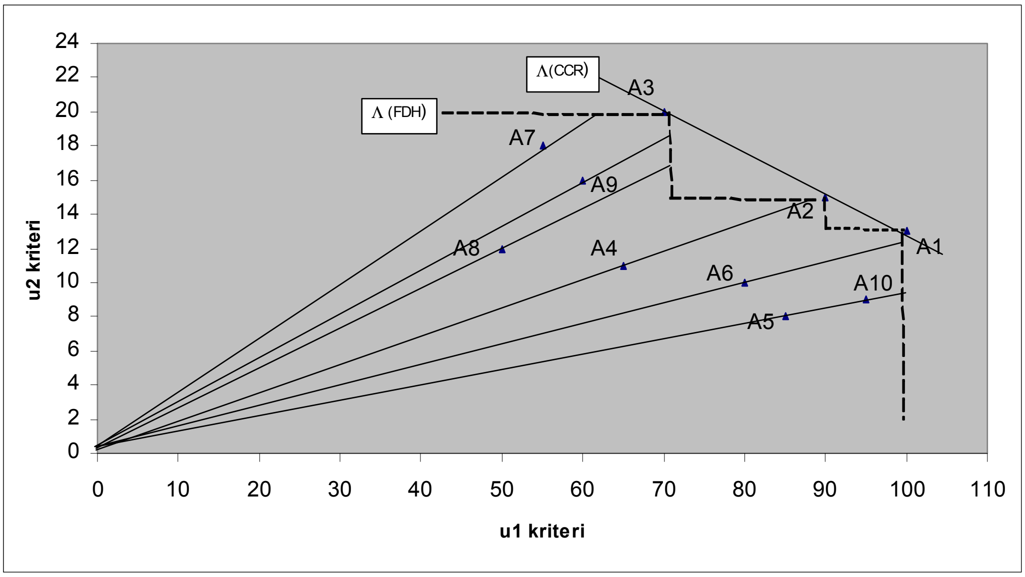
$$\begin{aligned}
\Lambda(Z) &= \Lambda(CCR) = \{\lambda \in \mathbb{R}^n : \lambda \geq 0\} \\
\Lambda(Z) &= \Lambda(FDH) = \{\lambda \in \mathbb{R}^n : \sum \lambda = 1, \forall j : \lambda_j = \{0, 1\}\}
\end{aligned}$$

$\Lambda(CCR)$ sabit ölçek dönüşümü varsayımı altında konveks bir etkin sınır (zarf) oluştururken, $\Lambda(Z)$ yerine $\Lambda(FDH)$ modele konulduğunda serbest (konveks-olmayan) bir etkin sınır çizilir. $\Lambda(CCR)$ ile modelin bir doğrusal programlamaya $\Lambda(FDH)$ ile bir tam sayılı programlamaya dönüştüğü gözlemlenmelidir.

Aşağıdaki şekil, yukarıda ele alınan basit örnekteki u_1 ve u_2 kriterlerinin CCR ve FDH etkinlik modellerinde her j için tüm girdiler eşit (Örneğin $\mathbf{x}_j$ =1) alındığında çıktılar kümesini temsil ettiği düşünülerek çözümleme yapılması ile belirlenen etkin sınırları göstermektedir.[12]

[12] Analiz "Efficiency Measurement System" (EMS) adlı paket programdan yararlanılarak gerçekleştirilmiştir.

Şekilde ayrıca FDH sınırına göre alternatiflerin etkinlik derecelerini veren dik (radyal) uzaklıkları da (O noktasından çizilen düz çizgiler) çizilmiştir. Buna göre CCR ile seçilen etkin alternatiflerin $\{A1, A3\}$, FDH ile seçilenlerin ise $\{A1, A2, A3\}$ olduğu görülür. FDH ile etkin küme içine seçilenlerin q-Pareto modeli ile $q = 0$ parametresi ile seçilenlerle aynı olduğuna dikkat edilmelidir. Bu durum aşağıda açıklanacağı üzere bu çalışmadaki "ex-post" analizin hareket noktasını oluşturmaktadır.



Şekil 3.4. DEA ve FDH Yaklaşımları ile Belirlenen Etkin Sınırlar ve Alternatiflerin Etkinlik Dereceleri - Örnek

Çıktı odaklı CCR ve FDH karşılaştırdığı iki birimin çıktıları arasındaki oranları kullanır. Örneğin $A7$ için bu oran u_1 kriterinde (çıktısında) 55 / 60 = 0,917 iken, u_2 kriterinde (çıktısında) 18 / 20 = 0,9 olarak hesaplanır. Buna göre etkin alternatiflerin Φ skoru 1'e eşit çıkacak, hiç bir etkinsiz birimin etkinlik skoru etkin sınırı geçemeyeceğinden bu alternatifler için her zaman birden küçük değerler hesaplanacaktır.

Buradan hareketle çalışmamızda, etkinlik modellerindeki oransal ölçütlerin nasıl tanımladığını açıklayarak, bu ilişkileri kullanan bir algoritma geliştirecek ve bu prosedürü etkin alternatifleri belirleyen temel algoritmaya bir "ex-post" analiz modülü olarak ekleyeceğiz.

Bu amaçla öncelikle, birim bazında değerlendirme yapabilen ve bir konvekslik varsayımı yapmadığı için analizimize daha uygun olan FDH yöntemini esas alarak, etkinliklerin birim bazında ayrık olarak ne şekilde tanımlandığını açıklayacağız.

Bunun için Tulkens, (1993a) ve (1993b) da verilen ve "Etkinlik Baskınlık Analizi (Efficiency Dominance Analysis_EDA) olarak adlandırılan birim bazında etkinlik tanımlamalarından yararlanıyoruz.

3.2.2.2. a) Birim Bazında Etkinlik Tanımlaması (Tulkens, 1993a, 1993b):

Veri bir teknolojide bir k üretim birimini $(\mathbf{x}_k, \mathbf{y}_k)$ değerlendirelim. Bu birime A alternatifler kümesi içinde çıktılar bazında baskın olan $D^A(k)$ kümesi, $m = 1,..M$ ve $s = 1,..S$ olmak üzere, en azından bir $s \in S$ çıktısında sağlanan katı eşitsizlik ile

$$x_h^m \leq x_k^m \text{ ve } y_h^s \geq y_k^s \tag{23}$$

koşulunu sağlayan h gözlemlerinden oluşur.

Buna göre (22) modelinin $\Lambda(Z) = \Lambda(FDH)$ ile optimal çözümünden elde edilen etkinlik skoru Φ_k^* ile gösterilse,

$$\frac{1}{\Phi_k^*} = \underset{d \in D^A(k)}{Min} \; \underset{s=1,..S}{Maks} \left\{ \frac{y_k^s}{y_d^s} \right\} \tag{24}$$

olduğu ispatlanmıştır (Tulkens, 1993a: 189-190).

İspatta, FDH modelindeki çıktı kısıtının,

$$\frac{1}{\Phi_k} \leq \frac{y_k^s}{\sum\limits_{j=1}^{n} \lambda_j \, \mathbf{y}_h^s}, \;\; s = 1,..S$$

şeklinde tekrar yazılması ile, yukarıdaki eşitlikteki $Maks$ operatorünün birim bazında kısıtlardaki tüm eşitsizliklere uyulmasını, Min operatörünün de amaç fonksiyonundaki değişken için aranan değerin bulunmasını sağladığı gösterilmiştir.

Yukarıdaki formülde k alternatifinin etkinlik (veya etkinsizlik) değeri ona baskın olan d birimine göre hesaplanmaktadır. Böylece eğer $D^A(k)$ boş küme ise, bu gözlemin başka hiç bir birim tarafından basılmadığı sonucuna ulaşılacak, etkinlik değeri =1 olacaktır. Bu gerçek, FDH yöntemi ile bir gözlemin etkinliğinin (ki bu $\frac{1}{\Phi_k^*} = 1$ olmasını gerektirir), önceden tanımlı bir etkin sınır yerine diğer gözlemlerle karşılaştırmak yoluyla, yani birim bazında tanımlanabileceğini gösterir (Tulkens, 1993b).

3.2.2.2. b) Birim bazında tanımlamanın q-Pareto temel algoritmasına (Döngü I'e) eklenmesi:

Burada bizim için ilk dikkat çekici nokta, her j için tüm girdiler eşit alınarak, "çıktılar" = "kriterler" olarak düşünüldüğünde, (23) kuralının bu çalışmada (12) nolu ifade ile verilen Pareto kuralına eşit ve katı ölçeklerde (15) nolu kurala denk olduğudur. Dolayısıyla bu kuralı kullanan bir mekanizmada $D^A(k)$ nın, aynı zamanda 0-Pareto modeli ile yapılan seçimde k alternatifinin üst kümesini (tüm kriterlerde) tanımladığı açıkça görülür.

x_j^m =1 alınarak bir çok kriterli probleme dönüştürülen bu problemde, (24)'ü bu çalışmada esas alınan gösterimlerle şu şekilde yeniden düzenlenir:

$A = \{Aj\}$, $j = 1, ..m$ alternatifler kümesini, $\{u_s\}$, $s = 1, ..S$ kriterler kümesini tanımlamak üzere,

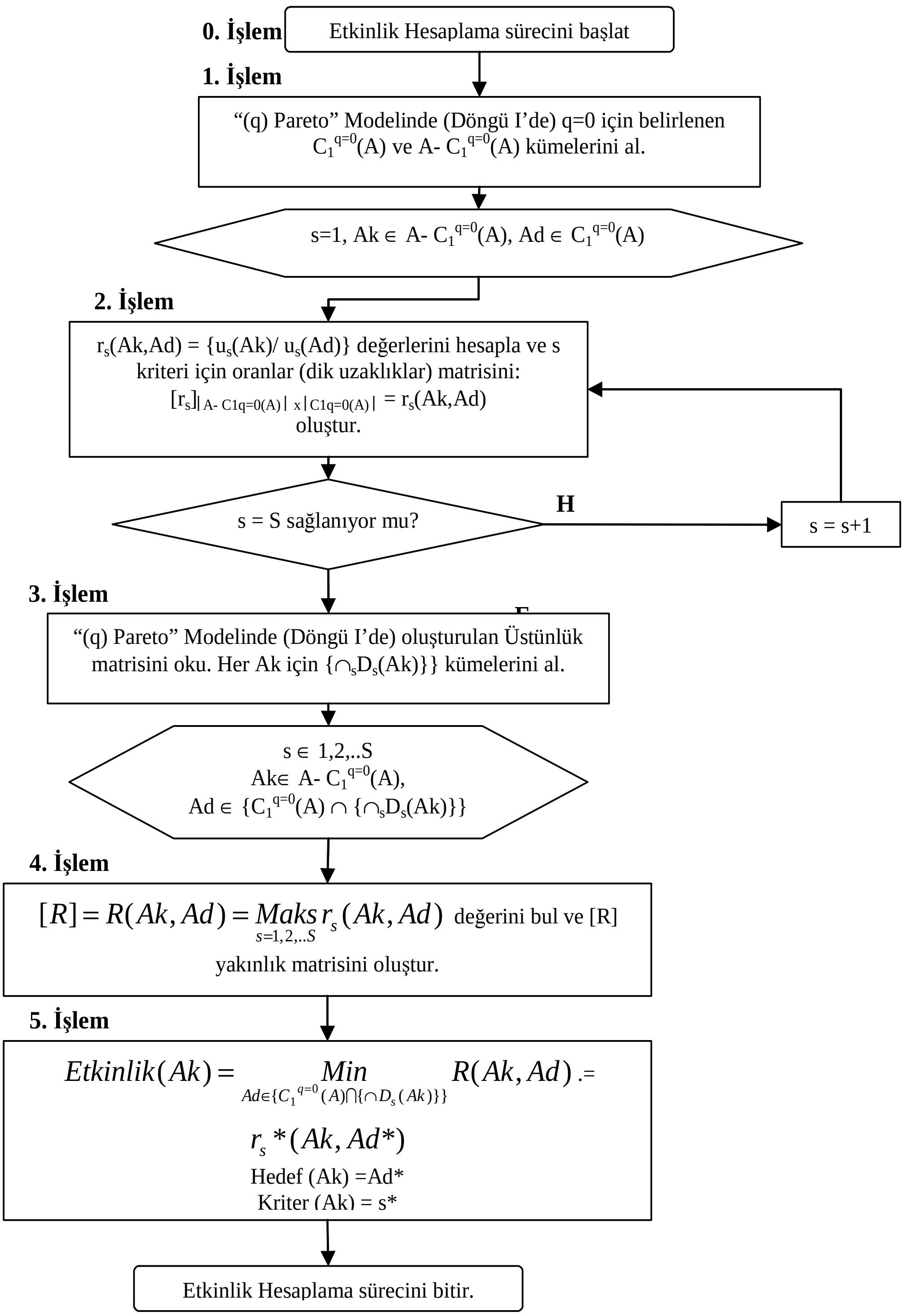
- q-Pareto modelinde $q = 0$ da seçilen alternatifler kümesi $C_1^{q=0}(A)$ ile her hangi bir Ak alternatifinin üst kümesi olan ve temel algoritmada hesaplanan $[\cap_s Ds(Ak)]$ lerin kesişimleri (24)'teki $D^A(k)$ kümesi yerine konur

- Tüm $Ad \in D^A(Ak)$ ve $Ak \notin D^A(Ak)$ alternatifleri için, $\frac{u_s(Ak)}{u_s(Ad)}$ oranları

(24)'teki $\frac{y_k^s}{y_d^s}$ oranları yerine hesaplanarak etkin olmayan alternatiflerin kendilerine baskın etkin alternatiflere olan radial (dik) uzaklıkları ayrı ayrı bulunur.

Bu düzenlemelerle tasarlanan ve temel algoritmadan Ad etkin alternatiflerini ve etkin olmayan her Ak alternatifi için $D^A(Ak)$ kümelerini girdi olarak alan bir ex-post modül, (22)'da verilen matematiksel programını kullanmadan da birimlerin etkinlik skorlarına ulaşabilir. Böylece her alternatif için (22)'nin düzenlenmesine ve çalıştırılmasına gerek kalmadan, sadece etkin kümeye dahil olmayan elemanlar için analiz yapılması yeterli olur. Dahası böyle bir algoritma her hangi bir k etkin olmayan alternatifin etkin kümede olanlardan hangisine yakın bir noktaya (diğer kriterlerde aynı oranda bir artış varsayımı altında) hangi kriterde ne kadarlık minimum bir artışla, yani "en kısa yolla" ulaşabileceğini de tespit eden bir yapıya kolayca genişletilebilir.

Bu amaçla kurgulanan "Etkinlik Hesaplama Modülü"nün işleyişi aşağıda verilmektedir. Bu algoritma Şekil 3.2'de verilen temel algoritmanın I nolu döngüsünde üretilen çıktıları kullanan bir "ex-post analiz" modülü olarak kodlanmıştır.



Şekil 3.5. Temel Algoritmaya Eklenen Etkinlik Derecesi Hesaplama Modülü- Akış Şeması

Böyle bir algoritmanın buraya kadar ele aldığımız basit örnek üzerinde işleyişi ve ürettiği sonuçlar aşağıda açıklanmaktadır.

1. İşlem:

"(q) Pareto" Modelinde (Döngü I'de) q=0 için belirlenen $C_1^{q=0}(A) = \{A1, A2, A3\}$ ve $Ak \in \{A - C_1^{q=0}(A)\} = \{A4, A5, A6, A7, A8, A9, A10\}$ kümeleri alınır ve $\forall Ad, Ak \in A$ olmak üzere, $Ad \in C_1^{q=0}(A)$ ve $Ak \in \{A - C_1^{q=0}(A)\}$ atanır.

2. İşlem:

$s = 1$ ve $s = 2$ için (u_1 ve u_2 kriterleri) dik uzaklıklar matrisleri $[r_s] = r_s(Ak, Ad) = \frac{u_s(Ak)}{u_s(Ad)}$ hesaplamaları ile,

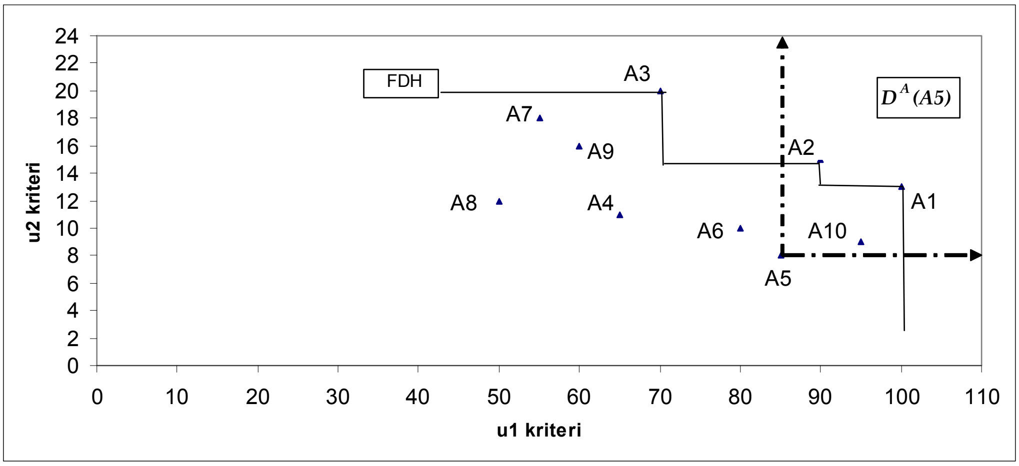
u_1 için r_s(Ak,Ad)	A1	A2	A3	u_2 için r_s(Ak,Ad)	A1	A2	A3
A4	0,65	0,722	0,929	A4	0,846	0,733	0,55
A5	0,85	0,944	1,214	A5	0,615	0,533	0,4
A6	0,8	0,889	1,143	A6	0,769	0,667	0,5
A7	0,55	0,611	0,786	A7	1,385	1,2	0,9
A8	0,5	0,556	0,714	A8	0,923	0,8	0,6
A9	0,6	0,667	0,857	A9	1,231	1,067	0,8
A10	0,95	1,056	1,357	A10	0,692	0,6	0,45

biçiminde oluşturulur.

3. İşlem:

"(q) Pareto" Modelinde (Döngü I'de) oluşturulan Üstünlük matrisini okunur. Her Ak için $[\cap_s Ds(Ak)]$ kümeleri alınır. Bu kümeler Tablo 3.2.'nin "Kesişim" sütununda tüm alternatifler için verilmektedir. Bu kümelerin her Ak için $C_1^{q=0}(A) = \{A1, A2, A3\}$ etkin kümesi ile kesişimleri, yukarıdaki tabloda koyu ile vurgulanmış hücrelerin sütun başlıklarında yer alan elemanlar olmaktadır. Bu kesişim küme, bir Ak alternatifine etkin küme içinde baskın olan alternatifleri vermektedir. Bu kümeler, örneğin $A4$ için $\{A1, A2, A3\}$ iken, $A5$ için $\{A1, A2\}$ dir. Bir sonraki işlemde Ad bu alternatifleri nitelendirmek için kullanılacaktır.

Bir örnek olarak $A5$ için $D^A(A5) = \{C_1^{q=0}(A) \cap [\cap_s Ds(Ak)]\} = \{A1, A2\}$ kümesinin oluşumu aşağıdaki şekilde gösterilmiştir. Bu küme, etkin küme elemanları arasından okların sağ ve üstündeki alanda kalan alternatiflerden oluşmaktadır. Görüldüğü gibi $A3$ etkin küme içinde yer almasına karşın $A5$'e baskın olmadığı için Ad olarak nitelendirilmeyecektir.



Şekil 3.6. FDH Birim Bazında Değerlendirmede Bir Alternatifin Baskın Kümesinin Oluşumu - Örnek

4. ve 5. İşlemler:

Her Ak için $Ad \in \{C_1^{q=0}(A) \cap [\cap_s Ds(Ak)]\}$ olmak üzere, $R(Ak, Ad) = \underset{s=1,..S}{Maks} \{r_s(Ak, Ad)\}$ hesaplanarak aşağıda verilen $[R]$ "yakınlık matrisi" hazırlanır. Bu matrisin satır minimumu, yani her Ak için $\underset{Ad}{Min}\ R(Ak, Ad)$, o elemanın etkinlik skorunu vermekte, burada tespit edilen Ad ise Ak elemanının hedef elemanı Ad^* olarak kaydedilmektedir. $R\ (Ak, Ad^*)$ hangi s kriterinde $r_s\ (Ak, Ad)$ değerine karşılık geliyorsa bulunan s, ele alınan Ak için hedef kriter s^* olarak atanır.

[R] = R(Ak,Ad) = Maks r_s(Ak,Ad)	A1	A2	A3	Etkinlik = Min R(Ak,Ad)	1/Etkinlik	(Ad*) HEDEF	(s*) KRİTER	q-Seviye
A4	0,846	0,733	0,929	0,73	1,364	A2	2	3
A5	0,85	0,944		0,85	1,176	A1	1	3
A6	0,8	0,889		0,80	1,250	A1	1	2
A7			0,9	0,90	1,111	A3	2	1
A8	0,923	0,8	0,714	0,71	1,401	A3	1	5
A9			0,857	0,86	1,167	A3	1	1
A10	0,95			0,95	1,053	A1	1	1

Tablo 3.5. Etkinlik Dereceleri Tablosu - Örnek

Modelin ikinci aşamasındaki kritere göre alternatif değerleri, en üst skorlara bölünerek basitçe hesaplanabilecek "ikinci aşama etkinlik dereceleri" tabloya eklenebilir. Böylece etkinsiz bir alternatifin birinci aşamada etkin kümeye girmesi ve eğer girerse (veya etkin kümede ise) ikinci aşamada seçilmesi için yapması gereken artışa ilişkin bilgiler de üretilmiş olur.

Bu şekilde eldeki verilerden alternatiflerin kriterler uzayındaki konumlarına ilişkin bir çok ek bilgi elde edilebilir ve bu bilgiler q-Pareto - q-skalar çözümlemesinde elde edilenlerle karşılaştırılarak karar verici tarafından farklı şekillerde kullanılabilir.

3.2.2.3. Analiz Sonuçlarından Elde Edilen Ek Bilgilerin Yorumlanması

Tablo 3.5.'e bakarak aynı q seviyesinde yer alan alternatiflerin farklı etkinlik skorları olabileceği gibi farklı q larda yer alan alternatiflerin benzer (yakın) etkinlik skorlarının olabileceğini söyleyebiliriz. (Bu analizi kolaylaştırmak için yukarıdaki tablonun sonuna alternatiflerin hangi q-etkinlik seviyesinde yer aldığını hatırlatan bir sütun eklenmiştir). Örneğin $q = 1$ seviyesinde bulunan $A7$, $A9$ ve $A10$ alternatiflerinin etkinlik skorları birbirlerinden farklıdır. Bunlardan 0,95 etkinlik skoru ile $A10$ alternatifi etkin kümeye çok yakındır. Diğer taraftan, kendisine 2 adet baskın alternatif bulunan $A6$ alternatifinin etkinlik skoru 0,80 iken, kendisine tüm kriterlerde baskın 3 alternatif bulunan $A5$'in etkinlik skoru $A6$'nınkinden daha iyidir $(0,85 > 0,80)$. Ele alınan örnekte alternatiflerin kriter uzayında konumlarına bağlı olarak bu gibi durumların daha farklı q seviyelerinde de ortaya çıkabileceğini söylemek mümkündür.

Böyle bir çözüm sonrası analizin en önemli sonucu da buradan doğmaktadır. Zira, bu çalışmadaki üstünlük ve ona bağlı tolerans ölçütü baskın alternatiflerin sayısına bağlı olarak yapıldığından $A6$'ya tolerans gösterilmesi olasılığı $A5$'ten daha yüksek olmakla birlikte, karar verici böyle alternatifleri de dikkate almak isteyebilir. Ya da, etkin kümeye çok yakın bir etkinlik skoruna (0,95) sahip olan $A10$ alternatifini, q-Pareto anlamında onunla aynı düzeyde olmalarına karşın etkin kümeye uzak olan diğer alternatiflerden ayırmayı düşünebilir. Bunlar gibi hassaslık ayarlamalarının basitçe yapılabilmesi için bir yol aşağıda açıklanacaktır. Ancak daha önce etkinlik dereceleri tablosunu incelemeyi sürdürelim.

Tablonun "hedef" ve "kriter" sütunlarında ele alınan bir alternatifin kendisine hedef alacağı alternatife en yakın noktaya ve en kolay ulaşmasının yolu gösterilmiştir. Bu ise alternatifin belirtilen kriterde yapacağı "1/etkinlik" yüzdesi kadar artıştır. Örnek olarak $A5$ elemanının 1 / Etkinlik skorunun 1,176, hedef alternatifinin $A1$ olduğunu, yani $A5$'in $A1$'i u_1 kriterinde hedef alması gerektiğini görmekteyiz. ($A5$ için optimal çözümde $\lambda_{A1} = 1$, $\lambda_{A2} = 0$, $\lambda_{A3} = 0$ olduğu anlamına gelir).

Buradan hareketle ve Tablo 3.1'deki verileri hatırlayarak, $A5$ alternatifinin u_1 kriterinde 85 olan değerini $85 \text{ x } 1,176 = 100$'e ve u_2 kriterinde 8 olan değerini $8 \text{ x } 1,176 = 9,408$'e çıkarması koşuluyla (Şekil 3.4 ve Şekil 3.6.'da gösterilen hareketi gerçekleştirerek) etkin alternatifler arasına -en kısa yoldan- gireceğini söyleyebiliriz. Böyle bir gelişme $A5$'in ona baskın olan etkin alternatiflerin altında kalmamasını garantiler. $A5$'in u_1 kriterinde gerçekleştirmiş olduğu artış onun bu kriterde $A1'$in sahip olduğu değere ulaşmasını sağlamaktadır. 100 değeri, onun kendisine hedef olarak seçtiği alternatifin ($A1'$in) kriter değerleri arasında en hızlı ulaşabileceği değerdir. $A5$ alternatifi $A1$'i u_2 kriterinde hedef alsaydı kriter değerlerinde $13 / 8 = 1.625$, yani %62.5 lik bir artış gerçekleştirmesi gerekmekteydi.

Bu son sonuç aynı zamanda, herhangi bir alternatifin kendisini hedef aldığı alternatife göre "nispeten en başarılı olduğu" kriterde geliştirmek isteyeceğini gösterir. Diğer deyişle, söz konusu kriter s^*, alternatifin etkin kümeye yakınlık açısından en avantajlı olduğu kriterdir.

Tüm alternatifler için tablonun "kriter" sütununda belirlenen kriterlerin sayısal çoğunluğuna bakılarak alternatiflerin etkinlik skorlarını daha çok hangi kriterde elde ettiklerini, yani hangi kriterde etkin kümeye uzaklığın genel olarak daha küçük olduğunu söylemek de mümkündür. Buna göre, örnekte 5 adet alternatif u_1 kriterinde, 2 adet alternatif u_2 kriterinde etkin kümeye daha yakındır. Oransal olarak ifade edilmek istenirse, u_1 kriteri için 5 / 7 = %71,43; u_2 kriteri içinse 2 / 7 = %28,57 lik oranlar söz konusu olur.

3.2.2.4. Analiz Sonuçlarının Aralık Ölçeğinde Seçim için Kullanılması

Bu noktaya kadar etkinlik analizinden elde edilen ek bilgilerin kullanımına ilişkin bir yol olarak; $A5$ ve $A10$ gibi alternatiflerin etkin kümeye girmesini sağlamak için q-Pareto modelinin işletilmesinde kullanılan (14) nolu kuralın sıralama ölçeğinden aralık ölçeğine genişletilmesi önerilebilir. Daha açık olarak, bir kriterde bir alternatifin diğerine üstünlüğü, alternatiflerin o kriterdeki değerleri arasındaki farkın bir minimum eşik değeri (ε_s)'ni geçmesi şartına bağlanabilir. Ancak, hemen belirtilmelidir ki böyle bir değişiklik analiz sonuçlarını önemli oranda etkileyebilir.

Formal olarak farklı türleri Aleskerov (1995) te çalışılan aralık ölçeğinde seçim modeli şöyle açıklanabilir.

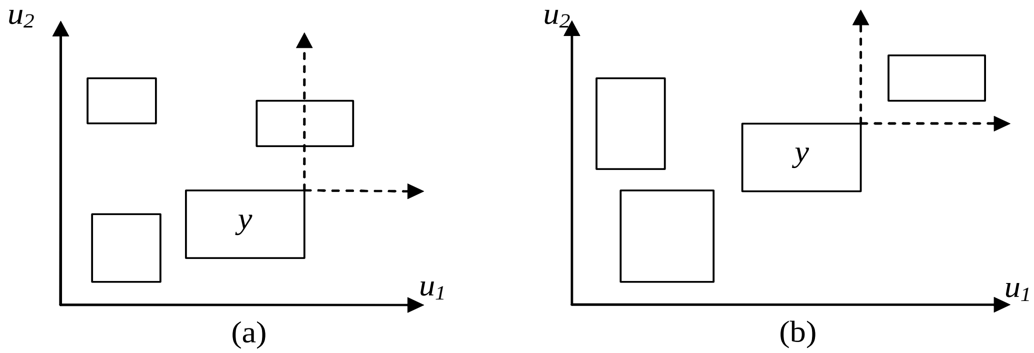
$s = 1, 2, ...S$ iken $\varepsilon_s \geq 0$ bir u_s kriterine ilişkin sabit değer alan ölçüm hatasını temsil etsin. Yani, herhangi x ve y alternatiflerinin söz konusu ölçek üzerindeki tahminleri arasındaki karşılaştırmalarda $\varepsilon \geq 0$ genişliğinde "eşik değeri" (threshold value) belirlenebileceği varsayılarak, "ancak ve ancak $u_s(x) - u_s(y) > \varepsilon_s$ (veya eşit olarak $u_s(y) > u_s(x) + \varepsilon_s$) ise, y alternatifinin x alternatifine tercih edileceği" söylensin.

Buradan hareketle değerler bazında bir "ölçüm hatası"na (measurement error) izin veren Pareto seçim kuralı aşağıdaki gibi yazılır:

$$y \in C(X) \Leftrightarrow (y \in X \ \& \ \bar{\exists}\ x \in X : u_s(x) - u_s(y) > \varepsilon_s)$$

Dikkat edilirse (14) nolu kural, bu kuralın $\varepsilon_s \equiv 0$ olduğu durumdaki özel bir versiyonudur.

Bu kuralı işleten mekanizmaya göre her alternatif kriterler uzayında birer nokta ile değil, $s-$ boyutlu paralel düzende alanlar olarak yer alacaklardır. Aşağıdaki şekilde her iki kriterde de sıfırdan büyük bir eşik değerinin belirlendiği kriterler uzayında bir y alternatifinin seçildiği (şeklin (a) kısmı) ve seçilmediği (şeklin (b) kısmı) iki örnek durum gösterilmektedir.



Şekil 3.7. Kriterlere İlişkin Eşik Değerlerini Dikkate Alan (Aralık Ölçeğinde) Üstünlük Tanımlaması

Aleskerov (1995)'te bu çok kriterli aralıklı seçim mekanizmasının çok kriterli optimizasyon seçim mekanizmasına denk olduğu ispatlanmıştır. Diğer bir deyişle, aralıklı çok kriterli ölçekte tanımlı vektörel optimizasyon mekanizması, çok kriterli klasik Pareto mekanizmanın doğal bir uzantısı, yani genişletilmiş bir türü olarak kullanılabilir.[13]

[13]Bu iki mekanizma farklı seçim sonuçları üretseler de, üretilen seçim fonksiyonları $\mathbf{H} \cap \mathbf{C} \cap \mathbf{O}$ özelliklerini sağlar.

Bu kısa açıklamadan sonra tekrar analizimize dönersek, istenen alternatif (veya alternatifler kümesinin) etkin kümeye dahil edilebilmesi için,

- en az gerekli olan etkinlik artışı kadar bir eşik değeri belirlenmesini,

$$\varepsilon_s = (\frac{1}{\Phi_k^*} \text{ x } u_s(Ak)) - u_s(Ak)$$

- bu değerin seçim kuralına dahil edilmesini ve
- q-Pareto kuralının bu ayarlamadan sonra işletilmesini

önerebiliriz.

Böylece bazı alternatiflerin etkinsizliğine (etkin alternatifler tarafından basılmasına) yol açan "eşik değeri kadar fark" ortadan kalkacağından bu alternatifler etkin kümeye dahil olacaklardır. Başka açıdan bakıldığında ayarlamanın yapıldığı kriterin ayrıştırma gücünün azalacağını da söyleyebiliriz.

Buna göre, örneğin etkin kümeye en yakın alternatif olan $A10$'un bu kümeye girmesini garantilemek için u_1 ve u_2 kriterlerinde ε_s değerleri $\varepsilon_1 = (\frac{1}{\Phi_k^*} \text{ x } u_1(Ak)) - u_1(Ak) = 5(1,053 \text{ x } 95) - 95 = 5$ ve $\varepsilon_2 = (\frac{1}{\Phi_k^*} \text{ x } u_2(Ak)) - u_2(Ak) = (1,053 \text{ x } 9) - 9 = 0,477$ olarak belirlenir. Böylece yapılan çözümlemede $A10$'un etkin kümeye girmesi garantilenmiş olur.

$A5$ in $q = 0$ düzeyinde etkin kümeye girmesini sağlamak ise daha zordur. Bunun için $\varepsilon_1 = (1,176 \text{ x } 85) - 85 = 15$ ve $\varepsilon_2 = (1,176 \text{ x } 8) - 8 = 1,408$ belirlenmelidir. Ancak $A5$ etkin kümeye girerken etkinlik skoru ondan düşük olan $A10$, $A7$ ve $A9$ alternatifleri de etkin kümeye dahil olurlar. Bu nedenle $A5$ in etkin kümeye alınması için geçerli bir neden yoksa (örneğin mutlaka $A6$'yı geçmesini sağlamak gibi) sıralama ölçeğinde $q - Pareto$ seçimin tolerans olanağı yeterli görülmelidir. Zira analiz sonuçları farklılaşır ve her yeni durumda $A5$ gibi yeni alternatiflerin bulunması engellenemez.

Bu noktada belirtilmelidir ki, buraya kadar yapılanlar, pratik uygulamalara olanak veren "ex-post" analizlerden ibarettir. Diğer bir anlatımla, burada alternatiflerin bulundukları q seviyelerini etkinlik skorları ile dengeli bir biçimde ayarlamak için genel bir kural vermek hedeflenmemiştir. Yine de kurgulanan algoritma bu modeli eşik değerlerini de kullanan aralık ölçeğine genişletecek şekilde uygulamaya yardımcı olmak amacıyla kodlanmıştır.

Ayrıca, burada iki aşamalı modelin birinci aşaması için yapılan "ex-post" etkinlik analizinin ikinci aşama üzerinde de işletilebileceği belirtilmelidir. Ancak, bu aşamada böyle bir analiz basit hesaplamalardan ibaret olacağından burada yer verilmemiştir.

3.3 Örnek Uygulamalar

3.3.1 Örnek Uygulama 1: "Bir Üniversitenin Yüksek-Lisans Programına Başvuran Adaylar Arasından Seçim Yapılması" Problemi

Bu kısımda, "(q) - Pareto - (q)- skalar" modeli, yönetim alanında karşılaşılan önemli problemlerden biri olan insan kaynakları seçimi sürecine uygulanacaktır. Spesifik olarak burada ele alınacak problem "Bir Üniversitenin Yüksek Lisans Programına Başvuran Adaylar Arasından Seçim Yapılması Problemi" olarak adlandırılabilir. Programa kayıt olmak için bazen yüzlerle ifade edilen başvurunun yapıldığı ve bunlar arasından çeşitli kriterlere göre belirli bir sayıda öğrencinin adaletli ve amaca uygun bir değerlendirme sonucunda seçilmesi gerekliliği göz önüne alındığında problemin zorluğu anlaşılır. Bu problemi çözümlemede şu anda Ülkemizde uygulanan yaklaşımda, adayların bir merkezi sınav olan lisansüstü eğitim sınavından (LES) elde ettikleri puanlar ile üniversite (lisans) mezuniyet not ortalamaları (LMNO) gibi objektif kriterlerin yanı sıra, sözlü mülakat sonuçlarının tümünün ağırlıklı toplamı alınarak bir başarı sıralaması oluşturulmakta ve sıralamada en üste yer alan kontenjan kadar aday programa kabul edilmektedir.

Böyle bir problem, özünde iki aşamalı bir seçim süreci özelliği göstermektedir. Ancak yukarıda da belirtildiği gibi uygulamada bu problem hali hazırda çok kriterli ağırlıklı toplamsal bütüncülleştirme yöntemi (Additive Weighting) ile tek aşamada çözümlenmektedir. Ayrıca, sıralanan adayların sadece en iyisi değil de "en iyi n tanesi" seçildiğinden, "bir tür tolerans içeren tek aşamalı skalar optimizasyon" gerçekleştirilmiş olur.

Bu seçim sürecinin tek aşamalı ağırlıklı toplamsal model ile çözümlenmeye çalışılması uygulamada bazı sorunlara ve tartışmalara yol açmaktadır:

Öncelikle, objektif ve sayısal kriterler olan not ortalaması ve LES skorları ile subjektif yargılarla verilen sözlü notlarının ağırlıklandırılarak tek bir aşamada (bir arada) değerlendirilmesinin anlamlı olmadığı ileri sürülebilir. Bu şekilde, objektif kriterlerle göre çok düşük seviyede olan adayların da (bir ön eleme işlemi gerçekleştirilmeden) sözlü sınava tabi tutulması komisyon üyeleri için yorucu bir sürece yol açmaktadır. Ayrıca, değerlendirilen üç kritere de verilen önem - ağırlık değerleri (LES %60, LMNO %10, Sözlü %30) ile ilgili bir görüş birliğinden bahsetmek zordur. Zira bu ağırlıkların farklı senelerde değiştirildiği de görülmüştür. (Örneğin 2001 yılında bu ağırlıklar LES %70, LMNO %10, Sözlü %20 idi). Başvuran adayların puanlarının birbirlerine yakınlık derecesinin gerek farklı programlarda programın özelliğine göre ve gerekse seneler arasında farklılaşıyor olmasına karşın, kriterlere ilişkin -genel geçer- sabit ağırlık değerleri kullanılmaktadır.

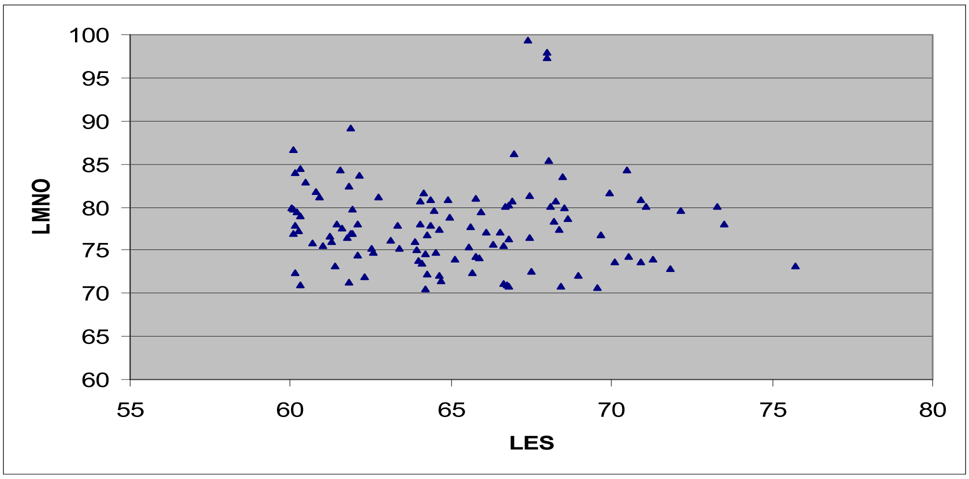
Dolayısıyla bu problemin çözümü için bir yandan nesnel temellere dayanırken diğer yandan jürinin öznel değerlendirmesini de ön planda tutan farklı yöntemlerin önerilmesi mümkündür. Bu konuda ülkemizde örneğin Ulu ve Köksalan (2001) tarafından farklı bir yaklaşım önerilmiş ve uygulanmıştır. Bu çalışmada ODTÜ Endüstri Mühendisliği Bölümü yüksek lisans programına başvuracak adaylar arasından seçim yapmak için iki aşamalı etkileşimli (interaktif) bir süreç tasarlanmıştır. Çalışmada öncelikle, alternatiflerin (adayların) baskınlık ve eşik değeri kurallarına göre "kabul edilebilir-edilemez" ve "kararsız kalınan" sınıflarına ayrılması ile bir filtreleme yapılarak, karar verici konumundaki komisyona sunulmakta ve komisyonla etkileşim içinde olunan bir süreç sonunda programa uygun olanlar seçilmektedir. Yazarlar, önerilen prosedürün Üniversite - Bölüm tarafından 1998-1999 ve 1999-2000 yıllarında uygulandığı belirtmektedirler.

Çalışmamızda ortaya konulan yöntem de benzer şekilde, ilk aşamada alternatiflerin filtrelenmesi ile her tolerans derecesinde etkin kümelerin ayrıştırılmasına ve belirlenen toleransla seçilen kümenin ikinci aşamada nihai değerlendirme için jüriye sunulmasına olanak vererek problemi özelliğine uygun biçimde modelleyebilir. Yukarıda belirtilen çalışmadakine benzer olarak burada önerilen yöntemde de ağırlıklar her veri setine yani karşılaştırılan adayların puanlarına göre önceden belirlenmesine gerek kalmadan içsel olarak oluşmaktadır. Ortaya çıkacak bu ağırlıkların her veri setine göre farklılaşacak olması bir eleştiri konusu olabilirse de; bir başka açıdan bunun programa başvuracak adayların kendi aralarında bir değerlendirmeye tabi tutulması anlamı taşıdığı ve Pareto etkinlik kavramını kullanan yöntemin altında yatan güçlü - adaletli mantık ve nesnel temel dikkate alındığında bu eleştiri karşılanabilir.

Bu noktada belirtilmelidir ki, istenirse bu modelde bir yandan ilk aşama nesnel kriterlerine başkaları eklenebilirken, diğer yandan ikinci aşamada birden fazla öznel kriter ele alınmak istenirse bunlara atanan puanlar ikame edici yöntemlerle (Analitik Hiyerarşi Süreci vb.) tek bir skalar değere dönüştürülerek kullanılabilir.

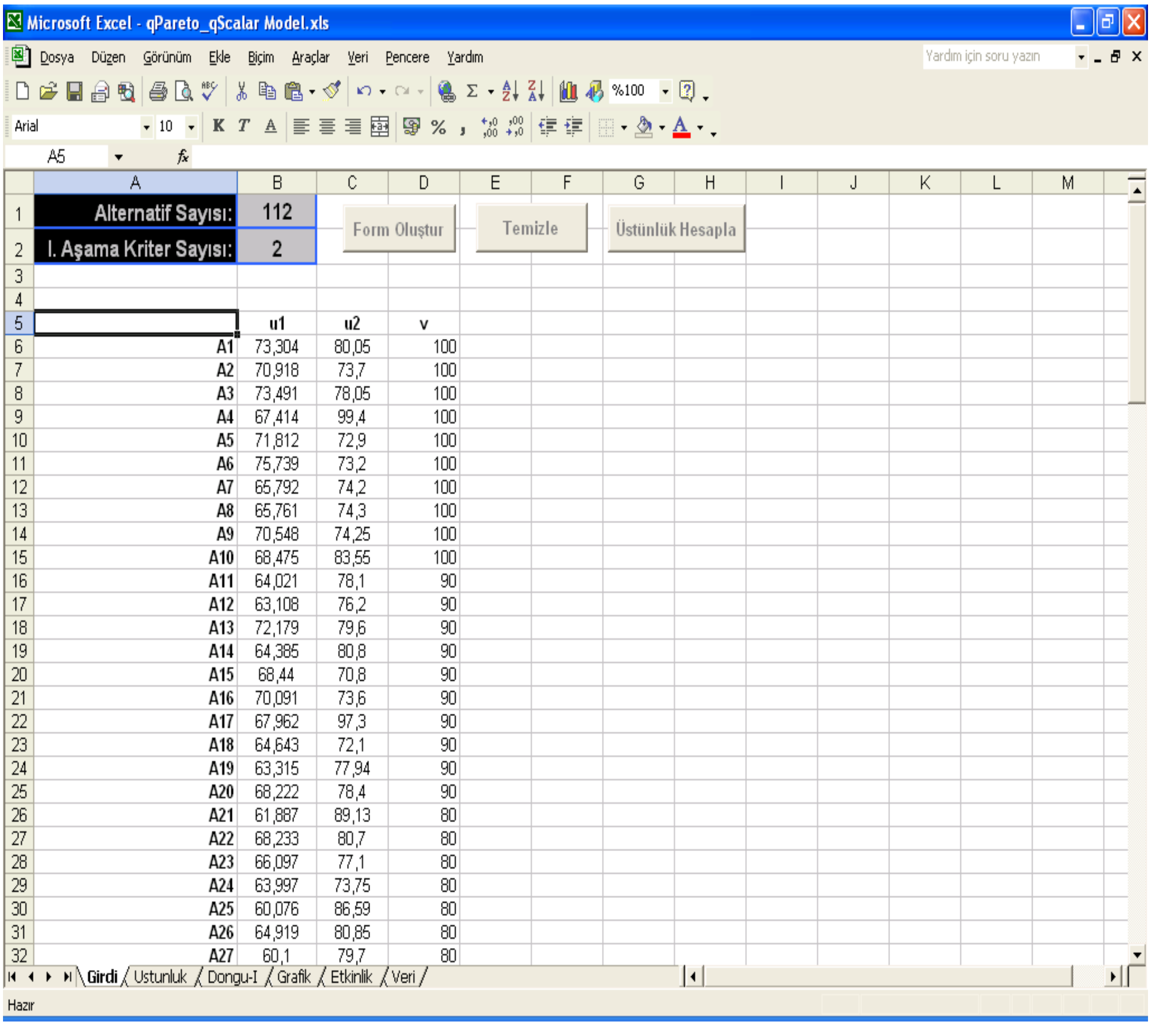
Burada ele alınacak örnek Ankara Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü İşletme Yüksek Lisans Programına 2006 yılında başvurmuş olan adayların objektif kriterlere ilişkin gerçek verilerinin katı sıralama ölçeklerine uyarlanması ve sözlü puanlarının onlu bir sıralama ölçeğine rasgele olarak genişletilmesi (0 başarısız, 100 en başarılı) ile oluşturulmuştur. Kullanılan veri seti EK I a-)'da verilmektedir.

Söz konusu veri setinde ilk aşama kriterlerine ilişkin kriter uzayında alternatiflerin dağılımını gösteren grafik aşağıdadır.



Şekil 3.8. Alternatiflerin LES ve LMNO Kriterleri Uzayındaki Dağılımı

Veri girişini sağlamak ve bu veri üzerinde 3.2. Bölümü'nde kurgulanan algoritmanın kolaylıkla işletilmesini sağlamak için **"qParetoqSkalar Model.xls"** adı verilen bir program geliştirilmiştir. Programın **Girdi** sayfasından veri girişi aşağıdaki ekranda göründüğü gibi yapılır.



	A	B	C	D
1	Alternatif Sayısı:	112		
2	I. Aşama Kriter Sayısı:	2		
3				
4				
5		u1	u2	v
6	A1	73,304	80,05	100
7	A2	70,918	73,7	100
8	A3	73,491	78,05	100
9	A4	67,414	99,4	100
10	A5	71,812	72,9	100
11	A6	75,739	73,2	100
12	A7	65,792	74,2	100
13	A8	65,761	74,3	100
14	A9	70,548	74,25	100
15	A10	68,475	83,55	100
16	A11	64,021	78,1	90
17	A12	63,108	76,2	90
18	A13	72,179	79,6	90
19	A14	64,385	80,8	90
20	A15	68,44	70,8	90
21	A16	70,091	73,6	90
22	A17	67,962	97,3	90
23	A18	64,643	72,1	90
24	A19	63,315	77,94	90
25	A20	68,222	78,4	90
26	A21	61,887	89,13	80
27	A22	68,233	80,7	80
28	A23	66,097	77,1	80
29	A24	63,997	73,75	80
30	A25	60,076	86,59	80
31	A26	64,919	80,85	80
32	A27	60,1	79,7	80

Şekil 3.9. Uygulama 1 için Veri Girişinin Yapıldığı Ekran Görüntüsü

Aynı sayfada **"Üstünlük Hesapla"** düğmesine tıklandığında,

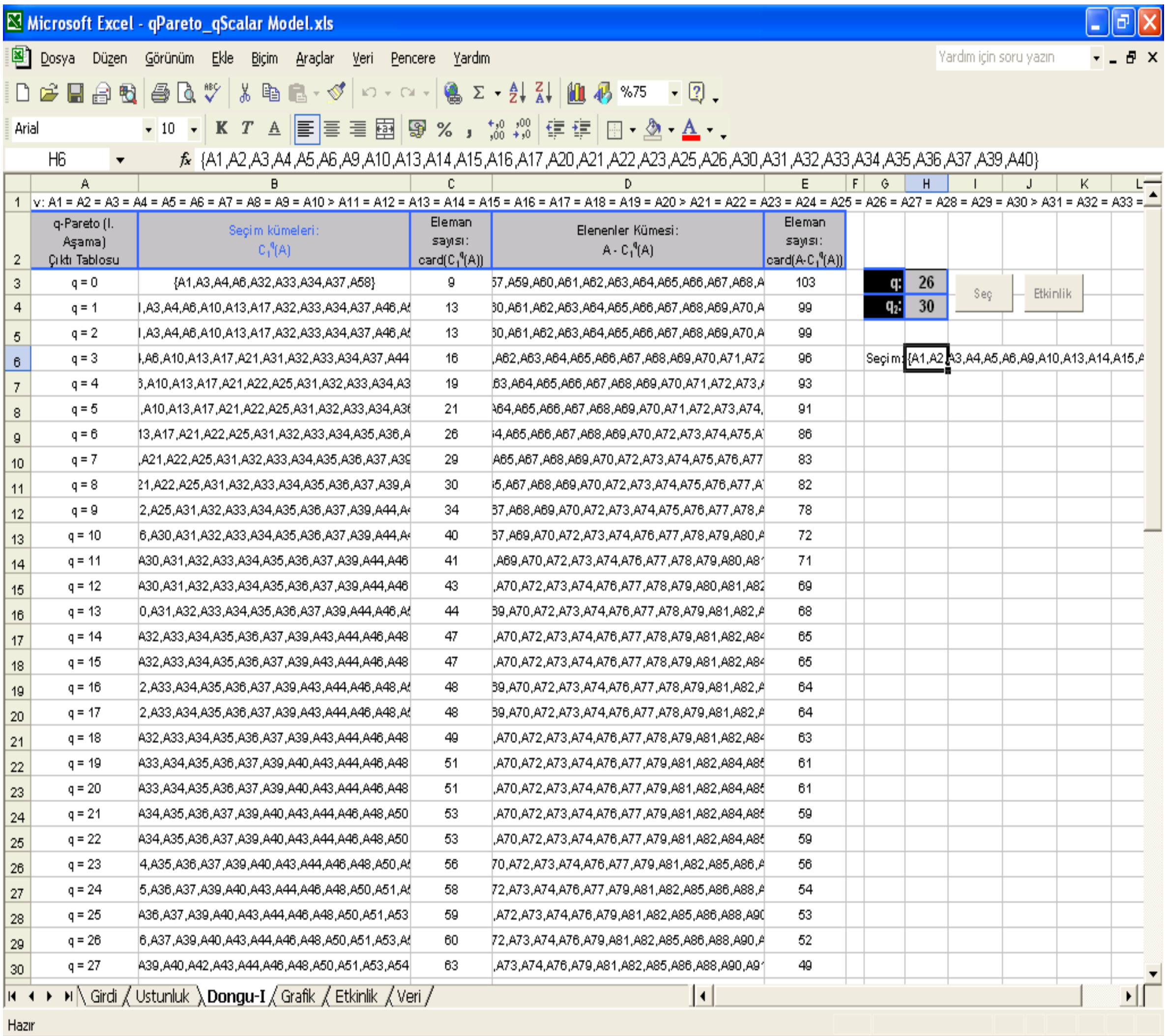
- **Üstünlük** sayfasında, Tablo 3.2. ve Tablo 3.3.'te verilenlere benzer olarak, alternatiflerin birinci ve ikinci aşama kriterlerine göre üst düzey kümeleri ve üstünlük tabloları hesaplanır

- **Dongu-I** sayfasındaysa q-Pareto (I. Aşama) Çıktı Tablosu hazırlanır. Bu tabloda 1. aşamada belirlenebilecek her olası q değerine karşılık (q-etkin) seçim kümeleri, $C_1^q(A)$'lar; elenenler (fark kümeleri) $\{A - C_1^{q=0}(A)\}$'ler ile bunların eleman sayıları listelenir; alternatiflerin ikinci aşama kriterine göre sıralaması gösterilir.

- Uygun q değerini belirlemekte karar vericiye yardımcı olmak amacıyla **Grafik** sayfasında q değerlerine karşılık seçim kümelerinin eleman sayıları grafiği çizilir.

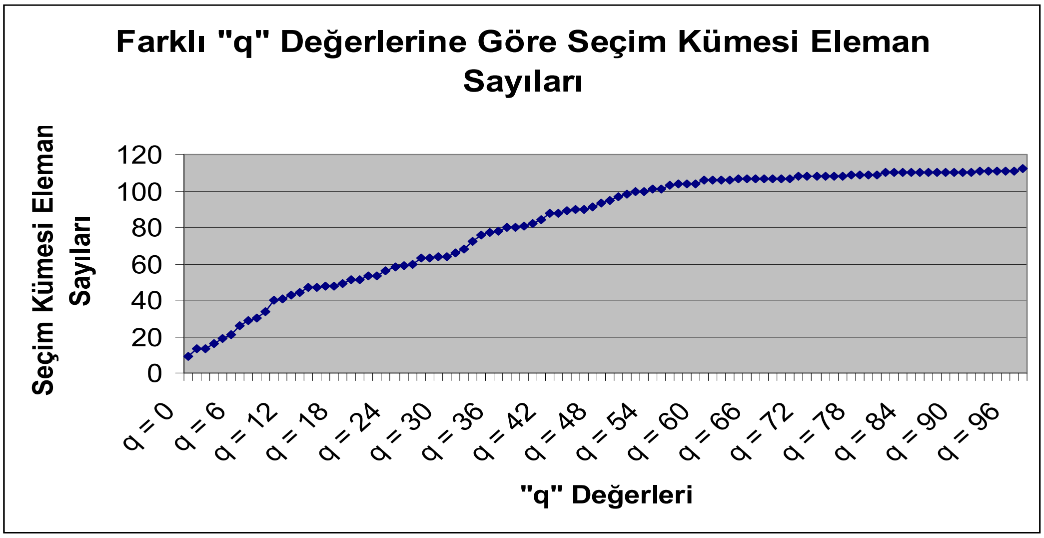
Probleme ilişkin bu ekranların görüntüsü aşağıdaki gibi olacaktır.

Dongu-I sayfası ekran görüntüsü:



Şekil 3.10. Uygulama 1 için Seçim Sonuçlarını Veren Ekran Görüntüsü

Grafik sayfasında görüntülenen ekran:



Şekil 3.11. Farklı q Parametrelerine Göre Olası Seçim Kümelerinin Eleman Sayıları - Uygulama 1

Grafikte q'nun üst değerlerinde etkin kümenin genişleme hızının azalarak sıfıra yakınsadığı görülmektedir. Bu durum ele alınan bir örnekte alternatiflerin kriterler uzayındaki dağılımına bağlı olarak daha alt seviyedeki q parametrelerinde de söz konusu olabilir.

Örnekte, ilk aşamada $q = 0$ ile yalnızca 9 alternatif seçilmektedir. Bu etkin kümenin *{A1, A3, A4, A6, A32, A33, A34, A37, A58}* olarak belirlenmesi anlamına gelir.[14] Bu nedenle, q değerinin artırılması ile kümenin genişletilmesi gereği açıktır. Bu gereksinim çalışmamızda ele aldığımız modelin ilk aşamasındaki q-Pareto modelin uygulamadaki faydasını gösterir. Komisyonun, bir yandan kabul edilecek aday sayısının iki katına, diğer yandan başvuran adayların yarısından fazlasına karşılık gelen 55-60 civarında adayı ikinci aşamada değerlendirmek

[14] Bu küme, kriterler = çıktılar, girdiler = 1 alınmasıyla oluşturulan verinin EMS paket programında yapılan FDH çözümlemesi ile, (çıktı odaklı (output oriented) konveks olmayan ("non-convex") teknoloji) ulaşılan sonucun -beklendiği gibi- aynısıdır. Aynı program kullanılarak yapılan konveks DEA çözümlemesinde (çıktı odaklı, sabit ölçek dönüşümü), yalnızca A4, A6 ve A37 alternatiflerin etkin kümeyi oluşturduğu görülür. (Bu sonuçların yorumlanması için Bkz. Şekil 3.4.).

istediğini varsayalım. Bu durumda örneğin $q = 26$ için belirlenen eleman sayısı olan 60 aday ikinci aşamaya geçirilsin.

Dongu-I sayfasındaki ekranda nihai seçim kümesinin tespiti için hem q hem de q_2 parametresinin belirlenmesini istemektedir. q_2 parametreleri ikinci aşamada değerlendirilen kriterin 10 luk farklarla (eşitliğe izin veren) skalar ölçekte tanımlanmış olması nedeniyle her değerde 10 adet alternatifi (100 alan 10 kişi, 90 alan 10 kişi) barındırdığından 10 lu aralıklarla sıralanmıştır. Buna göre sözlü notlarına göre dördüncü seviyede etkin alternatifler (70, 80, 90 ve 100 not alanlar) için $q_2 = 30$ belirlenip **"Seç"** düğmesine tıklandığında nihai seçim kümesi olarak, Şekil 3.10'daki ekranda gösterildiği gibi 29 alternatiften oluşan *{A1, A2, A3, A4, A5, A6, A9, A10, A13, A14, A15, A16, A17, A20, A21, A22, A23, A25, A26, A30, A31, A32, A33, A34, A35, A36, A37, A39, A40}* saptanır.

Bir önceki bölümde anlatılan ve elemanların oransal etkinlik skorlarına göre ayrıca dikkate alınmasında yardımcı olan "ex-post" analiz gerçekleştirmek istenirse, **Dongu-I** sayfasında bulunan **"Etkinlik"** düğmesine tıklanabilir. Böylelikle **Etkinlik** sayfasının ilk sütunlarında her kritere göre dik uzaklık matrisleri ve son sütunlarında Tablo 3.5.'tekine benzer yapıda etkinlik dereceleri tablosu oluşturulur. Tabloya hesaplanan ikinci aşama etkinlik dereceleri de eklenebilir.

Burada gerek "(q)-Pareto-(q)-skalar" modelin sonuçlarını, gerekse her iki aşamada da elde edilen etkinlik derecelerini *karşılaştırmalı olarak yorumlamak ve kapsamlı bir değerlendirme yapabilmek için*, bu bilgileri bir arada içeren bir tablo oluşturularak aşağıda sunulmuştur. Bu tablo örnek uygulamanın mantığına uygun olarak (ikinci aşamaya çağırılacakların belirlenmesi) ilk aşamadaki seçimin daha yakından incelenmesini sağlamak amacıyla "1. aşamadaki etkinlik skorlarına göre" sıralanmış ve tabloda ilk aşamada seçilen aday sayısı esas alınarak 60 aday gösterilmiştir.

		I. Aşama										II. Aşama			"26-Pareto-30-skalar" Sonuç
Sıra	Aday	ETK.	1/ ETK.	Ad*	s*	LES	LMNO	Hedef LES	Hedef LMNO	q	Ön Seçim	ETK.	1/ ETK.	q2	Seçim
1	**A1**	1	-	-	-	73,30	80,05	-	-	***0***	✓	1	1,00	***0***	✓
2	**A3**	1	-	-	-	73,49	78,05	-	-	***0***	✓	1	1,00	***0***	✓
3	**A4**	1	-	-	-	67,41	99,40	-	-	***0***	✓	1	1,00	***0***	✓
4	**A6**	1	-	-	-	75,74	73,20	-	-	***0***	✓	1	1,00	***0***	✓
5	**A32**	1	-	-	-	70,45	84,30	-	-	***0***	✓	0,7	1,43	***30***	✓
6	**A33**	1	-	-	-	71,07	80,08	-	-	***0***	✓	0,7	1,43	***30***	✓
7	**A34**	1	-	-	-	70,93	80,83	-	-	***0***	✓	0,7	1,43	***30***	✓
8	**A37**	1	-	-	-	68,01	97,90	-	-	***0***	✓	0,7	1,43	***30***	✓
9	**A58**	1	-	-	-	68,02	85,49	-	-	***0***	✓	0,5	2,00	***50***	
10	**A17**	0,999	1,001	A37	LES	67,96	97,30	68,01	97,40	***1***	✓	0,9	1,11	***10***	✓
11	**A13**	0,994	1,006	A1	LMNO	72,18	79,60	72,61	80,08	***1***	✓	0,9	1,11	***10***	✓
12	**A46**	0,992	1,008	A32	LES	69,92	81,70	78,05	82,36	***1***	✓	0,6	1,67	***40***	✓
13	**A10**	0,991	1,009	A32	LMNO	68,48	83,55	69,10	84,30	***1***	✓	1	1,00	***0***	✓
14	**A44**	0,985	1,015	A37	LES	66,98	86,25	68,01	87,56	***3***	✓	0,6	1,67	***40***	✓
15	**A5**	0,977	1,024	A3	LES	71,81	72,90	73,50	74,62	***4***	✓	1	1,00	***0***	✓
16	**A39**	0,974	1,027	A32	LES	68,62	78,70	70,45	80,80	***6***	✓	0,7	1,43	***30***	✓
17	**A36**	0,973	1,028	A32	LES	68,54	80,00	70,45	82,22	***5***	✓	0,7	1,43	***30***	✓
18	**A31**	0,97	1,031	A3	LES	71,29	74,00	73,49	76,29	***3***	✓	0,7	1,43	***30***	✓
19	**A22**	0,969	1,032	A32	LES	68,23	80,70	70,42	83,28	***4***	✓	0,8	1,25	***20***	✓
20	**A20**	0,968	1,033	A32	LES	68,22	78,40	70,48	80,99	***10***	✓	0,9	1,11	***10***	✓
21	**A66**	0,967	1,034	A32	LES	68,10	80,03	70,42	82,76	***7***	✓	0,4	2,50	***60***	
22	**A2**	0,965	1,036	A3	LES	70,92	73,70	73,49	76,37	***6***	✓	1	1,00	***0***	✓
23	**A68**	0,964	1,037	A34	LES	68,39	77,40	70,94	80,29	***10***	✓	0,4	2,50	***60***	
24	**A71**	0,964	1,037	A32	LMNO	67,43	81,30	69,95	84,34	***6***	✓	0,3	3,33	***70***	
25	**A64**	0,961	1,041	A32	LMNO	65,74	81,03	68,41	84,32	***9***	✓	0,4	2,50	***60***	
26	**A9**	0,96	1,042	A3	LES	70,55	74,25	73,49	77,34	***5***	✓	1	1,00	***0***	✓
27	**A56**	0,959	1,043	A1	LMNO	69,66	76,80	72,64	80,08	***7***	✓	0,5	2,00	***50***	
28	**A75**	0,958	1,044	A32	LMNO	66,89	80,75	69,82	84,29	***10***	✓	0,3	3,33	***70***	
29	**A16**	0,954	1,048	A3	LES	70,09	73,60	73,47	77,15	***9***	✓	0,9	1,11	***10***	✓
30	**A26**	0,954	1,048	A58	LES	64,92	80,85	68,05	84,75	***10***	✓	0,8	1,25	***20***	✓
31	**A55**	0,951	1,052	A32	LMNO	66,81	80,20	70,25	84,33	***12***	✓	0,5	2,00	***50***	
32	**A78**	0,951	1,052	A34	LES	67,43	76,42	70,91	80,36	***19***	✓	0,3	3,33	***70***	
33	**A80**	0,95	1,053	A32	LMNO	66,67	80,12	70,18	84,34	***13***	✓	0,2	5,00	***80***	
34	**A14**	0,947	1,056	A37	LES	64,39	80,80	67,99	85,32	***12***	✓	0,9	1,11	***10***	✓
35	**A43**	0,947	1,056	A3	LES	69,58	70,70	73,47	74,66	***14***	✓	0,6	1,67	***40***	✓
36	**A84**	0,944	1,059	A32	LES	66,51	77,05	70,45	81,62	***23***	✓	0,2	5,00	***80***	
37	**A94**	0,944	1,059	A32	LMNO	64,46	79,58	68,28	84,30	***21***	✓	0,1	10,00	***90***	
38	**A54**	0,943	1,06	A37	LES	64,16	81,60	68,04	86,53	***8***	✓	0,5	2,00	***50***	
39	**A61**	0,943	1,06	A34	LMNO	66,81	76,25	70,85	80,86	***23***	✓	0,4	2,50	***60***	
40	**A40**	0,942	1,062	A32	LMNO	65,95	79,40	70,01	84,29	***19***	✓	0,6	1,67	***40***	✓
41	**A98**	0,942	1,062	A37	LES	64,05	80,65	67,99	85,62	***16***	✓	0,1	10,00	***90***	
42	**A65**	0,939	1,065	A34	LES	66,63	75,60	70,96	80,51	***26***	✓	0,4	2,50	***60***	
43	**A23**	0,938	1,066	A32	LES	66,10	77,10	70,47	82,20	***23***	✓	0,8	1,25	***20***	✓
44	**A48**	0,938	1,066	A3	LES	68,93	72,15	73,49	76,92	***14***	✓	0,6	1,67	***40***	✓
45	**A42**	0,937	1,067	A34	LMNO	66,29	75,70	70,74	80,79	***27***		0,6	1,67	***40***	
46	**A50**	0,936	1,068	A32	LMNO	64,98	78,90	69,42	84,29	***21***	✓	0,5	2,00	***50***	
47	**A15**	0,931	1,074	A3	LES	68,44	70,80	73,51	76,05	***18***	✓	0,9	1,11	***10***	✓
48	**A52**	0,931	1,074	A32	LES	65,56	75,30	70,42	80,88	***33***		0,5	2,00	***50***	
49	**A70**	0,931	1,074	A32	LES	65,62	77,69	70,48	83,45	***24***	✓	0,3	3,33	***70***	
50	**A7****	0,927	1,079	A1	LMNO	65,79	74,20	70,97	80,04	***32***		1	1,00	***0***	
51	**A8****	0,927	1,079	A34	LES	65,76	74,30	70,94	80,15	***31***		1	1,00	***0***	
52	**A11****	0,926	1,08	A32	LMNO	64,02	78,10	69,14	84,34	***29***		0,9	1,11	***10***	
53	**A92**	0,926	1,08	A1	LMNO	65,85	74,10	71,12	80,02	***32***		0,1	10,00	***90***	
54	**A19****	0,925	1,081	A32	LMNO	63,32	77,94	68,45	84,26	***31***		0,9	1,11	***10***	
55	**A57**	0,923	1,083	A32	LMNO	64,39	77,85	69,76	84,34	***27***		0,5	2,00	***50***	
56	**A87**	0,923	1,083	A37	LES	62,76	81,19	68,00	87,96	***10***	✓	0,2	5,00	***80***	
57	**A59**	0,921	1,086	A1	LES	67,50	72,50	73,29	78,72	***24***	✓	0,5	2,00	***50***	
58	**A97**	0,919	1,088	A32	LMNO	64,61	77,45	70,31	84,28	***27***		0,1	10,00	***90***	
59	**A81**	0,918	1,089	A34	LES	65,10	73,91	70,92	80,51	***39***		0,2	5,00	***80***	
60	**A62**	0,916	1,092	A32	LES	64,55	74,70	70,47	81,55	***37***		0,4	2,50	***60***	
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...

Tablo 3.6. Çözüm Sonrası Analiz Sonuçları - Uygulama 1

(Bu tablonun bir biçimi aday nolarına göre sıralanmış halde tüm adaylar için EK I b-)'de verilmektedir.)

Tabloda, etkinlik derecelerine göre sıralanan ilk 60 alternatiften büyük çoğunluğunun q dereceleri ile etkinlik skorlarının uyumlu olduğunu görmekteyiz. Yani $q = 26$ seviyesine kadar seçilen 60 alternatifin çoğunluğu (49 alternatif) etkinlik sıralaması yapılsaydı ilk 60 arasına girebilecek alternatiflerdi. Tablonun ilk 44 sırası bu konuda kesin bir uyumu sergilemektedir. Yalnızca bu adaylar için olmak üzere, etkinsiz alternatiflerin etkinlik skorları açısından yaklaşık %6,5'lik bir toleransın gösterildiği söylenebilir.

Ancak, alt sıralarda bazı alternatiflerin bu durumun dışında bir görüntü arz etmekte olduğu görülmektedir. Örneğin $q = 26$ düzeyi içerisinde q-Pareto kuralı tarafından seçilen etkin kümeye dahil olmayan A42, A52, A7, A8, A11, A92 ve A19'un etkinlik skorlarının, bu kümeye dahil olan A87, A59, A89, A21 ve A77 alternatiflerinden daha iyi olduğu görülmektedir. Bu durum (veya tersi) ile karşılaşılması, q-Pareto seçim ile aralık ölçeğinde toleransın uyumsuzluğunu göstermektedir ve buna benzer sonuçlarla karşılaşılması her veri kümesi için çok doğaldır. Zira bu iki toleransın mantığı birbirinden farklıdır.

Yine de böyle bir analiz, karar vericiye söz konusu uyum ya da uyumsuzluğun karşılaştırılmasına olanak sağlamakla birlikte, karar vericinin özel durumu olan bazı alternatifleri tespit ederek daha hassas bir değerlendirme yapmasını mümkün kılar.

Böyle bir değerlendirmeye bir örnek olması açısından A42, A52, A7, A8, A11, A92 ve A19'un durumuna ikinci aşama sonuçlarını da dikkate alarak daha yakından bakalım. Bunlardan A42, A52 ve A92'nin etkinlik skorlarına göre ilk aşama seçim kümesine alınsalar bile ikinci aşamada eleneceklerini görmekteyiz. Ancak, tabloda (**) ile işaretlenmiş A7, A8, A11 ve A19 alternatiflerinin aslında ilk aşamada seçilselerdi ikinci aşamada da seçilecekleri gözlemlenir. Bu durumu göz önüne alan karar vericinin bu alternatifleri ilk aşamadaki q-seviyelerini dikkate almadan doğrudan nihai seçime eklemesi düşünebilir.

Tabloya aynı zamanda, etkin olmayan adayların kendilerine hangi adayı hangi kriterde hedef alırlarsa etkin kümeye -en kısa yoldan- girebileceklerini gösteren Ad^* ve s^* sütunları eklenmiştir. İzleyen sütunlarda adayların halihazırdaki LES ve LMNO skorları ile, k ele alınan etkinsiz alternatifi göstermek üzere, s kriteri için $(\frac{1}{\Phi_k^*}\ x\ u_s(Ak))$'dan hesaplanan "hedef (yeni)" LES ve LMNO skorları bulunmaktadır. Buna göre örneğin A17, LES skorunu 67,96'dan 68,01'e, LMNO skorunu da aynı oranda 97,30'dan 97,40'a çıkarırsa (veya çıkarmış olsaydı) etkin kümeye girmeyi garantiler (garantilerdi). LES kriterinde 68,01 skorunun hedef alınan A37 alternatifinin LES skoru ile aynı olduğuna dikkat edilmelidir. Elde edilen toplu sonuçlara göre 71 / 103 = % 68,93'lük bir oranda LES kriterinde, 32 / 103 = % 31,07 lik bir oranda LMNO kriterinde konumlandıkları gözlemlenmektedir. Bu sonuç etkin küme içinde yer almayan adaylardan çoğunun LES notlarını yükseltmeleri gerekliliğini ortaya koymaktadır.

Son olarak, karar vericinin A7, A8, A11 ve A19 gibi alternatifleri etkin kümeye almayı garantileyecek biçimde modeli tekrar çözümlemek istediğini varsayalım. Bu ise yukarıda anlatılan aralık ölçeğinde (kriter değerlerinde hassaslığı da dikkate alan) q-Pareto çözümlemesi gerçekleştirerek yapılabilir. Karar verici bunun için örneğin A19'a ait etkinlik değeri, hedef alternatif ve kriteri esas alarak bir eşik değerini belirleyip, programı bu eşik değerlerini girerek yeniden çalıştırmalıdır. Böylece A19 için u_1 ve u_2 kriterlerinde ε_s değerleri, $\varepsilon_1 = (\frac{1}{\Phi_k^*} \times u_1(A19)) - u_1(A19)$ $= (1,0816$ x $63,315) - 63,315 = 5,17$ ve $\varepsilon_2 = (\frac{1}{\Phi_k^*} \times u_2(A19)) - u_2(A19) =$ $(1,0816$ x $77,94) - 77,94 = 6,37$ olarak belirlenir. Bu değerleri Pareto kuralının içine dahil ederek model yeniden çözülürse A19 q=0 seviyesinde etkin kümeye girerken, onunla birlikte A42, A52, A7, A8, A11, A92 de etkin kümeye dahil olmaktadır. Ancak bu değişimin yanı sıra, yapılan kabullenmeyle (yeni kurala göre) yeni çözümlemede q-Pareto seçim kümeleri de farklılaşacaktır. Bu nedenle tüm sonuçların tekrar gözlemlenmesi gerekmektedir.

Bu uygulamada, modelin gerçek boyutta bir veri kümesi üzerinde işletilmesini anlatan ve her iki aşamada da q parametrelerine ihtiyaç duyulabileceğini göstermek amacını güden basit bir örnek ele alınmıştır. Ancak uygulama, yöntem sayesinde verilen kararın gelecek sonuçlarına ilişkin objektif ölçütlerle değerlendirme yapılmasını sağlamaktan uzaktır. Zira yapılacak seçimlerin "başarılı" ya da "iyi" kararlar olup olmadığını gösterecek objektif veri yoktur.

Bu nedenle bir sonraki uygulama ele alınarak, yöntemin etkililiği tüm kriterleri objektif olan ve sonuçları nesnel olarak gözlemlenebilen bir problem üzerinde tartışılmıştır.

3.3.2 Örnek Uygulama 2: "Çok Kriterli Yaklaşım ile Performans ve Ucuzluk Değerlendirmesine Göre Hisse Senedi Seçimi"

Finansal kararlarda önemli bir yeri olan hisse senedi veya çekici portföy seçimi problemini çok kriterli analiz çerçevesinde ele alan çalışmalar bulunmaktadır. Söz konusu çalışmalara örnek olarak, "Üst - Derecelendirme" (Out Ranking) adı verilen yöntemleri uygulayan Hurson ve Zoupounidis (1995), Martel ve diğ. (1988); Analitik Hiyerarşi Süreci, Tercih Ayrıştırma Analizi gibi çok nitelikli fayda / değer yaklaşımlarını kullanan Zoupounidis ve diğ. (1999), Jog ve diğ. (1999), Yu, G.Y. (1997), Bouri, M. ve diğ. (2002); Hedef Programlama gibi çok amaçlı karar verme yaklaşımlarını uygulayan Lee ve Chesser, (1980), Hurson ve Zoupounidis (1995), Yu (1997) ve bunların bir karışımından oluşan teknikleri içeren Bana e Costa, C.A. ve J.O. Soares (2004) gösterilebilir.

Hisse senedi seçimi ile ilgili davranışsal finans (behavioral finance) adı verilen yaklaşım çerçevesinde ise, yatırımcıların farklı hisse senedi seçimi ya da portföy oluşturma stratejileri benimsedikleri ileri sürülmüş, bu şekilde seçilen portföylerin farklı borsalarda göreli performansları incelenmiştir. Söz konusu çalışmalara örnek olarak, Lakonishok, J. ve diğ. (1994), van der Hart ve diğ. (2003), Achour, D., Harvey (1998) verilebilir.

Bu iki yaklaşımın ortak noktası, hisse senetlerinin seçimi veya çekici portföyün oluşturulmasında beklenen getiri ve riskin yanında diğer bazı faktörlerin de dikkate alınması gerekliliğini vurgulamalarıdır. Getiri ve risk dışındaki faktörlerin analize katılmasının temel nedeni, finansal piyasaların yalnızca bu iki amaç fonksiyonu doğrultusunda incelenmesinde ampirik bazı sapmaların gözlemlenmiş olmasıdır. Bu olguya "anomali" (teoriye uymayan bir gözlem veya realite) adı verilir (Thaler, R.H., 1987). Örneğin bazı deneysel çalışmalarda belli dönemlerde, küçük şirketlere yapılan yatırımın büyük şirketlere yapılana oranla daha iyi performans (daha yüksek -riske göre ayarlanmış- getiri) sağladığı ortaya konulmuştur. Buna ölçek anomalisi adı verilmektedir (Banz, R.W., 1981; Reinganum, M.R., 1981). Sık görülen bir diğer anomali ise Fiyat / Kazanç (F/K) oranlarına ilişkindir. Örneğin New York borsasında yapılan bir çalışmada düşük F/K oranına sahip senetlerin diğerlerinden fazla getiri sağlamakta olduğu sonucu bulunmuştur (Basu, S., 1977). İstanbul Menkul Kıymetler Borsası (İMKB)'nda anomaliler ile ilgili olarak çalışmalar mevcuttur (Örnek olarak bkz. Özmen, T., 1992).

Bu sonuçlardan hareketle, hisse senetleri seçimi probleminde bu anomalilerin içerildiği analizlerle karar vermenin daha isabetli öngörülere yol açacağı ileri sürülmektedir. Bu doğrultuda, Defter Değeri / Piyasa Değeri oranı (şirket büyüklüğü), Likidite , Fiyat/Kazanç oranı vb. gibi faktörler ayrı ayrı kriterler olarak ele alınarak, çok kriterli analizle en iyi performans göstereceği düşünülen hisse senetlerini seçen stratejilerin oluşturulması önerilir. Zira bu yaklaşımların temel savına göre, söz konusu anomaliler hisse senedi seçerken veya etkin portföy oluştururken yatırımcı ya da analistlerin dikkate aldığı unsurlardır. Diğer deyişle, bu karar vericilerin problemi ele alırken sayılan faktörleri içeren stratejiler kurguladıkları ve tercihlerini buna göre belirledikleri söylenir.

Çalışmamızda, bu yaklaşım doğrultusunda olası farklı yatırımcı stratejileri ele alınarak, iki aşamalı bir stratejinin oluşturulmak istenmesi durumunda (q)-Pareto - (q)-skalar modelin bu stratejinin işletilmesi için nesnel bir taban oluşturacağı ortaya konulacaktır. İMKB-100 kapsamında işlem gören senetlerin belli bir döneme ait verileri bu stratejiler doğrultusunda değerlendirilecek ve her stratejinin sonucunda yapılan seçimlerin sonraki dönem performansları karşılaştırılacaktır.

Yatırımcı tarafından aşağıdaki stratejilerin belirlenmiş olduğunu varsayalım:

Strateji 1: İMKB-100 endeksi kağıtlarına endekste yer alan oranları tutarında (İMKB-100 üzerine yazılmış bir varlığa) yatırım yapmak

Strateji 2: Hisse senetlerinin geçmiş dönem performanslarına ilişkin yalnızca getiri ve riski dikkate alarak, klasik portföy optimizasyon yöntemi olarak bilinen "Varyans - Kovaryans Modeli" (Markowitz, H.M., 1959) ile seçilen hisse senetlerine, bulunan optimal oranlarda yatırım yapmak

Strateji 3: Hisse senetlerinin değerlendirilmesinde çok kriterli yaklaşımı kullanarak, tek aşamalı ağırlıklı toplamsal yöntemlerle seçilen portföye yatırım yapmak

Strateji 4: Hisse senetlerinin değerlendirilmesinde çok kriterli yaklaşımla (q)-Pareto - (q)-skalar modelini kullanarak "Geçmiş Dönem Performansı Yüksek Olan Hisse Senetleri Arasından Fiyatı Piyasaya Göre Ucuz Kalmış Olanlara" eşit oranda yatırım yapmak

Strateji 5: Strateji 4'te seçilen senetlere "Varyans - Kovaryans Modeli"nin belirlediği oranda yatırım yapmak

Bu stratejilerden birincisi için, endekste yer alacak senetler ve payları ilgili borsa tarafından yapılan analizlerle belirlendiğinden, yatırımcı tarafından başkaca bir analiz yapılmasına gerek bulunmamaktadır. İkinci strateji ise klasik portföy teorisinin önerdiği, anomalileri dikkate almayan yaklaşımdır. Üçüncü strateji ikame edici çok kriterli analiz yöntemleri ile seçim yapmak anlamına gelmektedir. Daha önce bahsedildiği gibi bu türde yöntemlerde kriter ağırlıklarının önceden belirlenmesine ihtiyaç vardır. Bu çalışmada, Bouri, M. ve diğ. (2002) çalışması izlenerek üç farklı ağırlık dağılımı belirlenecek ve her birinin farklı bir yatırımcı türünü (riskten kaçınan, riski seven, kayıtsız) temsil ettiği düşünülecektir. Böylece üç bu strateji için üç farklı senaryodan bahsedilmiş olmaktadır. Dördüncü strateji, iki aşamalı bir seçim sürecine işaret ettiğinden, bu stratejinin işletilmesinde çalışmamızda ortaya konulan model kullanılacak; bu modelle seçilen senetlere başkaca bir model kullanmadan eşit oranda yatırım yapıldığı düşünülecektir. Son olarak beşinci stratejide, çok kriterli ve iki aşamalı yaklaşımla dördüncü strateji ile seçilmiş senetlerden Markowitz modeline göre portföy oluşturulacaktır. Bu strateji dördüncünün Markowitze göre "İyileştirilmiş" biçimi olarak nitelendirilebilir.

Bu doğrultuda, Ocak 2003 - Ocak 2005 arasında İMKB 100 kapsamında yer almış 102 hisse senedi değerlendirmeye alınmış, bunların anılan dönemdeki analizi sonucunda seçilen senetlere dönem sonunda yatırım yapıldığı varsayılmıştır. Böyle bir yatırımın Ocak 2005 - Eylül 2006 arasındaki (sonraki dönem) getirilerinin gözlemlendiği basit bir analiz ile, tek bir döneme bağlı olsa da farklı stratejilerle yapılan seçimlerin sonuçlarının karşılaştırılması olanağı bulunmuştur. Ele alınan hisse senetlerinin Ocak 2003 - Eylül 2006 dönemine ait tüm verileri İstanbul Menkul Kıymetler Borsasının internet sitesinde kamuya açık olarak yayınladığı aylık bültenler ve veri dağıtım sayfalarından derlenmiştir.[15]

Hisse senedi seçiminde çok kriterli yaklaşımları uygulamak için (3 ve 4. ve 5. stratejiler) belirlenen kriterler ve bunlara ilişkin doğrudan kullanılan veya gerekli hesaplamalar sonucu elde edilen veri seti ile ilgili açıklamalar aşağıda sunulmaktadır:

- AYLIK ORTALAMA GETİRİ: Hisse senetlerinin 01.2003 - 12.2004 dönemindeki aylık getirilerinin ortalaması (beklenen değeri) alınarak hesaplanmıştır. Getiriyi artırmak amacına bağlı olarak yatırımcı tarafından bu kriterin maksimize edilmesi istenecektir.

- BETA: Yatırımcının kontrolü altında olmayan ve finansal denge modellerinde dikkate alınan sistematik veya piyasa riski objektif bir risk ölçütü olarak dikkate alınmıştır.

Belli bir aydaki bir hisse senedinin betası, senetlerin ve IMKB-100 endeksinin 01.2003 - 12.2004 dönemindeki aylık getirileri kullanılarak her ay için, $i = 1, 2, ..102$

[15] www.imkb.gov.tr, Son Erişim Tarihi: Ağustos 2007.

senetleri, k indisi Endeksi (IMKB-100) göstermek üzere

$$BETAi = Cov(i,k) \ / \ Var(k)$$

formülü ile hesaplanmış, tüm dönem için bulunan betaların ortalaması alınmıştır.

Riski düşürmeyi amaçlayan yatırımcı tarafından bu kriterin minimize edilmesi istenecektir.

- LİKİDİTE: Her hisse senedi için dönem sonu itibariyle (10.2004 – 12.2004)

$$\textit{Likidite} = \textit{İşlem hacmi} \ / \ \textit{Piyasa Değeri}$$

oranının son üç aylık ortalaması alınarak bulunmuştur.

Likit varlıklar tercih edileceğinden yatırımcı tarafından bu kriterin maksimize edilmesi istenecektir.

- PİYASA DEĞERİ / DEFTER DEĞERİ: Her hisse senedi için dönem sonu itibariyle (12.2004)

$$PD/DD = \textit{Piyasa Değeri} \ / \ \textit{Özsermaye}$$

oranı alınmıştır.

Yukarıda bahsedilen ölçek anomalisi nedeniyle bu kriterin minimize edilmesi istenecektir.

- FİYAT / KAZANÇ ORANI: Her hisse senedi için dönem sonu itibariyle (12.2004)

$$F/K = \textit{\$ Bazında Toplam Piyasa Değeri / Son dört 3'er Aylık Dönem ABD \$ Olarak Net Karlar - Zararlar Toplamı}$$

oranı alınmıştır. F/K oranına ilişkin bulgular bu kriterin minimize edilmesi gerektiğini ifade eder.

Tüm parasal veriler ABD doları bazında reel değerlerdir. Bu hesaplamalar sonucunda elde edilen nihai veri kümesi, yani kriterlere ilişkin alternatiflere atanan değerler matrisi EK II a)'de verilmiştir.

Böylece çok kriterli analizler için toplam beş adet kriter belirlenmiş olmaktadır. Ancak açıklamalarda belirtildiği üzere kriterlerin optimizasyon yönleri farklıdır. Bu nedenle bunları bir arada EK II a-)'da verildiği gibi dikkate alarak eş anlı değerlendirmek mümkün değildir. Çok kriterli karar teorisinde sorunun çözümü çeşitli vektörel normalizasyon yaklaşımları ile gerçekleştirilmektedir (Farklı prosedürler için bkz. Pomerol, J.C. & S. Barba-Romero, 2000: 54-55). Normalizasyon işlemi kriterleri tek bir yöne yöneltir. Böylece eşanlı değerlendirme olanağı sağlar. 3, 4 ve 5 nolu stratejilerde kullanılan modelin gerektirdiği normalizasyon işlemleri açıklanmadan önce, belirlenen stratejilere ilişkin verilenler aşağıdaki tabloda özetlenmiştir.

Strateji	Ele alınan Kriterler	Kriterlerin Ağırlıkları	Hisse seçimi için Model	Senetlere Yatırım Oranlarını Belirlemek için kullanılan Model
1. IMKB-100'e doğrudan yatırım	Borsa tarafından belirleniyor	Endekste yer aldıkları oranda	-	
2. Markowitz'e göre portföy oluşturma	-Risk (Varyans-Kovaryans amaç fonk.) -Beklenen Getiri (kısıt)	Model tarafından belirleniyor	Matematiksel Programlama -Skalar Optimizasyon	
3. Çok kriterli ağırlıklı toplamsal skorlara göre yatırım	-Ortalama Getiri -BETA -Likidite -PD/DD -F/K	Yatırımcı (Karar Verici) tarafından dışarıdan belirleniyor	Ağırlıklı toplamsal skorlara dayalı Çok Kriterli Portföy Modeli (Matematiksel Programlama-Skalar optimizasyon)	
4. İki Aşamalı "(q) - Pareto - (q) - skalar" modelle seçilen senetlere eşit oranda yatırım	İlk Aşama: -Ortalama Getiri -BETA -Likidite -PD/DD İkinci Aşama: F/K	Model tarafından belirleniyor	"(q) - Pareto - (q) - skalar" Seçim Modeli	-
5. i) İki Aşamalı "(q) - Pareto - (q) - skalar" seçim ii) Seçilen senetlerden Markowitz'e göre portföy oluşturma	i) İlk Aşama: -Ortalama Getiri -BETA -Likidite -PD/DD İkinci Aşama: F/K ii) -Risk (Varyans-Kovaryans amaç fonk.) -Beklenen Getiri (kısıt)	Modeller tarafından belirleniyor	i) "(q) - Pareto - (q) - skalar" Seçim Modeli	ii) Matematiksel Programlama (Skalar Opt.)

Tablo 3.7. Hisse Senedi ve Portföy Seçim Stratejileri ve Modeller

Tablonun son sütununda gösterilen modellerin nasıl işletildikleri ile ilgili kısa açıklamalar aşağıdadır.

Strateji 2'nin İşletilmesi: Markowitz'in Varyans-Kovaryans Modeli

Klasik Markowitz portföy çözümlemesi, yalnızca getirilerin ham verisini kullanmaktadır. En temel Markowitz modeli, belirli bir beklenen getiri düzeyini kısıtı altında, getiriler arasındaki varyanslara bağlı olarak tanımladığı riski minimize etmeyi amaçlayan bir doğrusal olmayan matematiksel programlama işletir.[16]

Böylece belirli bir getiri düzeyinde en düşük riske sahip optimal portföy bileşimini (seçilen hisse senetlerinin portföydeki oranları) bulur. Markowitz modeli belirli bir risk düzeyinde getiriyi maksimize edecek şekilde de yazılabilir. Görüldüğü gibi modern portföy teorisinin klasik modeli, portföy seçimi probleminde yalnızca getiri ve riski dikkate almaktadır ve aslında yalnızca tek bir kritere ya da amaç fonksiyonuna göre optimizasyon (getiri maksimizasyonu veya risk minimizasyonu) yapmaktadır.

Markowitz modelinin 102 alternatif üzerinde uygulanması sonucunda, {A14, A41, A45, A59, A65, A78, A88, A97}kümesinden oluşan portföy, {0,20; 0,19; 0,025; 0,14; 0,124; 0,08; 0,20; 0,04}oranları ile oluşmuştur.[17]

Strateji 3'ün Uygulanması: Çok Kriterli Ağırlıklı Toplamsal Model

Çok kriterli analizi içeren üç, dört ve beşinci stratejilerin ele aldıkları kriterlerin yönleri farklı olduğundan verilerin normalize edilmeleri gerekmektedir. Farklı stratejilerde kullanılan modele bağlı olarak farklı normalizasyon işlemleri uygulanacaktır. Strateji 3'ün işletilmesi için oran ölçeğinde ağırlıklı toplamsal model işletileceğinden oransal dönüşümleri bozmayan bir normalizasyon işlemine gerek vardır. Bunun için EK 2-a)'da verilen matris elemanları $u_s(A_j)$, $s = 1, 2..S$ kriter-

[16] Çok bilinen bu modelin formülizasyonu bu çalışmada verilmemiştir. Uygulama dahilindeki Markowitz çözümlemesi için MATLAB paket programının ilgili fonksiyonları kullanılmıştır.

[17] Hesaplamalar MATLAB programı ile getiri beklentisi %10 ve hisselerin portföylerdeki ağırlıkları en büyük %20 kısıtları altında yapılmıştır. Bulunan etkin portföyün risk derecesi %15'tir.

leri ve $j = 1, 2...N$ alternatifleri nitelendirmek üzere,

- minimizasyon yönlü kriterler için,

$$r_{sj} = \frac{u_s^{min}(A_j)}{u_s(A_j)}$$

- maksimizasyon yönlü kriterler için,

$$r_{sj} = \frac{u_s(A_j)}{u_s^{maks}(A_j)}$$

biçiminde normalize edilmiştir.

Böylece tüm kriterler maksimizasyon yönlü olarak dikkate alınabilir. Normalize edilmiş karar matrisi $[r_{sj}]$, EK II b)'de verilmektedir.

Böyle bir normalizasyon kriter değerleri arasındaki oransallığı korur ve her kriter için değerlerin [0-1] arasında değişmesini sağlar. Diğer bir anlatımla, herhangi bir A_k ve A_j için, bir $u_s(A_k)$ / $u_s(A_j)$ oranı $r_s(A_k)$ / $r_s(A_j)$ oranına eşit olur. Ancak, negatif değerlerin kullanımına izin vermez. (Bu nedenle tüm veri setinde bir tane olan negatif - 3.16 değeri (0) sıfır alınmıştır. Negatif değerlerin çokluğu ve oran ölçeğinde dönüşümün şart olmadığı durumda aşağıda verilen diğer bir normalizasyon yöntemi önerilmektedir.)

Buna göre bir alternatif (Aj) için toplamsal skor kriter ağırlıkları w_s'nin, $\sum_{s=1}^{S} w_s.u_s(Aj)$ modelinde yerine konulmasıyla hesaplanır. Bu kurala dayalı olarak seçilen senetlerin optimal bir portföy oluşturması için aşağıdaki model kullanılabilir (Bouri, M. ve diğ., 2002: 274):[18]

Her Aj senedinin $(j \in N)$ portföydeki oranını a_j, bu oranın üst sınırı olarak a_T, kriter ağırlıklarını w_s ve alternatiflerin kriter değerlerini $u_s(Aj)$ ile gösterirsek,

[18] Bu model ilgili kaynakta her portföyün PROMETHEE adı verilen yöntemle belirlenen fayda fonksiyonlarının maksimize edilmesi esasına dayalı olarak kurulmuştur. Biz burada aynı modeli alternatiflere ilişkin toplamsal skorların faydayı aynen temsil ettiğini düşünerek kullanıyoruz.

$$Maks(P) = Maks\sum_{s=1}^{S} w_s \, .P_s = Maks \sum_{s=1}^{S} w_s \, . \left(\sum_{j=1}^{N} a_j \, . \, u_s(Aj) \right) \tag{25}$$

$$s.t.$$

$$\sum_{j=1}^{N} a_j = 1$$

$$0 \leq a_j \leq a_T$$

modelinin çözümlenmesi Markowitz modelindekine benzer olarak her Aj alternatifinin optimal portföydeki oranlarını (a_j^*) verir. Diğer bir anlatımla, hisse senetlerinden bu oranlarla oluşturulacak bir portföy (P_{maks}), ilgili kısıtlar altında, en yüksek toplamsal skora sahip olacaktır.

Kriterler bu strateji kapsamında ele alırken, aşağıda verilen toplamsal model içerisinde kullanılacak üç farklı ağırlık grubunun farklı yatırımcı türlerini temsil ettiğini varsayacağımızı belirtmiştik.

Buna göre,

- "risk seven" bir karaktere sahip yatırımcının, Ortalama Getiri kriteri için %50, Beta için %20 ve diğerleri için %10'ar ağırlık belirlediğini **(Senaryo 1)**

- "riskten kaçınan" bir yatırımcının, Ortalama Getiri kriterini %20, Beta'yı %50 ve diğer kriterleri %10'ar oranda önemsediğini **(Senaryo 2)**

- "dengeli ya da kayıtsız" bir yatırımcının ise, Getiri %30, Beta %30, Likidite %10, PD/DD %15 ve F/K %15 olarak belirlendiğini **(Senaryo 3)**

varsayacağız.

Bu ağırlıklar (25)'de w_s yerine konularak her senaryoya göre optimal portföy dağılımı belirlenir.

Hisselerin portföylerdeki ağırlıkları %20 ile kısıtlanarak yapılan hesaplamalar sonucunda, birinci senaryoya göre *{A32, A44, A51, A59, A84}*; ikinci senaryoya göre *{A14, A31, A59, A65, A78}* ve üçüncüsüne göre *{A14, A32, A59, A65, A84}*, hepsi %20'lik oranlarla seçilmiştir.

Strateji 4 ve 5'in uygulanması: (q)-Pareto - (q)-skalar Model

"Geçmiş Dönem Performansı Yüksek Olan Hisse Senetlerinden Fiyatı Piyasaya Göre Ucuz Kalmış Olanlara" eşit oranda yatırım yapmak ifadesi ile tanımladığımız bu strateji hisse senedi seçim süreci iki aşamalı bir modelin uygulanmasını gerektirmektedir. Bu doğrultuda, (q)-Pareto - (q)-skalar modelde; ortalama getiri, beta, likidite ve PD/DD ilk aşama kriterleri (u_s) olarak ele alınacak, ikinci aşamada ise senetler F/K oranına göre (v) seçileceklerdir. Buna göre, ilk dört kriterde etkin kümeye giren senetler arasından, değerlendirme döneminde F/K oranı düşük olan, yani piyasaya göre ucuz kalmış olanların seçilmesi sağlanacaktır. Bu strateji, seçilen senetlerin daha fazla prim yapma potansiyelinin olduğu kabullenmesiyle oluşturulmuştur.

Strateji 3'te olduğu gibi 4 ve 5 te de çok kriterli yaklaşım kullanıldığından yine bir normalizasyon işlemine gerek vardır. Sıralama ölçeğinde Pareto kuralını kullanan bu modelde 3. Strateji için kullanılandan farklı bir normalizasyon daha uygun olacaktır.

Buna göre, $s = 1, 2..S$ indisleri kriterleri ve $j = 1, 2...N$ alternatifleri nitelendirmek üzere,

- minimizasyon yönlü kriterler,

$$r_{sj} = \frac{u_s^{maks}(A_j) - u_s(A_j)}{u_s^{maks}(A_j) - u_s^{min}(A_j)}$$

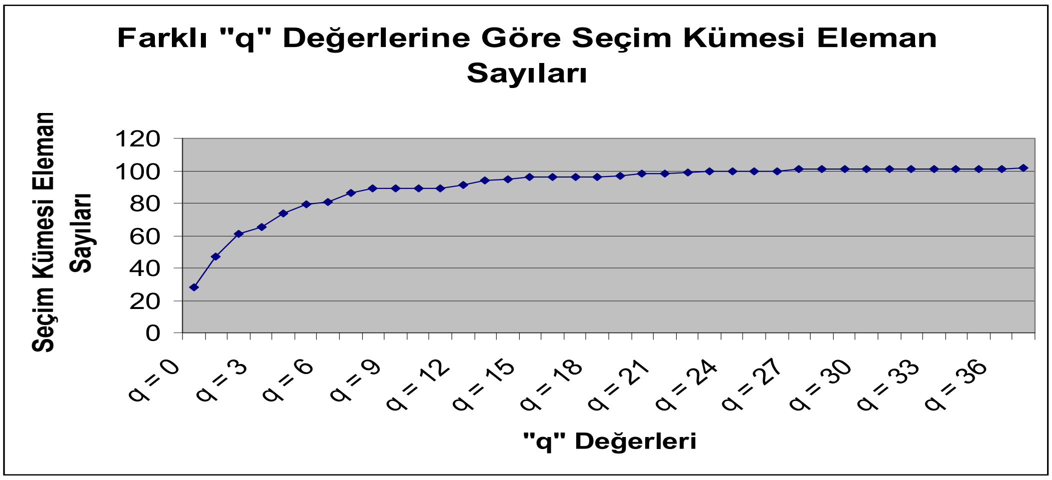
- maksimizasyon yönlü kriterler,

$$r_{sj} = \frac{u_s(A_j) - u_s^{min}(A_j)}{u_s^{maks}(A_j) - u_s^{min}(A_j)}$$

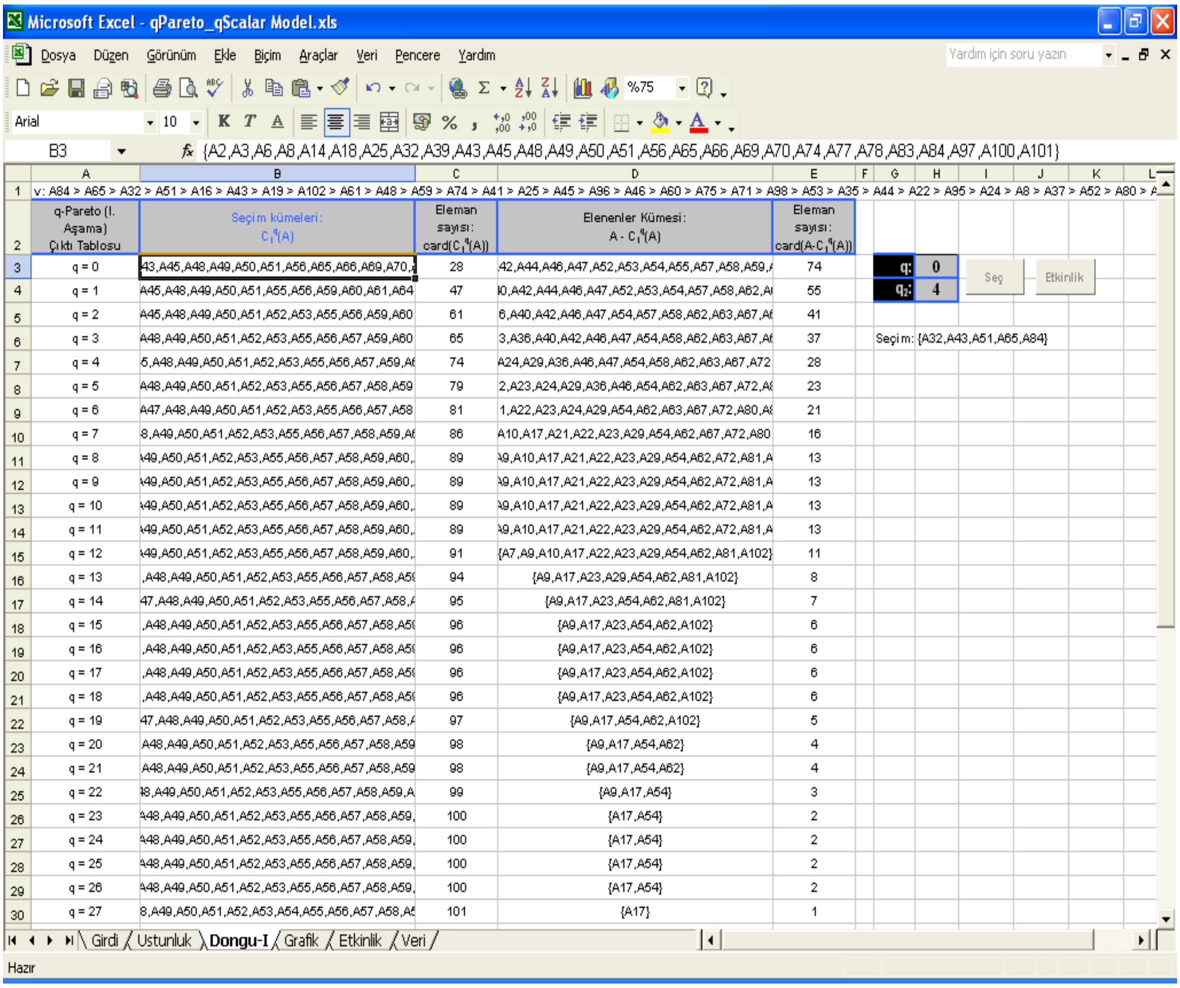
biçiminde normalize edilmiştir. Böylece tüm kriterler maksimizasyon yönlü olarak dikkate alınabilir. Normalize edilmiş karar matrisi $[r_{sj}]$, EK II c-)'dedir.

Böyle bir normalizasyonun kriter değerleri arasındaki oransallığı korumadığına dikkat edilmelidir. Bu dönüşüm de her kriter için değerlerin [0-1] arasında değişmesini sağlarken, herhangi bir A_k ve A_j için, bir $u_s(A_k)$ / $u_s(A_j)$ oranı $r_s(A_k)$ / $r_s(A_j)$ oranına eşit olmayacaktır. Ancak, negatif değerlerin kullanımına izin vermesi nedeniyle tercih edilmiştir.

Bu şekilde edilen normalize edilmiş veri kümesi, **"qParetoqSkalar Model.xls"** programının **Girdi** sayfasından (Bkz. Şekil 3.9) 102 alternatif ve 4 adet ilk aşama kriterine göre oluşturulan form üzerinde girilir. Aynı sayfada yer alan **"Üstünlük Hesapla"** düğmesine tıklandığında **Grafik** ve **Dongu -I** sayfalarında birinci aşama için yapılan ön seçimlere ilişkin bilgiler gözlemlenir. İlgili sayfalarda görüntülenen ekranlar aşağıda sunulmuştur.



Şekil 3.12. Farklı q'lara Göre Olası Seçim Kümelerinin Eleman Sayıları - Uygulama 2



Şekil 3.13. Uygulama 2 için Seçim Sonuçlarını Gösteren Ekran

Sonuçlar incelendiğinde, $q = 0$ iken 28 adet alternatifin etkin kümeyi oluşturduğu, ayrıca bir önceki örneğe kıyasla q'ların ilk değerlerinde sunum kümesinin büyük çoğunluğunun seçim kümesine dahil edildiği görülmektedir. Örneğin $q = 5$ için alternatif kümesinin yaklaşık %80'i seçilmiş olacaktır. Bu durum bu örnekte 1. aşamada değerlendirilen kriter sayısının fazlalığından kaynaklanmaktadır. Ele alınan çeşitli örneklerde bu anlamda farklı sonuçlarla karşılaşılması doğaldır.

Bu uygulamada karar vericinin Pareto kümesindeki eleman sayısını ilk aşama için yeterli gördüğünü ve ikinci aşamada seçilecek tek bir alternatifin çok yüksek veya çok düşük performans gösteren olma ihtimalini dışlamak için q_2'yi sıfırdan büyük örneğin $q_2 = 4$ belirleyerek 5 senedi nihai seçim kümesine dahil ettiğini varsayıyoruz. Ayrıca genel bir kabulle finans piyasasında izlenebilecek alternatif sayısının belirli bir sayıda (5-8) olması gerektiği söylenir.[19]

Böylece işletilen "Pareto – 4- skalar" modeli ile ilk aşamada belirenen ön seçim kümesi *{A2, A3, A6, A8, A14, A18, A25, A32, A39, A43, A45, A48, A49, A50, A51, A56, A65, A66, A69, A70, A74, A77, A78, A83, A84, A97, A100, A101}* arasından, 5 senet *{A32, A43, A51, A65, A84}* seçilmiştir.

Belirlenen dört kritere göre kendilerinden daha iyi bir alternatif bulunmayan senetler arasından piyasaya göre ucuz kalmış ilk beş senedin DEVA, EREGL, GSDHO, KRDMD, SKBNK olduğu bulunmuştur.

Dördüncü stratejiye göre bu beş senete eşit oranda yatırım yapılacaktır.

Beşinci strateji ise seçilen beş senetin klasik Markowitz modeline göre karşılaştırılması sonucunda etkin portföydeki oranları belirlenir. Buna göre, portföydeki ağırlıkları maksimum %20 ile kısıtlandığında dördüncü stratejideki sonuca ulaşılmış; %40 ile yapılan çözümde DEVA'ya portföyün % 38 EREGL'ye %32, GSDHO'ya %0, KRDMD'e %18 ve SKBNK'a %12'sinin yatırılmasının gerektiği bulunmuştur.

Stratejilerin Toplu Sonuçları:

Aşağıdaki tabloda stratejiler sonucunda seçilen çekici portföyde yer alan senetlerden oluşan seçim kümeleri ile birlikte senetlerin portöydeki yatırım oranları gösterilmektedir. Farklı stratejilerle oluşturulan farklı portföyler şunlardır:

[19] Gerek oransallığı korumayan normalize edilmiş matris değerleri üzerinden etkinlik skorlarının hesaplanmasının anlamlı bulunmaması, gerekse ilk aşamada sadece Pareto etkin alternatiflerin seçilmesi (bu sayının ikinci aşama için yeterli görülmesi) nedeniyle bu uygulamada bir öncekine benzer etkinlik analizi (ex-post analiz) yapılmamıştır.

Bunun yerine modelin sonuçlarının kısıtlı optimizasyon modellerinin sonuçlarıyla karşılaştırılması yolu tercih edilmiştir.

Strateji	Seçim kümesi	Senetlere Yatırım Oranları
STR1	IMKB 100	Endeks
STR2	*{A14, A41, A45, A59, A65, A78, A88, A97}*	{0,20; 0,19; 0,025; 0,14; 0,124; 0,08; 0,20; 0,04}
STR3 - Senaryo 1 STR3 - Senaryo 2 STR3 - Senaryo 3	*{A32, A44, A51, A59, A84}* *{A14, A31, A59, A65, A78}* *{A14, A32, A59, A65, A84}*	{0,20; 0,20; 0,20; 0,20; 0,20} {0,20; 0,20; 0,20; 0,20; 0,20} {0,20; 0,20; 0,20; 0,20; 0,20}
STR4*	*{A32, A43, A51, A65, A84}*	{0,20; 0,20; 0,20; 0,20; 0,20}
STR5*	*{A32, A43, A51, A65, A84}*	{0,38; 0,32; 0; 0,18; 0,12}

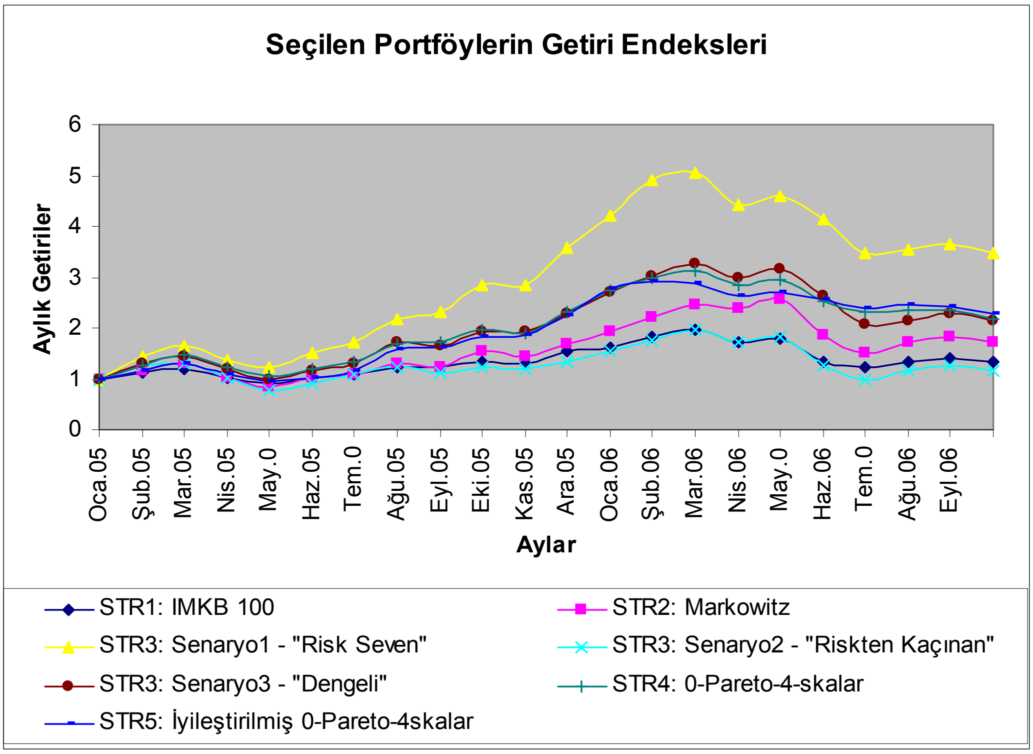
Tablo 3.8. Farklı Stratejilerle Seçilen Hisse Senedi ve Çekici Portföyler

Aşağıdaki tabloda ise, senetlerin Ocak 2005 - Eylül 2006 21 aylık dönemdeki verileri kullanılarak "eğer 1 Ocak 2005'te bu portföylere yatırım yapılarak dönem boyunca elde tutulsaydı" elde edilebilecek getirilerin ortalamaları ve yine aynı dönem itibariyle risk ölçütleri hesaplanmıştır.

Strateji	Portföylerin Ocak 2005 - Eylül 2006 Dönemi için Ortalama Getiri ve Risk Değerleri				
	Ortalama Getiri	Standart Sapma	Beta	Ortalama Getiri / Beta	Ortalama Getiri / Standart Sapma
STR1	% 2	% 11	1	% 2	% 18,18
STR2	% 3,76	% 15,14	1,22	% 2,61	% 24,83
STR3 - Senaryo 1 STR3 - Senaryo 2 STR3 - Senaryo 3	% 7,23 % 2,14 % 4,77	% 15,74 % 16,28 % 14,94	1,14 1,30 1,13	% 6,33 % 1,65 % 4,23	% 45,93 % 13,14 % 31,92
STR4*	% 4,59	% 13,01	0,98	% 4,66	% 35,28
STR5*	% 4,67	% 12,26	0,79	% 5,89	% 38,09

Tablo 3.9. Hisse Senedi ve Çekici Portföy Seçimi Stratejilerinin Sonuçları

Tablo 3.9.'daki sonuçların yorumlanmasına geçmeden önce Ocak 2005 tarihinde her portföyün getirisi = 1 olarak alındığınarak ulaşılan portföylerin getiri endeksleri grafiği hazırlanarak aşağıda sunulmuştur.



Şekil 3.14. Farklı Stratejilerle Seçilen Portföylerin Getiri Endeksleri

Farklı stratejilerin uygun modellerle işletilmesi ile yapılan seçimlerden oluşan portföylerin Ocak-2005 - Eylül-2006 dönemine ait sonuçları (Tablo 3.9. ve Şekil 3.14.) incelendiğinde;

- Ağırlıklı toplamsal modelle beş kriteri de dikkate alan ve "riski seven" yatırımcının oluşturduğu portföyün (Strateji 3 - Senaryo 1) en yüksek getiriyi sağladığı, bunu birbirine yakın seviyelerde "Pareto - q skalar" modelle seçilenler (Strateji 4 ve 5) ile 3. stratejide 3 nolu senaryoda tanımladığımız "dengeli ya da kayıtsız" yatırımcının seçtiği portföylerin izlediği görülmektedir. Birbirine oldukça yakın sonuçlar veren bu üç stratejinin ortak noktaları, seçim için F/K kriterine diğerlerine oranla daha yüksek bir önem veren stratejiler olmalarıdır.

Bu kriter iki aşamalı modelin de ikinci aşamasında alternatiflerin seçilmesini sağlayan faktördür.

- Ele alınan dönem itibariyle başarılı stratejilerin ortak noktaları ise getiriyi ön plana koymalarının yanında, diğer faktörleri de dikkate almalarıdır. Çok kriterli yaklaşımların, (Riski ön planda tutan Senaryo 2) hariç, Markowitz modelinden daha iyi sonuçlar vermeleri başta belirtilen anomalilerin piyasada geçerliliği savını güçlendiren bulgular olarak yorumlanabilir.

Bunun bir diğer nedeni ise piyasanın yükseliş trendine gireceği bir ortamda riski ön planda tutarak bir ters seçim yapılmış olmasıdır.

- 3 nolu strateji doğrultusunda farklı ağırlık senaryoları (yatırımcı tercihleri) yapılan seçimlerin ağırlıklara oldukça duyarlı olduğu gözlemlenmiştir. Dolayısıyla ağırlıkların (yatırımcının karakterinin) belirlenemediği ortamlarda kullanılmamaları gerekmektedir.

- Sonuçlarda temelde kullanılan modellerin benzerliğinden çok, ele alınan kriter yapısının (stratejiler) etkili olduğu söylenebilir.

- Riskten kaçınan strateji (Senaryo 2) hariç diğer tüm stratejiler IMKB-100'e yapılan yatırımdan daha çok kazandırmıştır.

- Belki de bu analizin en çarpıcı sonucu, bu çalışmada önerilen "(q)-Pareto - (q) skalar" seçim modelinin portföy optimizasyonu modeline (Markowitz) yaptığı katkı olmuştur. Strateji 2 ve 5 karşılaştırıldığında 102 hisse senedi üzerinde yapılan portföy analizi yerine, anomalileri de dikkate alan bir strateji ile seçilen belirli sayıda alternatiften bir portföy oluşturulduğunda yatırımın başarısının arttığı gözlemlenmiştir.

Elbetteki bu basit simulasyonun geleceğe ilişkin sonuçları, seçilen stratejiye, belirlenen kriterlere, iki aşamalı model için aşamalarda hangi kriter veye kriterlerin kullanıldığına ve dönemsel etkilere bağımlıdır.

Ancak, bu uygulamanın başında hedeflendiği gibi, burada asıl olarak "(q)-Pareto - (q) skalar" modelin hisse senedi veya çekici portföy seçimi problemine uygun bir biçimde adapte edilebileceği gösterilmiştir.

Modelin katkısı da bu noktada ortaya çıkmaktadır. Zira, bazı stratejilerin klasik modellerle ele alınması mümkün değildir; yine de bunların ele alınması için nesnel yöntemler kurgulanabilir. İşte "(q)-Pareto - (q) skalar" da böyle bir model olarak, ele alınan problemde, kriterlere ilişkin ağırlık belirlemede çekingen davranan, iki aşamalı bir strateji belirlemek ve gerektiğinde seçim kümelerini nesnel bir temele dayalı olarak genişletebilmek isteyen bir yatırımcı (karar verici) tarafından nesnel bir yöntem olarak kullanılabilir.

GENEL DEĞERLENDİRME ve SONUÇ

İşletmeler ve yöneticiler, karmaşık karar ortamında stratejik ve büyük boyutlu sayılabilecek seçim problemleriyle karşılaştıklarında, karar vermelerine yardımcı olacak etkili teknik ve modellere ihtiyaç duymaktadırlar. Bu çalışmada, karar vericilere karmaşık karar süreçlerinde yardımcı olmak üzere seçim teori ve metodolojisi içinde geliştirilmiş yöntemler aktarılarak, klasik seçim modellerinden türetilen yeni bir süreç tanıtılmış, ortaya konulan modelin seçim teorisindeki yeri klasik modellerle karşılaştırmalı olarak araştırılmış ve son olarak modelin işletme düzeyinde çok kriterli ve aşamalı karar durumlarına uygulanabilirliği sınanmıştır.

Çalışmanın başlangıcında burada ele alınacak problem, "birden çok bakış açısına göre belirli değerler alan, belirgin ve sonlu sayıda alternatifler arasından "en iyi" alternatifin basit kurallara dayalı (ikame bilgisinine ihtiyaç duymayan kurallar, örn. optimizasyon - baskınlık) yöntemlerle seçimi" olarak tanımlanmıştır. Karar vericinin kriterler arası ağırlık bilgisini belirleyemediği, buna karşın fazla sayıda alternatifi çok sayıda kritere göre değerlendirmek istediği bu tür problemlerin çözümü zor olmakla birlikte, sıklıkla karşılaşılan bir karar durumunu ifade eder.

Özellikle büyük boyutlu, yani fazla sayıda alternatifin (Örn. $|A| > 100$) birden çok kritere göre eşanlı ele alınmasını gerektiren problemlerde, tüm değerlendirmelerin bir seferde yapılmasındaki güçlük nedeniyle çok aşamalı süreçlerin işletildiği ileri sürülmektedir. Bunun nedeni insanoğlunun kısa dönemli hafıza kısıtı nedeniyle aynı anda birden fazla faktörü düşünmesindeki zorluk olarak açıklanmaktadır. Böylece karar vericilerin, büyük boyutlu problemlerde sıklıkla, "kabul edilemeyecek" (unacceptable) alternatifleri basit kurallarla eleyip, geriye kalan baskın alternatifler arasından seçim yaptıkları gözlemlenmiştir.

Aşamalı modeller arasında özel bir yeri bulunan iki aşamalı modellerin temelinde ise, karar vericilerin büyük boyutlu problemlerle karşılaştıklarında "salt bütünsel" (purely parallel) ya da "salt ardışık" (purely sequential) seçimler yapmaktan kaçındıkları, bunun yerine "Birinci Aşamada Eleme - İkinci Aşamada Seçim" (Screening-Choice) biçiminde iki-aşamalı süreçleri tercih ettikleri konusunda elde edilmiş bulgular yatmaktadır. İki aşamalı seçim için bir diğer mantıksal gerekçe de, değerlendirme kriterlerinin sahip oldukları özelliklere göre aynı anda ele alınmak yerine gruplanmaları yoluyla ifade edilen seçim davranışıdır. Karar verici örneğin "kaliteyi ucuza almak istediğinde" iki aşamalı bir prosedür işletir.

Bu tür problemlerin çözümüne bir yaklaşım, belirgin ve çok sayıda elemana sahip bir alternatifler kümesinin ilk aşamada çok kriterli baskınlık kuralı (Pareto) ile ele alınarak bir etkin kümeye daraltılması ve bu daraltılmış kümenin ikinci bir sunum kümesi olarak tek (skalar) bir kriter tarafından değerlendirilmesidir.

İşte bu çalışmada, böylece ifade edilen ve bir eleme - seçim işlemi gerçekleştiren bu model, içerdiği karar kurallarına seçimde tolerans gösterilmesini sağlayacak bir parametre (q) eklenerek genişletilmiş ve yeni bir iki aşamalı seçim modeli türetilmiştir.

Böylece Pareto - Skalar modelin her iki aşamasına da farklı düzeylerde tolerans gösterilmesini sağlayan q parametrelerinin eklenmesiyle çeşitli modeller oluşturulmuştur. Bir yandan "ön eleme - seçim" prosedürünü, diğer yandan "seçimde tolerans" mantığını aynı anda işletmeye yarayan bu modele (ya da modeller kümesine) "(q)-Pareto-(q)-skalar" adı verilmiştir.

Modeller öncelikle çalışmanın birinci bölümünde verilen genel seçim teorisi kavramlarıyla ifade edilmiş ve teorideki konumlarının belirginleştirilmesi amacıyla klasik rasyonellik koşullarına uygunlukları açısından irdelenmişlerdir. Çalışmanın ikinci bölümünde yapılan bu analizler sonucunda, "(q)-Pareto-(q)-skalar" iki aşamalı seçim modelinin klasik rasyonellik koşullarına genel olarak uymadıkları ve bu nedenle ancak çok ender durumlarda tek aşamalı klasik optimizasyon mekanizmalarına indirgenebilir yapıda oldukları ortaya konulmuştur.

Daha açık olarak "q- Pareto - Skalar", "q-Pareto - q-Skalar" veya "Pareto - q-Skalar" modeller için ayrı ayrı yapılan bu incelemeler sonucunda,

i) Modellerin tümünün genel olarak klasik koşullardan sapma gösterdikleri,

ii) Modellerin klasik tek aşamalı mekanizmalara denkliklerinin ancak çok katı koşullar altında (ender durumlarda) tanımlanabildiği tespit edilmiştir.

Bu ikinci çıkarıma ilişkin olarak, örneğin q- Pareto - Skalar modelin skalar optimizasyon mekanizmasına denkliğinin ancak tüm sunum kümeleri için ikinci aşamada yapılan seçimler ilk aşamada yapılan seçimler tarafından içeriliyorsa mümkün olduğu gösterilmiştir.

Aslında bu durum çok basit bir gerekçeden kaynaklanmaktadır. Bu gerekçe, tolerans parametrelerinin sıfırdan büyük olması nedeniyle (q ne olursa olsun) ikili karşılaştırmalarda bir üstünlük ilişkisinin oluşmaması, alternatiflerin birbirlerine denk görülmesidir. Halbuki klasik seçim aksiyomları ikili karşılaştırmalar (ikili - baskınlık) temelinde oluşturulmuştur.

Bu şekilde basit genişletmelerle klasik modellerden ayrılan, ancak uygulamada önemli ihtiyaçlara cevap veren, genel kabul görmüş uygulamaları olan başka modeller de mevcuttur. Bunlara "klasik olmayan yaklaşımlar" denilir. Turnuva Seçim Prosedürleri, Aralık Ölçeğinde Seçim, Tatmin Edicilik Kuralı ile Seçim klasik optimizasyon temelinden sapan ancak bir çok uygulamasının olduğu bilinen modellerdir.

Bu çalışmada önerilen modelin de bu kapsamda ele alındığında, içerdiği klasik mekanizmaların "seçimde tolerans" ve "ön eleme-seçim prosedürünü işletme" gibi iki ihtiyaca aynı model içinde cevap vererek seçim teori ve uygulamasına katkı yaptığı söylenebilir. Modelin bu ihtiyaçlara ne şekilde cevap verdiği ve bu nedenle oldukça anlamlı ve uygulanabilir bir seçim prosedürünü tanımladığı uygulama bölümünde gösterilmiştir.

Geliştirilen basit bir algoritma aracılığı ile işletilen modelin ürettiği sonuçların, bilinen yöntemlerle hesaplanabilen etkinlik dereceleri ile karşılaştırılmasına olanak vermek amacıyla, uygulama bölümünün başında bir çözüm sonrası analiz modülü de sunulmuştur. Nesnel kurallara dayanması ve toleransı objektif bakış açısı ile tanımlaması sayesinde etkin bir algoritma ve basit bir kodlama ile işletilebilen model, karar vericiye her farklı tolerans derecesinde elde edebileceği seçim kümelerini sunmakta, böylece en uygunu seçmek kolaylaşmaktadır. Ayrıca, bir basit örnek üzerinde modelin üstün alternatif sayısı bazında genişlettiği etkin kümenin, yaklaşık bir etkinsizlik derecesine işaret ettiği gösterilmiştir.

Son bölümde model yönetim ve işletmecilik alanındaki gerçek - hayat seçim problemlerine uygulanmıştır. Modelin uygulandığı problemlerden biri "bir yüksek lisans programına başvuran adaylar arasından yapılacak seçim"dir. Kurgulanan model, her sene onlarca bazen yüzlerce başvurunun yapıldığı, adaletli ve sağlıklı bir değerlendirmenin yapılmasını gerektiren ve özünde iki aşamalı bir seçim sürecine işaret eden bu problemin çözümünde toleransa olanak veren bir ön eleme - seçim modeli olarak önerilmiştir. Ayrıca modelin, bu uygulama üzerinde birinci ve ikinci aşamada istenildiği kadar adayın seçimini sağlayacak şekilde işletilebileceği gösterilmiştir. Ancak böyle bir uygulama örneğinde seçimin ileriki sonuçlarının gözlenebilmesi olanaksız olduğundan, model ikinci bir işletmecilik problemine uygulanmıştır.

Ele alınan bu ikinci uygulamada "çok kriterli yaklaşımla hisse senedi ve portföy seçiminde" yatırımcının iki aşamalı bir strateji olarak "geçmiş performansı iyi olan hisse senetleri arasından en ucuzunu seçmek" gibi bir stratejiyi bu modelle ele alabileceği gösterilmiştir. Bu problemde de alternatifler (yatırım yapılabilecek senetler) çok sayıdadır ve bunların performansını tanımlayan çok sayıda kriter ele alınabilir. Her ne kadar etkin portföy teorisi yalnızca risk ve / veya getiri kriterlerini dikkate alıyorsa da, ampirik incelemelerin sonuçları uygulamada teoriden sapmalar olduğunu göstermiştir. Bu nedenle tam etkin olmayan bir piyasada başkaca kriterlerin de dikkate alınması gerekmektedir.

Ayrıca, yatırımcı stratejilerini sadece tek aşamada belirlemek istemeyebilir. Örneğin yukarıda ifade edilen strateji uygulamada sık görülmektedir. Dolayısıyla bu çalışmada ortaya konulan modelle portföy tercihi kararı geliştirilmeye çalışılmıştır. Statik bir değerlendirme sonucunda modelin piyasada oluşan anomalileri dikkate aldığı ve yatırımcının iki aşamalı stratejisini tam olarak modelleyebildiği için başarılı olduğu sonucuna varılmıştır. Tek kritere göre kısıtlı optimizasyona dayalı veya çok kriteri ağırlıklandırarak değerlendirme yapan modellere göre daha yüksek getirili portföye ulaşılmasını sağlamıştır. Ancak asıl olarak, "(q)-Pareto - (q) skalar" modelin hisse senedi veya çekici portföy seçimi problemine uygun bir biçimde adapte edilebileceği gösterilmiştir.

Ortaya konulan bu model, belirli özelliklerde tanımlanan bir çok başka seçim problemine de uygulanabilir bir yapıdadır. Ancak özellikle alternatif bazında ayrıntılı analizlerin gerçekleştirilmesinin zor gözüktüğü büyük boyutlu ve çok kriterli seçim problemleri için; temel aldığı kuralların (Pareto ve skalar optimizasyon) basitliği sayesinde karar verici tarafından "anlaşılması kolay"; iki aşamalı prosedürlerde elenecek ve seçilecek alternatif sayısının karar vericinin basitçe (uygulamanın öncesi veya sonrasında) belirleyebileceği bir "q" tolerans parametresi ile genişletilebilmesine olanak vermesi nedeniyle "esnek"; "hesaplanış açısından etkin" (computationally efficient) ve "bilgi gereksinimi açısından makul" (informationally feasible) bir çözüm yolu sağladığı söylenebilir.

ÖZET

Bu çalışmada, önemli bir yönetim ve karar problemi olan “belirgin alternatifler arasından çok kriterli seçim" probleminin çözümü için yeni bir iki-aşamalı seçim modeli önerilmiştir. En genel haliyle “(q) - Pareto - (q) -skalar” olarak adlandırılan bu model, klasik çok kriterli (Pareto) ve tek kriterli (skalar) optimizasyon seçim kurallarını ard arda işleten ve bir "ön eleme - seçim" prosedürünü tanımlayan “Pareto - skalar” iki aşamalı seçim modelini, seçime bir "tolerans" mantığı ekleyerek genişletmektedir.

Çok sayıda elemana sahip bir alternatifler kümesinden Pareto modeli ile elde edilen ‘etkin küme’ çoğunlukla fazla sayıda alternatif içerdiğinden, bu küme ikinci aşamada bir skalar mekanizma yardımıyla tek ya da az elemanlı seçim kümesine indirgenebilir. Bunun yanında gerçek hayatta sıklıkla seçim kümesinin bir tür "tolerans" kavramı ile genişletilmesine de ihtiyaç duyulmaktadır. Bunu sağlayan bir yaklaşım, seçime bir şekilde iyi organize olmuş ‘yaklaşık optimal’ elemanların da dahil edilmesine olanak sağlayan bir q parametresinin seçim kuralına eklenmesini önerir. Yazında klasik modellerin bu şekilde genişletilmesiyle oluşturulmuş modeller "q-Pareto" ve "q-skalar" olarak adlandırılmaktadır. Bu iki modelin ve klasik biçimlerinin ard arda işletilmesi ile "Pareto - skalar" modelin q parametresi ile genişletilmesi sağlanır.

Çalışmada elde edilen bu yeni iki aşamalı seçim modellerinin, karmaşık yapıları nedeniyle, ancak çok katı şartlar altında klasik rasyonellik özelliklerini sağlayabildikleri, ancak uygulamada “ön eleme - seçim prosedürünü işletme" ve "seçimde toleransa olanak verme” gibi iki önemli ihtiyaca aynı anda cevap verdikleri gösterilmiştir. Modeller, biri "öğrenci seçimi" diğeri "hisse senedi ve portföy seçimi" olmak üzere işletmecilik alanından iki ayrı problem üzerinde uygulanmıştır.

ABSTRACT

In this study, we propose a new two-stage choice model to solve the problem of "multicriterial choice among many alternatives" which is an important management and decision problem. The model is called as "(q) - Pareto - (q) -scalar" in its most general form. It extends the classical "Pareto - scalar" two stage choice model which executes multicriterial Pareto model and scalar optimization model sequentially and defines an "elimination - choice" procedure by taking into account the tolerance (insensitivity) logic.

Since the 'efficient set' chosen from a large set of alternatives by the "Pareto" model usually contains many elements, they can be reduced to one or a few, with respect to a scalar criterion in a second stage. This "elimination - choice" procedure is called as "Pareto-scalar" choice model. Besides, in many real cases extending choice by taking into account any form of tolerance is desired. One approach suggests to add the choice rule a tolerance parameter "q" providing to include into choice not only optimal elements but somehow 'well-organized' non-optimal elements. Such procedures which extend classical models are called as "q-Pareto" and "q-scalar".

In this study we construct new two - stage multicriterial choice models by implementing these two models sequentially with their classical counterparts and we show that the proposed models in general do not satisfy well-known rationality conditions owing to their complex structure. We also show that, they can let one to implement an "screening - choice" procedure together with a tolerance logic, by applying them to the management problems of "student selection (admission)" and "stock evaluation and selection" processes.

EKLER

EK I -a) UYGULAMA-1 İÇİN VERİ SETİ:

Aday	LES	LMNO	SÖZLÜ
A1	73,304	80,05	100
A2	70,918	73,7	100
A3	73,491	78,05	100
A4	67,414	99,4	100
A5	71,812	72,9	100
A6	75,739	73,2	100
A7	65,792	74,2	100
A8	65,761	74,3	100
A9	70,548	74,25	100
A10	68,475	83,55	100
A11	64,021	78,1	90
A12	63,108	76,2	90
A13	72,179	79,6	90
A14	64,385	80,8	90
A15	68,44	70,8	90
A16	70,091	73,6	90
A17	67,962	97,3	90
A18	64,643	72,1	90
A19	63,315	77,94	90
A20	68,222	78,4	90
A21	61,887	89,13	80
A22	68,233	80,7	80
A23	66,097	77,1	80
A24	63,997	73,75	80
A25	60,076	86,59	80
A26	64,919	80,85	80
A27	60,1	79,7	80
A28	60,2	79,5	80
A29	61,43	78	80
A30	60,474	82,9	80
A31	71,288	74	70
A32	70,451	84,3	70
A33	71,072	80,08	70
A34	70,925	80,83	70
A35	60,31	84,4	70
A36	68,543	80	70
A37	68,006	97,9	70
A38	62,31	72	70
A39	68,619	78,7	70
A40	65,952	79,4	70

A41	64,709	71,5	60
A42	66,287	75,7	60
A43	69,579	70,7	60
A44	66,982	86,25	60
A45	64,075	73,5	60
A46	69,919	81,7	60
A47	66,66	71,1	60
A48	68,934	72,15	60
A49	63,401	75,2	60
A50	64,975	78,9	60
A51	61,573	84,27	50
A52	65,564	75,3	50
A53	61,83	82,4	50
A54	64,162	81,6	50
A55	66,809	80,2	50
A56	69,66	76,8	50
A57	64,386	77,85	50
A58	68,018	85,49	50
A59	67,496	72,5	50
A60	64,25	76,85	50
A61	66,813	76,25	40
A62	64,546	74,7	40
A63	60,768	81,8	40
A64	65,742	81,03	40
A65	66,632	75,6	40
A66	68,099	80,03	40
A67	63,933	75	40
A68	68,389	77,4	40
A69	66,76	71,05	40
A70	65,616	77,69	40
A71	67,433	81,3	30
A72	64,192	70,5	30
A73	60,228	77,2	30
A74	60,092	77	30
A75	66,887	80,75	30
A76	65,638	72,4	30
A77	61,905	79,8	30
A78	67,431	76,42	30
A79	62,105	77,97	30
A80	66,673	80,12	30

A81	65,1	73,91	20
A82	61,943	76,9	20
A83	60,894	81,2	20
A84	66,507	77,05	20
A85	64,201	74,53	20
A86	61,27	76	20
A87	62,763	81,19	20
A88	61,827	71,3	20
A89	62,166	83,7	20
A90	66,782	70,9	20
A91	60,696	75,89	10
A92	65,853	74,1	10
A93	60,139	77,9	10
A94	64,46	79,58	10
A95	62,591	74,8	10
A96	62,496	75,25	10
A97	64,612	77,45	10
A98	64,051	80,65	10
A99	62,103	74,5	10
A100	61,755	76,5	10
A101	60,157	84	5
A102	63,897	76,04	5
A103	61,227	76,6	5
A104	64,247	72,2	5
A105	61,017	75,5	5
A106	61,4	73,1	5
A107	60,296	79	5
A108	60,054	79,9	5
A109	61,893	76,95	5
A110	60,15	72,44	5
A111	61,583	77,5	5
A112	60,3	71	5

EK I b-) - UYGULAMA-1 İÇİN ÇÖZÜM SONRASI ANALİZ SONUÇLARI TABLOSU

	I. Aşama						II. Aşama			"26-Pareto-30-skalar" Sonuç
	ETKİNLİK	1/ ETK.	HEDEF	KRİTER	q	Ön Seçim	ETK.	1/ ETK.	q2	Seçim
A1	1,0000	1,0000	-	-	0	✓	1,00	1,00	0	✓
A2	0,9650	1,0363	A3	LES	6	✓	1,00	1,00	0	✓
A3	1,0000	1,0000	-	-	0	✓	1,00	1,00	0	✓
A4	1,0000	1,0000	-	-	0	✓	1,00	1,00	0	✓
A5	0,9770	1,0235	A3	LES	4	✓	1,00	1,00	0	✓
A6	1,0000	1,0000	-	-	0	✓	1,00	1,00	0	✓
A7	0,9270	1,0787	A1	LMNO	32		1,00	1,00	0	
A8	0,9270	1,0787	A34	LES	31		1,00	1,00	0	
A9	0,9600	1,0417	A3	LES	5	✓	1,00	1,00	0	✓
A10	0,9910	1,0091	A32	LMNO	1	✓	1,00	1,00	0	✓
A11	0,9260	1,0799	A32	LMNO	29		0,90	1,11	10	
A12	0,9040	1,1062	A32	LMNO	42		0,90	1,11	10	
A13	0,9940	1,0060	A1	LMNO	1	✓	0,90	1,11	10	✓
A14	0,9470	1,0560	A37	LES	12	✓	0,90	1,11	10	✓
A15	0,9310	1,0741	A3	LES	18	✓	0,90	1,11	10	✓
A16	0,9540	1,0482	A3	LES	9	✓	0,90	1,11	10	✓
A17	0,9990	1,0010	A37	LES	1	✓	0,90	1,11	10	✓
A18	0,9010	1,1099	A1	LMNO	49		0,90	1,11	10	
A19	0,9245	1,0816	A32	LMNO	31		0,90	1,11	10	
A20	0,9680	1,0331	A32	LES	10	✓	0,90	1,11	10	✓
A21	0,9100	1,0989	A37	LES	3	✓	0,80	1,25	20	✓
A22	0,9690	1,0320	A32	LES	4	✓	0,80	1,25	20	✓
A23	0,9380	1,0661	A32	LES	23	✓	0,80	1,25	20	✓
A24	0,9080	1,1013	A32	LES	52		0,80	1,25	20	
A25	0,8840	1,1312	A37	LMNO	4	✓	0,80	1,25	20	✓
A26	0,9540	1,0482	A58	LES	10	✓	0,80	1,25	20	✓
A27	0,8840	1,1312	A37	LES	34		0,80	1,25	20	
A28	0,8850	1,1299	A37	LES	35		0,80	1,25	20	
A29	0,9030	1,1074	A37	LES	37		0,80	1,25	20	
A30	0,8890	1,1249	A37	LES	10	✓	0,80	1,25	20	✓
A31	0,9700	1,0309	A3	LES	3	✓	0,70	1,43	30	✓
A32	1,0000	1,0000	-	-	0	✓	0,70	1,43	30	✓
A33	1,0000	1,0000	-	-	0	✓	0,70	1,43	30	✓
A34	1,0000	1,0000	-	-	0	✓	0,70	1,43	30	✓
A35	0,8870	1,1274	A37	LES	6	✓	0,70	1,43	30	✓
A36	0,9730	1,0277	A32	LES	5	✓	0,70	1,43	30	✓
A37	1,0000	1,0000	-	-	0	✓	0,70	1,43	30	✓
A38	0,8840	1,1312	A32	LES	71		0,70	1,43	30	
A39	0,9740	1,0267	A32	LES	6	✓	0,70	1,43	30	✓
A40	0,9420	1,0616	A32	LMNO	19	✓	0,70	1,43	30	✓

A41	0,8930	1,1198	A1	LMNO	***49***		0,60	1,67	***40***
A42	0,9370	1,0672	A34	LMNO	***27***		0,60	1,67	***40***
A43	0,9470	1,0560	A3	LES	***14***	✓	0,60	1,67	***40***
A44	0,9850	1,0152	A37	LES	***3***	✓	0,60	1,67	***40***
A45	0,9090	1,1001	A32	LES	***52***		0,60	1,67	***40***
A46	0,9920	1,0081	A32	LES	***1***	✓	0,60	1,67	***40***
A47	0,9090	1,1001	A1	LES	***34***		0,60	1,67	***40***
A48	0,9380	1,0661	A3	LES	***14***	✓	0,60	1,67	***40***
A49	0,9000	1,1111	A32	LES	***45***		0,60	1,67	***40***
A50	0,9360	1,0684	A32	LMNO	***21***	✓	0,60	1,67	***40***
A51	0,9050	1,1050	A37	LES	***7***	✓	0,50	2,00	***50***
A52	0,9310	1,0741	A32	LES	***33***		0,50	2,00	***50***
A53	0,9090	1,1001	A37	LES	***9***	✓	0,50	2,00	***50***
A54	0,9430	1,0604	A37	LES	***8***	✓	0,50	2,00	***50***
A55	0,9510	1,0515	A32	LMNO	***12***	✓	0,50	2,00	***50***
A56	0,9590	1,0428	A1	LMNO	***7***	✓	0,50	2,00	***50***
A57	0,9230	1,0834	A32	LMNO	***27***		0,50	2,00	***50***
A58	**1,0000**	***1,0000***	**-**	**-**	***0***	✓	0,50	2,00	***50***
A59	0,9210	1,0858	A1	LES	***24***	✓	0,50	2,00	***50***
A60	0,9120	1,0965	A32	LES	***34***		0,50	2,00	***50***
A61	0,9430	1,0604	A34	LMNO	***23***	✓	0,40	2,50	***60***
A62	0,9160	1,0917	A32	LES	***37***		0,40	2,50	***60***
A63	0,8940	1,1186	A37	LES	***11***	✓	0,40	2,50	***60***
A64	0,9610	1,0406	A32	LMNO	***9***	✓	0,40	2,50	***60***
A65	0,9390	1,0650	A34	LES	***26***	✓	0,40	2,50	***60***
A66	0,9670	1,0341	A32	LES	***7***	✓	0,40	2,50	***60***
A67	0,9070	1,1025	A32	LES	***44***		0,40	2,50	***60***
A68	0,9640	1,0373	A34	LES	***10***	✓	0,40	2,50	***60***
A69	0,9100	1,0989	A3	LMNO	***33***		0,40	2,50	***60***
A70	0,9310	1,0741	A32	LES	***24***	✓	0,40	2,50	***60***
A71	0,9640	1,0373	A32	LMNO	***6***	✓	0,30	3,33	***70***
A72	0,8810	1,1351	A1	LMNO	***64***		0,30	3,33	***70***
A73	0,8860	1,1287	A37	LES	***50***		0,30	3,33	***70***
A74	0,8840	1,1312	A37	LES	***57***		0,30	3,33	***70***
A75	0,9580	1,0438	A32	LMNO	***10***	✓	0,30	3,33	***70***
A76	0,9040	1,1062	A1	LMNO	***42***		0,30	3,33	***70***
A77	0,9100	1,0989	A37	LES	***25***	✓	0,30	3,33	***70***
A78	0,9510	1,0515	A34	LES	***19***	✓	0,30	3,33	***70***
A79	0,9130	1,0953	A37	LES	***33***		0,30	3,33	***70***
A80	0,9500	1,0526	A32	LMNO	***13***	✓	0,30	3,33	***70***

A81	0,9180	1,0893	A34	LES	***39***		0,20	5,00	***80***
A82	0,9110	1,0977	A37	LES	***41***		0,20	5,00	***80***
A83	0,8950	1,1173	A37	LES	***14***	✓	0,20	5,00	***80***
A84	0,9440	1,0593	A32	LES	***23***	✓	0,20	5,00	***80***
A85	0,9110	1,0977	A32	LES	***42***		0,20	5,00	***80***
A86	0,9010	1,1099	A37	LES	***56***		0,20	5,00	***80***
A87	0,9230	1,0834	A37	LES	***10***	✓	0,20	5,00	***80***
A88	0,8780	1,1390	A32	LES	***81***		0,20	5,00	***80***
A89	0,9140	1,0941	A37	LES	***6***	✓	0,20	5,00	***80***
A90	0,9090	1,1001	A3	LES	***33***		0,20	5,00	***80***
A91	0,8920	1,1211	A58	LES	***60***		0,10	10,00	***90***
A92	0,9260	1,0799	A1	LMNO	***32***		0,10	10,00	***90***
A93	0,8840	1,1312	A37	LES	***47***		0,10	10,00	***90***
A94	0,9440	1,0593	A32	LMNO	***21***	✓	0,10	10,00	***90***
A95	0,8880	1,1261	A32	LES	***50***		0,10	10,00	***90***
A96	0,8930	1,1198	A32	LMNO	***48***		0,10	10,00	***90***
A97	0,9190	1,0881	A32	LMNO	***27***		0,10	10,00	***90***
A98	0,9420	1,0616	A37	LES	***16***	✓	0,10	10,00	***90***
A99	0,8840	1,1312	A32	LMNO	***56***		0,10	10,00	***90***
A100	0,9070	1,1025	A32	LMNO	***48***		0,10	10,00	***90***
A101	0,8850	1,1299	A37	LES	***9***	✓	0,05	20,00	***100***
A102	0,9070	1,1025	A32	LES	***41***		0,05	20,00	***100***
A103	0,9000	1,1111	A37	LES	***51***		0,05	20,00	***100***
A104	0,9020	1,1086	A1	LMNO	***54***		0,05	20,00	***100***
A105	0,8960	1,1161	A32	LMNO	***60***		0,05	20,00	***100***
A106	0,8720	1,1468	A32	LES	***77***		0,05	20,00	***100***
A107	0,8870	1,1274	A37	LES	***36***		0,05	20,00	***100***
A108	0,8830	1,1325	A37	LES	***34***		0,05	20,00	***100***
A109	0,9100	1,0989	A37	LES	***42***		0,05	20,00	***100***
A110	0,8590	1,1641	A32	LMNO	***92***		0,05	20,00	***100***
A111	0,9060	1,1038	A37	LES	***40***		0,05	20,00	***100***
A112	0,8560	1,1682	A32	LES	***97***		0,05	20,00	***100***

EK II a-) UYGULAMA-2 İÇİN VERİ SETİ

		Ortalama Getiri	BETA	LİKİDİTE	PD/DD	F/K Oranı
A1	ADNAC	7,12	1,07	0,98	1,34	9,98
A2	AEFES	5,72	0,61	0,03	2,84	13,70
A3	AGYO	6,21	1,08	0,98	0,49	16,24
A4	AKBNK	6,42	0,90	0,04	2,15	11,12
A5	AKCNS	5,21	0,64	0,03	1,37	13,21
A6	AKENR	1,55	0,67	0,16	0,68	62,38
A7	AKGRT	6,66	1,18	0,12	2,76	12,44
A8	AKSA	2,52	0,71	0,15	0,64	8,92
A9	ALARK	5,48	1,21	0,10	2,05	315,49
A10	ALCTL	2,97	0,93	0,27	7,59	10,31
A11	ALGYO	4,64	0,98	0,24	0,66	100,00
A12	ALKA	4,50	0,86	0,14	0,84	43,73
A13	ALKİM	4,72	0,67	0,10	1,00	11,01
A14	ANACM	9,25	0,52	0,01	1,34	9,98
A15	ANHYT	9,33	1,25	0,03	2,00	11,72
A16	ANSGR	7,65	1,08	0,09	1,32	3,97
A17	ARCLK	4,53	1,11	0,04	2,10	13,03
A18	ARSAN	(3,56)	1,00	0,16	0,45	42,78
A19	ASELS	0,95	0,69	0,28	1,74	4,76
A20	ASUZU	5,55	0,89	0,07	1,22	9,13
A21	AYGAZ	2,65	0,97	0,04	0,95	12,26
A22	BANVT	4,38	0,89	0,09	1,48	8,80
A23	BEKO	3,64	0,94	0,12	2,22	27,39
A24	BOLUC	4,63	0,99	0,18	1,11	8,90
A25	BOSSA	1,91	0,76	0,12	0,49	6,30
A26	BOYNR	3,19	0,68	0,50	7,33	100,00
A27	BRSAN	7,42	0,69	0,13	1,79	12,08
A28	BRYAT	7,38	1,11	0,20	1,25	21,40
A29	BSHEV	2,94	0,77	0,03	4,07	19,55
A30	CİMSA	5,79	0,77	0,04	1,22	9,99
A31	CYTAS	9,34	0,90	1,55	2,46	20,08
A32	DEVA	4,70	0,58	0,72	0,89	3,38
A33	DGZTE	8,23	1,50	0,29	1,71	46,00
A34	DOHOL	6,96	1,36	0,63	1,22	14,25
A35	DOKTS	6,58	0,98	0,24	0,88	8,75
A36	DYHOL	7,23	1,01	0,12	3,48	19,48
A37	ECİLC	7,19	0,83	0,16	0,90	8,92
A38	ECYAP	2,71	0,84	0,20	0,65	100,00
A39	ECZYT	5,31	0,82	0,31	0,51	12,30
A40	EFES	8,37	1,21	0,44	2,53	15,05
A41	EGSER	7,55	0,67	0,37	1,19	6,28
A42	ENKAI	3,99	0,64	0,02	2,13	20,65
A43	EREGL	7,80	1,13	0,19	0,73	4,39
A44	FINBN	9,39	1,07	0,11	1,52	8,80
A45	FORTS	9,68	1,08	0,10	1,01	6,86
A46	FROTO	6,56	0,80	0,03	2,14	7,40
A47	GARAN	6,74	1,05	0,13	1,76	12,72
A48	GLYHO	3,89	1,50	2,51	1,12	5,50
A49	GOLDS	4,69	0,83	1,43	0,81	103,64
A50	GRGYO	8,63	0,63	0,49	0,84	77,47

A51	GSDHO	4,10	1,14	1,31	0,31	3,51
A52	GUSGR	4,77	0,70	0,13	1,37	8,98
A53	HEKTS	4,66	0,95	0,33	0,86	8,17
A54	HURGZ	5,57	1,14	0,07	2,39	40,39
A55	IHEVA	6,05	0,82	0,80	2,16	57,21
A56	IHGYO	2,02	1,09	1,00	0,80	100,00
A57	IHLAS	3,33	1,13	1,19	2,07	29,79
A58	ISCTR	7,48	1,11	0,11	1,70	19,65
A59	ISFIN	13,66	1,01	1,07	1,47	5,67
A60	ISGYO	7,07	1,07	0,41	0,92	7,61
A61	IZMDC	8,12	1,08	1,54	1,33	5,04
A62	KCHOL	4,30	1,04	0,11	1,77	14,42
A63	KIPA	4,20	0,71	0,03	1,95	45,92
A64	KORDS	4,14	0,78	0,05	0,86	10,32
A65	KRDMD	14,37	0,78	2,63	1,30	3,12
A66	KRSTL	2,97	1,15	1,60	0,59	51,16
A67	MIGRS	4,41	0,75	0,06	2,54	27,40
A68	MİPAZ	6,17	1,24	1,01	2,11	100,00
A69	MMART	6,06	0,93	0,93	1,15	10,35
A70	MNDRS	1,34	1,05	0,50	0,31	169,64
A71	MRDIN	6,00	0,88	0,16	1,76	7,70
A72	NETAS	3,41	1,01	0,22	1,50	55,00
A73	NTHOL	6,87	1,11	1,54	3,08	100,00
A74	NTTUR	7,84	1,25	1,97	0,74	6,17
A75	OTKAR	4,60	0,68	0,20	1,32	7,68
A76	PETKM	2,26	0,58	0,04	0,97	100,00
A77	PNSUT	6,64	0,81	0,14	0,32	35,97
A78	PRKTE	9,40	0,67	1,24	3,40	40,11
A79	PTOFS	2,38	0,70	0,03	0,89	12,84
A80	SAHOL	4,52	0,96	0,14	1,07	9,12
A81	SANKO	3,02	1,15	0,28	1,53	92,56
A82	SASA	2,85	0,83	0,03	0,49	100,00
A83	SISE	7,27	0,98	0,08	0,84	9,36
A84	SKBNK	8,70	1,24	1,21	0,98	2,99
A85	SODA	4,09	0,84	0,13	0,45	313,51
A86	TATKS	4,09	0,78	0,18	1,84	59,45
A87	TCELL	6,45	0,79	0,05	3,78	19,99
A88	TEBNK	8,27	0,75	0,08	1,26	12,97
A89	TYHAO	2,86	0,81	0,14	1,28	9,21
A90	TIRE	5,93	0,85	0,17	1,07	145,11
A91	TNSAS	3,75	0,86	0,29	2,58	100,00
A92	TOASO	5,40	1,05	0,22	1,43	23,66
A93	TRCAS	5,01	0,94	0,15	1,31	10,63
A94	TRKCM	4,50	0,63	0,03	1,11	10,57
A95	TUDDF	6,97	0,99	0,11	1,43	8,87
A96	TUPRS	4,99	0,83	0,05	1,21	7,23
A97	ULKER	4,25	0,55	0,12	2,59	31,05
A98	UZEL	6,70	0,73	0,08	1,24	8,12
A99	VESTL	3,81	0,93	0,31	0,88	9,17
A100	YKBNK	7,35	1,23	0,50	0,77	29,16
A101	YKGYO	6,28	1,19	0,60	0,54	100,00
A102	YKSGR	2,76	0,97	0,03	1,24	4,84
	Max	14,37	1,50	2,63	7,59	315,49
	Min	(3,56)	0,52	0,01	0,31	2,99

EK II b-) UYGULAMA 2'DE ELE ALINAN Strateji 3 için NORMALİZE EDİLMİŞ KARAR MATRİSİ

	Getiri	BETA	LİKİDİTE	PD/DD	F/K
A1	0,4957	0,4826	0,3721	0,2289	0,2999
A2	0,3981	0,8464	0,0131	0,1080	0,2184
A3	0,4323	0,4788	0,3713	0,6264	0,1842
A4	0,4469	0,5719	0,0142	0,1422	0,2690
A5	0,3628	0,8138	0,0123	0,2245	0,2264
A6	0,1078	0,7748	0,0596	0,4526	0,0480
A7	0,4633	0,4368	0,0443	0,1111	0,2405
A8	0,1753	0,7294	0,0566	0,4801	0,3355
A9	0,3818	0,4276	0,0367	0,1497	0,0095
A10	0,2070	0,5540	0,1029	0,0404	0,2902
A11	0,3229	0,5261	0,0923	0,4618	0,0299
A12	0,3130	0,6017	0,0539	0,3627	0,0684
A13	0,3288	0,7671	0,0380	0,3073	0,2718
A14	0,6437	1,0000	0,0045	0,2289	0,2999
A15	0,6494	0,4122	0,0132	0,1533	0,2553
A16	0,5326	0,4790	0,0351	0,2323	0,7539
A17	0,3155	0,4660	0,0137	0,1460	0,2296
A18	0,0000	0,5165	0,0600	0,6879	0,0699
A19	0,0659	0,7527	0,1082	0,1759	0,6287
A20	0,3861	0,5830	0,0264	0,2521	0,3277
A21	0,1845	0,5326	0,0148	0,3225	0,2440
A22	0,3048	0,5832	0,0355	0,2066	0,3398
A23	0,2533	0,5510	0,0473	0,1381	0,1092
A24	0,3220	0,5239	0,0702	0,2749	0,3363
A25	0,1331	0,6816	0,0469	0,6306	0,4747
A26	0,2218	0,7628	0,1919	0,0418	0,0299
A27	0,5168	0,7476	0,0485	0,1713	0,2477
A28	0,5138	0,4638	0,0769	0,2461	0,1398
A29	0,2044	0,6714	0,0125	0,0753	0,1530
A30	0,4030	0,6689	0,0144	0,2505	0,2994
A31	0,6504	0,5730	0,5912	0,1246	0,1490
A32	0,3272	0,8877	0,2742	0,3436	0,8845
A33	0,5730	0,3435	0,1094	0,1793	0,0650
A34	0,4848	0,3801	0,2411	0,2508	0,2100
A35	0,4578	0,5280	0,0927	0,3480	0,3417
A36	0,5034	0,5108	0,0440	0,0882	0,1536
A37	0,5007	0,6258	0,0609	0,3414	0,3353
A38	0,1889	0,6166	0,0762	0,4744	0,0299
A39	0,3699	0,6272	0,1169	0,6025	0,2433
A40	0,5824	0,4264	0,1669	0,1210	0,1987
A41	0,5256	0,7669	0,1412	0,2565	0,4763
A42	0,2779	0,8027	0,0058	0,1441	0,1449
A43	0,5426	0,4567	0,0730	0,4183	0,6821
A44	0,6539	0,4810	0,0429	0,2018	0,3398
A45	0,6742	0,4770	0,0370	0,3034	0,4363
A46	0,4565	0,6464	0,0106	0,1429	0,4041
A47	0,4690	0,4909	0,0482	0,1745	0,2353
A48	0,2705	0,3446	0,9535	0,2738	0,5438
A49	0,3263	0,6261	0,5456	0,3799	0,0289
A50	0,6008	0,8185	0,1871	0,3654	0,0386

A51	0,2853	0,4517	0,4990	1,0000	0,8515
A52	0,3320	0,7353	0,0477	0,2240	0,3333
A53	0,3241	0,5412	0,1247	0,3565	0,3663
A54	0,3876	0,4528	0,0280	0,1282	0,0741
A55	0,4214	0,6278	0,3038	0,1417	0,0523
A56	0,1404	0,4734	0,3809	0,3822	0,0299
A57	0,2321	0,4593	0,4516	0,1479	0,1004
A58	0,5205	0,4649	0,0433	0,1804	0,1523
A59	0,9509	0,5096	0,4083	0,2085	0,5278
A60	0,4920	0,4827	0,1574	0,3316	0,3929
A61	0,5650	0,4771	0,5856	0,2306	0,5931
A62	0,2990	0,4964	0,0428	0,1729	0,2075
A63	0,2921	0,7304	0,0132	0,1574	0,0652
A64	0,2884	0,6630	0,0205	0,3568	0,2898
A65	1,0000	0,6594	1,0000	0,2359	0,9583
A66	0,2065	0,4484	0,6086	0,5185	0,0585
A67	0,3068	0,6920	0,0246	0,1207	0,1092
A68	0,4297	0,4157	0,3860	0,1451	0,0299
A69	0,4215	0,5572	0,3523	0,2657	0,2892
A70	0,0932	0,4925	0,1912	0,9740	0,0176
A71	0,4174	0,5879	0,0607	0,1742	0,3883
A72	0,2376	0,5094	0,0849	0,2047	0,0544
A73	0,4784	0,4639	0,5868	0,0996	0,0299
A74	0,5459	0,4122	0,7499	0,4155	0,4848
A75	0,3203	0,7566	0,0765	0,2319	0,3895
A76	0,1575	0,8836	0,0146	0,3173	0,0299
A77	0,4624	0,6347	0,0548	0,9464	0,0832
A78	0,6543	0,7684	0,4717	0,0900	0,0746
A79	0,1653	0,7336	0,0117	0,3428	0,2329
A80	0,3147	0,5409	0,0536	0,2872	0,3280
A81	0,2101	0,4481	0,1079	0,2004	0,0323
A82	0,1987	0,6190	0,0124	0,6288	0,0299
A83	0,5064	0,5291	0,0320	0,3668	0,3197
A84	0,6059	0,4175	0,4588	0,3132	1,0000
A85	0,2848	0,6119	0,0484	0,6749	0,0095
A86	0,2847	0,6646	0,0673	0,1662	0,0503
A87	0,4492	0,6538	0,0205	0,0811	0,1497
A88	0,5754	0,6905	0,0303	0,2440	0,2307
A89	0,1993	0,6399	0,0538	0,2388	0,3247
A90	0,4130	0,6067	0,0658	0,2875	0,0206
A91	0,2609	0,6015	0,1108	0,1188	0,0299
A92	0,3758	0,4926	0,0818	0,2137	0,1264
A93	0,3486	0,5472	0,0561	0,2345	0,2815
A94	0,3135	0,8163	0,0107	0,2757	0,2831
A95	0,4854	0,5208	0,0429	0,2148	0,3374
A96	0,3471	0,6211	0,0201	0,2522	0,4135
A97	0,2958	0,9319	0,0466	0,1181	0,0964
A98	0,4666	0,7106	0,0319	0,2464	0,3687
A99	0,2651	0,5564	0,1182	0,3472	0,3262
A100	0,5114	0,4216	0,1900	0,3994	0,1026
A101	0,4373	0,4342	0,2284	0,5663	0,0299
A102	0,1923	0,5331	0,0120	0,2467	0,6185

EK II c-) UYGULAMA 2'DE ELE ALINAN Strateji 4 ve 5 için NORMALİZE EDİLMİŞ KARAR MATRİSİ

	Getiri	Beta	Likidite	PD/DD	F/K
A1	0,5960	0,4391	0,3692	0,8582	0,9777
A2	0,5177	0,9051	0,0086	0,6522	0,9657
A3	0,5452	0,4304	0,3684	0,9749	0,9576
A4	0,5568	0,6084	0,0097	0,7462	0,9740
A5	0,4894	0,8803	0,0078	0,8546	0,9673
A6	0,2851	0,8479	0,0554	0,9491	0,8100
A7	0,5700	0,3253	0,0399	0,6634	0,9698
A8	0,3392	0,8059	0,0523	0,9544	0,9810
A9	0,5047	0,2996	0,0324	0,7609	0,0001
A10	0,3646	0,5787	0,0988	0,0001	0,9766
A11	0,4575	0,5287	0,0882	0,9510	0,6896
A12	0,4496	0,6536	0,0496	0,9260	0,8697
A13	0,4622	0,8412	0,0337	0,9051	0,9744
A14	0,7145	1,0000	0,0001	0,8582	0,9777
A15	0,7191	0,2540	0,0087	0,7676	0,9721
A16	0,6255	0,4308	0,0307	0,8609	0,9969
A17	0,4516	0,4005	0,0092	0,7538	0,9679
A18	0,0001	0,5103	0,0557	0,9809	0,8727
A19	0,2516	0,8281	0,1042	0,8028	0,9943
A20	0,5081	0,6257	0,0220	0,8752	0,9804
A21	0,3466	0,5408	0,0103	0,9116	0,9703
A22	0,4429	0,6261	0,0311	0,8384	0,9814
A23	0,4017	0,5737	0,0430	0,7372	0,9219
A24	0,4567	0,5245	0,0660	0,8890	0,9811
A25	0,3054	0,7556	0,0426	0,9753	0,9894
A26	0,3764	0,8373	0,1882	0,0349	0,6896
A27	0,6129	0,8233	0,0442	0,7963	0,9709
A28	0,6104	0,3951	0,0727	0,8710	0,9411
A29	0,3625	0,7439	0,0080	0,4832	0,9470
A30	0,5216	0,7411	0,0099	0,8741	0,9776
A31	0,7199	0,6102	0,5893	0,7042	0,9453
A32	0,4609	0,9338	0,2710	0,9196	0,9987
A33	0,6578	0,0001	0,1054	0,8073	0,8624
A34	0,5872	0,1466	0,2376	0,8743	0,9640
A35	0,5655	0,5322	0,0886	0,9212	0,9816
A36	0,6021	0,4990	0,0396	0,5646	0,9472
A37	0,5999	0,6872	0,0566	0,9188	0,9810
A38	0,3501	0,6747	0,0720	0,9534	0,6896
A39	0,4951	0,6890	0,1129	0,9722	0,9702
A40	0,6654	0,2962	0,1631	0,6943	0,9614
A41	0,6199	0,8409	0,1373	0,8780	0,9895
A42	0,4214	0,8714	0,0013	0,7501	0,9435
A43	0,6335	0,3776	0,0687	0,9415	0,9955
A44	0,7227	0,4353	0,0386	0,8336	0,9814
A45	0,7389	0,4263	0,0326	0,9034	0,9876
A46	0,5645	0,7138	0,0061	0,7475	0,9859
A47	0,5745	0,4574	0,0438	0,8008	0,9689
A48	0,4155	0,0050	0,9533	0,8884	0,9920
A49	0,4602	0,6876	0,5435	0,9313	0,6779
A50	0,6801	0,8840	0,1834	0,9269	0,7617

A51	0,4274	0,3648	0,4967	1,0000	0,9983
A52	0,4648	0,8116	0,0434	0,8542	0,9808
A53	0,4584	0,5565	0,1207	0,9240	0,9834
A54	0,5093	0,3678	0,0236	0,7137	0,8803
A55	0,5364	0,6898	0,3007	0,7450	0,8265
A56	0,3113	0,4179	0,3781	0,9320	0,6896
A57	0,3847	0,3841	0,4491	0,7576	0,9143
A58	0,6158	0,3978	0,0389	0,8088	0,9467
A59	0,9607	0,4965	0,4057	0,8402	0,9914
A60	0,5930	0,4392	0,1536	0,9152	0,9852
A61	0,6515	0,4266	0,5837	0,8596	0,9934
A62	0,4384	0,4692	0,0384	0,7987	0,9634
A63	0,4328	0,8069	0,0087	0,7747	0,8626
A64	0,4298	0,7341	0,0160	0,9241	0,9765
A65	1,0000	0,7297	1,0000	0,8637	0,9996
A66	0,3642	0,3563	0,6068	0,9609	0,8459
A67	0,4446	0,7671	0,0202	0,6933	0,9219
A68	0,5430	0,2645	0,3832	0,7520	0,6896
A69	0,5365	0,5842	0,3494	0,8837	0,9765
A70	0,2734	0,4609	0,1875	0,9989	0,4667
A71	0,5332	0,6332	0,0565	0,8005	0,9849
A72	0,3891	0,4960	0,0808	0,8365	0,8336
A73	0,5821	0,3955	0,5849	0,6196	0,6896
A74	0,6361	0,2538	0,7487	0,9408	0,9898
A75	0,4554	0,8317	0,0723	0,8606	0,9850
A76	0,3250	0,9311	0,0101	0,9095	0,6896
A77	0,5692	0,6989	0,0505	0,9976	0,8945
A78	0,7230	0,8423	0,4693	0,5745	0,8812
A79	0,3312	0,8100	0,0072	0,9193	0,9685
A80	0,4509	0,5559	0,0493	0,8955	0,9804
A81	0,3670	0,3555	0,1039	0,8321	0,7134
A82	0,3580	0,6780	0,0079	0,9752	0,6896
A83	0,6045	0,5344	0,0276	0,9274	0,9796
A84	0,6842	0,2700	0,4564	0,9077	1,0000
A85	0,4270	0,6681	0,0441	0,9797	0,0063
A86	0,4269	0,7360	0,0631	0,7889	0,8193
A87	0,5586	0,7229	0,0161	0,5230	0,9456
A88	0,6598	0,7655	0,0259	0,8696	0,9681
A89	0,3584	0,7056	0,0495	0,8659	0,9801
A90	0,5296	0,6609	0,0616	0,8957	0,5452
A91	0,4078	0,6534	0,1068	0,6879	0,6896
A92	0,4999	0,4612	0,0777	0,8452	0,9338
A93	0,4781	0,5671	0,0518	0,8626	0,9756
A94	0,4499	0,8823	0,0062	0,8894	0,9758
A95	0,5876	0,5186	0,0386	0,8461	0,9812
A96	0,4768	0,6809	0,0157	0,8752	0,9864
A97	0,4358	0,9618	0,0422	0,6857	0,9102
A98	0,5726	0,7870	0,0275	0,8713	0,9836
A99	0,4111	0,5829	0,1142	0,9209	0,9802
A100	0,6085	0,2821	0,1864	0,9367	0,9163
A101	0,5492	0,3181	0,2249	0,9678	0,6896
A102	0,3529	0,5418	0,0075	0,8715	0,9941

KAYNAKÇA

Achour, D., Harvey, C.R., Hopkins, G., Lang, C., 1998, *Stock selection in emerging markets: portfolio strategies for Malaysia, Mexico and South Africa*, **Emerging Markets Quarterly** 2, 38- 91.

Agrell, P.J. & J. Tind, 2001, *Dual Approach to Nonconvex Frontier Models*, **Joumal of Productivity Analysis**, 16, 129-147.

Aizerman, M. ve F. Aleskerov, 1995, **Theory of Choice**, Studies in Mathematical and Managerial Economics, No. 38, North-Holland, Elsevier Science B.V..

Aizerman, MA. ve AV. Malishevski, 1981, *General Theory of The Choice of Best Alternatives: Some Aspects*, **IEEE Transactions on Automatic Control**, C. AC-26, No. 5, 1030-1040.

Aizerman, MA. ve AV. Malishevski, 1986, *Conditions for universal reducibility of a two-stage extremization problem to one-stage problem*, **Journal of Mathematical Analysis and Applications** 118, 361-388.

Aksoy, L., Bloom, P.N., Lurie, N.H. ve Cooil, B., 2006, *Should Recommendation Agents Think Like People?*, **Journal of Service Research**, 8, 297-315.

Aleskerov, F.T. ve B. Monjardet, 2002, **Utility Maximization, Choice and Preference**, Springer, Berlin, New York.

Aleskerov, F.T., H. Ersel ve Y. Sabuncu, 1999, **Seçimden Koalisyona: Siyasal Karar Alma**, Yapı Kredi Yayınları, İstanbul.

Aleskerov, FT. ve B. Monjardet, 2002, **Utility Maximization Choice and Preference**, Springer-Verlag, Berlin-Hiedelberg-NewYork.

Aleskerov, FT. ve V.I. Vol'skiy, 1984, *Analysis of Procedures in Collective and Multi-Criteria Decision Making*, **Preprints of 9th World Congress on Automatic Control**, Budapest, Hungary.

Aleskerov, FT. ve V.I. Vol'skiy, 1987, *Choice of the Best Variants on Binary Relations and the Extremizational Choice*, **Preprints of 10th World Congress on Automatic Control**, C.5, FRG, Munich.

Aleskerov, FT., 1985, *Interval Choice and Its Decomposition*, **Automation and Remote Control**, No. 6, 1980, 129-134.

Aleskerov, FT., 1985, *Procedures of Multicriterial Choice*, **Preprints of the IFAC/IFORS Conference on Control Science and Technology for Development**, Beijing, China.

Aleskerov, FT., 1994, *Multicriterial interval choice models*, **Information Sciences** 1, 14-26.

Aleskerov, FT., 1999, **Arrovian Aggregation Models**, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, Boston, London.

Aleskerov, FT., H. Ersel ve R. Yolalan, 2003, *Personnel allocation among bank branches using a two-stage multicriterial approach*, **European Journal of Operational Research**, C. 148, No.1, 116-125.

Aleskerov, FT., H. Ersel ve R. Yolalan, 2004, *Multicriterial Ranking Approach for Evaluating Bank Branch Performance*, **International Journal of Information Technology and Decision Making**, Vol. 3, No. 2, 321-335.

Anandalingam, G. ve C.E. Olsson, 1989, *A Multi-Stage Multi-Attribute Decision Model for Project Selection,* **European Journal of Operational Research**, C. 43, 271-283.

Arrow, KJ., 1959, *Rational Choice Functions and Orderings*, **Econometrica**, No. 26, 121-127.

Arrow, KJ., 1963, **Social Choices and Individual Values**, 2nd Ed., Yale University Press, New Haven. 1st Edition, 1951, Wiley, New York.

Arrow, KJ., 1965, **Aspects of the Theory of Risk-Bearing**, Yrjö Jahssonin

Saatiö, Helsinki.

Baigent N ve W. Gaertner, 1996, *Never Choose the Uniquely Largest: A Characterization*, **Econ Theory**, C. 8, 239-249

Bana e Costa, C.A. ve J.O. Soares, 2004, *A multicriteria model for portfolio management*, **The European Journal of Finance** 10, 198 - 211.

Bandyopadhyay, T., 1998, *Choice Procedures and Rational Selections*, **Annals of Operations Research**, C. 80, 49 - 66.

Banker, R. D., A. Chames and W. W. Cooper, 1984, *Some Models for the Estimation of Technical and Scale Inefficiencies in Data Envelopment Analysis*, **Management Science**, 30, 1078-1092.

Banz, R.W., 1981, *The Relationship Between Return and Market Value of Common Stocks*, **Journal of Financial Economics**, 9. 3-18.

Barron F.H. & B.E. Barrett, 1996, *Decision Quality Using Ranked Attribute Weights*, **Management Science**, C. 42, S. 11, 1515-1523.

Basu, S.,1977, *Investment Performance of Common Stocks in Relation to their Price Earnings Ratios: A Test of the Efficient Market Hypothesis*, **The Journal of Finance**, Vol. 32, No.3, 663-682.

Beach, L.R., 1993, *Broadening the Definition of Decision Making: The Role of Prechoice Screening of Options*, **Psychological Science**, 4, 215-220.

Belton, V., 1992, *An Integrating Data Envelopment Analysis with Multiple Criteria Decision Analysis*, A. Goicoechea, L. Duckstein and S. Zionts (Eds.), **Multiple Criteria Decision Making**, Springer Verlag, Berlin, Germany içinde, 71-79.

Bentham, J. ,1970, (İlk Baskı 1789), **An Introduction to the Principles of Moral and Legislation**, Athlone Press, London.

Bettman, J., 1979, **An Information Processing Theory of Consumer**

Choice, Addison-Wesley, Chicago.

Bettman, J.R., M.F. Luce ve J.W. Payne, 1998, *Constructive Consumer Choice Processes*, **Journal of Consumer Research**, C.65, 187-217.

Black, D, 1958, **The Theory of Committees and Elections**, Cambridge University Press, Cambridge.

Borcherding, K., Schmeer K. & M. Weber, 1995, *Biases in Multiattribute Weight Assessments*, in J.P. Caverni, M. Bar- Hillel, F.H. Baron & H. Jungermann (Eds.), **Contrubitions to Decision Making-I**, Elseiver Science B.V., 11-21.

Borda, J.C., 1781, **Memoire sur les Elections au Scrutin, Historie de l'Academie Royale des Sciences**, Paris.

Bordes, G., 1976, *Rationality and Collective Choice*, **Review of Economic Studies**, C. 43, 451-457.

Bouri, M., Martel, J.M., Chabchoub, H., 2002, *A Multi-Criterion Approach for Selecting Attractive Portfolio*, **Journal of Multi-Criteria Decision Analysis** 11: 269-277.

Calpine, HC. ve A. Golding, 1976, *Some Properties of Pareto-Optimal Choices in Decision Problems*, **OMEGA**, Vol.4., No. 2, 141-147.

Chankong, V. ve Y.Y. Haimes, 1983, **Multiobjective Decision Making: Theory and Methodology**, North-Holland, New York.

Charnes, A., W. W. Cooper & E. Rhodes., 1978, *Measuring the Efficiency of Decision Making Units*, **European Joumal of Operational Research** 2, 429-444.

Chernoff, H., 1954, *Rational Selections of Decision Functions*, **Econometrica**, No. 22, 422-443.

Condorcet, Marquis de, 1785, **Essai sur l'application de l'analyse a la**

probabilite des decisions rendues a la pluralite des voix, Paris.

Deb, R., 1983, *Binariness and Rational Choice*, **Mathematical Social Science**, C.5, No. 1, 97-106.

Deprins, D., L. Simar & H. Tulkens, 1984, *Measuring Labor Efficiency in Post Offices*, In M. Marchand, P. Pestieu and H. Tulkens (eds.), **The Performance of Public Enterprises: Concepts and Measurements**, North Holland, Amsterdam, 247-263.

Doyle, J.R. & R.H. Green, 1993. *Data envelopment analysis and multiple criteria decision making*, **OMEGA** 21 (6), 713-715.

Dyer, J.S. ve Sarin, R.K., 1979, *Measurable multiattribute value functions*, **Operations Research**, C. 27, No. 4, 810-822.

Einhorn, Hillel J. and Robin M. Hogarth, 1981, *Behavioral Decision Theory: Processes of Judgment and Choice*, **Annual Review of Psychology**, 32, 53-88.

Farrell, M.J., 1957, *The Measurement of Productive Efficiency*, **Journal of Royal Statistical Society**, Seri A, 120, 3, 253-281.

Fishburn, P.C. ve I.H. La Velle, (eds.), 1989, **Choice Under Uncertainity**, Baltzer, Basel.

Fishburn, P.C., 1964, **Decision and Value Theory**, Wiley, New York.

Fishburn, P.C., 1970a, **Utility Theory for Decision Making**, John Wiley & Sons, New York.

Fishburn, P.C., 1970b, *Nontransitive Preferences in Decision Theory*, **Journal of Risk and Uncertainity**, Vol. 4, 1970, 113-134.

Fishburn, P.C., 1973, **The Theory of Social Choice**, Princeton University Press, Princeton.

Fishburn, P.C., 1974a, *Choice Functions on Finite Sets*, **International Economic Review**, C. 15, No. 3. 729-749

Fishburn, P.C., 1974b, *Paradoxes of Voting*, **American Political Science Review**, C. 68, 537-546.

Fishburn, P.C., 1982, **The Foundations of Expected Utility**, Reidel, Dordrecht.

Fishburn, PC., 1991, *Decision Theory: The Next 100 Years?*, **The Economic Journal**, C. 101, No.404, 27-32.

Fishburn, PC., **Interval Graphs and Interval Orders**, New York: John Wiley and Sons.

Foerster, J.F., 1979, *Mode, Choice Decision Process Models: A Comparison of Compensatory and Non-Compensatory Structures*, **Operations Research Quarterly**, C.13A, No.1, 17-28.

Forman, E. ve M.A. Selly, 2001, **Decisions by Objectives**, World Scientific.

French, S., 1988, **Decision Making an Introduction to Mathematics of Rationality**, Ellis Horwood Ltd., England.

Gaertner, W. ve Y. Xu, 1999, *On Rationalizability of Choice Functions: A Characterization of the Median*, **Social Choice and Welfare**, C. 16, 629-638.

Gensch, D.H., 1987, *A Two-Stage Disaggregate Attribute Choice Model*, **Marketing Science**, C.6, No.3, 223-239.

Golany, B., 1988, *An Interactive MOLP Procedure for the Extension of DEA to Effectiveness Analysis*, **Journal of the Operational Research Society**, 39, 725-734.

Green, D. ve I. Shapiro, 1994, **Pathologies of Rational Choice Theory: A Critique of Applications in Political Science**, Yale University Press, New Haven.

Hamalainen, R.P. & A.A. Salo, 1997, *Rejoinder, The Issue is Understanding Weights*, **Journal of Multi-Criteria Decision Analysis**, C. 6, 341-352.

Häubl, G. and V. Trifts, 2000, *Consumer Decision Making in Online Shopping Environments: The Effects of Interactive Decision Aids*, **Marketing Science**, 19, 4-21.

Hogarth, R.M. ve N. Karelaia, 2005, *Simple Models for Multiattribute Choice with Many Alternatives: When It Does and Does Not Pay to Face Trade-offs with Binary Attributes*, **Management Science**, C.51, No.12, 1860-1872.

Houthakker, HS., 1950, *Revealed Preference and the Utility Function*, **Economica**, C.7, 159-174.

Houthakker, HS., 1965, *On the Logic of Preference and Choice*, **Contribution to Logic and Methodology**, A.T. Tyminienicka (ed.) içinde, Amsterdam.

Hurson, C. and Zopounidis, C., 1995, *On the use of multicriteria decision aid methods to portfolio selection*, **The Journal of Euro-Asian Management**, 1 (2), 69–94.

Hwang, C.L. ve K. Yoon, 1981, **Multiple Attribute Decision Making: Methods and Applications**, Springer-Verlag, Berlin / Hiedelberg.

Jia, J., G.W. Fisher ve J.S. Dyer, 1998, *Attribute Weighting Methods and Decision Quality in the Presence of Response Error: A Simulation Study*, Journal of Behavioral Decision Making, Vol. 11 (2): 86-101.

Jog, V., Kaliszewski, I. and Michalowski, W., 1999, *Using attribute trade-off information in investment*, **Journal of Multi-Criteria Decision Analysis**, 8, 189–99.

Joro, T., P., Korhonen & J. Wallenius, 1998, *Structural Comparison of Data Envelopment Analysis and Multiple Objective Linear Programming*, **Management Science**, Vol. 44, No. 7, 962-970.

Kahneman, D. ve A. Tversky (Eds.), 2000, **Choices, Values and Frames**, Cambridge University Press.

Kahneman, D. ve A. Tversky, 1979, *Prospect Theory: An analysis of Decision Under Risk*, **Econometrica**, C. 32, 263-291.

Keeney, R.L. & Raiffa, H., 1976, **Decisions with Multiple Objectives: Preferences and Value Tradeoffs**, John Wiley, New York.

Keeney, R.L., 1992, **Value Focused Thinking**, Harward University Press.

Korhonen, P., O. Larichev, A. Mechitov, H. Moshkovich ve J. Wallenius, 1997, *Choice Behaviour in a Computer-Aided Multiattribute Decision Task*, **Journal of Multi-Criteria Decision Analysis**, C. 6, 233-246.

Lahiri, S., 2000, *Reducing a Multi-Stage Vector Optimization Problem to a Single Stage Vector Optimization Problem*, **Opsearch**, C. 37, No.2, 124-133.

Lakonishok, J., A. Shleifer, and R.W. Vishny, 1994, *Contrarian investment, extrapolation and risk*, **Journal of Finance** 49, 1541–1578.

Larichev, O.I., 1999, *Normative and Descriptive aspects of Decision Making*, **Multicriteria Decision Making, Kluwer's International Series: Operations Research - Management Sciences**, T. Gal, T.J. Stewart ve T. Hanne (eds.) içinde, 5-1 ve 5-24.

Lee, S.M. and Chesser, D.L., 1980, *Goal programming for portfolio selection*, **The Journal of Portfolio Management**, Spring, 22–6.

Lehtinen, O., 1974, *A Brand Choice Model: Theoritical Framework and Emprical Results*, **Journal of European Research**, No.6, 51-68.

Litvakov, B.M., 1981, *Minimal Representation of Joint-Extremal Choice of Optionas (Plott's Functions)*, **Automation and Remote Control**, C.1, 182-184.

Luce, M.F., J.R. Bettman ve J.W. Payne, 1997, *Choice Processing in Emotionally Difficult Questions*, **Journal of Experimental Psychologic Learning**, Memory, Cognition, C. 23, No.2, 384-405.

Luce, RD, 1956, *Semi-Orders and a Theory of Utility Discrimination*, **Econometrica**, C. 24, 178-191.

Luce, RD, 1959, **Individual Choice Behaivour: a Theoretical Analysis**, Wiley, New York.

Lussier, D.A. ve R.W. Olshavsky, 1979, *Task Complexity and Contingent Processing in Brand Choice*, **Journal of Consumer Research**, C. 6, 154-165.

Malishevski, A.V., 1985, *Preserving of Rationality in Two-Stage Mechanisms of Two-Stage Choice*, **Data Analysis and Expert Evaluation in Organizational Systems**.

Manzini, P. ve M. Mariotti, 2004, *Rationalizing Boundedly Rational Choice: Sequential Rationalizability and Rational Shortlist Methods*, **IZA Discussion Paper**, No. 1239, http://www.iza.org/publications/dps/, (erişim tarihi: 12 Mart 2007).

Markowitz, H.M., 1959, **Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investment**, Yale University Press: New Haven, CT.

Martel, J.M., Khoury, N. and Bergeron, M., 1988, *An application of a multicriteria approach to portfolio comparisons*, **Journal of the Operational Research Society**, 39, 617–28.

Mas-Colell, A., Whinston, M. ve J. Green, 1995, **Microeconomic Theory**, Oxford University Press, London.

Moe, W.W., 2006, *An Empirical Two-Stage Choice Model with Varying Decision Rules Applied to Internet Clickstream Data*, **Journal of Marketing Research**, C. XLIII,, 680–692.

Montgomery, H. ve O. Svenson, 1976, *On Decision Rules and Information Processing Strategies for Choices Among Multiattribute Alternatives*, **Scandinavian Journal of Psychology**, C. 17, 283-291.

Moulin, H., 1988, **Axioms of Cooperative Decision Making**, Cambridge University Press, Cambridge.

Nehring, K. ve C. Puppe, 1998, *Extended partial orders:A unifying structure for abstract choice theory*, **Annals of Operations Research**, C.80, 27-48.

Özmen, T., 1992, **İstanbul Menkul Kıymetler Borsası ve Anomaliler**, Araştırma Raporu, Sermaye Piyasası Kurulu.

Pareto, V., 1889, **Cours d'Economie Politique**, Lausanne: Rouge.

Pareto, V., 1909, **Manueld'Economie Politique**, V.Giard and E. Briere, Paris.

Payne, J., 1976, *Task Complexity and Contingent Processing in Decision Making: An Information Search and Protocol Analysis*, **Organization Behavior & Human Performance**, 16, 366-387.

Plott, C., 1973, *Path Independence, Rationality and Social Choice*, **Econometrica**, C. 41, 1075-1091.

Pomerol, J.C. & S. Barba-Romero, 2000, **Multicriteria decision in Management: Principles and Practice**, Kluwer Academic Publishers, USA.

Portela, S., C. Borges, E. Thanassoulis, 2003, *Finding Closest Targets in Non-Oriented DEA Models: The Case of Convex and Non-Convex Technologies*, **Journal of Productivity Analysis**, 19, 251–269.

Reinganum, M.R., 1981, *Abnormal Returns in Small Firm Portfolios*, **Financial Analysis Journal**, 37: 52-57.

Roberts, F.S., 1979, **Measurement Theory with Applications to Decision-Making, Utility and Social Sciences**, Addison-Wesley, London.

Roubens, M. ve P. Vincke,1985, **Preference Modelling**, Springer-Verlag, Berlin / Hiedelberg.

Roy, B., 1996, **Multicriteria Methodology for Decision Aiding**, Kluwer, Dordrecht, The Netherlands.

Saaty, T.L., 1980, **The Analytic Hierarchy Process**, McGraw-Hill, New York.

Samuelson, P.A., 1938, *A note on The Pure Theory of Consumer Behavior*, **Economica**, C.5, 61-71; 353-354.

Sarkis, J., 2000, *A comparative analysis of DEA as a discrete alternative multiple criteria decision tool*, **European Journal of Operational Research**, No.123, 543-557.

Savage, L.J., 1954, **The Foundation of Statistics**, Wiley, New York.

Sen, A.K., 1974, *Choice Functions and Revealed Preference*, **Review of Economic Studies**, C. 38, 307-409.

Sen, A.K., 1987, *Rational Behavior*, **The New Palgrave: A Dictionary of Economics**, J.Eatwell, M. Milgate ve P. Newman (Eds.) içinde, 4, 68-76, Macmillan, London.

Sen, A.K., 1993, *Internal Consistency of Choice*, **Econometrica**, C. 61, No. 3, 495-521.

Sen, A.K., 1994, *The Formulation of Rational Choice*, **American Economic Review**, No. 84, 385-390.

Sen, A.K., 1997, *Maximization and the Act of Choice*, **Econometrica**, C. 65, No. 4, 745-779.

Sen, AK., 1970, **Collective Choice and Social Welfare**, San Francisco: Holden Day.

Sertel, M ve A.V. der Bellen, 1979, *Synopsis in the Theory of Choice*, **Econometrica**, C. 47: 1367-1389.

Sharpe, W, 1963, *A Simplified Model for Portfolio Analysis*, **Journal of Operation Research**, 39, No.7, 617-628.

Shocker, A.D., M. Ben-Akiva, B. Boccarave P.Nedungadic, 1991, *Consideration Set Influences on Consumer Decision-Making and Choice: Issues, Models, and Suggestions*, **Marketing Letters** C. 2, No.3, 181-197.

Simon, H., 1982, **Models of Bounded Rationality**, Collected Papers, The MIT Press, Cambridge, MA.

Spronk J, Hallerbach W., 1997, *Financial modeling: Where to go? With an illustration for portfolio management*, **European Journal of Operational Research** 99: 113–125.

Steuer, R.E., 1989, **Multiple Criteria Optimization: Theory, Computation and Application**, Robert E. Krieger Publishing Company.

Stewart, T.J., 1996, *Relationships between data envelopment analysis and multicriteria decision analysis*, **Journal of the Operational Research Society** 47 (5), 654-665.

Stillwell, W.G., D.A. Seaver & W. Edwards, 1981, *A Comparison of Weight Approximation Techniques in Multiattribute Utility Decision Making*, **Organizational Behavior and Human Performance**, 28, 62-77.

Suzumura, K., 1976, *Rational Choice and Revealed Preference*, **Review of Economic Studies**, C. 44, No.1, 149-158

Suzumura, K., 1983, **Rational Choice, Collective Decisions and Social Welfare**, Cambridge University Press, Cambridge.

Swaminathan, V., 2003, *Find More Like This The Impact of Recommendation Agents on Consumer Evaluation and Choice: The Moderating Role of Category Risk, Product Complexity, and Consumer Knowledge*, **Journal of Consumer Psychology**; C. 13, No. 1/2, 93-102.

Thaler, R.H., 1987, *Anomalies: The January Effect*, **Journal of Economic Perspectives**, 1: 194-207.

Tulkens, H.,1993a, *On FDH Efficiency Analysis: Some Methodological Issues and Applications to Retail Banking, Courts, and Urban Transit*, **Joumal of Productivity Analysis**, 4, 183-210.

Tulkens, H.,1993b, *Efficiency Dominance Analysis: A Frontier Free Efficiency Evaluation Method*, Presented at the Lisbon **IFORS** Meeting (July, 1993), Third European Workshop on Efficiency and Productivity Measurement, Center of Operations Research and Econometrics, Universite Catholique de Louvain, Louvain-la-Neuve, October 21–23.

Tversky, A. ve D. Kahneman, 1986, *Rational Choice and Framing of Decisions*, **Rational Choice**, R. Hogarth ve M.W. Reder (eds.). içinde., 67-94, University of Chicago Press, Chicago.

Tversky, A., 1969, *Intransitivity of Preferences*, **Psychological Review**, C.76, 31-48.

Tversky, A., 1972a, *Elimination by Aspects: A Theory of Choice*, **Psychological Review**, C.79, No.4, 281-299.

Tversky, A., 1972b, *Choice by Elimination*, **Journal of Mathematical Psychology**, C. 9, No. 4, 341-367.

van der Hart, J., Slagter, E., van Dijk, D., 2003, *Stock selection strategies in emerging markets*, **Journal of Empirical Finance** 10, 105 -132.

Vansnick, J.C., 1990, *Measurement Theory and Decision Aid*, **Readings in Multiple Criteria Decision Aid**, Springer-Verlag, Berlin/Hiedelberg, C.A. Bana e Costa (Ed.) içinde, 81-100.

Vol'skiy, V.I. ve B.M. Litvakov, 1986, *The Relation Between Tournament and Graph-Dominant Choice Mechanisms*, **Automation and Remote Control**, C.3, 136-145.

Vol'skiy, V.I., 1982, *New Characteristic Conditions for a Class of Choice Func-*

tions, **Systems and Control Letters**, C.2, No. 3, 169-173.

Vol'skiy, V.I., 1987, *Tournament Functions in the Theory of Social and Multicriterial Choice*, **Topics of General Theory of Structures**, M. Aizerman ve E. Caianiello (eds.) içinde, D. Reidel Publising Company.

von Neumann, J. ve O. Morgenstern, 1944, **Theory of Games and Economic Behaivour**, Princeton University Press, Princeton.

Whitmore, G.A. ve M.C. Findlay (eds.), 1978, **Stochastic Dominance**, Heath, Lexington.

Winterfeldt, D. Von & Edwards W., 1986, **Decision Analysis and Behavioral Research**, Cambridge University Press.

Wright, P. ve F. Barbour,1977, *Phased Decision Strategies: Sequels to an Initial Screening*, **Multiple Criteria Decision Making: North Holland TIMS Studies in Management Science** içinde, Martin K. Starr ve Milan Zeleny (Eds.), Amsterdam: North Holland Publishing Company, 91-109.

Yu, G.Y., 1997, *A multiple criteria approach to choosing an ef.cient stock portfolio at the Helsinki Stock Exchange*, **Journal of Euro-Asian Management**, 3(2), 53 - 85.

Zadeh, L.A., 1965, *Fuzzy Sets*, **Information and Control**, C.8, No.3, 338-353.

Zadeh, L.A., 1968, *Fuzzy Algorithms*, **Information and Control**, C.12, No.2, 94-102.

Zopounidis, C., Doumpos, M. and Zanakis, S., 1999, *Stock evaluation using a preference disaggregation methodology*, **Decision Sciences**, 30, 313 - 36.