T.C.
ANKARA ÜNİVERSİTESİ
SAĞLIK BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

LOG - LİNEAR MODELLERİN İNCELENMESİ VE TIBBİ VERİLER ÜZERİNDE UYGULANMASI

Yasemin YAVUZ

YÜKSEK LİSANS TEZİ
TIP FAKÜLTESİ BİYOİSTATİSTİK ANABİLİM DALI

DANIŞMAN
Prof. Dr. Ersöz TÜCCAR

ANKARA - 1996

İÇİNDEKİLER

TEŞEKKÜR

Çalışmalarımı yakından izleyerek beni yönlendiren ve iyi niyetle her türlü yardım ve desteği sağlayan sayın danışman hocam Prof. Dr. Ersöz TÜCCAR'a, gerek asistanlığım gerekse tez çalışmalarım sırasında bilgi ve tecrübelerinden her zaman yararlandığım sayın hocam Prof. Dr.Yıldır ATAKURT'a , tezi hazırlamamda bizzat katkıda bulunarak hiçbir yardımı esirgemeyen A.Ü. Tıp Fakültesi Dermatoloji Anabilim Dalı öğretim üyeleri sayın Doç. Dr. Aynur AKYOL ve sayın Yrd. Doç. Dr. Hatice Erdi'ye en derin şükranlarımı sunarım.

Ayrıca tezin hazırlanması sırasında yardımlarını esirgemeyen, bilim dalımızda görevli asistan arkadaşlarım S. Kenan KÖSE ve A. Halil ELHAN'a , görevli diğer personele ve bu günlere gelmemde büyük emeği geçen aileme teşekkürü bir borç bilirim.

I- GİRİŞ

Tıp, biyoloji, davranış bilimleri, psikoloji ve sosyoloji gibi bilim dallarında yapılan araştırmalardan elde edilen veriler genellikle sayımla belirlenir. Kategorik veriler olarak adlandırılan bu verilerin analizinde bilinen parametrik yöntemler kullanılamaz. Bu nedenle bu nitelikteki verilerin analiz edilebilmesi için olumsallık (çapraz-sınıflandırma) tabloları üzerinde çalışılmış, değişkenler arasındaki ilişkiyi ve bağımsızlığı ortaya çıkaran çeşitli ölçütler geliştirilmiştir.

Verilerin analizi için uygun yöntemin seçilmesinde önemli etkenlerden biri değişkenlerin yapısıdır. Değişkenler yapılarına göre aşağıdaki gibi sınıflandırılır.

1- İki şıklı değişkenler
2- Sıralanamayan çok şıklı değişkenler
3- Sıralanabilen çok şıklı değişkenler
4- Tamsayılı değişkenler
5- Sürekli değişkenler

1. gruptaki değişkenler binary, 2. gruptaki değişkenler nominal, 3. gruptaki değişkenler ordinal değişkenler olarak adlandırılır. 1-4 grupları arasındaki değişkenler kategorik değişkenlerdir. (1) Buna rağmen kategorik değişkenler için oluşturulan istatistiksel metodoloji sürekli veriler için oluşturulan metodolojiden daha sonra ve daha yavaş gelişmiştir. İlk olarak Yule (1900) ve Pearson (1904) kategorik verilerle ilgili etkili makaleler yayınlamışlar buna rağmen bir süre daha bu konuya ilgi duyulmamıştır.

İki boyutlu olumsallık tablolarının yapısına bağlı olarak geliştirilen ölçütlerin kullanımı oldukça yaygındır. Bunlardan en yaygın olanı da Pearson tarafından geliştirilen χ^2 istatistiğidir. Son yıllarda çok boyutlu olumsallık tablolarının analizine önem verilmiş ve gelişmeler kaydedilmiştir. Üç ve daha çok boyutlu olumsallık tablolarının analizi log-linear modelleri temel alır. 1960'lı yıllarda kullanılmaya başlanan log-linear modeller, olumsallık tablosunu oluşturan değişkenler arasında yanıt-açıklayıcı (bağımlı-bağımsız) değişken ayrımı yapmadan yapısal ilişkiyi ortaya çıkarır. Değişkenlerden birisi doğal olarak yanıt değişkeni, diğeri açıklayıcı değişken ise log-linear modeller bağımlı değişken için lojit modellere dönüşür.

Son yıllara kadar çok boyutlu olumsallık tablolarının analizi için gerekli olan istatistik ve bilgisayar tekniklerinin kısıtlı olmasından dolayı araştırmacılar, çok boyutlu olumsallık tablolarının analizi yerine bunların marjinal toplamlarından oluşan iki boyutlu tabloların analizine yönelmişlerdir. Fakat bu yöntem ile değişkenler arasındaki ilişkiler hakkında doğru bilgi elde etmek mümkün değildir. Çünkü bu yöntem ile değişkenlerin aynı anda denenmesi, üç ve daha yüksek dereceli etkileşimlerin ortaya çıkarılması olası değildir.

Log-linear modeller hiyerarşik ve hiyerarşik olmayan log-linear modeller olmak üzere ikiye ayrılır. Hiyerarşik log-linear modellerde, modeldeki en yüksek dereceli parametreyi oluşturan değişkenlere bakılır ve bu değişkenlere ait daha düşük dereceli parametreler de modele alınır. Hiyerarşik olmayan log-linear modellerde ise böyle bir zorunluluk yoktur. Hiyerarşik olmayan modellerin yorumlanması güç olduğundan kullanım alanı pek geniş değildir. Bu çalışmada sık kullanılan hiyerarşik modeller incelenecektir.

Uygun log-linear modelin seçiminde Pearson tarafından ortaya atılan χ^2 ve Wilks (1935) tarafından geliştirilen olabilirlik oran istatistiği-L^2 kullanılır. Ayrıca bu istatistiklerden yararlanarak, Goodman (1971)'ın ortaya attığı, çoklu regresyon analizinde kullanılan ileriye ve geriye dönük seçim yöntemlerine benzeyen yöntemler de sıklıkla kullanılır.

Uygun log-linear modelin yorumlanmasında odds oranı kullanılır.

Bu çalışmanın amacı, birçok bilim dalında ihtiyaç duyulduğu halde henüz yaygın olarak kullanılmayan log-linear analiz yöntemini tanıtmak ve bir uygulama üzerinde incelemektir.

II. GENEL BİLGİLER

2.1. Olumsallık Tablolarının Tanımlanması

X, I düzeyi ve Y, J düzeyi olan iki kategorik değişken olsun. Denekler iki değişken üzerinden sınıflandırılmak istenirse, bu sınıflandırma IxJ olası kombinasyon üzerinden yapılır. Deneklerin X ve Y değişkenleri için yanıtları; belli bir olasılık dağılımı olan herhangi bir kitleden rastgele olarak seçilir. Bu dağılım X için I kategorisi ve Y için J kategorisi olan bir çapraz tabloda gösterilebilir. Tablonun IxJ gözesi vardır. Ve bu gözeler IxJ olası sonucu temsil eder. Bir deneğin X'in i'inci satır ve Y'nin j'inci sütununa düşme olasılığı $\{\pi_{ij}\}$ olarak gösterilir. Gözeler olasılıkları değilde frekansları içeriyorsa tablo olumsallık tablosu adını alır. Bu isim 1904 yılında Karl Pearson tarafından verilmiştir. (1)

$\{\pi_{ij}\}$'lerin olasılık dağılımı X ve Y değişkenlerinin bileşik olasılık dağılımıdır. Marjinal dağılımlar ise satır ve sütun toplamlarından elde edilir. Bunlar satır için $\{\pi_{i.}\}$, sütun için $\{\pi_{.j}\}$ şeklinde gösterilir. {.} işareti üzerinden toplam alınan indisi belirtir.

$$\pi_{i.} = \sum_j \pi_{ij} \qquad \pi_{.j} = \sum_i \pi_{ij}$$

$$\sum_i \pi_{i.} = \sum_j \pi_{.j} = \sum_i \sum_j \pi_{ij} = 1 \tag{2.1}$$

Marjnal dağılımlar tek değişkenin bilgisini içerirler ve değişkenler arasındaki ilişki hakkında bilgi vermezler.

Bir çok olumsallık tablosunda bir değişken yanıt değişkeni (örneğin Y) diğeri açıklayıcı değişken (örneğin X) olarak ele alınır. Örneğin sigara içme ile akciğer kanserine yakalanma arasındaki ilişki incelenirken sigara içme açıklayıcı değişken, akciğer kanserine yakalanma yanıt değişkenidir. Bunun gibi X'in sabit düzeyleri için Y elde edilmişse X ve Y arasındaki bileşik dağılım bilgisi fazla anlamlı olmayacaktır. X'in belli düzeylerinde Y'nin dağılımı araştırılırken $\pi_{j/i}$ koşullu dağılımı kullanılmalıdır. X'in i'inci düzeyi verildiğinde deneklerin Y'nin j'inci düzeyinde bulunma olasılığı $\pi_{j/i}$ ile gösterilebilir.

$$\sum_j \pi_{j/i} = 1 \qquad j=1,...,J \qquad (2.2)$$

$\{\pi_{1/i}, \pi_{2/i}, ..., \pi_{J/i}\}$ olasılıkları X'in i'inci düzeyinde Y'nin koşullu dağılımlarıdır.

2.2. Bağımsızlık

İki değişkene ait bileşik olasılıkların tümü, kendi satır ve sütünlarına ait marjinal olasılıkların çarpımına eşitse bu değişkenler istatistiksel olarak bağımsızdır.

$$\pi_{ij} = \pi_{i.}\pi_{.j} \qquad i=1,...,I \qquad j=1,...,J \qquad (2.3)$$

X verildiğinde Y'nin koşullu dağılımı bileşik dağılım ile aşağıdaki gibi ilişkilidir.

$$\pi_{j/i} = \frac{\pi_{ij}}{\pi_{i.}} \qquad i=1,...,I \qquad j=1,...,J \qquad (2.4)$$

Buna bağlı olarak bağımsızlık, koşullu dağılım yoluyla aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$\pi_{j/i} = \frac{\pi_{ij}}{\pi_{i.}} = \frac{\pi_{i.}\pi_{.j}}{\pi_{i.}} = \pi_{.j} \qquad i=1,...,I \qquad (2.5)$$

Buna göre tüm satırlarda Y'nin koşullu dağılımları Y'nin marjinal dağılımlarına eşitse iki değişken bağımsızdır. (1)

Tablo 2. 1. Verilerin iki boyutlu olumsallık tablosunda gösterilmesi

X \ Y	1	2	...	J	
1	π_{11}	π_{12}	.	π_{1J}	$\pi_{1.}$
2	π_{21}	π_{22}	.	π_{2J}	$\pi_{2.}$
.	.	.		.	.
I	π_{I1}	π_{I2}	.	π_{IJ}	$\pi_{I.}$
	$\pi_{.1}$	$\pi_{.2}$	...	$\pi_{.J}$	$\pi_{..}$

Örneklem dağılımları için π yerine p kullanılır. Olumsallık tablosunda p_{ij} , örneklem bileşik olasılık yoğunluk fonksiyonunu gösterir. Göze frekansları n_{ij} ile, toplam örneklem genişliği $n = \sum_i \sum_j n_{ij}$ ile ifade edilir.

Bir subjenin i'inci satır ve j'inci sütunda olma olasılığı ;

$$p_{ij} = \frac{n_{ij}}{n}$$

i'de olduğu bilinen bir subjenin j'de olma koşullu olasılığı ;

$$p_{j/i} = \frac{p_{ij}}{p_{i.}} = \frac{n_{ij}}{n_{i.}} \text{ 'dir.} \tag{2.6}$$

2.3. Odds ve Odds Oranı

2.3.1. Odds

Odds ve odds oranı olumsallık tablolorının ve bununla beraber log-linear analizlerin yorumlanmasında başvurulan temel ölçütlerdendir. İlk olarak Goodman ve Kruskal tarafından 1954 - 1959 yıllarında çalışılmış ve 1963 - 1972 yıllarında iki makale halinde sunulmuştur.

Sigara içen bir kişinin kalp krizi geçirme olasılığının p olduğunu varsayalım. Bu olayın odds'u;

$$\Omega = \frac{p}{1-p} \tag{2.7}$$

Kalp krizi geçirme olasılığının 0.6 olduğu varsayılırsa bu olaya ait odds ;

$$\Omega = \frac{0.6}{1-0.6} = 1.5$$

olur.

İlgilenilen olayın olma olasılığı (p), olmama olasılığından (1-p) büyük ise, odds 1'den büyük çıkar. Diğer bir deyişle, odds'un 1'den büyük çıkması ilgilenilen olayın olma olasılığının 0.5'ten büyük olduğu anlamına gelir.

İlgilenilen olayın olma olasılığı 0'a yaklaştıkça o olaya ait odds da 0'a yaklaşır. İlgilenilen olayın olma olasılığı 1'e yaklaştıkça o olaya ait odds $+\infty$'a yaklaşır. (4)

Diğer yandan bir olaya ait odds verildiğinde, o olayın olma olasılığını bulmak da mümkündür.

$$p=\frac{\Omega}{\Omega+1} \tag{2.8}$$

Örneğin sigara içen bir kişinin kalp krizi geçirme odds'u 1.5 ise , sigara içen bir kişinin kalp krizi geçirme olasılığı;

$$p=\frac{1.5}{1.5+1}=0.6 \qquad \text{olur.}$$

2.3.2. 2x2 Tablolarda Odds Oranı

Bir 2x2 tablo düşünelim.

Tablo 2. 2. Verilerin 2x2 boyutlu tabloda gösterilmesi

X / Y	Y_1	Y_2	
X_1	π_{11}	π_{12}	$\pi_{1.}$
X_2	π_{21}	π_{22}	$\pi_{2.}$
	$\pi_{.1}$	$\pi_{.2}$	$\pi_{..}$

1. satır için odds ;

$$\Omega_1=\frac{\pi_{1/1}}{\pi_{2/1}}=\frac{\pi_{11}/\pi_{1.}}{\pi_{12}/\pi_{1.}}=\frac{\pi_{11}}{\pi_{12}}$$

2. satır için odds ;

$$\Omega_2=\frac{\pi_{1/2}}{\pi_{2/2}}=\frac{\pi_{21}/\pi_{2.}}{\pi_{22}/\pi_{2.}}=\frac{\pi_{21}}{\pi_{22}}$$

Bu iki odds'un birbirine oranı " odds oranı " adını alır.

$$\theta = \frac{\Omega_1}{\Omega_2} = \frac{\pi_{11}/\pi_{12}}{\pi_{21}/\pi_{22}} = \frac{\pi_{11}\ \pi_{22}}{\pi_{12}\ \pi_{21}} \quad (2.9)$$

Odds oranı negatif olmayan herhangi bir sayıya eşit olabilir. Gözeler 0 değerini almadığı sürece $\theta = 1$ olması X ve Y değişkenlerinin birbirinden bağımsız olduğu anlamına gelir.

Tablo 2. 3. 2x2 tablolar için odds oranları

Odds oranı	Y o r u m
$\theta = 1$	X ve Y değişkenleri birbirinden bağımsızdır.
$1 < \theta < +\infty$	Y_1 yanıtını vermede X_1 değişkeni X_2'den daha olasıdır.
$0 < \theta < 1$	Y_1 yanıtını vermede X_2 değişkeni X_1'den daha olasıdır.

Yorumlar Tablo 2. 2.'ye göre yapılmıştır.

Odds oranı hesaplanacak tabloda hangi yanıt ile ilgileniliyorsa (örneğin Tablo 2.2.'de Y_1 yanıtı) o yanıt ilk sütuna alınır ve yorum o yanıt değişkeni üzerinden yapılır. Satırlar ise yorumlamanın anlaşılır olması için odds oranı 1'den büyük çıkacak şekilde yerleştirilir. Tablo 2.2.'ye göre θ=4 bulunduğunu varsayalım. Buna göre, X_1 düzeyinde Y_1'in görülme olasılığı X_2 düzeyinde Y_1'in görülme olasılığından 4 kat büyüktür.

Satırların veya sütunların kendi içlerinde yerleri değiştirildiğinde bulunan yeni θ değeri (θ_t) orjinal değerin tersine eşit olur. Örneğin Tablo 2.2'de X_2 satırı ile X_1'in yerleri değiştirildiğinde $\theta_t = 0.25$ bulunur.

$$\theta_t = \frac{1}{\theta} \Rightarrow \quad 0.25 = \frac{1}{4}$$

Tablonun tersi alındığında (yani satırlar sütun, sütunlar satır olduğunda) ise θ'nın değeri değişmez.

Tablodaki bir göze 0 değerini alırsa θ , 0'a veya $+\infty$'a eşit olur. Böyle bir durumda gözelerin herbirine 0.5 ekleyerek hesaplama yapılır.

Odds oranı örneklem göze frekansları cinsinden;

$$\theta = \frac{n_{11} n_{22}}{n_{12} n_{21}} \tag{2.10}$$

şeklinde ifade edilir.

2.3.3. I x J Tablolarda Odds Oranı

Odds oranı IxJ olumsallık tablolarının tanımlanmasında da çok yararlıdır. IxJ olumsallık tablosunda $\binom{I}{2}$ satır ve $\binom{J}{2}$ sütun çifti bulunmaktadır. O halde IxJ olumsallık tablosundan $\binom{I}{2}\binom{J}{2}$ tane odds oranı elde etmek mümkündür.

2.4. Örneklem Dağılımları

2.4.1. Poisson Örneklemesi

Genel olarak binom dağılımı deneme sayısının küçük fakat oluş olasılığının çok küçük olmadığı durumlarda kullanılır. İlgilenilen bir olayın her denemede yada belli bir zaman periyodunda ortaya çıkması olasılığı çok küçükse fakat deneme (yada zaman periyodu) sayısı çok büyükse poisson dağılımı kullanılmalıdır. Bu dağılım Fransız matematikçi S.D Poisson (1781-1840) tarafından geliştirilmiştir. (15)

Olumsallık tablolarının I gözesinde n_i $\{n_i\ ,\ i=1,\ldots,I\}$ frekanslarının gözlendiğini varsayalım. Bu n_i'ler bir kategorik değişkenin I gözesinde yada iki kategorik değişkenin N= IxJ gözesinde gözlenmiş olabilir. Her n_i negatif olmayan tamsayıların yığılımından oluşan bir dağılıma sahiptir. İşte bu durumda n_i'ler poisson dağılımına uyar. Poisson dağılımı tek bir parametreye bağlı olarak dağılır o da m_i (ortalama)'dır.

Olasılık dağılımı ;

$$\frac{\exp(-m_i)\, m_i^{n_i}}{n_i!} \qquad n_i=0,1,2,\ldots \qquad (2.11)$$

$$E(n_i)=V(n_i)=m_i$$

Poisson örnekleme modelinde $\{n_i\}$ frekansları bağımsız poisson rasgele değişkenleri olarak varsayılır. $\{n_i\}$ göze için bileşik olasılık fonksiyonu N gözede (2.11)'deki olasılıkların çarpımıdır. Toplam örneklem büyüklüğü $n=\sum_i n_i$'de $m=\sum_i m_i$ parametresi ile poisson dağılımına sahiptir.

2.4.2. Çokterimli Örnekleme

Poisson örneklemesinde toplam örneklem büyüklüğü , $n=\sum_i n_i$ sabit değil, rasgeledir. Toplam örneklem büyüklüğünün n gibi bir sabite eşit olduğu varsayılırsa, n_i'lerin rasgeleliği ortadan kalkar. Çünkü hiçbir n_i , n değerini aşamaz ve herbir n_i değeri diğerlerinin olası genişliğini etkiler. Bu sebepten dolayı n_i değerleri bağımsız değildir. Böyle bir durumda n_i (i=1,....I) göze frekanslarının oluşturduğu olumsallık tablosu için çokterimli dağılımdan söz edilmelidir.
$n=\sum_i n_i$ verildiğinde n_i setinin koşullu olasılıkları ;

$$p\left(n_i,\ i=1,\ldots,I \,/\, \sum_{i=1}^{N} n_i=n\right)=\frac{p(n_i,\ i=1,\ldots,I)}{p\left(\sum_{i=1}^{N} n_i=n\right)}$$

$$=\frac{\prod_{i=1}^{I}\left[\exp(-m_i)\, m_i^{n_i}/n_i!\right]}{\exp\left(-\sum m_i\right)\left(\sum m_i\right)^{n}/n!}=\left(\frac{n!}{\prod_{i=1}^{I} n_i!}\right)\prod_{i=1}^{I}\pi_i^{n_i} \qquad (2.12)$$

Burada $\pi_i=\dfrac{m_i}{\sum m_i}$'dir. n_i $\{i=1,\ldots,I\}$ göze frekansları (2.12)'deki dağılıma sahipse örnekleme yapısı çokterimli örnekleme olarak adlandırılır. (1)

2.4.3. Çarpım - Çokterimli Örnekleme

İki boyutlu olumsallık tablosunda X açıklayıcı, Y yanıt değişkeni olarak varsayılsın. X'in her düzeyi için örneklem büyüklükleri $\{n_{i.}\ ,\ i=1,...,I\}$ sabit tutulsun. Herbir $n_{i.}$ örneklemi Y yanıt değişkeninin düzeylerine $\{\pi_{1/i}, \pi_{2/i}, ..., \pi_{J/i}\}$ olasılıklarıyla dağılır. Buna durumda $\{n_{ij}\ ,\ j=1,...,J\}$ frekansları çok terimli dağılıma sahiptir.

$$\left(\frac{n_{i.}!}{\prod_j n_{ij}!}\right)\prod_j \pi_{j/i}^{n_{ij}} \tag{2.13}$$

X'in farklı düzeyleri için $\{n_{i.},\ i=1,...,I\}$ örneklemleri bağımsız olduğu zaman tüm veri kümesi için bileşik olasılık fonksiyonu (2.13)'teki çok terimli olasılık dağılımlarının çarpımıdır. Bu örnekleme planı çarpım-çokterimli yada bağımsız-çokterimli örnekleme olarak adlandırılır.

X açıklayıcı değişkeni için $\{n_{i.}\ ,\ i=1,...,I\}$ frekanslarının sabit tutulduğu duruma ileriye dönük (prospective) çalışmalarda rastlanırken, Y yanıt değişkeni için $\{n_{.j}\ ,\ j=1,...,J\}$ frekanslarının sabit tutulduğu duruma geriye dönük (retrospective) çalışmalarda rastlamak mümkündür.Toplam örneklem büyüklüğünün sabit tutulduğu çalışmalar ise çapraz-sınıflama (cross-sectional) çalışmaları olarak adlandırılır. (1)

2.5. Olabilirlik Fonksiyonu ve Ençok Olabilirlik Tahmin Edicileri

$\{n_i,\ i=1,...,I\}$, Ω kümesinde değerler alan θ parametresine bağlı, f (ni,θ) olasılık yoğunluk fonksiyonuna sahip bağımsız rastlantı değişkenleri olsun. Bu rastlantı değişkenlerinin bileşik olasılık yoğunluk fonksiyonu ;

$$f(n_1, \theta) \times f(n_2, \theta), ...,f(n_I, \theta)$$

ile verilsin.

Bağımsız ve birbirine benzer dağılımlar gösteren $\{n_i,\ i=1,\ldots,I\}$ rastlantı değişkenleri θ'nın bir fonksiyonu olduğuna göre;

$$L(\theta / x_1, x_2,\ldots x_I) = f(x_1, x_2,\ldots,x_I / \theta)$$

biçiminde gösterilebilir.

Buradaki L fonksiyonuna "olabilirlik fonksiyonu" denir. Olabilirlik fonksiyonunu maksimum yapan parametre değerlerine ise "ençok olabilirlik tahmin edicisi" adı verilir. (6)

Çokterimli örnekleme varsayımı altında $\{\pi_i\}$ göze olasılıklarının ençok olabilirlik tahmin edicilerini elde edelim.

Çokterimli dağılımın olabilirlik fonksiyonu aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\prod_i \pi_i^{n_i} \tag{2.14}$$

Parametre içermeyen terimlerin fonksiyonu maksimum yapmada bir etkisi olmadığından işlemleri kolaylaştırmak için $\left(\dfrac{n!}{\prod_i n_i!}\right)$ terimi ihmal edilir. Logaritma artan bir fonksiyon olduğundan (2.14) fonksiyonunu $\{\pi_i\}$ parametresine göre maksimum yapmak yerine bunun logaritmasını maksimum yapmak daha kolaydır.

Çokterimli örnekleme için log ençok olabilirlik fonksiyonu ;

$$L = \sum_i n_i \log \pi_i \tag{2.15}$$

şeklinde formülize edilir.

$\{\pi_i\}$ parametresinin maksimum olabilirlik tahmin edicisi;

$$\frac{\partial \log \pi_I}{\partial \pi_i} = \frac{1}{\pi_I}\frac{\partial \pi_I}{\partial \pi_i} = -\frac{1}{\pi_I}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \pi_i} = \frac{n_i}{\pi_i} - \frac{n_I}{\pi_I} = 0$$

$\frac{\hat{\pi}_i}{\hat{\pi}_I} = \frac{n_i}{n_I}$ eşitliğinden yararlanarak $\Sigma\hat{\pi}_i = 1 = \frac{\hat{\pi}_I \Sigma n_i}{n_I} = \frac{\hat{\pi}_I n}{n_I}$ elde edilir.

Böylece;

$$\hat{\pi}_I = \frac{n_I}{n} \quad \text{ve} \quad \hat{\pi}_i = \frac{n_i}{n} = p_i$$

elde edilir.

Buna göre π_i' nin maksimum olabilirlik tahmin edicisi örneklem oranı p_i 'dir. (1)

2.6. İki Boyutlu Tablolar

2.6.1. Bağımsız Model

IxJ boyutlu olumsallık tablosunun N=IxJ gözesinin tümü n genişliğinde çok terimli dağılıma sahip olsun. Çok terimli dağılım için $\{\pi_{ij}\}$ olasılıkları iki kategorik değişkenin olasılık yoğunluk dağılımını oluşturur. (2.3)'den de bilindiği gibi;

$$\pi_{ij} = \pi_{i.}\pi_{.j} \qquad i=1,\ldots,I \qquad j=1,\ldots,J$$

olduğu zaman değişkenler istatistiksel olarak bağımsızdır ve beklenen frekanslar;

$$\hat{m}_{ij} = n\pi_{ij} = n\pi_{i.}\pi_{.j} \qquad i=1,\ldots,I \qquad j=1,\ldots,J$$

yardımıyla bulunur.

Satır değişkeni X, sütun değişkeni Y ile gösterildiğinde bağımsızlık modeline ait çarpımsal model;

$$m_{ij}^{XY} = \eta\,\tau_i^X \tau_j^Y \qquad (2.16a)$$

n_{ij}, gözlenen frekanslar parametrelerin çarpımları şeklinde ifade edilmiştir. Çarpımsal modelin logaritması alınarak log-linear model elde edilebilir.

$$\log m_{ij} = \mu + \lambda_i^X + \lambda_j^Y \tag{2.16b}$$

Bu model iki boyutlu tablolarda bağımsız log-linear model olarak adlandırılır. Bu modele göre satırlar ve sütunlar birbirinden bağımsızdır.

2.6.2. Doymuş Model

Değişkenler arasında bağımlılık olduğu varsayıldığında çarpımsal ve log-linear model aşağıdaki şekle dönüşür.

$$m_{ij}^{XY} = \eta \tau_i^X \tau_j^Y \tau_{ij}^{XY} \tag{2.17a}$$

$$\log m_{ij} = \mu + \lambda_i^X + \lambda_j^Y + \lambda_{ij}^{XY} \tag{2.17b}$$

$$\mu = \ln \eta \qquad \lambda_i^X = \ln \tau_i^X \qquad \lambda_j^Y = \ln \tau_j^Y \qquad \lambda_{ij}^{XY} = \ln \tau_{ij}^{XY}$$

Bu model iki boyutlu tabloda olabilecek tüm parametreleri içerdiği için "doymuş model" olarak adlandırılır. Doymuş modelden elde edilen beklenen frekanslar gözlenen frekanslara eşittir.

Çarpımsal model parametreleri için aşağıdaki kısıtların sağlanması gerekir.

$$\prod_{i=1}^{I} \tau_i^X = 1 \qquad \prod_{i=1}^{I} \tau_{ij}^{XY} = \prod_{j=1}^{J} \tau_{ij}^{XY} = 1$$

Log-linear model parametreleri için ise aşağıdaki kısıtlar sağlanmalıdır.

$$\sum_{i=1}^{I} \lambda_i^X = 0 \qquad \sum_{i=1}^{I} \lambda_{ij}^{XY} = \sum_{j=1}^{J} \lambda_{ij}^{XY} = 0$$

Bağımsız model doymuş modelin özel bir durumudur. $\tau_{ij}^{XY} = 1$ yada $\lambda_{ij}^{XY} = 0$ olduğunda doymuş model bağımsız modele dönüşür. $\tau_{ij}^{XY} = 1$ yada $\lambda_{ij}^{XY} = 0$ parametreleri ilişki parametreleri olarak adlandırılır ve bunlar X ve Y'nin bağımsızlıktan ayrılışını yansıtır.

Bağımsız model için doğrusal bağımsız parametre sayısı;

$$1 + (I - 1) + (J - 1) = I + J - 1$$

Doymuş model için doğrusal bağımsız parametre sayısı;

$$1 + (I - 1) + (J - 1) + (I - 1)(J - 1) = I\,J$$

Tablo kaç boyutlu olursa olsun doymuş modellerdeki parametre sayısı göze sayısına eşittir.

Çoksonuçlu değişkenler için parametrelere ait formüller:

Çarpımsal model için;

$$\eta = \left(\prod_i \prod_j n_{ij}\right)^{\frac{1}{IJ}} \qquad \tau_i^X = \frac{\left(\prod_j n_{ij}\right)^{\frac{1}{J}}}{\eta} \qquad \tau_{ij}^{XY} = \frac{n_{ij}}{\eta \tau_i^X \tau_j^Y} \tag{2.18}$$

Log-linear model için;

$$\mu = \frac{1}{IJ}\left(\sum_i \sum_j \log n_{ij}\right) \qquad \lambda_i^X = \frac{1}{J}\sum_j \log n_{ij} - \mu$$

$$\lambda_{ij}^{XY} = \log n_{ij} - \mu - \lambda_i^X - \lambda_j^Y \tag{2.19}$$

İki sonuçlu değişkenler için parametrelere ait formüller:

Çarpımsal model için;

$$\eta = \left(\prod_{i=1}^{2} \prod_{j=1}^{2} n_{ij}\right)^{\frac{1}{4}} \qquad \tau_1^X = \left(\prod_{j=1}^{2} \frac{n_{1j}}{n_{2j}}\right)^{\frac{1}{4}} \qquad \tau_{11}^{XY} = \left(\frac{n_{11} n_{22}}{n_{12} n_{21}}\right)^{\frac{1}{4}} \tag{2.20}$$

Log-linear model için;

$$\mu = \frac{1}{4}\left(\sum_{i=1}^{2} \sum_{j=1}^{2} \log n_{ij}\right) \qquad \lambda_1^X = \frac{1}{4} \sum_{j=1}^{2} (\log n_{1j} - \log n_{2j}) \tag{2.21}$$

$$\lambda_{11}^{XY} = \frac{1}{4}\left[\,\left(\log n_{11} + \log n_{22}\right) - \left(\log n_{12} + \log n_{21}\right)\,\right]$$

olur. (10)

2.7. Üç Boyutlu Tablolar

Şimdiye kadar çokterimli örneklemin iki faktör açısından sınıflandırılması üzerinde durulmuştur. Bundan sonraki bölümlerde üç faktör açısından sınıflandırılma yapıldığında kaç çeşit bağımsızlık modeli kurulabileceğini, bunlara ait log-linear modelleri ve en iyi log-linear modelin seçilmesi yöntemleri incelenecektir.

Bir çokterimli örneklemin üç faktör açısından aşağıdaki gibi sınaflandırıldığı düşünülsün.

Tablo 2. 4. Üç boyutlu tablo yapısı

		Z_k		
X_i	Y_j	z_1	...	z_K
	y_1	n_{111}	...	n_{11K}
x_1	.	.		.
	y_J	n_{1J1}	...	n_{1JK}
	y_1	.		.
.	.	.	.	.
	y_J	.		.
	y_1	n_{I11}	...	n_{I1K}
x_I	.	.		.
	y_J	n_{IJ1}	...	n_{IJK}

Üç boyutlu tablolarda genellikle gözelerdeki sayılar n_{ijk} ile gösterilir. Yukarıdaki tabloda X, satır Y, sütun Z, tabaka değişkeni olarak tanımlansın.Buna göre marjinal toplamlar;

$$n_{ij.}=\sum_{k=1}^{K} n_{ijk} \qquad n_{i.k}=\sum_{j=1}^{J} n_{ijk} \qquad n_{.jk}=\sum_{i=1}^{I} n_{ijk}$$

$$n_{i..}=\sum_{j=1}^{J}\sum_{k=1}^{K} n_{ijk}=\sum_{j=1}^{J} n_{ij.}=\sum_{k=1}^{K} n_{i.k} \qquad n_{..k}=\sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J} n_{ijk}$$

$$n_{.j.}=\sum_{i=1}^{I}\sum_{k=1}^{K} n_{ijk} \qquad n_{...}=\sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J}\sum_{k=1}^{K} n_{ijk} \tag{2.22}$$

olur.

Benzer gösterimler olasılıklar (p_{ijk}) ve beklenen değerler (m_{ijk}) için de geçerlidir.

Üç boyutlu tablolarda iki değişken arasındaki ilişki marjinal ve kısmi tablolardan elde edilen odds oranları ile bulunabilir.

2x2x2 üç boyutlu tablosu için, X ve Y değişkenleri arasındaki ilişki marjinal ve kısmi tablolardan yararlanarak aşağıdaki gibi bulunabilir.

X - Y marjinal ilişkisi ;

X \ Y	Y_1	Y_2
X_1	$n_{111}+n_{112}$	$n_{121}+n_{122}$
X_2	$n_{211}+n_{212}$	$n_{221}+n_{222}$

$$\theta_M=\frac{n_{111}+n_{112}\,/\,n_{121}+n_{122}}{n_{211}+n_{212}\,/\,n_{221}+n_{222}}$$

X - Y koşullu ilişkisi Z değişkeninin düzeyleri için ayrı ayrı bulunur.

Z_1 sabit tutulduğunda :

X \ Y	Y_1	Y_2
X_1	n_{111}	n_{121}
X_2	n_{211}	n_{221}

$$\theta_{K1} = \frac{n_{111} / n_{121}}{n_{211} / n_{221}}$$

Z_2 sabit tutulduğunda :

X \ Y	Y_1	Y_2
X_1	n_{112}	n_{122}
X_2	n_{212}	n_{222}

$$\theta_{K2} = \frac{n_{112} / n_{122}}{n_{212} / n_{222}}$$

Marjinal tablodan elde edilen odds oranına "marjinal odds oranı", kısmi tablodan elde edilen odds oranına "koşullu odds oranı" adı verilir.

X - Y değişkenleri arasındaki ilişkiyi bulmak için elde edilen marjinal ve koşullu odds oranları çok farklı sonuçlar verebilir. Bu duruma "Simpson's paradox" denir. Buna değişkenlerin düzeylerindeki denek sayılarının çok farklı olması sebep olabilir. Örneğin deneklerin %80'inin X'in birinci düzeyinde, %20'sinin X'in ikinci düzeyinde toplandığı bir örneklemde marjinal ve koşullu odds oranlarının çelişkili çıkması şaşırtıcı değildir.(4)

2.7.1. Bağımsızlık Modelleri

Çokterimli bir örneklem iki değişken üzerinden sınıflandırıldığında iki boyutlu tablo elde edilir. İki boyutlu tablolarda test edilebilecek sadece bir bağımsızlık modeli vardır. Satır ve sütunların bağımsızlığı. Üç boyutlu tablolarda ise mümkün olabilecek 8 ayrı bağımsızlık modeli vardır.Bu modeller dört ana grup altında toplanır.Üç boyutlu tablo satır, sütun ve tabaka olarak ele alındığında modeller aşağıdaki gibi sınıflandırılır.(4)

Tam bağımsız model,

(0) Satır, sütun ve tabaka karşılıklı bağımsız,

Bir değişkenin diğerlerinden bağımsız olduğu modeller,

(1) Satır, sütun ve tabakadan bağımsız,

(2) Sütun, satır ve tabakadan bağımsız,

(3) Tabaka, satır ve sütundan bağımsız,

Koşullu bağımsızlık modelleri,

(4) Tabaka sabit tutulduğunda satır ve sütun bağımsız,

(5) Sütun sabit tutulduğunda satır ve tabaka bağımsız,

(6) Satır sabit tutulduğunda sütun ve tabaka bağımsız,

Tam etkileşimli model,

(7) Tüm değişkenler ikişerli olarak birbirine bağımlı

2.7.1.1. Tam Bağımsız Model

Tüm satır, sütun ve tabakaların birbirinden bağımsız olduğu modele " tam bağımsız model " denir.

Göze olasılıklarının p_{ijk} $\{i=1,...I,\ j=1,...,J,\ k=1,...,K\}$ ile gösterildiği varsayıldığında $\sum_i\sum_j\sum_k p_{ijk}=1$ olur. Bu modeli diğerlerinden ayırmak amacıyla $^{(0)}$ üssü kullanılır. Tam bağımsız modele göre;

$$M^{(0)} : p_{ijk} = p_{i..}\, p_{.j.}\, p_{..k} \tag{2.23}$$

Bu model altında p_{ijk}'nın max olabilirlik kestirimi;

$$\begin{aligned}\hat{p}^{(0)}_{ijk} &= \hat{p}_{i..}\hat{p}_{.j.}\hat{p}_{..k}\\ &= \left(\frac{n_{i..}}{n_{...}}\right)\left(\frac{n_{.j.}}{n_{...}}\right)\left(\frac{n_{..k}}{n_{...}}\right)\end{aligned}$$

Beklenen değer $m_{ijk} = n_{...} \, p_{ijk}$ eşitliğinden hesaplandığına göre beklenen değerin max olabilirlik kestirimi;

$$\hat{m}^{(0)}_{ijk} = n_{...} \, \hat{p}^{(0)}_{ijk}$$
$$= \frac{n_{i..} \, n_{.j.} \, n_{..k}}{n^2_{...}}$$

Bu modele göre marjinal kısıtlar aşağıdaki gibidir.

$$\hat{m}_{i..} = n_{i..} \qquad \hat{m}_{.j.} = n_{.j.} \qquad \hat{m}_{..k} = n_{..k}$$

2.7.1.2. Bir Değişkenin Diğerlerinden Bağımsız Olduğu Modeller

Bir değişkenin diğer iki değişkenden bağımsız olduğu üç durum vardır. Bu üç model;

Satırın, sütun ve tabakadan bağımsız olduğu durum;

$$M^{(1)} : p_{ijk} = p_{i..} \, p_{.jk} \qquad (2.24)$$

Sütunun, satır ve tabakadan bağımsız olduğu durum;

$$M^{(2)} : p_{ijk} = p_{.j.} \, p_{i.k} \qquad (2.25)$$

Tabakanın, satır ve sütundan bağımsız olduğu durum;

$$M^{(3)} : p_{ijk} = p_{..k} \, p_{ij.} \qquad (2.26)$$

$M^{(1)}$ modeli satırın, sütun ve tabakadan bağımsız olduğunu gösterir fakat sütun ve tabakanın bağımsızlığı hakkında bilgi vermez. Sütun ve tabaka bağımsız ise $M^{(1)}$ modeli $M^{(0)}$ modeline dönüşür. O halde bu üç model $M^{(0)}$ tam bağımsızlık modelinin özel bir durumudur. $M^{(0)}$ modeli doğru olduğunda bu üç model de doğru olur. Bu üç modelin analizi benzerdir. O yüzden sadece $M^{(1)}$ modelinin detaylarının incelenmesi yeterlidir.

$M^{(1)}$ modeli altında p_{ijk} olasılıklarının max olabilirlik kestirimi;

$$\hat{p}_{ijk}^{(1)} = \hat{p}_{i..}\ \hat{p}_{.jk}$$
$$= \left(\frac{n_{i..}}{n_{...}}\right)\left(\frac{n_{.jk}}{n_{...}}\right)$$

Beklenen değerlerin max olabilirlik kestirimi;

$$\hat{m}_{ijk}^{(1)} = n_{...}\hat{p}_{ijk}^{(1)}$$
$$= \frac{n_{i..}n_{.jk}}{n_{...}}$$

$p_{ijk}^{(1)}$ ve $m_{ijk}^{(1)}$ ifadelerinin üzerindeki $(^1)$ 'ler $M^{(1)}$ modelinin doğru olduğu varsayımı altında kestirim yapıldığının anlaşılmasını sağlar.

$M^{(1)}$ modeli için max olabilirlik kestiricileri, $M^{(1)}$ modelinden elde edilen beklenen değerler (m_{ijk})'dir. Bu modele göre marjinal kısıtlar;

$$\hat{m}_{i..} = n_{i..} \qquad \hat{m}_{.jk} = n_{.jk}$$

olur.

2.7.1.3. Koşullu Bağımsızlık Modelleri

Bir değişkenin düzeyleri sabit tutulduğunda diğer iki değişken birbirinden bağımsız olabilir. Bu durumda koşullu bağımsızlık modelleri geçerlidir. Örneğin tabakanın herhangi bir düzeyi verildiğinde satırlar ve sütunlar bağımsız olabilir. Bir subjenin k. tabaka verildiğinde i. satır ve j. sütunda bulunma olasılığı iki yolla ifade edilebilir.

Birincisi;

$$= p(\text{ satır} = i,\ \text{sütun} = j \quad / \ \text{tabaka} = k\ )$$
$$= p(\text{ satır} = i,\ \text{sütun} = j,\ \text{tabaka} = k\ ) \ / \ p(\text{ tabaka} = k\ )$$
$$= p_{ijk} \ / \ p_{..k}$$

İkincisi;

= p(satır = i , sütun = j / tabaka = k)

= p(satır = i / tabaka = k) x p(sütun = j / tabaka = k)

={p(satır=i , tabaka=k)/p(tabaka = k)}x{p(sütun=j , tabaka=k) / p(tabaka=k)}

$$= \frac{p_{i.k}\,p_{.jk}}{p_{..k}\,p_{..k}}$$

Birinci ve ikinci eşitlik birbirine eşitlenirse;

$$\frac{p_{ijk}}{p_{..k}} = \frac{p_{i.k}\,p_{.jk}}{p_{..k}\,p_{..k}}$$

$$p_{ijk} = \frac{p_{i.k}\,p_{.jk}}{p_{..k}}$$

tabaka sabit tutulduğunda satır ve sütunun bağımsız olduğu model elde edilir.

Bir değişken sabit tutulduğunda diğer iki değişkenin bağımsız olduğu üç farklı model vardır.

Tabaka sabit tutulduğunda satır ve sütunun bağımsız olduğu model;

$$M^{(4)} : p_{ijk} = \frac{p_{i.k}\,p_{.jk}}{p_{..k}} \tag{2.27}$$

Sütun sabit tutulduğunda satır ve tabakanın bağımsız olduğu model;

$$M^{(5)} : p_{ijk} = \frac{p_{ij.}\,p_{.jk}}{p_{.j.}} \tag{2.28}$$

Satır sabit tutulduğunda sütun ve tabakanın bağımsız olduğu model;

$$M^{(6)} : p_{ijk} = \frac{p_{ij.}\,p_{i.k}}{p_{i..}} \tag{2.29}$$

$M^{(4)}$ modeli altında p_{ijk}'nın max olabilirlik kestirimi;

$$\hat{p}_{ijk} = \frac{\hat{p}_{i.k}\,\hat{p}_{.jk}}{\hat{p}_{..k}}$$

Beklenen değerlerin max olabilirlik kestirimi;

$$\hat{m}_{ijk} = \frac{n_{i.k}\,n_{.jk}}{n_{..k}}$$

Bu modele göre marjinal kısıtlar;

$$\hat{m}_{i.k} = n_{i.k} \qquad \hat{m}_{.jk} = n_{.jk}$$

olur.

2.7.1.4. Tam Etkileşimli Model

Üç etkileşim termininde bulunduğu tek model vardır.

$$M^{(7)} : p_{ijk} = \Psi_{ij}\,\Phi_{jk}\,\omega_{ik} \qquad (2.30)$$

M^7 modeline göre marjinal kısıtlar;

$$\hat{m}_{ij.} = \hat{n}_{ij.} \qquad \hat{m}_{i.k} = \hat{n}_{i.k} \qquad \hat{m}_{.jk} = \hat{n}_{.jk}$$

Üç boyutlu tablolardaki bağımsızlık modellerinin sonuncusu olan bu model 1935 yılında Bartlett tarafından bulunmuştur. Üç değişken çiftinin de koşullu bağımlı olduğu durumun modelidir.

$p_{ijk}^{(7)}$ ve $m_{ijk}^{(7)}$ 'ler diğer modellerde olduğu gibi direkt olarak kestirilemezler.

Bu durumda olasılık ve beklenen değerler iteratif yöntemlerle kestirilir. Bir çok iteratif yöntem içinde en çok kullanılanlar IPF (iteratif oransal uygunluk) ve Newton-Raphson metodlarıdır.

İki boyutlu tablolarda bir tane bağımsızlık modeli vardır ve beklenen değerleri direkt olarak kestirmek mümkümdür. Üç boyutlu tablolarda yedi bağımsızlık modeli vardır. $M^{(6)}$' ya kadar olan modellerin beklenen frekanslarının direkt kestirimi varken $M^{(7)}$ modeline ait beklenen frekanslar ancak iteratif yöntemlerle hesaplanabilir. Dört boyutlu tablolarda ise modellerin birçoğunda beklenen frekansları bulmak için iteratif yöntem kullanmak gereklidir. Hangi modellerde iteratif yöntem kullanmak gerektiğini bilmek zorunluluğu yoktur. İki yöntem de aynı sonucu verir. Sadece direkt kestirim olduğu halde iteratif yöntem kullanmak zaman kaybına sebep olur. Paket programlar tüm beklenen değerleri iteratif yöntemlerle hesaplar.

Bu çalışmada iteratif hesaplama yöntemleri ile nasıl hesaplama yapıldığı üzerinde durulmayacak, sadece en sık kullanılan IPF ve Newton-Raphson yöntemleri karşılaştırılacaktır.

Eğer bir modele ait beklenen değerlerin direkt kestirimi varsa IPF yöntemine göre birinci döngü ile ikinci döngünün sonuçları eşit çıkar ve sonuca ulaşıldığı anlaşılır. Newton-Raphson yöntemine göre direkt kestirimi olan modellerde sonuca ulaşmak için ikiden çok döngüye ihtiyaç vardır. Direkt kestirimi olmayan modeller için ise sonuca ulaşmak için IPF yöntemi , Newton-Raphson yönteminden daha fazla döngüye ihtiyaç duyar.

Diğer yandan IPF'nin , Newton-Raphson yöntemi ile karşılaştırıldığında iki dezavantajı vardır . Birincisi , parametre kestirimlerinin varyansını vermez . İkincisi ise sadece hiyerarşik log-linear modeller için kullanılır. Newton-Raphson yönteminin dezavantajı ise kullanılmasının zor oluşudur. (10)

2.7.2. Odds Oranları ve Bağımsızlık Modelleri

Daha önce de belirtildiği gibi, odds oranının 1'e eşit olması iki değişkenin birbirinden bağımsız olduğunu gösterir. Buna bağlı olarak da iki boyutlu olumsallık tablosunda tüm odds oranları 1'e eşit olduğunda bağımsızlık modeli geçerli sayılır.

Bu bölümde üç boyutlu tablolarda karşılaşılan bağımsızlık modellerine ait marjinal ve koşullu odds oranları tanımlanacaktır.

2.7.2.1. Tam Bağımsızlık Durumunda Odds Oranları

Tam bağımsızlık modeli $M^{(0)}$ aşağıdaki gibi tanımlanır.

$M^{(0)}$: $p_{ijk} = p_{i..}\ p_{.j.}\ p_{..k}$ (Satır, sütun ve tabaka karşılıklı bağımsız)

Koşullu odds oranları:

Z'nin tüm düzeyleri için X-Y koşullu odds oranları;

$$\theta = \frac{p_{i'j'k}\, p_{ijk}}{p_{i'jk}\, p_{ij'k}} = \frac{(p_{i'..}.p_{.j'.}.p_{..k})(p_{i..}.p_{.j.}.p_{..k})}{(p_{i'..}.p_{.j.}.p_{..k})(p_{i..}.p_{.j'.}.p_{..k})} = 1$$

Aynı yöntem kullanılarak Y'nin tüm düzeyleri için X-Z ve X'in tüm düzeyleri için Y-Z koşullu odds oranlarının da 1'e eşit olduğu gösterilebilir. (9)

Marjinal odds oranları:

K üzerinden toplam alınırsa;

$p_{ij.} = p_{i..}\ p_{.j.}\ p_{...}$

$p_{ij.} = p_{i..}\ p_{.j.}$

$M^{(0)}$ modeline göre X-Y marjinal odds oranı;

$$\theta = \frac{p_{i'j'.}\,p_{ij.}}{p_{i'j.}\,p_{ij'.}} = \frac{(p_{i'..}.p_{.j'.})(p_{i..}.p_{.j.})}{(p_{i'..}.p_{.j.})(p_{i..}.p_{.j'.})} = 1$$

Aynı yöntem kullanılarak X-Z ve Y-Z marjinal odds oranlarının da 1'e eşit olduğu tanıtlanabilir.

Sonuç olarak, $M^{(0)}$ bağımsızlık modeli geçerli olduğunda tüm koşullu ve marjinal odds oranları 1'e eşit olur.

2.7.2.2. Bir Değişkenin Diğerlerinden Bağımsız Olduğu Modellerde Odds Oranları

Bu duruma ait üç ayrı model vardır. $M^{(1)}$, $M^{(2)}$, $M^{(3)}$. Bu üç model benzer olduğundan sadece $M^{(1)}$ üzerinde durulacaktır.

$M^{(1)}$: $p_{ijk} = p_{i..}\, p_{.jk}$ (Satır, sütun ve tabakadan bağımsız)

Koşullu odds oranları:

Z'nin tüm düzeyleri için X-Y koşullu odds oranları;

$$\theta = \frac{p_{i'j'k}\, p_{ijk}}{p_{i'jk}\, p_{ij'k}} = \frac{(p_{i'..}p_{.j'k})(p_{i..}p_{.jk})}{(p_{i'..}p_{.jk})(p_{i..}p_{.j'k})} = 1$$

Y'nin tüm düzeyleri için X-Z koşullu odds oranları;

$$\theta = \frac{p_{i'jk'}\, p_{ijk}}{p_{i'jk}\, p_{ijk'}} = \frac{(p_{i'..}p_{.jk'})(p_{i..}p_{.jk})}{(p_{i'..}p_{.jk})(p_{i..}p_{.jk'})} = 1$$

X'in tüm düzeyleri için Y-Z koşullu odds oranları;

$$\theta = \frac{p_{ij'k'}\, p_{ijk}}{p_{ij'k}\, p_{ijk'}} = \frac{(p_{i..}.p_{.j'k'})(p_{i..}.p_{.jk})}{(p_{i..}.p_{.j'k})(p_{i..}.p_{.jk'})} = \frac{p_{.j'k'}\,p_{.jk}}{p_{.j'k}\,p_{.jk'}}$$

X'in tüm düzeylerinde Y-Z koşullu odds oranları birbirine eşittir.

Marjinal odds oranları:

$M^{(1)}$ modeline göre X-Y marjinal odds oranı;

K üzerinden toplam alınırsa;

$p_{ij.} = p_{i..}\, p_{.j.}$

$$\theta = \frac{p_{i'j'.}.p_{ij.}}{p_{i'j.}\,p_{ij'.}} = \frac{(p_{i'..}p_{.j'.})(p_{i..}p_{.j.})}{(p_{i'..}p_{.j.})(p_{i..}p_{.j'.})} = 1$$

$M^{(1)}$ modeline göre X-Z marjinal odds oranı;

J üzerinden toplam alınırsa;

$p_{i.k} = p_{i..}\ p_{..k}$

$$\theta = \frac{p_{i'.k'}\, p_{i.k}}{p_{i'.k}\, p_{i.k'}} = \frac{(p_{i'..}p_{..k'})(p_{i..}p_{..k})}{(p_{i'..}p_{..k})(p_{i..}p_{..k'})} = 1$$

$M^{(1)}$ modeline göre Y-Z marjinal odds oranı;

I üzerinden toplam alınırsa;

$p_{.jk} = p_{...}\ p_{.jk}$

$$\theta = \frac{p_{.j'k'}\, p_{.jk}}{p_{.j'k}\, p_{.jk'}}$$

eşitliğinden hesaplanır.

2.7.2.3. Koşullu Bağımsızlık Durumunda Odds Oranları

$M^{(4)}$, $M^{(5)}$ ve $M^{(6)}$ koşullu bağımsız modelleri temsil eder. Bu üç model benzer olduğundan sadece $M^{(4)}$ üzerinde durulacaktır.

$M^{(4)}$: $p_{ijk} = p_{i.k}\ p_{.jk} / p_{..k}$ (Tabaka sabit tutulduğunda satır ve sütun bağımsız)

Koşullu odds oranları:

Z'nin tüm düzeyleri için X-Y koşullu odds oranları;

$p_{ijk} = p_{i.k}\ p_{.jk} / p_{..k}$

$$\theta = \frac{p_{i'j'k}\ p_{ijk}}{p_{i'jk}\ p_{ij'k}} = \frac{\left(\frac{p_{i'.k}\, p_{.j'k}}{p_{..k}}\right)\left(\frac{p_{i.k}\, p_{.jk}}{p_{..k}}\right)}{\left(\frac{p_{i'.k}\, p_{.jk}}{p_{..k}}\right)\left(\frac{p_{i.k}\, p_{.j'k}}{p_{..k}}\right)} = 1$$

Y'nin tüm düzeyleri için X-Z koşullu odds oranları;

$$\theta = \frac{p_{i'jk'}\, p_{ijk}}{p_{i'jk}\, p_{ijk'}} = \frac{p_{i'.k'}\, p_{i.k}}{p_{i'.k}\, p_{i.k'}}$$

Y'nin tüm düzeyleri için X-Z koşullu odds oranları eşittir.

X'in tüm düzeyleri için Y-Z koşullu odds oranları;

$$\theta = \frac{p_{ij'k'}\, p_{ijk}}{p_{ij'k}\, p_{ijk'}} = \frac{p_{.j'k'}\, p_{.jk}}{p_{.j'k}\, p_{.jk'}}$$

X'in tüm düzeyleri için Y-Z koşullu odds oranları eşittir.

Marjinal odds oranları:

$M^{(4)}$ modeline göre X-Y marjinal odds oranı;

K üzerinden toplam alınarak;

$p_{ijk} = p_{i.k}\, p_{.jk} / p_{..k}$

$p_{ij.} = p_{i..}\, p_{.j.}$

$$\theta = \frac{p_{i'j'.}\, p_{ij.}}{p_{i'j.}\, p_{ij'.}} = \frac{(p_{i'..}\, p_{.j'.})(p_{i..}\, p_{.j.})}{(p_{i'..}\, p_{.j.})(p_{i..}\, p_{.j'.})} = 1$$

$M^{(4)}$ modeline göre X-Z marjinal odds oranı;

J üzerinden toplam alınarak;

$p_{i.k} = p_{i.k}\, p_{..k} / p_{..k}$

$p_{i.k} = p_{i.k}$

$$\theta = \frac{p_{i'.k'}\, p_{i.k}}{p_{i'.k}\, p_{i.k'}}$$

$M^{(4)}$ modeline göre Y-Z marjinal odds oranı;

I üzerinden toplam alınarak;

$p_{.jk} = p_{..k}\, p_{.jk} / p_{..k}$

$p_{.jk} = p_{.jk}$

$$\theta = \frac{p_{.j'k'}\,p_{.jk}}{p_{.j'k}\,p_{.jk'}}$$

eşitliğinden hesaplanır.

2.7.2.4.Tam Etkileşimli Modellerde Odds Oranları

$$M^{(7)} : p_{ijk} = \Psi_{ij}\,\Phi_{jk}\,\omega_{ik}$$

Bu modele ilişkin olasılıkların direkt kestirimi yoktur. Olasılıklar iteratif yöntemlerle elde edilir.Bu modele göre iki faktör arasındaki odds oranı üçüncü faktörün her düzeyinde aynıdır. Z sabit tutulduğunda X-Y koşullu odds oranı herhangi bir değer alabilir. Fakat bu değer Z'nin her düzeyinde aynı olmalıdır. Y sabit tutulduğunda X-Z ve X sabit tutulduğunda Y-Z koşullu odds oranları için de aynı yorum yapılabilir.

$M^{(7)}$ modeline göre marjinal ve kısmi odds oranlarının birbirine eşit olması beklenmez.

Sonuç olarak;

$M^{(0)}$ modeline göre;

$$\theta^{K}_{X\text{-}Y} = \theta^{M}_{X\text{-}Y} = 1 \qquad \theta^{K}_{X\text{-}Z} = \theta^{M}_{X\text{-}Z} = 1 \qquad \theta^{K}_{Y\text{-}Z} = \theta^{M}_{Y\text{-}Z} = 1$$

$M^{(1)}$ modeline göre;

$$\theta^{K}_{X\text{-}Y} = \theta^{M}_{X\text{-}Y} = 1 \qquad \theta^{K}_{X\text{-}Z} = \theta^{M}_{X\text{-}Z} = 1 \qquad \theta^{K}_{Y\text{-}Z} = \theta^{M}_{Y\text{-}Z} \neq 1$$

$M^{(4)}$ modeline göre;

$$\theta^{K}_{X\text{-}Y} = \theta^{M}_{X\text{-}Y} = 1 \qquad \theta^{K}_{X\text{-}Z} = \theta^{M}_{X\text{-}Z} \neq 1 \qquad \theta^{K}_{Y\text{-}Z} = \theta^{M}_{Y\text{-}Z} \neq 1$$

$M^{(7)}$ modeline göre ;

$$\theta^{K}_{X\text{-}Y} \neq \theta^{M}_{X\text{-}Y} \neq 1 \qquad \theta^{K}_{X\text{-}Z} \neq \theta^{M}_{X\text{-}Z} \neq 1 \qquad \theta^{K}_{Y\text{-}Z} \neq \theta^{M}_{Y\text{-}Z} \neq 1$$

Üçüncü değişkenin tüm düzeylerinde diğer iki değişken arasındaki koşullu odds oranları birbirine eşittir.

(θ^K koşullu odds oranını θ^M marjinal odds oranını gösterir.)

2.7.3. Üç Boyutlu Tablolarda Log - Linear Modeller

8 bağımsızlık modeline ait çarpımsal modeller aşağıdaki gibi verilebilir.

Modeller		
$M^{(0)}$:	$m_{ijk}^{XYZ} = \eta \tau_i^X \tau_j^Y \tau_k^Z$	(2.31a)
$M^{(1)}$:	$m_{ijk}^{XYZ} = \eta \tau_i^X \tau_j^Y \tau_k^Z \tau_{jk}^{YZ}$	(2.31b)
$M^{(2)}$:	$m_{ijk}^{XYZ} = \eta \tau_i^X \tau_j^Y \tau_k^Z \tau_{ik}^{XZ}$	(2.31c)
$M^{(3)}$:	$m_{ijk}^{XYZ} = \eta \tau_i^X \tau_j^Y \tau_k^Z \tau_{ij}^{XY}$	(2.31d)
$M^{(4)}$:	$m_{ijk}^{XYZ} = \eta \tau_i^X \tau_j^Y \tau_k^Z \tau_{ik}^{XZ} \tau_{jk}^{YZ}$	(2.31e)
$M^{(5)}$:	$m_{ijk}^{XYZ} = \eta \tau_i^X \tau_j^Y \tau_k^Z \tau_{ij}^{XY} \tau_{jk}^{YZ}$	(2.31f)
$M^{(6)}$:	$m_{ijk}^{XYZ} = \eta \tau_i^X \tau_j^Y \tau_k^Z \tau_{ij}^{XY} \tau_{ik}^{XZ}$	(2.31g)
$M^{(7)}$:	$m_{ijk}^{XYZ} = \eta \tau_i^X \tau_j^Y \tau_k^Z \tau_{ij}^{XY} \tau_{ik}^{XZ} \tau_{jk}^{YZ}$	(2.31h)

n_{ijk} frekansları parametrelerin çarpımları olarak tanımlandığında bu tür modellere " çarpımsal modeller " denir. Çarpımsal modeller logaritma alınarak "eklemeli model " haline dönüştürülebilir. Bu yolla işlem kolaylığı sağlanmış olur. (2.31) eşitliğindeki modellerin logaritması alındığında (2.32) eşitlikleri elde edilir.

8 bağımsızlık modeline ait log-linear modeller aşağıdaki gibidir.

	Modeller	Sembol	
$M^{(0)}$:	$\log m_{ijk} = \mu + \lambda_i^X + \lambda_j^Y + \lambda_k^Z$	(X, Y, Z)	(2.32a)
$M^{(1)}$:	$\log m_{ijk} = \mu + \lambda_i^X + \lambda_j^Y + \lambda_k^Z + \lambda_{jk}^{YZ}$	(X, YZ)	(2.32b)
$M^{(2)}$:	$\log m_{ijk} = \mu + \lambda_i^X + \lambda_j^Y + \lambda_k^Z + \lambda_{ik}^{XZ}$	(Y, XZ)	(2.32c)
$M^{(3)}$:	$\log m_{ijk} = \mu + \lambda_i^X + \lambda_j^Y + \lambda_k^Z + \lambda_{ij}^{XY}$	(Z, XY)	(2.32d)
$M^{(4)}$:	$\log m_{ijk} = \mu + \lambda_i^X + \lambda_j^Y + \lambda_k^Z + \lambda_{ik}^{XZ} + \lambda_{jk}^{YZ}$	(XZ, YZ)	(2.32e)
$M^{(5)}$:	$\log m_{ijk} = \mu + \lambda_i^X + \lambda_j^Y + \lambda_k^Z + \lambda_{ij}^{XY} + \lambda_{jk}^{YZ}$	(XY, YZ)	(2.32f)
$M^{(6)}$:	$\log m_{ijk} = \mu + \lambda_i^X + \lambda_j^Y + \lambda_k^Z + \lambda_{ij}^{XY} + \lambda_{ik}^{XZ}$	(XY, XZ)	(2.32g)
$M^{(7)}$:	$\log m_{ijk} = \mu + \lambda_i^X + \lambda_j^Y + \lambda_k^Z + \lambda_{ij}^{XY} + \lambda_{ik}^{XZ} + \lambda_{jk}^{YZ}$	(XY, XZ, YZ)	(2.32h)

Logaritmik formdaki bu modellere " log-linear modeller " denir. Bundan sonraki bölümlerde ilgili log-linear model yerine sembolü kullanılacaktır.

Bağımsızlık modellerinde p_{ijk}'lar üzerine kısıtlar konulur ve bu kısıtlara bağlı olarak (2.31) eşitliklerinden beklenen frekanslar, (2.32) eşitliklerinden beklenen frekansların logaritması elde edilir. p_{ijk}'lar üzerine hiçbir kısıt konulmadığı zaman ise aşağıdaki model geçerli olur.

$$M^{(8)} : \quad m_{ijk}^{XYZ} = \eta\, \tau_i^X \tau_j^Y \tau_k^Z \tau_{ij}^{XY} \tau_{ik}^{XZ} \tau_{jk}^{YZ} \tau_{ijk}^{XYZ} \tag{2.31i}$$

yada

$$M^{(8)} : \quad \log m_{ijk} = \mu + \lambda_i^X + \lambda_j^Y + \lambda_k^Z + \lambda_{ij}^{XY} + \lambda_{ik}^{XZ} + \lambda_{jk}^{YZ} + \lambda_{ijk}^{XYZ} \tag{2.32i}$$

$$\mu = \ln\eta \qquad \lambda_i^X = \ln\tau_i^X \qquad \lambda_j^Y = \ln\tau_j^Y \qquad \lambda_k^Z = \ln\tau_k^Z$$

$$\lambda_{ij}^{XY} = \ln\tau_{ij}^{XY} \qquad \lambda_{ik}^{XZ} = \ln\tau_{ik}^{XZ} \qquad \lambda_{jk}^{YZ} = \ln\tau_{jk}^{YZ} \qquad \lambda_{ijk}^{XYZ} = \ln\tau_{ijk}^{XYZ}$$

Bu modele " doymuş model " denir. Doymuş modelde beklenen frekanslar gözlenen frekanslara eşittir. Diğer bir deyişle doymuş model gözlenen frekansların bir fonksiyonudur ve göze sayısı kadar parametre içerir.

Çarpımsal model parametreleri için aşağıdaki kısıtların sağlanması gerekir.

$$\prod_{i=1}^{I} \tau_i^X = 1 \qquad \prod_{i=1}^{I} \tau_{ij}^{XY} = \prod_{j=1}^{J} \tau_{ij}^{XY} = 1 \qquad \prod_{i=1}^{I} \tau_{ijk}^{XYZ} = \prod_{j=1}^{J} \tau_{ijk}^{XYZ} = \prod_{k=1}^{K} \tau_{ijk}^{XYZ} = 1 \tag{2.33}$$

Log-linear model parametreleri için ise aşağıdaki kısıtların sağlanması gerekir.

$$\sum_{i=1}^{I} \lambda_i^X = 0 \qquad \sum_{i=1}^{I} \lambda_{ij}^{XY} = \sum_{j=1}^{J} \lambda_{ij}^{XY} = 0 \qquad \sum_{i=1}^{I} \lambda_{ijk}^{XYZ} = \sum_{j=1}^{J} \lambda_{ijk}^{XYZ} = \sum_{k=1}^{K} \lambda_{ijk}^{XYZ} = 0 \tag{2.34}$$

Değişkenlerin herbiri iki yanıtlı olduğunda (2.33) ve (2.34) eşitlikleri aşağıdaki gibi olur.

Çarpımsal model için;

$$\begin{aligned} &\tau_2^X = \frac{1}{\tau_1^X} \qquad \tau_{12}^{XY} = \tau_{21}^{XY} = \frac{1}{\tau_{22}^{XY}} = \frac{1}{\tau_{11}^{XY}} \\ &\tau_{112}^{XYZ} = \tau_{121}^{XYZ} = \tau_{211}^{XYZ} = \tau_{222}^{XYZ} = \frac{1}{\tau_{221}^{XYZ}} = \frac{1}{\tau_{212}^{XYZ}} = \frac{1}{\tau_{122}^{XYZ}} = \frac{1}{\tau_{111}^{XYZ}} \end{aligned} \tag{2.35}$$

Log-linear model için;

$$\begin{aligned} &\lambda_2^X = -\lambda_1^X \qquad \lambda_{12}^{XY} = \lambda_{21}^{XY} = -\lambda_{22}^{XY} = -\lambda_{11}^{XY} \\ &\lambda_{112}^{XYZ} = \lambda_{121}^{XYZ} = \lambda_{211}^{XYZ} = \lambda_{222}^{XYZ} = -\lambda_{211}^{XYZ} = -\lambda_{212}^{XYZ} = -\lambda_{122}^{XYZ} = -\lambda_{111}^{XYZ} \end{aligned} \tag{2.36}$$

X, Y, Z faktörleri sırasıyla I, J, K düzeylerine sahip olduğunda, bu faktörlere ait üç boyutlu tablo IxJxK gözeden oluşur. Tüm etkileşim terimlerinin toplamı IxJxK kadardır ve parametreler m_{ijk} ve log m_{ijk} 'lerin bilinmesiyle hesaplanabilir.

Çoksonuçlu değişkenler için parametrelere ait formüller aşağıdaki gibidir.

Çarpımsal model için;

$$\eta = \left(\prod_i \prod_j \prod_k n_{ijk} \right)^{\frac{1}{IJK}} \qquad \tau_i^X = \frac{\left(\prod_j \prod_k n_{ijk} \right)^{\frac{1}{JK}}}{\eta}$$

$$\tau_{ij}^{XY} = \frac{\left(\prod_k n_{ijk} \right)^{\frac{1}{K}}}{\eta \; \tau_i^X \; \tau_j^Y} \qquad \tau_{ijk}^{XYZ} = \frac{n_{ijk}}{\eta \; \tau_i^X \; \tau_j^Y \; \tau_k^Z \; \tau_{ij}^{XY} \; \tau_{ik}^{XZ} \; \tau_{jk}^{YZ}} \tag{2.37}$$

Log-linear model için;

$$\mu = \frac{1}{IJK} \sum_i \sum_j \sum_k \log n_{ijk} \qquad \lambda_i^X = \frac{1}{JK} \sum_j \sum_k \log n_{ijk} - \mu$$

$$\lambda_{ij}^{XY} = \frac{1}{K} \sum_k \log n_{ijk} - \mu - \lambda_i^X - \lambda_j^Y \tag{2.38}$$

$$\lambda_{ijk}^{XYZ} = \log n_{ijk} - \mu - \lambda_i^X - \lambda_j^Y - \lambda_k^Z - \lambda_{ij}^{XY} - \lambda_{ik}^{XZ} - \lambda_{jk}^{YZ}$$

İkisonuçlu değişkenler için parametrelere ait formüller aşağıdaki gibidir.

Çarpımsal model için;

$$\eta = \left(\prod_{i=1}^{2} \prod_{j=1}^{2} \prod_{k=1}^{2} n_{ijk} \right)^{1/8} \qquad \tau_1^X = \left(\prod_{j=1}^{2} \prod_{k=1}^{2} \frac{n_{1jk}}{n_{2jk}} \right)^{1/8}$$

$$\tau_{11}^{XY} = \left(\prod_{k=1}^{2} \frac{n_{11k}\, n_{22k}}{n_{12k}\, n_{21k}} \right)^{1/8} \qquad \tau_{111}^{XYZ} = \left(\frac{n_{111}\, n_{221}}{n_{121}\, n_{211}} \frac{n_{122}\, n_{212}}{n_{112}\, n_{222}} \right)^{1/8} \tag{2.39}$$

Log-linear model için;

$$\mu = \frac{1}{8}\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2}\sum_{k=1}^{2}\log n_{ijk} \qquad \lambda_1^X = \frac{1}{8}\sum_{j=1}^{2}\sum_{k=1}^{2}\left(\log n_{1jk} - \log n_{2jk}\right)$$

$$\lambda_{11}^{XY} = \frac{1}{8}\sum_{k=1}^{2}\left(\left(\log n_{11k} - \log n_{22k}\right) - \left(\log n_{12k} - \log n_{21k}\right)\right) \tag{2.40}$$

$$\lambda_{111}^{XYZ} = \frac{1}{8}\left(\left(\log n_{111} + \log n_{221} + \log n_{122} + \log n_{212}\right) - \left(\log n_{121} + \log n_{211} + \log n_{112} + \log n_{222}\right)\right)$$

Bağımsızlık ve doymuş modele ait log-linear modeller "hiyerarşik modeller" olarak adlandırılır. Hiyerarşik modellere göre, bir modelde yüksek dereceli bir parametre varsa, onu oluşturan daha düşük dereceli parametreler de modele alınmalıdır. Örneğin, λ_{ij}^{XY} modelde ise λ_i^X ve λ_j^Y'de modelde olmalıdır.

$$\log m_{ijk} = \mu + \lambda_i^X + \lambda_{ij}^{XY} \tag{2.41}$$

(2.41) modeli hiyerarşik olmayan log-linear modele bir örnektir. Bu tür modeller pratikte sık kullanılmazlar. Böyle modelleri kullanmak ANOVA ve regresyon modellerini ana etkiyi kullanmaksızın etkileşim terimleri ile yorumlamaya benzer. (1,10,13)

Tablo 2. 5. Üç boyutlu tablolarda bağımsızlık modelleri, log-linear modeller, olasılık formu ve beklenen değerler

Bağımsızlık modeli	Log-linear modeller	Olasılık formu	Beklenen değer
$M^{(0)}$	(X, Y, Z)	$p_{ijk} = p_{i..}\, p_{.j.}\, p_{..k}$	$m_{ijk} = n_{i..}\, n_{.j.}\, n_{..k} / n^2_{...}$
$M^{(1)}$	(X, YZ)	$p_{ijk} = p_{i..}\, p_{.jk}$	$m_{ijk} = n_{i..}\, n_{.jk} / n_{...}$
$M^{(4)}$	(XZ, YZ)	$p_{ijk} = p_{i.k}\, p_{.jk} / p_{..k}$	$m_{ijk} = n_{i.k}\, n_{.jk} / n_{..k}$
$M^{(7)}$	(XY, XZ, YZ)	$p_{ijk} = \Psi_{ij}\, \Phi_{jk}\, \omega_{ik}$	İteratif yöntemlerle bulunur.
$M^{(8)}$	(XYZ)	Kısıt yok.	$m_{ijk} = n_{ijk}$

Birbirinin simetriği olan modeller gösterilmemiştir. Örneğin $M^{(2)}$ ve $M^{(3)}$, $M^{(1)}$'e benzer şekilde formülize edilebilir.

2.7.3.1. Parametrelerin Yorumlanması

Aritmetik ortalama, toplamlar ve farklarla uğraşılıyorsa, yani model eklemeli model ise (örneğin log-linear model) genel eğilimi bulmak için kullanılır. Geometrik ortalama ise çarpımsal modellerde genel eğilimi bulmak için kullanılan bir ölçüttür. Aritmetik ve geometrik ortalama arasında aşağıdaki gibi bir bağıntı vardır.

$$\text{Ln}\, ab = \ln a + \ln b \qquad \text{Ln}(a / b) = \ln a - \ln b \qquad \text{Ln}a^b = b.\ln a$$

temel notasyonları bilindiğine göre ;

$$\text{Ln}\, \bar{x}_{geom} = \ln \left(\prod_{i=1}^{N} x_i \right)^{1/N} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \ln x_i \qquad (2.42)$$

Veriler üzerine hiçbir kısıt konulmadığı zaman $M^{(8)}$ (doymuş)modeli elde edilir. Beklenen değerler, $M^{(8)}$ modeli çarpımsal model olarak ele alındığında frekanslar, log-linear model olarak ele alındığında frekansların logaritmaları cinsinden bulunur. Yorumları frekanslar üzerinden yapmak daha anlaşılır olacağından geometrik ortalama yardımıyla $M^{(8)}$ çarpımsal modelinin parametreleri incelenecektir.

η (Genel ortalama)

Toplam örneklem genişliğine bağlıdır. X, Y, Z faktörleri göz önünde bulundurulmadığında ortalama olarak herbir göze $\eta = \left(\prod_i \prod_j \prod_k n_{ijk}\right)^{1/IJK}$ değerini alır. Bu değer de IxJxK tane gözedeki n_{ijk} frekanslarının geometrik ortalamasına eşittir.

τ_i^X

$$\tau_i^X = \frac{\left(\prod_j \prod_k n_{ijk}\right)^{1/JK}}{\eta}$$

X faktörünün i'inci düzeyi sabit tutulduğunda JxK gözedeki frekansların geometrik ortalamasının genel ortalamadan ne derece farklı olduğunu gösteren parametredir. τ_i^X 'nın 1 çıkması, i'ye bağlı gözelerdeki frekans ortalamalarının genel ortalamaya eşit olduğunu, 1'den küçük çıkması i'ye bağlı gözelerdeki frekans ortalamalarının genel ortalamadan küçük olduğunu, 1'den büyük çıkması ise i'ye bağlı gözelerdeki frekans ortalamalarının genel ortalamadan büyük olduğunu gösterir.

τ_{ij}^{XY}

$$\tau_{ij}^{XY} = \frac{\left(\prod_k n_{ij}\right)^{1/K}}{\eta \, \tau_i^X \tau_j^Y}$$

X faktörünün i'inci düzeyi ve Y faktörünün j. düzeyi sabit tutulduğunda K tane gözedeki frekansların geometrik ortalamasının daha düşük dereceli parametreler ($\eta\ \tau_i^X \tau_j^Y$) kullanarak elde edilen ortalamadan ne kadar küçük yada büyük olduğunu gösteren parametredir.

Ayrıca τ_{ij}^{XY} terimini, Z faktörünün düzeyleri sabit tutulduğunda elde edilen koşullu etkilerin geometrik ortalaması olarak hesaplamak da mümkündür.

$$\tau_{ij}^{XY} = \left(\tau_{ij1}^{XY/Z} \tau_{ij2}^{XY/Z}, \ldots, \tau_{ijk}^{XY/Z}\right)^{1/K}$$

τ_{ijk}^{XYZ}

$$\tau_{ijk}^{XYZ} = \left(\frac{n_{ijk}}{\eta\ \tau_i^X \tau_j^Y \tau_k^Z \tau_{ij}^{XY} \tau_{ik}^{XZ} \tau_{jk}^{YZ}}\right)$$

(X,Y,Z) = (i,j,k) gözesindeki frekansın daha düşük düzeydeki parametreler kullanılarak tahmin edilen frekanstan ne derece farklı olduğunu gösteren parametredir. τ_{ijk}^{XYZ} parametrelerinin tümü 1'e eşit olduğunda üç değişken etkileşimi yoktur.(9)

2.7.3.2. Modellerin Yorumlanması

1.M$^{(0)}$ (X,Y,Z)

Bu bağımsızlık tipine ait log-linear model;

$$M^{(0)}:\ \log m_{ijk} = \mu + \lambda_i^X + \lambda_j^Y + \lambda_k^K$$

Üç faktör karşılıklı bağımsız olduğunda (2.32a) modeli geçerlidir. Tüm değişken çiftleri arasında marjinal ve koşullu odds oranları 1'e eşittir.

2. $M^{(1)}$ (X, YZ), $M^{(2)}$ (Y, XZ), $M^{(3)}$ (Z, XY)

Sadece bir değişken çiftinin koşullu bağımlı, diğer iki çiftin bağımsız olduğu modellerdir.

$$M^{(1)}: \log m_{ijk} = \mu + \lambda_i^X + \lambda_j^Y + \lambda_k^Z + \lambda_{jk}^{YZ}$$

Örneğin, $M^{(1)}$ modeline göre X'in düzeyleri verildiğinde Y ve Z bağımlıdır. Bu bağımlılık modelde λ_{jk}^{YZ} parametresi ile temsil edilir. Y'nin düzeyleri verildiğinde X-Z, Z'nin düzeyleri verildiğinde X-Y koşullu bağımsızdır. Bu yüzden $M^{(1)}$ modelinde etkileşim terimleri ile temsil edilmezler. $M^{(1)}$ modeline göre X-Y ve X-Z değişken çiftlerine ait marjinal ve koşullu odds oranları 1'e eşittir. Y-Z değişken çiftine ait marjinal ve koşullu odds oranları ise birbirine eşit fakat 1'den farklı bir değer alır.

3. $M^{(4)}$ (XZ, YZ), $M^{(5)}$ (XY, YZ), $M^{(6)}$ (XY, XZ)

Sadece bir değişken çiftinin koşullu bağımsız, diğer iki değişken çiftinin koşullu bağımlı olduğu modellerdir.

$$M^{(4)}: \log m_{ijk} = \mu + \lambda_i^X + \lambda_j^Y + \lambda_k^Z + \lambda_{ik}^{XZ} + \lambda_{jk}^{YZ}$$

Örneğin $M^{(4)}$ modeline göre Y'nin düzeyleri verildiğinde X-Z , X'in düzeyleri verildiğinde Y-Z koşullu bağımlıdır. Bu nedenle modelde λ_{ik}^{XZ} ve λ_{jk}^{YZ} parametreleri ile temsil edilirler. Z'nin düzeyleri verildiğinde X-Y değişkenleri bağımsız olduğundan modelde temsil edilmez. $M^{(4)}$ modeline göre X-Y değişken çiftine ait marjinal ve koşullu odds oranları 1'e eşittir. X-Z ve Y-Z değişken çiftlerine ait ait marjinal ve koşullu odds oranları birbirine eşittir fakat 1'den farklı değer alırlar.

4. $M^{(7)}$ (XY, XZ, YZ)

Tüm değişken çiftlerinin diğer değişkenin düzeyleri verildiğinde koşullu bağımlı olduğu modeldir.

$$M^{(7)}: \log m_{ijk} = \mu + \lambda_i^X + \lambda_j^Y + \lambda_k^Z + \lambda_{ij}^{XY} + \lambda_{ik}^{XZ} + \lambda_{jk}^{YZ}$$

Bu modele göre X'in düzeyleri verildiğinde Y-Z, Y'nin düzeyleri verildiğinde X-Z ve Z'nin düzeyleri verildiğinde X-Y değişkenleri koşullu bağımlıdır. İki değişen arasındaki ilişki üçüncü değişkenin tüm düzeylerinde aynıdır. Örneğin X'in birinci düzeyinde Y-Z değişken çiftleri arasındaki ilişki miktarı ile X'in I. düzeyinde Y-Z değişken çiftleri arasındaki ilişki miktarı aynıdır. Marjinal ve koşullu odds oranlarının eşit olması beklenmez.(14)

5. $M^{(8)}$ (XYZ)

Üç faktör etkileşimini de içeren bu model gözlenen frekansların bir fonksiyonudur. Bu model sonunda bulunan beklenen frekanslar gözlenen frekanslara eşittir.

$$M^{(8)}: \ \log m_{ijk} = \mu + \lambda_i^X + \lambda_j^Y + \lambda_k^Z + \lambda_{ij}^{XY} + \lambda_{ik}^{XZ} + \lambda_{jk}^{YZ} + \lambda_{ijk}^{XYZ}$$

Bu modelde (I-1) tane doğrusal bağımsız λ_i^Xparametresi, (I-1)(J-1) tane doğrusal bağımsız λ_{ij}^{XY} parametresi ve (I-1)(J-1)(K-1) tane doğrusal bağımsız λ_{ijk}^{XYZ} parametresi vardır. Benzer formüller diğer parametreler için de uygulandığında μ içeren doğrusal parametrelerin toplam sayısı;

$$1+(I-1)+(J-1)+(K-1)+(I-1)(J-1)+(I-1)(K-1)+(J-1)(K-1)+(I-1)(J-1)(K-1) = I\,J\,K$$

olur.

Bu modele göre iki değişken arasındaki ilişki miktarı üçüncü değişkenin düzeylerine bağlı olarak değişir. Ayrıca koşullu odds oranları ile marjinal odds oranlarının eşit olması beklenmez.

2.7.4. Model Seçimi

Model seçme yöntemlerinin temel amacı popülasyon için doğru modeli bulmaktır. Model seçerken iki tip hata yapılabilir. Seçilen model gereğinden fazla parametre içerebilir ve bu parametrelerden bazıları popülasyonu açıklamak için gereksiz olabilir ve bir uyumsuzluk ortaya çıkar. (overfitting) İkinci tip hata ise populasyon modelinde olması gereken parametrelerin modele alınmamasından kaynaklanır. Bu durumda da uyumsuzluk problemi ile karşı karşıya kalınır. (underfitting)

Model seçimi ile ilgili literatürlerin büyük bir kısmı bu hatalardan kaçınmak için neler yapılması gerektiği üzerine yazılmıştır. Bu konudaki en geniş çalışmalar Long(1988) tarafından yapılmıştır.

Bir araştırmanın teorik dayanakları düşünülmeden sadece istatistiksel olarak incelendiğinde uygun olabilecek birden çok model ortaya çıkabilir. Önemli olan teorik dayanaklara bağlı kalarak popülasyon için seçilen modeli yorumlayabilmektir. Bunun için araştırmacının önceki bilgilerine dayanarak araştırmanın sonucu hakkında kabaca bir fikre sahip olması gerekir. Sadece istatistiksel olarak anlamlı bulunduğu için yorumlanamayacak bir modeli seçmek yanlıştır. Popülasyon için en iyi model en az parametreye sahip, uyum iyiliği testlerine göre anlamlı ve araştırmacının yorumlayabileceği modeldir.

Modelleri karşılaştırırken Pearson χ^2 ve log-olabilirlik oran istatistiği L^2 kullanılır.

$$\text{Pearson } \chi^2 = \sum_i \sum_j \sum_k \left(\frac{n_{ijk} - \hat{m}_{ijk}}{\hat{m}_{ijk}} \right)^2 \tag{2.43a}$$

$$L^2 = 2\sum_i \sum_j \sum_k n_{ijk} \log \left(\frac{n_{ijk}}{\hat{m}_{ijk}} \right) \tag{2.43b}$$

(2.43) eşitliklerinde n_{ijk}'lar gözlenen frekansları, $\hat{m}_{ijk}$'lar ise ilgilenilen modele ait beklenen frekansları gösterir. O halde (2.43) eşitlikleri ilgilenilen modeli doymuş modele karşı test eder. Model geçerli olduğu zaman bu istatistikler asimtotik ki-kare dağılımına sahip olur. (3)

Uyum iyiliği testleri için serbestlik derecesi, alternatif ve yokluk hipotezlerinin boyutlarının farkına eşittir.

Örneğin üç boyutlu tabloda verilerin dağılımı çokboyutlu örneklemeye sahipse $\{\pi_{ijk}\}$ olasılıkları için tek kısıt $\sum_i \sum_j \sum_k \pi_{ijk} = 1$'dir. Buna göre doymuş model için IJK-1 tane doğrusal bağımsız parametre vardır.Alternatif hipotezin $M^{(0)}$ modeli olduğu düşünülürse bu modele ait {(I-1) + (J-1) + (K-1)=I+J+K-3} tane doğrusal bağımsız parametre olduğu açıktır. O halde serbestlik derecesi;

$$s.d. = (IJK-1) - (I+J+K-3) = IJK - I - J - K + 2$$

olur.

Üç boyutlu tablolarda log-linear modellere ait serbestlik dereceleri Tablo 2.6.'da verilmiştir.

Araştırmayı yapan kişi popülasyondaki ilişkiler hakkında önceden kesin bir fikre sahipse model seçiminde zorluk çıkmayacaktır. Araştırmacının beklentilerine uygun model (2.43a)'da verilen Pearson χ^2 istatistiği kullanılarak test edilir. Fakat olabileceği düşünülen bir değil birkaç rakip model varsa uygun modeli bulmak için koşullu - L^2 testi kullanılmalıdır. Bu rakip modeller hiyerarşik olarak bağlantılıdır ve bir model diğer modelin parametreleri üzerine kısıt konulduğunda elde edilebilir.

Tablo 2.6. Üç boyutlu tablolarda log-linear modellere ait serbestlik dereceleri

Bağımsızlık modeli	**Log-linear model**	**Serbestlik derecesi**
$M^{(0)}$	(X, Y, Z)	IJK - I - J - K + 2
$M^{(1)}$	(YZ, X)	(I-1)(JK-1)
$M^{(2)}$	(XZ, Y)	(J-1)(IK-1)
$M^{(3)}$	(XY, Z)	(K-1)(IJ-1)
$M^{(4)}$	(XZ, YZ)	K(I-1)(J-1)
$M^{(5)}$	(XY, YZ)	J(I-1)(K-1)
$M^{(6)}$	(XY, XZ)	I(J-1)(K-1)
$M^{(7)}$	(XY, XZ, YZ)	(I-1)(J-1)(K-1)
$M^{(8)}$	(XYZ)	0

(X,Y,Z) üç boyutlu tablosu için üç model aşağıdaki gibi verilebilir.

$$M^{(0)}:\ \log m_{ijk} = \mu + \lambda_i^X + \lambda_j^Y + \lambda_k^Z$$

$$M^{(3)}:\ \log m_{ijk} = \mu + \lambda_i^X + \lambda_j^Y + \lambda_k^Z + \lambda_{ij}^{XY}$$

$$M^{(7)}:\ \log m_{ijk} = \mu + \lambda_i^X + \lambda_j^Y + \lambda_k^Z + \lambda_{ij}^{XY} + \lambda_{ik}^{XZ} + \lambda_{jk}^{YZ}$$

Yukarıda verilen üç model birbiri içine kümelenmiştir. $M^{(3)}$ modeli $M^{(0)}$ modelindeki tüm parametreleri içerirken, $M^{(7)}$ modeli de $M^{(3)}$ modelindeki tüm parametreleri içerir. Böyle birbiri içine geçmiş modelleri test ederken koşullu-L^2 istatistiğini kullanmak yararlıdır.

$M^{(0)}$ modeli ile $M^{(3)}$ modelinin karşılaştırılmak istendiğini varsayalım. $M^{(0)}$ modeli $M^{(3)}$ modelinin özel bir durumudur. ν_0 ve ν_3 bu modellere ait serbestlik dereceleri ise, $\nu_3 < \nu_0$ ve $L^2(M^{(3)}) \leq L^2(M^{(0)})$ olur.

$M^{(3)}$ modelinin kabul edildiği varsayımı altında $M^{(0)}$ modelinin kabul edilip edilmediğinin testi için olabilirlik oran yaklaşımı;

$$L^2(M^{(0)}/M^{(3)}) = -2\left[L^2(\hat{m}_{(0)},n) - L^2(\hat{m}_{(3)},n)\right]$$
$$L^2(M^{(0)}/M^{(3)}) = \{-2\left[L^2(\hat{m}_{(0)},n) - L^2(n,n)\right]\} - \{-2\left[L^2(\hat{m}_{(3)},n) - L^2(n,n)\right]\}$$
$$L^2(M^{(0)}/M^{(3)}) = L^2(M^{(0)}) - L^2(M^{(3)})$$

$M^{(0)}$ modeli kabul edildiğinde $L^2(M^{(0)})$ ν_0 serbestlik derecesiyle, $L^2(M^{(3)})$ ise ν_3 serbestlik derecesiyle asimtotik ki-kare dağılımına yaklaşır. $L^2(M^{(0)} / M^{(3)})$ ise, ν_0-ν_3 serbestlik derecesiyle asimtotik ki-kare dağılımına yaklaşır.

$M^{(0)}$ modeli red edildiğinde ise $L^2(M^{(3)})$ ν_3 serbestlik derecesi ile asimtotik ki-kare dağılımına yaklaşırken diğer iki istatistik n arttıkça sınırsız olarak büyüme eğilimindedir.

Kısacası karşılaştırılmak istenen birden çok hiyerarşik model varsa, bu modellerin tümünü doymuş modelle karşılaştırıp herbir model için $L^2(M)$ değerleri elde edildikten sonra testleri, bunların farklarını kullanarak yapmak en kısa yoldur. SPSS ve BMDP gibi paket programlar da bu yolu kullanır.

İstatistik test yöntemlerinin iyi sonuç vermesi için örneklem genişliği ne çok büyük ne de çok küçük olmalıdır.

Çok büyük örneklemlerde, doymuş modeldeki tüm etkiler anlamlı çıkabilir ve buna bağlı olarak tüm doymamış modeller red edilir. Bu problemden sakınmak için (overfitting) sadece modellerin anlamlılığına bakmayıp etkilerin (parametrelerin) genişliği de hesaba katılmalıdır. Eğer doymamış bir model sadece test sonuçlarına bakarak red edilmişse, fakat eklenen parametreler, parametrelerin kestiriminde değişiklik yaratmıyorsa ve eklenen parametreler kendi içinde küçükse test sonucu gözardı edilerek hipotez kabul edilmelidir.

Küçük örneklemlerde sorunlar daha farklıdır. Model doğru olduğunda büyük örneklemler için χ^2 ve L^2 yaklaşık olarak aynı değerleri alırlar ve teorik χ^2 dağılımına yaklaşırlar. Fakat küçük örneklemlerde veya veriler tabloya seyrek dağıldığında χ^2 ve L^2 değerleri birbirlerinden ve teorik χ^2 dağılımından farklı değerler almaya başlar. Örneklem genişliği küçük, göze sayısı büyük olduğu durumda hangi istatistiğin teorik χ^2 dağılımına daha çok yaklaştığı hala tartışılmaktadır. Morgolin ve Light (1974), Larntz (1978) ve Fienberg (1980) beklenen frekansın 1 olduğu durumda χ^2 'nin teorik χ^2 dağılımına daha çok yaklaştığını göstermişlerdir. Göze frekansları küçük olduğu zaman, L^2 birinci tip hatanın olasılığını olduğundan daha küçük kestirir. Benzer sonuçlar Haberman(1978), Milligan(1980), Lawal(1984) ve Koehler(1986) tarafından da verilmiştir. Ayrıca önemli bir problem de örneklem genişliği küçük olduğunda popülasyon için etkisi büyük olan değişkenlerin anlamsız kabul edilmesidir.

2.7.4.1. Adımsal Yöntemler

Goodman(1971a), log-linear modellerin seçimi için regresyon analizinde kullanılan ileriye ve geriye dönük seçim yöntemlerine benzer yöntemler önermiştir.

İleriye dönük seçim yöntemine tüm değişkenlerin birbirinden bağımsız olduğu $M^{(0)}$ modeli ile başlanır. İlk adımda $M^{(0)}$ modeli kendisinden bir fazla parametre içeren modellerle karşılaştırılır. H_o hipotezi red edilmişse $L^2(M/M^{(0)})$'da en büyük farkı yaratan model kabul edilir. Kabul edilen bu model ikinci adımda temel model olarak alınır. Ve birinci adımdaki işlemler H_o hipotezi kabul edilene kadar tekrar edilir. H_o hipotezinin kabul edilmesi, modele eklendiğinde L^2'de anlamlı bir düşüş sağlayacak parametre kalmadığını gösterir. O halde popülasyon için uygun model bu modeldir.

Geriye dönük seçim yöntemine $M^{(8)}$ (doymuş) modelinden başlanır. Yavaş yavaş parametre silinir ve bu işleme H_o hipotezi red edilinceye kadar devam edilir. H_o hipotezinin red edilmesi, modelden daha fazla parametre çıkarılamayacağını, çıkarıldığı zaman L^2'de anlamlı artış olacağını gösterir.

Bu iki yönteme göre, popülasyon modeline ulaşmak için birden çok test yapmak gereklidir. Herbir testte I.tip hata yapma olasılığı (H_o hipotezini doğru olduğu halde yanlışlıkla red etme olasılığı) α=0.05 olarak kabul edilirse popülasyon modeline gelinceye kadar yapılan hata α'yı aşar. s tane model olduğunda s-1 tane bağımsız model çifti karşılaştırılabilir. Yapılan herbir testin hata düzeyi $1-(1-\alpha)^{1/s-1}$ olursa, en son modelin I.tip hata olasılığı α'yı geçmez. (5)

Bir veri setine uygulanacak ileriye dönük ve geriye dönük seçim yöntemlerinden farklı sonuçlar elde edilebilir. Böyle bir durumda araştırmacının konu hakkındaki teorik bilgisine dayanarak seçim yapılmalıdır.

2.7.4.2. Model Seçiminde Kullanılan Diğer Kriterler

χ^2 ve L^2 değerlerinin büyüklüğü örneklem genişliğine bağlıdır. O halde örneklem genişliğinin hesaba katıldığı yeni bir ölçüt elde edilmelidir.

$$e=\frac{L^2}{N} \qquad w=\sqrt{e} \tag{2.44}$$

e, etki genişliği (effect size) ve w (demarcation line) olarak adlandırılır. e, χ^2 ve L^2 testlerinin gücünü tanımlamada kullanılır. w ise model seçiminde kullanılabilecek yeni bir ölçüttür. w > 0.10 olduğunda modelden elde edilen beklenen frekanslarla gözlenen frekanslar arasındaki farkın büyük olduğuna karar verilir ve H_0 hipotezi red edilir. Teorik anlamlılığı göz önünde bulundurmadan sadece w değerine bakarak karar vermek yanlıştır. (3)

Varyans ve regresyon analizinde kullanılan R^2 ve düzeltilmiş R^2 gibi ölçütler log-linear modellerde de kullanılır. Bu ölçütler ilk olarak Goodman(1971,1972) tarafından hiyerarşik log-linear modellerin seçiminde kullanılmak üzere ortaya atılmıştır.

$$R^2 = \frac{L^2(M^{(0)}) - L^2(M)}{L^2(M^{(0)})} \tag{2.45}$$

(2.45) eşitliğinde $L^2(M^{(0)})$ tam bağımsız modelin doymuş modele karşı olabilirlik oran test istatistiğini, $L^2(M)$ test edilmek istenen M modelinin doymuş modele karşı olabilirlik oran test istatistiğini gösterir. $M^{(0)}$ bağımsız modeli gösterdiğine göre $L^2(M^{(0)})$ modeldeki toplam değişimi verir. $L^2(M^{(0)})$ - $L^2(M)$, M modeli ile açıklanabilen değişim miktarıdır. R^2, M modelinin toplam değişimi nekadar açıkladığını gösterir.

R^2, 0 ile 1 arasında değerler alır. 1'e yaklaştıkça M modelinin , 0'a yaklaştıkça $M^{(0)}$ modelinin kabul edilmesi önerilir. R^2'nin bir dezavantajı modeldeki parametre sayısını hesaba katmamasıdır. Bu yüzden Bonett ve Bentler (1983) R^2'ye alternatif bir ölçüt sunmuşlardır.

$$\hat{\delta} = \frac{L^2(M^{(0)})/sd(M^{(0)}) - L^2(M)/sd(M)}{L^2(M^{(0)})/sd(M^{(0)})} \tag{2.46}$$

$\hat{\delta}$, regresyon analizindeki düzeltilmiş R^2'ye benzer olarak yorumlanabilir. $\hat{\delta}$ ölçütünün üst sınırı 1'dir fakat alt sınırı pozitif olmayan herhangi bir sayıya eşit olabilir. $\hat{\delta}$'nin düşük değerleri için $M^{(0)}$ (çok kısıtlı) modeli, yüksek değerleri için M (az kısıtlı) modelinin kabul edilmesi önerilir.Genellikle $\hat{\delta}$, R^2'den küçük değerler alır.

Bu ölçüt model seçiminde R^2'den daha sık kullanılır. İleriye dönük seçim yöntemlerinde parametre eklendiğinde $\hat{\delta}$'da düşüş oluyorsa o parametre eklenmez. Geriye dönük seçim yönteminde ise bir parametre çıkarıldığında $\hat{\delta}$'da artış oluyorsa o parametre çıkarılır. R^2 değerleri benzeyen iki model karşılaştırıldığında $\hat{\delta}$ değeri büyük olan model seçilir.

Bu yöntemlerden başka yeni bir model seçme kriteri de Akaike (1973) tarafından ortaya atılmıştır. Akaike bilgi kriteri olarak adlandırılan bu ölçüt de $\hat{\delta}$ gibi serbestlik derecelerini hesaba katar ve bu yolla paremetre sayısı az olan modelleri ödüllendirip komplex modelleri cezalandırır.

$$AIC = L^2(M) - (q - 2\, sd(M)) \tag{2.47}$$

$L^2(M)$, M modelinin doymuş modele karşı olabilirlik oran istatistiğini, $sd(M)$, M modeline ait serbestlik derecesini ve q göze sayısını gösterir. Bu kritere göre en küçük AIC değerini alan model en sade ve popülasyon için en uygun modeldir. Diğer kriterler için de geçerli olduğu gibi, bir model teorik olarak yorumlanamıyorsa AIC değeri minimum da olsa seçilmemelidir.

2.7.5. Artıkların İncelenmesi

2.7.5.1. Standart Artıklar

i gözesi için $n_i - \hat{m}_i$, gözlenen ve beklenen değerler arasındaki farkı gösterir. Fakat bu fark küçük ve büyük örneklemler için aynı şekilde değerlendirilemez. Bu farkı beklenen değerlerin standart sapmasına bölerek standartlaştırma yapmak mümkündür. Böylece i gözesi için standart artık,

$$e_i = \frac{n_i - \hat{m}_i}{\sqrt{\hat{m}_i}} \tag{2.48}$$

Standart artık Pearson istatistiği ile $\sum\limits_i e_i^2 = \chi^2$ şeklinde ilişkilidir.Test edilen model kabul edildiğinde $\{e_i\}$'ler 0 ortalama ile normal dağılır. e_i'lerin varyansı 1'den küçük değer alır.

2.7.5.2. Düzeltilmiş Artıklar

$$r_{ij} = \frac{n_{ij} - \hat{m}_{ij}}{\sqrt{\hat{m}_{ij}\left(1 - p_{i.}\right)\left(1 - p_{.j}\right)}} \tag{2.49}$$

(2.49) eşitliği, Haberman (1973) tarafından düzeltilmiş artık olarak adlandırılmıştır. (2.49) eşitliği iki boyutlu tabloda bağımsızlık modeline ait düzeltilmiş artık formülüdür. Direkt kestirimi olan log-linear modeller için düzeltilmiş artık formülleri basittir. Tablo 2.7. üç boyutlu tablolar için direkt kestirimi olan modellerin düzeltilmiş artıklarını içerir. (1)

Tablo 2.7. Üç boyutlu log-linear modellere göre düzeltilmiş artıklar

Bağımsızlık modeli	Log-linear model	Düzeltilmiş artıklar
$M^{(0)}$	(X, Y, Z)	$\dfrac{n_{ijk} - \hat{m}_{ijk}}{\left(\hat{m}_{ijk}\left(1 - p_{i..}p_{.j.} - p_{i..}p_{..k} - p_{.j.}p_{..k} + 2p_{i..}p_{.j.}p_{..k}\right)\right)^{1/2}}$
$M^{(3)}$	(Z, XY)	$\dfrac{n_{ijk} - \hat{m}_{ijk}}{\left(\hat{m}_{ijk}\left(1 - p_{ij.}\right)\left(1 - p_{..k}\right)\right)^{1/2}}$
$M^{(6)}$	(XY,XZ)	$\dfrac{n_{ijk} - \hat{m}_{ijk}}{\left(\hat{m}_{ijk}\left(1 - \dfrac{n_{ij.}}{n_{i..}}\right)\left(1 - \dfrac{n_{i.k}}{n_{i..}}\right)\right)^{1/2}}$

III. MATERYAL VE METOD

Bu çalışmada, Ankara Üniversitesi Tıp Fakültesi Dermatoloji Ana Bilim Dalına başvuran 308 hasta kullanılmıştır.* Araştırmanın amacı egzamalı hastalarda cinsiyet ile lokalizasyonun atopi ve nikel pozitifliği üzerine etkilerini ortaya çıkarmaktır. Veriler çokterimli örnekleme yöntemine göre seçilmiştir. 1992-1995 yılları arasında Dermatoloji Ana Bilim Dalına başvuran 308 hastaya patch test yapılarak, nikel pozitifliği ve atopi bulguları incelenmiştir. Sonuçlar Tablo 3. 1. ve Tablo 3. 2. 'de verilmiştir.

Tablo 3. 1. Bireylerin nikel'e göre dağılımı

Nikel	Sayı	Yüzde (%)
Pozitif (+)	63	20.45
Negatif (-)	245	79.55
Toplam	**308**	**100**

Tablo 3. 2. Bireylerin atopi'ye göre dağılımı

Atopi	Sayı	Yüzde (%)
Pozitif (+)	47	15.26
Negatif (-)	261	84.74
Toplam	**308**	**100**

Araştırmaya alınan verilerin cinsiyete göre dağılımı Tablo 3.3.'de verilmiştir.

*Araştırma verileri Doç. Dr. Aynur Akyol ve Yrd. Doç. Dr. Hatice Erdi tarafından sağlanmıştır.

Tablo 3. 3. Bireylerin cinsiyete göre dağılımı

Cinsiyet	Sayı	Yüzde (%)
Kadın	220	71.43
Erkek	88	28.57
Toplam	**308**	**100**

Lokalizasyon değişkeni araştırmaya alınan hastaların egzamasının yoğun olduğu bölge dikkate alınarak el, yüz, yaygın ve diğer olmak üzere dört kategoriye ayrılmıştır. Verilerin lokalizasyona göre dağılımı Tablo 3. 4.'de verilmiştir.

Tablo 3. 4. Bireylerin lokalizasyona göre dağılımı

Lokalizasyon	Sayı	Yüzde (%)
El	214	69.48
Yüz	44	14.28
Yaygın	23	7.47
Diğer (Kol-Bacak-Gövde)	27	8.77
Toplam	**308**	**100**

İlk olarak cinsiyet ve nikel arasındaki ilişkiyi araştırmak amacıyla iki boyutlu tablo hazırlanmış ve log-linear modellerden yararlanarak analiz edilmiştir.

Lokalizasyon, nikel ve atopi arasındaki ilişkiyi incelemek amacıyla üç boyutlu tablo hazırlanmıştır. Bu üç değişken arasındaki ilişki hiyerarşik log-linear modellerden yararlanılarak incelenmiştir.

Son olarak cinsiyet, lokalizasyon ve nikel arasındaki ilişki üç boyutlu tablolardan log-linear analiz yöntemiyle elde edilmiştir.

Üç boyutlu tablolarda en uygun modeli seçmek için aşağıdaki model seçim yöntemleri kullanılmıştır.

1. İleriye dönük seçim yöntemi
2. Geriye dönük seçim yöntemi
3. R^2, $\hat{\delta}$ ve AIC (Akaike bilgi kriteri)

En uygun modeli seçerken bu yöntemlerle birlikte araştırmacının daha önceki deneyimlerinden de faydalanılmıştır.

Seçilen modele göre değişkenler arasındaki ilişkiler koşullu ve marjinal odds oranlarından yararlanarak yorumlanmıştır.

Log-linear analizler SPSS for Windows paket programındaki Hierarchical Loglinear Analysis alt programından yararlanarak yapılmıştır. SPSS for Windows paket programı yardımıyla kestirilen parametrelerden yararlanarak elde edilen beklenen değerler gözlenen frekansların ln'i cinsinden bulunur. Bu değerleri gerçek (gözlenen) değerlere dönüştürmek için e^x dönüşümü yapmak gereklidir.

IV. BULGULAR VE TARTIŞMA

4.1. Cinsiyet ve Nikel Arasındaki İlişkinin İncelenmesi

Cinsiyet ve nikel değişkenleri arasındaki ilişki iki boyutlu log-linear analiz yöntemiyle incelenmiştir. İki boyutlu tablolarda bir bağımsızlık modeli ve bir doymuş model vardır. Değişkenler arasındaki ilişki anlamlı ise etkileşim terimini içeren doymuş model kabul edilir. İlişki anlamlı değilse bağımsızlık modeli seçilir. Uygun modeli seçmede kullanılan Pearson χ^2 ve olabilirlik oran istatistiği-L^2 SPSS for Windows paket programından elde edilmiştir.

Tablo 4. 1. Cinsiyet ve nikel değişkenlerine ait iki boyutlu log-linear analiz sonuçları

Model	sd	χ^2	p	L^2	p
C, N	1	9.77	0.002	11.05	0.001
CN	0	0	1	0	1

Bölüm (2.7.4.)'den de bilindiği gibi iki modele ait L^2 değerlerinin farkı, modellerin serbestlik derecesi ile teorik χ^2 dağılımına yaklaşır.

$$H_0 : L^2(C, N) = L^2(CN)$$
$$H_1 : L^2(C, N) \neq L^2(CN)$$

$$L^2(C, N) - L^2(CN) = 11.05 - 0 = 11.05$$
$$sd\,(C, N) - sd\,(CN) = 1 - 0 = 1$$

Modeller arasındaki fark önemlidir. ($p<0.001$) Buna göre popülasyon için uygun model doymuş modeldir. Cinsiyet ve nikel değişkenleri arasında önemli derecede ilişki vardır.

Seçilen Modelin Yorumlanması

Cinsiyet ile nikel arasındaki ilişki odds oranı ile incelenebilir. Kadınlarda nikel testinin pozitif çıkması erkeklerden 3.33 kat daha olasıdır.

Cinsiyet ve nikel değişkenlerine ait veriler ve seçilen modelin parametre kestirimlerine ait SPSS for Windows paket program çıktıları Ek 1'de verilmiştir.

4.2. Lokalizasyon, Nikel ve Atopi Arasındaki İlişkinin İncelenmesi

Lokalizasyon, nikel ve atopi arasındaki ilişki üç boyutlu log-linear analiz yöntemi ile incelenmiştir. Mümkün olabilecek tüm modellere ait Pearson χ^2 ve Olabilirlik Oran İstatistiği - L^2, SPSS for Windows paket programının Hierarchical Log-linear Analysis alt programından elde edilmiştir. Bölüm (2.7.4.)'de de anlatıldığı gibi paket programlar tüm modelleri doymuş modele karşı test ederek her bir model için ayrı ayrı Pearson χ^2 ve olabilirlik oran istatistiği - L^2 bulurlar. Hiyerarşik log-linear modelleri test ederken koşullu-L^2'den yararlanmak büyük kolaylık sağlar. Böylelikle olabilirlik oran istatistiği - L^2'nin parçalanma özelliği kullanılmış olur. Karşılaştırılmak istenen modellerin olabilirlik oran istatistiklerinin farkı, serbestlik derecelerinin farkı ile teorik χ^2 dağılımına yaklaşır.

Model Seçimi

Lokalizasyon, nikel ve atopi arasındaki ilişkiyi en iyi temsil eden modeli bulmak için birkaç yöntem kullanılacaktır. Farklı model seçim yöntemleri farklı sonuçlar verebilir. Bu nedenle model seçerken bir çok kriteri göz önünde bulundurmak gereklidir. En önemlisi de seçilen modelin araştırmacı tarafından teorik bilgilere dayanarak yorumlanabilir olmasıdır. Çünkü, seçilen model popülasyon içinde geçerli sayılacaktır.

Bu çalışmada model seçiminde adımsal yöntemler kullanılacaktır. Ayrıca w, R^2, $\hat{\delta}$ ve AIC ölçütlerinin de seçilen modeli destekleyip desteklemediği incelenecektir.

Tablo 4. 2. 'de lokalizasyon (L) , nikel (N) ve atopi (A) değişkenlerine ait modeller için Pearson χ^2 ve olabilirlik oran istatistiği - L^2 değerleri ve w, R^2, $\hat{\delta}$, AIC ölçütleri verilmiştir.

Tablo 4. 2. Lokalizasyon, nikel ve atopi değişkenlerine ait üç boyutlu log - linear analiz sonuçları

Model	sd	χ^2	p	L^2	p	w	R^2	$\hat{\delta}$	AIC
A, N, L	10	66.12	0.000	43.43	0.000	0.37	-	-	47.43
A, NL	7	30.68	0.000	26.22	0.000	0.29	0.39	0.138	24.22
N, AL	7	20.92	0.004	18.28	0.011	0.24	0.57	0.399	16.28
L, AN	9	50.40	0.000	40.68	0.000	0.36	0.06	-0.04	42.68
AN, AL	6	17.14	0.009	15.53	0.016	0.22	0.64	0.404	11.53
AL, NL	4	0.836	0.933	1.07	0.898	0.06	0.97	0.938	-6.93
AN, NL	6	25.93	0.000	23.47	0.001	0.27	0.45	0.099	19.47
AN,AL, NL	3	0.58	0.915	0.80	0.849	0.05	0.98	0.938	-9.2
ANL	0	0	1	0	1	0	1	1	-16

Üç boyutlu tablolarda log-linear modelleri beş ana bölüme ayırmak mümkündür. Adımsal yöntemler bu ayrımı gözönünde tutarak yapılır.

1-Tam bağımsız model

(A, N, L)

2-Bir tane ikili etkileşim terimi içeren modelle

(A, NL), (N, AL), (L,AN)

3-İki tane ikili etkileşim terimi içeren modeller

(AN, AL), (AL,NL), (AN,NL)

4-Üç tane ikili etkileşim terimi içeren model

(AN, AL, NL)

5-İkili etkileşim terimleriyle beraber üçlü etkileşim terimini de içeren model (doymuş model)

(ANL)

İleriye Dönük Seçim Yöntemi

İleriye dönük seçim yöntemine tam bağımsız model ile başlanır ve teker teker parametre eklenir.

1. Adım:

$$H_0 : L^2(A, N, L) = L^2(A, NL)$$
$$H_1 : L^2(A, N, L) \neq L^2(A, NL)$$

$$L^2(A, N, L) - L^2(A, NL) = 43.43 - 26.22 = 17.21$$
$$sd\ (A, N, L) - sd\ (A, NL) = 10 - 7 = 3$$

Modellere ait L^2 değerlerinin farkı 3 serbestlik derecesindeki teorik χ^2 değeri ile karşılaştırılır. Buna göre modeller arasında fark vardır. ($p<0.001$) Modele λ^{NL} etkileşim teriminin eklenmesi ile L^2 de 17.21'lik azalma olur ve bu azalış istatistiksel olarak anlamlıdır. O halde λ^{NL} terimi modele eklenmelidir.

$$H_0 : L^2(A, N, L) = L^2(N, AL)$$
$$H_1 : L^2(A, N, L) \neq L^2(N, AL)$$

$$L^2(A, N, L) - L^2(N, AL) = 43.43 - 18.28 = 25.15$$
$$sd\ (A, N, L) - sd\ (N, AL) = 10 - 7 = 3$$

Modeller arasında fark vardır.($p<0.001$) Modele λ^{AL} etkileşim teriminin eklenmesi L^2 de anlamlı bir düşüşe sebep olur. Bunun için λ^{AL} etkileşim terimi modele eklenmelidir.

H_0 : $L^2(A, N, L) = L^2(L, AN)$
H_1 : $L^2(A, N, L) \neq L^2(L, AN)$

$L^2(A, N, L) - L^2(L, AN) = 43.43 - 40.68 = 2.75$
sd (A, N, L) - sd (L, AN) = 10 - 9 = 1

Modellere ait L^2 değerlerinin farkı 1 serbestlik derecesindeki teorik χ^2 değeri ile karşılaştırıldığında H_0 hipotezi kabul edilir. ($p>0.05$) Modele λ^{AN} teriminin eklenmesiyle L^2 de 2.75 birim azalma olur. Fakat bu azlış istatistiksel olarak anlamlı değildir. O halde modele λ^{AN} teriminin eklenmesine gerek yoktur.

Birinci adımın sonunda, L^2 de en büyük düşüşü sağlayan λ^{AL} etkileşim terimini içeren model temel model olarak kabul edilir ve ikinci adıma bu model ile başlanır.

2. Adım:

H_0 : $L^2(N, AL) = L^2(AN, AL)$
H_1 : $L^2(N, AL) \neq L^2(AN, AL)$

$L^2(N, AL) - L^2(AL, AN) = 18.28 - 15.53 = 2.75$
sd (N, AL) - sd (AL, AN) = 7 - 6 = 1

Modeller arasında fark yoktur. ($p>0.05$) Buna göre (N, AL) modeline λ^{AN} teriminin eklenmesi L^2 de anlamlı bir düşüşe sebep olmamaktadır. Modele λ^{AN} teriminin eklenmesine gerek yoktur.

H_0 : $L^2(N, AL) = L^2(AL, NL)$
H_1 : $L^2(N, AL) \neq L^2(AL, NL)$

$L^2(N, AL) - L^2(AL, NL) = 18.28 - 1.07 = 17.21$
sd (N, AL) - sd (AL, NL) = 7 - 4 = 3

Modeller arasında fark vardır. ($p<0.001$) (N, AL) modeline λ^{NL} teriminin eklenmesi L^2de anlamlı bir düşüşe sebep olmaktadır. O halde λ^{NL} terimi modele eklenmelidir.

İkinci adımın sonunda (AL, NL) modelinin seçilmesine karar verilir.

3. Adım:

$$H_0 : L^2(AL, NL) = L^2(AN, AL, NL)$$
$$H_1 : L^2(AL, NL) \neq L^2(AN, AL, NL)$$

$$L^2(AL, NL) - L^2(AN, AL, NL) = 1.07 - 0.80 = 0.27$$
$$sd\ (AL, NL) - sd\ (AN, AL, NL) = 4 - 3 = 1$$

Modeller arasında fark yoktur. ($p>0.05$) λ^{AN}teriminin eklenmesi L^2 de anlamlı bir düşüşe sebep olmaz. Bu terimin eklenmesine gerek yoktur.

4. Adım:

$$H_0 : L^2(AL, NL) = L^2(ANL)$$
$$H_1 : L^2(AL, NL) \neq L^2(ANL)$$

$$L^2(AL, NL) - L^2(ANL) = 1.07 - 0 = 1.07$$
$$sd\ (AL, NL) - sd\ (ANL) = 4 - 0 = 4$$

Modeller arasında fark yoktur. ($p>0.05$) Modele λ^{ANL} üçlü etkileşim teriminin eklenmesi L^2de anlamlı bir düşüşe sebep olmamaktadır. Üçlü etkileşim teriminin modele eklenmesine gerek yoktur.

İleriye dönük seçim yönteminin sonunda (AL, NL) modelinin popülasyon için en uygun model olduğuna karar verilmiştir.

Geriye Dönük Seçim Yöntemi

Geriye dönük seçim yöntemine doymuş model ile başlanır ve teker teker parametre çıkarılır.

1. Adım:

$$H_0 : L^2(ANL) = L^2(AN, AL, NL)$$
$$H_1 : L^2(ANL) \neq L^2(AN, AL, NL)$$

$$L^2(AN, AL, NL) - L^2(ANL) = 0.80 - 0 = 0.80$$
$$sd\,(AN, AL, NL) - sd\,(ANL) = 3 - 0 = 3$$

Modellerin L^2 değerleri arasındaki fark 3 serbestlik derecesindeki teorik χ^2 değeri ile karşılaştırıldığında H_0 hipotezi kabul edilir. ($p>0.05$) Modeller arasında fark yoktur. λ^{ANL} üçlü etkileşim teriminin modelden çıkarılması sonucu L^2 de bir anlamlı artış olmamıştır. O halde λ^{ANL} üçlü etkileşim terimi modelden çıkarılabilir.

2. Adım:

$$H_0 : L^2(AN, AL, NL) = L^2(AN, AL)$$
$$H_1 : L^2(AN, AL, NL) \neq L^2(AN, AL)$$

$$L^2(AN, AL) - L^2(AN, AL, NL) = 15.53 - 0.80 = 14.73$$
$$sd\,(AN, AL) - sd\,(AN, AL, NL) = 6 - 3 = 3$$

Modeller arasında fark vardır. ($p<0.01$) λ^{NL} etkileşim teriminin modelden çıkarılması L^2 de anlamlı bir artışa sebep olmaktadır. λ^{NL} teriminin modelden çıkarılması doğru değildir.

$$H_0 : L^2(AN, AL, NL) = L^2(AL, NL)$$
$$H_1 : L^2(AN, AL, NL) \neq L^2(AL, NL)$$

$$L^2(AL, NL) - L^2(AN, AL, NL) = 1.07 - 0.80 = 0.27$$
$$sd\,(AL, NL) - sd\,(AN, AL, NL) = 4 - 3 = 1$$

Modeller arasında fark yoktur. ($p>0.05$) λ^{AN} etkileşim teriminin modelden çıkarılması L^2 de anlamlı bir artışa sebep olmamıştır. O halde λ^{AN} terimi modelden çıkarılmalıdır.

H_0 : L^2(AN, AL, NL) = L^2(AN, NL)

H_1 : L^2(AN, AL, NL) $\neq$ L^2(AN, NL)

L^2(AN, NL) - L^2(AN, AL, NL) = 23.47 - 0.80 = 14.73

sd (AN, NL) - sd (AN, AL, NL) = 6 - 3 = 3

Modeller arasında fark vardır. ($p<0.001$) Modelden λ^{AL} teriminin çıkarılması L^2 de anlamlı bir artışa sebep olmuştur. λ^{AL} terimi modelden çıkarılmamalıdır.

İkinci adımın sonunda (AL, NL) modeli kabul edilir.

3. Adım:

H_0 : L^2(AL, NL) = L^2(A, NL)

H_1 : L^2(AL, NL) $\neq$ L^2(A, NL)

L^2(A, NL) - L^2(AL, NL) = 26.22 - 1.07 = 25.15

sd (A, NL) - sd (AL, NL) = 7 - 4 = 3

Modeller arasında fark vardır. ($p<0.001$) Modelden λ^{AL} teriminin çıkartılması L^2 de anlamlı bir artışa sebep olmaktadır. λ^{AL} terimi modelden çıkartılmamalıdır.

H_0 : L^2(AL, NL) = L^2(N, AL)

H_1 : L^2(AL, NL) $\neq$ L^2(N, AL)

L^2(N, AL) - L^2(AL, NL) = 18.28 - 1.07 = 17.21

sd (N, AL) - sd (AL, NL) = 7 - 4 = 3

Modeller arasında fark vardır. ($p<0.001$) λ^{NL} teriminin modelden çıkarılması L^2 de anlamlı bir artışa sebep olmuştur. O halde λ^{NL} terimi modelde kalmalıdır.

Geriye dönük seçim yöntemine göre de (AL, NL) modeli en uygun model olarak seçilmiştir.

w<0.10 olduğunda gözlenen değerler ile modelden elde edilen beklenen değerler arasındaki farkın küçük olduğu anlaşılır. (AL, NL) modeline göre w = 0.06, (AN, AL, NL) modeline göre w = 0.05 'tir. (AN, AL, NL) modelinde w değeri daha küçük olmasına karşın model seçiminde temel olarak ileriye ve geriye dönük seçim yöntemleri alındığından (AL, NL) modelinin seçilmesine karar verilir.

R^2 kriteri gözönünde bulundurulduğunda (AL, NL) modeli ile veriler arasındaki değişimin % 97'sinin, (AN, AL, NL) modeli ile % 98'inin açıklandığı görülür. % 1 'lik açıklama kaybına razı olarak daha sade bir model olan (AL, NL) modelinin seçilmesine karar verilir.

(AL, NL) ve (AN, AL, NL) modellerinin $\hat{\delta}$ değerleri 0.938'e eşittir. Doğal olarak bu kritere göre de (AL, NL) modeli seçilmelidir.

AIC kriterine göre en küçük değeri (AN, AL, NL) modeli almıştır. Buna rağmen diğer model seçim yöntemleri ve kriterleri gözönünde bulundurularak AIC değeri -6.93 olan (AL, NL) modelinin seçilmesine karar veerilir.

Seçilen Modelin Yorumlanması

(AL, NL) modeline göre lokalizasyon ile nikel ve lokalizasyon ile atopi değişkenleri arasındaki ilişki anlamlı bulunmuştur. Bu ilişkiler modelde λ^{NL} ve λ^{AL} etkileşim terimleri ile temsil edilir. Modele göre atopi ve nikel değişkenleri bağımsızdır. Bu nedenle modelde etkileşim terimi ile temsil edilmezler.

Lokalizasyon ile nikel ve lokalizasyon ile atopi arasındaki ilişkiler marjinal ve koşullu odds oranları yardımıyla incelenecektir.

Lokalizasyon ve nikel değişkenlerine ait marjinal ve koşullu odds oranları Tablo 4. 3.'de verilmiştir.

Tablo 4. 3. Lokalizasyon ile nikel değişkenlerine ait marjinal ve koşullu odds oranları

Lokalizasyon	Marjinal Odds Oranları	Koşullu Odds Oranları	
		Atopi (+)	Atopi (-)
Yaygın - El	6.2	5.7	5.8
Yaygın - Diğer	3.1	3.5	2.7
Yaygın - Yüz	2.9	2.4	3
Yüz - El	2.1	2.4	1.9
Yüz - Diğer	1.1	1.6	0.9
Diğer - El	1.9	1.4	2.1

Herbir lokalizasyon çifti için marjinal ve koşullu odds oranları teorik olarak birbirine eşit çıkmalıdır. Fakat bu pratikte pek mümkün değildir. Marjinal ve koşullu odds oranlarının birbirine çok yakın çıkması için veri sayısının çok olması ve tabloda boş göze bulunmaması gerekir. (1) Çalışmamızda odds oranlarının eşit olmasa da yakın değerler aldığı görülmektedir. Yorumlar marjinal odds oranlarına göre yapılacaktır.

Vücudunda yaygın olarak egzama bulunan hastaların nikel testinin pozitif çıkma olasılığı elinde egzama bulunanlardan 6.2 kat (Ek2-Tablo 1), diğer bölgelerinde egzama bulunanlardan 3.1 kat (Ek2-Tablo 2), yüzünde egzama bulunanlardan 2.9 kat (Ek2-Tablo 3) daha büyüktür.

Yüzünde egzama bulunanların nikel testinin pozitif çıkma olasılığı elinde egzama bulunanlardan 2.1 kat (Ek2-Tablo 4) daha büyük iken, yüzünde egzama bulunanlarla diğer bölgelerinde egzama bulunanların nikel testinin pozitif çıkma olasılıkları eşittir. (Ek2-Tablo 5)

Diğer bölgelerinde (kol-bacak-gövde) egzama bulunanlarda nikel testinin pozitif çıkma olasılığı elinde egzama bulunanlardan yaklaşık olarak 2 kat daha büyüktür. (Ek2-Tablo 6)

Kısacası nikel testinin pozitif çıkma olasılığı en yüksek grup vücudunda yaygın olarak egzama bulunan hastaların oluşturduğu grup iken, en düşük grup diğer bölgelerinde egzama bulunan hastaların oluşturduğu gruptur.

Atopi sabit tutulduğunda elde edilen koşullu odds oranları Ek 2 de verilmiştir.

Atopi testi pozitif olanlarda lokalizasyon ile nikel değişkenlerine ait koşullu tablolar ve odds oranları 7 ile 12 numaralı tablolar arasında, atopi testi negatif olanlarda lokalizasyon ile nikel değişkenlerine ait koşullu tablolar ve odds oranları 13 ile 18 numaralı tablolar arasındadır.

Lokalizasyon ve atopi değişkenlerine ait marjinal ve koşullu odds oranları Tablo 4. 4.'de verilmiştir.

Tablo 4. 4. Lokalizasyon ile atopi değişkenlerine ait marjinal ve koşullu odds oranları

Lokalizasyon	Marjinal Odds Oranları	Koşullu Odds Oranları	
		Nikel (+)	Nikel (-)
Yaygın - Diğer	23.8	15	15.8
Yaygın - El	7.6	7	7.1
Yaygın - Yüz	2.4	2	2.5
Yüz - Diğer	9.8	7.9	6.3
Yüz - El	3.1	3.5	2.9
El - Diğer	3.1	2.4	2.2

Vücudunda yaygın olarak egzama bulunanların atopi testinin pozitif çıkma olasılığı diğer bölgelerinde egzama bulunanlardan 23.8 kat (Ek2-Tablo 19) , elinde egzama bulunanlardan 7.6 kat (Ek2-Tablo 20), yüzünde egzama bulunanlardan 2.4 kat daha büyüktür. (Ek2-Tablo 21)

Yüzünde egzama bulunanların atopi testinin pozitif çıkma olasılığı diğer bölgelerinde egzama bulunanlardan 9.8 kat (Ek2-Tablo 22), elinde egzama bulunanlardan 3.1 kat daha yüksektir. (Ek2-Tablo 23)

Elinde egzama bulunan bir kişinin atopi testinin pozitif çıkma olasılığı diğer bölgelerinde (kol-bacak-gövde) egzama bulunanlardan 3.1 kat daha yüksektir. (Ek2-Tablo 24)

Kısacası atopi testinin pozitif çıkma olasılığı en yüksek grup vücudunda yaygın olarak egzama bulunan hastaların oluşturduğu grup iken, en düşük grup diğer bölgelerinde egzama bulunan hastaların oluşturduğu gruptur.Lokalizasyonu diğer olanlarda marjinal ve koşullu odds oranları farklı çıkmıştır. Bunun sebebi lokalizasyonu diğer olan gözelerden birinde veri olmamasıdır.

Nikel sabit tutulduğunda elde edilen koşullu odds oranları Ek 2 de verilmiştir.

Nikel testi pozitif olanlarda lokalizasyon ile atopi değişkenlerine ait koşullu tablolar ve odds oranları 25-30 numaralı tablolar arasında, nikel testi negatif olanlarda lokalizasyon ve atopi değişkenlerine ait koşullu tablolar ve odds oranları 31-36 numaralı tablolarda verilmiştir.

Verilerin lokalizasyon, nikel ve atopi değişkenlerine göre dağılımı üç boyutlu tablo yardımıyla Ek 2'de gösterilmiştir. Ayrıca doymuş modele ve seçilen (AL, NL) modeline ait SPSS for Windows paket programı çıktıları Ek 2'de verilmiştir.

4.3. Cinsiyet, Lokalizasyon ve Nikel Arasındaki İlişkinin İncelenmesi

Bu üç değişken arasındaki ilişki yapısı hiyerarşik log-linear analiz yöntemiyle incelenmiştir.

Tablo 4. 5. 'de cinsiyet (C), lokalizasyon (L) ve nikel (N) değişkenlerine ait modeller için χ^2 ve L^2 değerleri, w, R^2, $\hat{\delta}$ ve AIC ölçütleri verilmiştir.

Tablo 4. 5. Cinsiyet, lokalizasyon ve nikel değişkenlerine ait üç boyutlu log - linear analiz sonuçları

Model	sd	χ^2	p	L^2	p	w	R^2	$\hat{\delta}$	AIC
C, L, N	10	48.10	0.000	47.21	0.000	0.39	-	-	51.21
C, LN	7	23.18	0.002	29.99	0.000	0.31	0.36	0.09	27.99
L, CN	9	34.59	0.000	36.16	0.000	0.34	0.23	0.15	38.16
N, CL	7	34.10	0.000	31.76	0.000	0.32	0.33	0.04	29.76
CL, CN	6	21.99	0.001	20.71	0.002	0.26	0.56	0.27	16.71
CL, LN	4	11.46	0.022	14.55	0.006	0.22	0.69	0.23	6.55
CN, LN	6	15.12	0.019	18.95	0.004	0.25	0.60	0.33	14.95
CL, CN, LN	3	3.84	0.278	5.11	0.164	0.13	0.89	0.64	-4.89
CLN	0	0	1	0	1	0	1	1	-16

Model seçimi ileriye ve geriye dönük seçim yöntemleri kullanılarak yapılmış ve (CL, CN, LN) modelinin veriyi en iyi temsil eden model olduğuna karar verilmiştir. Ayrıca w, R^2, $\hat{\delta}$ ve AIC kriterlerinin de bu modeli desteklediği Tablo 4. 5.'den açıkça görülmektedir.

Cinsiyet ve nikel değişkenleri için marjinal ve koşullu odds oranları Tablo 4 . 6. 'da verilmiştir.

Tablo 4. 6. Cinsiyet ile nikel değişkenlerine ait marjinal ve koşullu odds oranları

	Marjinal Odds Oranı	Koşullu Odds Oranları			
		Lokalizasyon			
Cinsiyet		**El**	**Yüz**	**Yaygın**	**Diğer**
Kadın - Erkek	3.33	1.93	2.96	9.16	10.2

Bu modele göre kadınlarda nikelin pozitif çıkma olasılığı erkeklerden 3.33 kat daha büyüktür. (Ek3-Tablo 1) Lokalizasyon sabit tutulduğunda olasılıklarda değişiklik olur. Elinde egzama bulunan kadın hastalarda nikel testinin pozitif çıkma olasılığı elinde egzama olan erkek hastalardan 1.93 kat (Ek3-Tablo 2), yüzünde egzama olan kadın hastalarda nikel testinin pozitif çıkma olasılığı yüzünde egzama olan erkek hastalardan 2.96 kat (Ek3-Tablo 3), vücudunda yaygın olarak egzama bulunan kadın hastalarda nikel testinin pozitif çıkma olasılığı vücudunda yaygın olarak egzama bulunan erkek hastalardan 9.16 kat (Ek3-Tablo 4), diğer bölgelerinde (kol-bacak-gövde) egzama bulunan kadın hastalarda nikel testinin pozitif çıkma olasılığı erkek hastalardan 10.2 kat daha büyüktür. (Ek3-Tablo 5)

Sonuç olarak marjinal ve koşullu odds oranlarına göre kadın hastalarda nikel testinin pozitif çıkma olasılığı erkeklerden daha büyüktür. Lokalizasyonlar ayrı ayrı düşünüldüğünde nikel testinin pozitif çıkma olasılığının en yüksek olduğu grup kadınlarda da erkeklerde de vücudunda yaygın olarak egzama bulunan hastaların oluşturduğu grup iken, nikel testinin pozitif çıkma olasılığının en düşük olduğu grup kadınlarda da erkeklerde de diğer bölgelerinde egzama bulunan hastaların oluşturduğu gruptur.

Lokalizasyon ve nikel değişkenleri için marjinal ve koşullu odds oranları Tablo 4. 7.'de verilmiştir.

Tablo 4. 7. Lokalizasyon ile nikel değişkenlerine ait marjinal ve koşullu odds oranları

	Marjinal Odds Oranları	Koşullu Odds Oranları	
		Cinsiyet	
Lokalizasyon		Kadın	Erkek
Yaygın - El	6.2	8.7	1.8
Yaygın - Diğer	3.1	3.1	4.6
Yaygın - Yüz	2.9	4.4	1.9
Yüz - El	2.1	1.9	1.2
Yüz - Diğer	1.1	0.7	2.4
Diğer - El	1.9	2.7	0.5

Vücudunda yaygın olarak egzama bulunan hastalarda nikel testinin pozitif çıkma olasılığı elinde egzama olanlardan 6.2 kat (Ek2-Tablo 1), diğer bölgelerde egzama olanlardan 3.1 kat (Ek2-Tablo 2), yüzünde egzama olanlardan 2.9 kat (Ek2-Tablo 3) daha büyüktür. Yüzünde egzama olanların nikel testinin pozitif çıkma olasılığı elinde egzama olanlardan 2.1 kat (Ek2-Tablo 4) daha büyük iken, diğer bölgelerinde egzama olanlarla eşittir. (Ek2-Tablo 5) Diğer bölgelerinde (kol-bacak-gövde) egzama olanlarda nikel testinin pozitif çıkma olasılığı elinde egzama olanlardan 1.9 kat daha büyüktür. (Ek2-Tablo 6)

Lokalizasyona göre nikel testinin pozitif çıkma olasılıkları kadınlar ve erkekler için ayrı ayrı bulunmak istendiğinde koşullu odds oranları kullanılır. Vücudunda yaygın olarak egzama bulunan kadın hastalarda nikel testinin pozitif çıkma olasılığı elinde egzama bulunan kadın hastalardan 8.7 kat (Ek3-Tablo 6), diğer bölgelerinde egzama bulunan hastalardan 3.1 kat (Ek3-Tablo 7), yüzünde egzama bulunan hastalardan 4.4 kat daha büyüktür. (Ek3-Tablo 8) Yüzünde egzama bulunan kadın hastaların nikel testinin pozitif çıkma olasılığı elinde egzama bulunan hastalardan 1.9 kat daha büyüktür. (Ek3-Tablo 9) Diğer bölgelerinde egzama bulunan kadın hastaların nikel testinin pozitif çıkma olasılığı yüzünde egzama bulunanlardan 1.4 kat (Ek3-Tablo 10), elinde egzama bulunanlardan 2.7 kat daha büyüktür. (Ek3-Tablo 11)

Vücudunda yaygın olarak egzama bulunan erkek hastalarda nikel testinin pozitif çıkma olasılığı elinde egzama bulunan erkek hastalardan 1.8 kat (Ek3-Tablo 12), diğer bölgelerinde egzama bulunan hastalardan 4.6 kat (Ek3-Tablo 13), yüzünde egzama bulunan hastalardan 1.9 kat daha büyüktür. (Ek3-Tablo 14) Yüzünde egzama bulunan erkek hastaların nikel testinin pozitif çıkma olasılığı elinde egzama bulunanlardan 1.2 kat (Ek3-Tablo 15), diğer bölgelerinde egzama bulunanlardan 2.4 kat daha büyüktür. (Ek3-Tablo 16) Elinde egzama bulunan erkek hastaların nikel testinin pozitif çıkma olasılığı diğer bölgelerinde egzama bulunanlardan 2 kat daha büyüktür. (Ek3-Tablo 17)

Lokalizasyon ve cinsiyet değişkenleri için marjinal ve koşullu odds oranları Tablo 4. 8.'de verilmiştir.

Tablo 4. 8. Lokalizasyon ile cinsiyet değişkenlerine ait marjinal ve koşullu odds oranları

Lokalizasyon	Marjinal Odds Oranları	Koşullu Odds Oranları	
		Nikel (+)	Nikel (-)
El - (Yüz + Yaygın + Diğer) Erkek - Kadın	2.3	8.4	1.6
Yüz - (El + Yaygın + Diğer) Kadın - Erkek	6.5	4.9	5.5
Yaygın - (El + Yüz + Diğer) Kadın - Erkek	1.1	1.8	0.6
Diğer - (El + Yüz + Yaygın) Erkek - Kadın	1.1	0.04	1.4

Erkeklerde egzamanın elde olma olasılığı herhangi bir bölgede olma olasılığından kadınlara göre 2.3 kat daha büyüktür. (Ek3-Tablo 18) Kadınlarda egzamanın yüzde olma olasılığı herhangi bir bölgede olma olasılığından erkeklere göre 6.5 kat daha büyüktür. (Ek3-Tablo 19) Vücutta yaygın olarak egzama bulunma olasılığı kadınlarda ve erkeklerde eşittir. (Ek3-Tablo 20) Kadınlar ve erkeklerin diğer bölgelerinde egzama bulunma olasılığıda eşittir. (Ek3-Tablo 21)

Nikel testi sonucuna göre bu olasılıklarda farklılık görülür. Nikel testi pozitif çıkan erkeklerde egzamanın elde görülme olasılığı kadınlardan 8.4 kat daha büyüktür. (Ek3-Tablo 22) Nikel testi negatif olan erkeklerde ise egzamanın elde görülmesi olasılığı kadınlardan sadece 1.6 kat daha büyüktür. (Ek3-Tablo 26) Hem marjinal hem koşullu odds oranlarına göre egzamanın elde görülmesi erkeklerde daha olasıdır. Fakat nikel testinin sonucu bu olasılığın büyüklüğünü değiştirir. Nikel testi pozitif olan kadınlarda egzamanın yüzde görülme olasılığı erkeklerden 4.9 kat (Ek3-Tablo 23), nikel testi negatif olan kadınlarda egzamanın yüzde görülme olasılığı erkeklerden 5.5 kat daha büyüktür. (Ek3-Tablo 27) Marjinal ve koşullu odds oranları birbirine çok yakındır. O halde nikel testinin sonucu ne olursa olsun kadınlarda egzamanın yüzde görülme olasılığı erkeklerden yaklaşık olarak 5 kat daha büyüktür. Nikel testi sonuçlarına göre de egzamanın vücutta yaygın olarak görülme olasılığı kadınlarda ve erkeklerde değişmemektedir. (Ek3-Tablo 24 ve 28) Nikel testi pozitif olan kadınlarda egzamanın diğer bölgelerde görülme olasılığı erkeklere göre 25 kat daha büyüktür. (Ek3-Tablo 25) Nikel testi negatif olan kadınlar ve erkeklerde egzamanın diğer bölgelerde görülme olasılıkları eşittir. (Ek3-Tablo 29)

Verilerin cinsiyet, lokalizasyon ve nikel değişkenlerine göre dağılımı üç boyutlu tablo yardımıyla Ek 3'de gösterilmiştir. Ayrıca doymuş modele ve seçilen (CL, CN, NL) modeline ait SPSS for Windows paket programı çıktıları da Ek 3'de verilmiştir.

ÖZET

Bu çalışmada kategorik veri analizinde önemli yeri olan hiyerarşik log-linear analiz yöntemi incelenmiştir. Genel bilgiler bölümünde iki ve üç boyutlu tablolar için bağımsızlık modelleri ve bunların odds oranları ile ilişkileri üzerinde durulmuştur. Parametreler, çarpımsal modeller için geometrik ortalama yardımıyla yorumlanmıştır. Model seçiminde ileriye ve geriye dönük seçim yöntemleri ile birlikte w, R^2, $\hat{\delta}$ ve AIC gibi kriterlerden de yararlanılmıştır.

Bulgular ve tartışma bölümünde cinsiyet, lokalizasyon, atopi ve nikel değişkenleri arasındaki ilişki yapısı üç ayrı log-linear analiz yapılarak incelenmiştir. İlk olarak cinsiyet ve nikel değişkenleri arasındaki ilişkiyi bulmak amacıyla iki boyutlu tablolar için log-linear analiz yöntemi kullanılmış ve sonuçlar odds oranı ile yorumlanmıştır. Lokalizasyon, nikel, atopi ve cinsiyet, lokalizasyon, nikel değişkenleri arasındaki ilişkiler ise üç boyutlu tablolar için log-linear analiz yöntemiyle incelenmiştir.

Anahtar Sözcükler : Kategorik veri analizi, Hiyerarşik log-linear modeller, Odds, Odds oranı, Olumsallık tablosu.

SUMMARY

STUDIES OF THE LOG-LINEAR MODELS AND ITS APPLICATION ON THE MEDICAL DATA

In this study, hierarchical log-liner analysis which has an important role in categorical data analysis is examined. In general knowledge section, independent models and their relations between odds ratios are explained. Parameters are explained by using geometric mean for product models. In model selection, forward and backward selection methods are used together with w, R^2, $\hat{\delta}$, and AIC criteria.

In findings and discussions section, relation structure between sex, localization, atopy and nickel is examined by using three different log-linear analysis. First of all, in order to find relation between sex and nickel variables, log-linear analysis method for two-dimensional contingency table is used and results are interpreted by odds ratio. Relations between localization, nickel, atopy and localization, nickel, sex variables are examined by using two different log-linear analysis methods for three-dimensional contingency tables.

Key words: Categorical data analysis, Contingency table, Hierarchical log-liner models, Odds, Odds ratio.

EKLER

Ek 1: Verilerin Cinsiyet ve Nikel Değişkenlerine Göre Dağılımı

	Nikel	
Cinsiyet	**Pozitif**	**Negatif**
Kadın	55	165
Erkek	8	80

EK 1(Devam)

CİNSİYET VE NİKEL ARASINDAKİ İLİŞKİNİN İNCELENMESİ

DOYMUŞ MODEL

* * * * * * * * * * L O G   L I N E A R   A N A L Y S I S * * * * * * * * * *

Starting Column	Ending Column	Effect Name
1	1	CINS
2	2	NIKEL
3	3	CINS BY NIKEL

- -

Observed, Expected Frequencies and Residuals

Factor	Code	OBS. count & PCT.	EXP. count & PCT.
CINS	1		
NIKEL	1	55,50 (17,90)	55,50 (17,90)
NIKEL	2	165,50 (53,39)	165,50 (53,39)
CINS	2		
NIKEL	1	8,50 (2,74)	8,50 (2,74)
NIKEL	2	80,50 (25,97)	80,50 (25,97)

- -

Goodness-of-Fit test statistics

Likelihood Ratio Chi Square =	,00000	DF = 0	P = 1,000
Pearson Chi Square =	,00000	DF = 0	P = 1,000

- -

EK 1(Devam)

SEÇİLEN MODELE (DOYMUŞ MODEL) AİT PARAMETRE KESTİRİMLERİ

* * * * * * * * * L O G   L I N E A R   A N A L Y S I S * * * * * * * * * *

Estimates for Parameters

CINS

Parameter	Coeff.	Std. Err.	Z-Value	Lower 95 CI	Upper 95 CI
1	,6492577169	,09815	6,61506	,45689	,84163

NIKEL

Parameter	Coeff.	Std. Err.	Z-Value	Lower 95 CI	Upper 95 CI
2	-,835194799	,09815	-8,50951	-1,02757	-,64282

CINS BY NIKEL

Parameter	Coeff.	Std. Err.	Z-Value	Lower 95 CI	Upper 95 CI
3	,2889007117	,09815	2,94351	,09653	,48127

- -

Ek 2: Verilerin Lokalizasyon, Nikel ve Atopi Değişkenlerine Göre Dağılımı

		Nikel	
Lokalizasyon	**Atopi**	Pozitif	Negatif
El	Pozitif	4	19
	Negatif	28	163
Yüz	Pozitif	4	8
	Negatif	8	24
Yaygın	Pozitif	6	5
	Negatif	6	6
Diğer	Pozitif	-	1
	Negatif	7	19

Ek 2 (Devam)

LOKALİZASYON VE NİKEL DEĞİŞKENLERİNE AİT MARJİNAL VE KOŞULLU TABLOLAR

LOKALİZASYON VE NİKEL DEĞİŞKENLERİNE AİT MARJİNAL TABLOLAR

Tablo 1- Nikel'in yaygın ve el lokalizasyonlarına göre dağılımı

Nikel					
	Nikel (+)		Nikel (-)		
Lokalizasyon	**n**	**%**	**n**	**%**	**Toplam**
Yaygın	12	52.1	11	47.9	23
El	32	14.9	182	85.1	214

$\theta = 6.2$

Vücudunda yaygın olarak egzama bulunan kişilerde nikel testinin pozitif çıkma olasılığı, elinde egzama bulunanlardan 6.2 kat daha büyüktür.

Tablo 2 - Nikel'in yaygın ve diğer (kol-bacak-gövde) lokalizasyonlarına göre dağılımı

Nikel					
	Nikel (+)		Nikel (-)		
Lokalizasyon	**n**	**%**	**n**	**%**	**Toplam**
Yaygın	12	52.1	11	47.9	23
Diğer	7	25.9	20	74.1	27

$\theta = 3.1$

Vücudunda yaygın olarak egzama bulunan kişilerde nikel testinin pozitif çıkma olasılığı, diğer bölgelerinde (kol-bacak-gövde) egzama bulunanlardan 3.1 kat daha büyüktür.

Ek 2 (Devam)

Tablo 3 - Nikel'in yaygın ve yüz lokalizasyonlarına göre dağılımı

Nikel					
	Nikel (+)		Nikel (-)		
Lokalizasyon	**n**	**%**	**n**	**%**	**Toplam**
Yaygın	12	52.1	11	47.9	23
Yüz	12	27.3	32	72.7	44

$\theta = 2.9$

Vücudunda yaygın olarak egzama bulunan kişilerde nikel testinin pozitif çıkma olasılığı yüzünde egzama bulunanlardan 2.9 kat daha büyüktür.

Tablo 4 - Nikel'in yüz ve el lokalizasyonlarına göre dağılımı

Nikel					
	Nikel (+)		Nikel (-)		
Lokalizasyon	**n**	**%**	**n**	**%**	**Toplam**
Yüz	12	27.3	32	72.7	44
El	32	14.9	182	85.1	214

$\theta = 2.1$

Yüzünde egzama bulunan kişilerde nikel testinin pozitif çıkma olasılığı, elinde egzama bulunanlardan 2.1 kat daha büyüktür.

Ek 2 (Devam)

Tablo 5 - Nikel'in yüz ve diğer (kol-bacak-gövde) lokalizasyonlarına göre dağılımı

Nikel					
	Nikel (+)		Nikel (-)		
Lokalizasyon	**n**	**%**	**n**	**%**	**Toplam**
Yüz	12	27.3	32	72.7	44
Diğer	7	25.9	20	74.1	27

$\theta = 1.1$

Yüzünde egzama bulunan kişilerde nikel testinin pozitif çıkma olasılığı diğer bölgelerinde (kol-bacak-gövde) egzama bulunanlardan 1.1 kat daha büyüktür. Fakat bu değer 1'e çok yakındır. Buna göre yüzünde egzama bulunan kişilerle diğer bölgelerinde egzama bulunan kişilerin nikel testinin pozitif çıkma olasılıkları eşittir demek daha doğrudur.

Tablo 6 - Nikel'in diğer (kol-bacak-gövde) ve el lokalizasyonlarına göre dağılımı

Nikel					
	Nikel (+)		Nikel (-)		
Lokalizasyon	**n**	**%**	**n**	**%**	**Toplam**
Diğer	7	25.9	20	74.1	27
El	32	14.9	182	85.1	214

$\theta = 1.9$

Diğer bölgelerinde (kol-bacak-gövde) egzama bulunan kişilerde nikel testinin pozitif çıkma olasılığı elinde egzama bulunanlardan 1.9 kat daha büyüktür.

Ek 2 (Devam)

ATOPİNİN DÜZEYLERİ İÇİN LOKALİZASYON VE NİKEL DEĞİŞKENLERİNE AİT KOŞULLU TABLOLAR

**** Atopi testi pozitif olan hastalarda lokalizasyon ve nikel değişkenlerine ait koşullu tablolar**

Tablo 7 - Atopi testi pozitif olanlarda nikel'in yaygın ve el lokalizasyonlarına dağılımı

N i k e l					
	Nikel (+)		Nikel (-)		
Lokalizasyon	**n**	**%**	**n**	**%**	**Toplam**
Yaygın	6	54.5	5	45.5	11
El	4	17.4	19	82.6	23

$\theta = 5.7$

Atopi testi pozitif olan ve vücudunda yaygın olarak egzama bulunan hastalarda nikel testinin pozitif çıkma olasılığı, atopi testi pozitif olan ve elinde egzama bulunan hastalardan 5.7 kat daha büyüktür.

Tablo 8 - Atopi testi pozitif olanlarda nikel'in yaygın ve diğer (kol-bacak-gövde) lokalizasyonlarına göre dağılımı

N i k e l					
	Nikel (+)		Nikel (-)		
Lokalizasyon	**n**	**%**	**n**	**%**	**Toplam**
Yaygın	6	54.5	5	45.5	11
Diğer	-	0	1	100	1

$\theta = 3.5$

Atopi testi pozitif olan ve vücudunda yaygın olarak egzama bulunan hastalarda nikel testinin pozitif çıkma olasılığı, atopi testi pozitif olan ve diğer bölgelerinde (kol-bacak-gövde) egzama bulunan hastalardan 3.5 kat daha büyüktür.

Ek 2 (Devam)

Tablo 9 - Atopi testi pozitif olanlarda nikel'in yaygın ve yüz lokalizasyonlarına göre dağılımı

Nikel					
	Nikel (+)		Nikel (-)		
Lokalizasyon	**n**	**%**	**n**	**%**	**Toplam**
Yaygın	6	54.5	5	45.5	11
Yüz	4	33.3	8	66.7	12

$\theta = 2.4$

Atopi testi pozitif olan ve vücudunda yaygın olarak egzama bulunan hastalarda nikel testinin pozitif çıkma olasılığı, atopi testi pozitif olan ve yüzünde egzama bulunan hastalardan 2.4 kat daha büyüktür.

Tablo 10 - Atopi testi pozitif olanlarda nikel'in yüz ve el lokalizasyonlarına göre dağılımı

Nikel					
	Nikel (+)		Nikel (-)		
Lokalizasyon	**n**	**%**	**n**	**%**	**Toplam**
Yüz	4	33.3	8	66.7	12
El	4	17.4	19	82.6	23

$\theta = 2.4$

Atopi testi pozitif olan ve yüzünde egzama bulunan hastalarda nikel testinin pozitif çıkma olasılığı, atopi testi pozitif olan ve elinde egzama bulunan hastalardan 2.4 kat daha büyüktür.

Ek 2 (Devam)

Tablo 11 - Atopi testi pozitif olanlarda nikel'in yüz ve diğer (kol-bacak-gövde) lokalizasyonlarına göre dağılımı

Nikel					
	Nikel (+)		Nikel (-)		
Lokalizasyon	**n**	**%**	**n**	**%**	**Toplam**
Yüz	4	33.3	8	66.7	12
Diğer	-	0	1	100	1

$\theta = 1.6$

Atopi testi pozitif olan ve yüzünde egzama bulunan hastalarda nikel testinin pozitif çıkma olasılığı, atopi testi pozitif olan ve diğer bölgelerinde (kol-bacak-gövde) egzama bulunan hastalardan 1.6 kat daha büyüktür.

Tablo 12 - Atopi testi pozitif olanlarda nikel'in diğer (kol-bacak-gövde) ve el lokalizasyonlarına göre dağılımı

Nikel					
	Nikel (+)		Nikel (-)		
Lokalizasyon	**n**	**%**	**n**	**%**	**Toplam**
Diğer	-	0	1	100	1
El	4	17.4	19	82.6	23

$\theta = 1.4$

Atopi testi pozitif olan ve diğer bölgeleinde egzama bulunan hastalarda nikel testinin pozitif çıkma olasılığı, atopi testi pozitif olan ve elinde egzama bulunan hastalardan 1.4 kat daha büyüktür.

Ek 2 (Devam)

**** Atopi testi negatif olan hastalarda lokalizasyon ve nikel değişkenlerine ait koşullu tablolar**

Tablo 13 - Atopi testi negatif olanlarda nikel'in yaygın ve el lokalizasyonlarına göre dağılımı

Nikel					
	Nikel (+)		Nikel (-)		
Lokalizasyon	n	%	n	%	Toplam
Yaygın	6	50	6	50	12
El	28	14.6	163	85.4	191

$\theta = 5.8$

Atopi testi negatif olan ve vücudunda yaygın olarak egzama bulunan hastalarda nikel testinin pozitif çıkma olasılığı, atopi testi negatif olan ve elinde egzama bulunan hastalardan 5.8 kat daha büyüktür.

Tablo 14 - Atopi testi negatif olanlarda nikel'in yaygın ve diğer (kol-bacak-gövde) lokalizasyonlarına göre dağılımı

Nikel					
	Nikel (+)		Nikel (-)		
Lokalizasyon	n	%	n	%	Toplam
Yaygın	6	50	6	50	12
Diğer	7	26.9	19	73.1	26

$\theta = 2.7$

Atopi testi negatif olan ve vücudunda yaygın olarak egzama bulunan hastalarda nikel testinin pozitif çıkma olasılığı, atopi testi negatif olan ve diğer bölgelerinde (kol-bacak-gövde) egzama bulunan hastalardan 2.7 kat daha büyüktür.

Ek 2 (Devam)

Tablo 15 - Atopi testi negatif olanlarda nikel'in yaygın ve yüz lokalizasyonlarına göre dağılımı

Nikel					
	Nikel (+)		Nikel (-)		
Lokalizasyon	**n**	**%**	**n**	**%**	**Toplam**
Yaygın	6	50	6	50	12
Yüz	8	25	24	75	32

$\theta = 3$

Atopi testi negatif olan ve vücudunda yaygın olarak egzama bulunan hastalarda nikel testinin pozitif çıkma olasılığı, atopi testi negatif olan ve yüzünde egzama bulunan hastalardan 3 kat daha büyüktür.

Tablo 16 - Atopi testi negatif olanlarda nikel'in yüz ve el lokalizasyonlarına göre dağılımı

Nikel					
	Nikel (+)		Nikel (-)		
Lokalizasyon	**n**	**%**	**n**	**%**	**Toplam**
Yüz	8	25	24	75	32
El	28	14.6	163	85.4	191

$\theta = 1.9$

Atopi testi negatif olan ve yüzünde egzama bulunan hastalarda nikel testinin pozitif çıkma olasılığı, atopi testi negatif olan ve elinde egzama bulunan hastalardan 1.9 kat daha büyüktür.

Ek 2 (Devam)

Tablo 17 - Atopi testi negatif olanlarda nikel'in yüz ve diğer (kol-bacak-gövde) lokalizasyonlarına göre dağılımı

Nikel					
	Nikel (+)		Nikel (-)		
Lokalizasyon	**n**	**%**	**n**	**%**	**Toplam**
Yüz	8	25	24	50	32
Diğer	7	26.9	19	73.1	26

$\theta = 0.9$

Atopi testi negatif olan ve yüzünde egzama bulunan hastalarda nikel testinin pozitif çıkma olasılığı, atopi testi negatif olan ve diğer bölgelerinde (kol-bacak-gövde) egzama bulunan hastalardan 0.9 kat daha büyüktür. Daha anlaşılır olaması açısından Yüz ve Diğer satırlarının yerleri değiştirilerek tekrar odds oranı bulunabilir. Bulunan yeni odds oranı 0.9'un tersine eşit olur.

$$\frac{1}{0.9} = 1.1$$

Bulunan yeni odds oranına göre yorum şöyle olur. Atopi testi negatif olan ve diğer bölgelerinde (kol-bacak-gövde) egzama bulunan hastalarda nikel testinin pozitif çıkma olasılığı, atopi testi negatif olan ve yüzünde egzama bulunan hastalardan 1.1 kat daha büyüktür.

Ek 2 (Devam)

Tablo 18 - Atopi testi negatif olanlarda nikel'in diğer (kol-bacak-gövde) ve el lokalizasyonlarına göre dağılımı

N i k e l					
	Nikel (+)		**Nikel (-)**		
Lokalizasyon	**n**	**%**	**n**	**%**	**Toplam**
Diğer	7	26.9	19	73.1	26
El	28	14.6	163	85.4	191

$\theta = 2.1$

Atopi testi negatif olan ve diğer bölgelerinde egzama bulunan hastalarda nikel testinin pozitif çıkma olasılığı, atopi testi negatif olan ve elinde egzama bulunan hastalardan 2.1 kat daha büyüktür.

Ek 2 (Devam)

LOKALİZASYON VE ATOPİ DEĞİŞKENLERİNE AİT MARJİNAL VE KOŞULLU TABLOLAR

LOKALİZASYON VE ATOPİ DEĞİŞKENLERİNE AİT MARJİNAL TABLOLAR

Tablo 19 - Atopinin yaygın ve diğer (kol-bacak-gövde) lokalizasyonlarına göre dağılımı

Atopi					
	Atopi (+)		Atopi (-)		
Lokalizasyon	**n**	**%**	**n**	**%**	**Toplam**
Yaygın	11	47.8	12	52.2	23
Diğer	1	3.7	26	96.3	27

$\theta = 23.8$

Vücudunda yaygın olarak egzama bulunan kişilerde atopi testinin pozitif çıkma olasılığı diğer bölgelerinde (kol-bacak-diğer) egzama bulunanlardan 23.8 kat daha büyüktür.

Tablo 20 - Atopinin yaygın ve el lokalizasyonlarına göre dağılımı

Atopi					
	Atopi (+)		Atopi (-)		
Lokalizasyon	**n**	**%**	**n**	**%**	**Toplam**
Yaygın	11	47.8	12	52.2	23
El	23	10.8	191	89.2	214

$\theta = 7.6$

Vücudunda yaygın olarak egzama bulunan kişilerde atopi testinin pozitif çıkma olasılığı, elinde egzama bulunanlardan 7.6 kat daha büyüktür.

Ek 2 (Devam)

Tablo 21 - Atopinin yaygın ve yüz lokalizasyonlarına göre dağılımı

A t o p i					
	Atopi (+)		Atopi (-)		
Lokalizasyon	**n**	**%**	**n**	**%**	**Toplam**
Yaygın	11	47.8	12	52.2	23
Yüz	12	27.3	32	72.7	44

$\theta = 2.4$

Vücudunda yaygın olarak egzama bulunan kişilerde atopi testinin pozitif çıkma olasılığı, yüzünde egzama bulunanlardan 2.4 kat daha büyüktür.

Tablo 22 - Atopinin yüz ve diğer (kol-bacak-gövde) lokalizasyonlarına göre dağılımı

A t o p i					
	Atopi (+)		Atopi (-)		
Lokalizasyon	**n**	**%**	**n**	**%**	**Toplam**
Yüz	12	27.3	32	72.7	44
Diğer	1	3.7	26	96.3	27

$\theta = 9.8$

Yüzünde egzama bulunan kişilerde atopi testinin pozitif çıkma olasılığı, diğer bölgelerinde egzama bulunanlardan 9.8 kat daha büyüktür.

Ek 2 (Devam)

Tablo 23 - Atopinin yüz ve el lokalizasyonlarına göre dağılımı

Atopi					
	Atopi (+)		Atopi (-)		
Lokalizasyon	**n**	**%**	**n**	**%**	**Toplam**
Yüz	12	27.3	32	72.7	44
El	23	10.7	191	89.3	214

$\theta = 3.1$

Yüzünde egzama bulunan kişilerde atopi testinin pozitif çıkma olasılığı elinde egzama bulunanlardan 3.1 kat daha büyüktür.

Tablo 24 - Atopinin el ve diğer (kol-bacak-gövde) lokalizasyonlarına göre dağılımı

Atopi					
	Atopi (+)		Atopi (-)		
Lokalizasyon	**n**	**%**	**n**	**%**	**Toplam**
El	23	10.7	191	89.3	214
Diğer	1	3.7	26	96.3	27

$\theta = 3.1$

Elinde egzama bulunan kişilerde atopi testinin pozitif çıkma olasılığı, diğer bölgelerinde (kol-bacak-gövde) egzama bulunanlardan 3.1 kat daha büyüktür.

Ek 2 (Devam)

NİKELİN DÜZEYLERİ İÇİN LOKALİZASYON VE ATOPİ DEĞİŞKENLERİNE AİT KOŞULLU TABLOLAR

**** Nikel testi pozitif olan hastalarda lokalizasyon ve atopi değişkenlerine ait koşullu tablolar**

Tablo 25 - Nikel testi pozitif olanlarda atopinin, yaygın ve diğer lokalizasyonlarına göre dağılımı

A t o p i					
	Atopi (+)		**Atopi (-)**		
Lokalizasyon	**n**	**%**	**n**	**%**	**Toplam**
Yaygın	6	50	6	50	12
Diğer	-	0	7	100	7

$\theta = 15$

Nikel testi pozitif olan ve vücudunda yaygın olarak egzama bulunan hastalarda atopi testinin pozitif çıkma olasılığı, nikel testi pozitif olan ve diğer bölgelerinde (kol-bacak-gövde) egzama bulunan hastalardan 15 kat daha büyüktür.

Tablo 26 - Nikel testi pozitif olanlarda atopinin, yaygın ve el lokalizasyonlarına göre dağılımı

A t o p i					
	Atopi (+)		**Atopi (-)**		
Lokalizasyon	**n**	**%**	**n**	**%**	**Toplam**
Yaygın	6	50	6	50	12
El	4	12.5	28	87.5	32

$\theta = 7$

Ek 2 (Devam)

Nikel testi pozitif olan ve vücudunda yaygın olarak egzama bulunan hastalarda atopi testinin pozitif çıkma olasılığı, nikel testi pozitif olan ve elinde egzama bulunan hastalardan 7 kat daha büyüktür.

Tablo 27 - Nikel testi pozitif olanlarda atopinin, yaygın ve yüz lokalizasyonlarına göre dağılımı

Atopi					
	Atopi (+)		Atopi (-)		
Lokalizasyon	**n**	**%**	**n**	**%**	**Toplam**
Yaygın	6	50	6	50	12
Yüz	4	33.3	8	66.7	12

$\theta = 2$

Nikel testi pozitif olan ve vücudunda yaygın olarak egzama bulunan hastalarda atopi testinin pozitif çıkma olasılığı, nikel testi pozitif olan ve yüzünde egzama bulunan hastalardan 2 kat daha büyüktür.

Tablo 28 - Nikel testi pozitif olanlarda atopinin, yüz ve diğer (kol-bacak-gövde) lokalizasyonlarına göre dağılımı

Atopi					
	Atopi (+)		Atopi (-)		
Lokalizasyon	**n**	**%**	**n**	**%**	**Toplam**
Yüz	4	33.3	8	66.7	12
Diğer	-	0	7	100	7

$\theta = 7.9$

Nikel testi pozitif olan ve yüzünde egzama bulunan hastalarda atopi testinin pozitif çıkma olasılığı, nikel testi pozitif olan ve diğer bölgelerinde (kol-bacak-gövde) egzama bulunan hastalardan 7.9 kat daha büyüktür.

Ek 2 (Devam)

Tablo 29 - Nikel testi pozitif olanlarda atopinin, yüz ve el lokalizasyonlarına göre dağılımı

Atopi					
	Atopi (+)		Atopi (-)		
Lokalizasyon	**n**	**%**	**n**	**%**	**Toplam**
Yüz	4	33.3	8	66.7	12
El	4	12.5	87.5	100	32

$\theta = 3.5$

Nikel testi pozitif olan ve yüzünde egzama bulunan hastalarda atopi testinin pozitif çıkma olasılığı, nikel testi pozitif olan ve elinde egzama bulunan hastalardan 3.5 kat daha büyüktür.

Tablo 30 - Nikel testi pozitif olanlarda atopinin, el ve diğer lokalizasyonlarına dağılımı

Atopi					
	Atopi (+)		Atopi (-)		
Lokalizasyon	**n**	**%**	**n**	**%**	**Toplam**
El	4	12.5	28	87.5	32
Diğer	-	0	7	100	7

$\theta = 2.4$

Nikel testi pozitif olan ve elinde egzama bulunan hastalarda atopi testinin pozitif çıkma olasılığı, nikel testi pozitif olan ve diğer bölgelerinde (kol-bacak-gövde) egzama bulunan hastalardan 2.4 kat daha büyüktür.

Ek 2 (Devam)

**** Nikel testi negatif olan hastalarda lokalizasyon ve atopi değişkenlerine ait koşullu tablolar**

Tablo 31 - Nikel testi negatif olanlarda atopinin, yaygın ve diğer lokalizasyonlarına dağılımı

Atopi					
	Atopi (+)		Atopi (-)		
Lokalizasyon	**n**	**%**	**n**	**%**	**Toplam**
Yaygın	5	45.5	6	54.5	11
Diğer	1	5	19	95	20

$\theta = 15.8$

Nikel testi negatif olan ve vücudunda yaygın olarak egzama bulunan hastalarda atopi testinin pozitif çıkma olasılığı, nikel testi negatif olan ve diğer bölgelerinde (kol-bacak-gövde) egzama bulunan hastalardan 15.8 kat daha büyüktür.

Tablo 32 - Nikel testi negatif olanlarda atopinin, yaygın ve el lokalizasyonlarına göre dağılımı

Atopi					
	Atopi (+)		Atopi (-)		
Lokalizasyon	**n**	**%**	**n**	**%**	**Toplam**
Yaygın	5	45.5	6	54.5	11
El	19	10.4	163	89.6	182

$\theta = 7.1$

Nikel testi negatif olan ve vücudunda yaygın olarak egzama bulunan hastalarda

Ek 2 (Devam)

atopi testinin pozitif çıkma olasılığı, nikel testi negatif olan ve elinde egzama bulunan hastalardan 7.1 kat daha büyüktür.

Tablo 33 - Nikel testi negatif olanlarda atopinin, yaygın ve yüz lokalizasyonlarına göre dağılımı

	Atopi				
	Atopi (+)		Atopi (-)		
Lokalizasyon	**n**	**%**	**n**	**%**	**Toplam**
Yaygın	5	45.5	6	54.5	11
Yüz	8	25	24	75	32

$\theta = 2.5$

Nikel testi negatif olan ve vücudunda yaygın olarak egzama bulunan hastalarda atopi testinin pozitif çıkma olasılığı, nikel testi negatif olan ve yüzünde egzama bulunan hastalardan 2.5 kat daha büyüktür.

Tablo 34 - Nikel testi negatif olanlarda atopinin, yüz ve diğer lokalizasyonlarına dağılımı

	Atopi				
	Atopi (+)		Atopi (-)		
Lokalizasyon	**n**	**%**	**n**	**%**	**Toplam**
Yüz	8	25	24	75	32
Diğer	1	5	19	95	20

$\theta = 6.3$

Nikel testi negatif olan ve yüzünde egzama bulunan hastalarda atopi testinin pozitif çıkma olasılığı, nikel testi negatif olan ve diğer bölgelerinde (kol-bacak-gövde) egzama bulunan hastalardan 6.3 kat daha büyüktür.

Ek 2 (Devam)

Tablo 35 - Nikel testi negatif olanlarda atopinin, yüz ve el lokalizasyonlarına dağılımı

Atopi					
	Atopi (+)		Atopi (-)		
Lokalizasyon	**n**	**%**	**n**	**%**	**Toplam**
Yüz	8	25	24	50	32
El	19	10.4	163	89.6	182

$\theta = 2.9$

Nikel testi negatif olan ve yüzünde egzama bulunan hastalarda atopi testinin pozitif çıkma olasılığı, nikel testi negatif olan ve elinde egzama bulunan hastalardan 2.9 kat daha büyüktür.

Tablo 36 - Nikel testi negatif olanlarda atopinin, el ve diğer lokalizasyonlarına dağılımı

Atopi					
	Atopi (+)		Atopi (-)		
Lokalizasyon	**n**	**%**	**n**	**%**	**Toplam**
El	19	10.4	163	89.6	182
Diğer	1	5	19	95	20

$\theta = 2.2$

Nikel testi negatif olan ve elinde egzama bulunan hastalarda atopi testinin pozitif çıkma olasılığı, nikel testi negatif olan ve diğer bölgelerinde (kol-bacak-gövde) egzama bulunan hastalardan 2.2 kat daha büyüktür.

EK 2 (Devam)

LOKALİZASYON, NİKEL VE ATOPİ DEĞİŞKENLERİNİN İNCELENMESİ

DOYMUŞ MODEL

Starting Column	Ending Column	Effect Name
1	3	LOKAL
4	4	NIKEL
5	5	ATOPI
6	8	LOKAL BY NIKEL
9	11	LOKAL BY ATOPI
12	12	NIKEL BY ATOPI
13	15	LOKAL BY NIKEL BY ATOPI

Observed, Expected Frequencies and Residuals

Factor	Code	OBS. count & PCT.	EXP. count & PCT.
LOKAL	1		
NIKEL	1		
ATOPI	1	4,50 (1,42)	4,50 (1,42)
ATOPI	2	28,50 (9,02)	28,50 (9,02)
NIKEL	2		
ATOPI	1	19,50 (6,17)	19,50 (6,17)
ATOPI	2	163,50 (51,74)	163,50 (51,74)
LOKAL	2		
NIKEL	1		
ATOPI	1	4,50 (1,42)	4,50 (1,42)
ATOPI	2	8,50 (2,69)	8,50 (2,69)
NIKEL	2		
ATOPI	1	8,50 (2,69)	8,50 (2,69)
ATOPI	2	24,50 (7,75)	24,50 (7,75)
LOKAL	3		
NIKEL	1		
ATOPI	1	6,50 (2,06)	6,50 (2,06)
ATOPI	2	6,50 (2,06)	6,50 (2,06)
NIKEL	2		
ATOPI	1	5,50 (1,74)	5,50 (1,74)
ATOPI	2	6,50 (2,06)	6,50 (2,06)
LOKAL	4		
NIKEL	1		
ATOPI	1	,50 (,16)	,50 (,16)
ATOPI	2	7,50 (2,37)	7,50 (2,37)
NIKEL	2		
ATOPI	1	1,50 (,47)	1,50 (,47)
ATOPI	2	19,50 (6,17)	19,50 (6,17)

Goodness-of-Fit test statistics

Likelihood Ratio Chi Square = ,00000 DF = 0 P = 1,000

Pearson Chi Square = ,00000 DF = 0 P = 1,000

EK 2 (Devam)

DOYMUŞ MODELE AİT PARAMETRE KESTİRİMLERİ

Estimates for Parameters

LOKAL

Parameter	Coeff.	Std. Err.	Z-Value	Lower 95 CI	Upper 95 CI
1	1,110184621	,16328	6,79912	,79015	1,43022
2	,1256030967	,18000	,69780	-,22720	,47840
3	-,290078958	,19218	-1,50944	-,66674	,08659

NIKEL

Parameter	Coeff.	Std. Err.	Z-Value	Lower 95 CI	Upper 95 CI
4	-,424681959	,12972	-3,27388	-,67893	-,17043

ATOPI

Parameter	Coeff.	Std. Err.	Z-Value	Lower 95 CI	Upper 95 CI
5	-,694179661	,12972	-5,35143	-,94843	-,43993

LOKAL BY NIKEL

Parameter	Coeff.	Std. Err.	Z-Value	Lower 95 CI	Upper 95 CI
6	-,378629534	,16328	-2,31885	-,69867	-,05859
7	,0010330287	,18000	,00574	-,35177	,35383
8	,4664454800	,19218	2,42717	,08978	,84311

LOKAL BY ATOPI

Parameter	Coeff.	Std. Err.	Z-Value	Lower 95 CI	Upper 95 CI
9	-,298876643	,16328	-1,83042	-,61891	,02116
10	,2705307310	,18000	1,50295	-,08227	,62333
11	,6524161400	,19218	3,39488	,27575	1,02908

NIKEL BY ATOPI

Parameter	Coeff.	Std. Err.	Z-Value	Lower 95 CI	Upper 95 CI
12	,0454464539	,12972	,35035	-,20880	,29969

Ek 2 (Devam)

LOKAL BY NIKEL BY ATOPI

Parameter	Coeff.	Std. Err.	Z-Value	Lower 95 CI	Upper 95 CI
13	,0246965047	,16328	,15125	-,29534	,34473
14	,0602080929	,18000	,33449	-,29259	,41301
15	-,003682933	,19218	-,01916	-,38035	,37298

EK 2 (Devam)

SEÇİLEN MODEL

MODEL = SABİT + LOKALİZASYON + NİKEL + ATOPİ + LOKALİZASYON*NİKEL +

LOKALİZASYON*ATOPİ

* * * * * * * * * L O G   L I N E A R   A N A L Y S I S * * * * * * * * * *

Starting Column	Ending Column	Effect Name
1	3	LOKAL
4	4	NIKEL
5	5	ATOPI
6	8	LOKAL * NIKEL
9	11	ATOPI * LOKAL

- -

Gözlenen ve beklenen değerler

Factor	Code	OBS. count & PCT.	EXP. count & PCT.
LOKAL	1		
NIKEL	1		
ATOPI	1	4,00 (1,30)	3,44 (1,12)
ATOPI	2	28,00 (9,09)	28,56 (9,27)
NİKEL	2		
ATOPI	1	19,00 (6,17)	19,56 (6,35)
ATOPI	2	163,00 (52,92)	162,44 (52,74)
LOKAL	2		
NIKEL	1		
ATOPI	1	4,00 (1,30)	3,27 (1,06)
ATOPI	2	8,00 (2,60)	8,73 (2,83)
NIKEL	2		
ATOPI	1	8,00 (2,60)	8,73 (2,83)
ATOPI	2	24,00 (7,79)	23,27 (7,56)
LOKAL	3		
NIKEL	1		
ATOPI	1	6,00 (1,95)	5,74 (1,86)
ATOPI	2	6,00 (1,95)	6,26 (2,03)
NIKEL	2		
ATOPI	1	5,00 (1,62)	5,26 (1,71)
ATOPI	2	6,00 (1,95)	5,74 (1,86)
LOKAL	4		
NIKEL	1		
ATOPI	1	,00 (,00)	,26 (,08)
ATOPI	2	7,00 (2,27)	6,74 (2,19)
NIKEL	2		
ATOPI	1	1,00 (,32)	,74 (,24)
ATOPI	2	19,00 (6,17)	19,26 (6,25)

EK 2 (Devam)

EK 2 (Devam)

ARTIKLAR, STANDART ARTIKLAR VE DÜZELTİLMİŞ ARTIKLAR

Factor	Code	Residual	Std. Resid.	Adj. Resid.
LOKAL	1			
NIKEL	1			
ATOPI	1	,5607	,3024	,3471
ATOPI	2	-,5607	-,1049	-,3471
NIKEL	2			
ATOPI	1	-,5607	-,1268	-,3471
ATOPI	2	,5607	,0440	,3471
LOKAL	2			
NIKEL	1			
ATOPI	1	,7273	,4020	,5528
ATOPI	2	-,7273	-,2462	-,5528
NIKEL	2			
ATOPI	1	-,7273	-,2462	-,5528
ATOPI	2	,7273	,1508	,5528
LOKAL	3			
NIKEL	1			
ATOPI	1	,2609	,1089	,2180
ATOPI	2	-,2609	-,1043	-,2180
NIKEL	2			
ATOPI	1	-,2609	-,1137	-,2180
ATOPI	2	,2609	,1089	,2180
LOKAL	4			
NIKEL	1			
ATOPI	1	-,2593	-,5092	-,6029
ATOPI	2	,2593	,0999	,6029
NIKEL	2			
ATOPI	1	,2593	,3012	,6029
ATOPI	2	-,2593	-,0591	-,6029

- -

Goodness-of-Fit test statistics

Likelihood Ratio Chi Square = 1,07522 DF = 4 P = ,898
Pearson Chi Square = ,83698 DF = 4 P = ,933

- -

EK 2 (Devam)

SEÇİLEN MODELE AİT PARAMETRE KESTİRİMLERİ

* * * * * * * * * * L O G   L I N E A R   A N A L Y S I S * * * * * * * * * *

Estimates for Parameters

LOKAL

Parameter	Coeff.	Std. Err.	Z-Value	Lower 95 CI	Upper 95 CI
1	1,192636016	,17664	6,75180	,84642	1,53885
2	,1963098324	,20034	,97986	-,19637	,58899
3	-,222835380	,21137	-1,05424	-,63712	,19145

NIKEL

Parameter	Coeff.	Std. Err.	Z-Value	Lower 95 CI	Upper 95 CI
4	-,460238848	,09000	-5,11363	-,63664	-,28383

ATOPI

Parameter	Coeff.	Std. Err.	Z-Value	Lower 95 CI	Upper 95 CI
5	-,805339547	,14663	-5,49237	-1,09273	-,51795

LOKAL * NIKEL

Parameter	Coeff.	Std. Err.	Z-Value	Lower 95 CI	Upper 95 CI
6	-,408896544	,11267	-3,62930	-,62972	-,18807
7	-,030175778	,14974	-,20152	-,32367	,26332
8	,5037445366	,17286	2,91417	,16494	,84255

ATOPI * LOKAL

Parameter	Coeff.	Std. Err.	Z-Value	Lower 95 CI	Upper 95 CI
9	-,253050059	,16610	-1,52348	-,57861	,07251
10	,3149249202	,18927	1,66390	-,05604	,68589
11	,7618338582	,20804	3,66197	,35408	1,16959

- -

Ek 3: Verilerin Cinsiyet, Lokalizasyon ve Nikel Değişkenlerine Göre Dağılımı

		Nikel	
Cinsiyet	**Lokal**	Pozitif	Negatif
Kadın	El	25	118
	Yüz	12	29
	Yaygın	11	6
	Diğer	7	12
Erkek	El	7	64
	Yüz	-	3
	Yaygın	1	5
	Diğer	-	8

Ek 3 (Devam)

CİNSİYET VE NİKEL DEĞİŞKENLERİNE AİT MARJİNAL VE KOŞULLU TABLOLAR

CİNSİYET VE NİKEL DEĞİŞKENLERİNE AİT MARJİNAL TABLOLAR

Tablo 1 - Verilerin cinsiyet ve nikel değişkenlerine göre dağılımı

N i k e l					
	Nikel (+)		Nikel (-)		
Cinsiyet	**n**	**%**	**n**	**%**	**Toplam**
Kadın	55	25	165	75	220
Erkek	8	9.1	80	90.9	88

$\theta = 3.33$

Kadınlarda nikel testinin pozitif çıkma olasılığı, erkeklerden 3.33 kat daha büyüktür.

LOKALİZASYONUN TÜM DÜZEYLERİ İÇİN CİNSİYET VE NİKEL DEĞİŞKENLERİNE AİT KOŞULLU TABLOLAR

Tablo 2 - Elinde egzama olan hastaların cinsiyet ve nikel değişkenlerine göre dağılımı

N i k e l					
	Nikel (+)		Nikel (-)		
Cinsiyet	**n**	**%**	**n**	**%**	**Toplam**
Kadın	25	17.4	118	82.6	143
Erkek	7	9.8	64	90.2	71

$\theta = 1.93$

Elinde egzama olan kadın hastalarda nikel testinin pozitif çıkma olasılığı, elinde egzama olan erkek hastalardan 1.93 kat daha büyüktür.

Ek 3 (Devam)

Tablo 3 - Yüzünde egzama olan hastaların cinsiyet ve nikel değişkenlerine göre dağılımı

N i k e l					
	Nikel (+)		Nikel (-)		
Cinsiyet	**n**	**%**	**n**	**%**	**Toplam**
Kadın	12	29.3	29	70.7	41
Erkek	-	9.8	3	100	3

$\theta = 2.96$

Yüzünde egzama olan kadın hastalarda nikel testinin pozitif çıkma olasılığı, yüzünde egzama olan erkek hastalardan 2.96 kat daha büyüktür.

Tablo 4 - Vücudunda yaygın olarak egzama olan hastaların cinsiyet ve nikel değişkenlerine göre dağılımı

N i k e l					
	Nikel (+)		Nikel (-)		
Cinsiyet	**n**	**%**	**n**	**%**	**Toplam**
Kadın	11	64.7	6	35.9	17
Erkek	1	16.6	5	83.4	6

$\theta = 9.16$

Vücudunda yaygın olarak egzama olan kadın hastalarda nikel testinin pozitif çıkma olasılığı, vücudunda yaygın olarak egzama bulunan erkek hastalardan 9.16 kat daha büyüktür.

Ek 3 (Devam)

Tablo 5 - Diğer bölgelerinde (kol-bacak-gövde) egzama olan hastaların cinsiyet ve nikel değişkenlerine göre dağılımı

Nikel					
	Nikel (+)		**Nikel (-)**		
Cinsiyet	**n**	**%**	**n**	**%**	**Toplam**
Kadın	7	36.8	12	63.2	19
Erkek	-	0	8	100	8

$\theta = 10.2$

Diğer bölgelerinde (kol-bacak-gövde) egzama olan kadın hastalarda nikel testinin pozitif çıkma olasılığı, diğer bölgelerinde (kol-bacak-gövde) egzama olan erkek hastalardan 10.2 kat daha büyüktür.

Ek 3 (Devam)

LOKALİZASYON VE NİKEL DEĞİŞKENLERİNE AİT MARJİNAL VE KOŞULLU TABLOLAR

LOKALİZASYON VE NİKEL DEĞİŞKENLERİNE AİT MARJİNAL TABLOLAR

Lokalizasyon ve nikel değişkenlerine ait marjinal tablolar Ek 2 'de verildiğinden bu bölümde tekrar verilmeyecektir.

CİNSİYET SABİT TUTULDUĞUNDA LOKALİZASYON VE NİKEL DEĞİŞKENLERİNE AİT KOŞULLU TABLOLAR

**** Kadın hastalarda lokalizasyon ve nikel değişkenlerine ait koşullu tablolar**

Tablo 6 - Kadın hastalarda nikel'in yaygın ve el lokalizasyonlarına göre dağılımı

N i k e l					
	Nikel (+)		Nikel (-)		
Lokalizasyon	**n**	**%**	**n**	**%**	**Toplam**
Yaygın	11	64.7	6	35.3	17
El	25	17.5	118	82.5	143

$\theta = 8.7$

Vücudunda yaygın olarak egzama bulunan kadın hastaların nikel testinin pozitif çıkma olasılığı, elinde egzama bulunan kadın hastalardan 8.7 kat daha büyüktür.

Ek 3 (Devam)

Tablo 7 - Kadın hastalarda nikel'in yaygın ve diğer lokalizasyonlarına göre dağılımı

N i k e l					
	Nikel (+)		Nikel (-)		
Lokalizasyon	**n**	**%**	**n**	**%**	**Toplam**
Yaygın	11	64.7	6	35.3	17
Diğer	7	36.8	12	63.2	19

$\theta = 3.1$

Vücudunda yaygın olarak egzama bulunan kadın hastaların nikel testinin pozitif çıkma olasılığı, diğer bölgelerinde egzama bulunan kadın hastalardan 3.1 kat daha büyüktür.

Tablo 8 - Kadın hastalarda nikel'in yaygın ve yüz lokalizasyonlarına göre dağılımı

N i k e l					
	Nikel (+)		Nikel (-)		
Lokalizasyon	**n**	**%**	**n**	**%**	**Toplam**
Yaygın	11	64.7	6	35.3	17
Yüz	12	29.3	29	70.7	41

$\theta = 4.4$

Vücudunda yaygın olarak egzama bulunan kadın hastaların nikel testinin pozitif çıkma olasılığı, yüzünde egzama bulunan kadın hastalardan 4.4 kat daha büyüktür.

Ek 3 (Devam)

Tablo 9 - Kadın hastalarda nikel'in yüz ve el lokalizasyonlarına göre dağılımı

N i k e l					
	Nikel (+)		Nikel (-)		
Lokalizasyon	**n**	**%**	**n**	**%**	**Toplam**
Yüz	12	29.3	29	70.7	41
El	25	17.5	118	82.5	143

$\theta = 1.9$

Yüzünde egzama bulunan kadın hastaların nikel testinin pozitif çıkma olasılığı, elinde egzama bulunan kadın hastalardan 1.9 kat daha büyüktür.

Tablo 10 - Kadın hastalarda nikel'in yüz ve diğer lokalizasyonlarına göre dağılımı

N i k e l					
	Nikel (+)		Nikel (-)		
Lokalizasyon	**n**	**%**	**n**	**%**	**Toplam**
Yüz	12	29.3	29	70.7	41
Diğer	7	36.8	12	63.2	19

$\theta = 0.7$

Yüzünde egzama bulunan kadın hastaların nikel testinin pozitif çıkma olasılığı, diğer bölgelerinde (kol-bacak-gövde) egzama bulunan kadın hastalardan 0.7 kat daha büyüktür. Yüz ve diğer satırlarının yerleri değiştirilerek tekrar odds oranı hesaplanacak olursa yeni bulunan değer 0.7'nin tersine eşit olur.

$$\frac{1}{0.7} = 1.4$$

Ek 3 (Devam)

Bu değere göre yapılan yorum daha anlaşılır olacaktır. Buna göre diğer bölgelerinde (kol-bacak-gövde) egzama olan kadınlarda nikel testinin pozitif çıkma olasılığı, yüzünde egzama olan kadınlardan 1.4 kat daha büyüktür.

Tablo 11 - Kadın hastalarda nikel'in diğer ve el lokalizasyonlarına göre dağılımı

Nikel					
	Nikel (+)		Nikel (-)		
Lokalizasyon	**n**	**%**	**n**	**%**	**Toplam**
Diğer	7	36.8	12	63.2	19
El	25	17.5	118	82.5	143

$\theta = 2.7$

Diğer bölgelerinde (kol-bacak-gövde) egzama bulunan kadın hastaların nikel testinin pozitif çıkma olasılığı, elinde egzama bulunan kadın hastalardan 2.7 kat daha büyüktür.

**** Erkek hastalarda lokalizasyon ve nikel değişkenlerine ait koşullu tablolar**

Tablo 12 - Erkek hastalarda nikel'in yaygın ve el lokalizasyonlarına göre dağılımı

Nikel					
	Nikel (+)		Nikel (-)		
Lokalizasyon	**n**	**%**	**n**	**%**	**Toplam**
Yaygın	1	16.6	5	83.4	6
El	7	9.8	64	90.2	71

$\theta = 1.8$

Vücudunda yaygın olarak egzama bulunan erkek hastaların nikel testinin pozitif çıkma olasılığı, elinde egzama bulunan erkek hastalardan 1.8 kat daha büyüktür.

Ek 3 (Devam)

Tablo 13 - Erkek hastalarda nikel'in yaygın ve diğer lokalizasyonlarına göre dağılımı

N i k e l					
	Nikel (+)		Nikel (-)		
Lokalizasyon	**n**	**%**	**n**	**%**	**Toplam**
Yaygın	1	16.6	5	83.4	6
Diğer	-	0	8	100	8

$\theta = 4.6$

Vücudunda yaygın olarak egzama bulunan erkek hastaların nikel testinin pozitif çıkma olasılığı, diğer bölgelerinde egzama bulunan erkek hastalardan 4.6 kat daha büyüktür.

Tablo 14 - Erkek hastalarda nikel'in yaygın ve yüz lokalizasyonlarına göre dağılımı

N i k e l					
	Nikel (+)		Nikel (-)		
Lokalizasyon	**n**	**%**	**n**	**%**	**Toplam**
Yaygın	1	16.6	5	83.4	6
Yüz	-	0	3	100	3

$\theta = 1.9$

Vücudunda yaygın olarak egzama bulunan erkek hastaların nikel testinin pozitif çıkma olasılığı, yüzünde egzama bulunan erkek hastalardan 1.9 kat daha büyüktür.

Ek 3 (Devam)

Tablo 15 - Erkek hastalarda nikel'in yüz ve el lokalizasyonlarına göre dağılımı

Nikel					
	Nikel (+)		Nikel (-)		
Lokalizasyon	**n**	**%**	**n**	**%**	**Toplam**
Yüz	-	0	3	100	3
El	7	9.8	64	90.2	71

$\theta = 1.2$

Yüzünde egzama bulunan erkek hastaların nikel testinin pozitif çıkma olasılığı, elinde egzama bulunan erkek hastalardan 1.2 kat daha büyüktür.

Tablo 16 - Erkek hastalarda nikel'in yüz ve diğer lokalizasyonlarına göre dağılımı

Nikel					
	Nikel (+)		Nikel (-)		
Lokalizasyon	**n**	**%**	**n**	**%**	**Toplam**
Yüz	-	0	3	100	3
Diğer	-	0	8	100	8

$\theta = 2.4$

Yüzünde egzama bulunan erkek hastaların nikel testinin pozitif çıkma olasılığı, diğer bölgelerinde (kol-bacak-gövde) egzama bulunan erkek hastalardan 2.4 kat daha büyüktür.

Ek 3 (Devam)

Tablo 17 - Erkek hastalarda nikel'in diğer ve el lokalizasyonlarına göre dağılımı

N i k e l					
	Nikel (+)		**Nikel (-)**		
Lokalizasyon	**n**	**%**	**n**	**%**	**Toplam**
Diğer	-	0	8	100	8
El	7	9.8	64	90.2	71

$\theta = 0.5$

Diğer bölgelerinde (kol-bacak-gövde) egzama bulunan erkek hastaların nikel testinin pozitif çıkma olasılığı, elinde egzama bulunan erkek hastalardan 0.5 kat daha büyüktür. Diğer ve el satırlarının yerlerini değiştirerek yorum yapmak daha anlaşılır olacaktır. Buna göre elinde egzama olan erkek hastaların nikel testinin pozitif çıkması olasılığı diğer bölgelerinde egzama bulunan erkek hastalardan 2 kat daha büyüktür.

Ek 3 (Devam)

LOKALİZASYON VE CİNSİYET DEĞİŞKENLERİNE AİT MARJİNAL VE KOŞULLU TABLOLAR

LOKALİZASYON VE CİNSİYET DEĞİŞKENLERİNE AİT MARJİNAL TABLOLAR

Tablo 18 - Lokalizasyon değişkeninin cinsiyete göre dağılımı

Lokalizasyon					
	El		(Yüz+Yaygın+Diğer)		
Cinsiyet	n	%	n	%	Toplam
Erkek	71	80.6	17	19.4	88
Kadın	143	65	77	35	220

$\theta = 2.3$

Erkeklerde egzamanın elde olma olasılığı herhangi bir bölgede olma olasılığından kadınlara göre 2.3 kat daha büyüktür.

Tablo 19 - Lokalizasyon değişkeninin cinsiyete göre dağılımı

Lokalizasyon					
	Yüz		(El+Yaygın+Diğer)		
Cinsiyet	n	%	n	%	Toplam
Kadın	41	18.6	179	81.4	220
Erkek	3	3.4	85	96.6	88

$\theta = 6.5$

Kadınlarda egzamanın yüzde olma olasılığı herhangi bir bölgede olma olasılığından erkeklere göre 6.5 kat daha büyüktür.

Ek 3 (Devam)

Tablo 20 - Lokalizasyon değişkeninin cinsiyete göre dağılımı

Lokalizasyon					
	Yaygın		(Yüz+El+Diğer)		
Cinsiyet	**n**	**%**	**n**	**%**	**Toplam**
Kadın	17	7.7	203	92.3	220
Erkek	6	6.8	82	93.2	88

$\theta = 1.1$

Kadınlarda egzamanın yaygın olma olasılığı herhangi bir bölgede olma olasılığından erkeklere göre 1.1 kat daha büyüktür. 1.1, 1'e çok yakın bir değer olduğundan bu olasılıkların kadın ve erkeklerde eşit olduğu söylenebilir.

Tablo 21 - Lokalizasyon değişkeninin cinsiyete göre dağılımı

Lokalizasyon					
	Diğer (kol-bacak-gövde)		(Yüz+El+Yaygın)		
Cinsiyet	**n**	**%**	**n**	**%**	**Topla m**
Erkek	8	9.1	80	90.9	88
Kadın	19	8.6	201	91.4	220

$\theta = 1.1$

Erkeklerde egzamanın diğer bölgelerde olma olasılığı, herhangi bir bölgede olma olasılığından kadınlara göre 1.1 kat daha büyüktür. 1.1, 1'e çok yakın bir değer olduğundan bu olasılıkların kadın ve erkeklerde eşit olduğu söylenebilir.

Ek 3 (Devam)

NİKELİN DÜZEYLERİ İÇİN LOKALİZASYON VE CİNSİYET DEĞİŞKENLERİNE AİT KOŞULLU TABLOLAR

**** Nikel testi pozitif olan hastalarda lokalizasyon ve cinsiyet değişkenlerine ait koşullu tablolar**

Tablo 22 - Nikel testi pozitif olan hastaların cinsiyet ve lokalizasyona göre dağılımı

Lokalizasyon					
	El		(Yüz+Yaygın+Diğer)		
Cinsiyet	**n**	**%**	**n**	**%**	**Toplam**
Erkek	7	87.5	1	12.5	8
Kadın	25	45.5	30	54.5	55

$\theta = 8.4$

Nikel testi pozitif olan erkek hastalarda egzamanın elde olma olasılığı, herhangi bir bölgede olma olasılığından kadınlara göre 8.4 kat daha büyüktür.

Tablo 23 - Nikel testi pozitif olan hastaların cinsiyet ve lokalizasyona göre dağılımı

Lokalizasyon					
	Yüz		(El+Yaygın+Diğer)		
Cinsiyet	**n**	**%**	**n**	**%**	**Toplam**
Kadın	12	21.8	43	78.2	55
Erkek	-	0	8	100	8

$\theta = 4.9$

Nikel testi pozitif olan kadınlarda egzamanın yüzde olma olasılığı, herhangi bir bölgede olma olasılığından erkeklere göre 4.9 kat daha büyüktür.

Ek 3 (Devam)

Tablo 24 - Nikel testi pozitif olan hastaların cinsiyet ve lokalizasyona göre dağılımı

	Lokalizasyon				
	Yaygın		(Yüz+El+Diğer)		
Cinsiyet	**n**	**%**	**n**	**%**	**Toplam**
Kadın	11	20	44	80	55
Erkek	1	12.5	7	87.5	8

$\theta = 1.8$

Nikel testi pozitif olan kadınlarda egzamanın yaygın olma olasılığı, herhangi bir bölgede olma olasılığından erkeklere göre 1.8 kat daha büyüktür.

Tablo 25 - Nikel testi pozitif olan hastaların cinsiyet ve lokalizasyona göre dağılımı

	Lokalizasyon				
	Diğer (kol-bacak-gövde)		(Yüz+El+Yaygın)		
Cinsiyet	**n**	**%**	**n**	**%**	**Toplam**
Erkek	8	9.1	80	90.9	88
Kadın	19	8.6	201	91.4	220

$\theta = 0.04$

Nikel testi pozitif olan erkeklerde egzamanın diğer bölgelerde olma olasılığı, herhangi bir bölgede olma olasılığından kadınlara göre 0.04 kat daha büyüktür. Bu tabloyu satırların yerlerini değiştirerek elde edilen yeni odds oranından $(\frac{1}{0.04} = 25)$ yorumlamak daha anlaşılır olacaktır. Buna göre nikel testi pozitif olan kadınlarda egzamanın diğer bölgelerde olma olasılığı herhangi bir bölgede olma olasılığından 25 kat daha büyüktür.

Ek 3 (Devam)

**** Nikel testi negatif olan hastalarda lokalizasyon ve cinsiyet değişkenlerine ait koşullu tablolar**

Tablo 26 - Nikel testi negatif olan hastaların cinsiyet ve lokalizasyona göre dağılımı

Lokalizasyon					
	El		**(Yüz+Yaygın+Diğer)**		
Cinsiyet	**n**	**%**	**n**	**%**	**Toplam**
Erkek	64	80	16	20	80
Kadın	118	71.5	47	28.5	165

$\theta = 1.6$

Nikel testi negatif olan erkek hastalarda egzamanın elde olma olasılığı, herhangi bir bölgede olma olasılığından kadınlara göre 1.6 kat daha büyüktür.

Tablo 27 - Nikel testi negatif olan hastaların cinsiyet ve lokalizasyona göre dağılımı

Lokalizasyon					
	Yüz		**(El+Yaygın+Diğer)**		
Cinsiyet	**n**	**%**	**n**	**%**	**Toplam**
Kadın	29	17.5	136	82.5	165
Erkek	3	3.75	77	96.25	80

$\theta = 5.5$

Nikel testi negatif olan kadınlarda egzamanın yüzde olma olasılığı, herhangi bir bölgede olma olasılığından erkeklere göre 5.5 kat daha büyüktür.

Ek 3 (Devam)

Tablo 28 - Nikel testi negatif olan hastaların cinsiyet ve lokalizasyona göre dağılımı

Lokalizasyon					
	Yaygın		(Yüz+El+Diğer)		
Cinsiyet	**n**	**%**	**n**	**%**	**Toplam**
Kadın	6	10.9	159	89.1	55
Erkek	5	6.25	75	93.75	80

$\theta = 0.6$

Nikel testi negatif olan kadınlarda egzamanın yaygın olma olasılığı, herhangi bir bölgede olma olasılığından erkeklere göre 0.6 kat daha büyüktür. Bu tabloyu satırların yerlerini değiştirerek elde edilen yeni odds oranından ($\frac{1}{0.6} = 1.6$) yorumlamak daha anlaşılır olacaktır. Buna göre nikel testi negatif olan kadınlarda egzamanın diğer bölgelerde olma olasılığı, herhangi bir bölgede olma olasılığından 1.6 kat daha büyüktür.

Tablo 29 - Nikel testi negatif olan hastaların cinsiyet ve lokalizasyona göre dağılımı

Lokalizasyon					
	Diğer (kol-bacak-gövde)		(Yüz+El+Yaygın)		
Cinsiyet	**n**	**%**	**n**	**%**	**Toplam**
Erkek	8	10	72	90	80
Kadın	12	7.3	153	92.7	165

$\theta = 1.4$

Nikel testi negatif olan erkeklerde egzamanın diğer bölgelerde olma olasılığı, herhangi bir bölgede olma olasılığından kadınlara göre 1.4 kat daha büyüktür.

EK 3(Devam)

LOKALİZASYON, NİKEL VE CİNSİYET ARASINDAKİ İLİŞKİNİN İNCELENMESİ

DOYMUŞ MODEL

Starting Column	Ending Column	Effect Name
1	3	LOKAL
4	4	CINS
5	5	NIKEL
6	8	LOKAL BY CINS
9	11	LOKAL BY NIKEL
12	12	CINS BY NIKEL
13	15	LOKAL BY CINS BY NIKEL

Observed, Expected Frequencies and Residuals

Factor	Code	OBS. count & PCT.	EXP. count & PCT.
LOKAL	1		
CINS	1		
NIKEL	1	25,50 (8,07)	25,50 (8,07)
NIKEL	2	118,50 (37,50)	118,50 (37,50)
CINS	2		
NIKEL	1	7,50 (2,37)	7,50 (2,37)
NIKEL	2	64,50 (20,41)	64,50 (20,41)
LOKAL	2		
CINS	1		
NIKEL	1	12,50 (3,96)	12,50 (3,96)
NIKEL	2	29,50 (9,34)	29,50 (9,34)
CINS	2		
NIKEL	1	,50 (,16)	,50 (,16)
NIKEL	2	3,50 (1,11)	3,50 (1,11)
LOKAL	3		
CINS	1		
NIKEL	1	11,50 (3,64)	11,50 (3,64)
NIKEL	2	6,50 (2,06)	6,50 (2,06)
CINS	2		
NIKEL	1	1,50 (,47)	1,50 (,47)
NIKEL	2	5,50 (1,74)	5,50 (1,74)
LOKAL	4		
CINS	1		
NIKEL	1	7,50 (2,37)	7,50 (2,37)
NIKEL	2	12,50 (3,96)	12,50 (3,96)
CINS	2		
NIKEL	1	,50 (,16)	,50 (,16)
NIKEL	2	8,50 (2,69)	8,50 (2,69)

Goodness-of-Fit test statistics

Likelihood Ratio Chi Square =	,00000	DF = 0	P = 1,000
Pearson Chi Square =	,00000	DF = 0	P = 1,000

EK 3(Devam)

DOYMUŞ MODELE AİT PARAMETRE KESTİRİMLERİ

Estimates for Parameters

LOKAL

Parameter	Coeff.	Std. Err.	Z-Value	Lower 95 CI	Upper 95 CI
1	1,481489451	,17217	8,60491	1,14404	1,81894
2	-,449866789	,31383	-1,43347	-1,06497	,16524
3	-,461209860	,23988	-1,92268	-,93137	,00895

CINS

Parameter	Coeff.	Std. Err.	Z-Value	Lower 95 CI	Upper 95 CI
4	,7800109364	,15330	5,08807	,47954	1,08048

NIKEL

Parameter	Coeff.	Std. Err.	Z-Value	Lower 95 CI	Upper 95 CI
5	-,660334098	,15330	-4,30741	-,96081	-,35986

LOKAL BY CINS

Parameter	Coeff.	Std. Err.	Z-Value	Lower 95 CI	Upper 95 CI
6	-,322005144	,17217	-1,87030	-,65945	,01544
7	,5576148436	,31383	1,77680	-,05749	1,17272
8	-,229026933	,23988	-,95476	-,69919	,24113

LOKAL BY NIKEL

Parameter	Coeff.	Std. Err.	Z-Value	Lower 95 CI	Upper 95 CI
9	-,261665080	,17217	-1,51982	-,59911	,07578
10	-,040808844	,31383	-,13003	-,65592	,57430
11	,4781495669	,23988	1,99330	,00799	,94831

CINS BY NIKEL

Parameter	Coeff.	Std. Err.	Z-Value	Lower 95 CI	Upper 95 CI
12	,3684369867	,15330	2,40334	,06797	,66891

Ek 3 (Devam)

LOKAL BY CINS BY NIKEL

Parameter	Coeff.	Std. Err.	Z-Value	Lower 95 CI	Upper 95 CI
13	-,214555063	,17217	-1,24620	-,55200	,12289
14	-,096624854	,31383	-,30789	-,71173	,51848
15	,0990199739	,23988	,41279	-,37114	,56918

EK 3(Devam)

SEÇİLEN MODEL

MODEL = SABİT + CINSİYET + LOKALİZASYON + NİKEL + CİNSİYET * LOKALİZASYON +

CİNSİYET * NİKEL + LOKALİZASYON * NİKEL

* * * * * * * * * * L O G   L I N E A R   A N A L Y S I S * * * * * * * * * *

Starting Column	Ending Column	Effect Name
1	1	CINS
2	4	LOKAL
5	5	NIKEL
6	6	CINS * NIKEL
7	9	CINS * LOKAL
10	12	LOKAL * NIKEL

- -

Gözlenen ve beklenen değerler

Factor	Code	OBS. count & PCT.	EXP. count & PCT.
CINS	1		
NIKEL	1		
LOKAL	1	25,00 (8,12)	27,20 (8,83)
LOKAL	2	12,00 (3,90)	11,67 (3,79)
LOKAL	3	11,00 (3,57)	10,13 (3,29)
LOKAL	4	7,00 (2,27)	6,00 (1,95)
NIKEL	2		
LOKAL	1	118,00 (38,31)	115,80 (37,60)
LOKAL	2	29,00 (9,42)	29,33 (9,52)
LOKAL	3	6,00 (1,95)	6,87 (2,23)
LOKAL	4	12,00 (3,90)	13,00 (4,22)
CINS	2		
NIKEL	1		
LOKAL	1	7,00 (2,27)	4,80 (1,56)
LOKAL	2	,00 (,00)	,33 (,11)
LOKAL	3	1,00 (,32)	1,87 (,61)
LOKAL	4	,00 (,00)	1,00 (,32)
NIKEL	2		
LOKAL	1	64,00 (20,78)	66,20 (21,49)
LOKAL	2	3,00 (,97)	2,67 (,87)
LOKAL	3	5,00 (1,62)	4,13 (1,34)
LOKAL	4	8,00 (2,60)	7,00 (2,27)

EK 3(Devam)

ARTIKLAR, STANDART ARTIKLAR VE DÜZELTİLMİŞ ARTIKLAR

Factor	Code	Residual	Std. Resid.	Adj. Resid.
CINS	1			
NIKEL	1			
LOKAL	1	-2,2009	-,4220	-1,9353
LOKAL	2	,3282	,0961	,6334
LOKAL	3	,8749	,2750	,9710
LOKAL	4	,9979	,4073	1,2580
NIKEL	2			
LOKAL	1	2,2009	,2045	1,9353
LOKAL	2	-,3282	-,0606	-,6334
LOKAL	3	-,8749	-,3337	-,9710
LOKAL	4	-,9979	-,2768	-1,2580
CINS	2			
NIKEL	1			
LOKAL	1	2,2009	1,0047	1,9353
LOKAL	2	-,3282	-,5728	-,6334
LOKAL	3	-,8749	-,6390	-,9710
LOKAL	4	-,9979	-,9989	-1,2580
NIKEL	2			
LOKAL	1	-2,2009	-,2705	-1,9353
LOKAL	2	,3282	,2008	,6334
LOKAL	3	,8749	,4308	,9710
LOKAL	4	,9979	,3771	1,2580

- -

Goodness-of-Fit test statistics

Likelihood Ratio Chi Square = 5,11350 DF = 3 P = ,164
Pearson Chi Square = 3,84720 DF = 3 P = ,278

- -

EK 3(Devam)

SEÇİLEN MODELE AİT PARAMETRE KESTİRİMLERİ

Estimates for Parameters

CINS

Parameter	Coeff.	Std. Err.	Z-Value	Lower 95 CI	Upper 95 CI
1	,8044549764	,13025	6,17628	,54917	1,05974

NIKEL

Parameter	Coeff.	Std. Err.	Z-Value	Lower 95 CI	Upper 95 CI
2	-,638355572	,11694	-5,45876	-,86756	-,40915

LOKAL

Parameter	Coeff.	Std. Err.	Z-Value	Lower 95 CI	Upper 95 CI
3	1,447182075	,13956	10,36943	1,17364	1,72072
4	-,580816627	,25416	-2,28527	-1,07896	-,08267
5	-,434738154	,20777	-2,09238	-,84197	-,02750

CINS * NIKEL

Parameter	Coeff.	Std. Err.	Z-Value	Lower 95 CI	Upper 95 CI
6	,2939171954	,10469	2,80739	,08872	,49912

CINS * LOKAL

Parameter	Coeff.	Std. Err.	Z-Value	Lower 95 CI	Upper 95 CI
7	-,230956849	,12550	-1,84034	-,47693	,01502
8	,6873516560	,24084	2,85394	,21530	1,15940
9	-,255143118	,21057	-1,21169	-,66786	,15757

LOKAL * NIKEL

Parameter	Coeff.	Std. Err.	Z-Value	Lower 95 CI	Upper 95 CI
10	-,379864157	,11473	-3,31083	-,60474	-,15499
11	-,116245867	,15343	-,75765	-,41697	,18447
12	,5380077885	,17881	3,00880	,18754	,88848

KAYNAKLAR

1. Agresti, A.: Categorical Data Analysis, John Wiley and Sons , New York, 1990

2. Alba, R. D. : Interpreting the parameters of log-linear models, Sociological methods and research, 16 : 45-77, 1987

3. Bonett, D. G. , Bentler, P.M. : Goodness-of-fit procedures for the evaluation and selection of log-linear models, Psychological Bulletin , 93 : 149-166, 1983

4. Christensen, R.: Log - Linear Models, Springer - Verlag, 1990

5. Goodman, L.A.: Some useful extensions of the usual log - linear models aproach in the analysis of contingency tables, International Statistics Review, 54 : 243-309, 1986

6. Günay, S. , İnal, C.: Olasılık ve Matematiksel İstatistik, H.Ü. Fen Fakültesi Basımevi, Ankara , 1982

7. Haber, M.: Maximum likelihood methods for linear and log - linear models in categorical data, Computing Statistics Data Analysis, 1985

8. Haberman, S. J.: The Analysis of frequency data, The University of Chicago press, Chicago,1974

9. Haberman, S. J.: Loglinear models for frequency tables with ordered classifications, Biometrics, 36: 589 - 600, 1974

10. Hagenaars, J. A. : Categorical Longitudinal Data,Sage Publications Inc., Newbury Park, 1990

11. Kaufman, R. L. , Schervish, P. G.: Using adjusted crosstabulations to interpret log - linear relationships , American Sociological Review, 51 : 717 - 733, 1986

12. Kaufman, R. L. , Schervish, P. G.: More uses of odds rations to interpret log - linear parameters, Sociological Methods and Research, 16 : 218 - 255, 1987

13. Knoke, D. , Burke, P. J.: Log - linear models, Sage Publications Inc., London, 1980

14. Sokal, R. R. , Rohlf J. F.: Biometry, W. H. Freeman and Company, San Francisco, 1969

15. Yamane, T.: Statistics an introductory analysis, Harper International Edition, Tokyo, 1973