ANKARA ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

PORTFÖY ANALİZİNDE BULANIK PROGRAMLAMA

Gültaç EROĞLU

İSTATİSTİK ANABİLİM DALI

ANKARA
2006

Prof. Dr. Ayşen APAYDIN danışmanlığında, Gültaç EROĞLU tarafından hazırlanan "Portföy Analizinde Bulanık Programlama" adlı tez çalışması 01.09.2006 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından oy birliği ile Ankara Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü İstatistik Anabilim Dalı'nda YÜKSEK LİSANS TEZİ olarak kabul edilmiştir.

Başkan : Prof. Dr. Ömer L. GEBİZLİOĞLU

Üye : Prof. Dr. Ayşen APAYDIN

Üye : Yrd. Doç. Dr. Fatih TANK

Yukarıdaki sonucu onaylarım

Prof. Dr. Ülkü MEHMETOĞLU

Enstitü Müdürü

ÖZET

Yüksek Lisans Tezi

BULANIK PORTFÖY ANALİZİ

Gültaç EROĞLU

Ankara Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
İstatistik Anabilim Dalı

Danışman: Prof. Dr. Ayşen APAYDIN

Sermaye piyasaları, fon fazlası olanlarla yatırım projelerini gerçekleştirmek isteyen ve fon açığı bulunanları bir araya getirir. Ayrıca sermaye piyasaları, sanayiye ucuz maliyetli fon sağlarken, tasarruf sahiplerine de yüksek kazanç sağlayabilmektedir. Tasarruf sahiplerinin birikimlerini sermaye piyasalarında değerlemeye başlamaları ile birlikte, portföy ve portföy yönetimi ile ilgili konular tartışılmaya başlamıştır. Portföy, bir yatırımcının sahip olduğu menkul kıymetlerin listesidir. Portföy yönetimi ise, yatırımcının elindeki fonların, mevcut menkul kıymetler arasında minimum risk ve maksimum karlılığı sağlayacak şekilde dağıtılmasıdır. Portföy analizi ise, portföy riskinin, beklenen getirisinin ve müşterinin tercihlerinin belirlenmesidir. Getiri hesaplamalarında kararlar geleceğe ilişkin verildiğinden belirsizlik öne çıkmaktadır. Bu gibi belirsizliğin hakim olduğu durumlarda, etkili bir yaklaşım olan bulanık mantık yaklaşımı ele alınmaktadır. Bu çalışmada ilk olarak portföy yönetimi ile ilgili teorik bilgiler verilmiş, olasılıksal portföy seçim modelleri üzerinde durulmuştur. Daha sonra bulanık teori hakkında temel tanımlar verilmiş ve bazı bulanık portföy seçim modelleri incelenmiştir. Son aşamada ise İstanbul Menkul Kıymetler Borsası (İMKB)'dan alınan verilerle bir bulanık portföy seçim modeli üzerinde uygulama yapılmıştır.

2006, 67 sayfa

Anahtar Kelimeler: Portföy, beklenen getiri, risk, bulanık mantık, üyelik fonksiyonu, bulanık portföy analizi

ABSTRACT

Master Thesis

FUZZY PROGRAMMING IN PORTFOLIO ANALYSIS

Gültaç EROĞLU

Ankara University
Graduate School of Naturel and Applied Science
Department of Statistics

Supervisor: Prof. Dr. Ayşen APAYDIN

Capital markets congregate people who want to actualize investment projects with the ones who have fund surplus and fund deficit. In addition, while providing low cost products for the industry, the capital markets can provide high profits to owners of savings. Along with the valuation of savings in capital markets by the owners of savings, the matters related to portfolio and portfolio management began to be discussed. Portfolio is the list of securities that an investor owns. On the other hand, portfolio management is the distribution of funds that an investor owns between existing securities in a way to provide minimum risk and maximum profit. Portfolio analysis is the determination of portfolio risk, its expected profit and preferences of the customer. Since the decisions are taken considering future in profit calculations, uncertainty appears. At such situations that bear this kind of uncertainty, fuzzy logic, appeals as an effective approach for the concerned analyses. In this study, first, theoretical information on portfolio management is given, and probabilistic portfolio selection models are studied. Then, basic definitions on fuzzy logic are made and some fuzzy logic portfolio selection models are analyzed. In final stage, an application is presented on a fuzzy logic portfolio selection model with the data obtained from Istanbul Stock Exchange (IMKB).

2006, 67 pages

Key Words: Portfolio, expected profit, risk, fuzzy logic, membership function, fuzzy portfolio analysis.

TEŞEKKÜR

Bu çalışmada desteklerini benden esirgemeyen ve önerileri ile beni yönlendiren danışman hocam Sayın Prof. Dr. Ayşen APAYDIN (Ankara Üniversitesi Fen Fakültesi)'a sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Ayrıca, her zaman yanımda olan ve her konuda bana destek veren çok sevgili aileme binlerce en içten teşekkürler…

Gültaç EROĞLU
ANKARA, Eylül 2006

İÇİNDEKİLER

ŞEKİLLER DİZİNİ

ÇİZELGELER DİZİNİ

1. GİRİŞ ve ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR

1.1 Giriş

1980'li yılların sonundan itibaren dünya'da sosyalist ekonomi düzeninden vazgeçilerek serbest piyasa ekonomisine doğru bir geçiş yaşanmıştır. Buna paralel olarak birçok ülke bir yandan serbest piyasa ekonomisine ilişkin kurum ve düzenlemeleri oluştururken, diğer yandan yoğun bir özelleştirme programına başlamıştır.

Serbest piyasa ekonomisine sahip ülkelerde piyasalar genel olarak emek, mal ve para sermaye piyasaları olarak üçe ayrılabilir. Bu üç piyasa karşılıklı olarak birbirlerini etkilemelerine rağmen, para-sermaye piyasalarındaki gelişmelerin etkisi daha belirgin ve ani olmaktadır. Mali piyasalar yalnız tasarrufların ekonominin gelişiminde belirleyici rolü olan uzun vadeli yatırımlara dönüştürülmesi gibi ekonomik amaçlara değil, özellikle hisse senetleri piyasası aracılığıyla, mülkiyetin tabana yayılması, işletmeler üzerinde toplumsal kontrolün artırılması ve ekonomik faaliyetlerde kurumsallaşmanın gerçekleştirilebilmesi gibi birçok sosyal amaca da hizmet etmektedir. Mali piyasaların özel önemi, bu piyasaların geliştirilmesi ve istikrar içinde faaliyetlerin sürdürmesini sağlamayı hem azgelişmiş hem de gelişmiş ülkeler için temel hedeflerden biri haline getirmiştir.

Mali piyasalarda yapılan yatırımların yönlendirilmesi ise portföy yönetimi faaliyeti ile gerçekleştirilmektedir. Paranın nasıl yönetileceğinin belirlenmesi süreci olarak ifade edilebilecek portföy yönetimi gelişmemiş piyasalarda bizzat yatırımcının kendileri tarafından gerçekleştirilirken, işlem hacmi büyük olan gelişmiş piyasalarda uzman kuruluşlar tarafından ayrıntılı düzenlemeler çerçevesinde gerçekleştirilmektedir. Mali piyasalarda temel unsur olan yatırım kararlarının portföy yönetimi aracılığıyla verilmesi bu faaliyetlerle ilgili teorilerin, kuruluşların, organizasyonların ve düzenlemelerin önemini artırmaktadır (Özçam 1997).

Modern Finansman Teorisinin temel modellerinden olan Portföy Seçim Modeli, Doğrusal Olmayan Programlama problemlerinin de başarılı uygulamalarından birisidir. Bu modeli 1952 yılında geliştiren Harry Markowitz, bu çalışmasıyla Nobel ödülü kazanmıştır. Model en basit haliyle yatırımcının hedeflediği getiri düzeyine ulaşabilmek için üstlenmesi gereken minimum risk düzeyini ve bu risk düzeyindeki portföyün yapısını belirler. Markowitz modeli hedeflenen beklenen getiri düzeyini karşılayacak minimum varyanslı (minimum riskli) portföyü bulmaya çalışır.

Günümüzde finansal piyasalar ülke sınırlarını aşarak, global bir yapıya bürünmüş ve yatırım yaparak elindeki kaynağı en iyi şekilde değerlendirmek isteyen milyonlarca kişinin beslediği canlı bir organizma haline gelmiştir. Bu piyasalar insanlara çok cazip gelmektedir; çünkü rasyonel kararlar doğrultusunda yatırım yaparak çok büyük getiriler elde eden yatırımcılar örnek teşkil etmektedir. Piyasada yer alan yatırımcı sayısı kadar, piyasada yatırım yapılabilecek yatırım enstrümanının sayısı da çok fazladır. Her günün sonunda o günkü pazar koşullarına göre yatırım enstrümanlarının fiyatları da değişmektedir.

Böylelikle milyonlarca kişinin, binlerce yatırım enstrümanı arasından, hergün yeniden oluşan fiyatlar doğrultusunda en iyi yatırımı yapma çabası içinde olduğu sonucu çıkmaktadır. Sözü edilen "*en iyi yatırımı yapma çabası*" daha genel bir ifadeyle, eldeki kaynakların ulaşılmak istenen amaçlar doğrultusunda yönlendirilmesi için gerçekleştirilen finansal planlamalar bütünüdür.

En iyi yatırım portföyüne sahip olmak için, portföyde yer alabilecek yatırım araçlarının getiri ve risklerine bakılarak portföy seçimi yapma çalışmaları 1950'li yıllarda Markowitz ile başlamıştır. Günümüzde de artan bir ivmeyle, yeni teoriler ve bilgisayar teknolojisini de kullanarak devam etmektedir.

En iyi portföyü oluşturmada karşılaşılan temel problem çok fazla yatırım enstrüman arasından seçim yapmak gerektiğinde oluşturulan matematiksel çözüme ulaşamamaları ya da çözüme ulaşma yolu ve sürelerinin istenen sınırların çok üzerinde olmasıdır (Ulucan 2004).

Bu çalışmanın amacı, portföy yönetimi ile ilgili temel bilgileri verip daha sonra bulanık portföy analizindeki yeni yaklaşımları incelemektir. Özellikle karar vericinin bulanık istek derecesine dayalı bulanık portföy analizi üzerinde durulup bu yaklaşımla ilgili bir uygulama yapılacaktır.

Çalışmanın İkinci Bölümünde, portföy analizi üzerinde durulacak, temel tanım ve kavramlar verilip, portföy seçim modelleri incelenecektir.

Üçüncü Bölümde, bulanık teori, ortaya çıkışı ve temel kavramları ele alınarak portföy analizinde bulanık teori yaklaşımlarına yer verilecektir.

Çalışmanın uygulama kısmını oluşturan Dördüncü Bölümde ise İstanbul Menkul Kıymetler Borsası (İMKB)'dan alınan on tane çimento şirketinin getirileri kullanılarak bir bulanık portföy modeli oluşturulacak ve bu şirketlerin portföydeki ağırlıkları hesaplanacaktır. Bu ağırlıklara göre oluşturulan senaryolar irdelenecektir.

1.2 Önceki Çalışmalar

1950'lerde, market analizleri için çok iyi tanımlanmış teorik bir yapı, portföy analizi, birden belirmiştir. Modern Portföy Teorisi, Markowitz (1952,1959) ve Sharpe (1963) tarafından yapılan öncü çalışmalara dayanmaktadır. İlk olarak Markowitz(1952) Modern Portföy Analizinin esasını oluşturacak öncü çalışmasını yayınlamıştır. Bundan sonra Markowitz modeli, modern finansal teorinin son 50 yıl içerisindeki gelişimi için bir temel olarak hizmet etmeye başlamıştır.

Markowitz portföy optimizasyon modeli, teorik ününün aksine yaygın olarak geniş ölçekli portföyleri oluşturmak için kullanılmamıştır. Bunun en önemli nedenlerinden biri, portföy analizi için gerekli olan girdilerin yapısıdır. Eğer her bir menkul kıymet için ortalama kazanca ve her bir menkul kıymet çifti için getiriler arasındaki korelasyonlara ilişkin beklentiler doğru olarak belirlenebilirse Markowitz modeli optimum portföyü gösterir. Burada model için gerekli olan girdilerin doğru beklentilerinin sağlanması önemli bir problemdir.

Diğer önemli bir neden ise, büyük boyutlu bir kovaryans matrisine sahip olan geniş ölçekli karesel programlama probleminin çözüm aşamasındaki hesaplama zorluklarıdır. n adet beklenen getiri ve n(n+1)/2 adet varyans- kovaryansı hesaplamak bu analizin en güç yanlarından birisidir. Bu nedenle, faktör modelleri geliştirilmiştir. Sharpe'ın Markowitz yaklaşımını basitleştiren yöntemi genel olarak tek endeks modeli olarak bilinir. Endeks modelinin en önemli özelliği, çeşitli menkul kıymetlerin getirileri arasındaki ilişkinin ancak, temel teşkil eden, belirleyici bir faktörle aralarındaki ortak bir ilişki sayesinde mümkün oluşudur. Sharpe'nin basitleştirilmiş modeli, Markowitz'in portföy seçimine ilişkin görüşlerinin gerçek dünyada daha uygulanır bir hale gelmesi yolunda atılmış büyük bir adımdır (Sharpe 1963).

Markowitz tarafından ortaya konan portföy teorisi Sharpe(1964,1970) ve Lintner(1965) tarafından daha da geliştirilmiş ve bir varlığın riski ve getirisinin birbirleri ile ilişkileri daha kapsamlı bilimsel bir tabana oturtulmuştur. Bu teori literatürde "Sermaye Varlıklarını Fiyatlama Modeli (CAPM)" olarak adlandırılmaktadır. CAPM yatırım yapılması planlanan menkul değerin sahip olduğu riske uygun bir getiri verip vermediğini araştırmaktadır.

Markowitz'in portföy seçim modeli, pratikte uygulanabilir olması için gerçek hayat koşullarını da içerecek şekilde geliştirilmiştir. Bu alanda (Pogue 1970)'in işlem maliyetleri, kısa satışlar borçlanma politikaları ve vergileri de kapsayan çalışması, modelin gerçekçi yapıya sokulmasını iyi ifade ettiği için önemlidir. Yine, Francis 1978 yılında yayımladığı, bankaların aktif-pasif yönetiminde portföy analizini incelediği makalesi de, Markowitz portföy analizinin banka sistemi içinde uygulanabilirliği üzerinde anlamlı bir çalışmadır.

Modelin çözümü için gereken algoritmalar ise, parametrik olarak etkin sınırı bulan Markowitz (1956) ve Wolfe (1959)'un "bütünleştirici pivot" algoritmalarıyla başlamıştır. Modeli basitleştirip çözen algoritmalardan birisi, yinelemeli bir metod olan Von Hohenbalken'ın 1975 yılında geliştirdiği algoritmasıdır. Ancak bu algoritma ve

Rudd ve Rosenberg tarafından 1979 yılında üretilen algoritmaların oldukça yaklaşık sonuç vermesine karşın optimum çözüme ulaşmada çok yavaş kalmaktadırlar ve parametrik değildirler. Markowitz'in 1981 yılında ve Perold'un 1984 yılında geliştirdikleri algoritmaları ise kovaryans matrisinde faktör ve senaryo modelleri kullanır, işlem maliyetlerini ve sınırlarını içerir, ayrıca parametrik çözüme imkan tanır bir yapıdadır. Ancak bu çözüm tekniklerinin tümü simpleks kökenli algoritmalardır.

Daha sonraki yıllarda da birçok bilim adamı Markowitz modelindeki zorluklar hafifletmek için çalışmışlardır. Konno ve Yamazaki 1991 yılında karesel programlama modelini doğrusal bir programlama modeline dönüştürebilmişlerdir. Markowitz modelindeki L_2 ölçüsüne dayalı risk fonksiyonu yerine, L_1 ölçüsüne dayalı risk fonksiyonunu kullanmışlardır ve mutlak ortalamadan sapmaya (minimum mean absoulate (MİNMAD)) dayanan portföy optimizasyon modelini formüle etmişlerdir. Bu model Markowitz modelinin uygun özelliklerini korumakta olup, çözüm aşamasındaki hesaplama zorluklarını ise ortadan kaldırmaktadır. Speranza, 1993 yılında riski ölçmek için kısmi mutlak sapmayı kullanmış ve bir portföy seçim modeli oluşturmuştur. Daha sonra Siman 1997 yılında ortalama-varyans modeli ile mutlak ortalamadan sapma modeli arasında tam bir ilişki bulmuştur (Parra et al. 2001).

Finans sektörü gibi belirsizliğin hakim olduğu alanlarda etkili bir kavram olan Bulanık küme kavramı, 1960'ların ortasında California Berkeley Üniversitesinden Lotfi A.Zadeh'in**,** klasik sistem kuramının matematiksel yöntemlerinin gerçek dünyadaki özellikle insanları içeren kısmen karmaşık sistemlerle uğraşırken yetersiz kalmasından doğmuştur ve Zadeh 1965'de bulanık kümeler çalışmasını yayımlamıştır. Bu çalışmada bulanık küme teorisi ve bulanık mantıkla olan bağıntısını açıklamıştır. Zadeh, niteliklerin ikili üyelik fonksiyonu ile ifade edildiği klasik kümeler yerine, dereceli üyelik fonksiyonu ile ifade edildiği bulanık kümeler tanımlamasını önermiştir.

Bulanık küme kuramı, belirsizliğin bir çeşit formülleştirilmesidir. Kümedeki her bir birey, klasik çift değerli küme kuramlarında olduğu gibi üye ya da üye değil olarak değil, bir dereceye kadar üye olarak görülür (Baykal ve Beyan 2004).

Bellman ve Zadeh 1970, Tanaka et al. 1974 ve Zimmerman 1976 yılında ilk olarak bulanık matematiksel programlamayı geliştirmişlerdir. Bu programlama modeli, bulanık amaçlar ve bulanık kısıtlar altında bir karar verme problemidir (Inuiguchi ve Ramik 2000).

Portföy analizinde, bulanık teorinin kullanıldığı birçok çalışma yapılmıştır. Östermark (1996), bulanık karar prensibini kullanarak, amaç değerlerini ve kısıtları bulanık alarak bir dinamik portföy yönetim modeli geliştirmiştir.

Ramaswamy (1998) bir bono portföy seçim modeli önermiştir.

Watada (2001) doğrudan ortalama-varyans modeli ile ilişkili bir portföy seçim modeli geliştirmiştir. Burada beklenen getiri ve portföy riski için amaç oranları (tatmin dereceleri) üyelik fonksiyonları ile ifade edilir. Aynı zamanlarda Lai et al (2001) ve Fang et al (2001) belirsiz kazançları birer aralık alarak, portföy seçimi için bir doğrusal aralık programlama modeli geliştirmiştir.

Parra et al (2001) portföy seçimi için bir hedef programlama geliştirmiştir. Burada ele alınan portföy modeli bulanık sayıların beklenen aralıklarına dayanmaktadır.

Ramaswamy portföy seçim modeline benzer bir portföy seçim modeli Leon et al (2002) tarafından geliştirilmiştir.

2. PORTFÖY ANALİZİ

2.1 Portföy

Portföy kelime anlamı olarak **"cüzdan"** demektir. Menkul kıymetler açısından portföy, menkul kıymetlerden oluşan bir topluluğu temsil etmektedir.

Portföy, çeşitli menkul kıymetlerden meydana gelen, ağırlıklı olarak hisse senedi, tahviller ve türevlerinden oluşan, belirli bir kişi veya grubun elinde olan finansal nitelikteki kıymetler olarak tanımlanabilir.

Menkul kıymetlere yatırım, belirli amaçları gerçekleştirmek için yapılmaktadır. Her ne kadar portföy belirli menkul kıymetlerden oluşsa da bu kıymetler arasında bir ilişki olduğundan, portföy kendine öz, ölçülebilir nitelikleri olan bir varlıktır. Bu nedenle portföy, içerdiği menkul kıymetlerin basit bir toplamı değildir.

Bütün bu açıklamalar tek bir tanım içerisine alındığında, geniş anlamda portföy tanımı, "Portföy, belirli amaçları gerçekleştirmek isteyen yatırımcıların, sahip olduğu, birbirleriyle ilişkisi olan ve kendine öz ölçülebilir nitelikleri olan yeni bir varlıktır." olarak yapılabilir (Ceylan ve Korkmaz 1995).

Bir portföy yönetilirken yatırımcıların elindeki fonların mevcut menkul kıymetler arasında, minimum risk ve maksimum getiri sağlayacak şekilde dağıtılması ve değerlendirilmesi amaçlanır. Bu amaca yönelik yapılan menkul kıymetlerin seçimi portföy analizi ile mümkün olmaktadır. Portföy analizinden önce portföy yönetiminin verilmesi daha yararlı olacaktır.

2.2 Genel Olarak Portföy Yönetimi

Hemen hemen herkesin bir portföyü vardır. Bu portföylerin bir kısmı ev, otomobil gibi reel varlıklardan oluşurken, diğer kısmı hisse senedi tahvil gibi finansal varlıklardan oluşur. Reel varlıklar doğrudan maddi değerleri, finansal varlıklar ise dolaylı olarak maddi değerlerle ilgili hakları veya belli yükümlülükleri ifade eder. Birçok varlık kümesiyle karşı karşıya olan insanlar, portföy oluştururken bazen rastgele genellikle de belli ihtiyaçlar ve kurallar çerçevesinde hareket ederler.

Ekonomik koşullar altında gerçek ve tüzel kişilerin amacı, hisse senedi, tahvil ve diğer önemli kağıtlar gibi sahip oldukları varlıkların toplam getirilerini, risk faktörünü de dikkate alarak mümkün olduğunca artırmaktır. Ağırlıklı olarak hisse senedinden, çeşitli menkul kıymetlerden meydana gelen tahviller ve benzer türevler portföyü oluşturur. Bu varlıkların getirisini artırmanın yolu portföyün etkin bir şekilde yönetilmesiyle mümkündür.

Portföy yönetiminde amaç, karar vericinin risk ve getiriye karşı gösterdiği tutum çerçevesinde portföy içine hangi varlıkların hangi oranlarda gireceğine ve zamanla değişen ekonomik koşullara bağlı olarak hangi varlıkların portföyden çıkacağına karar vermektir (Ertuna 2000).

Portföy yönetimine kapsam ve ele alınan ayrıntılar yününden farklı içerikler ve tanımlar yüklenebilir. Sharpe (1985) en geniş çerçevede portföy yönetimi "paranın yönetilme süreci" olarak tanımlamıştır.

Sharpe (1985) portföy yönetimiyle ilgili üç fonksiyon belirlemiştir. Bunlar;

1. Portföy analizi: Portföyün riskinin, beklenen getirisinin ve müşterinin tercihlerinin belirlenmesidir.
2. Portföy revizyonu: Satın alınacak ve satılacak menkul kıymetlerin belirlenmesidir.
3. Performans değerlendirilmesi: Portföyün fiili performansının ve bu performansın nedenlerinin belirlenmesidir.

Ayrıca Sharpe (1985) portföy yönetiminin aktif veya pasif, kontrollü veya kontrolsüz olabileceğini, açık veya zımmi yöntemler kullanılabileceğini, etkin piyasalar kuramına göre veya tersi hareket edebileceğini belirtmiştir. Ancak son yıllardaki eğilimin göreceli olarak daha etkin piyasalar anlayışı çerçevesinde çok daha fazla kontrollü işlemlere doğru olduğunu da eklemiştir.

Farrell (1983) ise portföy yönetiminin üç temel faaliyetten ibaret olduğunu söylemiştir. Bunlar ;

1. Varlık dağıtımı : En alt risk düzeyinde en yüksek getirinin elde edilmesi için ana varlık gruplarının birleştirilmesi.
2. Ana varlık gruplarının ağırlıklarının değiştirilmesi : Böylece uzun dönemde getirinin yükseltilmesi için fırsatlar değerlendirilebilecektir.
3. Varlık gruplarından bireysel menkul kıymet seçimi: Bu sayede yine beklenen getiride artış sağlanabilir.

Görüldüğü gibi Farrell (1983), portföy yönetiminde getiriyi ön plana çıkarmıştır.

Cohen Zinbarg ve Zeikel (1982) ise etkin portföy yönetimini "bir fon havuzunun sadece ilk değerini koruyacak şekilde değil aynı zamanda riskine uygun enflasyonun üzerinde uygun bir getiriyi sağlayacak şekilde idare edilmesi sanatı" şeklinde tanımlamıştır.

Bu tanımlara yenilerini eklemek mümkündür. Ancak belli noktadan sonra bazı temel unsurların tekrar edilmeye başlandığı ve bakış açısına göre bu unsurlara verilen ağırlıkların değiştiği anlaşılacaktır. **Portföy yönetimi** genel olarak;

"Belli tutardaki bir fonun, fon sahibinin tercihlerini de dikkate alarak, üstlenilen riske göre en yüksek getiriyi elde edecek belirli varlık gruplarına yatırıldığı, zaman içindeki gelişmelere göre varlıkların portföy içindeki ağırlıklarının değiştirildiği ve performanslarının sürekli olarak değerlendirildiği dinamik bir süreçtir." (Özçam 1997)

2.2.1 Portföy yönetimi ile ilgili temel tanımlar

Portföy analiz yöntemlerini incelemeden önce konunun daha kolay kavranmasında yararlı olacağı düşünülerek çalışma içinde sıkça kullanılacak kavram ve tanımlamalar ele alınmıştır.

Tanım 2.1. Borsa: Daha önceden ihraç edilmiş menkul kıymetlerin alım ve satımının yapıldığı, fiyatların tespit ve ilan işleriyle yetkili olarak tüzel kişiliğe sahip kurumlardır. Bir ülkede düzenli işleyen bir borsanın varlığı öncelikle özel teşebbüs yoluyla sanayileşmenin, şirketleşmenin ve halka açılmanın bir göstergesidir (Bolak 1994).

Tanım 2.2. Menkul Kıymet: Ortaklık veya alacaklılık sağlayan, belli bir meblağı temsil eden, yatırım olarak kullanılan, dönemsel getiri sağlayan, misli nitelikte, seri halde çıkarılan ibaretleri aynı ve şartları kurulca belirlenen kıymetli evraklardır.

Tanım 2.3. Hisse Senedi: Bir anonim şirketin, birbirine eşit paylarından birini temsil eden, sahibine şirkete payı nispetinde ortaklık sağlayan kıymetli evraklardır. Hisse senedine yatırım yapan yatırımcılar, şirket karından pay alma, şirket yönetimine katılma, oy kullanma tasfiyeden pay alma , şirket faaliyetlerinden bilgilenme ve rüçhan hakkına (sermaye artırımında öncelikli pay alma hakkı) sahiptirler.

Tanım 2.4. Getiri: Bir yatırımdan belirli bir dönem içinde yapılan yatırıma karşılık elde edilen geliri göstermektedir.

Tanım 2.5. Arbitraj: Kıymetli maden, para veya menkul kıymet gibi finansal varlıkların aynı anda çeşitli piyasalarda farklı fiyatlardan işlem görmesinden yararlanarak elde edilen risksiz kazançtır. Arbitraj, aynı finansal varlığın düşük fiyatlı piyasadan satın alınıp, sonrasında yüksek fiyatlı piyasada satılarak risksiz kar eldesi olarak açıklanmaktadır (Ceylan ve Korkmaz 1995) .

Tanım 2.6. Risk: Finansal açıdan risk, beklenen getirinin, gerçekleşen getiriden sapma olasılığıdır. Bu olasılık, yatırımcı açısından yapmış olduğu yatırımın riskini oluşturur. Risk, yatırımcının riski kontrol edebilme ve sınırlandırabilme olanağına göre ikiye ayrılır. Tüm yatırımcıları etkileyen, yatırımcı tarafından sınırlandırılamayan risk, pazar riski (sistematik risk) olarak, yatırımcılar tarafından sınırlandırılabilen ve kontrol altında alınabilen risk ise firma riski (sistematik olmayan risk) olarak adlandırılır (Karaşin 1986).

Firma riski firmadan kaynaklanmakta, pazar riski ise genel, ekonomik, politik veya firma dışı herhangi bir nedenden kaynaklanmaktadır. Portföy oluştururken iyi bir şekilde çeşitleme yapıldığı takdirde firma riski büyük ölçüde ortadan kaldırılabilmektedir. Ancak pazar riskini ortadan kaldırmak mümkün olmamaktadır.

Firma riski genel olarak,

i) Firma ile ilgili yasal problemler,
ii) Başarılı ya da başarısız pazarlama kampanyaları,
iii) Önemli ihaleleri almak veya kaybetmek,
iv) Yönetim değişiklikleri,
v) Firmanın geliştirdiği teknolojilerin başarısı,
vi) Firmaya özel diğer konular,

gibi nedenlerden ortaya çıkmaktadır.

Pazar riskinin ise başlıca nedenleri ,

i) Faiz oranlarındaki değişmeler,
ii) Enflasyon oranındaki değişmeler,
iii) Devalüasyon,
iv) Savaş hali,
v) Ekonomik durgunluk,
vi) Politik olaylar,

biçimindedir (Karan 2001).

2.3 Menkul Kıymetlerde Beklenen Getiri ve Risk

Modern Portföy Kuramının kurucusu Harry Markowitz'in yaklaşımının genel felsefesi "bir yatırımcının bugün sahip olduğu belirli bir tutardaki parayı çeşitli menkul değerlere yatırarak bir dönem tutması" biçimindedir. Bu yaklaşım yatırımcının muhtemel portföylerden seçeceği menkul değerlerden oluşan bir portföye dayanmaktadır.

Markowitz (1952), belli bir parayı menkul değerlere yatıran yatırımcının dönem sonunda elde edebileceği parayı bilmesinin mümkün olamayacağını ancak, yatırımcının hisse senedinin geçmişteki performansından yararlanarak bazı tahminlerde bulunabileceğini belirtmiştir. Bu tahmin aşamasında, menkul değerin beklenen getirisi ve menkul değerin riski oldukça önemli olgulardır.

Getiri bir yatırımdan belli bir dönem içinde yapılan yatırıma karşılık elde edilen geliri göstermektedir. Yatırım kararları geleceğe yönelik verildiği için getirinin beklenen değeri önemlidir. Aynı zamanda beklenen getiriden de bahsetmek gerekmektedir. Bir yatırımın beklenen getirisi muhtemel getirilerin olasılık dağılımının beklenen değeridir. Diğer bir deyişle çeşitli durumlardaki beklenen getirilerin ağırlıklı ortalamasıdır.

Matematiksel olarak bir yatırımın beklenen getirisi,

$$\bar{r} = \sum_{j=1}^{n} r_j \, p_j \tag{2.1}$$

biçiminde tanımlanır. Burada,

n: Ekonomide ortaya çıkabilecek toplam durum sayısı

r_j : j. durum için yatırımın beklenen getirisi $(j = 1,...,n)$

p_j: j .durumun gerçekleşme olasılığı $(j = 1,...,n)$

olarak tanımlanmaktadır.

Bir yatırımın yalnız beklenen getirisine değil, aynı zamanda elde edilen getirilerin ortalamadan ne kadar farklı olduğuna da bakmak gerekmektedir. Bu farklılık kabaca her bir getirinin ortalamadan farkına bakılarak yapılır. Buradan hareketle yatırım riski kolaylıkla hesaplanabilir.

Bir yatırımın riski, beklenen değerinden sapma olarak tanımlanmakta ve genellikle varyans ve standart sapma ile açıklanmaktadır. Matematiksel olarak risk,

$$\sigma^2 = \sum_{j=1}^{n} \left(r_j - \bar{r} \right)^2 p_j \tag{2.2}$$

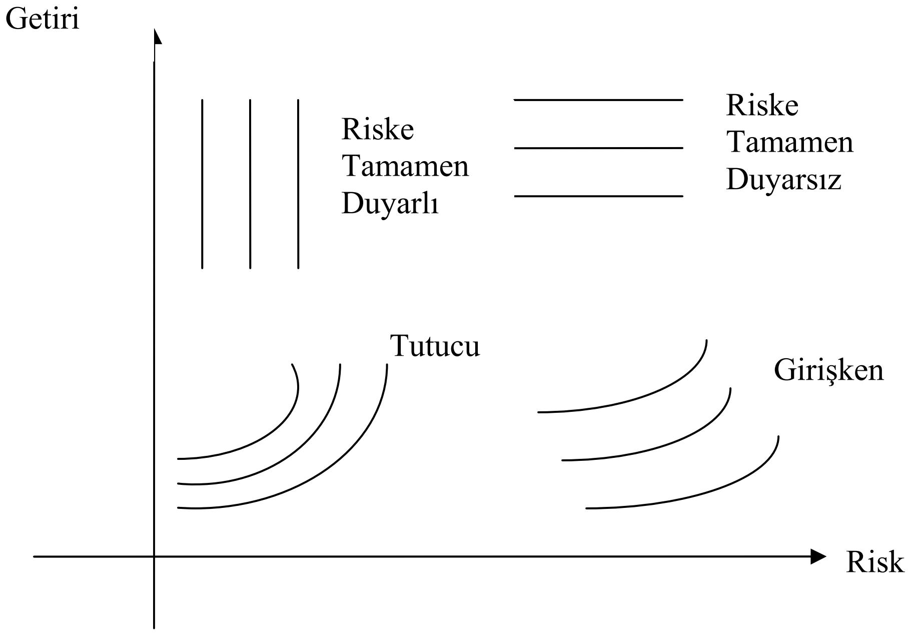
biçiminde tanımlanır (Mittra and Gassen 1981).

2.4 Risk-Getiri Değişimi ve Risk Tercihi

Risk ve belirsizlik koşulları altında risk ve getiriyi birlikte kullanarak tercih yapmak kolay değildir. Çünkü, beklenen getiri ve risk arasında nasıl tercih yapılacağı, bireyden bireye değişen subjektif bir konudur. Risk –getiri değişimi karşısında dört yatırımcı tipi gösterilmektedir.

1. **Riske tamamen duyarlı yatırımcı:** Bu yatırımcı için önemli olan risk düzeyidir. Belirli bir risk düzeyi getiri ne olursa olsun aynı faydayı sağlamaktadır.
2. **Riske tamamen duyarsız yatırımcı:** Böyle bir yatırımcı için faydayı belirleyen tek unsur belirli bir getiri düzeyidir. Bu getirinin hangi risk düzeyinde sağlandığı önemli değildir. Ancak, riske tamamen duyarlı yatırımcı tipi gibi bu yatırımcı tipi de uç durumu temsil etmektedir. Gerçek hayatta yatırımcılar bu iki uç noktanın arasında yer alırlar.
3. **Tutucu yatırımcı:** Risk düzeyindeki küçük bir artışı daha büyük getiri artışı karşılığında kabullenebilen yatırımcı tipidir. Riske verilen önem getiriden daha fazladır.
4. **Girişken yatırımcı:** Tutucu yatırımcının aksine, göreceli olarak düşük getiri artışlarını sağlayabilmek için daha büyük tutarda risk üstlenme eğiliminde olan yatırımcıdır.

Tanımlanan bu dört yatırımcı için kayıtsızlık eğrileri Şekil 2.1. de verilmiştir.



Şekil 2.1 Risk ve getiri ile ilgili kayıtsızlık eğrileri

2.5 Portföylerde Beklenen Getiri ve Risk

Bir yatırımcı için, yatırım fırsatları içerisinden karar vermek, yalnızca tek tek menkul kıymetler arasından seçim yapmak değildir. Çünkü, tek tek menkul kıymetlerin çeşitli bileşimleri de söz konusudur. Fırsatların sayısı arttıkça, sorun karmaşık bir hal almakta ve bu karmaşıklığın çözümü için portföy kuramı ile çözüm aranmaktadır. Yatırımcılar, çeşitli menkul kıymet bileşimleri oluşturarak, çok sayıda portföy meydana getirebilirler. Ancak yatırımcı açısından önemli olan, optimal portföyün oluşturulmasıdır. Bunun için portföyün beklenen getirisinin ve riskinin hesaplanması gerekmektedir (Karan 2001).

2.5.1 Portföyün beklenen getirisi

Bir portföyün getirisi, portföyde yer alan menkul kıymetlerin getirilerinin ağırlıklı ortalamasına eşittir. Her bir getiriye uygulanan ağırlık, bu getirinin ait olduğu menkul kıymetin portföy içindeki oranıdır.

n kadar menkul kıymetten oluşan bir portföyün getirisi,

$$r_p = \sum_{i=1}^{n} R_i X_i$$

$$r_p = R_1 X_1 + R_2 X_2 + \dots + R_n X_n$$

$$r_p = \left(R_1 \dots R_n \right) \begin{pmatrix} X_1 \\ \vdots \\ X_n \end{pmatrix}$$

$$r_p = R^t X \qquad (2.3)$$

şeklindeki rasgele değişken olarak tanımlanır. Burada,

R_i : *i'inci* $(i = 1, \dots, n)$ *menkul kıymetin getirisidir.*
X_i : *i'inci* $(i = 1, \dots, n)$ *menkul kıymetin portföydeki ağırlığıdır.*

Böylelikle bu rasgele değişkenin beklenen değeri,

$$E\left(r_p\right) = E\left(\sum_{i=1}^{n} R_i X_i \right)$$

$$= \sum_{i=1}^{n} E\left(R_i\right) X_i$$

$$= \sum_{i=1}^{n} r_i X_i$$

$$= r_1 X_1 + \dots + r_n X_n$$

$$= \left(r_1 ... r_n \right) \begin{pmatrix} X_1 \\ \vdots \\ X_n \end{pmatrix}$$

$$= r^t X \tag{2.4}$$

biçiminde elde edilir (Karan 2001).

2.5.2 Portföyün riski

Portföy riski porföyü oluşturan menkul değerlerin standart sapmalarının ağırlıklı ortalamasından daha küçük bir değerdir. En geniş anlamıyla beklenilen sonucu elde etmede var olan belirsizlik şeklinde tanımlanabilir.

Markowitz yaklaşımına göre portföy varyansı,

$$Var(r_p) = Var(X^t R)$$

$$= X^t \sum X$$

$$= \left(X_1 ... X_n \right) \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \cdots & \sigma_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{n1} & \cdots & \sigma_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_1 \\ \vdots \\ X_n \end{pmatrix}$$

$$= \left(X_1 ... X_n \right) \begin{pmatrix} \sigma_{11} X_1 + ... + \sigma_{1n} X_n \\ \\ \sigma_{n1} X_1 + ... + \sigma_{nn} X_n \end{pmatrix}$$

$$= \sigma_{11} X_1 X_1 + \sigma_{12} X_2 X_1 + ... + \sigma_{1n} X_n X_1$$

$$+ \sigma_{21} X_1 X_2 + \sigma_{22} X_2 X_2 + ... + \sigma_{2n} X_n X_2$$
$$+ \ldots$$
$$+ \sigma_{n1} X_1 X_n + \sigma_{n2} X_2 X_n + ... + \sigma_{nn} X_n X_n$$

biçiminde bulunur .

Böylelikle r_p rasgele değişkeninin varyansı,

$$Var(r_p) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} X_i X_k Cov(ij)$$

olarak elde edilmektedir. Burada

$Cov(ij)$: i. ve j. menkul kıymetler arasındaki kovaryanstır.

Portföy riski ise,

$$\sigma_p = \sqrt{\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} X_i X_j Cov(ij)} \qquad (2.5)$$

olarak tanımlanır.

Sonuç olarak portföy getirisi olarak tanımlanan r_p rasgele değişkenin, beklenen değer ve varyansı elde edilmiş olur (Wang and Zhu 2002).

2.6 Olasılık Teorisine Dayalı Portföy Seçim Modelleri

Şimdiye kadar birçok bilim adamı tarafından çeşitli portföy seçim modelleri oluşturulmuştur. Bu modellerde amaç, menkul kıymetlerin portföydeki ağırlıklarını bulabilmektir. Olasılık teorisine dayalı bu portföy seçim modelleri, olasılık ölçüsüne dayalı portföy seçim modeli, MİNMAD portföy seçim modeli, Markowitz portföy seçim modelleri ve çok amaçlı portföy seçim modelidir. Bu modeller tanımlanmadan önce getiri matrisi, ortalaması ve varyans kovaryans matrisi ele alınacaktır.

Kazançlar, zamana göre değiştiği için birer rasgele değişkendir ve dolayısıyla ortalama vektörü ve kovaryans matrisi bulunabilir. Burada getirileri R_i, portföydeki ağırlıkları X_i olan n tane menkul kıymet için ortalama vektörü ve kovaryans matrisi bulunacaktır.

Kazançlar üzerindeki gözlemlerin m periyot üzerinde yapıldığının varsayımıyla belirli bir $k.$ $(k = 1,...,m)$ zamanda n menkul kıymetin kazancına ilişkin vektör,

$$\left(R_{k1},...,.R_{kn}\right)^t \tag{2.6}$$

olarak gösterilir.

m periyot üzerindeki toplam veriye ait getiri matrisi ise,

$$R^t = \begin{pmatrix} R_{11} & \cdots & R_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ R_{m1} & \cdots & R_{mn} \end{pmatrix} \tag{2.7}$$

biçimindedir. Burada

R_{ki} : $k.$ $(k = 1,...,m)$ periyotta $i.$ $(i = 1,...,n)$ menkul kıymetin kazancı

olarak ifade edilir.

Burada m periyot üzerindeki n tane menkul kıymetin getirisine ilişkin ortalama vektörü $r = \left(r_1,...,r_n\right)^t$ olarak tanımlandığından,

$$r = \begin{pmatrix} \sum_{k=1}^{m} R_{k1} / m \\ \vdots \\ \sum_{k=1}^{m} R_{kn} / m \end{pmatrix} \tag{2.8}$$

biçiminde gösterilir.

Menkul kıymetlerin getirilerine ilişkin varyans kovaryans matrisi Σ şeklinde tanımlanmakta olup , burada *i.* ve *j.* menkul kıymetler arasındaki kovaryans ,

$$Cov(ij) = \sum_{k=1}^{m} (R_{ki} - E(R_i))(R_{kj} - E(R_j)) \tag{2.9}$$

biçimindedir.

Buradan getiri matrisi , ortalama vektörü r ve kovaryans $\sum$ matrisi tarafından temsil edilebilir (Tanaka et al. 2000).

2.6.1 Olasılık ölçüsüne dayalı portföy seçim modeli

Bu kesimde olasılık ölçüsüne dayalı portföy seçim modeli tanımlanacaktır. Bu modelde amaç, bir portföy kazancının önceden belirlenmiş bir α değerinden büyük olması olasılığının en büyüklenmesidir. Böylece, bu şekilde oluşturulacak bir portföy seçim modeli ;

$$\begin{aligned} & enb\,\mathrm{P}(R^t X \geq \alpha) \\ & \sum_{i=1}^{n} X_i = 1 \\ & X_i \geq 0 \end{aligned} \tag{2.10}$$

biçiminde ifade edilir.

İşlem kolaylığı için R matrisinin, (r)ortalaması ve ($\sum$) varyansı ile $N(r,\sum)$ normal dağılımından geldiği varsayıldığında, portföy kazancı r_p de ($r^t X$)ortalaması ve ($X^t \sum X$) varyansı ile $N(r^t X, X^t \sum X)$ normal dağılımına sahip olmaktadır. Bu durumda amaç fonksiyonu ise ;

$$\mathrm{P}(R^t X \geq \alpha) = \mathrm{P}\left(\frac{R^t X - r^t X}{\sqrt{X^t \sum X}} \geq \frac{\alpha - r^t X}{\sqrt{X^t \sum X}}\right)$$

$$= \mathrm{P}\left(Z \geq \frac{\alpha - r^t X}{\sqrt{X^t \sum X}}\right) = 1 - \Phi\left(\frac{\alpha - r^t X}{\sqrt{X^t \sum X}}\right)$$

biçimine dönüşmektedir.

Burada,

$\Phi : N(0,1)$ Standart Normal Dağılımın olasılık fonksiyonudur.

Merkezi Limit Teoreminden açıkça görülmektedir ki ; $\frac{R^t X - r^t X}{\sqrt{X^t \sum X}}$ standart normal dağılmaktadır. Sonuç olarak amaç fonksiyonunu en büyükleme işlemi, $\frac{\alpha - r^t X}{\sqrt{X^t \sum X}}$ değerini en küçüklemeye eşit olmaktadır. Başka bir ifadeyle ise, $\frac{r^t X - \alpha}{\sqrt{X^t \sum X}}$ değerini ise en büyükleme işlemidir.

Böylece portföy seçim modeli,

$$enb \frac{r^t X - \alpha}{\sqrt{X^t \sum X}}$$
$$\sum_{i=1}^{n} X_i = 1$$
$$X_i \geq 0$$

olarak tanımlanabilir.

Eğer (2.10) probleminin duali alınırsa problem, beklenen portföy getirisi $E(r_p) = r^t X$ değerinin α değerinden küçük olma olasılığının en fazla c değeri kadar olması kısıtı altında, minimum beklenen portföy getirisi α değerinin maksimum yapılması problemine dönüşmektedir.

Bu durumda model,

$$\begin{aligned} & enb\ c \\ & \mathrm{P}(R^t X \leq \alpha) \leq c \\ & \sum_{i=1}^{n} X_i = 1 \\ & X_i \geq 0 \end{aligned} \tag{2.11}$$

biçimindedir. α olasılığı $0 < \alpha < 1/2$ aralığında tanımlıdır. Benzer olarak yine R matrisinin (r) beklenen değeri ve ($\sum$) varyansı ile $N(r, \sum)$ dağıldığı varsayımı ile, ilk kısıt

$$P(R^t X \leq \alpha) \leq c \Rightarrow P(\frac{R^t X - r^t X}{\sqrt{X^t \sum X}} \leq \frac{\alpha - r^t X}{\sqrt{X^t \sum X}}) \leq c$$

$$\Rightarrow \Phi(\frac{\alpha - r^t X}{\sqrt{X^t \sum X}}) \leq c$$

biçimine dönüşür. Buradan,

$$\frac{\alpha - r^t X}{\sqrt{X^t \sum X}} \leq K_c \Rightarrow \alpha \leq r^t X + K_c \sqrt{X^t \sum X} \tag{2.12}$$

elde edilir. Burada ,

$P(x \leq K_c) = c$ olarak tanımlanır. Daha sonra (2.12) yardımıyla,

$$enbc = enb\ r^t X + K_c \sqrt{X^t \sum X} \tag{2.13}$$

bulunur.

Son olarak (2.13) kullanılarak , (2.11) optimizasyon modeli,

$$\begin{aligned} &enb\ r^t X + K_c \sqrt{X^t \sum X} \\ &\sum_{i=1}^{n} X_i = 1 \\ &X_i \geq 0 \end{aligned} \tag{2.14}$$

biçiminde elde edilir (Tanaka and Guo 1999).

2.6.2 Ortalamadan mutlak sapmaya dayanan portföy seçim modeli

Portföy seçimi için ortalamadan mutlak sapmaya [(Minimum Mean Absolute Deviation) (MINMAD)] dayanan bu model Konono ve Yamazaki (1991) tarafından geliştirilmiştir. Markowitz modeli ile karşılaştırılınca bu model varyans formu altındaki risk ölçütü yerine, ortalamadan sapmayı kullanmaktadır. Model matematiksel olarak,

$$
\begin{aligned}
&enk\, E(\left|R^t X - E(R^t X)\right|) \\
&E(R^t X) = \alpha \\
&e^t X = 1
\end{aligned}
\qquad (2.15)
$$

biçimindedir.

Burada $e^t = (1,1,...,1)$ şeklindedir. Eğer R matrisinin (r) ortalaması ve (Σ)varyansı ile $N(r,\Sigma)$ olduğu kabul edilirse ,

$$
z = R^t X - E(R^t X)
$$

0 ortalaması ve (σ^2) varyansı ile $N(0,\sigma^2)$ şeklindeki normal dağılıma sahip olur. Burada

$$
\sigma^2 = X^t \Sigma X \qquad (2.16)
$$

biçiminde tanımlıdır.

Böylece (2.15) ile tanımlanan modelin amaç fonksiyonu ,

$$
\begin{aligned}
E(\left|R^t X - E(R^t X)\right|) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \left| z\,(1/\sqrt{2\pi}\,\sigma)\exp(-z^2/2\sigma^2)\right| dz \\
&= (2/\sqrt{2\pi}\,\sigma)\int_{0}^{\infty} z\,\exp(-z^2/2\sigma^2)\,dz \\
&= (-2\sigma^2/\sqrt{2\pi}\,\sigma)\,\exp(-z^2/2\sigma^2)\Big|_{0}^{+\infty} \\
&= \sigma/\sqrt{2/\pi}
\end{aligned}
\qquad (2.17)
$$

olarak bulunur .

(2.16) ve (2.17) kullanılarak MİNMAD portföy seçim modeli

$$
\begin{aligned}
&enk\sqrt{2/\pi}\,(X^t \Sigma X)^{1/2} \\
&r^t X = \alpha \\
&e^t X = 1 \\
&X \geq 0
\end{aligned}
\qquad (2.18)
$$

biçimine dönüşür (Tanaka and Guo 1999).

2.6.3 Markowitz portföy seçim modelleri

Markowitz 1952 yılında modern portföy analizinin temel taşlarını oluşturacak çalışmasını yayınlamıştır. Bu çalışmada, belirsizlik altındaki bir modelin davranışını modellemek için olabilirlik ve optimizasyon teknikleri birlikte düşünülmüştür. Yatırımcı kazancını maksimum yapma ile riskini minimum yapma arasındaki dengeyi sağlamayı amaçlamaktadır.

Bu iki amaç, portföyün beklenen getirisini en büyük yapma, portföy riskini de en küçük yapma olarak tanımlanır. Portföy seçimi için Markowitz modeli, matematiksel olarak iki şekilde formüle edilebilir. Bunlardan birincisi; risk için bir seviye verildiğinde kazancı maksimum yapmak şeklindedir. Burada γ, yatırımcının katlanabileceği maksimum risk seviyesi olmak üzere model,

$$\begin{aligned} &enb\, E(R^t X) = enb\ r^t X \\ &X^t \Sigma X \leq \gamma \\ &\sum_{i=1}^{n} X_i = 1 \\ &X_i \geq 0 \ \ i = 1,\ldots,n \end{aligned} \tag{2.19}$$

biçiminde tanımlanır.

En iyi yatırımlardan biri, ortalama getiri için bir alt sınır verildiğinde minimum varyansa sahip olandır. Çünkü, portföy kazancının varyansı, yatırımın riski olarak düşünülmektedir. Böylece bu yaklaşımlardan ikincisi ise, α yatırımcının talep ettiği minimum beklenen kazanç olmak üzere , matematiksel formülasyon olarak

$$\begin{aligned} &enkV(R^t X) = enk\ X^t \sum X \\ &r^t X \geq \alpha \\ &\sum_{i=1}^{n} X_i = 1 \\ &X_i \geq 0 \ \ i = 1,\ldots,n \end{aligned} \tag{2.20}$$

biçimindedir (Wang and Zhu 2002).

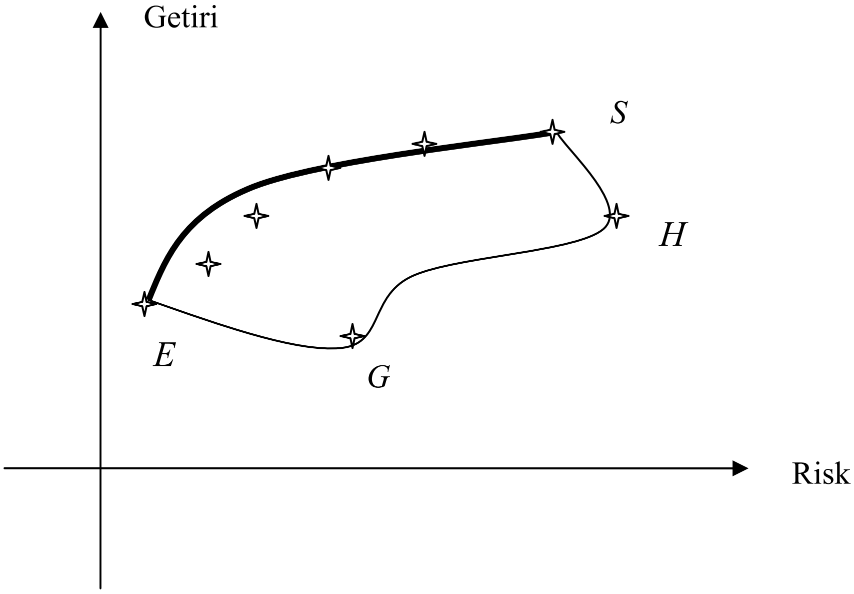
2.6.4 Çok amaçlı portföy seçim modeli

Genellikle bir karar verici, beklenen portföy getirisini yüksek, varyansını ise düşük veren çözümü tercih eder. Buradan hareketle portföy seçim problemi,

$$\begin{aligned}
& enb\; r^t X \\
& enk\; X^t \textstyle\sum X \\
& \sum_{i=1}^{n} X_i = 1 \qquad \cdots \\
& X_i \geq 0
\end{aligned} \qquad (2.21)$$

biçiminde çok ölçütlü matematiksel programlama modeli ile formüle edilebilir

Bu nedenle, her iki amaç fonksiyonunun değerlerini aynı anda en iyileyen ideal çözüm belirlenemez. Bu nedenle her iki amaç fonksiyonunun değerlerini aynı anda en iyileyen çözümler yani Pareto optimal çözüm bulunabilir. Model (2.21) ‘in birçok Pareto optimal çözümü vardır. Herhangi bir problemin Pareto optimal çözümlerin seti için bir örnek Şekil (2.2)’de gösterilmiştir. Şekil (2.2) de etkin portföyleri birleştiren ve koyu olarak gösterilen eğri **“ *etkin sınır*”** olarak isimlendirilir. Yatırımcı risk-getiri uzayında bütün menkul kıymet bileşimlerinin üzerinden, belirli bir risk düzeyinde en yüksek getiri oranını elde etmek ya da başka bir deyişle, belirli bir getiri düzeyinde en düşük riskle gerçekleştirmek amacıyla etkin sınır üzerinde tercihlerini oluşturacaktır. Yüksek portföy getirisi ve düşük portföy varyansı tercih edilmektedir.



Şekil 2.2 Portföy olanakları eğrisi

Portföy olanakları eğrisi Şekil 2.2 incelendiğinde E portföyünün riskinin oldukça düşük olduğu görülmektedir. E portföyünden daha az riske sahip olan başka bir portföy olmadığı şekilden görülebilir. Diğer bir taraftan, H portföyünden daha fazla risk içeren başka bir portföy olmadığı görülmektedir. Sonuç olarak, maksimum ya da minimum riske sahip olan en iyi portföyler E ile H arasında yer almaktadır.

Belenen getiri durumu ele alındığında ise görülmektedir ki, S portföyünden daha fazla beklenen getiriye sahip başka portföy yoktur. G portföyü ise en az getirisi olan portföy olarak görülmektedir. Yatırımcı kendisi için optimal kümeyi etkin sınır üzerindeki etkin portföylerden seçeçektir. Bunların dışındaki diğer tüm portföyler etkin olmayan portföylerdir ve rahatlıkla gözden çıkarılabilir.

3. BULANIK PORTFÖY ANALİZİ

3.1 Bulanık Küme Teorisi

Bulunduğumuz yüzyılın başında, kesin olan matematiksel modellemede yer alan karmaşık hayat sistemleri (real-world systems), bilim ve teknikte temel akımları oluşturmaktaydı. Yüzyılın ortalarına doğru ise, yöneylem araştırması (operations research) gerçek hayat karar verme problemlerinde uygulanmaya başladı ve böylelikle bilim ve teknikte en önemli alanlardan biri oldu. Maalesef, gerçek dünya durumları genellikle o kadar deterministik olmadığı için kesin olan matematiksel modeller, bütün uygulamalı problemlerin çözümü için yeterli değildir.

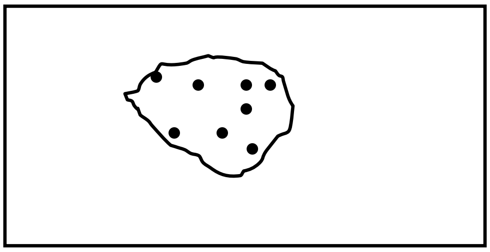
Bu belirsizlikle ilgilenmek için genellikle olabilirlik teorisinin teknikleri kullanılır. İlk kez 1960 larda olabilirlik teorisinin anlamı yeniden gözden geçirilmiştir ve uygulamalı problemlemlerin modellenmesinde özellikle yapay zeka açısından eleştirilmiştir. Bulanık küme teorisi ilk kez 1965'te L.A. Zadeh tarafından geliştirilmiştir. Yine 1965'te "Bulanık Kümeler" adlı ünlü çalışması resmi olarak yayımlanmıştır .

Kesin matematik yöntemleri karmaşık bir sistemi modellemek için yeterli değildir. Geleneksel olarak olasılık teorisi belirsizlik altındaki durumları ele almak için etkili bir yaklaşımdır. Olasılık teorisinde temel esaslardan biri bir A olayı için $P(A \cup A^c) = 1$ yasası, diğeri ise $P(A \cap A^c) = 0$ yasasıdır. Buna örnek olarak, bir meyva ya elmadır ya değildir, bir hayvan ya dişidir ya değildir. Bu durumda olasılık teorisi sınırları açık bir şekilde tanımlanabilen bilgileri anlatmada kesin olarak etkili bir yaklaşımdır. Havaya atılan bir madeni para için, yazı mı yoksa tura mı geleceği tahmin edebilir. Aynı şekilde oyun zarı için sonuçlar 1,2,3,4,5,6 olacaktır, ama asla 2.1 veya 4.5 gibi sonuçlar elde edilemez. Tabi ki bahsedilen olasılık yasalarına uygun birçok problem vardır. Fakat ; sezgisel olarak diğer problemlerde bu yasalar geçerli değildir. Örneğin , bir kişi şık olabilir, şık olmayabilir veya biraz şık olabilir. Aynı şekilde bir renk kırmızı olabilir, kırmızı olmayabilir veya kırmızımtırak olabilir. Bu nedenle şık kişiler ya da kırmızı renkler kümesini kesin sınırlarla tanımlamak zordur. Benzer olarak ,"*güzel bir bayan*", "*iyi bir lezzet", "iyi bir kişilik", "makul bir fiyat"* vb. önermeleri tanımlamak ve sınflandırmak zordur. Açık olarak olasılık teorisi bu şekilde tüm olası problemleri modelleyemez. Bulanık küme teorisi, kesin sınırları olmayan problemleri tanımlamak ve çözmek için geliştirilmiştir (Lai and Hwang 1992) .

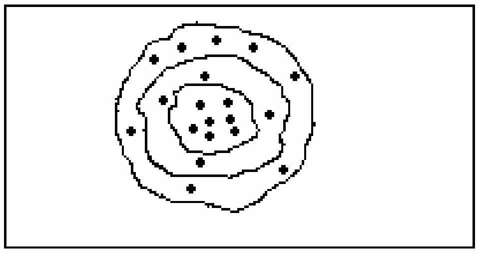
3.1.1 Bulanık kümeler ve üyelik fonksiyonu

Nesneler hakkındaki bilgiyi düzenlemek, özetlemek ve genelleştirmek istenildiğinde çoğu zaman küme kavramı kullanılır. Ele alınan herhangi bir konuya ilişkin bilgi , küme terimiyle sistematik olarak bir araya toplanır. İyi tanımlı nesneler topluluğuna veya sınıfına küme, bir kümeyi oluşturan nesnelerin her birine kümenin elemanları (öğe) ve üzerinde çalıştığımız kümelerin her birini alt küme olarak kabul eden en en geniş kümeye evrensel küme denir. Geleneksel bir küme, evrensel kümedeki nesnelerin ortak özelliklerine göre bir araya getirilme işlemi olarak da tanımlanabilir. Evrensel kümede yer alan nesneler, belirlenen özellikleri karşılayanlar (kümeye üye olanlar) ve karşılamayanlar (üye olmayanlar) şeklinde sınıflandırılır. Diğer bir deyişle, geleneksel bir kümenin elemanları, mantıkta yer alan ikiye bölme kuralına (1 veya 0, doğru veya yanlış, evet veya hayır vb.) dayanarak belirlenir.

Geleneksel ve bulanık kümeler sınır koşulu ve üyelik derecesi anlamında karşılaştırılır. Bir örnekle açıklanmaya çalışıldığında, bir kümenin sınırları “lastik bir bant” olarak kabul edilir, geleneksel küme durumunda lastik bantta herhangi bir esnemeye izin verilmez ve bant sabit olarak kabul edilir. Bu nedenle, evrensel kümenin her bir elemanı lastik bantın ya içinde ya da dışında kalır. Bununla birlikte , bulanık kümeler durumunda lastik bantın dışında kalan yer alan nesneleri (noktaları) kümenin elemanı yapabilmek için bantın esnetilmesine yani küme üyeliğini belirleyen sınır koşulunun gevşetilmesine izin verilir. Bu esnemenin boyutu yeni noktanın konumuna bağlıdır. Bant esnetilmeden önce bantın oluşturduğu sınırın içinde bulunan noktalar 1 üyelik derecesi ile kümenin elemanıdır. Bant esnetildikçe kümeye üye olan veya bantın içine girmeye başlayan noktalara, 0 ve 1 arasındaki üyelik dereceleri verilir. Herhangi bir noktanın üyelik derecesi, lastik bantı esnetmek için gerekli olan güçle ters orantılı olarak açıklanabilir. Bantın esneme oranı arttıkça ilgili elemanın üyelik derecesi azalır. Bu nedenle, bantın oluşturduğu sınırın içinde bulunan elemanlardan, sınırın dışında kalan elemanlara doğru esnek ve dereceli bir geçişe izin verilir. Bant kopma noktasına kadar esnetilmesine rağmen, halen dışarıda kalan noktalara (nesnelere) ise 0 üyelik derecesi verilir. Bu durum Şekil 3.1 ve Şekil 3.2 de gösterilmiştir.



Şekil 3.1 Geleneksel küme durumu



Şekil 3.2 Bulanık küme durumu

Bulanık bir küme, sınır koşulları esnek olarak tanımlanan bir kümedir. Bulanık küme teorisi, kısmi üyeliğe izin vererek geleneksel küme teorisini genelleştirir ve küme üyeliği için [0,1] aralığındaki herhangi bir değeri kabul eder. Bulanık bir küme, evrensel kümedeki her bir elemanın [0,1] aralığındaki bir sayı ile eşlendiği,

$$\mu_A(x) \rightarrow [0,1]$$

biçimindeki üyelik fonksiyonu olarak tanımlanır.

Bulanık kümelerde bir nesnenin üyelik derecesi, 0 ve 1 arasındaki bir sayı ile açıklanır. Burada, 0 sayısı ilgili nesnenin kümeye ait olmadığını, 1 sayısı ilgili nesnenin kümenin tam üyesi olduğunu ve bu iki değer arasındaki herhangi bir sayı ise ilgili nesnenin kümeye üyelik derecesini veya kısmi üyeliğini gösterir. Buna göre, bulanık küme teorisinde kümenin elemanı olmayan nesnelerden, kümenin tam elemanı olan nesnelere doğru esnek ve dereceli bir geçişe izin verilir (Özkan 2003).

3.1.2 Bulanık kümelerde temel kavramlar

Bulanık küme, bir nesne ve bu nesnenin ilgili kümeye üyelik derecesini gösteren

$$A = \{(x, \mu_A(x)) \mid x \in X\}$$

şeklindeki sıralı çiftlerle ifade edilir. Burada herbir $(x, \mu_A(x))$ çiftine bulanık teklik denir. Bir bulanık teklik, $\mu_A(x)/x$ olarak da tanımlanabilir. Eğer X kümesi, $\{x_1, x_2, ... x_n\}$ şeklinde kesikli bir küme ise; bir bulanık A kümesi

$$A = \mu_A(x_1)/x_1 + ... + \mu_A(x_n)/x_n$$

şeklinde gösterilir. Eğer X kesikli olmayan bir küme ise; A bulanık kümesi

$$A = \int_X \mu_A(x_i)/x_i$$

olarak ifade edilir.

A bulanık kümesi için verilen ifadelerde $\Sigma, \int$,/ ve + işaretleri cebirsel anlamda sırasıyla toplam, integral alma, bölme ve toplama işlemlerini göstermez. Σ ve $\int$ işaretleri, bulanık tekliklerin sırasıyla kesikli ve sürekli evrenlerde bir araya getirilmesini ifade eder. / simgesi, matematiksel olarak $(x, \mu_A(x))$ tekliğini ifade etmek için kullanılan bir ayraçtır. + işareti ise, bulanık tekliklerin birleşimini gösteren bir simgedir.

Konunun daha iyi anlaşılması için bulanık küme ile ilgili önemli tanımlar verildi

Tanım 3.1. Destek Kümesi Kavramı

Bulanık bir kümenin üyelik fonksiyonunda, üyelik derecesi sıfırdan büyük olan elemanlarınbir araya getirildiği kümeye *destek kümesi* denir.

Destek kümesi, matematiksel olarak

$$Destek(A) = \{ x \in X , \mu_A(x) > 0 \}$$

şeklinde tanımlanır.

Tanım 3. 2. α- kesmesi

Bulanık bir kümenin $\alpha - kesmesi$, üyelik fonksiyon değeri $\alpha ' ya$ eşit veya daha büyük olan elemanların yer aldığı geleneksel olan elemanların yer aldığı geleneksel (bulanık olmayan) bir kümedir. Seçilen her bir α değeri ile farklı bir $\alpha - kesme$ kümesi oluşturulur. α değeri, $\alpha \in (0,1]$ koşuluyla tanımlanan gerçel bir sayıdır. Her bir α düzeyi ile üyelik fonksiyonunun farklı bir dilimi belirlenir. $\alpha - kesme\ kümesi$ matematiksel olarak ;

$$A_\alpha = \{ x \in X ; \mu_A(x) \geq \alpha \} \ ve \ \alpha \in (0,1]$$

biçiminde tanımlanır.

Tanım 3.3. Yükseklik ve Normallik Kavramları

Bulanık bir kümenin üyelik fonksiyonunun en büyük üyelik derecesi, bu kümenin yüksekliğini belirler.

Yükseklik matematiksel olarak ,

$$yükseklik(A) = \sup(\mu_A(x)) \ , \ \forall x \in X$$

olarak ifade edilir. Yüksekliği 1'e eşit olan bulanık kümelere *normal bulanık kümeler* denir.

Burada $Yükseklik(A) = 1$ olduğu için *A kümesi* normal bulanık bir kümedir.

Tanım 3.4. Dış Bükeylik Kavramı

$x_1, x_2 \in X$ ve $\lambda \in [0,1]$ ile

$$\mu_A(\lambda x_1 + (1-\lambda)x_2) \geq \min(\mu_A(x_1), \mu_A(x_2))$$

koşulunu sağlayan üyelik fonksiyonu dışbükeydir.

Tanım 3.5. Bulanık Sayılar

Bulanık sayılar, bulanık kümelerin özel bir alt kümesidir. Bulanık kümelerde geçerli olan birleşim, kesişim, $\alpha - kesimi$, genişleme kuralı gibi küme teorik işlemler bulanık sayılara da kolayca uygulanabilir.

Bulanık sayıların tanımlı olduğu evrensel küme, gerçel sayılar kümesi, tamsayılar kümesi veya doğal sayılar kümesidir. Her bulanık sayı bulanık bir küme olmasına rağmen, her bulanık küme bulanık bir sayı değildir. Bulanık bir kümenin bulanık bir sayı olabilmesi için,

i) Bulanık küme, normal bir bulanık küme olmalıdır.

ii) Bulanık küme, dış bükey bir bulanık küme olmalıdır.

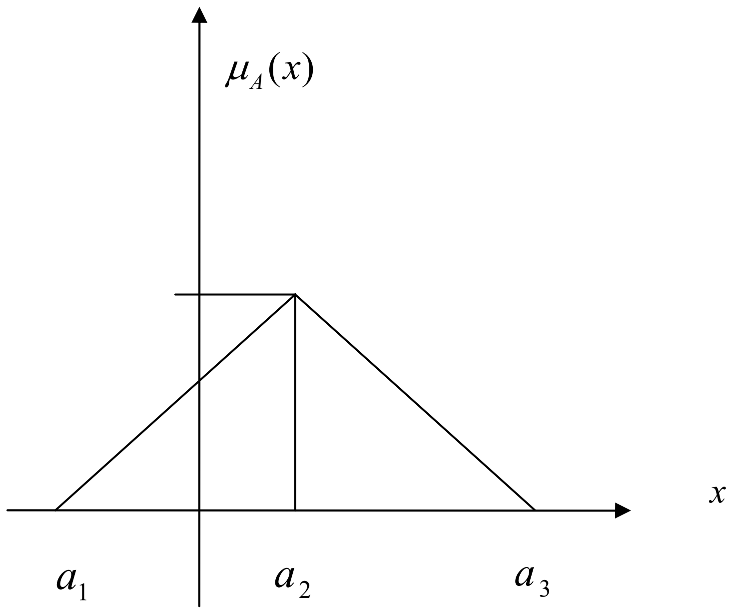
iii) Bulanık kümenin destek kümesi sınırlı olmalıdır.

iv) Bulanık kümenin her bir $\alpha - kesmesi$, gerçel sayı doğrusunun kapalı bir aralığında tanımlı olmalıdır.

biçiminde tanımlanan özellikleri sağlaması gerekmektedir. Bulanık sayıların özel türü olan üçgensel, yamuksal ve aralık bulanık sayılar uygulamada sıkça kullanılmaktadır.

Tanım 3.6 Üçgensel Bulanık Sayı

Üçgensel bulanık bir sayı, a_1, a_2, a_3, a_4 gibi üç paremetre ile tanımlanır. a_1 ve a_3; üçgensel bulanık bir sayının alt ve üst sınır değerleri olmak üzere, üyelik derecesinin sıfır olduğu noktaları vermektedir. a_2 ise üyelik derecesinin bire eşit olduğu noktayı verir ve mod değeri olarak yorumlanır. Üçgensel bir bulanık sayı, Şekil 3.1 de grafik olarak gösterilmiştir.



Şekil 3.3 Üçgensel bulanık sayı

Üçgensel bir bulanık sayı;

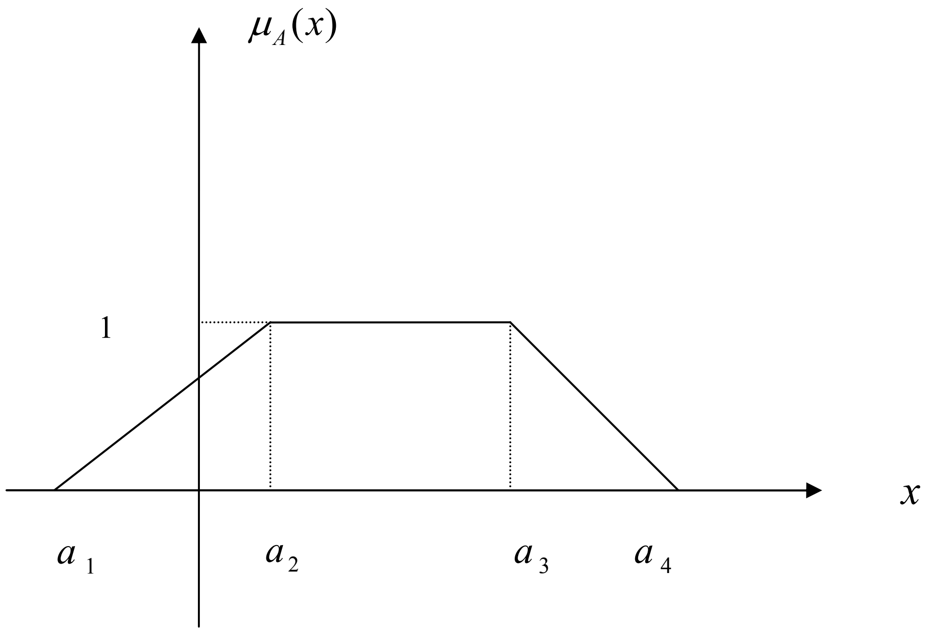
$$\mu_A(x;a_1,a_2,a_3)=\begin{cases}0 & , \quad x<a_1\\ (x-a_1)/(a_2-a_1) & , \quad a_1\le x\le a_2\\ (a_3-x)/(a_3-a_2) & , \quad a_2\le x\le a_3\\ 0 & , \quad x>a_3\end{cases}$$

biçimindeki üyelik fonksiyonu ile ifade edilir (Baykal ve Beyan 2004).

Tanım 3.7. Yamuksal Bulanık Sayı

Yamuksal bulanık sayı en sık kullanılan bulanık sayı biçimindedir. Yamuksal bulanık sayı dört parametre ile tanımlanır. a_1 ve a_4; yamuksal bulanık bir sayının alt ve üst sınır değerleri olmak üzere, üyelik derecesinin sıfır olduğu noktaları vermektedir. a_2 ve

a_3 ise üyelik derecesinin bire eşit olduğu noktaları vermektedir. Yamuksal bir bulanık sayı Şekil 3.2 de grafiksel olarak gösterilmiştir.



Şekil 3.4 Yamuksal bulanık sayı

Üçgensel bulanık sayılar, yamuksal bulanık sayıların özel bir halidir. Grafikten de anlaşılabileceği gibi a_2 ve a_3 değerlerinin birbirine eşit olduğu durumda yamuksal bulanık sayı üçgensel bulanık sayıya dönüşmektedir.

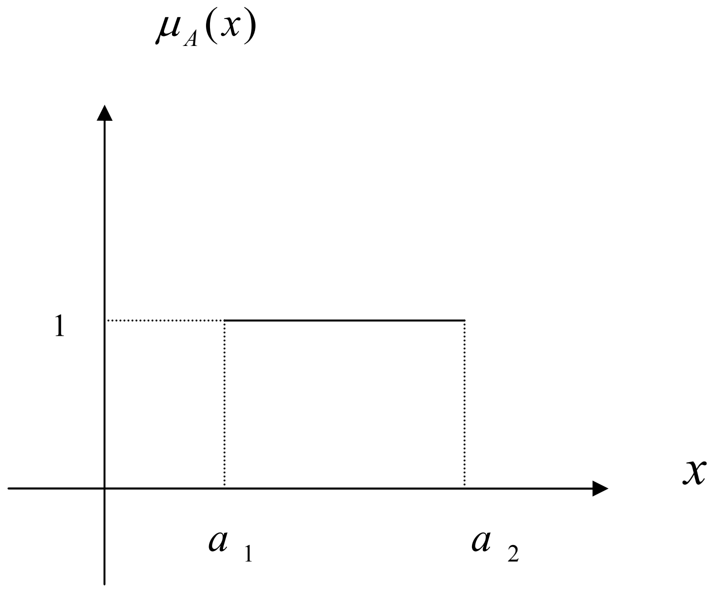
Yamuksal bir bulanık sayı,

$$\mu_A(x;a_1,a_2,a_3,a_4)=\begin{cases}0 & , \quad x \le a_1 \ veya \ x \ge a_4 \\ \dfrac{x-a_1}{a_2-a_1} & , \quad a_1 \le x \le a_2 \\ 1 & , \quad a_2 \le x \le a_3 \\ \dfrac{a_4-x}{a_4-a_3} & , \quad a_3 \le x \le a_4\end{cases}$$

şeklindeki üyelik fonksiyonu ile ifade edilir (Baykal ve Beyan 2004).

Tanım 3.8. Aralık sayı

Aralık $[a_1, a_2]$ üyelik fonksiyonu $[a_1, a_2]$ aralığında 1 diğer yerlerde 0 değerini alan , bulanık matematikte aralık sayı olarak tanımlanan özel bir bulanık sayıdır. Burada a_1 aralığın alt ucu, a_2 ise aralığın üst ucu olarak ifade edilir. Aralık bir sayı Şekil 3.3. de grafiksel olarak gösterilmiştir.



Şekil 3.5 Aralık sayı

Aralık bir sayı,

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0 & ; \quad x < a_1 \, , \, x > a_2 \\ 1 & ; \quad a_1 \leq x \leq a_2 \end{cases}$$

biçimindeki üyelik fonksiyonu ile ifade edilir (Baykal ve Beyan 2004).

3.1.3 Bulanık sayılarda işlemler

Geleneksel sayılarda olduğu gibi, bulanık sayılarda da toplama, çıkarma, çarpma ve bölme gibi temel cebirsel işlemler kolaylıkla uygulanabilir. Bulanık sayılarla yapılan cebirsel işlemler için $\alpha - kesme$ yöntemi yaygın olarak kullanılmaktadır. İki bulanık sayı $A\ ve\ B$ 'ye uygulanan cebirsel işlemler yeni bir bulanık sayıyla sonuçlanır.

$A\ ve\ B$ bulanık sayılarının $\alpha - kesmeleri$ $A_\alpha = [a_1^\alpha, a_2^\alpha]$ ve $B_\alpha = [b_1^\alpha, b_2^\alpha]$ olarak belirlendiği zaman, bu sayıların $\alpha - kesmeleri$

$$(A+B)_\alpha = A_\alpha + B_\alpha = C_\alpha$$
$$(A-B)_\alpha = A_\alpha - B_\alpha = D_\alpha$$
$$(A*B)_\alpha = A_\alpha * B_\alpha = E_\alpha$$
$$(A:B)_\alpha = A_\alpha : B_\alpha = F_\alpha$$

biçiminde oluşturulabilir.

$A\ ve\ B$ sayılarının $\alpha - kesimlerine$, sırasıyla toplama, çıkarma, çarpma ve bölme işlemlerinin uygulanması ile elde edilen C, D, E, F sayılarının $\alpha - kesimleri$

$$C_\alpha = [a_1^\alpha + b_1^\alpha, a_2^\alpha + b_2^\alpha] = [c_1^\alpha, c_2^\alpha]$$
$$D_\alpha = [a_1^\alpha - b_2^\alpha, a_2^\alpha - b_1^\alpha] = [d_1^\alpha, d_2^\alpha]$$
$$E_\alpha = [a_1^\alpha * b_1^\alpha, a_2^\alpha * b_2^\alpha] = [e_1^\alpha, e_2^\alpha]$$
$$F_\alpha = [a_1^\alpha : b_2^\alpha, a_2^\alpha : b_1^\alpha] = [f_1^\alpha, f_2^\alpha]$$

biçiminde ifade edilir.

Aralık sayılar olarak ifade edilen sayılar için temel cebirsel işlemler ise,

$$[a,b]+[c,d]=[a+c,b+d]$$
$$[a,b]-[c,d]=[a-d,b-c]$$
$$[a,b]*[c,d]=[\min(a*c,a*d,b*c,b*d),\max(a*c,a*d,b*c,b*d)]$$
$$[a,b]:[c,d]=[\min(a+c,a+d,b:c,b:d),\max(a:c,a:d,b:c,b:d)]$$

olarak verilir.

3.1.4 Bulanık küme işlemleri

Geleneksel kümelerde kesişim, birleşim ve tümleme şeklinde üç temel işlem vardır. Bu mantıksal işlemler bulanık kümelere de uygulanabilir. Bulanık kümelerde kesişim , birleşim ve tümleme işlemlerini gerçekleştirmek için sırasıyla minimum, maksimum ve değilleme işlemcileri sıklıkla kullanılır. Bu uygulamalar Bellman ve Zadeh ‘in (1970) tanımlamalarına dayanmaktadır (Lai and Hwang 1992).

Tanım 3.9 Kesişim İşlemi

Standard bulanık kesişim işleminde iki tane bulanık alt kümenin kesişimi durumunda her bir kümeye ait öğenin ait oldukları kümelerdeki üyelik derecelerinin en küçüğü alınır. Matematiksel olarak;

$$\mu_{A\cap B}(x) = \min(\mu_A(x), \mu_B(x)) \;,\; \forall x \in X$$
$$= \mu_A(x) \wedge \mu_B(x)$$

biçiminde gösterilir. $\mu_{A\cap B}(x)$ üyelik derecesi , A ve B bulanık kümelerinin her ikisinde birden x elemanının bulunma derecesini belirler. Burada $\wedge$ “*ve*” anlamındadır.

Tanım 3.10 Birleşim İşlemi

İki tane bulanık alt kümenin birleşimi durumunda her bir kümeye ait öğenin ait oldukları kümelerdeki üyelik derecelerinin en büyüğü alınır.

Matematiksel olarak ;

$$\mu_{A\cup B}(x) = \max(\mu_A(x), \mu_B(x))$$
$$= \mu_A(x) \vee \mu_B(x)$$

biçiminde gösterilir. $\mu_{A\cup B}(x)$ üyelik derecesi, bir x elemanının A veya B bulanık kümesine ait olma derecesini belirlemektedir. Burada “$\vee$” veya anlamındadır.

3.1.5 Bulanık ortamda karar verme

Bulanık bir karar, bulanık hedeflerin ve bulanık kısıtların kesişimi sonucu elde edilen bulanık alternatifler kümesidir. Dolayısıyla, bulanık bir karar, ancak hedefler ve bazı kısıtlar bulanık ise elde edilebilir.

G bulanık hedefi ve üyelik fonksiyonu $\mu_G(x)$, C bulanık kısıtı ve üyelik fonksiyonu $\mu_C(x)$ olmak üzere X alternatifler uzayında verilmiş olsun . G ve C, bir bulanık küme olan D kararını oluşturmak için bir araya gelir. Bu durum $D = G \cap C$ ve

$$\mu_D(x) = \mu_{G \cap C}(x) = \min(\mu_G(x), \mu_C(x))$$

biçiminde ifade edilir. Genel olarak $G_1,...,G_n$ n tane bulanık hedef, $C_1,...,C_m$ m tane bulanık kısıt olmak üzere, elde edilecek bulanık karar;

$$D = G_1 \cap ... \cap G_n \cap C_1 ... C_m$$

ve

$$\mu_D(x) = \min(\mu_{G_1}(x),..., \mu_{G_n}(x), \mu_{C_1}(x),..., \mu_{C_m}(x)$$

biçiminde tanımlanır (Ramaswamy 1998).

3.2 Karar Vericinin İstek Derecesine Dayalı Bulanık Portföy Analizi

Yatırım dünyasında birçok problemde, temel olarak optimizasyon teknikleriyle çalışılmıştır. Fakat optimizasyon teknikleri her zaman en iyi yaklaşım olamamaktadır. Bunun nedeni, yatırımın sosyal ve ekonomik durumların kargaşalığından etkilenmesidir. Ayrıca bu tür etkilerin altında birçok problem yanlış yapılanmaktadır. Bu yüzden, doyum yaklaşımı optimizasyon yaklaşımından daha iyi olabilmektedir. Bu yaklaşımda istek derecesi, eski deneyimlere ve karar vericinin sahip olduğu bilgiye dayanarak incelenir. Karar vericinin istek derecesi, problemi doyum stratejisi perspektifinden çözebilecek şekilde düşünülmelidir. Böylece, karar vericinin belirsiz istek derecesinin bir bulanık sayı olarak tanımlanması daha doğaldır.

Bu kesimde karar verici tarafından verilen bulanık istek derecesine dayalı bulanık matematiksel programlama ele alınmıştır. Karar vericinin bulanık bir istek derecesini ifade eden, doğrusal üyelik fonksiyonu, teğet üyelik fonksiyonu, üstel üyelik fonksiyonu, aralık üyelik fonksiyonu ve daha başkaları gibi çeşitli üyelik fonksiyonları önerilebilir. Çalışmada önce yamuksal üyelik fonksiyonuna dayalı model, daha sonra ise bu üyelik fonksiyonunun sahip olduğu zorlukların üstesinden gelebilmek için kullanılan lojistik üyelik fonksiyonuna dayalı model verilecektir.

3.2.1 Doğrusal yamuksal üyelik fonksiyonuna dayalı model

Watada (2001) bulanık karar teorisini kullanarak bir portföy seçim modeli oluşturmuştur. Bu model doğrudan ortalama-varyans modeli ile ilişkilidir. Beklenen getiri ve risk için istek dereceleri (hedef oranları) üyelik fonksiyonları ile tanımlanır.

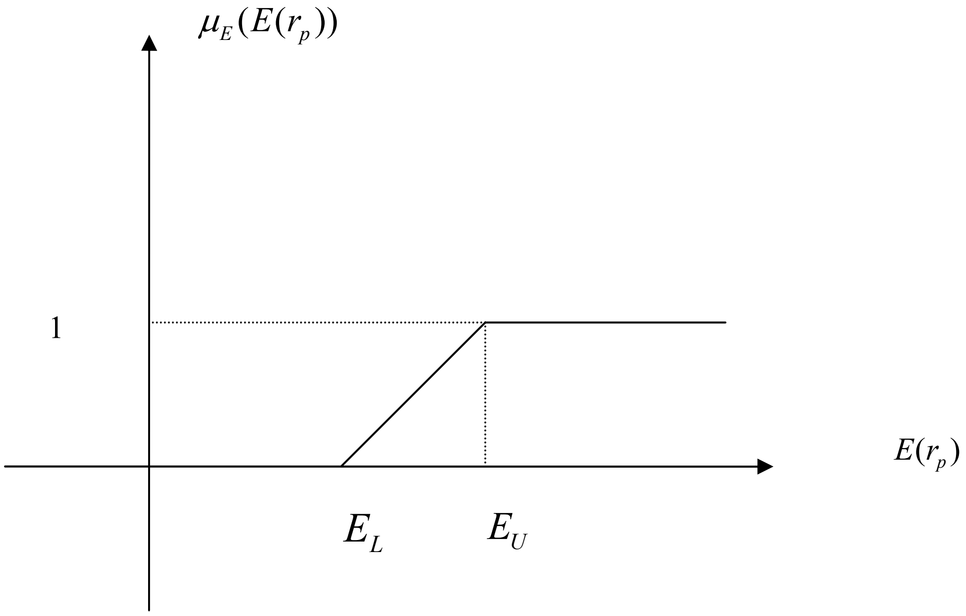
Beklenen portföy getirisi ve portföy riski için birer gereklilik ve yeterlilik seviyesi belirler. Gereklilik seviyesi minimum ihtiyacı gösterirken , yeterlilik seviyesi tatmin olunan dereceyi göstermektedir. Daha sonra beklenen getiri ve riske ait istek derecelerine ilişkin üyelik fonksiyonları oluşturulur. Beklenen getiri için üyelik derecesi en yüksek olan portföy en iyi portföydür. Aynı şekilde risk için üyelik derecesi en düşük olan portföy en iyi portföydür. Burada istek dereceleri μ_E ve μ_V üyelik fonksiyonları ile tanımlanır. Beklenen getiri için yamuksal üyelik fonksiyonu ;

$$\mu_E(E(r_p)) = \begin{cases} 1 & , \quad E_U \leq E(r_p) \\ 1 + \dfrac{E(r_p) - E_U}{E_U - E_L} & , \quad E_L \leq E(r_p) \leq E_U \\ 0 & , \quad E(r_p) \leq E_L \end{cases} \qquad (3.1)$$

biçiminde tanımlanır. Burada

E_L : *gereklilik derecesidir.*
E_U : *yeterlilik derecesidir.*

Üyelik fonksiyonu grafiksel olarak Şekil 3.6’da verilmiştir.



Şekil 3.6 Beklenen getiri için yamuksal üyelik fonksiyonu

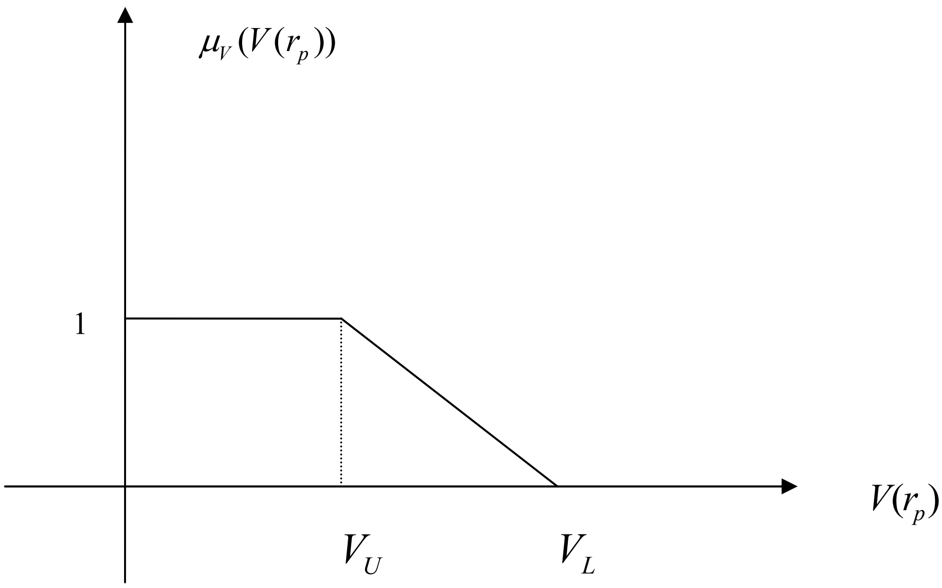
Benzer olarak riske ait istek derecesi için üyelik fonksiyonu

$$\mu_V(V(r_p)) = \begin{cases} 1 & , \quad V(r_p) \leq V_U \\ 1 + \dfrac{V(r_p) - V_U}{V_L - V_U} & , \quad V_U \leq V(r_p) \leq V_L \\ 0 & , \quad V_L \leq V(r_p) \end{cases} \tag{3.2}$$

olarak tanımlanır. Burada,

V_L: *yeterlilik derecesidir.*
V_U: *gereklilik derecesidir.*

Üyelik fonksiyonu grafiksel olarak Şekil 3.7 ‘de verilmiştir.



Şekil 3.7 Risk için yamuksal üyelik fonksiyonu

Her iki üyelik derecesinin en küçüğünü içeren $\lambda = enk(\mu_E(E(r_p)), \mu_V(V(r_p))$ değişkeni biçimindedir. Burada amaç ise bu λ değerinin en büyüklenmesidir. Bu amaca göre oluşturulan bulanık portföy modeli,

$$\begin{aligned} & enb\,\lambda \\ & \lambda \leq \mu_E(E(r_p)) \\ & \lambda \leq \mu_V(V(r_p)) \\ & \lambda \geq 0 \end{aligned} \tag{3.3}$$

biçiminde tanımlıdır.

(3.1) ve (3.2) te tanımlanan üyelik fonksiyonlarının (3.3) probleminde yerine konulmasıyla problem ;

$$
\begin{aligned}
& enb\ \lambda \\
& V(r_p) + (V_L - V_U)\lambda \le V_L \\
& E(r_p) + (E_L - E_U)\lambda \ge E_L \\
& \sum_{i=1}^{n} X_i = 1 \\
& \lambda \ge 0 \\
& X_i \ge 0
\end{aligned}
\tag{3.4}
$$

şekline dönüşür.

Burada beklenen getiri ve riske ait üyelik fonksiyonlarının parçalı lineer olmasından dolayı, çözüm $\lambda = 1$ olduğu zaman sadece bir optimal çözüm tanımlamak zordur. Bu yüzden $E_L \le E(r_p) \le E_U$ ve $V_U \le V(r_p) \le V_L$ aralıklarında tanımlanan üyelik fonksiyonlarının lineer kısımları ele alınır. (3.4)' te , λ çözümü 1'den büyük dahi olsa çözüm nadiren belirlenir. $\lambda = 1$ olduğu zaman lineer programlama probleminde çözüm, bozulmuş (dejenere) çözüm olarak geçer. Bu durumda çözüme nadiren ulaşılabilir.

Bu sebeplerden dolayı, bulanık portföy analizinde yamuksal üyelik fonksiyonlarının kullanılmasıyla , problemin çözümünde çeşitli zorluklar olmaktadır (Watada 2001).

3.2.2 Doğrusal olmayan üyelik fonksiyonuna dayalı model

Kesim 3.2.1.1 de bahsedilen zorlukların üstesinden gelebilmek için doğrusal olmayan üyelik fonksiyonlarına başvurulur. Bunlardan bir tanesi 1981 yılında H. Leberling tarafından geliştirilmiş teğet üyelik fonksiyonudur. Burada lineer olmayan üyelik fonksiyonları için $f(x) = \dfrac{1}{1+\exp(-\alpha x)}$ şeklinde tanımlanan lojistik bir fonksiyon kullanılır. Lojistik üyelik fonksiyonu teğet hiperbolik fonksiyonun benzer bir şeklidir fakat ; teğet hiperbolik fonksiyona göre ele alınması daha kolaydır. Ayrıca yamuksal üyelik fonksiyonu, lojistik üyelik fonksiyonuna yakın olmaktadır. Bu nedenle, lojistik üyelik fonksiyonu yatırımcının göz önüne aldığı istek derecesini ifade etmede daha uygundur. Burada beklenen getiriye ait istek derecesi , lojistik üyelik fonksiyonu kullanılarak ;

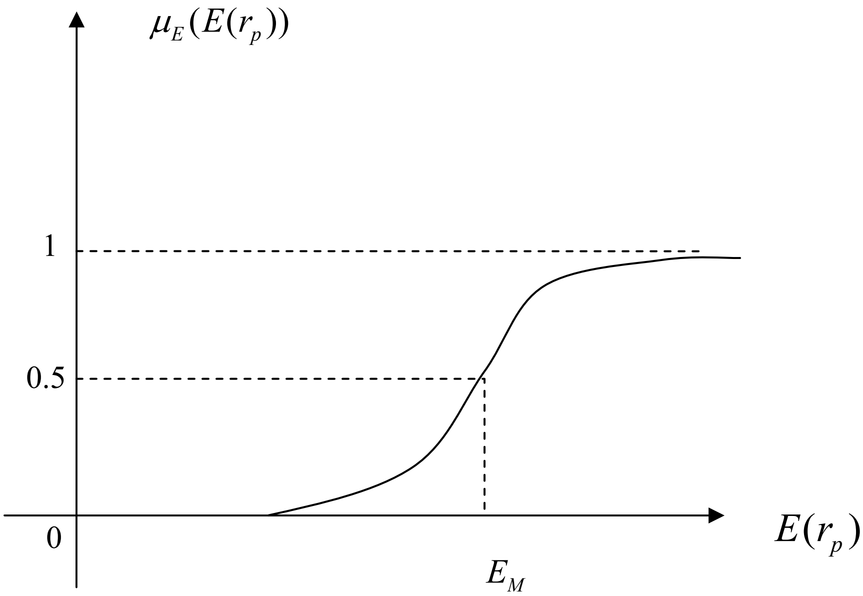
$$\mu_E(E(r_p)) = \frac{1}{1+\exp(-\alpha_E(E(r_p)-E_M)} \tag{3.5}$$

biçiminde tanımlanır. Burada

E_M : λ üyelik derecesinin 0.5 değerini aldığı orta nokta

dır.

Beklenen getiri için üyelik fonksiyonu Şekil 3.8 ‘de verilmiştir.



Şekil 3.8 Beklenen getiri için lojistik üyelik fonksiyonu

Benzer olarak riske ait istek derecesi, lojistik üyelik fonksiyonu kullanılarak;

$$\mu_V(V(r_p)) = \frac{1}{1+\exp(\alpha_V(V(r_p)-V_M))} \tag{3.6}$$

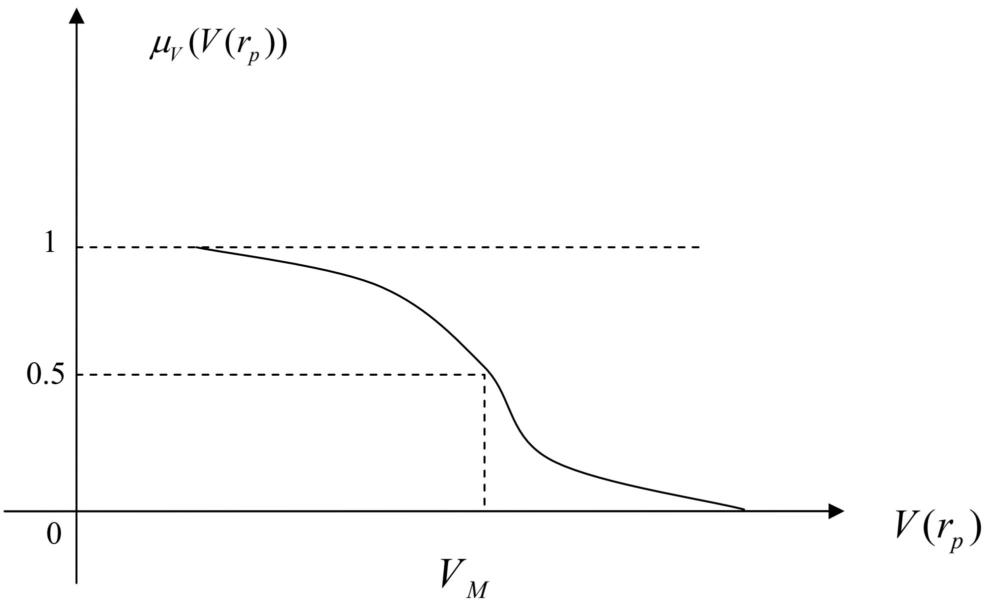
biçiminde tanımlanır. Burada

V_M : λ üyelik derecesinin 0.5 değerini aldığı orta nokta

dır.

α_E ve α_V , üyelik fonksiyonları $\mu_E\, ve\, \mu_V$ 'nin şekillerini belirlerler. Burada $\alpha_E > 0$, $\alpha_V > 0$ şeklindedir.

Risk için lojistik üyelik fonksiyonu Şekil 3.9 'da verilmiştir.



Şekil 3.9 Risk için lojistik üyelik fonksiyonu

Doğrusal üyelik fonksiyonunda olduğu gibi buradaki problem de (3.4) eşitliğinde tanımlanan problemin kendisidir. Aynı şekilde (3.5) ve (3.6) de tanımlanan üyelik fonksiyonları (3.4) probleminde yerine konulduğunda model,

$$
\begin{aligned}
& enb\lambda \\
& \lambda + \exp(\alpha_V (V(r_p) - V_M))\lambda \leq 1 \\
& \lambda + \exp(-\alpha_E (E(r_p) - E_M)\lambda \leq 1 \\
& \sum_{i=1}^{n} X_i = 1 \\
& \lambda \geq 0 \\
& X_i \geq 0
\end{aligned}
\tag{3.7}
$$

biçimine dönüşür.

Her iki kısıtın da logaritma değerleri alınırsa kısıtlar ,

$$
\begin{aligned}
& -\alpha_V (V(r_p) - V_M)) \geq \log \frac{\lambda}{1-\lambda} \\
& \alpha_E (E(r_p) - E_M) \geq \log \frac{\lambda}{1-\lambda}
\end{aligned}
$$

şeklini alır.

Buradan eşitlik (3.7) ,

$$
\begin{aligned}
& enb\lambda \\
& -\alpha_V (V(r_p) - V_M)) \geq \log \frac{\lambda}{1-\lambda} \\
& \alpha_E (E(r_p) - E_M) \geq \log \frac{\lambda}{1-\lambda} \\
& \lambda \geq 0 \\
& X_i \geq 0
\end{aligned}
\tag{3.8}
$$

biçimine dönüşür.

Bundan sonra $\Lambda = \log \frac{\lambda}{1-\lambda}$ olarak tanımlanması yapılır.

Lojistik üyelik fonksiyonu monoton artan olduğu için , λ değerini en büyükleme , Λ değerini en büyük yapma ile eşdeğerdir.

Böylece model (9) ,

$$
\begin{aligned}
& enb\,\Lambda \\
& \alpha_V V(r_p) + \Lambda \leq \alpha_V V_M \\
& \alpha_E E(r_p) - \Lambda) \geq \alpha_E E_M \\
& \sum_{i=1}^{n} X_i = 1 \\
& \lambda \geq 0 \\
& X_i \geq 0
\end{aligned}
\tag{3.9}
$$

şeklindeki optimizasyon problemine dönüşür (Watada 2001).

3.3. Aralık Programlamaya Dayalı Bulanık Portföy Analizi

Geleneksel matematiksel programlama problemlerinde, amaç fonksiyonunun ve kısıt fonksiyonunun katsayıları genellikle kesin(crisp) değerlerle tanımlanır. Buna rağmen pratikte amaç fonksiyonu ve\veya kısıtların belirsiz olduğu birçok karar durumu vardır. Aralıklar içeren problemlere aralık programlama problemleri denilmektedir. Aralık analizine dayalı aralık programlama, basit ve kullanışlı bir model olarak bu tip belirsizliklerle ilgilenmek için geliştirilmiştir. Bazı aralık programlama problemleri, olabilirlik programlama problemlerinin özel bir halidir.

Olasılıksal ya da bulanık değişkenlerle karşılaştırıldığında, aralıklar daha kolay işleme konulmaktadır. Bazı kesin olmayan durumlar altında, optimizasyon problemlerini aralık modellerle formüle etmek iyi bir alternatif oluşturmaktadır.

Aralık katsayılarını içeren lineer programlama problemi birçok bilim adamı tarafından çalışılmıştır. Bitran 1980, Steuer1986, Ishibuchi ve Tanaka1989, Nakahara et.al 1992, Chanas ve Kuchta 1996,Gen ve Cheng 1997 yıllarında bu konuyla ilgili çalışmalarda bulunmuşlardır. Aralık sayıların birbirleriyle olan ilişkilerine dayanarak Ishibuchi ve Tanaka 1989'da amaç fonksiyonunun aralık katsayıları içerdiği bir lineer programlama modeli üzerinde çalışmışlardır ve bu modeli standart bir optimizasyon problemine dönüştürmüşlerdir (K.K.Lai.et al. 2002).

Lai et al (2001), menkul kıymet getirilerini ve menkul kıymetler arasındaki kovaryansı birer aralık olarak ölçerek Markowitz modelini bir aralık programlama problemine genişletmiştir. Kesin olmayan beklenen menkul kıymet getiri ve kovaryansı

$$\tilde{r}_i = [r_i - \delta_{il}, r_i + \delta_{ir}]$$
$$\tilde{\sigma}_{ij} = [\sigma_{ij} - \delta_{ijl}, \sigma_{ij} + \delta_{ijr}]$$

biçimindedir.

Böylece portföy getirisi ve portföy riski için hesaplanan aralıklar;

$$\tilde{r}(x) = [r(x) - \delta_{RL}(x), r(x) + \delta_{RR}(x)]$$
$$\tilde{\sigma}^2(x) = [\sigma^2(x) - \delta_{VL}(x), \sigma^2(x) + \delta_{VR}(x)]$$

şeklinde bulunur.

Burada

$$r(x)-\delta_{RL}(x)=\sum_{i=1}^{n}(r_i-\delta_{il})X_i$$

$$r(x)+\delta_{RR}(x)=\sum_{i=1}^{n}(r_i+\delta_{ir})X_i$$

$$\sigma^2(x)-\delta_{VL}(x)=\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}(\sigma_{ij}-\delta_{ijl})X_iX_j$$

$$\sigma^2(x)+\delta_{VR}(x)=\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}(\sigma_{ij}+\delta_{ijr})X_iX_j$$

olarak tanımlanır.

Markowitz modeline göre bir yatırımcı,

$$enk\ \sigma^2(x)-\alpha\, r(x)$$

$$\sum_{i=1}^{n}X_i=1$$

$$X_i\geq 0$$

şeklindeki optimizasyon problemini çözerek kendi portföyünü oluşturabilir. Amaç fonksiyonu $[F_l(x), F_r(x)]$ şeklindeki bir aralık fonksiyonudur. Burada

$$F_l(x)=\sigma^2(x)-\delta_{VL}(x)-\alpha(r(x)+\delta_{RR}(x))$$

$$F_r(x)=\sigma^2(x)+\delta_{VR}(x)-\alpha(r(x)-\delta_{RL}(x))$$

olarak tanımlanır. Lai et al (2001) aralık programlamayla ilgili detaylı çalışmalarda bulunmuştur. $F_l(x)$ ve $F_r(x)$ göz önüne alınarak iki model oluşturulmak istenilirse modeller ,

(1)	(2)
$enkF_l(x)$	$enkF_r(x)$
$\sum_{i=1}^{n}X_i=1$	$\sum_{i=1}^{n}X_i=1$
$X_i\geq 0$	$X_i\geq 0$

şeklindedir (Wang 2002).

4. KARAR VERİCİNİN İSTEK DERECESİNE DAYALI BİR BULANIK PORTFÖY MODELİ ÜZERİNE UYGULAMA

4.1 Giriş

Portföy teorisi ile ilgili önemli bir kavram, belirsizliktir. Belirsizlik, menkul kıymetlere yapılan yatırımın getirilerinin gerçekleşme olasılıkları hakkında yeterli bilginin olmamasıdır. Başka bir ifadeyle, gelecekle ilgili tahmin, tamamen subjektif değerlendirmelere göre yapılıyorsa belirsizlikten söz edilebilir.

Belirsizlik sorunuyla karşı karşıya kalan bir yatırımcı, olası sonuç hakkında objektif bir bilgiye sahip değildir. Genellikle, belirsizlik, menkul kıymet yatırımlarının dikkati çeken başlıca unsurudur.

Bir finansal marketi etkileyen birçok olasılıksal olmayan yaklaşım olmasına rağmen, marketin belirsizliği genellikle olasılıksal yaklaşımlarla ilişkilendirilir. Fakat deneysel çalışmaların sayısı, belirsizlikleri tarif etmede olasılıksal yaklaşımları kullanmanın sınırlı olduğunu göstermektedir. Bu gibi durumlarda, belirsizlikleri tarif etmek için bulanık mantık etkili bir yaklaşımdır.

Bulanık mantık ilk defa 1970 yılında L.A Zadeh ve Bellman tarafından önerilmiştir. 1974 yılında Tanaka ve 1976 yılında Zimmerman bulanık mantık üzerinde çalışmalar yapmaya başlamışlardır.

Bu çalışmaları daha iyi kavrayabilmek için çalışmanın bu bölümünde, Üçüncü Bölümde tanımlanan, karar vericinin istek derecesine dayalı bir portföy modeli üzerinde uygulama yapıldı.

Bu modeli irdeleyebilmek için, İstanbul Menkul Kıymetler Borsası (İMKB)'dan alınan bir veri seti ele alındı. Daha sonra MATLAB, MİNİTAB ve LİNGO programları kullanılarak çözümlemeler yapılmıştır.

4.2 İstanbul Menkul Kıymetler Borsası'ndan Alınan Menkul Kıymetlerin Her Birinin Portföydeki Ağırlıklarının Hesaplanması

Bu kesimde, İstanbul Menkul Kıymetler Borsası (İMKB) internet sitesi üzerinden on tane menkul kıymetin getirileri veri seti olarak ele alındı. Veriler her bir menkul kıymetin 12 aylık getirileri şeklinde olup EK 1'de verildi. Örneklemin homojenliğini koruması için menkul kıymetler aynı kategoride olan çimento şirketleri olarak seçildi. Bu şirketler sırasıyla, Adana Çimento, Afyon Çimento, Batı Çimento, Batısöke Çimento, Bolu Çimento, Konya Çimento, Ünye Çimento, Mardin Çimento, Nuh Çimento ve Oysa Çimento şirketleridir. Bu şirketlere belirli sıra numaraları verilip, bu numaralar Çizelge 4.1'de belirtilmiştir.

Çizelge 4.1 Çimento şirketlerine ilişkin sıra numaraları

Numara	Çimento Şirketleri
1	Adana Çimento
2	Afyon Çimento
3	Batı Çimento
4	Batısöke Çimento
5	Bolu Çimento
6	Konya Çimento
7	Ünye Çimento
8	Mardin Çimento
9	Nuh Çimento
10	Oysa Çimento

Bundan sonraki çizelgelerde ve şekillerde şirketlerin sıra numaraları kullanıldı. Daha sonra getirilerin modele uygunluğu test edildi. Minitab paket programında, Paremetrik olmayan testlerden Kolmogorov-Simirnov testi uygulanarak her 12 periyotluk getirilerin normal dağılıma uygun olduğu görüldü.

Verilerin normal dağılıma uygun olduğu gözlendikten sonra, model (3.4)'te tanımlanan, beklenen portföy getirisi için alt sınır (E_L) ve üst sınır (E_U), portföy varyansı için alt sınır (V_U) ve üst sınır (V_L) değerlerini belirleyebilmek dolayısıyla üyelik fonksiyonlarını belirleyebilmek için, her bir menkul kıymetin beklenen getirilerine ve varyanslarına ilişkin güven aralıkları MİNİTAB paket programı kullanılarak oluşturuldu. Menkul kıymetlerin getirilerinin ortalamalarına ve varyanslarına ilişkin güven aralıkları sırasıyla Çizelge 4.2 ve Çizelge 4.3'de verilmiştir.

Çizelge 4.2 Menkul kıymetlerin ortalamalarına ilişkin güven aralıkları

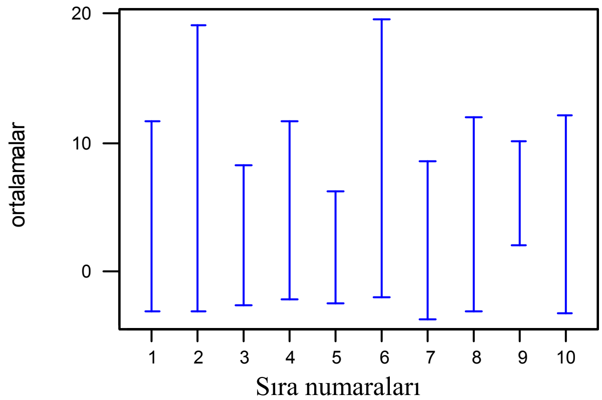
Çimento Şirketleri	**(1)**	**(2)**	**(3)**	**(4)**	**(5)**	**(6)**	**(7)**	**(8)**	**(9)**	**(10)**
α	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05
t_{tablo}	2,20	2,20	2,20	2,20	2,20	2,20	2,20	2,20	2,20	2,20
Ortalama	4,32	7,99	2,78	4,74	1,94	8,80	2,43	4,46	6,10	4,42
Standart Sapma	11,56	17,39	8,55	10,81	6,80	16,94	9,58	11,77	6,30	12,01
Standart Hata	3,34	5,02	2,47	3,12	1,96	4,89	2,77	3,40	1,82	3,47
Güven Aralığı Alt Sınır	**-3,0264**	**-3,0547**	**-2,6455**	**-2,1314**	**-2,3768**	**-1,9621**	**-3,6548**	**-3,0182**	**2,0976**	**-3,2094**
Güven Aralığı Üst Sınır	**11,6631**	**19,0414**	**8,2139**	**11,6081**	**6,2584**	**19,5621**	**8,5181**	**11,9366**	**10,1074**	**12,0561**

Çizelge 4.3 Menkul kıymetlerin varyanslarına ilişkin güven aralıkları

Çimento Şirketleri	**(1)**	**(2)**	**(3)**	**(4)**	**(5)**	**(6)**	**(7)**	**(8)**	**(9)**	**(10)**
ki-tab	21,92	21,92	21,92	21,92	21,92	21,92	21,92	21,92	21,92	21,92
ki-tab2	3,82	3,82	3,82	3,82	3,82	3,82	3,82	3,82	3,82	3,82
varyans	133,6297	302,3572	73,0293	116,9041	46,17766	286,9044	91,76518	138,5	39,73206	144,3152
n-1	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11
Güven Aralığı Alt Sınır	**67,0586**	**151,7304**	**36,6479**	**58,6653**	**23,1731**	**143,9757**	**46,0500**	**69,5027**	**19,9385**	**72,4209**
Güven Aralığı Üst Sınır	**384,7974**	**870,6622**	**210,2938**	**336,6348**	**132,9723**	**826,1645**	**264,2453**	**398,8221**	**114,4117**	**415,5672**

Çizelge 4.2 ve Çizelge 4.3'de verilen menkul kıymetlerin ortalamalarına ilişkin güven aralıkları bulunduktan sonra, beklenen portföy getirisi için alt ve üst sınırlar E_L, E_U

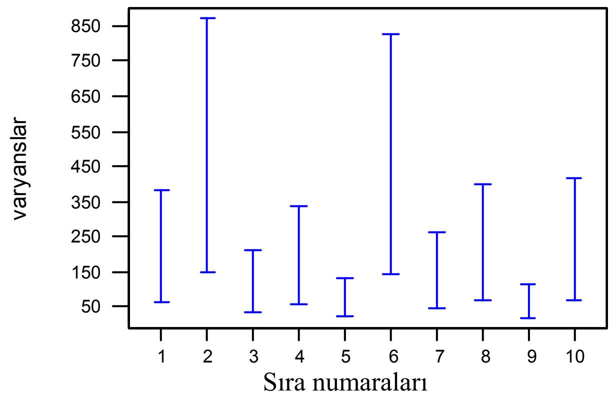
değerlerinin belirlenmesine çalışıldı. Bu değerleri belirleyebilmek için, ortalamalara ait güven aralıklarının tümüyle kesişen en küçük aralığa bakıldı. Her bir aralığın daha net olarak görülebilmesi için, ortalamalar için güven aralıkları grafiksel olarak Şekil 4.1'de verilmiştir.



Şekil 4.1 Menkul kıymetlerin ortalamalarına ilişkin güven aralıklarının grafiksel gösterimi

Şekil 4.1 ve Çizelge 4.2 incelendiğinde $[E_L, E_U]$=[-1.9621 , 8.2139] olduğu görüldü. Bu değerler sırasıyla Konya Çimento'ya (6) ait güven aralığının alt sınırı, Batı Çimento'ya (3) ait güven aralığının üst sınırıdır. Bu değerler bulanık portföy modeli çözüm aşamasında üyelik fonksiyonunda sol yan ve sağ yan değerleri olarak alınacaktır.

E_L ve E_U değerleri belirlendikten sonra, portföy varyansı için alt ve üst sınırlar V_U ve V_L değerlerinin belirlenmesine çalışıldı. Menkul kıymetlerin varyanslarına ilişkin güven aralıklarının grafiksel gösterimi Şekil 4.2'de verildi.



Şekil 4.2 Menkul kıymetlerin varyanslarına ilişkin güven aralıklarının grafiksel gösterimi

Çizelge 4.3 ve Şekil 4.2 incelendiğinde, Bolu Çimento'ya (5) ve Nuh Çimento'ya (9) ait güven aralıklarının diğer aralıklarla hiçbir kesişiminin olmadığı görüldü. Bu durumda ortak bir kesişim aralığı elde edilemeyeceği için bu iki şirkete ait verilerin örneklemden çıkarılmasına karar verildi. Bu verilerin örneklemden çıkarılmasıyla oluşan yeni veri seti EK 2'de verilmiştir.

Daha sonra, diğer sekiz şirket için güven aralıklarına bakıldı ve her bir aralıkla kesişen en küçük aralığın $[V_U, V_L]$=[151.7304, 210.2938] olduğu gözlemlendi. Bu değerler Afyon Çimento'ya (2) ait güven aralığının alt sınırı, Batı Çimento'ya (3) ait güven aralığın üst sınırıdır. Bu değerler bulanık portföy modeli çözüm aşamasında üyelik fonksiyonunda sağ yan ve sol yan değerleri olarak alınacaktır.

Model (3.4)'e ait girdi değerleri olan E_L, E_U ve V_U, V_L belirlendikten sonra 8 menkul kıymetin 12 aylık getirilerine ilişkin Markowitz getiri matrisi,

$$R^t = \begin{bmatrix} -12.39 & -4.31 & -5.88 & -1.45 & -8.09 & -9.68 & -7.14 & 0.57 \\ 3.66 & 13.00 & 9.38 & 3.68 & 0.63 & 7.14 & 5.98 & 0.00 \\ 9.09 & 10.18 & 9.52 & 25.53 & 10.63 & 25.83 & 7.26 & -0.57 \\ -5.25 & 10.44 & -3.48 & 16.38 & 1.13 & -7.95 & -6.27 & -3.43 \\ -17.77 & -25.09 & -12.07 & 0.21 & -7.82 & -1.44 & -15.57 & -7.10 \\ 1.23 & -0.49 & -5.32 & -18.45 & -9.49 & -8.76 & -0.97 & 3.18 \\ 14.63 & 2.44 & 9.42 & 1.19 & 4.90 & 2.40 & 4.90 & -3.09 \\ 7.98 & 1.43 & 3.35 & 9.41 & 4.00 & 3.91 & 25.23 & 0.64 \\ 5.42 & 33.80 & 4.63 & 12.90 & 14.10 & 3.01 & 8.96 & 3.16 \\ 23.36 & 40.35 & 15.93 & 3.81 & 14.61 & 8.76 & 9.59 & 10.43 \\ 12.88 & -2.50 & 10.69 & 0.92 & 37.25 & 2.01 & 22.50 & 38.89 \\ 8.98 & 16.67 & -2.76 & 2.73 & 43.75 & 3.95 & -0.96 & 10.40 \end{bmatrix}$$

biçiminde oluşturuldu. Bu getiri matrisi m=12 (periyot sayısı) satırdan ve n=8 (menkul kıymet sayısı) sütundan oluşmaktadır.

Getiri matrisi bulunduktan sonra, bu matrisin sütun ortalamasından oluşan ortalama vektörü (r^t) hesaplanır.

Örneğin;

r^t satır vektörünün ilk öğesi, R^t matrisindeki birinci sütun elemanlarının ortalamasıdır yani, $\left[(-12.39)+(3.66)+...+(12.88)+(8.98)\right]/12=4.3183$

işleminin sonucu elde edilir. Diğer öğelerde benzer biçimde hesaplandığında (r^t) ortalama vektörü

$$r^t = \left[4.3183\ 7.9933\ 2.7842\ 4.7383\ 8.8000\ 2.4317\ 4.4592\ 4.4233\right]$$

biçiminde bulunur.

Daha sonra MATLAB paket programı kullanılarak varyans kovaryans matrisi,

$$\Sigma = \begin{bmatrix} 133.6297 & 132.7379 & 86.3932 & 17.5752 & 114.4074 & 60.0024 & 98.2238 & 65.5994 \\ 132.7379 & 302.3572 & 90.9601 & 62.1441 & 112.7076 & 59.0129 & 67.8137 & 27.7639 \\ 86.3932 & 90.9601 & 73.0293 & 30.1684 & 57.8764 & 52.7251 & 72.8388 & 42.2728 \\ 17.5752 & 62.1441 & 30.1684 & 116.9041 & 37.4323 & 65.1883 & 26.3209 & -21.4742 \\ 114.4074 & 112.7076 & 57.8764 & 37.4323 & 286.9044 & 57.4107 & 89.0177 & 148.3367 \\ 60.0024 & 59.0129 & 52.7251 & 65.1883 & 57.4107 & 91.7652 & 46.6186 & 6.8669 \\ 98.2238 & 67.8137 & 72.8388 & 26.3209 & 89.0177 & 46.6186 & 138.5000 & 79.8593 \\ 65.5994 & 27.7639 & 42.2728 & -21.4742 & 148.3367 & 6.8669 & 79.8593 & 144.3152 \end{bmatrix}$$

biçiminde bulundu.

Ortalama vektörü (r^t) ve varyans kovaryans matrisi $(\sum)$ bulunduktan sonra model (3.4)'de kullanılacak olan $E(r_p)$ ve $V(r_p)$ operatörleri tanımlandı.

İlk olarak portföyün beklenen getirisi ,

$$E(r_p) = r^t X$$

$$= [4.3183 \;\; 7.9933 \;\; 2.7842 \;\; 4.7383 \;\; 8.8000 \;\; 2.4317 \;\; 4.4592 \;\; 4.4233] \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \\ X_5 \\ X_6 \\ X_7 \\ X_8 \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

$$= 4.3183X_1 + 7.9933X_2 + 2.7842X_3 + 4.7383X_4 + 8.8000X_5 + 2.4317X_6 + 4.4592X_7 + 4.4233X_8$$

biçiminde tanımlandı.

Portföy varyansı $V(r_p)$ ise,

$$V(r_p) = X^t \sum X$$

$$=\left[X_1 ... X_8\right] \begin{bmatrix} 133.6297 & 132.7379 & 86.3932 & 17.5752 & 114.4074 & 60.0024 & 98.2238 & 65.5994 \\ 132.7379 & 302.3572 & 90.9601 & 62.1441 & 112.7076 & 59.0129 & 67.8137 & 27.7639 \\ 86.3932 & 90.9601 & 73.0293 & 30.1684 & 57.8764 & 52.7251 & 72.8388 & 42.2728 \\ 17.5752 & 62.1441 & 30.1684 & 116.9041 & 37.4323 & 65.1883 & 26.3209 & -21.4742 \\ 114.4074 & 112.7076 & 57.8764 & 37.4323 & 286.9044 & 57.4107 & 89.0177 & 148.3367 \\ 60.0024 & 59.0129 & 52.7251 & 65.1883 & 57.4107 & 91.7652 & 46.6186 & 6.8669 \\ 98.2238 & 67.8137 & 72.8388 & 26.3209 & 89.0177 & 46.6186 & 138.5000 & 79.8593 \\ 65.5994 & 27.7639 & 42.2728 & -21.4742 & 148.3367 & 6.8669 & 79.8593 & 144.3152 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ \vdots \\ X_8 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} &= 133.6297 X_1 X_1 + 132.7379 X_2 X_1 + 86.3932 X_3 X_1 + 17.5752 X_4 X_1 + 114.4074 X_5 X_1 \\ &+ 60.0024 X_6 X_1 + 98.2238 X_7 X_1 + 65.5994 X_8 X_1 + 132.7379 X_1 X_2 + 302.3572 X_2 X_2 \\ &+ 90.9601 X_3 X_2 + 62.1441 X_4 X_2 + 112.7076 X_5 X_2 + 59.0129 X_6 X_2 + 67.813 X_7 X_2 \\ &+ 27.7639 X_8 X_2 + 86.3932 X_1 X_3 + 90.9601 X_2 X_3 + 73.0293 X_3 X_3 + 30.1684 X_4 X_3 \\ &+ 57.8764 X_5 X_3 + 52.7251 X_6 X_3 + 72.8388 X_7 X_3 + 42.2728 X_8 X_3 + 17.5752 X_1 X_4 \\ &+ 62.1441 X_2 X_4 + 30.1684 X_3 X_4 + 116.9041 X_4 X_4 + 37.4323 X_5 X_4 + 65.1883 X_6 X_4 \\ &+ 26.3209 X_7 X_4 - 21.4742 X_8 X_4 + 114.4074 X_1 X_5 + 112.7076 X_2 X_5 + 57.8764 X_3 X_5 \\ &+ 37.4323 X_4 X_5 + 286.9044 X_5 X_5 + 57.4107 X_6 X_5 + 89.0177 X_7 X_5 + 148.3367 X_8 X_5 \\ &+ 60.0024 X_1 X_6 + 59.0129 X_2 X_6 + 52.7251 X_3 X_6 + 65.1883 X_4 X_6 + 57.4107 X_5 X_6 \\ &+ 91.7652 X_6 X_6 + 46.6186 X_7 X_6 + 6.8669 X_8 X_6 + 98.2238 X_1 X_7 + 67.8137 X_2 X_7 \\ &+ 72.8388 X_3 X_7 + 26.3209 X_4 X_7 + 89.0177 X_5 X_7 + 46.6186 X_6 X_7 + 138.5000 X_7 X_7 \\ &+ 79.8593 X_8 X_7 + 65.5994 X_1 X_8 + 27.7639 X_2 X_8 + 42.2728 X_3 X_8 - 21.4742 X_4 X_8 \\ &+ 148.3367 X_5 X_8 + 6.8669 X_6 X_8 + 79.8563 X_7 X_8 + 144.3152 X_8 X_8 \end{aligned} \tag{4.2}$$

olarak tanımlandı.

Eşitlik (4.1) ve Eşitlik (4.2)'de yer alan,

X_1 : Adana Çimento Şirketinin portföydeki ağırlığı

X_2 : Afyon Çimento Şirketinin portföydeki ağırlığı

X_3 : Batı Çimento Şirketinin portföydeki ağırlığı

X_4 : Batısöke Çimento Şirketinin portföydeki ağırlığı

X_5 : Konya Çimento Şirketinin portföydeki ağırlığı

X_6 : Ünye Çimento Şirketinin portföydeki ağırlığı

X_7 : Mardin Çimento Şirketinin portföydeki ağırlığı

X_8 : Oysa Çimento Şirketinin portföydeki ağırlığı

olarak tanımlandı.

E_U, E_L, V_L, V_U girdi değerleri ve $E(r_p)$, $V(r_p)$ bulunduktan sonra beklenen getiri için üyelik fonksiyonu,

$$\mu_E(E(r_p)) = \begin{cases} 1 & , \quad 8.2139 \leq E(r_p) \\ 1 + \dfrac{E(r_p) - 8.2139}{8.2139 - (-1.9621)} & , \quad -1.9621 \leq E(r_p) \leq 8.2139 \\ 0 & , \quad E(r_p) \leq -1.9621 \end{cases} \tag{4.3}$$

tanımlandığı gibidir.

Varyansi için üyelik fonksiyonu ise,

$$\mu_V(V(r_p)) = \begin{cases} 1 & , \quad V(r_p) \leq 151.7304 \\ 1 + \dfrac{V(r_p) - 151.7304}{210.2938 - 151.7304} & , \quad 151.7304 \leq V(r_p) \leq 210.2938 \\ 0 & , \quad 210.2938 \leq V(r_p) \end{cases} \tag{4.4}$$

biçiminde tanımlıdır.

(4.3) ve (4.4) üyelik fonksiyonları bulunduktan sonra bulanık porföy seçim modeli,

$$\begin{aligned}
& enb\lambda \\
& 133.6297X_1X_1 + 132.7379X_2X_1 + 86.3932X_3X_1 + 17.5752X_4X_1 + 114.4074X_5X_1 + 60.0024X_6X_1 \\
& +98.2238X_7X_1 + 65.5994X_8X_1 + 132.7379X_1X_2 + 302.3572X_2X_2 + 90.9601X_3X_2 + 62.1441X_4X_2 \\
& +112.7076X_5X_2 + 59.0129X_6X_2 + 67.813X_7X_2 + 27.7639X_8X_2 + 86.3932X_1X_3 + 90.9601X_2X_3 \\
& +73.0293X_3X_3 + 30.1684X_4X_3 + 57.8764X_5X_3 + 52.7251X_6X_3 + 72.8388X_7X_3 + 42.2728X_8X_3 \\
& +17.5752X_1X_4 + 62.1441X_2X_4 + 30.1684X_3X_4 + 116.9041X_4X_4 + 37.4323X_5X_4 + 65.1883X_6X_4 \\
& +26.3209X_7X_4 - 21.4742X_8X_4 + 114.4074X_1X_5 + 112.7076X_2X_5 + 57.8764X_3X_5 + 37.4323X_4X_5 \\
& +286.9044X_5X_5 + 57.4107X_6X_5 + 89.0177X_7X_5 + 148.3367X_8X_5 + 60.0024X_1X_6 + 59.0129X_2X_6 \\
& +52.7251X_3X_6 + 65.1883X_4X_6 + 57.4107X_5X_6 + 91.7652X_6X_6 + 46.6186X_7X_6 + 6.8669X_8X_6 \\
& 98.2238X_1X_7 + 67.8137X_2X_7 + 72.8388X_3X_7 + 26.3209 + 89.0177X_5X_7 + 46.6186X_6X_7 \\
& +138.5000X_7X_7 + 79.8593X_8X_7 + 65.5994X_1X_8 + 27.7639X_2X_8 + 42.2728X_3X_8 - 21.4742X_4X_8 \\
& +148.3367X_5X_8 + 6.8669X_6X_8 + 79.8563X_7X_8 + 144.3152X_8X_8 + 58.5634\lambda \leq 210.2938 \\
& 4.3183X_1 + 7.9933X_2 + 2.7842X_3 + 4.7383X_4 + 8.8000X_5 + 2.4317X_6 + 4.4592X_7 + 4.4233X_8 - 6.2518\lambda \geq -1.9621 \\
& X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 + X_8 = 1 \\
& 0 \leq \lambda \leq 1 \\
& X_j \geq 0; \; j = 1, \ldots, 8
\end{aligned} \tag{4.5}$$

biçiminde oluşturuldu. Burada $\lambda = enk(\mu_E(E(r_p)), \mu_V(V(r_p)))$

Oluşturulan Problem (4.5) LİNGO programı ile çözüldü. Elde edilen sonuçlar Çizelge 4.4'te verilmiştir.

Çizelge 4.4 Problem (4.5) sonucunda elde edilen menkul kıymetlerin porföydeki ağırlıkları

λ	0.9569926
X_1 (Adana)	0.0000000
X_2 (Afyon)	0.3054993
X_3 (Batı)	0.0000000
X_4 (Batısöke)	0.1913724
X_5 (Konya)	0.5031283
X_6 (Ünye)	0.0000000
X_7 (Mardin)	0.0000000
X_8 (Oysa)	0.0000000

Elde edilen bu ağırlıklara göre beklenen portföy getirisi $E(r_p)$,

$$E(r_p) = r^t X$$

$$4.3183X_1 + 7.9933X_2 + 2.7842X_3 + 4.7383X_4$$
$$+ 8.8000X_5 + 2.4317X_6 + 4.4592X_7 + 4.4233X_8$$

$$= 4.3183(0.000000) + 7.9933(0.3054993) + 2.7842(0.000000) + 4.7383(0.1913724)$$

$$+ 8.8000(0.5031283) + 2.4317(0.000000) + 4.4592(0.000000) + 4.4233(0.000000)$$

$$= 7.7762$$

biçiminde bulunur. Portföy varyansı $V(r_p)$

$$V(r_p) = X^t \sum X$$

$$= 302.3572X_2X_2 + 62.1441X_4X_2 + 112.7076X_5X_2$$

$$+62.1441X_2X_4 + 116.9041X_4X_4 + 37.4323X_5X_4$$

$$112.7076X_2X_5 + 37.4323X_4X_5 + 286.9044X_5X_5$$

$$= 146.3633$$

biçimindedir. Portföy riski σ_p ise,

$$\sigma_p = \sqrt{V(r_P)}$$
$$= 12.0980$$

biçiminde bulunur.

5. SONUÇ ve TARTIŞMA

Gelişmekte olan ülkelerin ekonomik kalkınmalarını sağlamada en önemli unsurlardan birisi, kuşkusuz sermaye faktörüdür. Sermaye unsuru ise, o ülkenin iktisadi faaliyetleri sonucunda oluşan birikimler veya tasarruflardır.Tasarrufların etkin, verimli ve karlı yatırım alanlarına yönlendirilmesi, ekonomik kalkınmanın hızlanmasını sağlayabilir. Tasarruf sahiplerinin birikimlerini sermaye piyasalarında değerlemeye başlamaları ile birlikte, portföy ve portföy yönetimi ile ilgili konular tartışılmaya başlamıştır.

Portföy yönetiminin esas konusu varlıklar olduğu için, insanlığın zenginliği arttıkça portföy yönetiminin önemi de artmaktadır. Yüzyıllar boyu kültür ve teknolojideki değişikliklere paralel olarak portföy yönetimi de değişmiştir. Özellikle son yıllarda bilgisayar ve iletişim teknolojisindeki gelişmeler, piyasaların globalleşmesi, yeni finansal araçların işlem gördüğü piyasaların oluşturulması ve yeni teorilerin ortaya konulması portföy yönetimine de yeni bir çehre kazandırmaktadır.

Bu çalışmanın Birinci Bölümünde, Portföy Analizine bir giriş yapılarak, daha önce yapılan çalışmalara yer verilmiştir.

İkinci Bölümde, portföy yönetimi ile ilgili temel tanımlar verilip, beklenen getiri ve risk kavramları üzerinde durulup, sonrasında çeşitli portföy seçim modelleri incelenmiştir.

Üçüncü Bölümde, bulanık küme yaklaşımı ve temel kavramları hakkında bilgi verilmiştir. Karar vericinin istek derecesine dayalı bulanık portföy analizi tanımlanarak , doğrusal ve doğrusal olmayan üyelik fonksiyonlarının kullanıldığı portföy seçim modelleri açıklanmıştır. Aralık programlamaya dayalı bulanık portföy analizi sunulmuştur.

Dördüncü Bölümde ise, İstanbul Menkul Kıymetler Borsası'ndan elde edilen verilerle Üçüncü Bölümde önerilen model (3.4)'ün kullanılabilirliğini göstermek amacı ile bir uygulama yapılmıştır. Burada, beklenen portföy getirisi ve varyansı için güven aralıkları oluşturulmuş, bu aralıklar kullanılarak menkul kıymet değerleri bulanıklaştırılmıştır. Bu değerlere göre bulanık portföy seçim modeli çözüldüğünde, Çizelge 4.4 deki sonuçlar elde edilmiştir.

Çizelge 4.4 incelendiğinde yatırımcının parasının %30.54993'lık bölümünü Afyon Çimentoya, %19.13724'lık bölümünü Batısöke Çimentoya ve %50.31283'lık bölümünü Konya Çimentoya yatırması gerektiği görüldü. Amaç fonksiyonu değerinin 0.9569926 olarak çıkması ise, modelin λ üyelik derecesini en büyüklemede başarılı olduğunu göstermektedir.

Bundan sonra yapılacak çalışmalarda, menkul kıymet getirilerinin farklılaştırılması ile oluşturulan senaryolara göre duyarlılık analizi yapılabilir.

KAYNAKLAR

Baykal, N., Beyan, T., 2004. Bulanık Mantık İlke ve Temelleri. Bıçaklar Kitabevi, 473, Ankara.

Bitran,G.R., 1980. Linear multiple objective problems with interval coefficients. Manage Science , (26) , 694-706.

Bolak , M. 1994 . Sermaya Piyasası Menkul Kıymetler ve Portföy Analizi . Beta Yayınları , İstanbul.

Ceylan , A. ve Korkmaz, T. 1995. Borsada Uygulamalı Portföy Yönetimi , Ekin Kitabevi , Bursa.

Cohen , J.B. , Zinbarg , E.D. ve Zeikel , A. 1982 . Investment Analysis and Portfolio Management.. New York.

Ertuna, İ. 2000. Durağan Portföy Analizi ve İMKB Verilerine Uygulanması. Emir Ofset Mat. Ltd. Şti, Ankara.

Fang, Y., Lai, K.K., Wang, S-Y, 2005. Portfolio rebalancing model with transaction costs based on fuzzy decision theory. European Journal of Operational Research.

Farrell , R.J. 1983 . Portfolio Management . Megraw-Hill Book Company , New York.

Inuiguchi, M., Ichihashi, H., Tanaka, H., 1990. Fuzzy programming: a survey of recent developmenys, ,in: Slowinski, R., Teghem, J. (Eds.), Stochastic versus fuzzy approaches to multiobjective programming under uncertainty. Kluwer Academic Publishers, 45-68, Dordrecht.

Inuiguchi, M., Ramik, J., 2000. Possibilistic Linear programming: a brief review of fuzzy mathematical programming and a comparison with stochastic programming in portfolio selection problem. Fuzzy Sets and Systems (111) 3-28.

Jou Lai , Y. , Lai Hwang , C. 1992. Fuzzy Mathematical Programming . Springer-Verlang , 301 , Germany.

Karan , M.B. 2001 . Yatırım Analizi ve Portföy Yönetimi . Gazi Kitabevi , , Ankara.

Karaşin , G. 1986 . Sermaye Piyasası Analizleri. SPK Yayınları , Ankara.

Lai, K.K., Wang, S.Y., Zeng, J.H., Zhu, S.S., 2001. Portfolio selection models with transaction costs:Crisp case and interval number case . Hong-Kong.

Leon, T., Liern,V., Vercher, E., 2002. Viability of infeasible portfolio selectio problem: A fuzzy approach. European Journal of Operational Research (139) 178-189.
Lintner, J., 1965. The valuation of risk assets and the selection of risky investments in stock portfolios and capital budgets. Review of Economic and Statistic 47, 13-37.

Markowitz, H.M., 1952. Portfolio Selection. The Journal of Finance. Newyork, 77-91.

Markowitz, H.M., 1956. The optimization of a quadratic function subject to linear constraints. Naval Res.Logist.Quarterly (3),111-133

Markowitz, H.M., 1959. Portfolio Selection: Efficient Diversification of İnvestment, Wiley. Newyork.

Mittra,S., Gassen, C., 1981. Investment Analysis and Portfolio Management .Harcourt Price, Newyork.

Östermak, R., 1996 . A fuzzy control model (FCM) for dynamic portfolio management. Fuzzy Sets and Systems 78, 23-254.

Özçam , M. 1997 . Varlık Fiyatlama Modelleri Aracılığıyla Dinamik Portföy Yönetimi . Tisamat Basım Sanayi , 221 , Ankara.

Özkan , M. M. 2003. Bulanık Hedef Programlama . Ekin Kitabevi , 288 , Ankara.

Parra , A.M. , Terol B.A. ve Uria , R.V.M., 2001 . A fuzzy goal programming approach to portfolio selection. European Journal of Operational Research.

Pogue, G.A., 1970. An extension of the Markowitz portfolio selection model to include variable transactions' costs, short sales, leverage policies and taxes. Journal of Finance XXV (5).

Ramaswamy, S., 1998. Portfolio selection using fuzzy decision theory. Working Paper of Bank for International Settlements.

Sharpe , W. 1985 . Investments . Prentice Hall , New Jersey .

Sharpe, W.F., 1963. A simlified model for portfolio analysis. Management Science,277-293.

Sharpe, W.F., 1964. Capital asset prices: A theory of market equilibrium under conditions of R. The Journal of Finance XIX (3) , 425-442.

Sharpe, W.F., 1970. Portfolio Theory and Capital Markets. McGraw-Hill, Newyork.

Tanaka,H., Guo, P., 1999. Possibilistic Data Analysis for Operations Researches.Physica –Verlag Heidelberg,181, NewYork.

Tanaka , H., Guo , P., and Türkşen , I.B. 2000 . Portfolio Selection Based on Fuzzy Probabilities and Possibility Distributions. Fuzzy Sets and Systems , 111; 387-397.

Ulucan, A. 2004. Portföy Optimizasyonu . Siyasal Kitabevi , 158, Ankara.

Üstünel, E. İ. 2000 . Durağan Portföy Analizi ve İMKB Verilerine Uygulanması . Emir Ofset Mat. Ltd. Şti , 129 , Ankara.

Wang, S., Zhu , S. 2002 . Fuzzy Optimization and Decision Making . Kluwer Academic Publishers , 377 , Netherlands.

Watada, J. 1997 . Tatra Mountains Mathematical Publications . British Library ,248, Japan.

Watada, J., 2001. Fuzzy portfolio model for decision making in investment. Dynamical Aspects in Fuzzy Decision Making, 141-162, Physica-Verlag,Heidelberg.

Wolfe,P., 1959. The simplex method for quadratic programming. Econometrica (27) 382-398.

EKLER

EK1. Herbir menkul kıymetin 12 aylık getirileri

Adana Çimento	Afyon Çimento	Batı Çimento	Batısöke Çimento	Bolu Çimento	Konya Çimento	Ünye Çimento	Mardin Çimento	Nuh Çimento	Oysa Çimento
-12.39	-4.31	-5.88	-1.45	-1.02	-8.09	-9.68	-7.14	8.52	0.57
3.66	13.00	9.38	3.68	0.52	0.63	7.14	5.98	5.76	0.00
9.09	10.18	9.52	25.53	3.59	10.63	25.83	7.26	2.97	-0.57
-5.25	10.44	-3.48	16.38	-5.94	1.13	-7.95	-6.27	1.92	-3.43
-17.77	-25.09	-12.07	0.21	-9.47	-7.82	-1.44	-15.57	-3.21	-7.10
1.23	-0.49	-5.32	-18.45	-4.65	-9.49	-8.76	-0.97	4.08	3.18
14.63	2.44	9.42	1.19	4.27	4.90	2.40	4.90	6.86	-3.09
7.98	1.43	3.35	9.41	8.19	4.00	3.91	25.23	7.34	0.64
5.42	33.8	4.63	12.90	3.24	14.10	3.01	8.96	5.98	3.16
23.36	40.35	15.93	3.81	14.66	14.61	8.76	9.59	7.26	10.43
12.88	-2.50	10.69	0.92	0.91	37.25	2.01	22.5	23.31	38.89
8.98	16.67	-2.76	2.73	8.99	43.75	3.95	-0.96	2.44	10.40

EK 2. Sekiz menkul kıymete ait getiriler

Adana Çimento	Afyon Çimento	Batı Çimento	Batısöke Çimento	Konya Çimento	Ünye Çimento	Mardin Çimento	Oysa Çimento
-12.39	-4.31	-5.88	-1.45	-8.09	-9.68	-7.14	0.57
3.66	13.00	9.38	3.68	0.63	7.14	5.98	0.00
9.09	10.18	9.52	25.53	10.63	25.83	7.26	-0.57
-5.25	10.44	-3.48	16.38	1.13	-7.95	-6.27	-3.43
-17.77	-25.09	-12.07	0.21	-7.82	-1.44	-15.57	-7.10
1.23	-0.49	-5.32	-18.45	-9.49	-8.76	-0.97	3.18
14.63	2.44	9.42	1.19	4.90	2.40	4.90	-3.09
7.98	1.43	3.35	9.41	4.00	3.91	25.23	0.64
5.42	33.8	4.63	12.90	14.10	3.01	8.96	3.16
23.36	40.35	15.93	3.81	14.61	8.76	9.59	10.43
12.88	-2.50	10.69	0.92	37.25	2.01	22.5	38.89
8.98	16.67	-2.76	2.73	43.75	3.95	-0.96	10.40

ÖZGEÇMİŞ

Adı Soyadı : Gültaç EROĞLU

Doğum Yeri : Ankara

Doğum Tarihi: 05.06.1980

Medeni Hali: Bekar

Yabancı Dili: İngilizce

Eğitim Durumu (Kurum ve Yıl)

Lise : Çankaya 50.Yıl Süper Lisesi 1998

Lisans : Ankara Üniversitesi Fen Fakültesi İstatistik Bölümü-2003

Yüksek Lisans : Ankara Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü İstatistik Anabilim Dalı- Temmuz 2006

Çalıştığı Kurum ve Yıl

Ankara Üniversitesi Fen Fakültesi-2005

Yayınları

Eroğlu, G., Apaydın, A., 2004. Portföy Analizinde Bulanık Programlama , 4. İstatistik Kongresi 8-12 Mayıs, Belek/ANTALYA