

ANKARA ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

DOKTORA TEZİ

$e p$ ÇARPIŞMASINDA ÜST KUARKIN SPİN POLARİZASYONU

Banu ŞAHİN

FİZİK ANABİLİM DALI

ANKARA

2006

Her hakkı saklıdır

Prof. Dr. Satılmış ATAĞ danışmanlığında, Banu ŞAHİN tarafından hazırlanan bu çalışma 16/05/2006 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından oybirliği ile Fizik Anabilim Dalı'nda Doktora tezi olarak kabul edilmiştir.

Başkan : Prof. Dr. Zekeriya AYDIN , Ankara Üniversitesi

Üye : Prof. Dr. Takhmasib ALİEV , ODTÜ

Üye : Prof. Dr. Satılmış ATAĞ , Ankara Üniversitesi

Üye : Doç. Dr. Meltem SERİN ZEYREK , ODTÜ

Üye : Doç. Dr. Orhan ÇAKIR , Ankara Üniversitesi

Yukarıdaki sonucu onaylarım

Prof. Dr. Ülkü MEHMETOĞLU

Enstitü Müdürü

ÖZET

Doktora Tezi

e^+p ÇARPIŞMASINDA ÜST KUARKIN SPİN POLARİZASYONU

Banu ŞAHİN

Ankara Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Fizik Anabilim Dalı

Danışman: Prof. Dr. Satılmış ATAĞ

Bu çalışmada, pozitron-proton çarpışmasında W-gluon füzyonu süreci ile tek olarak üretilen üst kuarkın spin polarizasyonu çeşitli spin bazları için incelenmiştir. Üst kuark için tanımlanabilecek spin doğrultusu büyük kütlesi sebebiyle sadece helisite doğrultusu değildir. Bu nedenle spin kuantizasyon eksenini olarak, helisite yanında, gelen pozitron demeti ve proton demeti doğrultuları da dikkate alınmıştır. Bu spin doğrultuları için polarizasyon dereceleri hesaplanmıştır. Üst kuarkın spin doğrultusu $e^+b \rightarrow t\bar{\nu}$ süreci için pozitron demeti boyunca seçildiğinde üretilen üst kuarkların %100 polarize olduğu gösterilmiştir. Üst kuarkın W-gluon füzyonu süreci ile tek olarak üretildiği süreçler üst kuarkın anormal Wtb bağlaşımlarını da incelemek için oldukça uygundur. Polarize olmuş üst kuark için anormal Wtb bağlaşımlarının duyarlılık limitleri ile polarize olmamış üst kuark için duyarlılık limitleri karşılaştırılmıştır. Polarize olmayan durumla karşılaştırıldığında yeni fiziğe daha duyarlı olan bir üst kuark spin polarizasyon eksenini tanımlamanın mümkün olduğu gösterilmiştir.

2006, 138 sayfa

Anahtar Kelimeler: Standart model, Üst kuark, Pozitron-Proton çarpışması, W-gluon füzyonu, Spin polarizasyonu, Wtb bağlaşımları

ABSTRACT

Ph.D. Thesis

TOP QUARK SPIN POLARIZATION IN e^+p COLLISION

Banu ŞAHİN

Ankara University
Graduate School of Natural and Applied Sciences
Department of Physics

Supervisor: Prof. Dr. Satılmış ATAĞ

In this work, spin polarization of single top quarks produced in positron-proton collision via W-gluon fusion process has been investigated. Due to its large mass, helicity is not the only direction for its spin basis. As the spin quantization axes, the incoming positron beam and the proton beam directions have been considered in addition to the helicity basis. Polarization degrees have been calculated for these spin directions. When top quark spin direction is chosen along the positron beam for $e^+b \rightarrow t\bar{\nu}$ process, it has been shown that top quarks are %100 polarized. Moreover, single top production processes via W-gluon fusion are highly suitable for investigating anomalous Wtb couplings. Sensitivity limits of the anomalous Wtb couplings for polarized top quarks have been compared with unpolarized top quark case. It is possible to define a polarization axis for top quarks that is more sensitive to new physics than unpolarized case.

2006, 138 pages

Key Words: Standard model, Top quark, Positron-proton collision, W-gluon fusion, Spin polarization, Wtb couplings

TEŐEKKÖR

Bu tez alıőmasının gerekleőtirilmesi sırasında ve araőtırmalarımın her aşamasında bilgi, öneri, yardımları ile alıőmalarımı yönlendiren danışman hocam, sayın Prof. Dr. Satılmış ATAĞ'a bu destek ve yardımlarından dolayı teőekkürlerimi sunarım.

Banu ŞAHİN

Ankara, Mayıs 2006

İÇİNDEKİLER

ÖZET.....	i
ABSTRACT.....	ii
TEŞEKKÜR.....	iii
SİMGELER DİZİNİ.....	vi
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	viii
ÇİZELGELER DİZİNİ.....	x
1. GİRİŞ.....	1
2. KURAMSAL TEMELLER.....	3
2.1 Temel Parçacıklar ve Temel Kuvvetler.....	3
2.2 Relativistik Kuantum Mekanik Denklemleri.....	7
2.2.1 Klein-Gordon denklemi.....	8
2.2.2 Dirac denklemi.....	12
2.2.3 Maxwell ve Proca denklemleri.....	20
2.3 Standart Model.....	23
2.3.1 Elektrozayıf etkileşimler.....	25
2.3.2 Güçlü etkileşimler.....	43
2.4 Standart Modelin Öngörülleri ve Cevaplandıramadığı Sorular.....	46
2.5 Fermi Teorisi ve Etkin Teori Olarak Standart Model.....	52
3. ÜST KUARK FİZİĞİ.....	70
3.1 Üst Kuarkın Temel Özellikleri.....	70
3.2 Üst Kuarkların Tek ve Çift Üretimi.....	72
3.3 e^+p Çarpışmasında W-Gluon Füzyonu Süreci ile Üst Kuarkın Tek Üretimi.....	79
3.4 $e^+b \rightarrow t\bar{\nu} \rightarrow b\ell^+\nu_\ell\bar{\nu}$ Süreci İçin Tesir Kesidi.....	82
3.5 Üst Kuarkın $e^+p \rightarrow t\bar{\nu} + X$ Süreci ile Tek Üretimi ve Spin Polarizasyonunun İncelenmesi.....	85
3.6 Diğer Çalışmalarla Karşılaştırma.....	92
4. POZİTRON - PROTON ÇARPIŞMASINDA ANORMAL Wtb BAĞLAŞIMLARININ İNCELENMESİ.....	94
4.1 Anormal Bağlaşım İçeren Spin Bağımlı Tesir Kesidi.....	97
4.2 Anormal Bağlaşımın Duyarlılık Limitleri.....	102

4.3 Anormal Bağlaşımların Üst Kuarkın Bozunumuna Etkisi	106
5. SONUÇ VE TARTIŞMA	108
KAYNAKLAR	110
EKLER	112
EK 1 Spin İzdüşüm İşlemcileri	113
EK 2 W-Gluon Füzyonu Sürecinde Logaritmik Katkı Veren Terimlerin İncelenmesi	116
EK 3 W-Gluon Füzyonu Sürecine Katkı Veren Düzeltmelerin Eklenmesi	123
EK 4 Gribov-Lipatov-Altarelli-Parisi (GLAP) Denklemleri	126
EK 5 P_{qG} Ayrışım Fonksiyonunun Türetilmesi	134
ÖZGEÇMİŞ	138

SİMGELER DİZİNİ

e^-	Elektron
e^+	Pozitron
μ^-	Müon
τ^-	Tau
ν_e	Elektron Nötrinosu
ν_μ	Müon Nötrinosu
ν_τ	Tau Nötrinosu
u	Yukarı Kuark
d	Aşağı Kuark
s	Garip Kuark
c	Tılsımlı Kuark
b	Taban Kuark
t	Üst Kuark
γ	Foton
W	W Bozonu
Z	Z Bozonu
A_μ	Foton Alanı
W_μ^\pm	W^\pm Alanı
Z_μ	Z Alanı
H	Higgs Alanı
g	$SU_L(2)$ Etkileşme Sabiti
g'	$U_Y(1)$ Etkileşme Sabiti
Y	Zayıf Hiperyük
I^w	Zayıf İzospin
θ_w	Weinberg Açısı
α	İnce Yapı Sabiti
m_e	Elektronun kütlesi
m_H	Higgs Bozonun Kütlesi

m_W	W Bozonun Kütlesi
m_Z	Z Bozonun Kütlesi

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 2.1 Potansiyelin skaler alanlara göre grafiği.....	31
Şekil 2.2 W ve Z bozonlarının Higgs bozonu ile olan üçlü ve dördlü etkileşmeleri.....	35
Şekil 2.3 Higgs bozonunun kendi kendisi ile olan üçlü ve dördlü etkileşmeleri.....	36
Şekil 2.4 Ayar bozonlarının birbirleri ile olan üçlü ve dördlü bağlaşımları.....	37
Şekil 2.5 Yukawa lagranjiyenindeki d ve s kuarkların karışma terimlerinin Feynman diyagramları.....	40
Şekil 2.6 L_{QCD} lagranjiyeninde bulunan güçlü etkileşme köşeleri.....	46
Şekil 2.7 W ve Z bozonlarının kütlelerine katkıda bulunan t kuark ilmekleri.....	48
Şekil 2.8 Elektromagnetik elektron-proton saçılması.....	53
Şekil 2.9 β bozunması için ($p \rightarrow n e^+ \nu_e$) zayıf akımları gösteren diyagram.....	53
Şekil 2.10 Yüksüz akım $\nu q \rightarrow \nu q$ saçılması.....	54
Şekil 2.11 $\nu_e + e^- \rightarrow \nu_e + e^-$ saçılmasına ait diyagram.....	55
Şekil 2.12 İkinci mertebeden elektron-nötrino saçılması.....	58
Şekil 3.1 Üst kuarkın araştırılmakta olan bazı özellikleri.....	71
Şekil 3.2 Hadron çarpıştırıcılarında üst kuarkın güçlü etkileşmeler aracılığıyla üretimi.....	72
Şekil 3.3 Kuark anti-kuark yok olması ile üst kuark üretimi.....	75
Şekil 3.4 Hadron çarpıştırıcılarında üst kuarkın tek üretimi için Feynman diyagramları.....	76
Şekil 3.5 Üst kuarkın durgun çerçevesinde spini ve bozunma ürünleri.....	77
Şekil 3.6 W -gluon füzyonu süreci ile üst kuarkın tek üretimi	80
Şekil 3.7 Eşçizgisel gluon ışınması	81
Şekil 3.8 b kuark dağılım fonksiyonunu kullanarak W -gluon füzyonu süreci ile üst kuarkın tek üretimi	82
Şekil 3.9 $e^+ b \rightarrow t \bar{\nu} \rightarrow b \ell^+ \nu_\ell \bar{\nu}$ süreci için Feynman diyagramı	83
Şekil 3.10 $e^+ b \rightarrow t \bar{\nu}_e$ süreci için kütle merkezi sistemi (ZMF).....	87
Şekil 3.11 ZMF' de antinötrino bazı.....	89
Şekil 3.12 Üst kuarkın durgun çerçevesi.....	89
Şekil 3.13 $\sqrt{s} = 1,6\text{TeV}$ için üst kuarkın enine momentum dağılımı	91

Şekil 3.14 $\sqrt{s} = 5,3\text{TeV}$ için üst kuarkın enine momentum dağılımı	92
Şekil 4.1 Polarize ve polarize olmamış tesir kesitlerinin anormal Wtb bağlaşımı F _{2L} 'ye göre değişimi. Üst kuarkın spini proton demeti boyunca seçilmiştir...	99
Şekil 4.2 Polarize ve polarize olmamış tesir kesitlerinin anormal Wtb bağlaşımı F _{2R} 'ye göre değişimi. Üst kuarkın spini proton demeti boyunca seçilmiştir..	100
Şekil 4.3 Üst kuarka ait spin proton demeti doğrultusunda seçildiği durumda üst kuarkın açısai dağılımı.....	101
Şekil 4.4 Üst kuarka ait spin proton demeti ile ters doğrultuda seçildiği durumda üst kuarkın açısai dağılımı	101
Şekil 4.5 Üst kuarkın polarize olmadığı durumdaki açısai dağılımı.....	102
Şekil 4.6 Üst kuarkın bozunması ile ortaya çıkan yüklü leptonun açısai dağılımı.....	107
Şekil Ek 2.1 Protonun leptonlardan elastik olmayan saçılması durumunda gelen kuarktan eşçizgisel gluon yayınlanması.....	116
Şekil Ek 2.2 n tane gluon ışması için pertürbasyon serisine ait diyagram.....	118
Şekil Ek 2.3 Gelen gluonun eşçizgisel kuark çiftine ayrılması ve propagatörden n tane gluon ışması durumu için pertürbasyon serisine ait diyagram	122
Şekil Ek 3.1 W-gluon füzyonu sürecinde düzeltme terimlerinin eklenmesi.....	123
Şekil Ek 4.1 Derin elastik olmayan saçılma için düzeltme diyagramları.....	126
Şekil Ek 4.2 Breit sistemi.....	127
Şekil Ek 4.3 (a)P _{Gq} , (b)P _{qq} , (c)P _{qG} ayrışım fonksiyonlarına ait diyagramlar.....	133

ÇİZELGELER DİZİNİ

Çizelge 2.1 Temel leptonlar.....	6
Çizelge 2.2 Kuarklar.....	6
Çizelge 2.3 Temel kuvvetler ve taşıyıcı bozonlar.....	7
Çizelge 2.4 Kuark ve lepton aileleri.....	26
Çizelge 2.5 Temel fermiyon ve skaler bozon alanlarının zayıf izospin, zayıf hiperyük ve elektrik yükleri.....	27
Çizelge 3.1 Üst kuarkın leptonik ve hadronik bozunması için korelasyon katsayıları.....	79
Çizelge 3.2 $\sqrt{s} = 1,6\text{TeV}$ ve $\sqrt{s} = 5,3\text{TeV}$ enerjileri için baskın olan spin oranları ve asimetriler.....	90
Çizelge 3.3 LHC' de baskın olan spin oranları.....	93
Çizelge 4.1 $\sqrt{s} = 1,6\text{ TeV}$ için F_{2L} ve F_{2R} anormal bağlaşım parametrelerinin, spin pozitron demeti boyunca seçildiğinde, %95 güvenilirlik düzeyindeki duyarlılıkları.....	105
Çizelge 4.2 $\sqrt{s} = 1,6\text{ TeV}$ için F_{2L} ve F_{2R} anormal bağlaşım parametrelerinin, spin proton demeti boyunca seçildiğinde, %95 güvenilirlik düzeyindeki duyarlılıkları.....	105
Çizelge 4.3 $\sqrt{s} = 1,6\text{ TeV}$ için F_{2L} ve F_{2R} anormal bağlaşım parametrelerinin, spin helisite doğrultusunda seçildiğinde, %95 güvenilirlik düzeyindeki duyarlılıkları.....	106
Çizelge 4.4 $\sqrt{s} = 1,6\text{ TeV}$ için F_{2L} ve F_{2R} anormal bağlaşım parametrelerinin anpolarize durumda %95 güvenilirlik düzeyindeki duyarlılıkları.....	106
Çizelge Ek 3.1 $\sqrt{s} = 1,6\text{TeV}$ TESLA+HERAp enerjisi için baskın olan spin oranları ve asimetriler.....	124
Çizelge Ek 3.2 $\sqrt{s} = 5,3\text{TeV}$ CLIC+LHC enerjisi için baskın olan spin oranları ve asimetriler.....	125

1. GİRİŞ

Standart model günümüzde parçacık fiziğinin temel teorisini oluşturmaktadır. Standart modelin öngörülerinin birçoğu deneylerle kanıtlanmış ve modelin doğruluğuna olan inancı arttırmıştır. Parçacık fiziği laboratuvarlarından elde edilen bilgileri açıklamadaki büyük başarısına rağmen standart modeli parçacık fiziğinin nihai teorisi olarak görmek doğru olmayacaktır. Çünkü teoride cevabı olmayan sorular bulunmaktadır. Bunlardan bazıları: modelin içerdiği bazı parametrelerin değerlerinin model tarafından öngörülememesi, fermiyonlara ve bozonlara kütle kazandıran kendiliğinden simetri kırılması mekanizmasının kökeni konusunda sessiz kalması, teorinin kütle çekim kuvvetini de içerecek şekilde genişletmenin güçlüğü sayılabilir. Ayrıca gelişen teknolojiler sayesinde parçacık çarpıştırıcılarının artan enerji skalalarına bağlı olarak standart modelin yerini yeni bir teoriye bırakması beklenebilir.

Hem standart modelin test edilmesi hem de standart model ötesindeki fiziğin araştırılması çerçevesinde modelin en büyük kütleli parçası olan üst kuark oldukça önemli bir yer teşkil etmektedir. Çünkü üst kuarkın üretildiği süreçlerde, kütlelerinin büyük olmasından dolayı yüksek enerjilere çıkılması gerekmektedir. Bu bağlamda standart modelin öngörülerinden farklı sonuçlar elde edileceği düşünülebilir ve standart model ötesindeki yeni fizik hakkında ipuçları verebilir. Tüm fermiyonlar içerisinde üst kuark Higgs bozonuyla oldukça büyük bir bağlaşımla etkileşmektedir. Çünkü Yukawa bağlaşımları bire çok yakındır. Bu nedenle üst kuarkın üretildiği süreçlerde, Higgs bozonu ile ilgili yeni bilgiler elde etmek mümkün olabilir. Ayrıca bu tür süreçler elektrozayıf simetri kırılması mekanizmasının açıklanmasına da imkan verebilir.

Üst kuark büyük kütleli (~ 175 GeV) sebebiyle çok kısa bir sürede ve zayıf etkileşme ile bozunmaktadır. Bozunma süresi ise QCD'nin karakteristik hadronizasyon süresinden oldukça kısadır. Bu nedenle kuvvetli etkileşmeler onun spin bilgisini bozmadan, üst kuark bir W bozon ve b kuarka bozunur. Böylece t kuark QCD etkileri olmaksızın bir parçacığın spininin araştırılmasına imkan sağlamaktadır. Bu yolla, spini ve bozunma ürünleri arasındaki ilişkiyi belirlemek mümkündür.

Üst kuarkı çeşitli çarpıştırıcılarda tek veya çift olarak üretmek mümkündür. Çift olarak üretildiği süreçlerde baskın olarak güçlü etkileşmeler aracılığıyla, tek üretim süreçlerinde ise elektrozayıf etkileşmeler sonucunda üretilmektedir. Üst kuarkın tek üretimi süreçlerinin önemli bir özelliği CKM matrisinin V_{tb} elemanının bu süreçlerden doğrudan ölçülebilir olmasıdır. Tek üretim süreçleri aynı zamanda üst kuarkın anormal Wtb bağlaşımlarını araştırmak için de kullanılabilir. Bu süreçler W bozon, t kuark, b kuarktan oluşan bir köşeyi içermektedirler ve bu köşeye standart model ötesinden gelebilecek katkıları etkin lagranjiyen yöntemiyle incelemek mümkündür.

Üst kuarkın tek üretimi süreçleri elektrozayıf süreçler olduğundan ve t kuarklar W bozon ile etkileştiklerinden (etkileşme köşesinin $V-A$ yapısından dolayı) üst kuarklar polarize olarak üretilebilirler. Bu nedenle, tek üretim süreçlerinde t kuarkların spin özelliklerinin incelenmesi de özel bir çalışma alanıdır.

Bu tez çalışmasında, pozitron-proton çarpışmasında Wg füzyonu kanalı olarak adlandırılan kanalda, tek olarak üretilen üst kuarkın polarizasyon özellikleri incelenmiştir. Üst kuark için tanımlanabilecek spin doğrultusu, büyük kütesinden dolayı, sadece sıklıkla kullanılan helisite doğrultusu değildir. Spinini çeşitli spin bazları için incelemek mümkündür. Bu bağlamda tez çalışmasında, üst kuarkın spinini çeşitli doğrultulara izdüşürerek spin kutuplanması olgusunun araştırılmasına dair kuramsal öngörülerde bulunmaktadır. Bu incelemeler, gelecekte kurulması planlanan pozitron-proton çarpıştırıcıları olan TESLA+HERAp ($\sqrt{s} = 1,6\text{TeV}$) ve CLIC+LHC ($\sqrt{s} = 5,3\text{TeV}$) için yapılmaktadır. Üst kuarkın spin polarizasyonu farklı spin bazları için araştırılıp, bu spin bazları birbiriyle karşılaştırılmaktadır. Ayrıca standart model ötesindeki fiziğin araştırılması çerçevesinde, Wtb etkileşme köşesine getirilebilecek yeni fizik katkılarının duyarlılıklarını incelemek ve üst kuarkın polarizasyonunun yeni fizik katkılarının duyarlılıklarına etkisini araştırmak da bu tezin amaçları arasındadır.

2. KURAMSAL TEMELLER

2.1 Temel Parçacıklar ve Temel Kuvvetler

Maddenin temel parçacıklardan oluştuğu düşüncesi milattan önce altıncı yüzyıla kadar dayanmaktadır. O dönemlerde felsefi bir doktrin olarak “ atomizm ” teorisi , Yunanlı filozoflar olan Empedocles, Democritus, Leucippus gibi filozoflar tarafından benimsenmiştir ve maddenin en küçük yapıtaşlarının neler olduğu sorusuna cevaplar aranmıştır. Eski Yunan dönemini takip eden yüzyıllarda sadece felsefi olarak tartışılan madde ve atomik yapısı, rönesansın etkilerini fizik alanında da göstermesiyle bilimsel bir bakış ve anlayış kazandı. Bilimsel teoriler artık testlere tabi tutulmadan kabul görmüyordu. Fakat yine de maddenin temel elemanları konusunda kaydedilen gelişmeler 1950’ li yıllardan sonraki gelişmeler ile karşılaştırılamayacak kadar azdı. Çünkü maddenin temel yapıtaşı olan parçacıkları araştırmak, atomdan milyonlarca defa daha küçük parçacıkları incelemekle mümkündür. Çok küçük parçacıklar ancak çok büyük ve karmaşık parçacık fiziği deney düzenekleriyle incelenebilir. Bu deney düzenekleri ise yüksek teknoloji olanakları gerektirmektedir. 1950’ li yıllardan başlayarak hızla gelişen hızlandırıcı ve dedektör teknolojileri sayesinde yüksek enerjili çarpışmalar gerçekleştirilmiştir. Bu çarpışmaların gelişmiş dedektör sistemleriyle incelenmesi ile maddenin temeli olarak bildiğimiz parçacıklara ulaşmak mümkün olmuştur. Böylece bu ilerlemeler, temel parçacıklar ve onların etkileşmelerini inceleyen parçacık fiziğinin doğmasına neden oldu.

Teorik parçacık fiziği çalışmalarından ve parçacık hızlandırıcı laboratuvarlarından yaklaşık son elli yıl içerisinde alınan veriler günümüzde bir kuantumlu alanlar teorisi olan “ Standart Model” diye adlandırılan bir model ile şekillenmiştir. Maddenin temel yapıtaşı olan parçacıklar, özellikleri ve bunlar arasındaki ilişki ve etkileşimler bu modeli oluşturmaktadır. Bu temel parçacıkların incelenmesi ile evrendeki dört temel kuvvetin varlığı anlaşılmıştır. Temel kuvvetlerin taşıyıcıları olan aracı parçacıklarda temel parçacıklardandır.

Temel parçacıklar fermiyonlar ve bozonlar olmak üzere ikiye ayrılır. Bir sistemdeki

özdeş parçacıkların yer değiştirmesi altında dalga fonksiyonu simetrik olabilir ve bu durumda parçacıklar dışarlama ilkesine uymazlar. Böyle sistemler Bose-Einstein istatistiğine uyarlar. Eğer dalga fonksiyonu parçacık değişimi altında antisimetrik ise bu durumda parçacıklar Pauli dışarlama ilkesine uyarlar ve sistem Fermi-Dirac istatistiğini izler. Fermiyonlar için spin kuantum sayısı buçuklu sayılar ile verilirken, bozonlar için spin kuantum sayısı tamsayıdır.

Bilinen çok sayıdaki elementer parçacığın etkileşmeleri ve bozunmaları dikkate alındığında bunlar oldukça büyük bir kalabalık oluşturmaktadır. Her parçacığa belli kuantum sayıları verilerek ve bir süreçte bu sayılardan hangisinin korunup hangisinin değişebileceğini belirleyerek, bu duruma bir düzen getirilmektedir. Bir parçacığın yükünü ve spinini betimleyen kuantum sayıları her zaman korunmaktadır. Elementer parçacıkların davranışlarını anlamaya yararlı olan başka kuantum sayıları da mevcuttur.

Fermiyonlar, leptonlar ve kuarklar olmak üzere iki sınıfa ayrılırlar. Leptonlar, elektron, müon, tau ve bu parçacıkların nötrinolarından oluşmaktadır. Tüm leptonlar lepton sayısı adı verilen bir kuantum sayısına sahiptir. Atom çekirdeğini oluşturan proton ve nötron temel fermiyonlar değildir. Üç kuark bir araya gelerek bu parçacıkları oluştururlar. Böyle üç kuarktan oluşan parçacıklara baryon adı verilmektedir. Bir kuark ve bir antikuarktan oluşan parçacıklara ise mezon denir. Tüm baryonlara da birer baryon sayısı atanır. Baryon sayısı da lepton sayısı gibi her süreçte korunur.

Baryonların kuarklardan oluştuğu fikriyle ilgili ciddi bir problem, bir parçacıkta aynı cinsten iki veya üç kuarkın bulunmasının (örneğin, protonda iki u ve Ω^- hiperonunda üç s kuarkı) dışarlama ilkesine aykırı olmasıdır. Kuarklar $1/2$ spinleriyle fermiyon olduklarından bu ilkeye uymalıdır. Bu problemin altından kalkmak için kuark ve antikuarkların altı farklı şekilde ortaya çıkabilen ek bir özelliklerinin olduğu ileri sürüldü. Kuarklarda bu özelliğe “renk” ve üç mümkün renge de kırmızı, mavi ve yeşil denildi. Antikuarkların renkleri için ise bu renklerin anti olanları atandı. Renk hipotezine göre, bir baryondaki üç kuarkın hepsi farklı renklerde olduğundan dışarlama ilkesine uyulmaktadır.

Doğadaki temel parçacıklar arasındaki temel kuvvetler ise dört tanedir. Bunlar elektromagnetik kuvvet, zayıf kuvvet, güçlü kuvvet ve kütle çekim kuvvetidir. Elektromagnetik kuvvet ve kütle çekim kuvveti sonsuz erimlidir. Bu kuvvetlerin şiddetlerini şu şekilde karşılaştırmak mümkündür: Güçlü kuvvetin şiddeti 10, elektromagnetik kuvvetin 10^{-2} , zayıf kuvvetin 10^{-3} ve kütleçekimi kuvvetinin 10^{-42} mertebesindedir (Griffiths 1987). Bu kuvvetlerden kütleçekimi dışındaki kuvvetler kuantumlu alanlar teorisi ile açıklanabilmektedir. Fakat bu kuvveti de kuantumlu alanlar teorisi ile açıklamak için çalışmalar yapılmaktadır. Kuvvet taşıyıcı parçacığı olan graviton ise deneysel olarak henüz gözlenememiştir.

Zayıf etkileşmenin taşıyıcıları vektör bozonlar diye adlandırılmaktadır ve iki çeşittir. Zayıf etkileşmenin erimi çok kısa olduğundan bu parçacıkların kütleleri büyüktür. W bozonun spini 1 olup, yükü $\pm e$ dir. Z bozonunun ise spini 1' dir, elektrik yükü yoktur ve W' dan daha büyük kütlelidir. W parçacığının zayıf etkileşmenin doğal bir parçası olmasına ve yıllar önce önerilmesine rağmen, Z parçacığı fikri daha yakın bir zamanda, zayıf ve elektromagnetik etkileşmeleri birleştiren bir kuramda ortaya çıktı ve keşfi kuramın doğrulanmasına yardım etti. Zayıf ve elektromagnetik etkileşmeler arasındaki ilişki, 1960' larda Steven Weinberg ve ondan bağımsız olarak Abdus Salam tarafından geliştirildi. Kuram kurulurken çözülmesi gereken anahtar problem, zayıf kuvvetin taşıyıcılarının kütleli, elektromagnetik kuvvetin taşıyıcılarının, yani fotonların kütsüz olmalarıydı. Weinberg ve Abdus Salam, her iki kuvvetin de önce dört kütsüz bozon tarafından taşınan tek bir etkileşmenin değişik yüzleri olduğunu gösterdiler. Kendiliğinden simetri kırılması adı verilen bir süreçle bozonlardan üçü kütle kazanıp W ve Z parçacıkları haline geliyorken, dördüncü elektrozayıf bozon olan foton ise kütsüz kalmaktadır.

Kuarklar hem zayıf hem de güçlü etkileşebilen parçacıklardır. Kuarklar arasındaki güçlü etkileşmeyi meydana getiren kuvvet taşıyıcı parçacıklar gluonlardır. Sekiz tane olan gluonlar kütsüz olup herbirisi bir renk ve bir antirenk taşır. Bir kuarkın bir gluon yayımlaması veya soğurması durumunda kuarkın rengi değişmektedir.

Çizelge 2.1' de temel leptonlar, çizelge 2.2' de kuarklar ve çizelge 2.3' de temel

kuvvetler ve taşıyıcı bozonlar verilmektedir.

Çizelge 2.1 Temel leptonlar

Leptonlar	Elektrik Yükleri	Lepton Sayıları	Kütleleri
e^-	$- e $	$L_e = +1$	0,51 MeV
μ^-	$- e $	$L_\mu = +1$	105,66 MeV
τ^-	$- e $	$L_\tau = +1$	1777 MeV
ν_e	-	$L_e = +1$	-
ν_μ	-	$L_\mu = +1$	-
ν_τ	-	$L_\tau = +1$	-

Çizelge 2.2 Kuarklar

Kuarklar	Elektrik Yükleri	I_3	S	C	B	T	Kütleleri
u	$+\frac{2}{3} e $	$+\frac{1}{2}$	0	0	0	0	1,5 - 4 MeV
d	$-\frac{1}{3} e $	$-\frac{1}{2}$	0	0	0	0	4 - 8 MeV
c	$+\frac{2}{3} e $	$+\frac{1}{2}$	0	+1	0	0	1,15 - 1,35 GeV
s	$-\frac{1}{3} e $	$-\frac{1}{2}$	-1	0	0	0	80 - 130 MeV
t	$+\frac{2}{3} e $	$+\frac{1}{2}$	0	0	0	+1	$174,3 \pm 5,1$ GeV
b	$-\frac{1}{3} e $	$-\frac{1}{2}$	0	0	-1	0	4,1- 4,4 GeV

Çizelge 2.3 Temel kuvvetler ve taşıyıcı bozonlar

Kuvvet	Etkilenen Parçacıklar	Aracı Bozon	Elektrik Yükü	Kütle
Güçlü Kuvvet	Kuarklar	Gluon (g)	0	0
Elektromagnetik Kuvvet	Yüklü Parçacıklar	Foton (γ)	0	0
Zayıf Kuvvet	Kuarklar ve Leptonlar	W ve Z Bozonlar(W^\pm, Z)	$\pm e $ ve 0	$m_w = 80,425\text{GeV}$ $m_z = 91,187\text{GeV}$
Kütle Çekim Kuvveti	Tüm Kütleli Parçacıklar	Graviton	0	0

Temel parçacıkların davranışlarının açıklanması için 1930' larda kuantum mekaniği teorisi ortaya atılmıştır. Kuantum mekaniğinin temel denklemi ise Schrödinger denklemidir. Schrödinger denklemi mikro evrendeki relativistik olmayan sistemleri tasvir eden bir denklemdir. Fakat bu denklem relativistik parçacıklar için uygun değildir ve bu nedenle bu tür parçacıkların sağlayacağı relativistik kuantum mekaniği denklemleri geliştirilmiştir.

2.2 Relativistik Kuantum Mekaniği Denklemleri

Schrödinger denklemi relativistik parçacıkların hareketlerini tasvir etmek için yeterli değildir. Serbest parçacık için Schrödinger denklemi,

$$i\hbar \frac{\partial \Psi(\vec{x}, t)}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \Psi(\vec{x}, t) \quad (2.1)$$

biçimindedir. Ancak dikkat edilirse bu denklem relativistik kovaryant bir yapıda değildir. Görüldüğü gibi denklemin sol tarafı zamana göre birinci mertebeden türev içerirken, sağ tarafı konuma göre ikinci mertebeden türev içerir. Relativistik bir denklem zamana ve konuma göre aynı mertebeden türevler içermelidir. Bu bağlamda relativistik parçacıkların sağlayacağı özellikler dikkate alınarak bir dalga denklemi arayışı içerisine girilmiştir. Fakat tek bir denklemden söz etmek mümkün değildir.

Çünkü relativistik parçacıkların sağladığı denklemler, spin ile ilgili özellikleri de içermektedir.

2.2.1 Klein-Gordon denklemi

Relativistik kuantum mekaniği denklemlerini elde etmek için enerji-momentum bağıntısından yola çıkılabilir.

$$E^2 = \vec{p}^2 c^2 + m^2 c^4 \quad (2.2)$$

Klein-Gordon denklemi spini sıfır olan parçacıkların sağladığı relativistik bir denklemdir. Bu denklemi elde etmek için enerji-momentum bağıntısında, enerji ve momentum işlemcilerini yerine yazmak yeterlidir.

$$E \rightarrow i\hbar \frac{\partial}{\partial t}, \quad \vec{p} \rightarrow -i\hbar \vec{\nabla} \quad (2.3)$$

Ayrıca eğer $\hbar = c = 1$ olduğu birim sistemi seçilirse Klein-Gordon denklemi,

$$(\square + m^2)\phi = 0 \quad (2.4)$$

şeklinde yazılabilir. Buradaki D' Alembert işlemcisi $\square \equiv \partial_\mu \partial^\mu$ biçiminde tanımlanır.

Klein-Gordon denklemi Lorentz değişmezdir. Bu ise $\partial_\mu \partial^\mu$ operatörünün Lorentz dönüşümleri altında invariant yapıda olmasının bir sonucudur. Denklem ilk kez Schrödinger, Gordon ve Klein tarafından çalışılmıştır. Schrödinger denkleminde olduğu gibi, Klein-Gordon denklemi için de olasılık yoğunluğu ve olasılık akısını hesaplamak mümkündür. Bunun için,

$$\phi^* (\partial_\mu \partial^\mu + m^2)\phi = 0, \quad \phi (\partial_\mu \partial^\mu + m^2)\phi^* = 0 \quad (2.5)$$

olduğu kullanılarak süreklilik denklemi elde edilir.

$$\partial_{\mu} j^{\mu} = 0 \quad (2.6)$$

Buradaki dörtlü akım,

$$j^{\mu} = (\rho, \vec{j}) = i[\phi^* (\partial^{\mu} \phi) - (\partial^{\mu} \phi^*) \phi] \quad (2.7)$$

biçimindedir. j^{μ} ' nün sıfırncı bileşeni olasılık yoğunluğudur.

$$\rho = i \left[\phi^* \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} \right) - \left(\frac{\partial \phi^*}{\partial t} \right) \phi \right] \quad (2.8)$$

Üçlü bileşeni de olasılık akısını verir.

$$\vec{j} = -i[\phi^* (\vec{\nabla} \phi) - (\vec{\nabla} \phi^*) \phi] \quad (2.9)$$

Klein-Gordon dekleminin serbest parçacık çözümleri,

$$\phi = N e^{-ip \cdot x} = N e^{-i(Et - \vec{p} \cdot \vec{x})} \quad (2.10)$$

şeklindedir. Eğer bu çözümler (2.4) denkleminde yerine yazılırsa,

$$E = \pm \sqrt{\vec{p}^2 + m^2} \quad (2.11)$$

bulunur. Görüldüğü gibi $E > 0$ çözümlerinin yanında, $E < 0$ çözümleri de mevcuttur. Parçacığın enerji spektrumu $-\infty$ ' dan $+\infty$ ' a kadar uzanmaktadır. Bu durumda negatif enerjili çözümleri yorumlamak kolay değildir.

Klein-Gordon denkleminde karşılaşılan ikinci bir zorluk ise $E < 0$ çözümlerinin yol açtığı negatif olasılık yoğunluğudur. Serbest parçacık çözümleri (2.8) olasılık yoğunluğu ifadesinde ve (2.9) olasılık akısında yerine yazılırsa,

$$\rho = 2E|N|^2, \quad \vec{j} = 2\vec{p}|N|^2 \quad (2.12)$$

olduğu görülür ve $E < 0$ durumunda $\rho < 0$ olmaktadır. Klein-Gordon denklemi Schrödinger denklemi gibi pozitif tanımlı olasılık yoğunluğuna sahip değildir. Negatif olasılık yoğunluğu anlamlı olmadığı için bu durumda da bir sorun çıkmaktadır.

Bu problemlerin üstesinden gelmek amacıyla 1927 yılında Dirac kendi adını taşıyan relativistik bir dalga denklemi ileri sürdü ve başarılı oldu. 1934 yılına kadar tek kabul edilir relativistik denklem Dirac denklemi olarak görüldü. 1934’ de Pauli ve Weisskopf, Klein-Gordon denklemini yeniden gözden geçirerek negatif olasılık yoğunluğu problemini çözümlədiler. Pauli ve Weisskopf, j^μ akı yoğunluğunun önüne bir $-e$ çarpanı koydular ve j^μ ’ yü yük-akım yoğunluğu olarak açıkladılar.

$$j^\mu = -ie[\phi^*(\partial^\mu\phi) - \phi(\partial^\mu\phi^*)] \quad (2.13)$$

Bu durumda, $\rho = j^0$ artık yük yoğunluğunu tasvir etmektedir (olasılık yoğunluğunu değil) ve negatif değerlerde alabilir. Negatif enerjili çözümler ise 1941 yılında Stückelberg ve 1948 yılında Feynman tarafından yeniden yorumlandı. Onların yorumuna göre, negatif enerjili çözümler zamanda ters yönde ilerleyen parçacıkları veya özdeş olarak zamanda ileri yönde ilerleyen pozitif enerjili antiparçacıkları göstermektedir. Bu düşünce Feynman diyagramlarının temelini oluşturmaktadır ve günümüzde de kabul edilmektedir. E enerjili, \vec{p} momentumlu ve $-e$ yüklü bir parçacık için,

$$j^\mu(-e) = -2e|N|^2(E, \vec{p}) \quad (2.14)$$

biçimindedir. $+e$ yüklü parçacık için ise,

$$j^\mu(+e) = -2e|N|^2(-E, -\vec{p}) \quad (2.15)$$

olduğu görülür. Bu yorum ayrıca doğada antiparçacıkların da bulunduğu sonucunu

ortaya koymaktadır.

Kuantumlu alanlar teorisinde Klein-Gordon denklemi skaler mezonları tasvir etmektedir. Çünkü denklem spinle ilgili hiçbir bilgi içermemektedir. Hermitsel skaler Klein-Gordon alanı, spin 0 nötral bozonları, hermitsel olmayan pseudoskaler Klein-Gordon alanı yüklü spin 0 mezonları ifade etmektedir. Yüklü spin 0 parçacıklar için skaler alan,

$$\phi = \frac{1}{\sqrt{2}}(\phi_1 + i\phi_2), \quad \phi^* = \frac{1}{\sqrt{2}}(\phi_1 - i\phi_2) \quad (2.16)$$

biçiminde tanımlanır. Burada ϕ_1, ϕ_2 reeldir ve ayrı ayrı Klein-Gordon denklemini sağlarlar. Eğer yüklü skaler bozonların elektromagnetik alandaki hareketi incelenmek istenirse, Klein-Gordon denklemindeki türevler için şu değiştirme yapılır,

$$i\partial^\mu \rightarrow \partial^\mu - ieA^\mu \quad (2.17)$$

Burada $A^\mu = (A^0, \vec{A})$ dörtlü elektromagnetik potansiyeldir.

Klein-Gordon denklemini lagranjiyen formülasyonunu da kullanarak çıkarmak mümkündür. Klein-Gordon lagranjiyeni reel skaler alan için şu şekilde yazılabilir,

$$L = \frac{1}{2}(\partial_\mu\phi)(\partial^\mu\phi) - \frac{m^2}{2}\phi^2 \quad (2.18)$$

(2.18) lagranjiyeni aşağıdaki Euler-Lagrange denkleminde yerine yazılırsa,

$$\frac{\partial L}{\partial\phi} - \partial_\mu \left(\frac{\partial L}{\partial(\partial_\mu\phi)} \right) = 0 \quad (2.19)$$

(2.4) Klein-Gordon denklemi elde edilir. Yüklü skaler bozonlar için kompleks Klein-Gordon lagranjiyeni,

$$L = (\partial_\mu \phi)(\partial^\mu \phi^*) - m^2 \phi^* \phi \quad (2.20)$$

biçimindedir. (2.19) Euler-Lagrange denklemi yardımıyla ϕ ve ϕ^* alanları için Klein-Gordon denklemleri bulunabilir.

2.2.2 Dirac denklemi

Klein-Gordon denkleminde karşılaşılan negatif enerjili çözümler ve negatif olasılık yoğunluğu problemlerinin üstesinden gelmek amacıyla 1927 yılında Dirac, $\frac{\partial}{\partial t}$ ve $\vec{\nabla}$, ya göre lineer yapıda olan bir relativistik kuantum mekaniği denklemi önerdi. Çünkü o günlerde Klein-Gordon denkleminin sonuçları doğru bir şekilde açıklanamamıştı. Dirac negatif olasılık yoğunluğu problemini çözümlendi fakat $E < 0$ çözümlerinin varlığından kurtulamadı.

Dirac, Schrödinger denklemi formunda bir denklem önerdi. Denklem şu şekildeydi,

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = \left[\frac{\hbar c}{i} \left(\hat{\alpha}_1 \frac{\partial}{\partial x^1} + \hat{\alpha}_2 \frac{\partial}{\partial x^2} + \hat{\alpha}_3 \frac{\partial}{\partial x^3} \right) + \hat{\beta} m c^2 \right] \Psi \equiv \hat{H}_D \Psi \quad (2.21)$$

Buradaki $\hat{\alpha}_i$ ($i=1,2,3$) ve $\hat{\beta}$ katsayılarını belirlemek mümkündür. Bu katsayıları belirlemek için denklemin sağlaması gereken bazı koşullar vardır:

- i) Enerji-momentum bağıntısı sağlanmalıdır.
- ii) Olasılık yoğunluğu, $\rho > 0$ olmalıdır.
- iii) Lorentz dönüşümleri altında değişmez yapıda olmalıdır.

(2.21) denkleminde zamana göre bir kez daha türev alınırsa aşağıdaki bağıntı elde edilir,

$$-\frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} = -\sum_{i,j=1}^3 \frac{1}{2} (\hat{\alpha}_i \hat{\alpha}_j + \hat{\alpha}_j \hat{\alpha}_i) \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x_i \partial x_j} - im \sum_{i=1}^3 (\hat{\alpha}_i \hat{\beta} + \hat{\beta} \hat{\alpha}_i) \frac{\partial \Psi}{\partial x_i} + \hat{\beta}^2 m^2 \Psi \quad (2.22)$$

(2.22) ifadesi Klein-Gordon denklemi ile karşılaştırılırsa şu bağıntılar elde edilir,

$$\hat{\alpha}_i \hat{\alpha}_j + \hat{\alpha}_j \hat{\alpha}_i = 2\delta_{ij}, \quad \hat{\alpha}_i \hat{\beta} + \hat{\beta} \hat{\alpha}_i = 0, \quad \alpha_i^2 = \beta^2 = 1 \quad (2.23)$$

$\hat{\alpha}_i$ ve $\hat{\beta}$ katsayıları (2.23) ifadelerinden görüldüğü üzere sıra değiştirmemektedirler. Bu nedenle, bu katsayılar basit sayılar olamazlar, ancak matris olabilirler. Ayrıca hamiltoniyenin hermitselliğinden dolayı $\hat{\alpha}_i$ ve $\hat{\beta}$ da hermitseldir. Bu özellikleri sağlayan en düşük boyutlu matrisler 4×4 olan matrislerdir. $(\bar{\alpha}, \beta)$ matrislerinin seçimi tek değildir. Dirac-Pauli temsili,

$$\bar{\alpha} = \begin{pmatrix} 0 & \bar{\sigma} \\ \bar{\sigma} & 0 \end{pmatrix}, \quad \beta = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix} \quad (2.24)$$

(2.24) matrislerinde I , 2×2 'lik birim matristir ve $\bar{\sigma}$ ' lar Pauli matrisleridir,

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (2.25)$$

Diğer bir temsil ise Weyl temsilidir,

$$\bar{\alpha} = \begin{pmatrix} -\bar{\sigma} & 0 \\ 0 & \bar{\sigma} \end{pmatrix}, \quad \beta = \begin{pmatrix} 0 & I \\ I & 0 \end{pmatrix} \quad (2.26)$$

α_i ve β katsayıları 4×4 matrisler olduğundan Ψ ' de dört bileşenli kolon vektörüdür ve Dirac spinörü olarak isimlendirilir. (2.21) Dirac denklemi soldan $\hat{\beta}$ ile çarpılırsa,

$$i\hat{\beta} \frac{\partial \Psi}{\partial t} = -i\hat{\beta}(\hat{\alpha} \cdot \vec{\nabla})\Psi + m\Psi \quad (\hbar = c = 1) \quad (2.27)$$

olduğu görülür. Bu denklemi şu şekilde yazmak mümkündür,

$$(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\Psi = 0 \quad (2.28)$$

Buradaki γ^μ Dirac matrisidir, $\gamma^\mu \equiv (\beta, \beta\vec{\alpha})$.

(2.28) denklemi, kovaryant formdaki Dirac denklemi olarak isimlendirilir ve spin 1/2 parçacıkların hareket denklemdir. γ^μ matrisleri Pauli-Dirac temsilinde,

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} \mathbf{I} & 0 \\ 0 & -\mathbf{I} \end{pmatrix}, \quad \vec{\gamma} = \begin{pmatrix} 0 & \vec{\sigma} \\ -\vec{\sigma} & 0 \end{pmatrix} \quad (2.29)$$

olarak tanımlanır. Weyl temsilinde ise,

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} 0 & \mathbf{I} \\ \mathbf{I} & 0 \end{pmatrix}, \quad \vec{\gamma} = \begin{pmatrix} 0 & -\vec{\sigma} \\ \vec{\sigma} & 0 \end{pmatrix} \quad (2.30)$$

şeklinindedir. Standart temsil olarak adlandırılan Pauli-Dirac temsili ve Weyl temsili birbirlerine üniter bir dönüşüm ile bağlıdır. Bu üniter dönüşüm,

$$\gamma_{\text{ST}}^\mu = \mathbf{S} \gamma_{\text{WT}}^\mu \mathbf{S}^+, \quad \mathbf{S} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{I} \\ \mathbf{I} & -\mathbf{I} \end{pmatrix} \quad (2.31)$$

biçimindedir.

γ^μ matrisleri,

$$\gamma^\mu \gamma^\nu + \gamma^\nu \gamma^\mu = 2g^{\mu\nu}, \quad g^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (2.32)$$

antikomütasyon bağıntısını sağlamaktadırlar. Ayrıca,

$$\gamma^0 = \beta, \quad \gamma^{0+} = \gamma^0, \quad (\gamma^0)^2 = \mathbf{I}, \quad \gamma^{k+} = -\gamma^k, \quad (\gamma^k)^2 = -\mathbf{I}, \quad k=1,2,3 \quad (2.33)$$

olduğu gösterilebilir. Dirac denkleminde faydalanarak süreklilik denklemini türetmek mümkündür. Buradan Dirac denklemi için dörtlü olasılık akı yoğunluğu,

$$j^\mu = \bar{\Psi}\gamma^\mu\Psi \quad (2.34)$$

şeklindedir. (2.34)'deki $\bar{\Psi}$, $\bar{\Psi} = \Psi^\dagger\gamma^0$ olarak tanımlanır. Bu akı yoğunluğu, $\partial_\mu j^\mu = 0$, süreklilik denklemini sağlamaktadır ve sıfırcı bileşeni olasılık yoğunluğunu vermektedir. Olasılık yoğunluğu $\rho = \Psi^\dagger\Psi$ biçimindedir ve pozitif tanımlıdır. Bu ise Dirac'ın bu denklemi çalışmaya motive eden sebeplerin başında gelmektedir. Dirac denkleminin serbest çözümleri olan Ψ matrisleri,

$$\Psi = u(\vec{p})e^{-ip \cdot x} \quad (2.35)$$

şeklindedir. Buradaki $u(\vec{p})$, 4×1 sütun matrisidir. (2.35) Ψ matrisinin Dirac denkleminde yerine yazılmasıyla,

$$(\gamma_\mu p^\mu - m)u(\vec{p}) = 0 \quad (2.36)$$

olduğu görülür. $u(\vec{p})$ özvektörlerini bulmak için denklemin ilk halini kullanmak oldukça faydalıdır.

$$Hu = (\vec{\alpha} \cdot \vec{p} + \beta m)u = Eu \quad (2.37)$$

Bu denklemin dört bağımsız çözümü vardır, bunlardan ikisi $E > 0$ durumu için, diğer ikisi de $E < 0$ durumu için elde edilir. Parçacık durduğunda, $\vec{p} = 0$, $\vec{\alpha}$ ve $\vec{\beta}$ 'ler için standart temsil kullanılırsa,

$$Hu = \beta mu = \begin{pmatrix} mI & 0 \\ 0 & -mI \end{pmatrix} u \quad (2.38)$$

biçimindedir. Özdeğerler, $E=m, m, -m, -m$ dir. Özvektörler ise,

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (2.39)$$

olarak yazılır. Bu çözümlerden ilk iki tanesi $E>0$ olan parçacıkları, diğer ikisi $E<0$ olan parçacıkları tasvir eder. $\vec{p} \neq 0$ ise,

$$Hu = \begin{pmatrix} m & \vec{\sigma} \cdot \vec{p} \\ \vec{\sigma} \cdot \vec{p} & -m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_A \\ u_B \end{pmatrix} = E \begin{pmatrix} u_A \\ u_B \end{pmatrix} \quad (2.40)$$

biçiminde yazılabilir. u_A ve u_B birbiri cinsinden,

$$\vec{\sigma} \cdot \vec{p} u_B = (E - m) u_A, \quad \vec{\sigma} \cdot \vec{p} u_A = (E + m) u_B \quad (2.41)$$

şeklindedir. $E>0$ çözümleri için $u_A^{(s)} = \chi^{(s)}$,

$$\chi^{(1)} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \chi^{(2)} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (2.42)$$

olarak alınabilir. (2.41)' in ikinci bağıntısı kullanılırsa,

$$u_B^{(s)} = \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}}{E + m} \chi^{(s)} \quad (2.43)$$

olduğu görülür. Böylece Dirac denkleminin pozitif enerjili çözümü aşağıdaki gibidir,

$$u^{(s)} = N \begin{pmatrix} \chi^{(s)} \\ \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}}{E + m} \chi^{(s)} \end{pmatrix}, \quad E>0 \quad (2.44)$$

Burada $s=1,2$ dir ve N normalizasyon katsayısıdır. $E<0$ çözümleri için, $u_B^{(s)} = \chi^{(s)}$ alınırsa,

$$u_A^{(s)} = \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}}{E - m} \chi^{(s)} \quad (2.45)$$

biçimindedir. Buradan,

$$u^{(s+2)} = N \begin{pmatrix} -\frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}}{|E| + m} \chi^{(s)} \\ \chi^{(s)} \end{pmatrix}, \quad E < 0 \quad (2.46)$$

olduğu görülür. \vec{p} momentumlu bir elektron için dört tane çözüm mevcuttur: $u^{(1,2)}$ pozitif enerjili duruma, $u^{(3,4)}$ ise negatif enerjili duruma karşı gelir. N normalizasyon sabiti,

$$u^\dagger u = 2E \quad (2.47)$$

normalizasyon koşulundan bulunabilir. Böylece standart temsilde Dirac denkleminin serbest çözümleri,

$$u^{(1)}(\mathbf{p}) = \sqrt{E + m} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \frac{p_z}{E + m} \\ \frac{p_x + ip_y}{E + m} \end{pmatrix}, \quad u^{(2)}(\mathbf{p}) = \sqrt{E + m} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ \frac{p_x - ip_y}{E + m} \\ \frac{-p_z}{E + m} \end{pmatrix}$$

$$v^{(1)}(\mathbf{p}) = \sqrt{E + m} \begin{pmatrix} \frac{p_x - ip_y}{E + m} \\ -\frac{p_z}{E + m} \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad v^{(2)}(\mathbf{p}) = -\sqrt{E + m} \begin{pmatrix} \frac{p_z}{E + m} \\ \frac{p_x + ip_y}{E + m} \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.48)$$

Burada $u_1(p)$ ile $u_2(p)$ parçacık, $v_1(p)$ ile $v_2(p)$ antiparçacık çözümleridir. Dirac denkleminin serbest çözümlerini bulmak için,

$$\hat{\Lambda} = \begin{pmatrix} \frac{\vec{p} \cdot \vec{\sigma}}{|\vec{p}|} & 0 \\ 0 & \frac{\vec{p} \cdot \vec{\sigma}}{|\vec{p}|} \end{pmatrix} \quad (2.49)$$

şeklinde tanımlanan helisite operatöründen de yararlanılabilir. Bu operatör Dirac hamiltoniyeni ile sıra değiştirdiğinden $u(p)$ ve $v(p)$ matrisleri bu operatörün özvektörleri olmalıdır.

Parçacık için yazılan $u(p)$ matrisleri, $(\gamma^\mu p_\mu - m)u = 0$, denklemini sağlarken antiparçacıklar için yazılan $v(p)$ spinörleri $(\gamma^\mu p_\mu + m)v = 0$ denklemini sağlarlar. Ayrıca, $u(p)$ ve $v(p)$ spinörleri için şu tamlık bağıntıları geçerlidir,

$$\sum_{s=1,2} u^{(s)}(p) \bar{u}^{(s)}(p) = \not{p} + m \quad (2.50)$$

$$\sum_{s=1,2} v^{(s)}(p) \bar{v}^{(s)}(p) = \not{p} - m \quad (2.51)$$

Kütlesiz parçacıklar için Dirac denklemini dikkate alındığında bu denklem,

$$(\vec{\alpha} \cdot \vec{p})\Psi = E\Psi \quad (2.52)$$

biçimindedir ve denklem β parametresini içermez.

$$\Psi = \begin{pmatrix} \chi \\ \phi \end{pmatrix} \quad (2.53)$$

olmak üzere denklemini bağımsız iki parçaya ayırmak mümkündür,

$$E\chi = -\vec{\sigma}\cdot\vec{p}\chi , \quad E\phi = \vec{\sigma}\cdot\vec{p}\phi \quad (2.54)$$

(2.54) denklemleri Weyl denklemleri olarak isimlendirilir. Kütlesiz fermiyonlar için pozitif enerjili durumlarda, $E = |\vec{p}|$ ise,

$$\frac{\vec{\sigma}\cdot\vec{p}}{|\vec{p}|}\chi = -\chi , \quad \frac{\vec{\sigma}\cdot\vec{p}}{|\vec{p}|}\phi = \phi \quad (2.55)$$

(2.55) denklemlerindeki $\vec{\sigma}\cdot\vec{p}/|\vec{p}|$ işlemcisi, helisite işlemcisi olarak adlandırılır. Görüldüğü gibi χ ve ϕ işlemcileri helisite işlemcisinin öz durumlarıdır. Kütle ihmal edildiğinde helisite öz durumları ve ellilik öz durumları çakışır. χ kütlesiz sol-elli parçacıkları (negatif helisiteli) tasvir ederken, ϕ sağ-elli (pozitif helisiteli) kütlesiz parçacıkları tasvir eder. Ellilik $\gamma^5 \equiv i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3$ matrisi ile tanımlanır.

$$P_R \equiv \frac{1}{2}(1 + \gamma^5) , \quad P_L \equiv \frac{1}{2}(1 - \gamma^5) \quad (2.56)$$

işlemcileri sırasıyla sağ ve sol-elli durumlara izdüşüren işlemcilerdir. $\gamma^5 = \begin{pmatrix} -I & 0 \\ 0 & I \end{pmatrix}$

olmak üzere,

$$\frac{1}{2}(1 + \gamma^5)\begin{pmatrix} \chi \\ \phi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \phi \end{pmatrix}, \quad \frac{1}{2}(1 - \gamma^5)\begin{pmatrix} \chi \\ \phi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \chi \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.57)$$

P_R ve P_L işlemcileri,

$$P_i^2 = P_i , \quad P_R + P_L = 1 , \quad P_R P_L = 0 \quad (2.58)$$

bağıntılarını sağlarlar.

Dirac denklemi, Dirac alanı için yazılan lagranjiyen ve Euler-Lagrange denklemi

yardımla elde edilebilir. Bu lagranjiyen,

$$L = \bar{\Psi}(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\Psi \quad (2.59)$$

biçimindedir. Ψ ve $\bar{\Psi}$ spinörleri için yazılan Euler-Lagrange denklemleri yardımla,

$$\frac{\partial L}{\partial \bar{\Psi}} - \partial_\mu \left(\frac{\partial L}{\partial (\partial_\mu \bar{\Psi})} \right) = 0 \quad (2.60)$$

Dirac denklemini bulmak mümkündür.

2.2.3 Maxwell ve Proca denklemleri

Maxwell denklemleri kütsüz, spin-1 parçacıklar olan fotonun sağladığı denklemlerdir.

Klasik elektrodinamiğin temeli olan bu denklemler,

$$\begin{aligned} \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \rho, \quad \vec{\nabla} \times \vec{E} + \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = 0 \\ \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0, \quad \vec{\nabla} \times \vec{B} - \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \vec{j} \end{aligned} \quad (2.61)$$

şeklinde verilir. Relativistik notasyonda \vec{E} ve \vec{B} alanları antisimetrik bir tensör olan ‘elektromagnetik alan tensörü’ aracılığıyla bir araya getirilir,

$$F^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 0 & -E^1 & -E^2 & -E^3 \\ E^1 & 0 & -B^3 & B^2 \\ E^2 & B^3 & 0 & -B^1 \\ E^3 & -B^2 & B^1 & 0 \end{pmatrix} \quad (2.62)$$

Böylece $F^{\mu\nu}$ alan tensörünün bileşenleri $F^{i0} = -F^{0i} = E^i$ ve $F^{ij} = -\epsilon^{ijk} B^k$ ($i,j=1,2,3$) biçiminde yazılabilir. $F^{\mu\nu}$, A^μ vektör alanı cinsinden,

$$F^{\mu\nu} = \partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu \quad (2.63)$$

şeklindedir. Buradaki A^μ dörtlü vektör potansiyeli,

$$A^\mu = (\phi, \vec{A}) \quad (2.64)$$

biçiminde tanımlanabilir. $F^{\mu\nu}$ alan tensörü yardımıyla homojen Maxwell denklemlerini elde etmek mümkündür. Homojen olmayan Maxwell denklemleri ise,

$$\partial_\mu F^{\mu\nu} = j^\nu \quad (2.65)$$

şeklindedir. (2.63) ve (2.65) denklemleri aracılığıyla,

$$\square A^\nu - \partial^\nu (\partial_\mu A^\mu) = j^\nu \quad (2.66)$$

elde edilir. Bu denklem,

$$A^\mu \rightarrow A^\mu + \partial^\mu \Lambda \quad (2.67)$$

ayar dönüşümü altında değişmez yapıda değildir. $\partial_\mu A^\mu = 0$ Lorentz ayarının seçilmesi ile birlikte (2.66) denklemi boşlukta şu şekilde yazılabilir,

$$\square A^\nu = 0 \quad (2.68)$$

Ayrıca Lorentz ayarı vasıtasıyla Λ fonksiyonu $\square \Lambda = 0$ şartını sağlamaktadır. A^ν foton alanı olmak üzere, (2.68) denklemi boşluktaki foton alanının hareket denklemdir. A^ν düzlem dalga çözümleri,

$$A^\nu(x) = a e^{-ip \cdot x} \epsilon^\nu(p) \quad (2.69)$$

biçimindedir. Burada ϵ^v fotonun polarizasyon vektörü ve a normalizasyon katsayısıdır. Görüldüğü üzere ϵ^v dört bileşene sahiptir fakat Lorentz koşulu, $\partial^v A_v = 0$, şu bağıntıyı verir,

$$p_v \epsilon^v = 0 \quad (2.70)$$

(2.70) bağıntısı ϵ^v 'nin bağımsız bileşen sayısını üçe indirir. Fakat foton kütsüz ve spini 1 olan bir parçacık olduğundan yalnızca iki serbestlik derecesi vardır. Bunun için,

$$A^0 = 0, \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{A} = 0 \quad (2.71)$$

Coulomb ayarı seçilmektedir. Bu ayarın seçilmesiyle (2.70) bağıntısı şu hale gelir,

$$\vec{p} \cdot \vec{\epsilon} = 0 \quad (2.72)$$

(2.72) bağıntısında da görüldüğü gibi, bağımsız sadece iki polarizasyon vektörü vardır. Böylece (2.71) Coulomb ayarı da fotonun hareket denklemleri ile birlikte dikkate alınmalıdır.

Foton alanı için lagranjiyen,

$$L = -\frac{1}{4} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} \quad (2.73)$$

biçimindedir. Bu lagranjiyenin Euler-Lagrange denkleminde yerine yazılmasıyla ve Lorentz koşulunun uygulanması ile (2.68) denklemi elde edilir.

Kütleli spin-1 parçacıklar Proca denkleminde uyarlar. Proca denkleminde Maxwell denklemlerinin bir genellemesi olarak bakılabilir. Bu denklem,

$$\partial_\mu F^{\mu\nu} + m^2 A^\nu = 0, \quad F^{\mu\nu} = \partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu \quad (2.74)$$

şeklindedir. (2.74) Proca denkleminin diverjansı alınır,

$$m^2 \partial^\nu A_\nu = 0 \quad (2.75)$$

bağıntısı elde edilir. Proca denklemi kütleli parçacıklar için yazıldığından ($m \neq 0$), $\partial^\nu A_\nu = 0$ olması gerektiği açıktır. Bu ise Lorentz ayarıdır ve kendiliğinden sağlanmaktadır. Böylece Maxwell denklemlerinde görülen ayar serbestliği Proca denkleminde görülmez.

Proca denklemini A^ν 'ye bağlı olarak yazmak mümkündür,

$$(\square + m^2)A^\nu = 0 \quad (2.76)$$

(2.76) denkleminde görüldüğü gibi A^ν Proca alanı Klein-Gordon denklemine benzer bir denklemi sağlamaktadır.

Proca lagranjiyeni,

$$L = -\frac{1}{4} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} + \frac{1}{2} m^2 A^\mu A_\mu \quad (2.77)$$

biçimindedir. Bu lagranjiyen, Euler-Lagrange denkleminde yazılırsa (2.74) Proca denklemi elde edilir. Lagranjiyen ifadesindeki A_μ 'nün reel olduğu durum nötral spin-1 alanlara karşı gelmektedir. Yüklü alanlar için A_μ alanı kompleks olmalıdır.

2.3 Standart Model

Parçacık fiziğinin temelini oluşturan standart model, teorik çalışmalardan ve parçacık hızlandırıcı laboratuvarlarından elde edilen verilerle şekillenen bir modeldir. Maddeyi oluşturan temel parçacıklar, bu parçacıkların özellikleri, aralarındaki ilişki ve etkileşimler bu modeli oluşturmaktadır. 1970 ve 1973 yılları arasında geliştirilen bu

model bazen onu geliştiren fizikçilerin adıyla Weinberg-Salam modeli olarak da anılır. Günümüze kadar yapılan deneylerle uyum içerisinde olan standart model iki temel kuvvet olan elektromagnetik kuvvetleri ve zayıf kuvvetleri birleştirmeyi başarmıştır. Böylece standart model her ne kadar dört kuvveti birleştirmese de ve gravitasyonel kuvvetleri içermese de elektrozayıf etkileşmeleri ve güçlü etkileşmeleri başarıyla açıklamaktadır.

Standart model kuantum mekaniği ve özel göreliliği içeren bir kuantumlu alanlar teorisidir. Kuantum alan teorisinde parçacıklar alan olarak adlandırılan operatörler ile tanımlanır. Bu operatörler Fock uzayında, Fock durumları olarak isimlendirilirler. Standart modeldeki elektrozayıf etkileşmelerin ve güçlü etkileşmelerin teorileri birer ayar teorisidir ve her kuvvet bir ayar bozonu tarafından taşınır. Parçacıkların birbirleriyle olan etkileşmeleri ve serbest hareketleri Lagrange yoğunluğu ile verilmektedir. Lagrange yoğunluğu parçacıkların alan operatörlerinden oluşur ve genellikle lagranjiyen adını alır. Lagranjiyenin iki parçadan oluştuğunu düşünmek mümkündür. Birinci kısmı parçacıkların serbest hareketlerini içeren kinetik enerji terimi, diğer parçayı ise onların etkileşmelerini içeren lagranjiyen oluşturmaktadır. Klasik mekaniktekine benzer şekilde, alan teorisindeki lagranjiyenden eyleme uygulanan varyasyon metoduyla Euler-Lagrange denklemlerini türetmek mümkündür,

$$S = \int L(\phi, \partial_\mu \phi) d^4x, \quad \delta S = 0 \quad (2.78)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \phi} - \partial_\mu \left(\frac{\partial L}{\partial (\partial_\mu \phi)} \right) = 0 \quad (2.79)$$

Parçacıklar arasındaki etkileşmelerin lagranjiyenini belirlemek için standart modelin temelini oluşturan ayar teorileri kullanılmaktadır. Ayar teorilerine göre lagranjiyen bir ayar dönüşümü altında değişmez kalmalıdır. İki çeşit ayar dönüşümü vardır. Bunlar, global ayar dönüşümleri ve yerel ayar dönüşümleridir. Global ayar dönüşümleri belirli bir uzay ve zaman noktasına bağlı olmayan dönüşümlerdir. Bu dönüşümleri bir Ψ alanı için şu şekilde ifade etmek mümkündür,

$$\Psi \rightarrow e^{i\theta} \Psi, \quad \theta \in \mathbb{R} \quad (2.80)$$

Yerel ayar dönüşümleri ise belirli bir uzay ve zaman noktasına bağlı olan dönüşümlerdir,

$$\Psi \rightarrow e^{i\theta(x)} \Psi \quad (2.81)$$

Lagranjiyenin ayar dönüşümleri altında invaryant olması çeşitli korunum yasalarına yol açar. Bu bağlamda Noether teoremi ile yükün korunumu gösterilebilir. Bunun için lagranjiyenin bir $U_{em}(1)$ global ayar dönüşümü altında değişmez olduğunu göstermek yeterlidir. Lagranjiyenin $U_Y(1) \times SU_L(2)$ global ayar dönüşümü altındaki değişmezliği ise hiperyükün ve zayıf izospinin korunumuna yol açar. Yerel ayar dönüşümleri lagranjiyene uygulandığında, lagranjiyenin değişmezliğinin sağlanması ayar alanlarının tanımlanması ile mümkün olmaktadır. Bu vektör bozonlara ayar bozonları adı da verilmektedir. Standart modelde elektromagnetik ve zayıf kuvvetler yerel $U_Y(1) \times SU_L(2)$ ayar simetrisi ile teoriye dahil edilmektedir. Güçlü etkileşmelerin ayar grubu ise $SU_c(3)$ ' dir. Böylece standart modelin ayar grubunu $U_Y(1) \times SU_L(2) \times SU_c(3)$ oluşturmaktadır. Gravitasyonel etkileşmelerin ayar bozonu olan graviton ise henüz gözlenememekle birlikte standart model tarafından içerilmemektedir.

2.3.1 Elektrozayıf etkileşmeler

Maddeyi oluşturan temel elemanlar olan lepton ve kuarkları benzer özelliklerine göre sınıflandırmak mümkündür. Buna göre elektrozayıf etkileşmelerin standart modeli, üç lepton, üç kuark ailesi, kuvvet taşıyıcı bozonlar olan W^+ , W^- , Z , γ ve tüm parçacıklara kütle kazandıran Higgs skaler bozonlarını içermektedir. Standart modelde temel fermiyonlar dublet ve singletler biçiminde, çizelge 2.4' deki gibi sınıflandırılmaktadır. Burada sol-elli fermiyonlar dubletler, sağ-elli fermiyonlar ise singletler ile gösterilmektedir. Ayrıca her bir lepton ve kuark çeşnisinin kendisi ile zıt işaretli kuantum sayılarına sahip olan bir de antiparçacığı mevcuttur.

Çizelge 2.4 Kuark ve lepton aileleri

	1. Aile	2. Aile	3. Aile
Leptonlar	$\Psi_L^1 = \begin{pmatrix} \nu_{e_L} \\ e_L \end{pmatrix}$ $\Psi_R^1 = e_R$	$\Psi_L^2 = \begin{pmatrix} \nu_{\mu_L} \\ \mu_L \end{pmatrix}$ $\Psi_R^2 = \mu_R$	$\Psi_L^3 = \begin{pmatrix} \nu_{\tau_L} \\ \tau_L \end{pmatrix}$ $\Psi_R^3 = \tau_R$
Kuarklar	$q_L^1 = \begin{pmatrix} u_L \\ d_L \end{pmatrix}$ u_R, d_R	$q_L^2 = \begin{pmatrix} c_L \\ s_L \end{pmatrix}$ c_R, s_R	$q_L^3 = \begin{pmatrix} t_L \\ b_L \end{pmatrix}$ t_R, b_R

Modelde önemli bir yeri olan Higgs bozonu izospin dubleti olarak,

$$\Phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix} \quad (2.82)$$

biçiminde yazılmaktadır. Burada ϕ^+ ve ϕ^0 sırasıyla yüklü ve yüksüz Higgs alanıdır.

İzospin uzayında her dublet $I_W = \frac{1}{2}$ izospinli, her singlet de $I_W = 0$ izospinlidir.

Dubletlerin üst bileşeni için $I_W^3 = \frac{1}{2}$ ve alt bileşeni için $I_W^3 = -\frac{1}{2}$, dir. Çizelge 2.5 ile standart modelin temel fermiyonlarının ve skaler alanlarının bazı kuantum sayıları verilmektedir.

Herhangi bir süreçte baryon sayısı B ve lepton sayıları L_e, L_μ, L_τ ayrı ayrı sabit kalmaktadır. Protonun kararlılığı da bu sayıları koruma gereksiniminin bir sonucudur. Bir mezon veya baryonun yükü, baryon sayısı, acayıklık sayısı ve izospinin üçüncü bileşenine bağlıdır. Bu durumda yük ve B sayısı tüm etkileşmelerde korunduğundan I_3, S' nin korunduğu yerlerde, yani güçlü ve elektromagnetik etkileşmelerde korunmalıdır.

I izospini sadece güçlü etkileşmelerde korunmaktadır. Onun üçüncü bileşeni olan I_3 ise elektromagnetik etkileşmelerde korunduğu halde I' nin kendisi korunmayabilir. I değişirken, I_3 ' ün değişmediği bir sürece örnek, π^0 mezonunun iki fotona bozunumudur. $\pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma$ sürecinde, π^0 için $I=1$ dir ve fotonlar için I tanımlanmamıştır.

Çizelge 2.5 Temel fermiyon ve skaler bozon alanlarının zayıf izospin, zayıf hiperyük ve elektrik yükleri

	I^w	I_3^w	Y	Q
$\begin{pmatrix} \nu_{e_L} \\ e_L \end{pmatrix}$	$\frac{1}{2}$	$\begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$	-1	$\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}$
e_R	0	0	-2	-1
$\begin{pmatrix} u_L \\ d_L \end{pmatrix}$	$\frac{1}{2}$	$\begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$	$\frac{1}{3}$	$\begin{pmatrix} \frac{2}{3} \\ -\frac{1}{3} \end{pmatrix}$
u_R	0	0	$\frac{4}{3}$	$\frac{2}{3}$
d_R	0	0	$-\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{3}$
$\begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix}$	$\frac{1}{2}$	$\begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$	+1	$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

Zayıf izospin, hiperyük ve elektrik yükü birbirine Gell-Mann-Nishijima formülü ile bağlıdır,

$$Q = I_3 + \frac{Y}{2}, \quad Y=B+S \quad (2.83)$$

Elektrozayıf etkileşmelerin ayar grubu $U_Y(1) \times SU_L(2)$ ' dir. Yalnızca sol-elli fermiyonların oluşturduğu dubletler $SU_L(2)$ ayar dönüşümleri altında dönüşürken, $U_Y(1)$ ayar dönüşümleri tüm alanlara uygulanabilir. Çünkü sağ-elli fermiyonlar izospin uzayında birer singlettir. Elektrozayıf etkileşmeleri tasvir eden lagranjiyen başlangıçta şu terimleri içerecek şekilde yazılır: Lepton, kuark ve skaler bozon alanlarının kinetik terimleri, skaler bozonların potansiyel terimi, kuark ve leptonların skaler bozonlarla etkileşmelerini içeren Yukawa terimleri. Birinci fermiyon ailesi için lagranjiyen,

$$L_0 = L_0^l + L_0^q + L_0^s + L_0^Y \quad (2.84)$$

$$L_0^l = i\bar{\Psi}_L^l \partial \Psi_L^l + i\bar{e}_R \partial e_R \quad (2.85)$$

$$L_0^q = i\bar{q}_L^q \partial q_L^q + i\bar{u}_R \partial u_R + i\bar{d}_R \partial d_R \quad (2.86)$$

$$L_0^s = (\partial_\mu \Phi^\dagger)(\partial^\mu \Phi) - V(\Phi^\dagger, \Phi) \quad (2.87)$$

$$V(\Phi^\dagger, \Phi) = -\mu^2 \Phi^\dagger \Phi + \lambda(\Phi^\dagger \Phi)^2 \quad (2.88)$$

$$L_0^Y = -f_e (\bar{\Psi}_L^1 \Phi e_R + \bar{e}_R \Phi^\dagger \Psi_L^1) - f_d (\bar{q}_L^1 \Phi d_R + \bar{d}_R \Phi^\dagger q_L^1) - f_u (\bar{q}_L^1 \tilde{\Phi} u_R + \bar{u}_R \tilde{\Phi}^\dagger q_L^1) \quad (2.89)$$

$$\tilde{\Phi} = i\sigma_2 \Phi^* = \begin{pmatrix} \bar{\phi}^0 \\ -\phi^- \end{pmatrix} \quad (2.90)$$

(2.84) lagranjiyenini oluşturan terimlerden,

L_0^1 : Lepton alanlarının kinetik terimini

L_0^q : Kuark alanlarının kinetik terimini

L_0^s : Skaler bozonların kinetik ve potansiyel terimini

L_0^Y : Yukawa terimini göstermektedir.

(2.84) lagranjiyeni fermiyonların $m\bar{\Psi}\Psi$ biçimindeki kütle terimini içermez.

$$m\bar{\Psi}\Psi = m(\bar{\Psi}_L \Psi_R + \bar{\Psi}_R \Psi_L) \quad (2.91)$$

Çünkü (2.91) terimi $U_Y(1) \times SU_L(2)$ global ayar simetrisine de yerel ayar simetrisine de uymaz. (2.84) lagranjiyeni bu hali ile $U_Y(1) \times SU_L(2)$ global ayar simetrisini sağlamaktadır. Fakat yerel ayar dönüşümleri altında değişmez yapıda değildir. Fermiyon ve skaler bozon alanları için $U_Y(1) \times SU_L(2)$ yerel ayar dönüşümleri,

$$\Omega' = \exp(-igI^W \vec{\tau} \cdot \vec{\alpha}(x)) \exp(-ig' \frac{Y}{2} \theta(x)) \Omega, \quad \Omega = \Psi, q, \Phi \quad (2.92)$$

şeklinindedir. (2.84) lagranjiyenindeki fermiyon ve skaler alanlarına (2.92) dönüşümleri uygulandığında kısmi türevlerden dolayı $\vec{\alpha}(x)$ ve $\theta(x)$ parametrelerine bağlı olan ek terimler gelmektedir. Bu durumda lagranjiyene yerel ayar invariant bir yapı kazandırmak için ∂_μ kısmi türevlerinin yerine D_μ kovaryant türevleri getirilir. D_μ kovaryant türevleri izospinörler için,

$$D_\mu = \partial_\mu + i\frac{g}{2} \vec{\tau} \cdot \vec{A}_\mu + i\frac{g'}{2} YB_\mu \quad (2.93)$$

biçimindedir. e_R , u_R ve d_R alanları için ise,

$$D_\mu = \partial_\mu + i \frac{g'}{2} Y B_\mu \quad (2.94)$$

şeklinde tanımlanır. (2.93) ve (2.94) bağıntılarındaki \vec{A}_μ ve B_μ alanları ayar alanları olarak isimlendirilirler ve teoriye yerel ayar değişmezliğini sağlamak için dahil edilirler. Fiziksel olmayan bu alanlar, elektromagnetik ve zayıf kuvvetlerin taşıyıcısı olan fiziksel alanların bir karışımından oluşmaktadır. \vec{A}_μ ve B_μ alanları yerel ayar dönüşümleri altında,

$$\vec{A}_\mu' = \vec{A}_\mu + \partial_\mu \vec{\alpha}(x) + g \vec{\alpha} \times \vec{A}_\mu \quad (2.95)$$

$$B_\mu' = B_\mu + \partial_\mu \theta(x) \quad (2.96)$$

biçiminde dönüşürler.

\vec{A}_μ ve B_μ alanlarının etkileşme terimlerinin de lagranjiyene dahil edilmesi gerekmektedir. Ayrıca bu alanların $\vec{A}_\mu \cdot \vec{A}^\mu$ ve $B^\mu B_\mu$ şeklinde olan kütle terimleri yerel ayar değişmezliğini bozduğu için lagranjiyene yazılmaz. \vec{A}_μ ve B_μ alanlarının etkileşme terimleri L_0^V lagranjiyeni ile verilir:

$$L_0^V = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} - \frac{1}{4} \vec{A}_{\mu\nu} \cdot \vec{A}^{\mu\nu} \quad (2.97)$$

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu \quad (2.98)$$

$$\vec{A}_{\mu\nu} = \partial_\mu \vec{A}_\nu - \partial_\nu \vec{A}_\mu - g \vec{A}_\mu \times \vec{A}_\nu. \quad (2.99)$$

biçiminde yazılır. $F_{\mu\nu}$ ve $\vec{A}_{\mu\nu}$ tensörlerinin yerel ayar dönüşümleri ise şöyledir,

$$F_{\mu\nu} \rightarrow F_{\mu\nu} \quad (2.100)$$

$$\vec{A}_{\mu\nu} \rightarrow \vec{A}_{\mu\nu} + g(\vec{\alpha} \times \vec{A}_{\mu\nu}) \quad (2.101)$$

Böylece 1. lepton ve kuark ailesi için yerel ayar dönüşümleri altında değişmez yapıda olan lagranjiyen elde edilmiş olur. Bu lagranjiyeni aşağıdaki gibi yazmak mümkündür,

$$L = i\bar{\Psi}_L \mathcal{D}\Psi_L + i\bar{e}_R \mathcal{D}e_R + i\bar{q}_L^1 \mathcal{D}q_L^1 + i\bar{u}_R \mathcal{D}u_R + i\bar{d}_R \mathcal{D}d_R \\ + (D_\mu \Phi^\dagger)(D^\mu \Phi) + \mu^2 \Phi^\dagger \Phi - \lambda(\Phi^\dagger \Phi)^2 + L_0^Y + L_0^V \quad (2.102)$$

(2.102) bağıntısından görüldüğü üzere lagranjiyen leptonların, kuarkların ve ayar bozonlarının kütle terimlerini içermemektedir. Fakat (2.102) lagranjiyeninde yer alan temel fermiyonların kütleli oldukları bilinmektedir. Bu parçacıkların kütleleri ise Higgs mekanizması yoluyla lagranjiyene dahil edilir. Higgs mekanizmasına göre vakum Higgs alanlarıyla doludur ve bozonlar ile fermiyonlar onunla etkileşmeleri sonucunda kütlelerini kazanırlar. Higgs alanı için yazılan lagranjiyenin Klein-Gordon lagranjiyenine benzemesine rağmen kütle terimi gibi görünen μ^2 'li terimin önündeki işaret Klein-Gordon lagranjiyeninden bir eksi işareti kadar farklıdır,

$$L^S = (D_\mu \Phi^\dagger)(D^\mu \Phi) + \mu^2 \Phi^\dagger \Phi - \lambda(\Phi^\dagger \Phi)^2 \quad (2.103)$$

Kompleks skaler alanların SU(2) dubleti olan Φ ,

$$\Phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \phi_1 + i\phi_2 \\ \phi_3 + i\phi_4 \end{pmatrix} \quad (2.104)$$

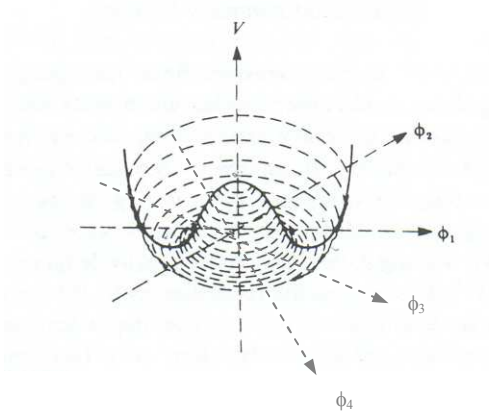
biçimindedir. λ ile orantılı olan terim de alanın kendisi ile dörtlü etkileşimini verir. L^S lagranjiyenindeki potansiyelin minimum olduğu taban durumu, potansiyelin türevinin sıfır olması şartından bulunabilir,

$$\frac{\partial V(\Phi^\dagger, \Phi)}{\partial \Phi} = 0 \quad (2.105)$$

$V(\Phi^\dagger, \Phi)$, potansiyelin minimumu,

$$\phi_1^2 + \phi_2^2 + \phi_3^2 + \phi_4^2 = \frac{\mu^2}{\lambda} \quad (2.106)$$

denklemleri ile verilen hiperküreye üzerindedir. (Şekil 2.1)



Şekil 2.1 Potansiyelin skaler alanlara göre grafiği

Şekil 2.1' den görüldüğü gibi potansiyelin taban durumu (vakum) dejeneredir. Dejenere olan taban durumlarından birisini,

$$\phi_1 = \phi_2 = \phi_4 = 0, \quad \phi_3 = \eta, \quad \eta = \frac{\mu}{\sqrt{\lambda}} \quad (2.107)$$

olacak şekilde seçmek mümkündür. Bu durumda,

$$\langle 0 | \Phi | 0 \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ \eta \end{pmatrix} \quad (2.108)$$

bağıntısı ile taban durumu ifade edilir ve dejenerelik ortadan kalkar. (2.108) seçimi ile

vakumun $U_Y(1) \times SU_L(2)$ simetrisi kırılır ve geriye $U_{em}(1)$ simetrisi kalır. Pertürbasyon teorisine göre, fiziksel alanlar taban durumu üzerindeki tedirgenmeler olarak düşünülür. Bu durumda taban durumunun, Φ 'nin vakum beklenen değerinin sıfır olduğu durum olması gerekir. Fakat (2.108)' den görüldüğü gibi bu doğru değildir. Bu durum ϕ^+ ve ϕ^0 kompleks skaler alanlarının fiziksel olmadığı şeklinde yorumlanır. Fiziksel kabul edilen $\bar{\xi}$ ve H alanlarını içerecek şekilde Φ 'yi tanımlamak mümkündür,

$$\Phi = \exp(i \frac{\bar{t} \cdot \bar{\xi}}{2}) \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{\eta + H(x)}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \quad (2.109)$$

Artık potansiyelin minimum olduğu taban durumu, $\bar{\xi}$ ve H alanlarının vakum beklenen değerlerinin sıfır olduğu durum olacaktır.

$$\langle 0 | \xi_i | 0 \rangle = \langle 0 | H | 0 \rangle = 0 \quad (2.110)$$

(2.109) ifadesi aslında eksenlerin kaydırılmış halinden başka bir şey değildir. Bu kaydırma işlemi şekil 2.1' deki eksen sistemini potansiyelin minimum olduğu bir noktaya kaydırmaktan ibarettir. Ayrıca buradaki $\bar{\xi}$ bozonlarına Goldstone bozonları ve H bozonuna da Higgs bozonu adı verilmektedir.

Temel fermiyon ve bozonların kütle terimleri $U_Y(1) \times SU_L(2)$ yerel ayar simetrisine uymadığı için lagranjyende yer almazlar. Higgs mekanizmasının uygulanmasındaki temel amaç da gerçekte kütleli oldukları bilinen bu parçacıklara kütle kazandırmaktır. Elektromagnetik kuvvet çok uzun erimli olduğundan ayar bozonları olan fotonlar kütsesizdir. Zayıf kuvvetler ise çok kısa erimlidir, bu nedenle ayar bozonları kütlelidir. Bu sebeple lagranjyende yer alan ayar bozonlarından üçünün kütleli olması gerekmektedir. Fakat parçacıklara kütle kazandırırken lagranjiyenin toplam serbestlik derecesinin korunmasına dikkat edilmelidir. Ayar bozonları kütle kazandıklarında lagranjiyenin serbestlik derecesi üç artar. Bu artışı telafi etmek için özel bir ayar seçimi yapılır,

$$\bar{\alpha}(x) = \frac{1}{g} \bar{\xi}(x), \quad \theta(x) = 0 \quad (2.111)$$

Böylece alanlar üzerindeki dönüşümler,

$$\Omega' = \exp(-igI^W \bar{\tau} \cdot \bar{\alpha}(x)) \exp(-ig' \frac{Y}{2} \theta(x)) \Omega, \quad \Omega = \Psi, q, \Phi \quad (2.112)$$

biçiminde gerçekleştirilirse bu ayar seçimine üniter ayar adı verilir. Üniter ayar seçimi ile kütlelessiz olan Goldstone bozonları ortadan kalkar. Ayar bozonları ise Goldstone bozonlarının kaybolması ile kütle kazanırlar. Üniter ayar seçimi ile Φ skaler alanı şu şekilde yazılır,

$$\Phi' = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{\eta + H(x)}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \quad (2.113)$$

Üniter ayar seçimi ile alanlar genelde “'” üst indisi ile gösterilir. Fakat bundan sonraki ifadelerde bu indis atılacak ve alanlar, üniter ayar seçimi sonrası alanlar anlamında olacaktır.

Üniter ayar seçimi yapıldıktan sonra skaler bozonların kinetik terimi,

$$(D_\mu \Phi^\dagger)(D^\mu \Phi) = \frac{1}{2} (\partial_\mu H)(\partial^\mu H) + \frac{1}{2} (\eta + H)^2 \left[\frac{g^2}{4} \bar{A}_\mu \cdot \bar{A}^\mu + \frac{g'^2}{4} (B_\mu B^\mu) - \frac{gg'}{2} A_\mu^3 B^\mu \right] \quad (2.114)$$

şeklindedir. Buradaki bozon alanları olan A_μ^i ($i=1,2,3$) ve B_μ alanları fiziksel alanlar değildirler. Fiziksel alanlar bu alanların bir karışımından oluşmaktadır,

$$W_\mu^+ = \frac{1}{\sqrt{2}} (A_\mu^1 + iA_\mu^2) \quad (2.115)$$

$$W_\mu^- = \frac{1}{\sqrt{2}} (A_\mu^1 - iA_\mu^2) \quad (2.116)$$

$$Z_\mu = A_\mu^3 \cos(\theta_w) - B_\mu \sin(\theta_w) \quad (2.117)$$

$$A_\mu = A_\mu^3 \sin(\theta_w) + B_\mu \cos(\theta_w). \quad (2.118)$$

bu bağıntılarda,

$$\sin(\theta_w) = \frac{g'}{\sqrt{g'^2 + g^2}} \quad (2.119)$$

$$\cos(\theta_w) = \frac{g}{\sqrt{g'^2 + g^2}} \quad (2.120)$$

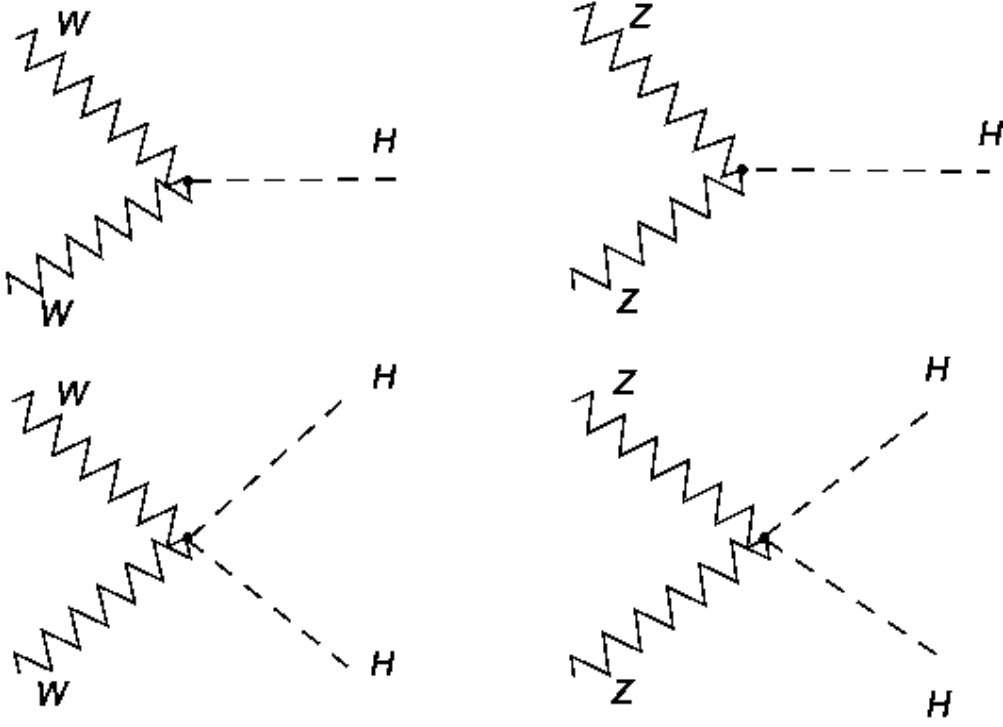
değerlerine sahiptir. θ_w , Weinberg açısı (zayıf-karışım açısı) olarak isimlendirilir ve değeri yaklaşık olarak, $\theta_w \approx \arcsin(\sqrt{0,2311})$ kadardır. (2.115) ve (2.116) bağıntılarındaki W_μ^+ ve W_μ^- alanları zayıf kuvvetlerin taşıyıcılarından olan W^+ ve W^- bozonlarına karşı gelirken, (2.117)'deki Z_μ alanı ise Z bozonu göstermektedir. A_μ alanı (2.118) elektromagnetik kuvvetin taşıyıcı bozonu olan fotondur. Bu fiziksel alanların (2.114) kinetik teriminde yerine yazılmasıyla ,

$$\begin{aligned} (D_\mu \Phi^\dagger)(D^\mu \Phi) &= \frac{1}{2} (\partial_\mu H)(\partial^\mu H) + \left(\frac{g\eta}{2}\right)^2 W_\mu^+ W^{-\mu} + \frac{1}{2} \left(\frac{\eta\sqrt{g^2 + g'^2}}{2}\right)^2 Z_\mu Z^\mu \\ &+ \frac{1}{2} (H^2 + 2\eta H) \left(\frac{g^2}{2} W_\mu^+ W^{-\mu} + \frac{(g^2 + g'^2)}{4} Z_\mu Z^\mu\right) \end{aligned} \quad (2.121)$$

bağıntısı elde edilir. Buradan ayar alanlarının kütleleri,

$$m_W = \frac{g\eta}{2}, \quad m_Z = \frac{\eta\sqrt{g^2 + g'^2}}{2}, \quad m_A = 0 \quad (2.122)$$

olarak görülmektedir. Skaler bozonların kinetik terimi W_μ^\pm ve Z_μ bozonlarının kütle terimlerini içermesinin yanında, bu bozonların Higgs bozonu ile olan etkileşmelerini de içerir. (Şekil 2.2)



Şekil 2.2 W ve Z bozonlarının Higgs bozonu ile olan üçlü ve dördlü etkileşmeleri

Skaler bozonların kinetik teriminden sonra potansiyel terimi de üniter ayar seçimi ile şu şekilde yazılabilir,

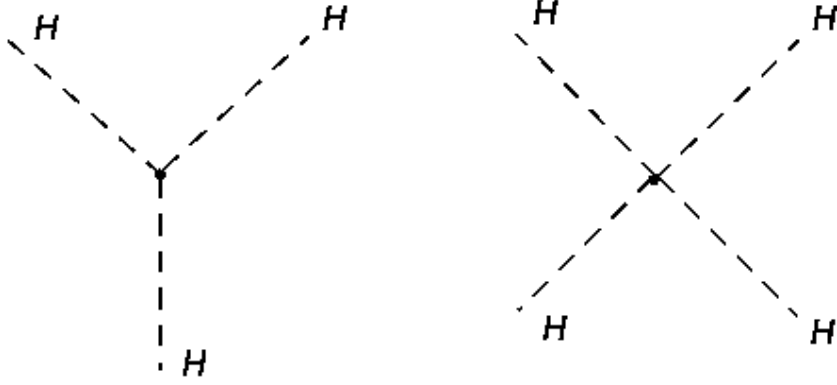
$$V(\Phi^\dagger, \Phi) = -\mu^2 \Phi^\dagger \Phi + \lambda (\Phi^\dagger \Phi)^2 = \frac{-\mu^2}{4\lambda} + \mu^2 H^2 + (\eta\lambda) H^3 + \frac{\lambda}{4} H^4 \quad (2.123)$$

$V(\Phi^\dagger, \Phi)$ terimi Higgs bozonunun kendisi ile olan üçlü ve dördlü etkileşmelerini, Higgs bozonunun kütesini içerir. Higgs bozonunun kütle terimi (Skaler Klein-Gordon lagranjiyenine benzer şekilde) ,

$$m_H = \sqrt{2}\mu \quad (2.124)$$

biçimindedir. Higgs bozonunun kendisi ile olan etkileşmeleri şekil 2.3 ile verilmektedir.

Lagranjiyenin skaler bozonlarla ilgili olan teriminden sonra ayar bozonlarının kinetik terimlerine bakılabilir. Bu terim ayar bozonlarının birbirleri ile olan üçlü ve dördlü



Şekil 2.3. Higgs bozonunun kendi kendisi ile olan üçlü ve dördlü etkileşmeleri

etkileşmelerini içermektedir. L_0^V ile gösterilen lagranjiyen,

$$L_0^V = L_1 + L_2 + L_3 \quad (2.125)$$

$$L_1 = -\frac{1}{4} A_{\mu\nu}^i A_i^{\mu\nu} - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} \quad (2.126)$$

$$L_2 = -\frac{1}{2} g \varepsilon_{ijk} A_\mu^j A_\nu^k A_i^{\mu\nu} \quad (2.127)$$

$$L_3 = -\frac{1}{4} g^2 \varepsilon_{ijk} \varepsilon_{ilm} A_\mu^j A_\nu^k A_l^\mu A_m^\nu. \quad (2.128)$$

Burada,

$$F^{\mu\nu} = \partial^\mu B^\nu - \partial^\nu B^\mu, \quad A_{\mu\nu}^i = \partial_\mu A_\nu^i - \partial_\nu A_\mu^i \quad (2.129)$$

şeklinde tanımlanır. Fakat L_0^V lagranjiyeni fiziksel alanlar olan W_μ^\pm, Z_μ ve A_μ alanları cinsinden yazılmalıdır. Bu alanlara ait alan tensörleri,

$$A_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu \quad (2.130)$$

$$W_{\mu\nu} = \partial_\mu W_\nu - \partial_\nu W_\mu \quad (2.131)$$

$$Z_{\mu\nu} = \partial_\mu Z_\nu - \partial_\nu Z_\mu \quad (2.132)$$

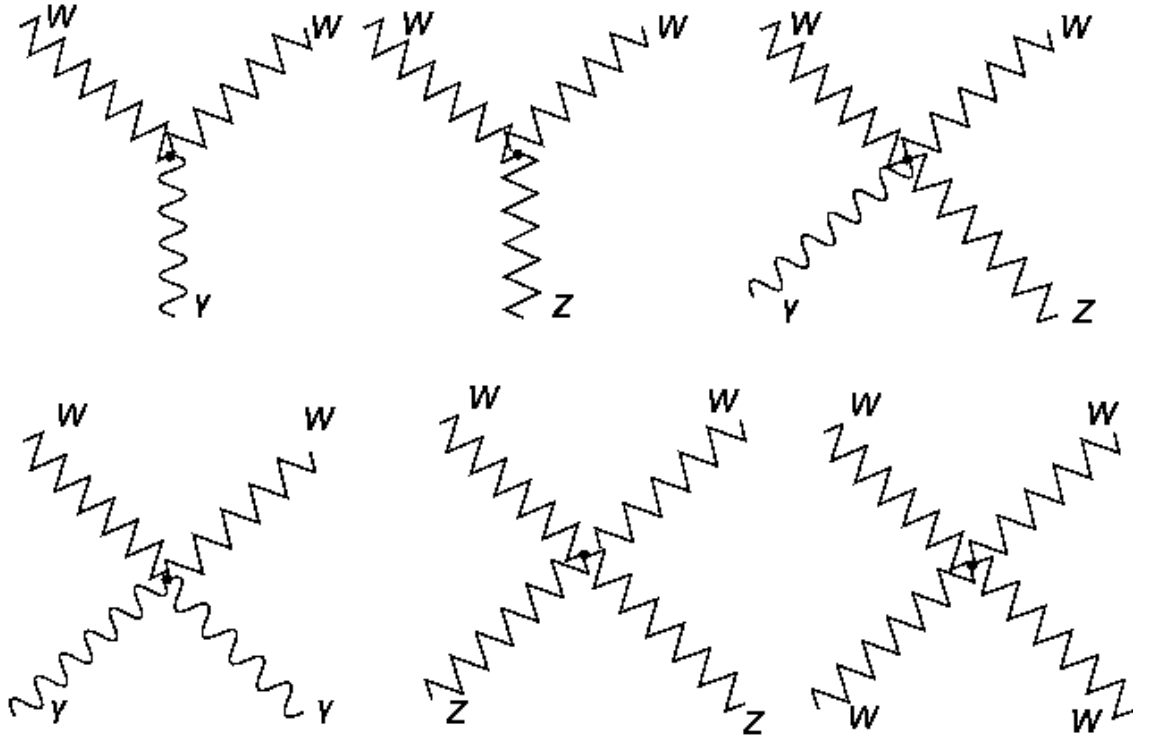
biçiminde yazılırlar. Böylece fiziksel alanlara bağlı olan lagranjiyen şu terimlerden oluşmaktadır,

$$L_1 = -\frac{1}{2} W_{\mu\nu}^\dagger W^{-\mu\nu} - \frac{1}{4} Z_{\mu\nu} Z^{\mu\nu} - \frac{1}{4} A_{\mu\nu} A^{\mu\nu} \quad (2.133)$$

$$L_2 = -ig W^{\mu\dagger} W^{-\nu} (\sin\theta_w A_{\mu\nu} + \cos\theta_w Z_{\mu\nu}) - ig (W^{-\mu} W_{\mu\nu}^\dagger - W^{\mu\dagger} W^{-\nu}) (\sin\theta_w A^\nu + \cos\theta_w Z^\nu) \quad (2.134)$$

$$L_3 = -\frac{1}{2} g^2 (W_\mu^\dagger W^{-\mu} W_\nu^\dagger W^{-\nu} - W^{\mu\dagger} W_\mu^\dagger W^{-\nu} W^{-\nu}) - g^2 W_\mu^\dagger W^{-\mu} (\sin^2\theta_w A_\nu A^\nu + \cos^2\theta_w Z_\nu Z^\nu + 2\sin\theta_w \cos\theta_w A_\nu Z^\nu) + g^2 W_\mu^\dagger W^{-\nu} [\sin^2\theta_w A^\mu A^\nu + \cos^2\theta_w Z^\mu Z^\nu + \sin\theta_w \cos\theta_w (A^\mu Z^\nu + A^\nu Z^\mu)] \quad (2.135)$$

L_1 , L_2 , L_3 terimlerinden oluşan L_0^V lagranjiyeninin içerdiği üçlü ve dördlü ayar bozon bağlaşımları şekil 2.4 ile verilmektedir.



Şekil 2.4 Ayar bozonlarının birbirleri ile olan üçlü ve dördlü bağlaşımları

Daha önce 1. lepton ve kuark ailesi için yazılan lagranjiyeni tüm lepton ve kuark ailelerine genellemek mümkündür. Lagranjiyen üniter ayar seçimi yapıldıktan sonra üç lepton ve kuark ailesini içerecek şekilde yazıldığında, lepton ve kuark ailelerinin kinetik terimleri ile Yukawa terimleri dışındaki tüm terimler 1. aile için olanla aynıdır. Bu sebeple üç ailenin eklenmesi ile Yukawa lagranjiyeni ve kinetik terimler yeniden ele alınmalıdır. İlk olarak kendiliğinden simetri kırılması ve üniter ayar seçimi sonrası üç lepton ve üç kuark ailelerinin kinetik terimi ele alınırsa,

$$L^f = L^l + L^q \quad (2.136)$$

$$\begin{aligned} L^l = & \sum_{j=1}^3 i \bar{\Psi}_L^j \not{\partial} \Psi_L^j + \sum_{j=1}^3 i \bar{\Psi}_R^j \not{\partial} \Psi_R^j + \frac{g}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \bar{\nu}_{eL} & \bar{\nu}_{\mu L} & \bar{\nu}_{\tau L} \end{pmatrix} \gamma^\mu \begin{pmatrix} e_L \\ \mu_L \\ \tau_L \end{pmatrix} W_\mu^- + \text{h.c.} \\ & + \left(\frac{gg'}{\sqrt{g^2 + g'^2}} \right) \begin{pmatrix} \bar{e} & \bar{\mu} & \bar{\tau} \end{pmatrix} \gamma^\mu \begin{pmatrix} e \\ \mu \\ \tau \end{pmatrix} A_\mu - \frac{\sqrt{g^2 + g'^2}}{2} \begin{pmatrix} \bar{\nu}_{eL} & \bar{\nu}_{\mu L} & \bar{\nu}_{\tau L} \end{pmatrix} \gamma^\mu \begin{pmatrix} \nu_{eL} \\ \nu_{\mu L} \\ \nu_{\tau L} \end{pmatrix} Z_\mu \\ & - \sqrt{g^2 + g'^2} \begin{pmatrix} \bar{e} & \bar{\mu} & \bar{\tau} \end{pmatrix} \gamma^\mu \frac{1}{2} \left(-\frac{1}{2} + 2 \sin^2 \theta_w + \frac{\gamma_5}{2} \right) \begin{pmatrix} e \\ \mu \\ \tau \end{pmatrix} Z_\mu \end{aligned} \quad (2.137)$$

$$\begin{aligned} L^q = & \begin{pmatrix} \bar{u} & \bar{d} & \bar{s} & \bar{c} & \bar{b} & \bar{t} \end{pmatrix} \not{\partial} \begin{pmatrix} u \\ d \\ s \\ c \\ b \\ t \end{pmatrix} - \frac{g}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \bar{u}_L & \bar{c}_L & \bar{t}_L \end{pmatrix} \gamma^\mu \begin{pmatrix} d_L \\ s_L \\ b_L \end{pmatrix} W_\mu^- + \text{h.c.} \\ & - \frac{2}{3} \left(\frac{gg'}{\sqrt{g^2 + g'^2}} \right) \begin{pmatrix} \bar{u} & \bar{c} & \bar{t} \end{pmatrix} \gamma^\mu \begin{pmatrix} u \\ c \\ t \end{pmatrix} A_\mu + \frac{1}{3} \left(\frac{gg'}{\sqrt{g^2 + g'^2}} \right) \begin{pmatrix} \bar{d} & \bar{s} & \bar{b} \end{pmatrix} \gamma^\mu \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix} A_\mu \\ & - \sqrt{g^2 + g'^2} \begin{pmatrix} \bar{u} & \bar{c} & \bar{t} \end{pmatrix} \gamma^\mu \frac{1}{2} \left[\left(\frac{1}{2} - \frac{4}{3} \sin^2 \theta_w \right) - \frac{\gamma_5}{2} \right] \begin{pmatrix} u \\ c \\ t \end{pmatrix} Z_\mu \\ & - \sqrt{g^2 + g'^2} \begin{pmatrix} \bar{d} & \bar{s} & \bar{b} \end{pmatrix} \gamma^\mu \frac{1}{2} \left[\left(-\frac{1}{2} + \frac{2}{3} \sin^2 \theta_w \right) + \frac{\gamma_5}{2} \right] \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix} Z_\mu. \end{aligned} \quad (2.138)$$

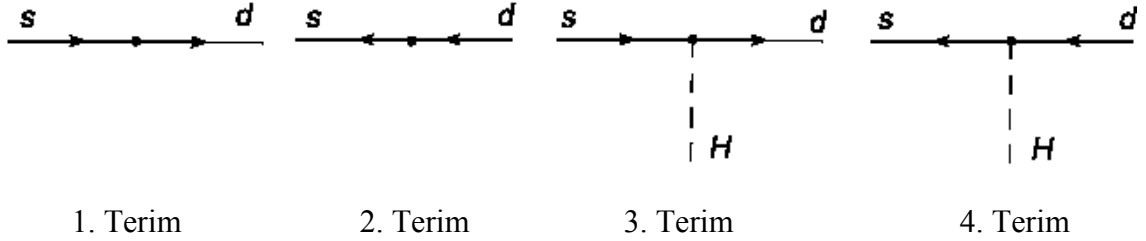
L^ℓ ve L^q lagranjiyenlerinin toplamından oluşan L^f lagranjiyeni yeni lepton ve kuarkların kinetik terimlerini ve bu alanların ayar alanları ile olan etkileşmelerini içermektedir. Bu lagranjiyenlerde dikkat çeken bazı özellikler vardır. Bunlardan birincisi, W^- bozonları sadece sol-elli fermiyonlarla etkileşirken, Z ve A bozonları hem sol-elli hem de sağ-elli fermiyonlar ile etkileşir. Ayrıca çeşni değiştiren yüksüz akımları da içermemektedir, çeşni değişimi sadece W^\pm bozonları ile gerçekleşmektedir. İkinci dikkat çekici özellik ise farklı kuark aileleri arasında etkileşmelerin bulunmamasıdır. Bunun sebebi ise kuarkların kütle öz durumlarında değil de zayıf öz durumlarda bulunmalarıdır. Kütle öz durumlarına geçildiğinde, farklı kuark aileleri zayıf etkileşme ile birbirlerine karışırlar. Bunun için Yukawa lagranjiyeni incelenmeli ve CKM matrisi tanımlanmalıdır. Üç lepton ve üç kuark ailesi için Yukawa lagranjiyeni aşağıdaki gibidir,

$$\begin{aligned}
L^Y = & -f_e (\bar{\Psi}_L^1 \Phi e_R + \bar{e}_R \Phi^\dagger \Psi_L^1) - f_\mu (\bar{\Psi}_L^2 \Phi \mu_R + \bar{\mu}_R \Phi^\dagger \Psi_L^2) - f_\tau (\bar{\Psi}_L^3 \Phi \tau_R + \bar{\tau}_R \Phi^\dagger \Psi_L^3) \\
& - f_d (\bar{q}_L^1 \Phi d_R + \bar{d}_R \Phi^\dagger q_L^1) - f_u (\bar{q}_L^1 \Phi^c u_R + \bar{u}_R \Phi^{c\dagger} q_L^1) - f_s (\bar{q}_L^2 \Phi s_R + \bar{s}_R \Phi^\dagger q_L^2) \\
& - f_c (\bar{q}_L^2 \Phi^c c_R + \bar{c}_R \Phi^{c\dagger} q_L^2) - f_b (\bar{q}_L^3 \Phi b_R + \bar{b}_R \Phi^\dagger q_L^3) - f_t (\bar{q}_L^3 \Phi^c t_R + \bar{t}_R \Phi^{c\dagger} q_L^3) \\
& - f_{ds} (\bar{q}_L^1 \Phi s_R + \bar{s}_R \Phi^\dagger q_L^1) - f_{db} (\bar{q}_L^1 \Phi b_R + \bar{b}_R \Phi^\dagger q_L^1) - f_{uc} (\bar{q}_L^1 \Phi^c c_R + \bar{c}_R \Phi^{c\dagger} q_L^1) \\
& - f_{ut} (\bar{q}_L^1 \Phi^c t_R + \bar{t}_R \Phi^{c\dagger} q_L^1) - f_{sd} (\bar{q}_L^2 \Phi d_R + \bar{d}_R \Phi^\dagger q_L^2) - f_{sb} (\bar{q}_L^2 \Phi b_R + \bar{b}_R \Phi^\dagger q_L^2) \\
& - f_{cu} (\bar{q}_L^2 \Phi^c u_R + \bar{u}_R \Phi^{c\dagger} q_L^2) - f_{ct} (\bar{q}_L^2 \Phi^c t_R + \bar{t}_R \Phi^{c\dagger} q_L^2) - f_{bd} (\bar{q}_L^3 \Phi d_R + \bar{d}_R \Phi^\dagger q_L^3) \\
& - f_{bs} (\bar{q}_L^3 \Phi s_R + \bar{s}_R \Phi^\dagger q_L^3) - f_{tu} (\bar{q}_L^3 \Phi^c u_R + \bar{u}_R \Phi^{c\dagger} q_L^3) - f_{tc} (\bar{q}_L^3 \Phi^c c_R + \bar{c}_R \Phi^{c\dagger} q_L^3). \quad (2.139)
\end{aligned}$$

(2.139) Yukawa lagranjiyeninde farklı ailelere ait leptonlar arasında yazılmış terim bulunmamaktadır. Farklı aileler farklı lepton sayısına sahip olduğundan, lepton sayısının korunumu gereği bu tür terimler yasaktır. Fakat yine (2.139) lagranjiyeninden görüldüğü üzere farklı kuark aileleri arasında karışmalar mevcuttur. Bu karışma terimlerinden herhangi birini alıp, Φ alanının yerine yazılmasıyla, örneğin;

$$-f_{ds} (\bar{q}_L^1 \Phi s_R + \bar{s}_R \Phi^\dagger q_L^1) = -f_{ds} \frac{\eta}{\sqrt{2}} \bar{d}_L s_R - f_{ds} \frac{\eta}{\sqrt{2}} \bar{s}_R d_L - \frac{f_{ds}}{\sqrt{2}} \bar{d}_L H s_R - \frac{f_{ds}}{\sqrt{2}} \bar{s}_R H d_L \quad (2.140)$$

teriminde, birinci ve ikinci terim farklı iki aileye ait olan d ve s kuarklarından oluşmaktadır. Üçüncü ve dördüncü terimler ise d ve s kuarkların Higgs bozonu ile etkileşmesini vermektedir. Bu etkileşmelerin diyagramları şekil 2.5 ile gösterilebilir,



Şekil 2.5 Yukawa lagranjyenindeki d ve s kuarkların karışma terimlerinin Feynman diyagramları

Şekil 2.5 ile verilen türde etkileşmeler fiziksel olarak anlamlı değildir. Bunun nedeni kuark alanlarının kütle öz durumlarında bulunmamasıdır. Yukawa lagranjyeninin kuarklar için yazılan parçası,

$$L_q^Y = \frac{(\eta + H(x))}{\sqrt{2}} \left[\begin{pmatrix} \bar{u}_L & \bar{c}_L & \bar{t}_L \end{pmatrix} \tilde{M}' \begin{pmatrix} u_R \\ c_R \\ t_R \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \bar{d}_L & \bar{s}_L & \bar{b}_L \end{pmatrix} M' \begin{pmatrix} d_R \\ s_R \\ b_R \end{pmatrix} \right] \quad (2.141)$$

(2.141) lagranjyenindeki M ve \tilde{M} matrisleri,

$$\tilde{M} = \eta \tilde{M}' = -\eta \begin{bmatrix} f_{uu} & f_{uc} & f_{ut} \\ f_{cu} & f_{cc} & f_{ct} \\ f_{tu} & f_{tc} & f_{tt} \end{bmatrix}, \quad M = \eta M' = -\eta \begin{bmatrix} f_{dd} & f_{ds} & f_{db} \\ f_{sd} & f_{ss} & f_{sb} \\ f_{bd} & f_{bs} & f_{bb} \end{bmatrix} \quad (2.142)$$

şeklinindedir. Bu matrisler diyagonal olmayan kuark kütle matrisleridir. Köşegen olmadıkları için de kuarklar kütle öz durumlarında değildir. M ve \tilde{M} matrisleri köşegenleştirilerek daha önce sözü edilen fiziksel anlam taşımayan terimler ortadan kaldırılır.

En genel kompleks elemanlı bir matrisi üniter dönüşümle köşegenleştirmek

mümkündür,

$$S^\dagger M T = M_{\text{diag}} \quad ; \quad S, T : \text{üñiter matrisler} \quad (2.143)$$

(2.142) matrislerinden de görüldüğü gibi u,c,t ve d,s,b kuark sektörlerinin kütle matrisleri farklı olduğundan, bunlara karşı gelen kütle matrislerini köşegenleştiren üniter dönüşümlerde farklıdır. Bu durumda iki tane üniter dönüşüm matrisi vardır. Dönüşüm matrislerini ayırt etmek için S_u , T_u ve S_d , T_d biçiminde göstermek mümkündür. Artık (2.141) lagranjiyeni aşağıdaki gibi yazılabilir,

$$L_q^Y = \frac{(\eta + H(x))}{\sqrt{2}} \left[\begin{pmatrix} \bar{u}_L & \bar{c}_L & \bar{t}_L \end{pmatrix} \underbrace{S_u S_u^\dagger \tilde{M}' T_u T_u^\dagger}_{\tilde{M}'_{\text{diag}}} \begin{pmatrix} u_R \\ c_R \\ t_R \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \bar{d}_L & \bar{s}_L & \bar{b}_L \end{pmatrix} \underbrace{S_d S_d^\dagger M' T_d T_d^\dagger}_{M'_{\text{diag}}} \begin{pmatrix} d_R \\ s_R \\ b_R \end{pmatrix} \right] \quad (2.144)$$

Böylece kütle matrisleri köşegenleştirilerek kütle öz durumlarına geçilir. Kuark alanları için kütle öz durumları,

$$\begin{pmatrix} u'_L \\ c'_L \\ t'_L \end{pmatrix} = S_u^\dagger \begin{pmatrix} u_L \\ c_L \\ t_L \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} u'_R \\ c'_R \\ t'_R \end{pmatrix} = T_u^\dagger \begin{pmatrix} u_R \\ c_R \\ t_R \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} d'_L \\ s'_L \\ b'_L \end{pmatrix} = S_d^\dagger \begin{pmatrix} d_L \\ s_L \\ b_L \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} d'_R \\ s'_R \\ b'_R \end{pmatrix} = T_d^\dagger \begin{pmatrix} d_R \\ s_R \\ b_R \end{pmatrix} \quad (2.145)$$

şeklinde verilir. Kütle öz durumlarına geçildiğinde şekil 2.5 ile gösterilen etkileşmeler ortadan kalkar. Bu terimlerin yerine, kuark alanlarının kütle terimleri ve kuark alanlarının Higgs bozonu ile etkileşme terimleri gelir.

Zayıf öz durumlardan kütle öz durumlarına geçildiğinde elektromagnetik ve nötral akım etkileşmeleri invaryant kalır. Fakat kuarkların yüklü akımlarının ayar bozonu W ile olan etkileşmeleri, farklı kuark sektörlerini içerir. Bu sebeple kütle öz durumlarına geçildiğinde bu terimler değişirler,

$$L_{\text{akim}}^{\text{yükü}} = -\frac{g}{\sqrt{2}} \left(\bar{u}'_L \quad \bar{c}'_L \quad \bar{t}'_L \right) \gamma^\mu S_u^\dagger S_d \begin{pmatrix} d'_L \\ s'_L \\ b'_L \end{pmatrix} W_\mu^- + \text{h.c.} \quad (2.146)$$

(2.146) lagranjiyeninde S_u ve S_d farklı kuark sektörlerine ait olduklarından,

$$C = S_u^\dagger S_d, \quad C \neq 1 \quad (2.147)$$

olur. C matrisine Cabibbo-Kobayashi-Maskawa (CKM) matrisi denir. Kütle öz durumlarına geçildiğinde, kuarklar için yazılan yüklü akım etkileşmelerinde CKM matrisi nedeniyle durum biraz daha farklıdır. CKM matrisi ile farklı ailelere ait olan kuarklar birbirlerine karışmaktadır,

$$\begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix} \quad (2.148)$$

Görüldüğü gibi CKM matrisi 3×3 bir matristir. Elemanları ise kompleks değerlidir. Böyle bir matris onsekiz bağımsız parametre içermektedir. CKM matrisinin elemanlarını $[CKM]_{kl} = R_{kl} \exp(i\delta_{kl})$; $1 \leq k, l \leq 3$ şeklinde kutupsal koordinatlarda yazmak mümkündür. Bu durumda bağımsız parametreler R_{kl}, δ_{kl} reel olacaktır. Dokuz tane olan δ_{kl} fazlarının beş tanesi kuark alanlarının yeniden tanımlanması ile alanların tanımlarının içerisine atılabilir. Böyle kuark alanları yeniden tanımlanabilir, fakat bu durum fiziği değiştirmemektedir. CKM matrisinin üniterlik koşulundan dokuz tane bağımsız denklem elde edilir. Böylece matrisdeki bağımsız parametre sayısını dörde indirmek mümkündür. Bu dört parametreden üç tanesi, üç boyutlu uzaydaki dönmelerin Euler açıları, bir tanesi faz olacak şekilde CKM matrisi parametrize edilir. Bu parametrizasyonlardan bir tanesi $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ açılarını ve δ fazını içeren şu parametrizasyondur,

$$C = \begin{pmatrix} c_1 & -s_1c_3 & -s_1s_3 \\ s_1c_2 & c_1c_2c_3 - s_2s_3e^{i\delta} & c_1c_2s_3 + s_2c_3e^{i\delta} \\ s_1s_2 & c_1s_2c_3 + c_2s_3e^{i\delta} & c_1s_2s_3 - c_2c_3e^{i\delta} \end{pmatrix} \quad (2.149)$$

(2.149)' daki $c_i = \cos\theta_i$ ve $s_i = \sin\theta_i$, $1 \leq i \leq 3$ şeklindedir. CKM matrisindeki bu dört serbest parametre deneysel veriler yardımıyla belirlenmektedir. Kuarkların zayıf bozunmaları ile ilgili deneyler, bu parametrelerin belirlenmesi için oldukça uygundur.

2.3.2 Güçlü etkileşmeler

Kuarklar elektrik yükünden başka, bir de renk yükü taşımaktadırlar. Kuarkların renk yükleri sayesinde birbirleriyle nasıl etkileştiklerinin kuramı, kuantum elektrodinamiği model olarak alınıp elektrik yükünün yerine renk yükü geçirildiğinden, kuantum renk dinamiği diye anılır. Kuarklar kırmızı, mavi ve yeşil olmak üzere üç değişik renk yükü taşıırken, anti kuarklar bu renklerin antilerini taşımaktadırlar. Kuarklar bir araya geldiklerinde ortaya, taşıdıkları renk yüklerinin toplamı çıkıyor ve böylece renk yükü açısından nötr olan hadronları oluşturuyorlar. Bir kuark, diğer kuarklarla yaptığı gluon alışverişi sırasında, her gluon saldıığında veya soğurduğunda, renk yükünü değiştirmektedir. Elektrik ve renk yükleri arasındaki bu fark; elektromanyetik etkileşimin taşıyıcısı olan fotonun elektrik yükü taşımaması, halbuki güçlü iletişimin taşıyıcısı olan gluonun renk yükü taşıyor olmasından kaynaklanıyor. Gluonların taşıdıkları renk yükleri; renk yükünün de elektrik yükü gibi korunması gerektiğinden, farklı farklı olabildikleri gibi, tek bir renk yükünden değil de, ikili renk yükü bileşimlerinden oluşuyor. Öte yandan, üç renk yükü ile üç karşıt renk yükünün, dokuz farklı ikilisi olabildiğine göre; gluonlar için dokuz farklı renk yükü bileşiminin mümkün olması gerekiyor. Fakat Standart model matematiği bunlardan sadece sekizine izin veriyor ve dolayısıyla, gluonların yalnızca sekiz farklı renk yükü bileşimi olabiliyor. Bileşimlerden birinin neden yasak olmasının gerektiğinin, matematiksel nedeni varsa da, önsezisel bir açıklaması bulunmamaktadır.

Güçlü etkileşmeler abeliyen olmayan ayar alanları tarafından tasvir edilirler. Elektrozayıf etkileşmelerde olduğu gibi lagranjiyenin yerel ayar dönüşümleri altındaki

invaryanslığına dayanmaktadır. Kuark alanları için serbest lagranjiyen,

$$L = \bar{q}_j(x)[i\partial - m]q_j(x) \quad (2.150)$$

biçimindedir. Burada q_1, q_2, q_3 üç farklı renge sahip kuark alanlarını göstermektedir ve kolaylık olması için sadece bir kuark çeşnisi dikkate alınmıştır. $q(x)$ alanları yerel ayar dönüşümleri altında,

$$q(x) \rightarrow Uq(x) = e^{i\theta_a(x)\frac{\lambda^a}{2}} q(x) \quad (2.151)$$

şeklinde dönüşürler. Burada λ_a ' lar Gell-Mann matrisleri olarak adlandırılan, $a=1, \dots, 8$ olmak üzere, lineer bağımsız ve izsiz 3×3 matrislerdir, θ_a ' lar ise grup parametreleridir. G_μ^a ile gösterilen sekiz tane ayar alanı, $U(1)$ ile benzer olarak,

$$G_\mu^a \rightarrow G_\mu^a - \frac{1}{g} \partial_\mu \theta^a(x) \quad (2.152)$$

biçiminde dönüşünler. Lagranjiyenin yerel ayar dönüşümleri altında değişmezliğini sağlamak amacıyla tanımlanan kovaryant türev şu şekildedir,

$$D_\mu = \partial_\mu - ig \frac{\lambda_a}{2} G_\mu^a \quad (2.153)$$

Kovaryant türevde alanın kendisi gibi dönüşmektedir,

$$D_\mu q(x) \rightarrow e^{i\theta_a(x)\frac{\lambda^a}{2}} D_\mu q(x) \quad (2.154)$$

Böylece lagranjiyen,

$$L = \bar{q}(i\partial - m)q - g(\bar{q}\gamma^\mu \frac{\lambda_a}{2} q)G_\mu^a \quad (2.155)$$

biçiminde yazılabilir. Fakat ayar alanları abeliyen olmadığı için bu lagranjiyene ayar dönüşümleri uygulandığında değişmez yapıda olmadığı görülür. $q(x)$ ' e uygulanan sonsuz küçük bir ayar dönüşümü altında,

$$q(x) \rightarrow [1 + i\theta_a(x)T_a]q(x) , \quad T_a = \frac{\lambda_a}{2} \quad (2.156)$$

şeklindedir. Böylece,

$$(\bar{q}\gamma^\mu T_a q) \rightarrow (\bar{q}\gamma^\mu T_a q) + i\theta_b \bar{q}\gamma^\mu (T_a T_b - T_b T_a)q = (\bar{q}\gamma^\mu T_a q) - f_{abc}\theta_b (\bar{q}\gamma^\mu T_c q) \quad (2.157)$$

olduğu görülür. Burada T_a üreticilerinin,

$$[T_a, T_b] = if_{abc}T_c \quad (2.158)$$

sıra değiştirme bağıntısı kullanılmaktadır ve f_{abc} grubun yapı sabiti olarak tanımlanmaktadır. Bu sonuçlar dikkate alındığında (2.152) ayar dönüşümü,

$$G_\mu^a \rightarrow G_\mu^a - \frac{1}{g}\partial_\mu \theta^a - f_{abc}\theta^b G_\mu^c \quad (2.159)$$

olacak şekilde yazıldığında lagranjiyenin istenen ayar invaryantlığı sağlanmış olur. Böylece QCD lagranjiyeni,

$$L_{\text{QCD}} = \bar{q}(\not{D} - m)q - \frac{1}{4}G_{\mu\nu}^a G_a^{\mu\nu} \quad (2.160)$$

Burada $G_{\mu\nu}^a$,

$$G_{\mu\nu}^a = \partial_\mu G_\nu^a - \partial_\nu G_\mu^a - gf_{abc}G_\mu^b G_\nu^c \quad (2.161)$$

biçiminde tanımlanır. Bu lagranjiyen kuark alanları ve gluonların etkileşme köşelerini

içermektedir. Kuark-gluon etkileşme köşesi,

$$\bar{q}Dq \rightarrow g\bar{q}\frac{\lambda_a}{2}\gamma^\mu q(x)G_\mu^a \quad (2.162)$$

terimi ile kendini belli eder. (2.160) lagranjiyeni ayrıca üçlü ve dörtlü gluon etkileşme köşelerini de içermektedir. Bu etkileşme köşeleri ayar alanlarının kinetik teriminden gelmektedir. L_{QCD} lagranjiyenindeki etkileşme köşeleri şekil 2.6 ile verilebilir,



Şekil 2.6 L_{QCD} lagranjiyeninde bulunan güçlü etkileşme köşeleri

2.4 Standart Modelin Öngörülleri ve Cevaplandıramadığı Sorular

Elektrozayıf ve güçlü etkileşme kuramları, standart model olarak adlandırdığımız tek bir resim altında biraraya getirilerek başarıyla açıklanmaktadır. Günümüzde, parçacık fiziği laboratuvarlarından elde edilen veriler ile standart model uyum içerisindedir. Standart modelin birçok öngörüsü deneylerle doğrulanmıştır. Deneylerle doğrulanan bu öngörülerinden bazıları, W^\pm ve Z bozonlarının, gluonun, üst kuark ve tılsımlı kuarkın varlığının kanıtlanması sayılabilir. Ayrıca bunların yine model tarafından öngörülen çeşitli özellikleri de deneysel olarak doğrulanmıştır.

1967 yılında Steven Weinberg ve Abdus Salam' ın bağımsız olarak önerdikleri elektrozayıf etkileşmeler kuramı o zamana kadar gözlenmemiş olan, zayıf etkileşmelere aracılık eden yüksüz bir Z bozonun ve W^\pm bozonlarının varlığına gereksinim duymaktadır. Modelde önemli bir yere sahip olan bu bozonların kütleleri standart model tarafından öngörülmektedir. Ancak bu kütleler sayısal değerler olarak verilmemekte, sadece ölçülebilir parametrelere bağlı bir biçimde ortaya konulmaktadır. O dönemlerde bu parametreler deneylerle ölçülemediğinden kütleler için olası limit değerler

öngörülüyordu. Yetmişli yıllarda CERN’ de SPS (Super Proton Synchrotron) isimli proton-antiproton çarpıştırıcısı kurulmaya başlandı ve 1983 yılında bu çarpıştırıcıda, Carlo Rubbia ve Simon Van der Meer’ in geliştirdiği teknikler kullanılarak $\sqrt{s} = 540 \text{ GeV}$ kütlemerkezi enerjisinde yapılan iki deneyde, elektrozayıf kuramın varlıklarını gerektirdiği W^+ , W^- , Z bozonları gözlemlendi. Bu deneylerde bozonların kütleleri,

$$m_W = 81 \pm 5 \text{ GeV}, \quad m_Z = 95 \pm 3 \text{ GeV} \quad (2.163)$$

olarak ölçüldü. Standart modelin öngördüğü kütle değerleri ise,

$$m_W = 82 \pm 2 \text{ GeV}, \quad m_Z = 92 \pm 2 \text{ GeV} \quad (2.164)$$

dir ve bu kütleler ölçülen değerleri ile oldukça yakındır. Buluş standart modelin doğrulanması açısından büyük bir önem taşımaktadır. Bu nedenle 1984 yılında Nobel ödülü kazanmıştır. Daha sonraki yıllarda yapılan deneylerde bu bozonların kütleleri hassas bir şekilde ölçülmüştür. Günümüzdeki değerleri,

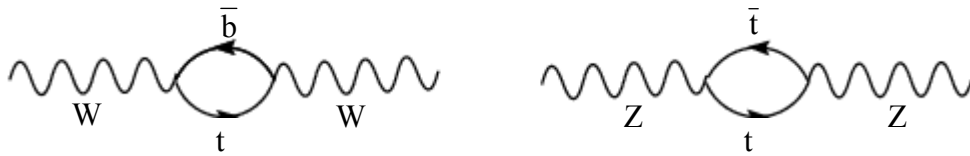
$$m_W = 80,425 \pm 0,038 \text{ GeV}, \quad m_Z = 91,1876 \pm 0,0021 \text{ GeV} \quad (2.165)$$

dir. 1989 yılında SLAC ve CERN’ deki LEP çarpıştırıcılarında yapılan deneylerle, Z bozonunun ömrü ölçüldü. Bu deneylerde elde edilen sonuçlar, doğada yalnız üç çeşit, çok hafif veya kütsüz nötrinonun var olması gereğiyle de uyumluydu.

Leon Lederman ve arkadaşlarının çalışmaları ile 1973 yılında beşinci kuark olarak, b kuark keşfedildi. b kuarkın birde zayıf izospin eşinin olması beklendiğinden, bu altıncı kuarkın aranması çalışmalarına başlandı. Ancak bulunması için aradan yirmi yıla yakın bir sürenin geçmesi gerekecekti. O sıralarda Hamburg’ daki DESY laboratuvarının bir çarpıştırıcısı olan PETRA’ da bir kuark veya antisi tarafından gluon yayınlandığına dair güçlü izlere rastlandığı bildirildi.

Standart modelin teorik olarak sağladığı altyapı yardımı ile, üst kuark keşfedilmeden önce kütlesi tahmin edilebilmekteydi. Çeşitli merkezlerde gerçekleştirilen deneyler ile t kuarkın kütlesi için $m_t \geq 89$ GeV alt sınırı öngörülmekteydi. Üst kuark vakum polarizasyonu ve özenerji diyagramları ile W ve Z bozonların kütlelerine katkıda bulunmaktadır. Bu diyagramların katkılarının büyüklüğü, ilmeklerde bulunan virtüel parçacıkların kütleleri ile ilişkilidir. Üst kuark, W bozonun vakum polarizasyonu diyagramındaki ilmekte bir kez yer alırken, Z bozonunkinde iki kez bulunmaktadır. Bu sebeple m_t 'nin , W ve Z bozonların kütlelerine olan katkısı farklıdır ve $\frac{m_w}{m_z}$ oranı m_t 'ye

bağlıdır. Bu bozonların kütlelerinin oranı deneylerle, $\frac{m_w}{m_z} = 0,8801 \pm 0,0037$ değerini vermiştir. Bu sonuçlar yardımıyla m_t için, $m_t \leq 200$ GeV üst sınırı konulmuştur.



Şekil 2.7 W ve Z bozonlarının kütlelerine katkıda bulunan t kuark ilmekleri

1995 yılının Mart ayında, Fermilab' da (FNAL) proton-antiproton çarpıştırıcısında yapılan CDF ve D0 deneyleri, onsekiz yıldır çeşitli hızlandırıcılarda yapılan deneylerde rastlanamamış olan üst kuarkın varlığını kanıtladı. Bulunmasının neden bu kadar zor olduğu da böylece ortaya çıkmış oldu. Çünkü üst kuark, alt kuarkın otuz katından fazla bir kütleyle sahiptir. Üretilmesi için daha büyük enerjili bir çarpıştırıcının yapılması gerekmişti. Bu çarpıştırıcıda protonlar TeV düzeyindeki enerjilere kadar hızlandırılabilirdiği için makinaya Tevatron adı verilmiştir. Kütle merkezi enerjisi $\sqrt{s} = 1,8$ TeV' dir. Üst kuark standart modeli oluşturan parçacıklar içerisinde en büyük kütleli parçacık olarak ortaya çıkmıştır. CDF ve D0 grupları t kuarkın kütlesi için şu değerleri ölçmüştür,

$$m_t = 176,0 \pm 6,5 \text{ GeV (CDF)} \quad m_t = 172,1 \pm 7,1 \text{ GeV (D0)} \quad (2.166)$$

Üst kuarkın bulunuşu standart modelin doğrulanması yolunda atılan çok önemli bir

adıdır. Ancak, parçacığın kütlesinin bu kadar büyük oluşunun nedenleri tartışmalara ve yeni kuramsal modellerin kurulmasına açıktır.

Standart modelin parçacıkların kütle problemine getirdiği çözüm Higgs mekanizması olarak anılır. Öyle ki bütün uzay bir ‘Higgs alanı’ ile kaplıdır ve parçacıklar bu alanla etkileşerek kütle kazanırlar. Parçacığın kütlesinin büyüklüğü bu alanla etkileşmesinin şiddetine bağlıdır. Higgs alanının etkisini Higgs bozonu olarak adlandırılan parçacık taşımaktadır. Higgs bozonu standart modelin öngördüğü ve henüz gözlenmemiş olan tek parçacıktır. 2007 yılında CERN’ de çalışmaya başlaması planlanan LHC’ de bu bozonların gözlenmesi beklenmektedir. Higgs bozonunun gözlenmesi standart modelin doğrulanmasında çok büyük bir adım olacaktır, kütlesinin ve çeşitli özelliklerinin bilinmesi modeldeki bazı boşlukların doldurulmasını sağlayacaktır. Higgs bozonunun kütlesi standart model tarafından öngörülmemektedir. Ancak parçacık fiziği laboratuvarlarından elde edilen bilgilere dayanılarak kütlesinin alt limitinin $m_H \geq 114,4$ GeV, üst limitinin ise $m_H < 219$ GeV olduğu tahmin edilmektedir.

Standart model, maddenin yapısı ile ilgili sorunların pek çoğunu dört kuvvetin etkisi altındaki altı çeşit kuark ve leptonla oldukça inandırıcı bir biçimde yanıtlatabiliyor. Ancak standart modelin yanıtlayamadığı sorular da var. Standart modelde karşılaşılan problemlerin büyük bir kısmı Higgs sektöründen gelmektedir. Buna göre elektrozayıf teorinin son nokta olmadığı yönünde haklı sebepler mevcuttur. İlk olarak, standart model Higgs bozonlarının kökeni hakkında oldukça sessiz kalmaktadır. Bunun sebebi ise modelde $SU_L(2) \times U_Y(1)$ elektrozayıf simetrisinin kendiliğinden bozulmasının, tam olarak bu simetriyi uygun şekilde kırarak biçimde seçilmiş olan $V(\Phi, \Phi^\dagger)$ skaler potansiyelinin araç olarak kullanılması ile gerçekleştirilmesidir. Simetrinin kendiliğinden bozulması için potansiyeldeki μ^2 terimi kütle teriminden bir eksi çarpanı kadar farklıdır. Bu durum şu soruyu akla getirir; μ^2 ’ yi negatif yapan nedir? Standart model bu soruyu, simetrinin kendiliğinden kırılabilmesi için bu şekilde seçilmelidir şeklinde yanıtlamaktadır. Ancak eğer bu soruya verilebilecek bir cevap varsa, standart model ötesinde bir teoride aranmalıdır. Standart modelin bu tür eksiklikleri fizikçileri yeni teoriler ileri sürmeye sevk etmektedir.

Standart modelin yanıtlayamadığı diğer sorulardan bazıları şöyle sıralanabilir:

- * Kuark ve leptonlar gerçekten temel parçacık mı, yoksa daha temel başka parçacıklardan mı oluşuyorlar?
- * Parçacık kütleleri neden öngörülemiyor ve kütle çekimi bu modele en uyumlu şekilde nasıl girmeli?
- * Maddeyle karşıt madde arasında bir simetri varsa eğer, evrene baktığımızda neden hep madde görüyoruz, hiç antimadde görmüyoruz?
- * Karanlık maddenin yapısı nedir ve neden gözlenemiyor?
- * Dört ayrı etkileşim, tek bir etkileşim çatısı altında toplanamaz mı?

Parçacık fiziğinin bugünkü ana amaçlarından birisi, dört temel kuvvetin evrendeki düzeni daha basit bir şekilde açıklayabilmek için tek bir büyük birleşik alanlar kuramında birleştirilmesidir. Çünkü yukarıdaki sorunların çoğunun yanıtının bu birleştirme sırasında verilebileceği düşünülüyor. Dolayısıyla bu yöndeki çalışmalar yoğun bir şekilde sürdürülmektedir. Lepton ve kuarkları aynı çerçeveye yerleştiren bu birleştirme kuramları, standart modelin lepton ve baryon sayısının korunmasına yönelik ilkesinin zedelenebileceği doğrultusunda öngörülerde bulunuyor. Bu kapsamda yapılan çalışmalardan bazıları protonun da bozunabileceğini öne sürüyor. Birleşik alanlar kuramına göre, evrendeki madde ve anti-madde dengesizliği evrenin ilk oluşma aşamasında parçacık üretim süreçlerinin bir süre için baryonlar lehine küçük bir sapmaya uğramış olmasından kaynaklanmaktadır. Bu sırada üretilmiş olan madde parçacığı fazlalığı, madde ile anti-madde parçacıklarının birbirlerini yok etmesinden sonra geriye kalmış olup evrende bugün görünen maddeyi oluşturmaktadır. Proton bozunma süreci ise bir bakıma bu sapmayı düzeltici yönde veya baryon sayısını denge konumunun gerektirdiği düzeye geri döndürme doğrultusunda çalışmaktadır. Bu açıdan proton bozunumu oldukça önemlidir ve üzerinde çalışılmakta olan bir konudur. Bozunmanın deneysel olarak gözlenebilmesi için Japonya' da ve ABD' nin Argon Ulusal Laboratuvarları' nda deneyler yapılmaktadır. Ancak bu deneyler sırasında proton bozunması gözlenememiştir.

Standart modelin geçerliliğinin belirli bir enerji skalasına kadar olduğu düşünülmektedir. Fakat bu enerji skalası, standart model deneylerle doğrulandığından

günümüzde ulaşılan enerji skalasından yüksek olmalıdır. Standart modelin hangi enerji skalasına kadar geçerli olduğu sorusu, Higgs bozonunun kütesinin ne olduğu sorusuyla ilişkilidir. Bunu görmek için $W + W \rightarrow W + W$ saçılması incelenebilir (Quang and Pham 1998). Higgs bozonunun bulunmadığı durumda saçılma genliği beş adet ağaç diyagramından ibarettir. Bu durumda saçılma genliği $g^2 \frac{E^2}{m_w^2}$ ile orantılıdır. E kütle merkezi enerjisi olduğundan saçılma genliği enerji ile artış göstermektedir. Fakat Higgs bozonundan gelen katkıda dikkate alınırca, E^2 ile olan artış engellenecektir. Böylece genlik, $\frac{g^2}{32\pi m_w^2} E^2 \Rightarrow \frac{g^2}{32\pi} \frac{M_H^2}{M_w^2} = \frac{\lambda}{4\pi}$ biçiminde olacaktır. Buradaki λ , Higgs bozonunun kendikendisi ile olan dörtlü bağlaşımı ile orantılıdır. Eğer λ yeterince küçük ise pertürbasyon teorisi açısından bir sorunla karşılaşılmaz ve E ile olan artış engellenmiş olur. Fakat $\lambda \gg 1$ ise standart model öngöründe bulunamaz hale gelir ve W-W saçılmasında enerji ile artışın Higgs içeren diyagramlarla engellenip engellenemeyeceği bilinemez. λ ' nın küçük olduğu rejim zayıf bağlaşım rejimi olarak adlandırılır. Bu durumda Higgs bozonunun kütesinin λ ' nın büyük olduğu kuvvetli bağlaşım rejimine göre daha küçük olduğu söylenebilir. Belirli bir enerji skalasının üzerinde kuvvetli bağlaşım rejimi geçerli olmaktadır. Bu iki rejimi birbirinden ayıran kritik enerjinin ne olduğunu belirlemek için λ ' nın enerji bağımlılığı bilinmelidir. Bunun için λ ' ya göre yazılan renormalizasyon grup denklemi kullanılabilir. λ için renormalizasyon grup denklemi,

$$\frac{d\lambda}{d \log(Q/\eta)} = \frac{3}{2\pi^2} \lambda^2 \quad (2.167)$$

şeklindedir. Bu denklem çözümlerse,

$$\lambda(Q) = \frac{\lambda}{1 - \frac{3\lambda}{2\pi^2} \log(Q/\eta)} \quad (2.168)$$

denklemi elde edilir. (2.168) denkleminde λ ne kadar küçük olursa olsun, $\lambda(Q)$

bağlaşımı belirli bir Q enerjisinde ıraksar. $\lambda(Q)$ ' nun sonsuz olduğu Q enerjisi kritik enerji olarak tanımlanır ($Q=E_{cr}$). $\lambda(\eta) = \frac{m_H^2}{2\eta^2}$ olduğu kullanılırsa, kritik enerjide (2.168)' in paydasının sıfır olmasından dolayı,

$$\frac{E_{cr}}{\eta} = \exp\left(\frac{4\pi^2\eta^2}{3m_H^2}\right) \quad (2.169)$$

şeklinde yazılır. (2.169) denkleminde görüldüğü gibi, E_{cr} m_H ' e bağlıdır. Küçük Higgs kütleleri için, $m_H < 150$ GeV, kritik enerji skalası çok yüksektir, $E_{cr} \sim 10^{18}$ GeV ve Higgs modeli bu yüksek enerji skalasına kadar geçerli kalacaktır. Eğer $m_H \approx 700$ GeV ise, E_{cr} eksponansiyel olarak azalmakta ve yaklaşık olarak Higgs bozonunun kütlesi mertebesine kadar düşmektedir. Higgs bozonunun kütlesi için daha büyük değerler uygun değildir. Çünkü kritik enerji skalası, teorinin kütle spektrumunun üst limitinden daha küçük olamaz. Böylece E_{cr} enerjisinin standart model ile yeni fiziği birbirinden ayıran bir enerji skalası olduğu söylenebilir. Bu durumda yeni fiziğin enerji skalası da Higgs bozonunun kütlesine bağlıdır.

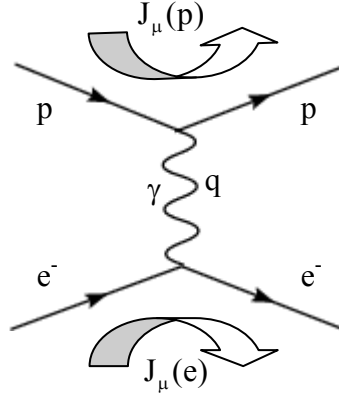
2.5 Fermi Teorisi ve Etkin Teori Olarak Standart Model

Fermi β bozunmasını, elektromagnetik etkileşmenin yapısından esinlenerek açıklamaya çalıştı (1932). Ancak günümüzde ulaşılan yüksek enerjilerde, parçacık fiziği laboratuvarlarında yapılan deneyler zayıf etkileşmelerin Fermi teorisinin geçerli olmadığını göstermiştir. Buna göre Fermi teorisinin sadece düşük enerjilerde başarılı olabileceğini söylemek mümkündür. Buradan yola çıkarak standart modelinde gelecekte Fermi teorisi gibi yerini başka bir teoriye bırakabileceğini ve standart modelin bu yeni teorinin daha düşük enerjilerdeki limiti olabileceği düşünülmektedir. Fermi teorisinden başlayarak standart modelin etkin teorisini açıklamaya çalışmak mümkündür.

Fermi teorisine göre fermiyonlar bir tek noktada etkileşmektedir ve bu etkileşme akım-akım biçimindedir. Ayrıca kuvvet taşıyıcı vektör bozonlarda bulunmamaktadır. Elektromagnetik elektron-proton saçılması için (şekil 2.8) genlik ifadesi şu şekilde

verilmektedir,

$$M = (e\bar{u}_p \gamma^\mu u_p) \left(-\frac{1}{q^2} \right) (-e\bar{u}_e \gamma_\mu u_e) = \left(\frac{e^2}{q^2} \right) J_\mu^{(p)} J_\mu^{(e)} \quad (2.170)$$

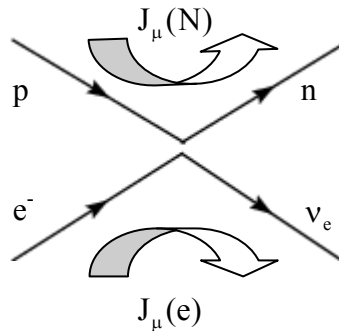


Şekil 2.8 Elektromagnetik elektron-proton saçılması

(2.170) ifadesinden görüldüğü gibi protonun iç yapısı ihmal edilmiştir. Burada genlik proton ve elektronun elektromagnetik akımlarının foton propagatörü ile çarpımı şeklinde verilmektedir. (2.170) akım-akım etkileşmesi formuna benzer biçimde Fermi β bozunması için şu şekilde bir genlik önerdi,

$$M = G_F (\bar{u}_n \gamma^\mu u_p) (\bar{u}_{\nu_e} \gamma_\mu u_e) \quad (2.171)$$

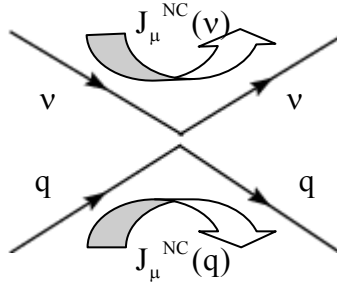
Buradaki G_F zayıf bağlaşım sabitidir ve Fermi sabiti olarak isimlendirilmektedir. β bozunmasına ait diyagram şekil 2.9' daki verilmektedir,



Şekil 2.9 β bozunması için ($p \rightarrow n e^+ \nu_e$) zayıf akımları gösteren diyagram

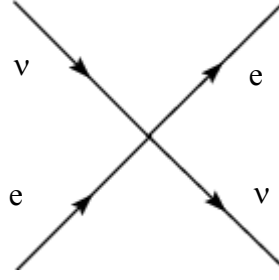
Ferminin önerdiği vektör-vektör formundaki zayıf genlik Lorentz invariant yapıda olan tek genlik değildir. Başka bilineer kovaryantları kullanarak Lorentz invariant genlikler yazmak mümkündür. β bozunması için yazılan (2.171) genliği bozunmanın tüm özelliklerini açıklayamamaktadır. Fermi' nin önerisinden sonra zayıf etkileşmelerin yapısını doğru bir şekilde açıklamak için çalışmalar devam etti ve 1956 yılında parite bozulması keşfedildi. Buna göre Fermi' nin önerisindeki γ^μ ' nün $\gamma^\mu(1-\gamma^5)$ ile değiştirilmesiyle parite bozulumu da dahil edilmiş olacaktı. Böylece vektör yapısına sahip akımların vektör eksi aksiyel vektör şeklinde yazılmasıyla parite bozulumu sağlanmaktadır. β bozunmasındaki akımlar, yük değişikliği meydana geldiği için yüklü akımlar olarak adlandırılmaktadır. Fermi teorisi nötral zayıf akımları içermez. V-A teorisi sadece yüklü akımlar için geçerlidir. 1973 yılında nötral zayıf akımlar keşfedilinceye kadar V-A teorisi kullanılıyordu. Bu akımların keşfi ile Fermi teorisinin yeniden düzenlenmesi gerekiyordu. Örneğin, $\nu q \rightarrow \nu q$ nötral akım etkileşmesi dikkate alındığında bu etkileşmeye ait genlik ve diyagram şu şekildedir;

$$M = \frac{G_F}{\sqrt{2}} (\bar{u}_\nu \gamma^\mu (1 - \gamma_5) u_\nu) (\bar{u}_q \gamma_\mu (c_V^q - c_A^q \gamma_5) u_q) \quad (2.172)$$



Şekil 2.10 Yüksüz akım $\nu q \rightarrow \nu q$ saçılması

(2.172) bağıntısındaki c_V ve c_A sabitlerdir. Kuark akımı V-A yapısına sahip değilken, nötrino akımı V-A yapısındadır. Bu sebeple Fermi teorisinin eksikliklerinden biri yüksüz akımları içermemesidir. Teorideki ikinci eksiklik ise $\nu_e + e^- \rightarrow \nu_e + e^-$ elastik saçılması dikkate alındığında karşımıza çıkmaktadır. Bu süreç için tesir kesidi hesabı yapıldığında, tesir kesidinin kütle merkezi enerjisinin karesi ile artmakta olduğu görülür. $\nu_e + e^- \rightarrow \nu_e + e^-$ süreci için diyagram,



Şekil 2.11 $\nu_e + e^- \rightarrow \nu_e + e^-$ saçılmasına ait diyagram

biçimindedir. V-A teorisi kullanılarak tesir kesidi hesabı yapıldığında şu bağıntı elde edilir;

$$\sigma(\nu_e e^- \rightarrow \nu_e e^-) = \frac{G_F^2}{\pi} s \left(1 - \frac{m_e^2}{s}\right)^2 \quad (2.173)$$

Burada s , $s = (p_e + p_\nu)^2$ biçiminde tanımlanır. Görüldüğü gibi tesir kesidi ifadesi enerjinin karesi ile orantılıdır ve enerjideki artış ile tesir kesidi de artış göstermektedir. Tesir kesidinin bu özelliğinden dolayı \sqrt{s} belirli bir değerin üzerinde olamaz. Bu değer $\sqrt{s_{\text{kritik}}}$ olarak isimlendirilmektedir. Eğer bu kritik değerden daha büyük enerjiler dikkate alınırsa S matrisin üniterlik koşulu bozulmaktadır. S matrisin üniterlik koşulu kullanılarak $\sqrt{s_{\text{kritik}}}$ enerjisi bulunabilir (Greiner and Müller 2000). İki parçacık saçılması için diferansiyel tesir kesidi kütle merkezi sisteminde;

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{(4\pi)^2}{p^2} \left| \langle \theta, \phi, \lambda'_1, \lambda'_2 | \hat{T} | 0, 0, \lambda_1, \lambda_2 \rangle \right|^2 \quad (2.174)$$

şeklindedir. (2.174) ifadesinde gelen parçacıkların $\theta = \phi = 0$ olacak biçimde z ekseninde hareket ettiği, saçılma doğrultusunun da (θ, ϕ) ile belirlendiği düşünülmektedir. λ_1 ve λ_2 gelen, λ'_1 ve λ'_2 saçılan parçacıkların helisiteleridir. p ise parçacıklardan birinin üçlü momentumudur. \hat{T} geçiş operatörü yada matrisi, saçılma matrisi olan \hat{S} matrise bağlıdır.

$$\hat{S} = \hat{I} + 2i\hat{T} \quad (2.175)$$

(2.174) ifadesindeki geçiş matrisi elemanının saçılma açısına bağlılığı, kısmi-dalga ayrışımı yapılırsa daha açık bir hale gelir. Bunun için Wigner D fonksiyonları kullanılmaktadır.

$$|\theta, \phi, \lambda_1, \lambda_2\rangle = \sqrt{\frac{2J+1}{4\pi}} \sum_{J,M} D_{\mu\lambda}^J(\phi, \theta, -\phi) |J, M, \lambda_1, \lambda_2\rangle, \quad \lambda = \lambda_1 - \lambda_2 \quad (2.176)$$

Wigner D fonksiyonları;

$$D_{m'm}^J(\alpha, \beta, \gamma) = \exp(-i\alpha m') d_{m'm}^J(\beta) \exp(-i\gamma m), \quad d_{mm'}^J(0) = \delta_{m'm} \quad (2.177)$$

biçiminde yazılabilir. Bu bağıntılar yardımıyla,

$$\langle \theta, \phi, \lambda'_1, \lambda'_2 | \hat{T} | 0, 0, \lambda_1, \lambda_2 \rangle = \sum_J \frac{(2J+1)}{4\pi} e^{i(\lambda-\lambda')\phi} d_{\lambda\lambda'}^J(\theta) \langle J, \lambda'_1, \lambda'_2 | \hat{T} | J, \lambda_1, \lambda_2 \rangle \quad (2.178)$$

olduğu görülür. Buradan kütle merkezi sisteminde diferansiyel tesir kesidi,

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\lambda_1, \lambda'_2, \lambda_1, \lambda_2} = \frac{1}{p^2} \left| \sum_J (2J+1) d_{\lambda\lambda'}^J(\theta) T_{\lambda'_1, \lambda'_2, \lambda_1, \lambda_2}^J \right|^2 \quad (2.179)$$

$$T_{\lambda'_1, \lambda'_2, \lambda_1, \lambda_2}^J = \langle J, \lambda'_1, \lambda'_2 | \hat{T} | J, \lambda_1, \lambda_2 \rangle \quad (2.180)$$

elde edilir. V-A bağlaşımlarının önemli bir sonucu, sol-elli durumlara izdüşüren operatör içermesi ve etkileşmelerin bu sol-elli fermiyon bileşenleri tarafından gerçekleştirilmesidir. Eğer parçacıklar $p \gg m$ olacak şekilde relativistik özelliklere sahip ise ellilik durumları ve helisite durumları aynı olacaktır. Bu durumda etkileşme negatif helisiteli fermiyonlar arasında gerçekleşecektir. Böylece T geçiş matrisi için şu ifade yazılabilir,

$$T_{\lambda_1, \lambda_2, \lambda_1, \lambda_2}^J \rightarrow T_{-1, -1, -1, -1}^J \delta_{\lambda_1, -1} \delta_{\lambda_2, -1} \delta_{\lambda_1, -1} \delta_{\lambda_2, -1} \quad (2.181)$$

Tüm parçacıklar için helisiteler belirlenmiş olduğundan T geçiş matrisi, T^J ile gösterilebilir. İlk durum parçacıklarının helisiteleri üzerinden ortalama alınırsa ve parçacık kütleleri ihmal edilirse, $p^2 \rightarrow \frac{s}{4}$ olduğu kullanılarak saçılma tesir kesidi şu forma getirilebilir,

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{4p^2} \left| \sum_J (2J+1) d_{00}^J(\theta) T^J \right|^2 = \frac{1}{s} \left| \sum_J (2J+1) P_J(\cos \theta) T^J \right|^2 \quad (2.182)$$

$$d_{00}^J(\theta) = P_J(\cos \theta) \quad (2.183)$$

$\nu_e + e^- \rightarrow \nu_e + e^-$ saçılması için Fermi teorisine ait üniterlik sınırı (2.182) ifadesi kullanılarak bulunabilir. Sürece ait diferansiyel tesir kesidi açı bağıllığı içermediğinden (2.182) açılımındaki sadece ilk terimi almak uygundur,

$$\sigma(e^- \nu_e \rightarrow e^- \nu_e) = 4\pi \frac{1}{s} |T^{J=0}|^2 \quad (2.184)$$

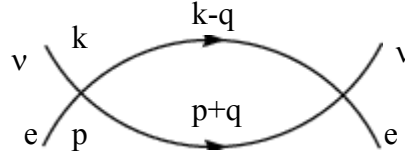
S matrisin üniterliğinden $|T^{J=0}| \leq 1$ gelmektedir. Bu koşul (2.184) tesir kesidi üzerine

$\sigma(e^- \nu_e \rightarrow e^- \nu_e) \leq \frac{4\pi}{s}$ üniterlik sınırını koyar. Böylece Fermi teorisi için $\sqrt{s_{\text{kritik}}}$ değeri şu şekilde elde edilir,

$$\frac{G_F^2}{\pi} s \leq \frac{4\pi}{s} \quad \Rightarrow \quad \sqrt{s_{\text{kritik}}} = \sqrt{\frac{2\pi}{G_F}} \approx 600 \text{ GeV} \quad (2.185)$$

Elde edilen bu sonuç, Fermi teorisinin $\sqrt{s_{\text{kritik}}}$ değerine kadar geçerli olduğunu göstermektedir. Buna göre Fermi teorisi başka bir teorinin düşük enerji limiti olarak ortaya çıkan, efektif bir teoridir. Bu teori de standart modeldir. Standart modelde Fermi

teorisinde olduğu gibi bir üniterlik sınırı ile karşılaşılmaz. Bunun sebebi standart modelde dört fermiyonun aynı noktada zayıf olarak etkileşmemesidir. Standart modelde etkileşmeler kuvvet taşıyıcı parçacıklar aracılığıyla gerçekleşmektedir. Daha önce Fermi teorisi kullanılarak tesir kesiti hesaplanan $\nu_e + e^- \rightarrow \nu_e + e^-$ saçılmasındaki $G_F/\sqrt{2}$ sabitinin yerine, standart modelde W bozona ait propagatör terimi gelmektedir. W bozon için propagatör, $\frac{g^2}{8(q^2 - m_w^2)}$ biçimindedir ve bu terim yaklaşık $\frac{1}{s}$ çarpanı ile azalmaktadır. Bu da tesir kesitini dengeleyerek enerji artışı ile ıraksamasını engeller. Fermi teorisinde karşılaşılan diğer bir zorluk, renormalize edilebilir olmamasıdır. Örneğin, $\nu_e + e^- \rightarrow \nu_e + e^-$ saçılması için aşağıdaki ikinci mertebeden diyagram dikkate alınır,



Şekil 2.12 İkinci mertebeden elektron-nötrino saçılması

İkinci mertebeden saçılma matrisi,

$$S^{(2)} \approx G^2 \int \frac{d^4q}{q^2} \approx G^2 \int_0^\infty q dq \quad (2.186)$$

biçimindedir ve integral kuadratik bir ıraksaklığa sahiptir. Bu kuadratik ıraksaklığa benzer bir ıraksaklık, kuantum elektrodinamiğinden bildiğimiz fotonun vakum polarizasyonu diyagramında karşımıza çıkmaktadır. Fakat bu durumu “yük renormalizasyonu” kullanarak ortadan kaldırmak mümkündür. Fermi teorisinde ise böyle bir durum söz konusu değildir. Çünkü ıraksaklığın mertebesini düşürebilecek ayar prensibi yoktur. Daha yüksek mertebeden süreçlerde daha büyük mertebeli terimler ve ıraksaklıklarla karşılaşmaktadır. Böylece Fermi teorisinin renormalize edilebilir olmadığını söylemek mümkündür. İntegralin ıraksamasının sebebi, dört fermiyonun tek noktada etkileşmesidir. Eğer elektron ve nötrinonun W bozon ile etkileştiği QED

dikkate alınsaydı böyle bir iraksaklık problemiyle karşılaşılmayacaktı.

Standart modelin de Fermi teorisinde olduğu gibi daha temel başka bir teorinin düşük enerji limiti olduğunu savunan görüşler mevcuttur. Bu durumda standart model efektif bir teori olarak kabul edilmektedir. Bu kabul ile birlikte standart model ötesindeki fiziği etkin lagranjiyen yöntemi ile araştırabiliriz.

Etkin lagranjiyen yönteminde, standart model lagranjiyenine yeni terimler eklenerek genel bir lagranjiyen elde edilir. Standart modele ait lagranjiyende yer almayan bu yeni terimlere ait sinyallerin varlığının deneysel olarak kanıtlanması, standart modelin efektif bir teori olduğunu gösterecek ve standart model ötesindeki yeni fiziğin incelenmesi için yol gösterici olacaktır. Bu sebeple standart model ötesindeki fiziği etkin lagranjiyen yöntemi ile incelemek önemlidir. Bu günkü enerjilerde standart model geçerli olduğundan, efektif lagranjiyende en büyük katkı standart modele ait olan lagranjiyenden gelmelidir. Standart model ötesinden gelen terimler ise daha küçük katkılar vermelidir. Ayrıca etkin lagranjiyen yönteminde, çalıştığımız enerji skalası yeni fiziğin başladığı enerji skalasının altında olmalıdır. Bu gün parçacık fiziği laboratuvarlarında ulaşılan enerjilerde, etkin lagranjiyendeki standart model ötesinden gelen katkıların oldukça küçük olduğu biliniyor fakat gelecekte ulaşılabilecek enerjilerde bu katkıların gözlemleneceği umulmaktadır. En genel efektif lagranjiyen, standart model lagranjiyeninin yanında standart modelde bulunmayan parçacıkları ve bunlar arasındaki etkileşimleri içerebilir. Bundan başka efektif lagranjiyen standart model parçacıkları arasındaki, standart modelde bulunmayan etkileşimler olan anormal etkileşimleri içerebilir. Sözü edilen ikinci durumda sadece standart model parçacıkları içerilmektedir. Standart model lagranjiyenine eklenecek olan yeni terimlerin belirlenmesinde bazı simetri yasalarına uyulur. Bu yasalar eklenecek terimlerin sayısı üzerine bir sınırlama koyar. Çeşitli simetri yasaları için değişik etkin lagranjiyenler elde etmek mümkündür. Burada efektif lagranjiyenin yazımı için literatürde bulunan örneklerden biri olan, Buchmüller and Wyler (1986) tarafından yapılan efektif lagranjiyen analizi incelenecektir. Bu iki bilim adamının çalışmasında, standart model lagranjiyenine yüksek boyuttan yeni terimler eklenerek etkin bir lagranjiyen elde edilmiştir. A yeni

fiziğin başladığı enerji skalası olmak üzere, standart model lagranjiyenine $\left(\frac{1}{\Lambda}\right)$, nın artan kuvvetlerini içeren yeni terimler eklenmektedir.

$$L_{\text{effective}} = L_0 + \frac{1}{\Lambda} L_1 + \frac{1}{\Lambda^2} L_2 + \dots \quad (2.187)$$

Bu etkin lagranjiyen ifadesinde L_0 , $U_Y(1) \times SU_L(2) \times SU_C(3)$ ayar simetrisine sahip olan standart model lagranjiyenidir. Lagranjiyeni oluşturan diğer terimler, L_1, L_2, \dots standart model parçacıklarının anormal etkileşmelerini içermektedirler. $S = \int L d^4x$ biçiminde olan eylem boyutsuz olduğundan ve dx diferansiyeli $[\text{Enerji}]^{-1}$ ($\hbar = c = 1$) boyutlu bir nicelik olduğu için lagranjiyenin boyutu $[\text{Enerji}]^4$ olur. Bu durumda etkin lagranjiyen için boyut $[\text{Enerji}]^4$ 'dür. Boyut L_1 için $[\text{Enerji}]^5$, L_2 için $[\text{Enerji}]^6$ dir, ... Boyut analizi yapılması etkin lagranjiyenin yazılması için oldukça önemlidir. Çünkü lagranjiyendeki terimleri oluşturan farklı türdeki alanların uygun kombinasyonu bu alanların boyutlarına göre yapılmaktadır. Klein-Gordon, Dirac, Maxwell, Proca lagranjiyenlerinin boyut analizi yapılarak, skaler ve vektör alanları için boyut $[\text{Enerji}]^1$ ve spinör alanları için boyut $[\text{Enerji}]^{3/2}$ olarak bulunur. Efektif lagranjiyede en büyük katkı standart modelden gelmektedir. Λ 'nın artan kuvvetleri ile orantılı olarak diğer terimlerin katkıları daha azdır. Bu sebeple daha çok katkı veren düşük boyutlu terimleri araştırmak standart model ötesindeki yeni fiziği incelemek için uygundur. Etkin lagranjiyenin standart model terimi olan L_0 'ın sağladığı simetri $U_Y(1) \times SU_L(2) \times SU_C(3)$ olduğu için tüm etkin lagranjiyenin de bu simetriyi sağlaması beklenir. Ayrıca etkileşmelerin Lorentz invaryant olması için lagranjiyenin Lorentz simetrisini sağlaması gerekir. Bu simetriden başka yine standart modelde olduğu gibi lepton sayısı ve baryon sayısı korunmalıdır. (2.187) lagranjiyeni standart model parçacıklarını içermektedir. Bunun anlamı Higgs parçacıklarının da efektif lagranjiyen içinde yer alması ve kendiliğinden simetri kırılmasının geçerli olmasıdır.

Standart, $U_Y(1) \times SU_L(2) \times SU_C(3)$ ayar simetrik lagranjiyen olan L_0 şu şekilde yazılabilir;

$$\begin{aligned}
L_0 = & i\bar{\Psi}_L^1 \mathcal{D}\Psi_L^1 + i\bar{e}_R \mathcal{D}e_R + i\bar{q}_L^1 \mathcal{D}q_L^1 + i\bar{u}_R \mathcal{D}u_R + i\bar{d}_R \mathcal{D}d_R + (D_\mu \Phi^\dagger)(D^\mu \Phi) \\
& + \mu^2 \Phi^\dagger \Phi - \lambda (\Phi^\dagger \Phi)^2 - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} - \frac{1}{4} \bar{G}_{\mu\nu} \bar{G}^{\mu\nu} - \frac{1}{4} G_{\mu\nu}^A G^{A\mu\nu} \\
& - f_e (\bar{\Psi}_L^1 \Phi e_R + \bar{e}_R \Phi^\dagger \Psi_L^1) - f_d (\bar{q}_L^1 \Phi d_R + \bar{d}_R \Phi^\dagger q_L^1) - f_u (\bar{q}_L^1 \Phi^c u_R + \bar{u}_R \Phi^{c\dagger} q_L^1)
\end{aligned} \tag{2.188}$$

Burada $G_{\mu\nu}^A$ gluon alanlarına ait alan tensörüdür ve G_μ^A ($A=1,\dots,8$) gluon alanlarını göstermek üzere,

$$G_{\mu\nu}^A = \partial_\mu G_\nu^A - \partial_\nu G_\mu^A + g_s f_{ABC} G_\mu^B G_\nu^C \tag{2.189}$$

biçiminde tanımlanır. g_s güçlü bağlaşım sabiti ve f_{ABC} sabitleri SU(3) Lie cebirinin yapı sabitleridir. Ayrıca kovaryant türev,

$$D_\mu = \partial_\mu - ig_s \frac{1}{2} \lambda^A G_\mu^A - ig \frac{1}{2} \tau^I W_\mu^I - ig' Y B_\mu \tag{2.190}$$

şeklindedir.

(2.188) lagranjiyeni sadece 1. aile lepton ve kuarkları için yazılmıştır. Bu lagranjiyeni tüm lepton ve kuark ailelerini içerecek şekilde genişletmek mümkündür. Diğer lepton ve kuark aileleri de 1. aileye benzer biçimde lagranjiyene eklenebilir.

Burada incelenen efektif lagranjiyen yönteminde, lagranjiyendeki alanların klasik olduğu kabul edilmektedir. Böylece klasik hareket denklemleri kullanılmaktadır. L_0 lagranjiyeninin, standart model alanlarına göre varyasyonları alınırsa bu alanlara ait hareket denklemleri bulunabilir. Bu hareket denklemlerinden bazıları şöyledir;

$$\bar{\Psi}_L^1 : i\mathcal{D}\Psi_L^1 - f_e \Phi e_R = 0 \tag{2.191}$$

$$\bar{e}_R : i\mathcal{D}e_R - f_e \Phi^\dagger \Psi_L^1 = 0 \tag{2.192}$$

$$\bar{q}_L^1 : i\mathcal{D}q_L^1 - f_u u_R \Phi^c - f_d d_R \Phi = 0. \tag{2.193}$$

$$\bar{u} : \quad i\mathcal{D}u - f_u^\dagger \tilde{\Phi}^\dagger q = 0 \quad (2.194)$$

$$\bar{d} : \quad i\mathcal{D}d - f_d^\dagger \Phi^\dagger q = 0 \quad (2.195)$$

Bu hareket denklemleri kullanılarak bazı yararlı bağıntılar bulunabilir. Bu bağıntılar etkin lagranjiyeni basitleştirmek için kullanılır. Örneğin, (2.191) bağıntısının hermitsel eşleniği alınır ve denklem sağdan γ_0 ile çarpılırsa,

$$-i\bar{\Psi}_L^1 \gamma^\mu \bar{D}_\mu^\dagger - f_e \bar{e}_R \Phi^\dagger = 0 \quad (2.196)$$

denklemini bulunur. Burada ters vektör işareti, türevin sol tarafa etki ettiğini göstermektedir. Dahası (2.191) denklemini soldan $\bar{\Psi}_L^1$ ile ve (2.196) denklemini sağdan Ψ_L^1 ile çarpılır ve bulunan denklemler birbirinden çıkartılırsa,

$$\partial_\mu (\bar{\Psi}_L^1 \gamma^\mu \Psi_L^1) = i f_e (\bar{e}_R \Phi^\dagger \Psi_L^1 - \bar{\Psi}_L^1 \Phi e_R) \quad (2.197)$$

bağıntısı bulunur. Bu ifade, etkin lagranjiyeni basitleştirmek için yararlıdır. Eşitliğin sol tarafındaki türev içeren ifadenin yerine sağdaki terim yazılarak türevden kurtulmak mümkündür. Fakat etkin lagranjiyeni sadece L_0 lagranjiyenini kullanarak basitleştirmeye çalışmanın ne kadar doğru olduğu tartışılabilir. Çünkü etkin lagranjiyen sadece L_0 teriminden ibaret değildir, diğer terimlerin eklenmesi ile daha farklı hareket denklemleri elde edilir. Ancak, bu durumda yüksek boyutlu terimler gelmektedir. (L_0

lagranjiyenine) L_2 ' nin eklenmesi durumunda $\left(\frac{1}{\Lambda}\right)^2$ ile orantılı bir terim gelecektir, bu

L_2 ' nin basitleştirmesinde kullanıldığında, $\left(\frac{1}{\Lambda}\right)^4$ mertebeden bir katkı getirir. Bu katkı

ise L_2 için ihmal edilebilir. Böylece L_0 lagranjiyeninden elde edilen hareket denklemlerini kullanmak yanlış olmayacaktır.

Etkin lagranjiyenin kurulmasına beşinci mertebeden olan L_1 lagranjiyeninin

yazılmasıyla başlanabilir. Bunun için L_1 ' i oluşturan terimler bulunmaya çalışılır. Şimdi alanların değişik kombinasyonlarını düşünelim. L_1 lagranjiyeni sadece skaler alanlardan kurulamaz. Çünkü skalerler izospin dubletidir ve bu nedenle $SU_L(2)$ ayar dönüşümü altında invaryanslığı sağlamak için çift sayıda skaler bulunmalıdır. Skalerler için alanların boyutları [Enerji]¹ olduğundan beş boyuta sahip lagranjiyeni yazmak mümkün olmaz. Lagranjiyenin sadece fermiyonlardan oluştuğu düşünülürse, yine boyut beş olacak şekilde bir kombinasyon yazılamaz. Çünkü fermiyon alanlarının boyutu 3/2 dir ve lagranjiyenin boyutu beşe tamamlanamaz. Eğer sadece ayar bozonlarından oluşması istenirse bu yine mümkün olmamaktadır. Ayar bozonları vektör olduklarından Lorentz invaryantlığı sağlamak için kovaryant ve kontravaryant indisler birbirleriyle kontrakte etmelidir. Fakat beş ayar bozonu biraraya geldiğinde böyle bir kontraksiyon kurulamaz. Dolayısıyla bu durumda da lagranjiyen yazılamaz. Burada yapılan tartışmalara benzer şekilde ayar bozonları ile skaler alanların kombinasyonlarının da kurulamayacağı gösterilebilir.

Şimdi de iki fermiyon ile iki ayar bozonundan ve iki fermiyon ile iki skalerden oluşan terimler incelensin. Bu terimlerin boyut bakımından uygun olduğu görülmektedir. İki fermiyondan meydana gelen Lorentz skaleri bir izospin singleti vermemektedir,

$$\bar{\Psi}_L \Psi_L = \bar{\Psi} \frac{1}{2}(1 + \gamma_5) \frac{1}{2}(1 - \gamma_5) \Psi = 0 \quad (2.198)$$

$$\bar{\Psi}_R \Psi_R = \bar{\Psi} \frac{1}{2}(1 - \gamma_5) \frac{1}{2}(1 + \gamma_5) \Psi = 0 \quad (2.199)$$

Sol elli bir fermiyon ile sağ elli bir fermiyon, $\bar{\Psi}_L \Psi_R$, $\bar{\Psi}_R \Psi_L$, bir izospin dubleti verirler ve Lorentz skaleri meydana getirirler. İki fermiyonun Lorentz skaleri ile iki skalerden oluşan bir terim $SU_L(2)$ dönüşümü altında invaryant değildir. Diğer bir durumda, terim iki fermiyonun Lorentz skaleri ile iki ayar bozonundan oluşuyor ise yine $SU_L(2)$ invaryant değildir. İki fermiyon vektör oluşturacak şekilde de biraraya gelebilir. Bu durumda yazılan vektör akımı bir izospin singletidir. Bunun nedeni ise $\bar{\Psi}_L \gamma^\mu \Psi_R = 0 = \bar{\Psi}_R \gamma^\mu \Psi_L$ olmasıdır. Fermiyonların vektör akımı ile iki skaler alan yada iki ayar bozonu birleşerek bir terim oluşturamazlar çünkü oluşan bu terim Lorentz

invaryant değildir. Başka bir kombinasyon olan vektör akımı, bir ayar bozonu ve bir skaler alan için ise yine izospin singleti olmadığını, $SU_L(2)$ ayar dönüşümleri altında invaryant olmadığını söylemek mümkündür.

Lagranjiyenin standart model kısmından sonra ilk terimini oluşturan ve beş boyutlu olan L_1 terimini yazmak için başka yollar da denenebilir. Fakat yapılan tüm denemeler başarısızlıkla sonlanmaktadır. Elde edilen sonuç ise lagranjiyene beş boyuttan olan bu terimden katkı gelmediğidir.

Etkin lagranjiyene altı boyuttan gelen katlıları içeren L_2 lagranjiyeni için tüm kombinasyonlar dikkate alındığında bu lagranjiyenin seksen tane bağımsız terim içerdiği görülür. Bu terimleri O_m işlemcileri ile gösterirsek L_2 şu şekilde yazılabilir,

$$L_2 = \sum_m \alpha_m O_m \quad (2.200)$$

Buradaki α ' lar bağlaşım sabitlerini göstermektedir ve anormal bağlaşım parametreleri olarak adlandırılmaktadırlar. L_2 lagranjiyenindeki tüm terimlerin incelenmesi hem uzun süreceğinden hem de çalışmanın amacı dışında olduğundan burada sadece bazı terimler örnek olarak verilecektir.

Altı boyuta sahip L_2 lagranjiyenini oluşturan operatörleri içerdiği alanların türüne göre sınıflandırmak mümkündür. Buna göre sadece vektör bozonları içeren, sadece fermiyonları içeren, sadece skaler bozonları içeren, fermiyonları ve vektör bozonları içeren, skaler ve vektör bozonları içeren, fermiyonları ve skaler bozonları içeren, vektör ve skaler bozonlar ile fermiyonları içeren terimler olacak şekilde yedi sınıfa ayırabiliriz. Şimdi her bir sınıfı kısaca inceleyelim.

Sadece vektör bozonlar kullanılarak ayar invaryant operatörler elde etmek mümkündür. Bunun için alan tensörleri ve bu tensörlerin dualleri dikkate alınmalıdır. Bir ayar singleti elde etmek için sözü edilen bu tensörlerden iki yada üç tanesi bir araya gelmelidir. Eğer iki tane alan tensörü veya duali kullanılırsa lagranjiyenin altı boyuta sahip olması için

iki adet de kovaryant türev bulunmalıdır. Fakat daha önce sözü edilen hareket denklemleri kullanılırsa türev içeren terimler ortadan kalkar ve kalan terimler türev içermezler. Böylece vektör bozonların oluşturduğu dört adet bağımsız operatör şu şekilde verilebilir;

$$O_G = f_{ABC} G_{\mu}^{Av} G_v^{B\lambda} G_{\lambda}^{C\mu} \quad (2.201)$$

$$O_{\tilde{G}} = f_{ABC} \tilde{G}_{\mu}^{Av} G_v^{B\lambda} G_{\lambda}^{C\mu} \quad (2.202)$$

$$O_A = \varepsilon_{ijk} G_{\mu}^{iv} G_v^{j\lambda} G_{\lambda}^{k\mu} \quad (2.203)$$

$$O_{\tilde{A}} = \varepsilon_{ijk} \tilde{G}_{\mu}^{iv} G_v^{j\lambda} G_{\lambda}^{k\mu} . \quad (2.204)$$

Yalnızca fermiyonları içeren terimler boyutu altıya tamamlamak için dört tane fermiyon operatöründen oluşmalıdır. Sol elli fermiyonlar “L” ile ve sağ elli fermiyonlar “R” ile gösterilirse, fermiyon sayısının korunumunu sağlayacak olan operatörler $\bar{L}\bar{L}\bar{L}\bar{L}$, $\bar{R}\bar{R}\bar{R}\bar{R}$, $\bar{L}\bar{R}\bar{R}\bar{L}$ ve $\bar{L}\bar{R}\bar{L}\bar{R}$ formlarından birinde olabilir. $\bar{L}\bar{L}\bar{L}\bar{L}$, $\bar{R}\bar{R}\bar{R}\bar{R}$ biçimindeki operatörler iki vektör akımının çarpımı şeklindedir. Bunlara örnek olarak,

$$O_{ll}^{(1)} = \frac{1}{2} (\bar{\Psi}_L \gamma_{\mu} \Psi_L) (\bar{\Psi}_L \gamma^{\mu} \Psi_L) \quad (2.205)$$

$$O_{qq}^{(1,1)} = \frac{1}{2} (\bar{q}_L \gamma_{\mu} q_L) (\bar{q}_L \gamma^{\mu} q_L) \quad (2.206)$$

$$O_{ll}^{(3)} = \frac{1}{2} (\bar{\Psi}_L \gamma_{\mu} \tau^i \Psi_L) (\bar{\Psi}_L \gamma^{\mu} \tau^i \Psi_L) \quad (2.207)$$

$$O_{ee} = \frac{1}{2} (\bar{e}_R \gamma_{\mu} e_R) (\bar{e}_R \gamma^{\mu} e_R) \quad (2.208)$$

$$O_{uu}^{(1)} = \frac{1}{2} (\bar{u}_R \gamma_{\mu} u_R) (\bar{u}_R \gamma^{\mu} u_R) \quad (2.209)$$

$$O_{uu}^{(8)} = \frac{1}{2} (\bar{u}_R \gamma_{\mu} \lambda^A u_R) (\bar{u}_R \gamma^{\mu} \lambda^A u_R) \quad (2.210)$$

operatöleri verilebilir. Bu operatörleri farklı aileler için yazmak mümkün olduğundan sol elli fermiyon alanları için aileleri gösteren indis yazılmamıştır. Sağ elli fermiyonlar için de gösterilmemiş olsada tüm ailelerin bulunduğu düşünülmelidir. Operatörlerin üzerindeki parantezler içerisinde gösterilen indisler sırasıyla renk ve izospin ile ilgili indislerdir. Örnek vermek gerekirse (2.210) bağıntısında A=1,...,8 değerlerini aldığından (8) üst indisi koyulmuş, benzer şekilde (2.207) bağıntısında i=1,2,3 değerlerini

aldığından (3) üst indisi koyulmuştur. Sol elli kuarklar hem renk hem de izospin taşıdıklarından (2.206) operatörünün üzerine (1,1) üst indisi koyulmuştur.

Fermiyonlar için yazılabilecek diğer kombinasyonlar olan $\bar{L}R\bar{R}L$ ve $\bar{L}R\bar{L}R$ biçimindeki operatörler iki Lorentz skalerinin çarpımı şeklindedir. Bu operatörleri $(\bar{L}R)(\bar{R}L)$ ve $(\bar{L}R)(\bar{L}R)$ olarak yazmak mümkündür. Örnek vermek gerekirse,

$$O_{\ell e} = (\bar{\ell}e)(\bar{e}\ell) \quad (2.211)$$

$$O_{\ell u} = (\bar{\ell}u)(\bar{u}\ell) \quad (2.212)$$

biçiminde yazılırlar. Bundan başka $(\bar{L}\sigma_{\mu\nu}R)(\bar{R}\sigma^{\mu\nu}L)$ gibi tensör akımlarının çarpımından oluşan Lorentz yapılarını da düşünmek mümkündür. Fakat Fiertz dönüşümleri yardımıyla, bu tensör akımlarını içeren terimleri daha önce sözü edilen akımlara dönüştürmek mümkündür. Bu nedenle bu tür terimler lagranjiyene dahil edilmez.

Yalnızca skalerleri içeren operatörler altı boyutu tamamlamak için ya altı bozondan (üç Φ ve üç Φ^\dagger) veya dört bozon ile ayar invariant niceliklere etki eden iki türevden oluşabilir. Bu şekilde yazılabilecek operatörlerin sayısı yalnızca ikidir. Bunlar:

$$O_\phi = \frac{1}{3}(\Phi^\dagger\Phi)^3 \quad (2.213)$$

$$O_{\partial\phi} = \frac{1}{2}\partial_\mu(\Phi^\dagger\Phi)\partial^\mu(\Phi^\dagger\Phi). \quad (2.214)$$

Fermiyon ve vektörlerden oluşan altı boyuta sahip operatörler, iki fermiyon ve üç tane momentum boyutundan oluşabilir. Bu momentum boyutu, türevler veya ayar bozonları olabilir. Fermiyon alanları farklı hiperyük taşıdıklarından, fermiyonlar her zaman bir alan ile onun antisitesi bir araya gelecek şekilde yazılırlar. Bu operatörlere şu örnekler verilebilir;

$$O_{1A} = i\bar{\Psi}_L\tau^j\gamma_\mu D_\nu\Psi_L G^{j\mu\nu} \quad (2.215)$$

$$O_{\text{IB}} = i\bar{\Psi}_L \gamma_\mu D_\nu \Psi_L F^{\mu\nu} \quad (2.216)$$

Sadece skaler alanları ve vektör alanlarını içeren operatörlerde, vektör alanları alan tensörleri tarafından içerilirler yada kovaryant türevler ile gelirler. Φ ve Φ^\dagger skaler alanları ayar invaryanslığı sağlamak için çift sayıda bulunmalıdır. Vektör alanları ve skaler alanlardan oluşan operatörlere şu örnekler verilebilir,

$$O_{\phi G} = \frac{1}{2}(\Phi^\dagger \Phi) G_{\mu\nu}^A G^{A\mu\nu} \quad (2.217)$$

$$O_{\phi A} = \frac{1}{2}(\Phi^\dagger \Phi) G_{\mu\nu}^i G^{i\mu\nu} \quad (2.218)$$

$$O_{\phi B} = \frac{1}{2}(\Phi^\dagger \Phi) F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} \quad (2.219)$$

$$O_\phi^{(1)} = (\Phi^\dagger \Phi)(D_\mu \Phi^\dagger D^\mu \Phi) \quad (2.220)$$

Fermiyonlar ve skaler bozonlardan oluşan operatörler altı boyutu tamamlamak için iki fermiyon ve üç bozondan yada iki fermiyon, iki bozon ve bir türevden meydana gelebilir. Fakat türev içerilmesi durumunda ayar invaryanslığı sağlamak için bir de γ_μ bulunmalıdır. Böylece bu tür terimler, $\partial_\mu(\Phi^\dagger \Phi)(\bar{\Psi}_L \gamma^\mu \Psi_L)$ biçiminde olmalıdır. Fakat daha öncede belirtildiği gibi türevler hareket denklemleri yardımıyla ortadan kaldırılabılır. Bu durumda bulunan terimler ilk durumdakinden farklı değildir. Bu nedenle sadece iki fermiyon ve üç bozondan oluşan terimler dikkate alınır. Örnek olarak,

$$O_{e\phi} = (\Phi^\dagger \Phi)(\bar{\Psi}_L e_R \Phi) \quad (2.221)$$

$$O_{u\phi} = (\Phi^\dagger \Phi)(\bar{q}_L u \tilde{\Phi}) \quad (2.222)$$

operatörleri verilebilir.

Ve son olarak vektör, skaler bozon ve fermiyonlardan oluşan operatörleri inceleyelim. Bu tür operatörler iki fermiyon, bir veya iki skaler alan içerirler. Örneğin,

$$O_{\phi_1}^{(1)} = i(\Phi^\dagger D_\mu \Phi)(\bar{\Psi}_L \gamma^\mu \Psi_L) \quad (2.223)$$

$$O_{\phi_1}^{(3)} = i(\Phi^\dagger D_\mu \tau^j \Phi)(\bar{\Psi}_L \gamma^\mu \tau^j \Psi_L) \quad (2.224)$$

şeklinde olabilirler.

Altı boyut olan L_2 lagranjiyeninin kurulmasına benzer biçimde daha yüksek boyuttan lagranjiyenler de kurulabilir. Fakat boyut büyüdükçe lagranjiyene getireceği katkı azalacağından yüksek boyutlu diğer terimlerin incelenmesi önemini yitirir.

Etkin lagranjiyen de standart model lagranjiyeni gibi $U_Y(1) \times SU_L(2) \times SU_C(3)$ ayar simetrisini sağlamaktadır. Higgs mekanizması ve kendiliğinden simetri bozulması burada da geçerlidir. Standart model, parçacıkların kütleleri ve bağlaşım sabitleri arasında çeşitli bağıntılar öngörmektedir. Örneğin, W ve Z bozonların kütleleri ve Weinberg açısı arasındaki bağıntı veya fermiyon kütleleri ile Higgs bozonu arasındaki bağlaşım gibi. Ancak bu tür bağıntılar efektif lagranjiyen içerisindeki anormal bağlaşımın varlığından dolayı değişikliğe uğramaktadır. Standart modelde Higgs bozonu ve elektron kütlesi arasındaki bağlaşım Yukawa lagranjiyeninden gelirken etkin lagranjiyen dikkate alındığında altı boyutlu operatörden de katkı gelmektedir. Böylece altı boyuta kadar olan katkıları içeren etkin lagranjiyen elektron-skaler bozon bağlaşımı için şöyle yazılabilir,

$$\begin{aligned} L_{e\phi} &= -f_e \bar{\Psi}_L^1 \Phi e_R + \frac{\alpha_{e\phi}}{\Lambda^2} O_{e\phi} + \text{h.c.} \\ &= -f_e \bar{\Psi}_L^1 \Phi e_R + \frac{\alpha_{e\phi}}{\Lambda^2} (\Phi^\dagger \Phi) (\bar{\Psi}_L^1 e_R \Phi) + \text{h.c.} \end{aligned} \quad (2.225)$$

Bu lagranjiyen yardımıyla elektronun kütlesi ve Higgs bozonu ile olan bağlaşımı bulunabilir. Bunun için kendiliğinden simetri kırılması sonucunda bulunan lagranjiyen kullanılmalıdır. Üniter ayar seçiminin de yapılmasıyla elektronun kütlesi için şu bağıntı elde edilir,

$$m_e = \frac{\eta}{\sqrt{2}} \left(f_e - \frac{\eta^2}{2} \frac{\alpha_{e\phi}}{\Lambda^2} \right) \quad (2.226)$$

Elektronun Higgs bozonu ile olan bağlaşımı için ise,

$$g_{eH} = -\frac{f_e}{\sqrt{2}} + \frac{3\eta^2}{2\sqrt{2}} \frac{\alpha_{e\phi}}{\Lambda^2} \quad (2.227)$$

bulunur. Burada altı boyuttan operatörlerin alınmasıyla meydana gelen değişiklikler açıkça görülmektedir.

Altı boyutlu operatörlerin eklenmesiyle W ve Z bozonların kütlelerine de katkılar gelmektedir. Bundan başka Fermi sabiti, elektrik yükü, ayar bozonlarının birbirleri ile olan bağlaşmaları, fermiyonlarla olan bağlaşmaları ve daha bir çok parametre değişikliğe uğramaktadır. Bu niceliklerin duyarlı ölçümleri standart model ötesinden gelen terimlerin değerleri üzerine bir sınırlama getirir. Bu sebeple anormal parametreler olarak adlandırılan bu terimlerin duyarlılık sınırlarının araştırılması, standart model ötesindeki fiziği incelemek için oldukça önemlidir.

3. ÜST KUARK FİZİĞİ

3.1 Üst Kuarkın Temel Özellikleri

Standart modelin en büyük kütleli parçacığı olan üst kuarkın 1995 yılında Fermilab' daki proton-antiproton çarpıştırıcısı olan Tevatron' da CDF ve D0 grupları tarafından keşfedilmesiyle standart modelin üç aileli yapısı deneysel olarak doğrulandı. Bu keşif yüksek enerji fizikçileri için yeni bir çalışma alanının da doğmasına neden oldu ve zamanla üst kuark standart modelin en çok çalışılan parçacıklarından biri haline geldi. Peki üst kuarkı bu kadar ilgi çekici kılan nedir? Üst kuarkın sahip olduğu çeşitli özellikleri bu bölümde ele alınacaktır.

Üst kuarkın kütesinin deneysel olarak daha doğru biçimde ölçülmesi elektrozayıf analizlerin duyarlılığı için oldukça önemli bir veridir. Çünkü üst kuarkın kütlesi bazı standart model parametrelerinin içerisinde kuadratik olarak yer almaktadır. Örneğin, W bozonun kütesine, m_t üst kuarkın kütlesi ve m_H Higgs bozonunun kütlesi olmak üzere, m_t^2 ve m_H ile orantılı olan düzeltmeler gelmektedir. Böylece t kuarkın ve W bozonun kütlelerinin duyarlı ölçümleri ile Higgs bozonunun kütlesi için sınırlamalarda bulunmak mümkün olmaktadır.

Üst kuark, yüksek enerji fiziğinde karşılaşılan en önemli problemlerden biri olan elektrozayıf simetri kırılması ve parçacıkların kütle kazanması mekanizmasının teşhis edilmesine yardımcı olacak bir çözüm olabilir. Çünkü büyük üst kuark kütlesi ($m_t \approx 175 \text{ GeV}$) elektrozayıf simetri kırılması skalası mertebesindedir, $v = (\sqrt{2}G_F)^{-1/2} = 246 \text{ GeV}$. Üst kuarkın üretildiği süreçlerde büyük kütesinden dolayı yüksek enerjilere çıkılması gerekmektedir. Bu enerjilerde ise elektrozayıf simetri kırılmasına ışık tutacak veya yeni fizik hakkında bilgi verecek sinyallere ulaşılabilir. Eğer üçüncü aile kuarkları için Yukawa lagranjyeni yazılırsa,

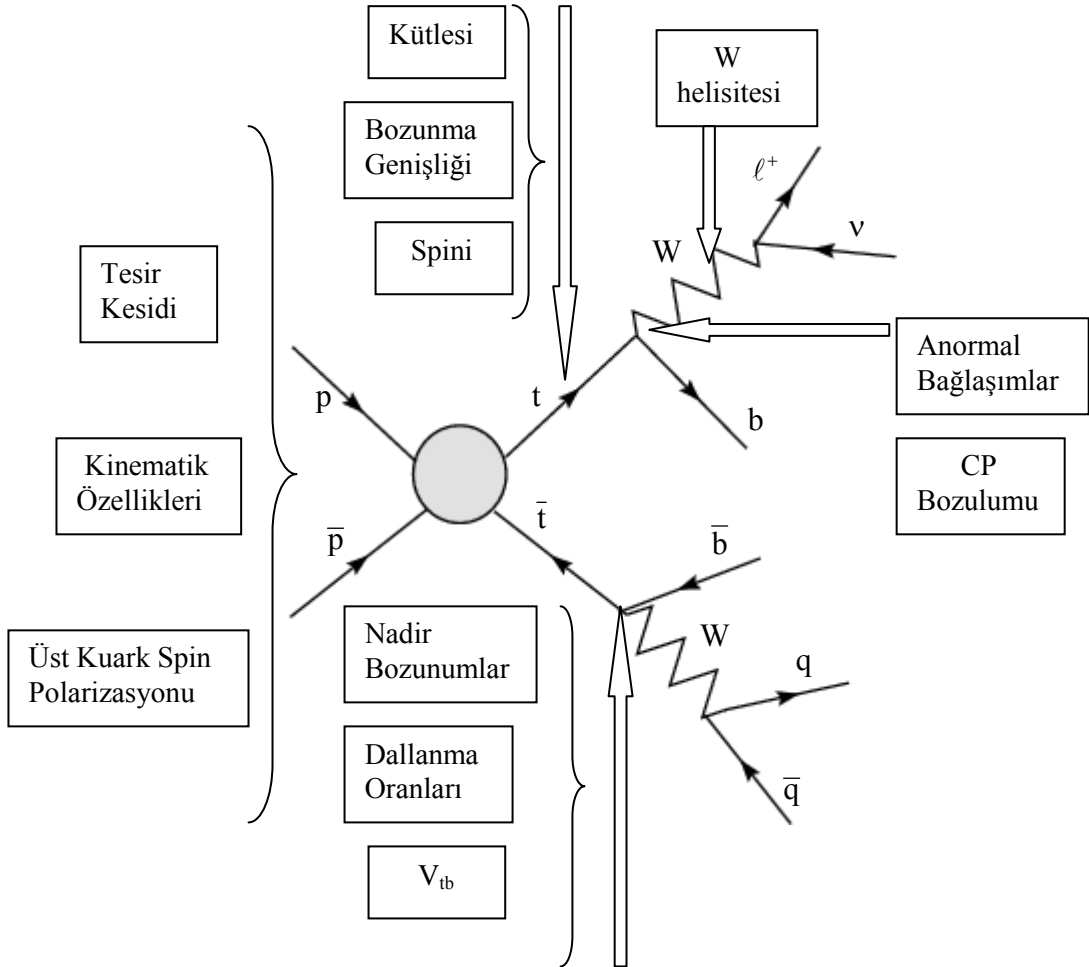
$$L_{\text{Yukawa}} = \frac{\sqrt{2}m_t}{v} \begin{pmatrix} \bar{t}_L & \bar{b}_L \end{pmatrix} \Phi t_R + \frac{\sqrt{2}m_b}{v} \begin{pmatrix} \bar{t}_L & \bar{b}_L \end{pmatrix} (-i\tau_2 \Phi^*) b_R \quad (3.1)$$

olduğu görülür. Buradan üst kuarkın Higgs bozonu ile olan bağlaşımı,

$$\frac{\sqrt{2}}{v} m_t \approx 1 \quad (3.2)$$

biçiminde elde edilir. Higgs ile olan bağlaşımının bire yakın olması nedeniyle üretildiği süreçlerde, elektrozayıf teorelinin simetri kırılması sektörü hakkında bilgi edinilmesi açısından oldukça ümit verici görünmektedir.

Üst kuarkın Tevatron' da ilk kez gözlemlendiği, Run 1 olarak adlandırılan çalışma döneminde, istatistiksel sınırlı ölçümler nedeniyle tüm özelliklerinin incelenmesi mümkün olmamıştır. Ancak 2001 yılından sonraki Run 2 döneminde çok sayıda elde edilen üst kuark örnekleri sayesinde artık keşif döneminden daha duyarlı ölçümlerin yapıldığı bir döneme geçilmiştir. Hadron çarpıştırıcılarında yapılan çalışmalarda üst kuarkın incelenen özelliklerini aşağıdaki gibi bir şemayla göstermek mümkündür.

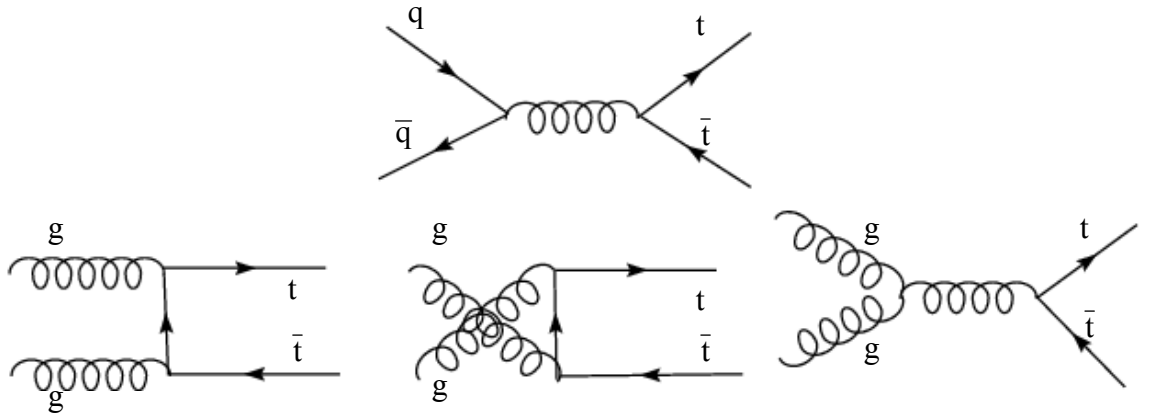


Şekil 3.1 Üst kuarkın araştırılmakta olan bazı özellikleri

Üst kuarkla ilgili yapılan bu ölçümler yardımıyla standart modelin öngörülleri de test edilmektedir. Üst kuarkın araştırılması, Fermilab’ da bulunan Tevatron ve CERN’ deki LHC’ nin programlarının önemli bir bölümünü oluşturmaktadır. Bu çarpıştırıcılar hadron çarpıştırıcıları olduklarından üst kuarklar büyük ölçüde güçlü etkileşmeler sonucu üretilmektedirler.

3.2 Üst Kuarkların Tek ve Çift Üretimi

Hadron çarpıştırıcılarında üst kuarkın çift üretimine en büyük katkıyı veren iki alt sürece ait Feynman diyagramlarını şekil 3.2’ de olduğu gibi göstermek mümkündür. Bu diyagramlardan ilki kuark-antikuark yok olması, diğerleri ise gluon füzyonu olarak adlandırılmaktadır.



Şekil 3.2 Hadron çarpıştırıcılarında üst kuarkın güçlü etkileşmeler aracılığıyla üretimi

Tevatron proton-antiproton çarpıştırıcısı olduğu için üretime en büyük katkı kuark-antikuark yok olmasından gelirken, LHC’ de gluon füzyonu süreci daha baskın olmaktadır.

Üst kuarkın en önemli özelliklerinden birisi, spini doğrudan incelenebilen tek kuark olmasıdır. Bu durum onun büyük kütlelerinin bir sonucudur. Çünkü üst kuark çok kısa ömürlü bir parçacıktır. Zayıf etkileşme bozunma genişliği yardımıyla ömrünün, $\tau_t = \Gamma_t^{-1} \approx (1,5\text{GeV})^{-1}$ olduğu görülür. Bu süre hadronizasyon için gerekli olan süreden daha kısadır. $\Lambda_{\text{QCD}}^{-1} \approx (200\text{MeV})^{-1}$ mertebesindeki bir zaman skalasında büyük kütleli

bir kuark kendisi ile zıt spinli hafif bir anti-kuarkla birleşerek bir mezon oluşturmak üzere hadronize olur. Bu kuarklar arasındaki spin-spin etkileşmesi mezonun spin sıfır durumunda olmasına yol açmaktadır, $(|\uparrow\downarrow\rangle - |\downarrow\uparrow\rangle)/\sqrt{2}$, böylece büyük kütleli olan kuark depolarize olacaktır.

Üst kuark ise depolarize olmaya vakti kalmadan yada hadronize olmadan bozunan tek kuarktır. Böylece üst kuarkın spin özelliklerini gözlemlemek mümkündür. Bu da bozunma ürünlerinin açısal dağılımı aracılığı ile yapılmaktadır. Spini ve bozunma ürünleri arasındaki ilişki daha sonra incelenecektir.

Şimdi bir fermiyonun helisitesini daha detaylı tartışalım. Bir fermiyon için, spininin momentumu doğrultusundaki izdüşümü olarak tanımlanan helisite bazını kullanmak oldukça alışlagelmiştir. Serbest bir fermiyon alanını şu şekilde yazmak mümkündür,

$$\Psi(x) = \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3 \sqrt{2E}} \sum_{\lambda=\pm} (a_p^\lambda u_\lambda(p) e^{-ip \cdot x} + b_p^{\lambda\dagger} v_\lambda(p) e^{ip \cdot x}) \quad (3.3)$$

Burada a_p^λ ve $b_p^{\lambda\dagger}$ sırasıyla bir fermiyon ve anti-fermion için yok edici ve yaratıcı operatörlerdir, u ve v momentum uzayında fermiyon ve anti-fermiona ait spinörler, λ lar da pozitif ve negatif helisiteli durumlara karşı gelir. E enerjili ve p momentumlu fermiyon ve anti-fermionlara ait spinörler şu şekilde yazılabilir,

$$u_+(p) = \begin{pmatrix} \sqrt{E-p} \begin{pmatrix} \cos \frac{\theta}{2} \\ e^{i\phi} \sin \frac{\theta}{2} \end{pmatrix} \\ \sqrt{E+p} \begin{pmatrix} \cos \frac{\theta}{2} \\ e^{i\phi} \sin \frac{\theta}{2} \end{pmatrix} \end{pmatrix}, \quad u_-(p) = \begin{pmatrix} \sqrt{E+p} \begin{pmatrix} \sin \frac{\theta}{2} \\ -e^{i\phi} \cos \frac{\theta}{2} \end{pmatrix} \\ \sqrt{E-p} \begin{pmatrix} \sin \frac{\theta}{2} \\ -e^{i\phi} \cos \frac{\theta}{2} \end{pmatrix} \end{pmatrix} \quad (3.4)$$

$$v_+(\mathbf{p}) = \begin{pmatrix} \sqrt{E+p} \begin{pmatrix} -e^{-i\phi} \sin \frac{\theta}{2} \\ \cos \frac{\theta}{2} \end{pmatrix} \\ -\sqrt{E-p} \begin{pmatrix} -e^{-i\phi} \sin \frac{\theta}{2} \\ \cos \frac{\theta}{2} \end{pmatrix} \end{pmatrix}, \quad v_-(\mathbf{p}) = \begin{pmatrix} \sqrt{E-p} \begin{pmatrix} e^{-i\phi} \cos \frac{\theta}{2} \\ \sin \frac{\theta}{2} \end{pmatrix} \\ -\sqrt{E+p} \begin{pmatrix} e^{-i\phi} \cos \frac{\theta}{2} \\ \sin \frac{\theta}{2} \end{pmatrix} \end{pmatrix} \quad (3.5)$$

Dirac matrisi γ_5 ' in yardımıyla ellilik (chirality) durumları tanımlanmaktadır. Sol-elli ve sağ-elli spinörler,

$$\Psi_L \equiv \frac{1-\gamma_5}{2} \Psi = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \Psi, \quad \Psi_R \equiv \frac{1+\gamma_5}{2} \Psi = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \Psi \quad (3.6)$$

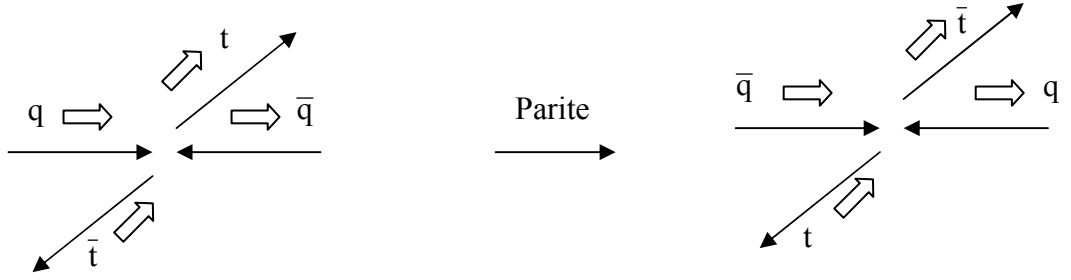
biçimindedir. Görüldüğü gibi sol-elli spinörün üst iki bileşeni sıfırdan farklıken, sağ-elli spinörün alt bileşenleri sıfırdan farklıdır. Ellilik ayar etkileşmelerinde korunmaktadır. Çünkü madde parçacıkları için yazılan lagranjiyede aynı elliliğe sahip alanlar bulunmaktadır. Kütsüz limitte helisite ve ellilik ilişkilidir, bu durumda $\sqrt{E-p}$ sıfır olmaktadır. Spinörler arasındaki ilişki aşağıdaki gibidir,

$$\begin{aligned} u_+(\mathbf{p}) &= u_R(\mathbf{p}) & u_-(\mathbf{p}) &= u_L(\mathbf{p}) \\ v_+(\mathbf{p}) &= v_L(\mathbf{p}) & v_-(\mathbf{p}) &= v_R(\mathbf{p}) \end{aligned} \quad (3.7)$$

Kütsüz fermiyonlar için elliliğin korunumu helisitenin korunumunu gerektirir. Bu nedenle ayar etkileşmelerinde, kütsüz durumda helisite korunur. Kütleli fermiyonlar için helisite ellilik ile ilişkili olmadığından ellilik korunsu bile helisite korunmaz.

Parite, QCD' deki önemli bir kesikli simetridir; $\vec{x} \rightarrow -\vec{x}$, $\vec{p} \rightarrow -\vec{p}$. Parite altında spinin yön değiştirmemesine rağmen helisite yön değiştirmektedir. Çünkü parite altında fermiyonların hareket doğrultusu değişir. Parite kullanılarak, QCD etkileşmelerinde üst kuarkların eşit olasılıkta pozitif ve negatif helisiteli olarak üretildiği gösterilebilir. Örneğin, kuark ve anti-kuark yok olması altsürecini ele alalım. Zıt helisiteli bir kuark ve

anti-kuark, zıt helisiteli bir t kuark ve anti-tkuark üretecek şekilde biraraya gelsinler;

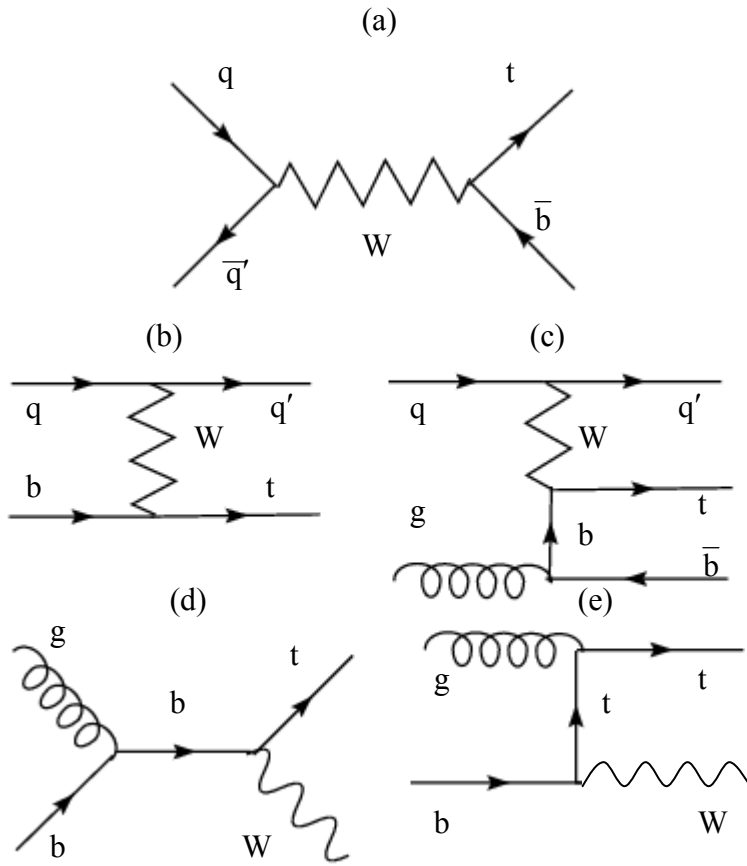


Şekil 3.3 Kuark anti-kuark yok olması ile üst kuark üretimi

Kütlesiz limitte helisite korunacağından hafif kuark ve anti-kuarkın helisitesi zıt olmalıdır. Fakat bu üst kuarklar için geçerli değildir. Görüldüğü gibi parite altında tüm parçacıkların helisiteleri değişmektedir. İlk etkileşimde pozitif helisiteli olan üst kuarklar ikincide negatif helisitelidir. Parite QCD' nin bir simetrisi olduğundan bu etkileşimler aynı oranda katkı getirirler (Willenbrock 2002). Böylece üst kuarklar hadron çarpıştırıcılarında eşit olasılıkla pozitif ve negatif helisiteli olarak üretilirler.

Hadron çarpıştırıcılarında üst kuarkları tek olarak üretmek de mümkündür. Bu tür süreçler yüklü zayıf akım etkileşimlerini içermektedir. Tesir kesitine katkı veren tek üretim süreçleri, katkıları büyükten küçüğe doğru olacak biçimde şekil 3.4 ' de verilmiştir. Üst kuarkın tek üretimi süreçleri W bozon, t kuark ve b kuarktan oluşan zayıf etkileşim köşesi ile doğrudan orantılıdır. Bu etkileşimlere ait genlik ifadeleri, CKM matris elemanı V_{tb} ' yi içermektedir. Bu nedenle tek üretim süreçlerinde V_{tb} elemanını doğrudan ölçmek mümkündür. Zayıf etkileşim köşesinin V-A yapısından dolayı üst kuarkın sadece sol-chiral bileşeni ayar etkileşimlerine katılmaktadır. Böylece tek üst kuarkların yüksek oranda polarize olarak üretilebileceğini söylemek mümkündür.

Şekil 3.4' deki diyagramlardan ilki s kanalı, t kanalı olan ikinci ve üçüncü diyagramlar W-gluon füzyonu süreci, dördüncü ve beşinci diyagramlar Wt üretimi olarak bağımsız isimlendirilmektedir. Aslında ikinci ve üçüncü diyagramlar birbirinden tamamen bağımsız değildir. Bu ilişki ilerde ayrıntılı olarak incelenecektir.



Şekil 3.4 Hadron çarpıştırıcılarında üst kuarkın tek üretimi için Feynman diyagramları

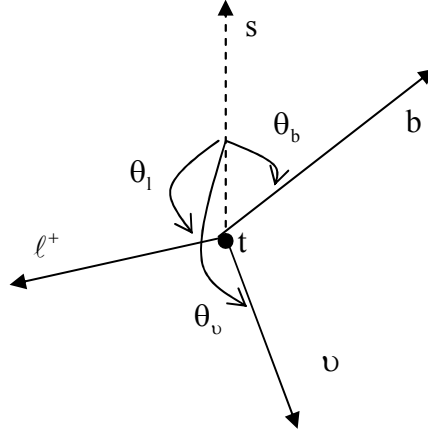
Bu alt süreçlerden (b) ve (c)' nin W-gluon füzyonu süreci olarak adlandırılmasının sebebi, proton demetinden gelen gluonun $b\bar{b}$ yada $t\bar{t}$ çiftine ayrılması ile oluşan b veya t kuarkların W bozonu ile etkileşmesidir.

Üst kuark baskın olarak bir W bozon ve b kuarka bozunmaktadır, $t \rightarrow bW$. Bu bozunma için dallanma oranının $B(t \rightarrow Wb) \sim 0,998$ olduğu bilinmektedir.

$$B = \frac{B(t \rightarrow Wb)}{B(t \rightarrow Wq)} = \frac{|V_{tb}|^2}{|V_{ts}|^2 + |V_{td}|^2 + |V_{tb}|^2} = |V_{tb}|^2 \sim 0,998 \quad (3.8)$$

Bozunma ürünlerinden olan W bozon da ya bir lepton ve onun nötrinosuna yada bir kuark ve anti kuarka bozunmaktadır. Üst kuark spin özellikleri değişmeden bozunduğu için bozunma ürünleri ve spini arasında bir ilişki elde etmek mümkündür. t kuarkın

durgun çerçevesinde spin doğrultusunu ve bozunma ürünlerini şematik olarak şekil 3.5’deki gibi göstermek mümkündür.



Şekil 3.5 Üst kuarkın durgun çerçevesinde spini ve bozunma ürünleri

Üst kuarkın diferansiyel bozunma genişliği leptonik bozunma için hesaplanırsa şöyle bir ifade elde edilir,

$$d\Gamma \sim \sum_{\text{spin}} |M|^2 \sim t.l \text{ b.v} \quad (3.9)$$

Burada her bir parçacığın momentumu kendi simgesi ile gösterilmektedir. Eğer diferansiyel bozunma genişliği, dörtlü spin vektörüne bağlı olarak hesaplanırsa, üst kuarkın iki farklı spin durumu için,

$$d\Gamma_{\uparrow} \sim t_2.l \text{ b.v} \quad , \quad d\Gamma_{\downarrow} \sim t_1.l \text{ b.v} \quad (3.10)$$

şeklindedir. Buradaki t_1 ve t_2 ,

$$t_1 = \frac{1}{2}(t + ms) \quad , \quad t_2 = \frac{1}{2}(t - ms) \quad (3.11)$$

biçiminde tanımlanır. Dikkat edilirse iki spin durumu için yazılan diferansiyel genlik ifadeleri toplandığında (3.9) bağıntısı elde edilir. Ayrıca, $t_1^2 = t_2^2 = 0$ olduğundan bu dörtlü vektörler ışıksal yapıya sahiptirler. Üst kuarkın durgun çerçevesinde t_1 ' in uzaysal bileşeni spin-yukarı doğrultusunda, t_2 ' nin uzaysal bileşeni spin-aşağı doğrultusundadır. Bu çerçevede, s dörtlü spin vektörü,

$$s = (0, \hat{s}) \quad (3.12)$$

biçiminde tanımlanmaktadır. Burada \hat{s} üst kuarkın durgun sisteminde spin kuantizasyon eksenini tanımlayan birim vektördür. Eğer diferansiyel genişlik $d\Gamma_{\uparrow} \sim t_2 \cdot \ell$ b.v biçiminde seçilir, t_2 ifadesi yerine yazılır ve dörtlü çarpım yapılırsa, $d\Gamma_{\uparrow} \sim \frac{1}{2} m_i |\vec{\ell}| (1 + \cos\theta)$ haline gelir. Burada θ açısı spin kuantizasyon eksenini ile yüklü lepton arasındaki açıdır. Böylece,

$$\frac{d\Gamma_{\uparrow}}{d\cos\theta} \sim 1 + \cos\theta \quad (3.13)$$

şeklindedir. Eğer bu bağıntılar genelleştirilirse, i her bir bozunma ürününü göstermek, üzere bozunma açısal dağılımı için şöyle bir ifade bulunur,

$$\frac{1}{\Gamma} \frac{d\Gamma(\lambda)}{d(\cos\theta_i)} = \frac{1}{2} (1 + \lambda\alpha_i \cos\theta_i) \quad (3.14)$$

(3.14) bağıntısında θ_i , i bozunma ürünü ile üst kuarkın spin kuantizasyon eksenini arasındaki açı, α_i ise korelasyon katsayısıdır. $\lambda = \pm 1$ olup spin yukarı ve aşağı durumları tasvir etmektedir. Üst kuarkın bozunma ürünlerine göre korelasyon katsayısı farklı değerler almaktadır. Bozunma ürünleri ve korelasyon katsayıları çizelge 3.1 ile verilmektedir. Çizelgeden, yüklü leptonların, anti-d ve anti-s kuarkların daha büyük korelasyona sahip olduğu görülmektedir.

Çizelge 3.1 Üst kuarkın leptonik ve hadronik bozunması için korelasyon katsayıları

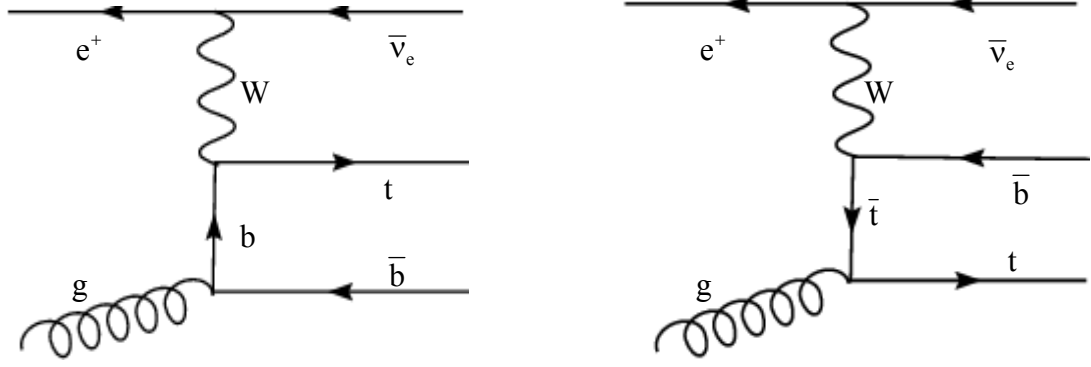
Bozunma Ürünü	α_i
b	-0,40
ν_ℓ, u, c	-0,33
ℓ^+, \bar{d}, \bar{s}	1,00

Üst kuarkın zayıf etkileşme aracılığıyla üretimi süreçlerinde spin özelliklerini araştırmak mümkündür. Literatürde hadron çarpıştırıcılarında üst kuarkın tek üretimi süreçlerinde spin özelliklerinin incelendiği çalışmalar bulunmaktadır. Bu tez çalışmasında ise pozitron–proton çarpıştırıcılarındaki tek üretim süreçleri aracılığıyla spin özellikleri incelenecektir. Spin bağımlı Feynman genlikleri spin izdüşüm işlemcileri kullanılarak hesaplanacaktır. Spin izdüşüm işlemcileri tezin Ek 1 kesiminde verilmektedir.

Üst kuarkın tek olarak üretildiği süreçler, elektrozayıf etkileşmeleri içeren süreçler olduğundan üretilen t kuarklar W bozon ile etkileşirler. Bu da etkileşme köşesinin yapısından dolayı polarize olmuş t kuarkların üretilmesine sebep olmaktadır. pp yada $p\bar{p}$ çarpıştırıcılarında da üst kuarkı tek veya çift olarak üretmek mümkündür. Fakat çift üretime en büyük katkı gg ilk durumundan gelmektedir. Kuvvetli etkileşmeleri içeren bu süreçlerde t kuarkların polarizasyonunu incelemek zordur. Hadron çarpıştırıcılarında ki tek üretimde ise hadronik ilk durumdan dolayı daha duyarlı fon analizleri gerekmektedir. Bu sebeple ep çarpıştırıcıları polarizasyon özelliklerini araştırmak için oldukça uygun bir seçimdir.

3.3 ep Çarpışmasında W-Gluon Füzyonu Süreci ile Üst Kuarkın Tek Üretimi

W-gluon füzyonu süreci ep çarpışmasında üst kuarkın tek üretimine katkı veren tek süreçtir (Şekil 3.6).



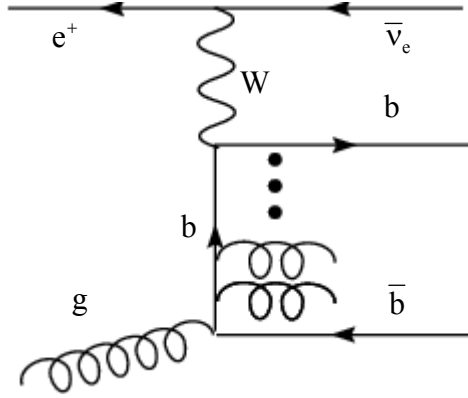
Şekil 3.6 W-gluon füzyonu süreci ile üst kuarkın tek üretimi

Şekil 3.6 ile verilen diyagramlardan ikincisinin katkısı t kuark propagatöründen dolayı oldukça azdır. Birinci diyagrama ise en büyük katkı b kuarkın momentumunun gluon ile paralel olduğu durumdan gelir. Bu duruma eşçizgisel (collinear) limit adı verilir. Eğer birinci diyagramda b kuark kütlesi sıfır alınırsa b kuark propagatörü ıraksar ve bu duruma da eşçizgisel tekillik (collinear singularity) denilmektedir. Çünkü b kuark propagatörünün dörtlü momentumunun karesi,

$$p^2 = (k - p')^2 = -2k.p' \quad k = (E,0,0,E) \quad p' = (E',0,0,E') \quad (3.15)$$

dir. Burada p; b kuarkın, k;gluonun, p' ; \bar{b} kuarkın dörtlü momentumudur. Kuark propagatörünün paydası eşçizgisel limitte, kuark kütlesi ihmal edilirse sıfırdır. b kuarkın kütlesi bu eşçizgisel ıraksaklığı ortadan kaldırır. Gelen gluonun eşçizgisel b kuark ve \bar{b} kuark çiftine ayrılmasından dolayı tesir kesidi ifadesi $\alpha_s \ln \frac{m_t^2}{m_b^2}$ terimi ile orantılıdır. Bu

durum için ayrıntılar Ek 2 kesiminde verilmektedir. Üstelik b kuark propagatörünün eşçizgisel gluon ışıması yaptığı düzeltme diyagramı da dikkate alınırsa, bu diyagram şekil 3.7' de olduğu gibidir ve her gluon ışımasında bir b kuark propagatörü daha ortaya çıkmaktadır.



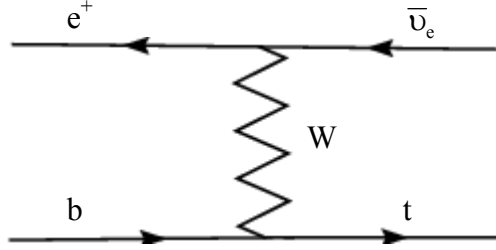
Şekil 3.7 Eşçizgisel gluon ışıması

b kuark propagatöründen yapılan her eşçizgisel gluon ışıması için $\alpha_s \ln \frac{m_t^2}{m_b^2}$ logaritmik teriminin bir kuvveti gelmektedir. Çünkü bu ışımaya yeni bir b kuark propagatörü oluşturmaktadır. Böylece tesir kesiti logaritmik katkı veren $\alpha_s \ln \frac{m_t^2}{m_b^2}$ teriminin kuvvetleri ile orantılı olarak artmaktadır. Pertürbasyon serisinin yakınsaması zorlaştığından tesir kesiti için tam bir öngöründe bulunmak zordur. Bu zorluğun üstesinden gelebilmek için bir formalizm geliştirilmiştir. Bu formalizm eşçizgisel logaritmaları toplayarak ıraksamayı engellemektedir. Eşçizgisel logaritmaları toplamak için de b kuark dağılım fonksiyonu kullanılmaktadır. Logaritmik terimlerin b kuark dağılım fonksiyonu içerisine toplanması için geliştirilmiş olan formalizm tezin Ek 2 kısmında verilmektedir. n tane gluon ışıması için, logaritmik terimlerle birlikte b kuark dağılım fonksiyonu şöyledir:

$$\begin{aligned}
 q_n(x, Q^2) &= q(x) + \frac{\alpha_s}{2\pi} \ln\left(\frac{Q^2}{\mu^2}\right) \int_{x/z_{\max}}^1 \frac{dw}{w} q(w) P_{qq}\left(\frac{x}{w}\right) + \left(\frac{\alpha_s}{2\pi}\right)^2 \left(\ln\left(\frac{Q^2}{\mu^2}\right)\right)^2 \int_{x/z_{\max}}^1 \frac{dw}{w} P_{qq}\left(\frac{x}{w}\right) \\
 &\times \int_{w/z'_{\max}}^1 \frac{dw'}{w'} q(w') P_{qq}\left(\frac{w}{w'}\right) + \dots
 \end{aligned}
 \tag{3.16}$$

Yakınsamayı zorlaştıran tüm terimler b kuark dağılım fonksiyonu içerisinde

toplandığından W-gluon füzyonu sürecinin eşizgisel b kuark limitindeki katkısı şekil 3.8 ile verilen hale gelmektedir.

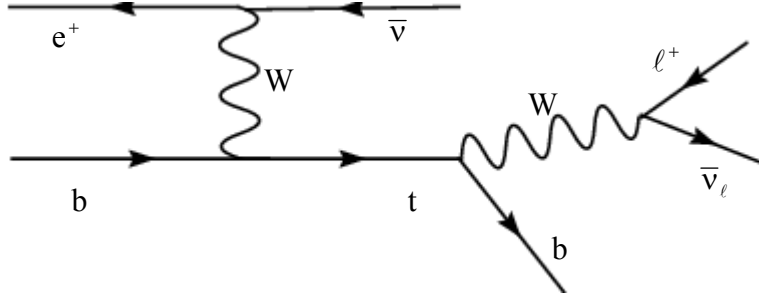


Şekil 3.8 b kuark dağılım fonksiyonunu kullanarak W-gluon füzyonu süreci ile üst kuarkın tek üretimi

Böylece ana sürecimiz $e^+b \rightarrow t\bar{\nu}$ olarak dikkate alınacaktır. Ancak eğer istenirse W-gluon füzyonu sürecinin eşizgisel olmayan b kuark katkıları (küçük olmasına rağmen) da tesir kesiti hesabına katılabilir. Bu kısım Ek 3’de verilmiştir.

3.4 $e^+b \rightarrow t\bar{\nu} \rightarrow b\ell^+\nu_\ell\bar{\nu}$ Süreci İçin Tesir Kesidi

Üst kuarkın polarizasyon özellikleri bozunma ürünlerinin açısallığından belirlenebilir. Bilindiği gibi üst kuark spin bilgisini koruyarak bozunmaktadır. Bu da onun bozunma öncesindeki spini ile ilgili bilgi sahibi olunabileceğini gösterir. Üst kuark yüksek bir dallanma oranıyla bir W bozon ve b kuarka bozunmaktadır. W bozonun lepton kanalına olan bozunumu dikkate alınır, $e^+b \rightarrow t\bar{\nu} \rightarrow b\ell^+\nu_\ell\bar{\nu}$ tam süreci (full process) düşünülmelidir. Bu süreçte çıkan leptonların açısallığı, üst kuarkın polarizasyonu ile ilgili bilgi sağlayıcıdır. $e^+b \rightarrow t\bar{\nu} \rightarrow b\ell^+\nu_\ell\bar{\nu}$ tam süreci şekil 3.9 ile verilmektedir.



Şekil 3.9 $e^+b \rightarrow t\bar{\nu} \rightarrow b\ell^+ \nu_\ell \bar{\nu}$ süreci için Feynman diyagramı

Bu süreç için diferansiyel tesir kesiti,

$$d\sigma(e^+b \rightarrow t\bar{\nu} \rightarrow b\ell^+ \nu_\ell \bar{\nu}) = \frac{1}{2s} |M|^2 \frac{d^3p_3}{(2\pi)^3 2E_3} \frac{d^3p_4}{(2\pi)^3 2E_4} \frac{d^3p_5}{(2\pi)^3 2E_5} \frac{d^3p_6}{(2\pi)^3 2E_6} \quad (3.17)$$

$$\times (2\pi)^4 \delta^4(p_1 + p_2 - p_3 - p_4 - p_5 - p_6)$$

şeklinde verilir. Bu ifadede $|M|^2$ tam sürecin saçılma genliğinin karesini göstermektedir. Üst kuark propagatörünün yeniden düzenlenmesiyle genlik,

$$|M|^2 (2\pi)^4 \delta^4\left(\sum_i p_i - \sum_f p_f\right) = \int \frac{d^4q}{(2\pi)^4} \left| \sum_{s_t} M_a(s_t) D_t(q^2) M_b(s_t) \right|^2$$

$$\times (2\pi)^4 \delta^4(p_1 + p_2 - q - p_3) (2\pi)^4 \delta^4(q - p_4 - p_5 - p_6) \quad (3.18)$$

biçiminde yazılabilir. q ve s_t üst kuarkın dörtlü momentumuna ve spinine karşı gelmektedir. Burada $D_t(q^2)$, t kuark için Breit-Wigner propagatör çarpanı, Γ_t üst kuarkın toplam bozunma genişliği olmak üzere,

$$D_t(q^2) = \frac{1}{q^2 - m_t^2 - im_t \Gamma_t} \quad (3.19)$$

şeklinde tanımlıdır. Ayrıca (3.18) bağıntısındaki $M_a(s_t)$, kütle kabuğu üzerindeki t kuark için $e^+b \rightarrow t\bar{\nu}$ sürecinin genliği, $M_b(s_t)$ de üst kuarkın leptonlara olan bozunum

genliğidir. $e^+b \rightarrow t\bar{v}$ süreci ile üretilen üst kuarkların kütle kabuğu üzerinde olduğu düşünüldüğünden, Breit-Wigner propagatör çarpanı için dar genişlik yaklaşımı yapmak uygundur. Dar genişlik yaklaşımına göre,

$$|D_q(q^2)|^2 = \frac{1}{(q^2 - m_t^2)^2 + m_t^2 \Gamma_t^2} \approx \frac{\pi}{\Gamma_t m_t} \delta(q^2 - m_t^2) \quad (3.20)$$

şeklinde alınır. (3.18) ifadesinde dar genişlik yaklaşımı yapılır ve

$$\int d^4q \delta(q^2 - m_t^2) = \int \frac{d^3q}{2E_t} \quad (3.21)$$

olduğu kullanılırsa diferansiyel tesir kesiti,

$$\begin{aligned} d\sigma(e^+b \rightarrow t\bar{v} \rightarrow b\ell^+ \nu_\ell \bar{\nu}) &= \frac{1}{2s} \left(\frac{1}{2m_t \Gamma_t} \right) \left| \sum_{s_t} M_a(s_t) M_b(s_t) \right|^2 \\ &\times \frac{d^3q}{(2\pi)^3 2E_t} \frac{d^3p_3}{(2\pi)^3 2E_3} (2\pi)^4 \delta^4(p_1 + p_2 - q - p_3) \\ &\times (2\pi)^4 \delta^4(q - p_4 - p_5 - p_6) \frac{d^3p_4}{(2\pi)^3 2E_4} \frac{d^3p_5}{(2\pi)^3 2E_5} \frac{d^3p_6}{(2\pi)^3 2E_6} \end{aligned} \quad (3.22)$$

(3.22) bağıntısından görüldüğü gibi tam tesir kesiti üretim ve bozunma parçalarının çarpımı şeklinde yazılabilir. Farklı spin durumlarına ait girişim terimleri, üst kuarkın ürünlerinin azimut açıları üzerinden integrali alındığında sıfır vermektedir. Böylece tam tesir kesiti için şu sonuç elde edilebilir,

$$\begin{aligned} d\sigma(e^+b \rightarrow t\bar{v} \rightarrow b\ell^+ \nu_\ell \bar{\nu}) &= (d\sigma(e^+b \rightarrow \uparrow t\bar{v})) \frac{d\Gamma(\uparrow t \rightarrow \ell b \nu_\ell)}{\Gamma(t \rightarrow \ell b \nu_\ell)} + d\sigma(e^+b \rightarrow \downarrow t\bar{v}) \\ &\times \frac{d\Gamma(\downarrow t \rightarrow \ell b \nu_\ell)}{\Gamma(t \rightarrow \ell b \nu_\ell)} \text{BR}(t \rightarrow \ell b \nu_\ell) \end{aligned} \quad (3.23)$$

Bu bağıntıda $BR(t \rightarrow \ell b \nu_\ell)$, üst kuarkın leptonik bozunması için dallanma oranıdır. Diferansiyel bozunma genişliğini, $d\Gamma(t \rightarrow \ell b \nu_\ell) = d\Gamma(\uparrow t \rightarrow \ell b \nu_\ell) + d\Gamma(\downarrow t \rightarrow \ell b \nu_\ell)$ ile ifade etmek mümkündür. Burada aşağı ve yukarı doğrultulardaki oklar, seçilen bir spin kuantizasyon eksenini için spin yukarı ve aşağı durumlarını tasvir etmektedir.

Üst kuarkın bozunması ile ortaya çıkan leptonun açısal dağılımını ölçmek suretiyle, üst kuarkın belirli spin durumlarında $e^+b \rightarrow t\bar{\nu}$ süreci için diferansiyel tesir kesitlerini belirlemek mümkündür. Bir başka deyişle, t kuarkın spin durumları, bu dağılımlara yapılan uydurma (fit) ile belirlenebilir. Buna göre $d\sigma_a$ diferansiyel tesir kesiti, (3.23) ifadesinden görüldüğü gibi $d\Gamma(\uparrow, \downarrow)/\Gamma$ çarpanının açısal dağılımına uydurma yapılarak bulunabilir.

3.5 Üst Kuarkın $e^+p \rightarrow t\bar{\nu} + X$ Süreci ile Tek Üretimi ve Spin Polarizasyonunun İncelenmesi

W-gluon füzyonu süreci, üretilen üst kuarklar W bozon ile doğrudan etkileştiğinden bir elektrozaıf süreçtir. Bu nedenle üretilen üst kuarklar polarize olabilir. Daha önce de sözü edildiği gibi üst kuark kuvvetli etkileşmeye girmeden bozunan tek kuarktır. Bu özelliği onun bozunmasından önceki spinini hakkında bilgi sahibi olmayı sağlamaktadır. Bu da, yine daha önce anlatıldığı gibi bozunma ürünlerinin açısal dağılımına bakılarak yapılmaktadır.

Üst kuark büyük kütleli bir parçacık olduğundan spin doğrultusu helisite yönünde seçilirse, bir gözlem çerçevesinden diğerine geçildiğinde helisitesi değişmektedir. Bu nedenle gözlem çerçevesine bağımlı olmayan bir spin bazı arayışına girmek yersiz değildir. Farklı spin doğrultuları yada bazlarını incelemek için spin izdüşüm yöntemi kullanılacaktır. Spin izdüşüm işlemcisi,

$$\hat{\Sigma}(s) = \frac{1 + \gamma_5(\not{s})}{2} \quad (3.24)$$

biçimindedir. Bu işlemcinin parçacık ve antiparçacıklara ait spinörler üzerine olan etkisi ise tezin Ek 1 kısmında verilmiştir. Bu bağıntılar yardımıyla üst kuarkın dörtlü spinine bağımlı olan Feynman genliği hesaplanabilir. Feynman diyagramlarından $e^+b \rightarrow t\bar{\nu}_e$ süreci için genlik ifadesi aşağıdaki gibi bulunur,

$$|M|^2 = \frac{2g_w^4}{(q^2 - m_w^2)^2} (\mathbf{p}_b \cdot \mathbf{p}_\nu) [\mathbf{p}_e \cdot \mathbf{p}_t - m_t \mathbf{p}_e \cdot \mathbf{s}_t] \quad (3.25)$$

Burada, $q = \mathbf{p}_b - \mathbf{p}_t$ dir. s_t ise üst kuarka ait dörtlü spin vektörüdür. Her bir parçacığın momentumu kendi indisi ile gösterilmektedir. Üst kuarka ait dörtlü spin vektörü,

$$s_t^\mu = \left(\frac{\bar{\mathbf{p}}_t \cdot \bar{\mathbf{s}}'}{m_t}, \bar{\mathbf{s}}' + \frac{\bar{\mathbf{p}}_t \cdot \bar{\mathbf{s}}'}{m_t(E_t + m_t)} \bar{\mathbf{p}}_t \right) \quad (3.26)$$

biçimindedir. (3.26) bağıntısındaki $\bar{\mathbf{s}}'$, t kuarkın durgun sistemindeki üçlü spin vektörüdür. Üst kuarka ait spin kuantizasyon ekseninin uygun bir seçimi ile büyük oranlarda polarizasyon elde edilmesi ep çarpışmasında tek üretimin önemli bir özelliğidir. Şimdi çeşitli spin bazları seçerek polarizasyon derecelerini inceleyelim.

Eğer üst kuarkın spin doğrultusu $e^+p \rightarrow t\bar{\nu} + X$ süreci için pozitron demeti boyunca tanımlanırsa,

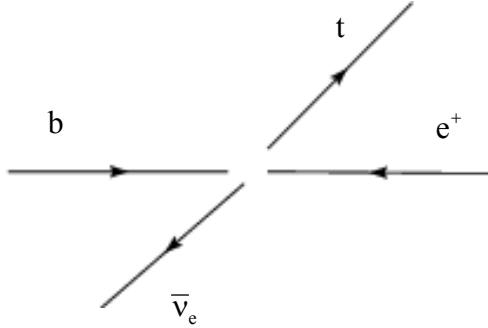
$$\bar{\mathbf{s}}' = \lambda \frac{\bar{\mathbf{p}}_e^*}{|\bar{\mathbf{p}}_e^*|}, \quad \lambda = \pm 1 \quad (3.27)$$

şeklindedir. Burada $\bar{\mathbf{p}}_e^*$, t kuarkın durgun sisteminde pozitronun momentumudur. Pozitronun $\bar{\mathbf{p}}_e$ momentumuyla hareket ettiği gözlem çerçevesinden t kuarkın durgun sistemine bir Lorentz dönüşümü ile geçilir. Bu Lorentz dönüşümünü şu şekilde tanımlamak mümkündür.

$$\vec{p}_e^* = \vec{p}_e + \frac{\gamma - 1}{\beta^2} (\vec{\beta} \cdot \vec{p}_e) \vec{\beta} - E_e \gamma \vec{\beta} \quad \text{ve} \quad \vec{\beta} = \frac{\vec{p}_t}{E_t} \quad (3.28)$$

(3.27) denkleminde $\lambda = 1$ alındığında spinin pozitron doğrultusunda olmasına, $\lambda = -1$ alındığında spinin pozitronun momentumu ile ters doğrultuda olmasına karşı gelir. $\lambda = -1$ alınıp Feynman genliği hesaplandığında genlik ifadesi sıfır vermektedir. Bu ise çok önemli bir sonucu ortaya koyar: Üst kuarkın spinini pozitron doğrultusunda % 100 polarizedir. Üst kuarkın durgun sisteminde tanımlanabilen tüm spin bazları için polarize tesir kesiti koordinat sisteminden bağımsızdır. Bu nedenle tesir kesitini hesaplamak için daha basit olmasından dolayı alt sürecin kütle merkezi sistemi kullanılabilir.

Alt sürecin kütle merkezi sistemini ana sürecin kütle merkezinden ayırt etmek için alt sürece ait kütle merkezi sistemi literatürlerde de olduğu gibi ‘sıfır momentum çerçevesi (ZMF)’ olarak isimlendirilecektir (Mahlon and Parke 1996). $e^+b \rightarrow t\bar{\nu}_e$ süreci için kütle merkezi sistemi şekil 3.10’ da gösterildiği gibidir.



Şekil 3.10 $e^+b \rightarrow t\bar{\nu}_e$ süreci için kütle merkezi sistemi (ZMF)

Tanımlanabilecek başka bir gözlem çerçevesi ise laboratuvar sistemidir. Burada laboratuvar sistemi ile kastedilen ilk durum parçacıkları olan pozitron ve protonun laboratuvar sistemidir. İlk durumdaki b kuark ve e^+ , W bozon ile etkileştiğinden b kuarkın elliliği sol-elli iken, e^+ nun ki sağ-ellidir. Bu parçacıklar ultrarelativistik olduklarından sağ ve sol-ellilik özellikleri helisiteleri olarak alınabilir. Böylece ZMF’ de ilk durumdaki spinler toplamının son durumdakine eşit olabilmesi için t kuark sol-elli helisiteye sahip olmalıdır. Fakat t kuark kütleli bir parçacık olduğundan başka bir

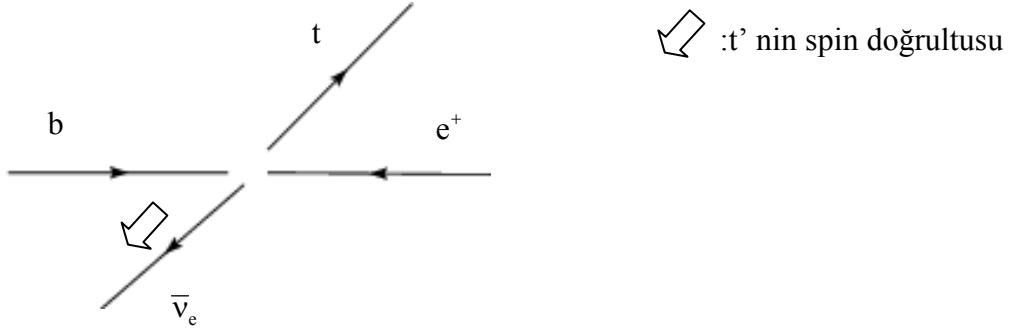
gözlem çerçevesine geçildiğinde sağ-elli helisite bileşeni ile karşılaşılabılır. Üst kuarka ait polarizasyon oranları, polarize tesir kesitinin polarize olmayan tesir kesitine oranı ile belirlenir.

$$\text{Polarizasyon Oranı} = \frac{\sigma(+,-)}{\sigma_{\text{unpol.}}} \quad (3.29)$$

Üst kuark büyük bir kütleyle sahip olduğundan üretileceği çarpıştırıcı deneylerinde yüksek enerjilere çıkılması gerekmektedir. Günümüzde ise üst kuarkın spin özelliklerinin araştırılabileceği kadar yüksek enerjiye sahip bir pozitron-proton çarpıştırıcısı bulunmamaktadır. Bu nedenle yapılacak polarizasyon hesaplarında gelecekte kurulması planlanan pozitron-proton çarpıştırıcılarının öngörülen enerji değerleri dikkate alınacaktır. Bu çarpıştırıcılar TESLA+HERAp ve CLIC+LHC' dir. $e^+b \rightarrow t\bar{\nu}_e$ sürecinde kütle merkezi enerjisinin $\sqrt{s} = 1,6\text{TeV}$ (TESLA+HERAp) değeri için, kütlemerkezi sisteminde (ZMF) üst kuarkın helisitesi %95 oranında sol-ellidir. Daha büyük bir enerji için bu oran hesaplanırsa örneğin, $\sqrt{s} = 5,3\text{TeV}$ (CLIC+LHC) değerinde %97 oranında sol-elli olduğu görülür.

Diğer bir gözlem çerçevesi olan laboratuvar sisteminde t kuarkın helisitesi $\sqrt{s} = 1,6\text{TeV}$ için %80 oranında sağ-elli ve $\sqrt{s} = 5,3\text{TeV}$ için %62 oranında sağ-ellidir. Buradan elde edilen sonuç teorik öngörülerini doğrulamaktadır. Üst kuark büyük kütlesi sebebiyle ultrarelativistik bir parçacık değildir. Bu nedenle helisitesi gözlem çerçevesine bağlı olarak değişmektedir. Üst kuarkın durgun sisteminde spin eksenini pozitron demeti doğrultusunda alındığında polarizasyon oranı %100 olarak elde edilmiş ve bu değerinin tesir kesitinin hesaplandığı koordinat sisteminden bağımsız olduğu gösterilmiştir.

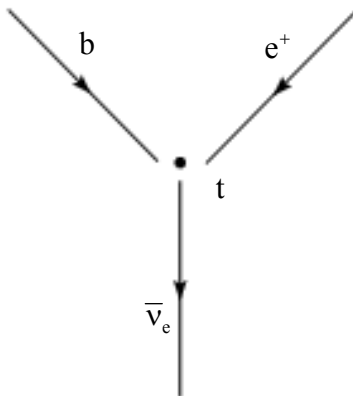
Tanımlanabilecek bir başka spin bazı ise antinötrino demeti doğrultusudur Spin doğrultusu olarak antinötrino doğrultusunun seçimi, $e^+b \rightarrow t\bar{\nu}_e$ süreci için, spini negatif helisite doğrultusunda seçmekle özdeştir. Bu durumu şekil 3.11 ile göstermek mümkündür.



Şekil 3.11 ZMF' de antinötrino bazı

Spin antinötrino doğrultusunda seçilirse polarizasyonun, $\sqrt{s} = 1,6\text{TeV}$ için %95 sağ-elli olduğu görülür. t kuarkın durgun çerçevesindeki antinötrino doğrultusu ve ZMF' deki antinötrino doğrultusu aynıdır. Bu sebeple bulunan polarizasyon oranı ZMF' de helisite bazında elde edilenle aynıdır. Helisite bazında %95 oranında spin t kuark ile ters doğrultudayken, antinötrino bazında %95 oranında, spin antinötrino doğrultusundadır.

Üst kuarkın durgun çerçevesinde pozitron demeti ve proton demeti aynı doğrultularda değillerdir. Bu sebeple polarizasyon oranları pozitron demeti boyunca ve proton demeti boyunca aynı değildir. Şekil 3.12' den görüldüğü üzere b kuark doğrultusu pozitronun ki ile aynı değildir. Bu nedenle proton demeti doğrultusunu da spin bazı olarak seçip hesap yapmak mümkündür. Bu durumda t kuarkın spini $e^+b \rightarrow t\bar{\nu}_e$ süreci için $\sqrt{s} = 1,6\text{TeV}$ ' de %90 oranında sol-ellidir.



Şekil 3.12 Üst kuarkın durgun çerçevesi

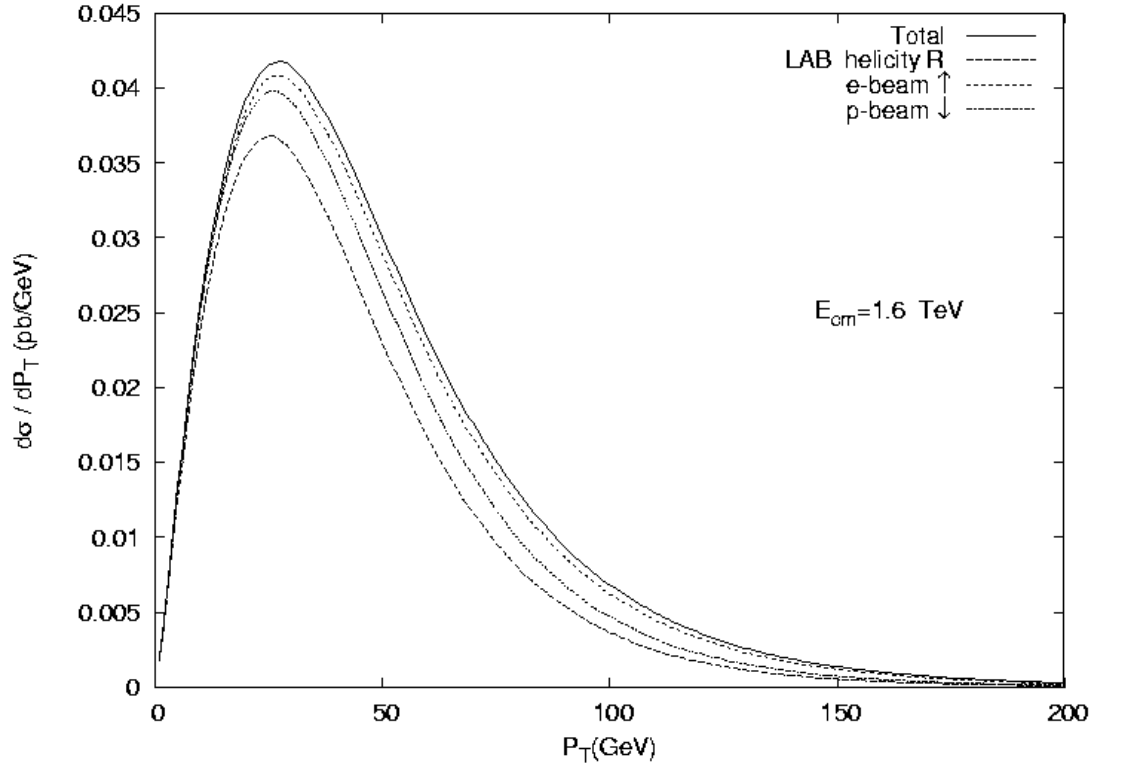
Pozitron-proton çarpışmasında tek olarak üretilen üst kuarklar için tanımlanabilecek spin bazları ve polarizasyon oranları çizelge 3.2’ de toplanmıştır. Bu hesaplar kütle merkezi enerjileri $\sqrt{s} = 1,6\text{TeV}$ ve $\sqrt{s} = 5,3\text{TeV}$ olarak öngörülen TESLA+HERAp ve CLIC+LHC çarpıştırıcıları için yapılmıştır.

Çizelge 3.2 $\sqrt{s} = 1,6\text{TeV}$ ve $\sqrt{s} = 5,3\text{TeV}$ enerjileri için baskın olan spin oranları ve asimetriler

	LAB helisite	ZMF helisite	e	$\bar{\nu}_e$	p
$\sqrt{s} = 1,6\text{TeV}$	%80(R)	%95(L)	%100↑	%95↑	%90↓
$\left(\frac{N_{\uparrow} - N_{\downarrow}}{N_{\uparrow} + N_{\downarrow}}\right)$	0,6	0,9	1	0,9	0,8
$\sqrt{s} = 5,3\text{TeV}$	%62(R)	%97(L)	%100↑	%97↑	%86↓
$\left(\frac{N_{\uparrow} - N_{\downarrow}}{N_{\uparrow} + N_{\downarrow}}\right)$	0,24	0,94	1	0,94	0,7

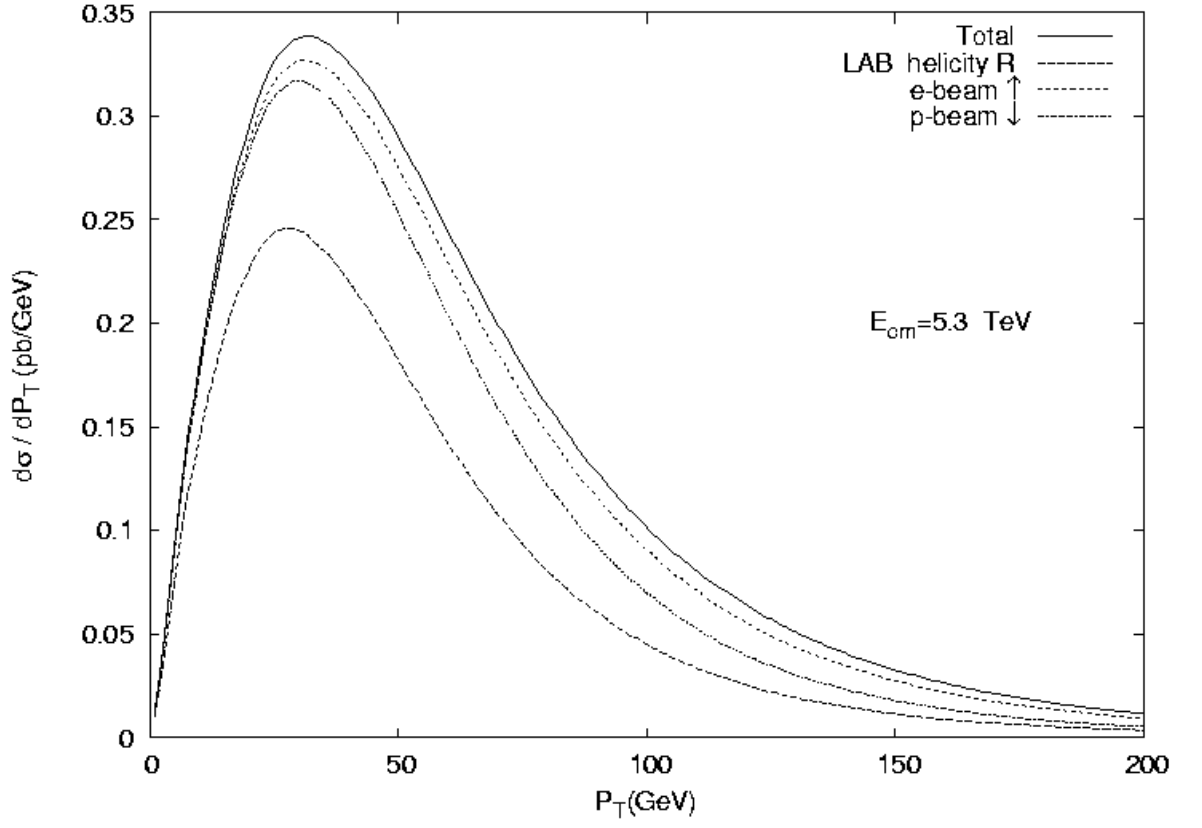
Çizelge 3.2’ de helisite bazında R ve L ile gösterilen durumlar sağ ve sol elliliğe karşı gelir. Pozitron, antinötrino ve proton bazlarında yukarıya doğru gösterilen ok işareti üst kuarka ait spinin, baz seçilen parçacığın momentumu ile aynı doğrultuda olduğunu gösterir. Ters yöndeki ok işareti ise üst kuarka ait spinin baz seçilen parçacığın momentumu ile zıt yönlü olduğunu göstermektedir. $\left(\frac{N_{\uparrow} - N_{\downarrow}}{N_{\uparrow} + N_{\downarrow}}\right)$ ile verilen spin asimetrileri de polarize olmanın bir ölçüsüdür. En büyük polarizasyon pozitron demeti doğrultusu için elde edilidiğinden en büyük asimetri de bu durumda bulunur.

Tanımlanan spin bazlarını karşılaştırmak için üst kuarka ait enine momentum dağılımı da kullanılabilir. Şekil 3.13’ de kütle merkezi enerjisinin $\sqrt{s} = 1,6\text{TeV}$ değeri için üst kuarkın enine momentum dağılımı verilmektedir. Şekil 3.14’ de ise kütle merkezi enerjisinin $\sqrt{s} = 5,3\text{TeV}$ değeri için enine momentum dağılımı çizilmiştir.



Şekil 3.13 $\sqrt{s} = 1,6\text{TeV}$ için üst kuarkın enine momentum dağılımı

Şekil 3.13 ve 3.14 incelendiğinde iki grafiğin de benzer davranış gösterdiği ve kütle merkezi enerjisinin artan değerleri için Lab. Helisite eğrisinin diğerlerinden ayrıldığı (azaldığı) görülmektedir. Bu sonuç çizelge 3.2 ile uyumludur. İntegre edilmiş diferansiyel tesir kesitinin P_T ' ye olan bağlılığının incelenmesi, $\cos\theta$ ' ya bağlılığın incelenmesi ile özdeştir. Bu dedektörlerin farklı açısall bölgelerine düşen olay sayılarının belirlenmesi açısından önem taşımaktadır.



Şekil 3.14 $\sqrt{s} = 5,3\text{TeV}$ için üst kuarkın enine momentum dağılımı

3.6 Diğer Çalışmalarla Karşılaştırma

Hadron çarpıştırıcıların da Wg füzyonu kanalında, yüksek oranlarda polarizasyona sahip üst kuarklar üretmek mümkündür. CERN’ de bulunan LHC’ nin hedeflerinden biri de üst kuarkın tüm özelliklerinin detaylı olarak incelenebilmesidir. Bunlardan biri onun spin özelliklerinin araştırılmasıdır. LHC’ de Wg füzyonu kanalında üst kuarkın tek üretimi süreçleri bir polarize t kuark kaynağıdır. Burada da üst kuarklar elektrozayıf etkileşme ile üretilmektedir. Kullanılan spin eksenleri helisite, proton, izleyici kuark alındığında polarizasyon oranları karşılaştırma amacıyla çizelge 3.3’ de verilmiştir. Ancak buradaki polarizasyon oranları pozitron-proton çarpıştırıcıları için elde edilen polarizasyonlara göre, ZMF helisite ve izleyici kuark yönleri dışında, daha düşüktür. Ayrıca deneysel olarak pozitron-proton çarpıştırıcıları hadron çarpıştırıcılarına göre fon

açısından daha temizdir ve teorik hesap kolaylığına sahip olduğundan oldukça avantajlıdır.

Çizelge 3.3 LHC’ de baskın olan spin oranları

Baz	Spin Oranları
LAB Helisite	%66
ZMF Helisite	%99
Proton	%93
İzleyici Kuark	%99

4. POZİTRON - PROTON ÇARPIŞMASINDA ANORMAL Wtb BAĞLAŞIMLARININ İNCELENMESİ

Üst kuarkın tek üretildiği süreçler W bozon, t kuark ve b kuarktan oluşan zayıf etkileşme köşesi ile orantılıdır. Böylece Wtb bağlaşımlarının incelenmesi için bu süreçler kullanılabilir. Standart modelin, günümüzdeki parçacık fiziği laboratuvarlarından elde edilen verileri başarıyla açıklamasına rağmen, standart modelin efektif bir teori olduğu düşünülmektedir. Buna göre daha yüksek enerji ölçeklerinde yeni fizik etkileri ortaya çıkmaktadır. Sözü edilen yeni fizik etkileri, parçacıklar arasındaki bağlaşımları etkileyen yeni etkileşmeler şeklinde olabilir. Böylece yeni etkileşmeleri tasvir eden etkin lagranjiyen,

$$L_{\text{etkin}} = L_0 + \frac{1}{\Lambda^2} \sum_i C_i O_i + O\left(\frac{1}{\Lambda^4}\right) \quad (4.1)$$

biçimindedir. Burada Λ ; yeni fiziğin başladığı enerji ölçeği, L_0 ; standart model lagranjiyeni, O_i ; standart model ayar dönüşümleri altında değişmez yapıda olan altı boyutlu operatör, C_i ; bağlaşım katsayısıdır.

Wtb etkileşmelerine standart model ötesi terimler de katkıda bulunabilir. W bozon, t ve b kuarkların standart model ötesindeki etkileşmeleri için altıncı boyuttan, standart model ayar simetrisine sahip, CP' yi koruyan operatörleri belirlemek mümkündür. Bunun için üçüncü aile kuarklarının W bozonla mümkün olabilecek tüm altıncı boyuttan Wtb bağlaşımlarının yazılması gereklidir (Buchmüller and Wyler 1986). Simetri kırılmasından önce bu operatörler şu şekildedir,

$$O_{13} = i \left[(\tilde{\Phi}^\dagger D_\mu \Phi) (\bar{t}_R \gamma^\mu b_R) - (D_\mu \Phi)^\dagger \tilde{\Phi} (\bar{b}_R \gamma^\mu t_R) \right] \quad (4.2)$$

$$O_{Dt} = (\bar{q}_L D_\mu t_R) D^\mu \tilde{\Phi} + (D^\mu \tilde{\Phi})^\dagger (\bar{D}_\mu t_R q_L) \quad (4.3)$$

$$O_{tW\Phi} = \left[(\bar{q}_L \sigma^{\mu\nu} \tau^I t_R) \tilde{\Phi} + \tilde{\Phi}^\dagger (\bar{t}_R \sigma^{\mu\nu} \tau^I q_L) \right] W_{\mu\nu}^I \quad (4.4)$$

$$O_{qW} = \left[\bar{q}_L \gamma^\mu \tau^I D^\nu q_L + \overline{D^\nu q_L} \gamma^\mu \tau^I q_L \right] W_{\mu\nu}^I \quad (4.5)$$

$$O_{\Phi q}^{(3)} = i \left[\Phi^\dagger \tau^I D_\mu \Phi - (D_\mu \Phi)^\dagger \tau^I \Phi \right] \bar{q}_L \gamma^\mu \tau^I q_L \quad (4.6)$$

$$O_{Db} = (\bar{q}_L D_\mu b_R) D^\mu \Phi + (D^\mu \Phi)^\dagger (\overline{D_\mu b_R} q_L) \quad (4.7)$$

$$O_{bW\Phi} = \left[(\bar{q}_L \sigma^{\mu\nu} \tau^I) \Phi + \Phi^\dagger (\bar{b}_R \sigma^{\mu\nu} \tau^I q_L) \right] W_{\mu\nu}^I \quad (4.8)$$

Burada üçüncü aile kuarkları için; $q_L = \begin{pmatrix} t_L \\ b_L \end{pmatrix}$ biçimindedir. Φ Higgs bozon dubletidir ve $\tilde{\Phi} = i\sigma^2 \Phi^*$ olarak tanımlanır. $W_{\mu\nu}^I$, $SU_L(2)$ ayar alanları, $W_\mu = \tau^I W_\mu^I$ $I=1,2,3$ olmak üzere $W_{\mu\nu}^I = \partial_\mu W_\nu^I - \partial_\nu W_\mu^I + g \epsilon_{ijk} W_\mu^j W_\nu^k$ dir.

Elektrozayıf simetri kırılmasından önceki halleri ile yazılmış olan bu altıncı boyuttan olan operatörler üçüncü aile kuarklarının W bozon ve Higgs bozonu ile etkileşmelerini içermektedir. Kovaryant türev ifadesinin,

$$D_\mu = \partial_\mu - i \frac{g}{2} \vec{\sigma} \cdot \vec{W}_\mu - i \frac{g'}{2} Y B_\mu \quad (4.9)$$

ve Higgs dubletinin, $\Phi = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + H \end{pmatrix}$ yerine yazılmasından sonra Wtb bağlaşımlarına

altıncı boyuttan gelebilecek katkılar belirlenmiş olur. Böylece etkin lagranjiyen,

$$\begin{aligned} L_{Wtb} = & \frac{C_{\Phi q}^{(3)}}{\Lambda^2} \frac{g}{\sqrt{2}} v^2 W_\mu^+ (\bar{t} \gamma^\mu P_L b) + \frac{C_{t3}}{\Lambda^2} \frac{g}{\sqrt{2}} \frac{v^2}{2} W_\mu^+ (\bar{t} \gamma^\mu P_R b) \\ & + \frac{C_{tW\Phi}}{\Lambda^2} \frac{v}{2} W_{\mu\nu}^+ (\bar{t} \sigma^{\mu\nu} P_L b) + \frac{C_{bW\Phi}}{\Lambda^2} \frac{v}{2} W_{\mu\nu}^+ (\bar{t} \sigma^{\mu\nu} P_R b) \\ & + \frac{C_{Dt}}{\Lambda^2} \frac{v}{\sqrt{2}} \frac{g}{\sqrt{2}} W_\mu^+ (i \partial^\mu \bar{t}) P_L b - \frac{C_{Dbt}}{\Lambda^2} \frac{v}{\sqrt{2}} \frac{g}{\sqrt{2}} W_\mu^+ (i \bar{t} P_R \partial^\mu b) \\ & + \frac{C_{qW}}{\Lambda^2} \frac{1}{\sqrt{2}} W_{\mu\nu}^+ (\bar{t} \gamma^\mu P_L \partial^\nu b + \partial^\nu \bar{t} \gamma^\mu P_L b) + \text{h.c.} \end{aligned} \quad (4.10)$$

biçiminde yazılabilir. Ancak (4.10) lagranjiyeninde bulunan yedi terimin hepsi Wtb etkileşme köşesine katkıda bulunmamaktadır. Bu terimlerin sayılarını Gordon özdeşliği yardımıyla azaltmak mümkündür. Gordon özdeşliğine göre $\sigma^{\mu\nu}$ ' lü terim ile momentum içeren terimler birbirleri ile bağlaşımlıdır. Böylece terim sayısı yediden beşe inmektedir.¹ Artık, lagranjiyen şu terimleri içerir,

$$L \supset \gamma^\mu, \sigma^{\mu\nu} q_\nu, q^\mu \quad (4.11)$$

Lagranjiyendeki terimlerin sayısı, $q^\mu \sim (p_e - p_\nu)^\mu \sim 0$ olduğu kullanılarak bir tane daha azaltılabilir. Böylece Wtb etkileşme köşesini tasvir eden etkin lagranjiyen sadece dört tane bağımsız form faktörünü içerecek şekilde yeniden düzenlenebilir.

Pozitron-proton çarpışmasında Wtb etkileşme köşesine katkıda bulunan, CP korunumlu ve altıncı boyuttan olan, dört bağımsız bağlaşımı içeren etkin lagranjiyen şu şekildedir,

$$L = \frac{g}{\sqrt{2}} \left[W_\mu \bar{t} (\gamma^\mu F_{1L} P_L + \gamma^\mu F_{1R} P_R) b - \frac{1}{2m_W} W_{\mu\nu} \bar{t} \sigma^{\mu\nu} (F_{2L} P_L - F_{2R} P_R) b \right] + \text{h.c.} \quad (4.12)$$

$$W_{\mu\nu} = D_\mu W_\nu - D_\nu W_\mu, \quad D_\mu = \partial_\mu - ieA_\mu \quad (4.13)$$

$$P_{L,R} = \frac{1}{2}(1 \mp \gamma_5), \quad \sigma^{\mu\nu} = \frac{i}{2}(\gamma^\mu \gamma^\nu - \gamma^\nu \gamma^\mu) \quad (4.14)$$

Standart modelde F_{1L} bağlaşımı bire çok yakın bir değere sahip olan CKM matrisinin V_{tb} elemanına karşı gelirken, F_{1R} , F_{2L} ve F_{2R} bağlaşimleri sıfırdır. F_{1R} bağlaşımının CLEO $b \rightarrow s\gamma$ verileri ile kuvvetli bir şekilde sınırlandırıldığı bilinmektedir. Bu verilere göre $F_{1R} = 0$ olmaktadır. Ayrıca F_{1L} terimi için de günümüzde elde edilen bilgilere göre, $F_{1L} = 0,999$ olacak şekilde bir sınırlandırma söz konusudur.

¹ C. P. Yuan (General analysis of single top production and W helicity in top decay, Top Quark Symposium, 2005)

Böylece anormal bağlaşım parametresi olarak sadece iki terim düşünölmektedir. Bunlar F_{2R} ve F_{2L} dir. Yeni fiziğın enerji ölçeğine bağılı olarak bu parametreler şu şekildedir,

$$F_{2L} = \frac{C_{tW\Phi} \sqrt{2} v m_w}{\Lambda^2 g}, \quad F_{2R} = \frac{C_{bW\Phi} \sqrt{2} v m_w}{\Lambda^2 g} \quad (4.15)$$

Anormal bağlaşımaların tipik değerleri,

$$|F_{2R,L}| \sim \frac{\sqrt{m_b m_t}}{v} \sim 0,1 \quad (4.16)$$

mertesindedir. Fakat üniterlik koşulundan dolayı, $|F_{2L(R)}| \sim 0,6$ değerini aşamaz. Ayrıca F_{2L} ve F_{2R} bağlaşımaları manyetik tip bağlaşımalar olarak isimlendirilmektedir.

Wtb bağlaşımaları ile doğrudan ilişkili olan üst kuarkın tek üretimi süreçleri bu köşenin yapısını incelemek için oldukça uygundur. Standart modelin öngörülerinden sapmalar, model ötesindeki yeni fizik hakkında bilgiler verebilir. Polarize olarak üretilen üst kuarkın, polarizasyon özelliklerinin anormal Wtb bağlaşımaları üzerindeki etkisini incelemek mümkündür. Bu tez çalışmasında üst kuarkın çeşitli spin yönelimleri için anormal Wtb bağlaşımalarının duyarlılık sınırları TESLA+HERAp çarpıştırıcısının enerjisi için incelenmektedir. Ancak bu inceleme analitik hesap kolaylığı ve W -gluon füzyonu sürecinde tek üretime katkı veren $e^+g \rightarrow t\bar{b}$ sürecinden gelen düzeltmenin küçük olmasından dolayı, $e^+b \rightarrow t\bar{b}$ temel süreci yardımıyla yapılacaktır.

4.1 Anormal Bağlaşımaları İçeren Spin Bağımlı Tesir Kesidi

$e^+b \rightarrow t\bar{b}$ alt süreci için spin bağımlı genlik şu şekilde yazılabilir,

$$A_1 = - \left[\hat{u} + \frac{\hat{s} t F_{2R}^2}{m_w^2} \right] [p_e \cdot p_t - m_t p_e \cdot s_t] \quad (4.17)$$

$$A_2 = -\frac{\hat{u}\hat{t}F_{2L}^2}{2m_w^2} [m_t^2 - 2m_t p_{\bar{\nu}} \cdot s_t - \hat{s}] \quad (4.18)$$

$$A_3 = -\frac{\hat{u}F_{2L}}{m_w} [-m_t^2 p_e \cdot s_t + m_t \hat{t} - \hat{s} p_b \cdot s_t - \hat{t} p_{\bar{\nu}} \cdot s_t] \quad (4.19)$$

$$|M|^2 = \frac{1}{4} \frac{g_w^4}{(k^2 - m_w^2)^2} (A_1 + A_2 + A_3) \quad (4.20)$$

Burada her parçacığın momentumu kendi indisi ile gösterilmektedir ve \hat{s} , \hat{t} , \hat{u} Mandelstam değişkenleridir. Aktarılan momentum olan k ve üst kuarkın dörtlü spin vektörü şöyle tanımlanmaktadır,

$$k = p_b - p_t$$

$$s_t^\mu = \left(\frac{\vec{p}_t \cdot \vec{s}'}{m_t}, \vec{s}' + \frac{\vec{p}_t \cdot \vec{s}'}{m_t(E_t + m_t)} \vec{p}_t \right) \quad (4.21)$$

$$(s_t^\mu)_{R,S} = (0, \vec{s}')$$

Spin eksenini üst kuarkın durgun sisteminde tanımlandığından, tesir kesidinin hesaplandığı gözlem çerçevesinden bağımsızdır. Tesir kesidi hesabını gelen pozitron ve b kuarkın kütle merkezi sisteminde yapmak oldukça uygundur. t kuarkın durgun çerçevesinde spini pozitron demeti doğrultusunda olduğunda spin vektörü,

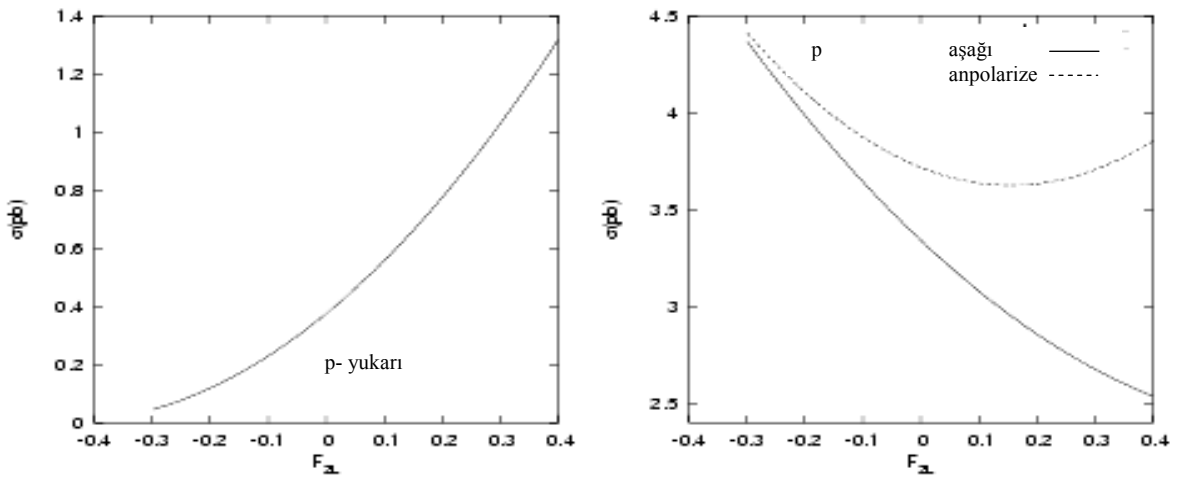
$$\vec{s}' = \lambda \frac{\vec{p}_e^*}{|\vec{p}_e^*|}, \quad \lambda = \pm 1 \quad (4.22)$$

biçimindedir. Burada \vec{p}_e^* üst kuarkın durgun sistemindeki pozitronun momentumudur. \vec{p}_e kütle merkezi sistemindeki momentumu gösterdiğinden t kuarkın durgun sistemine bir Lorentz dönüşümü ile geçilir,

$$\vec{p}_e^* = \vec{p}_e + \frac{\gamma-1}{\beta^2}(\vec{\beta} \cdot \vec{p}_e)\vec{\beta} - E_e \gamma \vec{\beta} \quad \text{ve} \quad \vec{\beta} = \frac{\vec{p}_t}{E_t} \quad (4.23)$$

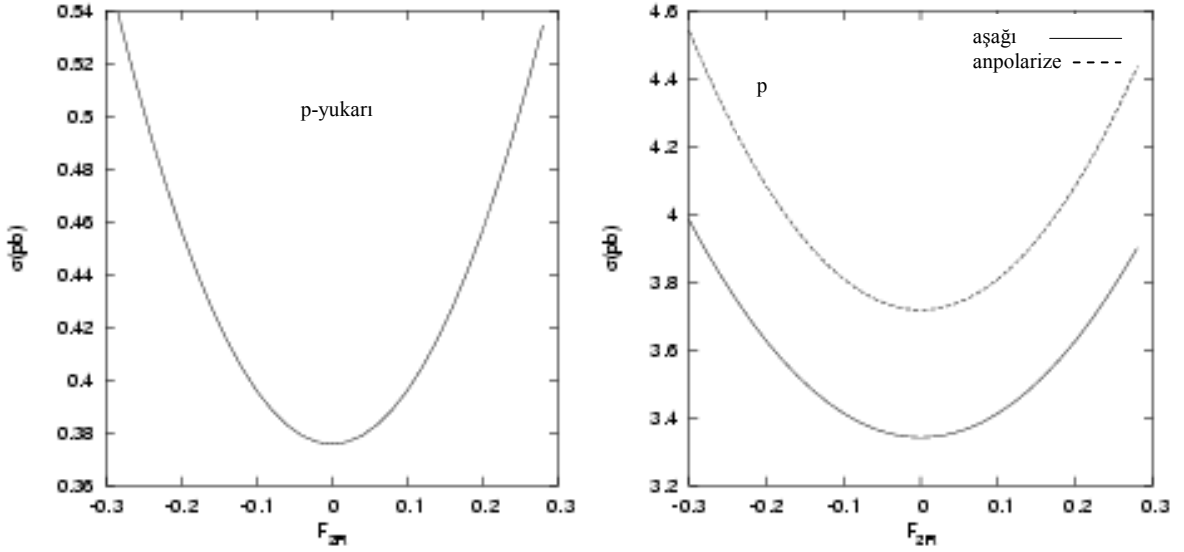
Standart model genliğinde F_{2L} ve F_{2R} bağlaşımları sifira eşit olduğundan tesir kesidine sadece A_1 terimi katkı vermektedir. Ayrıca bu durumda üst kuarkın %100 polarize olduğu daha önce gösterilmişdi. Fakat anormal bağlaşımlar da içerildiğinde, F_{2R} bağlaşımının katkısı sadece A_1 teriminde bulunmaktadır. Eğer üst kuarkın spini pozitron demeti ile ters doğrultuda seçilirse A_1 terimi sifır olmaktadır. A_2 ve A_3 terimleri ise sadece F_{2L} bağlaşımını içermektedir.

Anormal bağlaşımların toplam tesir kesidi üzerindeki etkilerini görmek için grafiklerini çizmek mümkündür. İntegre edilmiş toplam tesir kesidinin F_{2L} ve F_{2R} bağlaşımlarına göre değişimleri, TESLA+HERAp çarpıştırıcısının enerjisi olan $\sqrt{s} = 1,6$ TeV için, spin proton demeti boyunca seçildiği durumda, şekil 4.1 ve şekil 4.2 ile verilmektedir. Şekil 4.1 ve 4.2' deki grafiklerde, anormal parametrelerden biri sabit tutulup diğer parametreye göre değişim dikkate alınmaktadır. F_{2L} parametresine göre tesir kesitlerindeki değişimi gösteren şekil 4.1' de, polarize tesir kesitleri polarize olmayan duruma göre oldukça farklı bir davranışa sahiptir. F_{2R} parametresine göre değişim incelendiğinde ise tesir kesitlerinin davranışlarının birbirine yakın olduğu ancak yine de polarize olmayan duruma göre farklılık gösterdiği söylenebilir.



Şekil 4.1 Polarize ve polarize olmamış tesir kesitlerinin anormal Wtb bağlaşımı F_{2L} ' ye göre değişimi. Üst kuarkın spini proton demeti boyunca seçilmiştir.

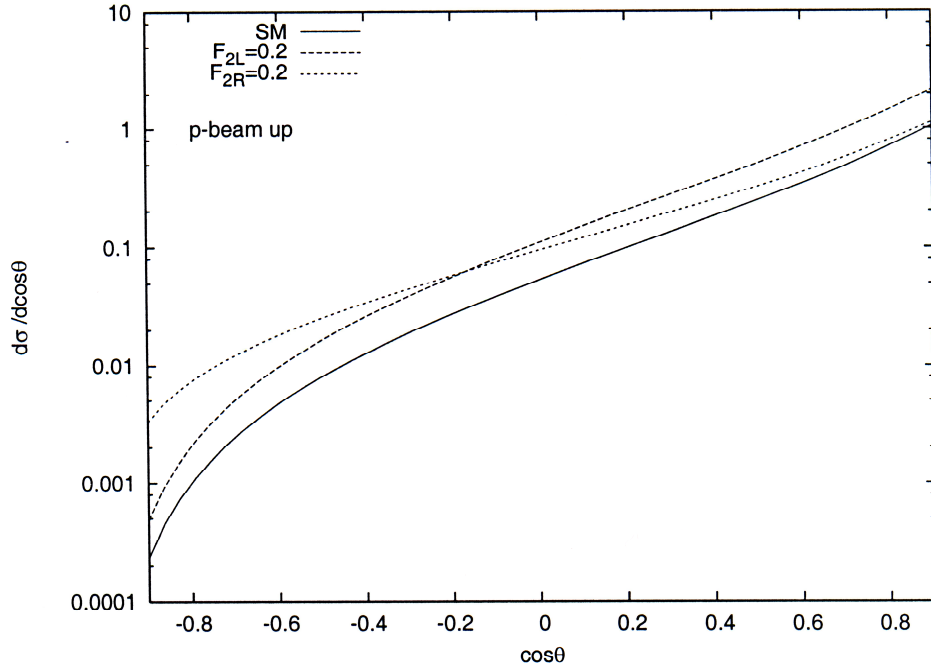
Üst kuarkın açısall dağılımını polarize durumda, anormal parametrelerin çeşitli değeri için incelemek mümkündür.



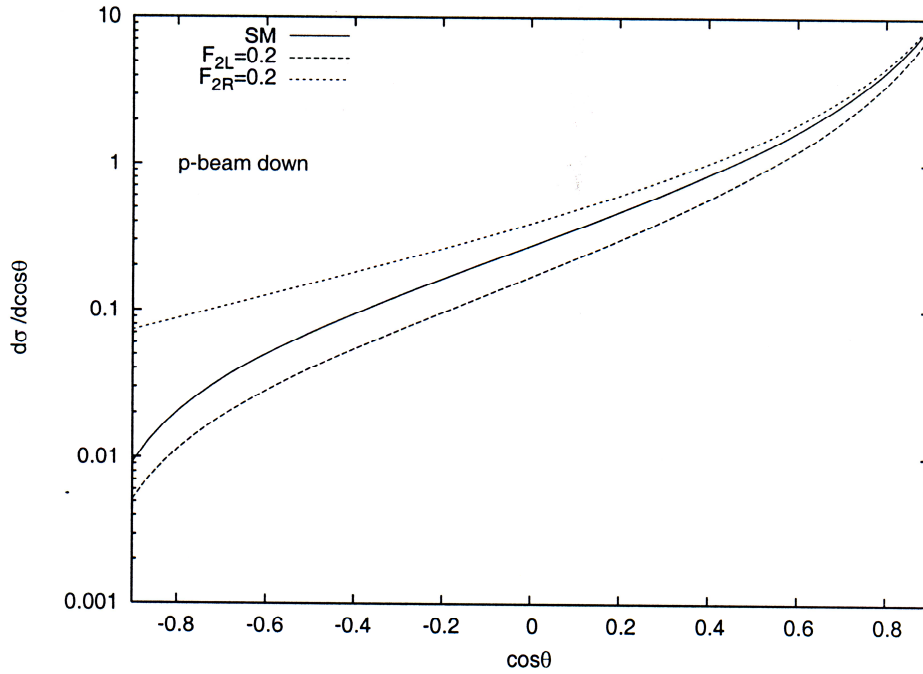
Şekil 4.2 Polarize ve polarize olmamış tesir kesitlerinin anormal Wtb bağlaşımı F_{2R} ' ye göre değışimi. Üst kuarkın spini proton demeti boyunca seçilmiştir.

Üst kuarkın polarizasyona bağı olan açısall dağılımı, $\frac{d\sigma(eb \rightarrow \uparrow tv)}{d \cos \theta}$ ve $\frac{d\sigma(eb \rightarrow \downarrow tv)}{d \cos \theta}$ anormal Wtb bağlaşımının $F_{2L}=0,2$ ve $F_{2R}=0,2$ değeri için şekil 4.3, 4.4 de verilmektedir. Karşılaştırma yapmak amacıyla polarize olmayan diferansiyel tesir kesitine ait grafik de şekil 4.5' de görülmektedir. Bu grafiklerde, açısall dağılımlar pozitron ve b kuarkın kütle merkezi sistemi dikkate alınarak çizilmektedir. Ayrıca burada üst kuarka ait spin sadece proton demeti doğrultusunda seçilerek dağılım incelenmektedir. Diğer polarizasyon doğrultuları için de benzer dağılımlar elde etmek mümkündür.

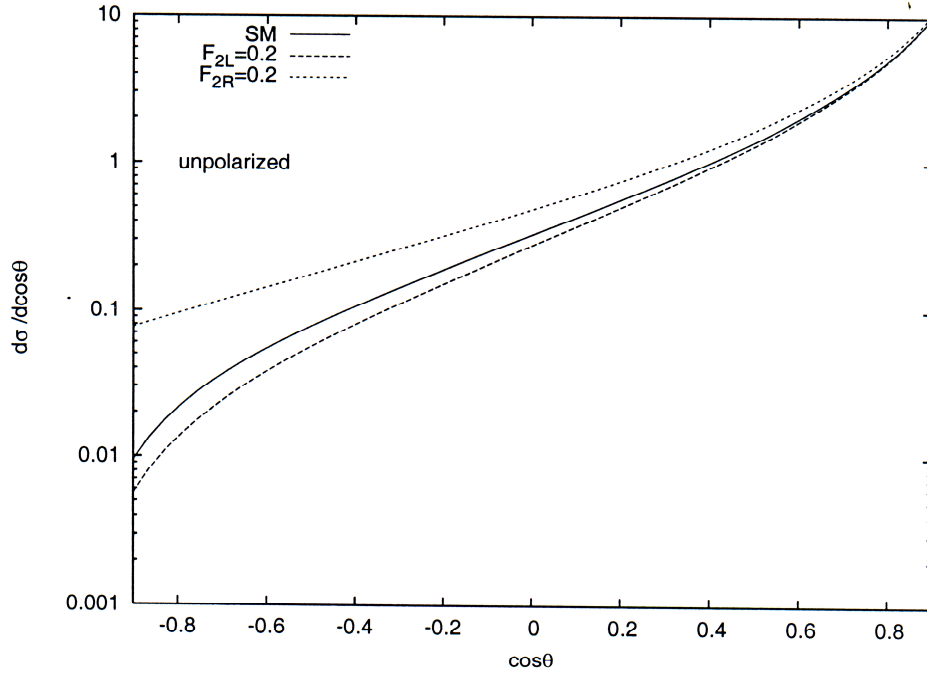
Açısall dağılım grafikleri incelendiğinde, yukarı yönde seçilen spin durumu için çizilen grafiğin diğer iki duruma göre az da olsa farklı davranış gösterdiği söylenebilir. Yukarı yön için tesir kesitleri daha küçük değeri vermektedir. Ayrıca aşığı yön ve polarize olmayan durumlarda $\cos \theta$ ' nın sıfırdan büyük değeri için diferansiyel tesir kesitleri birbirine daha çok yaklaşmaktadır. Burada Martin, Robert ve Stirling (MRST2002) parton dağılım fonksiyonları kullanılmıştır.



Şekil 4.3 Üst kuarka ait spin proton demeti doğrultusunda seçildiği durumda üst kuarkın açısal dağılımı



Şekil 4.4 Üst kuarka ait spin proton demeti ile ters doğrultuda seçildiği durumda üst kuarkın açısal dağılımı



Şekil 4.5 Üst kuarkın polarize olmadığı durumdaki açısal dağılımı

4.2 Anormal Bağlaşımın Duyarlılık Limitleri

Anormal bağlaşım parametrelerinin standart modelden ayrılan değerlerinde tesir kesidi, proton demeti doğrultusundaki polarizasyon için şekil 4.3-4.5’ de incelenmiştir. Bu incelemeden görülmektedir ki, anormal bağlaşımın standart modelden ayrılan değerlerinde, tesir kesidi standart model değerinden ayrılmaktadır ve bu ayrılma belli polarizasyon durumlarında daha belirgin hale gelmektedir. Ancak bu inceleme standart model ötesinden gelebilecek sinyallerin gözlenebilirliği hakkında yeterli bir inceleme değildir. Tesir kesidindeki anormal bağlaşım katkıları tesir kesidini standart model değerinden uzak değerlere değiştirirse bile, bu değerlerin deneysel olarak gözlenebilir bir değerde olup olmadığı ancak istatistik analiz yöntemleri ile belirlenebilir. Bu nedenle anormal bağlaşım parametreleri için duyarlılık hesabı yapılmalıdır.

Anormal bağlaşım parametreleri F_{2L} ve F_{2R} ’ nin duyarlılık limitlerinin belirlenmesinde χ^2 kriterinden yararlanılmıştır. Tesir kesidi 6 farklı açısal bölgeye bölünmüş ve χ^2 kriteri açısal dağılım üzerinden gerçekleştirilmiştir. Bu açısal bölgeler $\cos\theta$ ’yı 6 eşit

parçaya bölecek şekilde seçilmiş ve her açısal bölgede en az 20 olay düşünülmüştür. Bu durumda χ^2 fonksiyonu,

$$\chi^2 = \sum_i \left(\frac{X_i - Y_i}{\Delta_i^{\text{deney}}} \right)^2 \quad (4.24)$$

$$X_i = \int_{Z_i}^{Z_{i+1}} \frac{d\sigma^{\text{SM}}}{dz} dz \quad (4.25)$$

$$Y_i = \int_{Z_i}^{Z_{i+1}} \frac{d\sigma^{\text{Yeni}}}{dz} dz \quad (4.26)$$

$$\Delta_i^{\text{deney}} = X_i \sqrt{\delta_{\text{istat}}^2 + \delta_{\text{sist}}^2}, \quad z = \cos \theta \quad (4.27)$$

şeklinde tanımlanır. Burada i indisi açısal bölgeleri indislemektedir. X_i karşı gelen açısal bölgedeki standart model tesir kesidinin değerini, Y_i anormal bağlaşım katkılarını içeren tesir kesidinin değerini ve δ_{istat} ile δ_{sist} deneydeki istatistik ve sistematik hataları göstermektedir. Sistematik hatalar deneyde kullanılan cihazlardan kaynaklanan hatalardır. Bu tür hataları ölçüm sayısını artırarak azaltmak mümkün değildir. İstatistik hatalar ise ölçüm sayısı artırılarak azaltılabilir. İstatistik hatalar olay sayısına bağlılık gösterirler. İstatistik hata, olay sayısı N 'ye bağlı olarak aşağıdaki şekilde verilir:

$$\delta_{\text{istat}} = \frac{1}{\sqrt{N}} \quad (4.28)$$

F_{2L} ve F_{2R} anormal bağlaşım parametrelerinin % 95 güvenilirlik düzeyindeki duyarlılığı,

$$3,84 = \chi^2(F_{2L}, F_{2R}) - \chi_{\min}^2, \quad \chi_{\min}^2 = 0 \quad (4.29)$$

denklemini yardımıyla bulunur. Burada χ_{\min}^2 , χ^2 fonksiyonunun minimum değeridir. F_{2L} 'nin duyarlılık limitleri, F_{2R} standart model değerinde ($F_{2R}=0$) tutulurken (4.29) denkleminin kökleri ile belirlenir. Benzer şekilde F_{2L} parametresinin de duyarlılık limitlerini bulmak mümkündür. Her açışal bölgedeki olay sayısı, W bozonun leptonik bozunması dikkate alınarak, şu şekilde hesaplanmaktadır,

$$N_i = \varepsilon L_{\text{int}} \sigma_i \text{BR}(W \rightarrow \ell + \nu) \quad (4.30)$$

Burada ε dedektörün akseptansı, BR W bozonunun son durumda bir lepton ve nötrinonu verecek şekildeki bozunumu için dallanma oranı ve L_{int} integre edilmiş ışınllık değeridir. $\varepsilon=0,5$ olarak alınacaktır. Anormal bağlaşım parametrelerinin %95 güvenilirlik düzeyindeki duyarlılıkları farklı polarizasyon durumlarında, TESLA+HERAp çarpıştırıcısının $\sqrt{s} = 1,6$ TeV enerjisi ve integre edilmiş ışınllık değeri $L_{\text{int}}= 20000 \text{ fb}^{-1}$ için hesaplanmıştır. Hesaplar sırasında her seferinde yalnızca bir anormal bağlaşım parametresinin standart model değerinden saptığı kabul edilmiştir.

Ancak t kuarkın spini pozitron demeti ile ters yönde olduğunda, duyarlılık hesapları için diğerlerinden farklı istisnai bir durum söz konusudur. Bu durumun iki avantajı vardır. Birincisi F_{2R} bağlaşımı bu durumda tesir kesitine katkıda bulunmaz. Böylece sadece F_{2L} bağlaşımı için duyarlılıklara bakılmaktadır. İkincisi bu durumda standart model tesir kesidi sıfır olduğundan standart model olaylarından katkı gelmeyecektir ve tüm etkileşmeler standart model ötesinden gelecek şekildedir. Standart model katkısının olmadığı bu durumda duyarlılık hesabı için Poisson dağılımı kullanılmaktadır.

Farklı polarizasyon durumları için hesaplanan duyarlılık limitleri çizelge 4.1-4.2 ile verilmiştir.

Çizelge 4.1 $\sqrt{s} = 1,6$ TeV için F_{2L} ve F_{2R} anormal bağlaşım parametrelerinin, spin pozitron demeti boyunca seçildiğinde, %95 güvenilirlik düzeyindeki duyarlılıkları

e-demeti	δ_{sys}	F_{2L}	F_{2R}
Yukarı	0	-0,04 - 0,04	-0,06 - 0,06
Yukarı	0,1	-0,07 - 0,07	-0,07 - 0,07
Aşağı	0	-0,03 - 0,03	-

Çizelge 4.2 $\sqrt{s} = 1,6$ TeV için F_{2L} ve F_{2R} anormal bağlaşım parametrelerinin, spin proton demeti boyunca seçildiğinde, %95 güvenilirlik düzeyindeki duyarlılıkları

p-demeti	δ_{sys}	F_{2L}	F_{2R}
Yukarı	0	-0,02 - 0,01	-0,08 - 0,08
Yukarı	0,1	-0,03 - 0,03	-0,09 - 0,09
Aşağı	0	-0,02 - 0,02	-0,06 - 0,06
Aşağı	0,1	-0,04 - 0,05	-0,07 - 0,07

Çizelgelerden görüldüğü gibi en duyarlı sonuçlar t kuarkın polarizasyon doğrultusu proton demeti boyunca seçildiğinde elde edilir. Bu durumda, sistematik hatanın sıfır olması halinde F_{2L} parametresinin polarize olmayan duruma göre 2,8 çarpanı kadar, spin aşağı durumunda ise 2 çarpanı kadar iyileştiği görülmektedir. Sistematik hatanın 0,1 olması ile bu iyileşmeler sırası ile 2,5 ve 1,7' ye düşmektedir. Ancak bu polarizasyon durumları F_{2R} parametresi için duyarlılık sınırlarına polarize olmayana göre herhangi bir iyileştirme getirmemektedir. Buradakine benzer özellikler helisite doğrultusu için de geçerlidir.

Çizelge 4.3 $\sqrt{s} = 1,6$ TeV için F_{2L} ve F_{2R} anormal bağlaşım parametrelerinin, spin helisite doğrultusunda seçildiğinde, %95 güvenilirlik düzeyindeki duyarlılıkları

Helisite	δ_{sys}	F_{2L}	F_{2R}
Yukarı	0	-0,02 - 0,02	-0,06 - 0,06
Yukarı	0,1	-0,04 - 0,05	-0,07 - 0,07
Aşağı	0	-0,02 - 0,02	-0,08 - 0,08
Aşağı	0,1	-0,04 - 0,04	-0,09 - 0,09

Çizelge 4.4 $\sqrt{s} = 1,6$ TeV için F_{2L} ve F_{2R} anormal bağlaşım parametrelerinin anpolarize durumda %95 güvenilirlik düzeyindeki duyarlılıkları

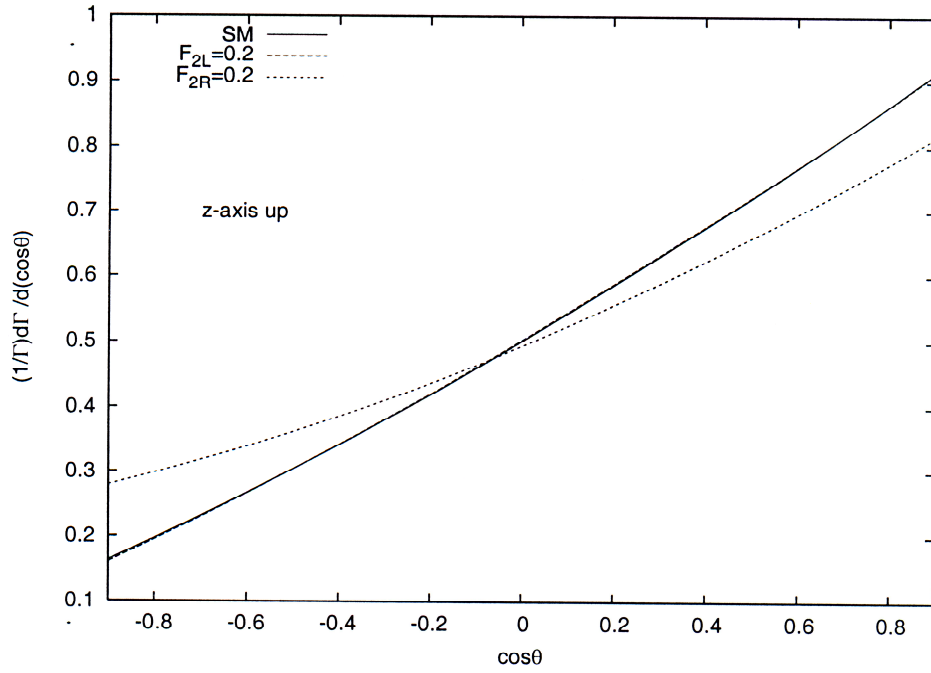
	δ_{sys}	F_{2L}	F_{2R}
Polarize Olmayan	0	-0,04 - 0,04	-0,06 - 0,06
Polarize Olmayan	0,1	-0,06 - 0,09	-0,07 - 0,07

4.3 Anormal Bağlaşımın Üst Kuarkın Bozunumuna Etkisi

Wtb anormal bağlaşımları üst kuarkın bozunma genişliğini de etkilemektedir. Anormal bağlaşımları içeren spin bağımlı bozunma genliğini² kullanarak elde edilen $\frac{1}{\Gamma} \frac{d\Gamma(\lambda)}{d\cos\theta}$ açısıl dağılımı şekil 4.6'da, anormal parametrelerin $F_{2L}=0,2$ ve $F_{2R}=0,2$ değerleri için verilmektedir. Buradaki düz çizgi standart model dağılımını göstermektedir. Üst kuarkın spini ise z eksenini boyunca seçilmiştir.

² Atağ, S. and Şahin, B. 2006. Effect of the top quark spin on Wtb couplings in ep collisions. Phys.Rev D,73;074001

Şekil 4.6'dan görüldüğü gibi, bozunma oranı F_{2R} bağlaşımına F_{2L} ' den daha duyarlıdır. Çünkü t kuarkın bozunması için yazılan genlik ifadesi F_{2R} parametresinin birinci ve ikinci kuvvetine göre değişirken, F_{2L} parametresinin sadece ikinci kuvvetine göre değişmektedir. Ayrıca $F_{2R}=0$, $F_{2L}=0,2$ olduğu durumda elde edilen eğrinin, standart model eğrisi ile üst üste geldiği görülmektedir.



Şekil 4.6 Üst kuarkın bozunması ile ortaya çıkan yüklü leptonun açısız dağılımı

5. SONUÇ VE TARTIŞMA

ep çarpışmasında Wg füzyonu kanalında tek olarak üretilen üst kuarkın polarizasyonu farklı spin bazları için incelendiğinde şu sonuçlar elde edilir:

Üst kuark büyük kütleli bir fermiyon olduğu için helisitesi gözlem çerçevesine bağlı olarak değişmektedir. Bunun sonucunda helisitesi kütlemerkezi sisteminde ve laboratuvar sisteminde farklılık göstermektedir. Gözlem çerçevesine bağlı olan helisite bazından başka spin bazları da tanımlamak mümkündür. Tanımlanabilecek bu bazlar, pozitron demeti doğrultusu, antinötrino demeti doğrultusu ve proton demeti doğrultusudur. Ancak antinötrino doğrultusu deneysel olarak belirlenemediğinden bu doğrultuyu spin bazı olarak tanımlamak uygun değildir. Baz tanımı yapılabilmesi için momentum doğrultusu gözlenebilir parçacıklara ihtiyacımız vardır.

Üst kuarkın durgun sisteminde, spini e^+ demeti boyunca (spin-yukarı) seçildiğinde, $e^+b \rightarrow t\bar{\nu}$ süreci için t kuark %100 polarizedir. Dikkate alınabilecek bir spin bazı da proton demeti doğrultusudur. Bu durumda t kuark baskın olarak sol-ellidir. Laboratuvar ortamında üst kuarkın helisite doğrultusundaki polarizasyon derecesi küçük olmasına rağmen tartışılan diğer bazlarda polarizasyon dereceleri hem yüksek hem de gözlem çerçevesinden bağımsızdır. pp ve ep çarpıştırıcıları yüksek polarizasyon derecelerine sahip olmaları açısından karşılaştırılabilirler. Fakat ep çarpıştırıcıları teorik hesap kolaylığı ve deneysel açıdan daha temiz sonuçlar vermesinden dolayı pp çarpıştırıcısına göre oldukça avantajlıdır.

Günümüzdeki hadron çarpıştırıcılarında üst kuarkın spin özelliklerini incelemeye yönelik deneyler yapılıyor olmasına rağmen bu özellikler netlikle incelenememiştir. Gelecekte kurulması planlanan pozitron-proton çarpıştırıcıları ile üst kuarkın spin özelliklerini araştırmak mümkün olabilecektir. Bu çarpıştırıcılarda t kuarkın spini yanında daha bir çok özelliğini de duyarlılıkla incelemek mümkün hale gelecektir. Bu çalışmada yapılan polarizasyon hesaplarında, sözü edilen pozitron-proton çarpıştırıcıları için kütle merkezi enerjileri $\sqrt{s} = 1,6\text{TeV}$ ve $\sqrt{s} = 5,3\text{TeV}$ olarak alınmıştır.

Pozitron-proton çarpışmasında üst kuarkın tek üretimi süreci Wtb etkileşme köşesi ile orantılıdır. Bu köşeye katkı veren anormal bağlaşım parametreleri F_{2L} ve F_{2R} için duyarlılık limitleri hesaplanmıştır. Tesir kesiti hesaplarında üst kuarkın farklı polarizasyon durumları dikkate alınmış ve bu polarizasyon durumlarının anormal bağlaşım parametrelerinin duyarlılık sınırlarına etkisi incelenmiştir. En duyarlı sonuçlar ise üst kuarkın spini proton demeti boyunca seçildiğinde F_{2L} parametresi için elde edilmiştir.

KAYNAKLAR

- Aivazis, M.A.G., Olnes, F. and Tung, W. 1990. QCD formulation of charm production in deep inelastic scattering and the sea quark gluon dichotomy. *Physical Review Letters*, 65(19);2339-2342.
- Aivazis, M.A.G. et al. 1994. Leptoproduction of heavy quarks. *Phys.Rev D*, 50(5);3102-3118.
- Atağ, S. and Şahin, B. 2004. Top quark spin in ep collision. *Phys.Rev D*, 69;034016-1, 034016-4.
- Atağ, S. and Şahin, B. 2004. Top quark spin in ep collision. *Phys.Rev D*, 70;037503-1, 037503-3.
- Atağ, S. and Şahin, B. 2006. Effect of the top quark spin on Wtb couplings in ep collisions. *Phys.Rev D*, 73;074001.
- Atağ, S., Cakir, O. and Dilec, B. 2001. Anomalous Wtb Coupling in ep Collision. *Phys.Lett.B* 522, 76
- Barger, V. and Phillips, R. 1987. *Collider physics*. Addison-Wesley publishing company, 592, ABD.
- Barnet, M. et al. 1988. Ultra-heavy particle production from heavy partons at hadron colliders. *Nuclear Physics B* 306, 697-745.
- Belyaev, A.S., Boss, E.E., Dudko, L.V. 1999. Single top quark at future hadron colliders: Complete signal and background study. *Phys.Rev D*, 69;075001-1, 075001-9.
- Beneke, M. et al. 2000. Top quark physics. *Hep-ph*/0003033.
- Bordes, G. and Eijk, B. Van. 1995. Calculated QCD corrections to single top production in hadronic interactions. *Nuclear Physics B* 435, 23-58
- Buchmüller, W. and Wyler, D. 1986. Effective lagrangian analysis of new interactions and flavour conservation. *Nucl. Phys. B*, 268; 621-653.
- Cao, J. et al. 1998. Probing anomalous top quark coupling at $e\gamma$ colliders. *Phys.Rev D*, 58, 094004.
- Carlson, D.O. 1995. Physics of single top quark production at hadron colliders. *Hep-ph*/9508278.

- Greiner, W. and Reinhardt, J. 1994. Quantum electrodynamics. Springer, 405, Almanyà.
- Greiner, W. and Schafer, A. 1995 Quantum chromodynamics. Springer, 414, Almanyà.
- Greiner, W. and Müller, B. 2000. Gauge theory of weak interactions. Springer, 402, Almanyà.
- Griffiths, D. 1987. Introduction to elementary particles. John Wiley & Sons, 392, Toronto.
- Halzen, F. and Martin, A.D. 1984. Quarks and leptons. John Wiley & Sons, 396, Toronto.
- Mahlon, G. and Parke, S. 1996. Angular correlations in top quark pair production and decay at hadron colliders. Phys.Rev D, 53; 4886-4896.
- Mahlon, G. and Parke, S. 1997. Improved spin basis for angular correlations studies in single top production at the Fermilab Tevatron. Phys.Rev D, 55; 7249-7254.
- Mahlon, G. 2000. Observing spin correlations in single top production and decay. Hep-ph/00113449v1.
- Parke, S. 1997. Top quark physics: Overview. Hep-ph/9712512.
- Particle Data Group. 2004. Particle physics booklet. Springer, 255, U.S.
- Particle Data Group. 2004. Review of particle physics. Elsevier, 1109, Hollanda
- Quang, H. and Pham, X. 1998. Elementary particles and their interactions. Springer, 661, Almanyà.
- Ryder, L.H. 1996. Quantum field theory. Cambridge University Press, 487, İngiltere.
- Stelzer, T., Sullivan, Z. and Willenbrock, S. 1997. Single top quark production via W-gluon fusion at next to leading order. Phys.Rev D, 56; 5919-1, 5919-11.
- Tait, T.M. 1999. tW mode of single top quark production. Phys.Rev D, 61 034001-1; 034001-8.
- Willenbrock, S. 2002. The standart model and top quark. Hep-ph/0211067.
- Yuan, C. P. 2005. General analysis of single top production and W helicity in top decay. Hep-ph/0503040.

EKLER

EK 1 Spin İzdüşüm İşlemcileri.....	113
EK 2 W-Gluon Füzyonu Sürecinde Logaritmik Katkı Veren Terimlerin İncelenmesi.....	116
EK 3 W-Gluon Füzyonu Sürecine Katkı Veren Düzeltmelerin Eklenmesi.....	123
EK 4 Gribov-Lipatov-Altarelli-Parisi (GLAP) Denklemleri.....	126
EK 5 P_{qG} Ayrışım Fonksiyonunun Türetilmesi.....	134

EK 1 Spin İzdüşüm İşlemcileri

Relativistik olmayan durumda,

$$\hat{P}_{\pm} = \frac{1 \pm \hat{\sigma}_3}{2} \quad (\text{Ek 1.1})$$

spin izdüşüm işlemcisidir. Burada (+) spin yukarı, (-) spin aşağı durumlarına karşı gelmektedir. Eğer (Ek 1.1)'deki işlemciyi herhangi bir eksen için genelleştirmek istersek, \bar{u} birim vektör olmak üzere,

$$\hat{P}(\bar{u}) = \frac{1 + \hat{\sigma} \cdot \bar{u}}{2} \quad (\text{Ek 1.2})$$

şeklinde yazılabilir. Burada, $u_z=(0,0,1)$ olduğu durumda (Ek 1.1) ifadesi elde edilir. Fakat relativistik limitte (Ek 1.2) ifadesinin kovaryant genellemesi yapılmalıdır. Bu amaçla u_z^{ν} dört bileşenli vektörü kullanılırsa, parçacığın durgun sisteminde,

$$(u_z^{\nu})_{R.S.} = (0,0,0,1) = (0, \bar{u}_z) \quad (\text{Ek 1.3})$$

dir. Bir Lorentz dönüşümü yardımıyla durgun sistemden hareketli sisteme geçilebilir,

$$u_z^{\nu} = a^{\nu}_{\mu} (u_z^{\mu})_{R.S.} \quad (\text{Ek 1.4})$$

(Ek 1.3) bağıntısı yardımıyla durgun sistemde spin izdüşüm işlemcisi yazılırsa, dört boyuta genelleme yapılmış olur. Böylece $\hat{\Sigma}(u_z^3)$ işlemcisi,

$$\hat{\Sigma}(u_z^3) = \frac{1 + \hat{\Sigma}_3}{2} \quad (\text{Ek 1.5})$$

bulunur.

EK 1 Spin İzdüşüm İşlecileri (devam)

Burada u_z^3 , u_z ' nin üçüncü bileşenine karşı gelmektedir. $\hat{\Sigma}_3$ açık olarak,

$$\begin{aligned} \hat{\Sigma}_3 &\equiv \begin{pmatrix} \hat{\sigma}_3 & 0 \\ 0 & \hat{\sigma}_3 \end{pmatrix} = i \begin{pmatrix} -\hat{\sigma}_1 \hat{\sigma}_2 & 0 \\ 0 & -\hat{\sigma}_1 \hat{\sigma}_2 \end{pmatrix} = i \gamma^0 \gamma^1 \gamma^2 \gamma^0 = -i \gamma^0 \gamma^1 \gamma^2 \gamma^3 \gamma^3 \gamma^0 = \gamma_5 \gamma_3 \gamma_0 \\ &= \gamma_5 \gamma_3 (u_z^3)_{R.S.} \gamma_0 \end{aligned} \quad (\text{Ek 1.6})$$

şeklindedir. $\hat{\Sigma}(u_z^3)$, (Ek 1.6) yardımıyla,

$$\hat{\Sigma}(u_z^3) = \frac{1 + \gamma_5 \gamma_3 (u_z^3)_{R.S.} \gamma_0}{2} = \frac{1 + \gamma_5 (\mathbf{u}_z)_{R.S.} \gamma_0}{2} \quad (\text{Ek 1.7})$$

biçiminde elde edilir. Fakat (Ek 1.7) kovaryant yapıda değildir, γ_0 kovaryantlığı bozmaktadır. (Ek 1.7) işlemcisi, $\omega^r(0)$ ($r=1,2,3,4$) durgun spinörlerine uygulanırsa, γ_0 ' ın spinörlere etkisi ± 1 faktörü ile ortaya çıkar ve γ_0 ihmal edilebilir. Böylece kovaryant yapıdaki spin izdüşüm işlemcisi,

$$\hat{\Sigma}(s) = \frac{1 + \gamma_5(s)}{2} \quad (\text{Ek 1.8})$$

şeklinde elde edilir. (Ek 1.8) kovaryant işlemcisi hareketli sistemler için de geçerlidir. Hareketli bir sistemdeki spinörlere etkisi ise,

$$\begin{aligned} \hat{\Sigma}(s)u(p,s) &= u(p,s) \\ \hat{\Sigma}(s)v(p,s) &= v(p,s) \\ \hat{\Sigma}(-s)u(p,s) &= \hat{\Sigma}(-s)v(p,s) = 0 \end{aligned} \quad (\text{Ek 1.9})$$

biçimindedir. s^μ dörtlü spin vektörü şu özelliklere sahiptir,

EK 1 Spin İzdüşüm İşlecileri (devam)

$$p_\mu s^\mu = (m \ 0 \ 0 \ 0) \begin{pmatrix} 0 \\ s_x \\ s_y \\ s_z \end{pmatrix} = 0, \quad s^\mu s_\mu = -1 \quad (\text{Ek 1.10})$$

Dörtlü spin vektörü parçacığın durgun sisteminde, $(s^\mu)_{R,S} = (0, \vec{s}')$ biçimindedir. Parçacığın durgun sisteminde tanımlanan dörtlü spin vektörüne Lorentz dönüşümü uygulanırsa, parçacığın \vec{p} momentumuyla hareket ettiği bir gözlem çerçevesine geçilir. Böylece dörtlü spin vektörü şu şekilde yazılabilir,

$$s^\mu = \left(\frac{\vec{p} \cdot \vec{s}'}{m}, \vec{s}' + \frac{\vec{s}' \cdot \vec{p}}{m(E+m)} \vec{p} \right) \quad (\text{Ek 1.11})$$

\vec{s}' , parçacığın durgun sistemindeki üçlü spin vektörüdür ve \vec{p} momentumlu parçacığın spini helisite doğrultusunda seçildiğinde spin vektörü şöyle yazılabilir,

$$\vec{s}' = \lambda \frac{\vec{p}}{|\vec{p}|}, \quad \lambda = \pm 1 \quad (\text{Ek 1.12})$$

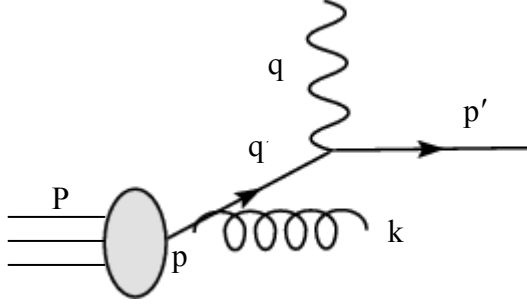
Burada $\lambda = +1$ spinin momentum ile aynı doğrultuda olmasına, $\lambda = -1$ spinin momentumla ters doğrultuda olmasına karşı gelir. Buna göre parçacığın dörtlü spin vektörü,

$$s^\mu = \lambda \left(\frac{|\vec{p}|}{m}, \frac{E\vec{p}}{m|\vec{p}|} \right) \quad (\text{Ek 1.13})$$

şeklinde ifade edilebilir. Burada \vec{p} , parçacığın spininin izdüşürüldüğü momentum doğrultusudur.

EK 2 W-Gluon Füzyonu Sürecinde Logaritmik Katkı Veren Terimlerin İncelenmesi

Eğer proton ile leptonların elastik olmayan çarpışmaları dikkate alınır, proton içerisinden gelen kuarktan eşçizgisel (collinear) bir gluon yayınlanması durumunda etkileşmenin hadronik kısmına ait Feynman diyagramı şu şekildedir,



Şekil Ek 2.1 Protonun leptonlardan elastik olmayan saçılması durumunda gelen kuarktan eşçizgisel gluon yayınlanması

Bu diyagramın faz uzayı integrali dikkate alındığında karşımıza çıkan tipik integral,

$$I = \alpha_s \int dt \left[\frac{\hat{s}}{\hat{t}} + \frac{-\hat{t}}{\hat{s}} + \frac{2\hat{u}Q^2}{\hat{s}\hat{t}} \right] \quad (\text{Ek 2.1})$$

biçimindedir. Burada

$$\hat{t} = (p - k)^2 \quad , \quad Q^2 = -q^2 \quad (\text{Ek 2.2})$$

Bu integralde $d\hat{t}/\hat{t}$ terimi $\hat{t} = 0$ noktasında kütle tekilliğine (mass singularity) sahiptir. Bu ise kuarkın kendisi ile aynı doğrultuda (collinear) bir gluon yayınlanmasından kaynaklanmaktadır. Bu tekillik en basit biçimde integralde $\hat{t} = \mu^2$ biçiminde bir sınırlama (cut off) konularak kaldırılabilir. Ancak eşçizgisel olarak birden fazla gluon ışınması da mümkündür ve bu durumda kuark propagatörlerinden gelen yeni kütle tekillikleri ortaya çıkacaktır. Bu güçlüğü çözmek için önerilen yöntem böyle integralleri

EK 2 W-Gluon Füzyonu Sürecinde Logaritmik Katkı Veren Terimlerin İncelenmesi
(devam)

kuark dağılım fonksiyonları içine aktarmaktır. Tek gluon ışıması durumunda bu düzenleme,

$$q(x, Q^2) = \frac{Q_f^2 \alpha_s}{2\pi} \int_x^1 \frac{dz}{z} q(x/z) \int_0^{Q^2/z} d(-\hat{t}) \frac{4}{3} \left[\frac{1}{-\hat{t}} \frac{1+z^2}{1-z} - \frac{z^2(\hat{t} + 2Q^2)}{(1-z)Q^4} \right] \quad (\text{Ek 2.3})$$

şeklinde yazılarak yapılabilir. Burada, gelen kuark için, x ve z momentum oranları $|\vec{q}'| = x|\vec{P}|$ ve $|\vec{q}'| = z|\vec{p}|$ şeklinde tanımlanır ve

$$x = \frac{Q^2}{2P \cdot q}, \quad z = \frac{Q^2}{2p \cdot q} = \frac{Q^2}{\hat{s} + Q^2} \quad (\text{Ek 2.4})$$

biçiminde yazılabilir.

Dikkat edilirse (Ek 2.3) ifadesinde kütle tekilliği dışında, $dz/(1-z)$ integrasyonunda $z=1$ noktasında bir tekillik daha vardır. Bu yumuşak tekillik (soft singularity) olarak veya kızılötesi ıraksaklık (infrared divergence) olarak da isimlendirilir. Bu $\hat{s} = Q^2(1-z)/z = 0$ olmasına ve yayınlanan gluonun momentumunun, $k=0$ olmasına karşı gelir. Tekillik bir ilmek (loop) köşe düzeltmeleri dikkate alındığında ortadan kaldırılmaktadır. Ancak burada bu ıraksaklık şimdilik z' nin üst sınırı için, $z_{\max} < 1$ sınırlaması konularak kaldırılacaktır.

Yukarıda sözü edilen düzeltmeler yapıldıktan sonra (Ek 2.3) ifadesi büyük Q^2 ' ler için şu şekilde yazılabilir,

$$q(x, Q^2) = \frac{Q_f^2 \alpha_s}{2\pi} \int_x^{z_{\max}} \frac{dz}{z} q(x/z) \left[\frac{4}{3} \frac{1+z^2}{1-z} \ln\left(\frac{Q^2}{\mu^2}\right) + O\left(\frac{1}{Q^2}\right) \right] \quad (\text{Ek 2.5})$$

EK 2 W-Gluon Füzyonu Sürecinde Logaritmik Katkı Veren Terimlerin İncelenmesi
(devam)

Logaritmik terimin başındaki katsayı,

$$P_{qq}(z) = \frac{4}{3} \left(\frac{1+z^2}{1-z^2} \right) \quad (\text{Ek 2.6})$$

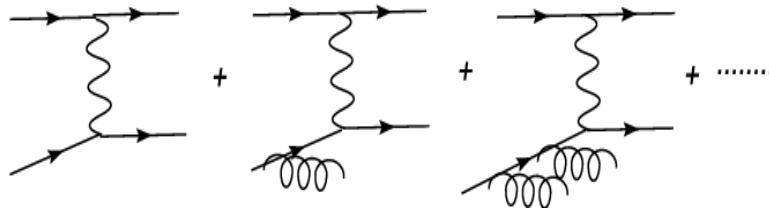
kuark \rightarrow kuark ayrışım fonksiyonu (splitting function) olarak tanımlanır. (Ek 2.5) bağıntısı bu fonksiyon cinsinden $x/z=w$ olmak üzere,

$$q(x, Q^2) = \frac{Q_f^2 \alpha_s}{2\pi} \int_x^{z_{\max}} \frac{dz}{z} q(x/z) P_{qq}(z) \int_{\mu^2}^{Q^2} \frac{d(-\hat{t})}{-\hat{t}} = \frac{Q_f^2 \alpha_s}{2\pi} \int_{x/z_{\max}}^1 \frac{dw}{w} q(w) P_{qq}\left(\frac{x}{w}\right) \ln\left(\frac{Q^2}{\mu^2}\right) \quad (\text{Ek 2.7})$$

şeklinde yazılabilir. Böylece ilk terim kuarktan hiç gluon yayınlanmadığı durumu göstermek üzere kuark dağılım fonksiyonu,

$$q(x, Q^2) = Q_f^2 \int \frac{dw}{w} q(w) \left[\delta\left(1 - \frac{x}{w}\right) + \frac{\alpha_s}{2\pi} P_{qq}\left(\frac{x}{w}\right) \ln\left(\frac{Q^2}{\mu^2}\right) \right] \quad (\text{Ek 2.8})$$

biçimindedir. Bu ifadeyi iki yada daha fazla gluon yayınlandığı duruma genellemek mümkündür. Kuarklarla gluonlar arasındaki etkileşimlerde pertürbasyonun geçerli olduğu bölgede, n tane gluon yayınlanması halinde pertürbasyon serisinin terimlerine ait Feynman diyagramları şekil Ek 2.2 ile verilmektedir.



Şekil Ek 2.2 n tane gluon ışınması için pertürbasyon serisine ait diyagram

EK 2 W-Gluon Füzyonu Sürecinde Logaritmik Katkı Veren Terimlerin İncelenmesi
(devam)

İki gluon yayınlanması durumu büyük Q^2 değerleri için ilke olarak tek gluon yayınlanması durumundaki terimin karesi olarak yazılabilir. Bu şekilde n gluon yayınlanması halindeki kuark dağılımını elde etmek mümkündür.

(Ek 2.8) bağıntısı yardımıyla kuark dağılımı şu şekilde verilebilir,

$$q_n(x, Q^2) = q(x) + \frac{\alpha_s}{2\pi} \ln\left(\frac{Q^2}{\mu^2}\right) \int_{x/z_{\max}}^1 \frac{dw}{w} q(w) P_{qq}\left(\frac{x}{w}\right) + \left(\frac{\alpha_s}{2\pi}\right)^2 \left(\ln\left(\frac{Q^2}{\mu^2}\right)\right)^2 \int_{x/z_{\max}}^1 \frac{dw}{w} P_{qq}\left(\frac{x}{w}\right) \\ \times \int_{w/z'_{\max}}^1 \frac{dw'}{w'} q(w') P_{qq}\left(\frac{w}{w'}\right) + \dots$$

(Ek 2.9)

(Ek 2.9) bağıntısından görüldüğü gibi bir kuarktan gluonların çoklu ayrışmaları (multiple splittings) sonucunda pertürbasyon serisinde $\alpha_s^n \ln^n(Q^2/\mu^2)$ biçiminde düzeltmeler ortaya çıkmaktadır. Logaritmik ifadenin değeri nedeniyle serinin yakınsaması zorlaşacak ve bu durum tesir kesitinin hesaplanmasına yansiyacaktır. Bu sorunun giderilmesi aşağıda ayrıntıları verilecek olan Gribov-Lipatov-Altarelli-Parisi (GLAP) denkleminin çözümlerini kullanarak mümkündür. Böylece logaritmik ifadeleri tüm mertebelerde toplamak mümkün olmaktadır (Logarithmic resummation).

Bilindiği gibi GLAP denklemleri parton dağılımlarının aktarılan momentuma bağlılığını elde etmek için önerilmiştir. Bir kuarktan yayınlanan eşçizgisel (collinear) gluonlar için GLAP denklemi,

$$\frac{dq(x, Q^2)}{dt} = \frac{\alpha_s}{2\pi} \int_x^1 \frac{dw}{w} q(w, Q^2) P_{qq}\left(\frac{x}{w}\right), \quad t = \ln Q^2 \quad (\text{Ek 2.10})$$

biçimindedir. Burada P_{qq} , bir kuarkın bir gluon ve kuarka ayrıldığını tasvir etmektedir.

EK 2 W-Gluon Füzyonu Sürecinde Logaritmik Katkı Veren Terimlerin İncelenmesi
(devam)

GLAP denkleminin çözülmesi ile tüm mertebelerdeki eşçizgisel logaritmlar olarak adlandırılan terimler toplanmış olacaktır. Başka bir deyişle, GLAP denkleminin çözümü yukarda (Ek 2.9) ifadesi ile verilen n gluon ışıması durumundaki seriye karşı gelecektir. Bunu göstermek için (Ek 2.10) denklemine yineleme (iteration) yöntemini uygulayabiliriz. Burada kuark dağılımının başlangıç değerinin, $Q^2 = Q_0^2$ değeri için bilindiğini varsayarak daha büyük Q^2 değerleri için dağılım fonksiyonunu yineleme yöntemi ile bulmak mümkündür. Eğer (Ek 2.10) integral denkleminin her iki tarafı dt ile çarpılıp integre edilirse,

$$\int_{t_0}^t \frac{dq(x, Q^2)}{dt} dt = \frac{\alpha_s}{2\pi} \int_x^1 \frac{dw}{w} q(w, Q_0^2) P_{qq} \left(\frac{x}{w} \right) \int_{t_0}^t dt \quad (\text{Ek 2.11})$$

$$q(x, Q^2) = q(x, Q_0^2) + \frac{\alpha_s}{2\pi} \ln \left(\frac{Q^2}{\mu^2} \right) \int_x^1 \frac{dw}{w} q(w, Q_0^2) P_{qq} \left(\frac{x}{w} \right) \quad (\text{Ek 2.12})$$

ifadesi kuarktan bir gluon yayınlanması için elde edilmiş olur. İkinci gluonun yayınlanması durumu için GLAP denkleminin,

$$\frac{dq(x, Q^2)}{dt} = \frac{\alpha_s}{2\pi} \int_x^1 \frac{dw'}{w'} q(w', Q^2) P_{qq} \left(\frac{x}{w'} \right) \quad (\text{Ek 2.13})$$

biçiminde ifade edilip, (Ek 2.12) bağıntısındaki kuark dağılımının burada yerine yazılmasıyla,

EK 2 W-Gluon Füzyonu Sürecinde Logaritmik Katkı Veren Terimlerin İncelenmesi
(devam)

$$\begin{aligned}
 q(x, Q^2) &= q(x, Q_0^2) + \frac{\alpha_s}{2\pi} \ln\left(\frac{Q^2}{\mu^2}\right) \int_x^1 q(w, Q_0^2) \frac{dw}{w} P_{qq}\left(\frac{x}{w}\right) \\
 &+ \left(\frac{\alpha_s}{2\pi}\right)^2 \left(\ln\left(\frac{Q^2}{\mu^2}\right)\right)^2 \int_x^1 \frac{dw}{w} \int_w^1 \frac{dw'}{w'} q(w', Q_0^2) P_{qq}\left(\frac{w}{w'}\right) P_{qq}\left(\frac{x}{w}\right)
 \end{aligned}
 \tag{Ek 2.14}$$

dağılımı bulunur. Bu iterasyon n tane gluon yayınlanması haline genellenirse kuark dağılımı,

$$\begin{aligned}
 q_n(x, Q^2) &= q(x, Q_0^2) + \frac{\alpha_s}{2\pi} \ln\left(\frac{Q^2}{\mu^2}\right) \int_x^1 q(w, Q_0^2) \frac{dw}{w} P_{qq}\left(\frac{x}{w}\right) \\
 &+ \left(\frac{\alpha_s}{2\pi}\right)^2 \left(\ln\left(\frac{Q^2}{\mu^2}\right)\right)^2 \int_x^1 \frac{dw}{w} \int_w^1 \frac{dw'}{w'} q(w', Q_0^2) P_{qq}\left(\frac{w}{w'}\right) P_{qq}\left(\frac{x}{w}\right) + \dots
 \end{aligned}
 \tag{Ek 2.15}$$

biçiminde yazılabilir. Görüldüğü gibi kuark dağılım fonksiyonu n katlı gluon ışımamasından gelen tüm eşçizgisel (collinear) logaritmaları içerisinde toplamaktadır.

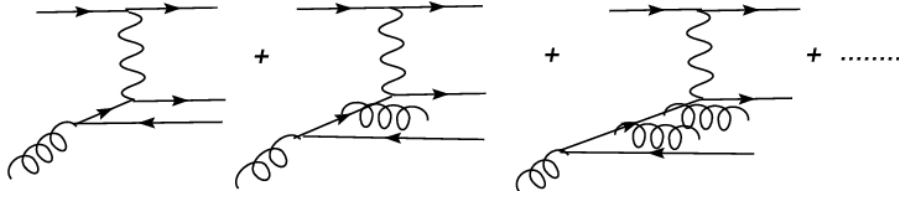
Eğer ilk durum parçacığı olan kuarkın, proton içerisinden gelen gluonun kendisi ile aynı doğrultuda olan (collinear) $q\bar{q}$ kuark çiftine ayrılması ile meydana geldiği düşünülürse, etkileşmeye giren kuark için dağılım fonksiyonu,

$$q(w, Q_0^2) = \frac{\alpha_s}{2\pi} \ln\left(\frac{Q_0^2}{m_q^2}\right) \int_w^1 \frac{dz}{z} P_{qg}(z) g\left(\frac{w}{z}, Q_0^2\right)
 \tag{Ek 2.16}$$

biçiminde elde edilir. (Ek 2.16) ifadesi bir gluonun $q\bar{q}$ çiftine ayrılması durumunu ifade ettiğinden $\alpha_s \ln(Q^2 / m_q^2)$ düzeyindedir.

EK 2 W-Gluon Füzyonu Sürecinde Logaritmik Katkı Veren Terimlerin İncelenmesi (devam)

Burada anlatılan yöntem ile tüm logaritmik katkı veren terimlerin kuark dağılım fonksiyonunun içerisine toplanması sağlanmaktadır. Böylece eğer ilk durumdaki gluon da dikkate alınırsa tam süreç için diyagram şekil Ek 2.3 ile verilebilir,



Şekil Ek 2.3 Gelen gluonun eşçizgisel kuark çiftine ayrılması ve propagatörden n tane gluon ışıması durumu için pertürbasyon serisine ait diyagram

Şekil Ek 2.3 deki tam sürece ait kuark dağılımını elde etmek için (Ek 2.16) ifadesi en genel $q_n(x, Q^2)$ dağılımında yerine yazılmalıdır.

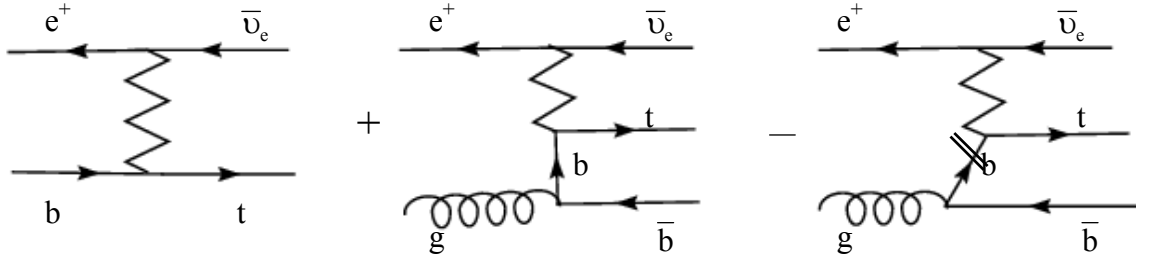
Daha önce de belirttiğimiz gibi pozitron-proton çarpışmasında W-gluon füzyonu süreci ile üst kuarkın tek üretimi $e^+g \rightarrow t\bar{b}$ alt sürecine dayanmaktadır. Bu sürecin incelenmesinde ortaya çıkan sorun, gluonun eşçizgisel b kuark çiftine ayrılmasından ve içteki b kuark propagatöründen eşçizgisel gluon ışımalarından gelen logaritmik katkıların nasıl toplanacağı sorusudur. Bu kesimde bu problemin çözümüne yönelik geliştirilmiş olan bir yöntem anlatılmıştır.

EK 3 W-Gluon Füzyonu Sürecine Katkı Veren Düzeltmelerin Eklenmesi

Eğer eşçizgisel olmayan b kuark katkıları da dikkate alınır, W-gluon füzyonu süreci tesir kesiti hem α_s hem de, $\alpha_s \ln(m_t^2 / m_b^2)$ ile orantılı terimleri içerir. Bu durumda ilk akla gelen $e^+b \rightarrow t\bar{\nu}$ ile $e^+g \rightarrow t\bar{\nu}b$ süreçlerine ait tesir kesitlerinin uygun biçimde toplanmasıdır. Ancak bu iki tesir kesidi içinde ortak olan terimler bulunduğundan bu toplam aşağıdaki gibi yapılmalıdır;

$$\sigma_{\text{Toplam}} = \sigma(eb \rightarrow t\bar{\nu}) + \sigma(eg \rightarrow t\bar{\nu}b) - \sigma(g \rightarrow b\bar{b} * eb \rightarrow t\bar{\nu}) \quad (\text{Ek 3.1})$$

Buradaki son terim gelen gluonun eşçizgisel olarak b kuark çiftine ayrıldığı durumdaki tesir kesidine karşı gelir. Bu katkı hem $e^+b \rightarrow t\bar{\nu}$ hem de $e^+g \rightarrow t\bar{\nu}b$ tesir kesitleri içinde bulunduğundan çift toplamayı engellemek için çıkarılmıştır. Bu toplamın grafiksel gösterimi şekil Ek 3.1 de verilmiştir.



Şekil Ek 3.1 W-gluon füzyonu sürecinde düzeltme terimlerinin eklenmesi

Bu durumda son terimde karşımıza çıkan b kuark dağılım fonksiyonu şu şekildedir:

$$b(x, Q^2) = \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} \ln\left(\frac{m_t^2}{m_b^2}\right) \int_x^1 \frac{dz}{z} P_{bG}(z) G\left(\frac{x}{z}, Q^2\right) \quad (\text{Ek 3.2})$$

EK 3 W-Gluon Füzyonu Sürecine Katkı Veren Düzeltmelerin Eklenmesi (devam)

$P_{bG}(z)$ fonksiyonu, $P_{bG}(z) = \frac{1}{2}[z^2 + (1-z)^2]$ bağıntısı ile verilmektedir ve bir gluonun $b\bar{b}$ çiftine ayrışım fonksiyonudur. G ise proton içindeki gluon dağılım fonksiyonudur.

Ek 3.1 ile tanımlanan tesir kesitleri kullanılarak elde edilen spin oranları çizelge Ek 3.1 ve çizelge Ek 3.2 ile verilmektedir. Bu çizelgelerde karşılaştırma amacıyla $2 \rightarrow 2$ ve $2 \rightarrow 3$ süreçlerinin katkıları ve toplamları ayrı ayrı gösterilmiştir. $2 \rightarrow 3$ sürecinde son durum momentumlarını paylaşan üçüncü bir parçacığın varlığı nedeniyle toplam spin oranlarında bir miktar azalma gözlenmektedir.

Çizelge Ek 3.1 $\sqrt{s} = 1,6\text{TeV}$ TESLA+HERAp enerjisi için baskın olan spin oranları ve asimetriler

Baz	$e^+b \rightarrow t\bar{\nu}_e$	$e^+g \rightarrow t\bar{b}\bar{\nu}_e$	$g \rightarrow b\bar{b} * e^+b \rightarrow t\bar{\nu}_e$	Toplam	$\left(\frac{N_{\uparrow} - N_{\downarrow}}{N_{\uparrow} + N_{\downarrow}} \right)$
LAB helisite	%80(R)	%77(R)	%79(R)	%77(R)	0.54
ZMF helisite	%95(L)	%76(L)	tanımsız	tanımsız	tanımsız
e	%100 ↑	%93 ↑	%98 ↑	%96 ↑	0.92
$\bar{\nu}_e$	%95 ↑	%90 ↑	%93 ↑	%92 ↑	0.84
p	%90 ↓	%86 ↓	%88 ↓	%87 ↓	-0.75

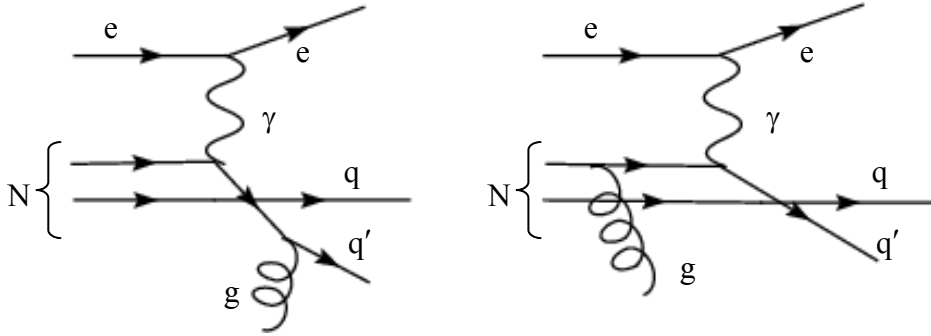
EK 3 W-Gluon Füzyonu Sürecine Katkı Veren Düzeltmelerin Eklenmesi (devam)

Çizelge Ek 3.2 $\sqrt{s} = 5,3\text{TeV}$ CLIC+LHC enerjisi için baskın olan spin oranları ve asimetriler

Baz	$e^+b \rightarrow t\bar{\nu}_e$	$e^+g \rightarrow t\bar{b}\bar{\nu}_e$	$g \rightarrow b\bar{b} * e^+b \rightarrow t\bar{\nu}_e$	Toplam	$\left(\frac{N_{\uparrow} - N_{\downarrow}}{N_{\uparrow} + N_{\downarrow}}\right)$
LAB helisite	%62(R)	%62(R)	%62(R)	%60(R)	0.20
ZMF helisite	%97(L)	%77(L)	tanımsız	tanımsız	tanımsız
e	%100 \uparrow	%91 \uparrow	%96 \uparrow	%93 \uparrow	0.86
$\bar{\nu}_e$	%97 \uparrow	%89 \uparrow	%94 \uparrow	%91 \uparrow	0.83
p	%86 \downarrow	%81 \downarrow	%84 \downarrow	%82 \downarrow	-0.65

EK 4 Gribov-Lipatov-Altarelli-Parisi (GLAP) Denklemleri

GLAP denklemlerini bulabilmek için derin elastik olmayan saçılma (elektron-nükleon saçılması) sürecine getirilen iki düzeltme diyagramı kullanılmaktadır. (Şekil Ek 4.1)



Şekil Ek 4.1 Derin elastik olmayan saçılma için düzeltme diyagramları

GLAP denklemlerini bulabilmek amacıyla, derin elastik olmayan saçılma için hadron tensörünü yazarak işe başlamak mümkündür.

$$W_{\mu\mu'} = \frac{1}{2\pi} \int d^4x e^{iqx} \frac{1}{2} \sum_{\text{pol.}} \langle N | J_\mu(x) J_{\mu'}(0) | N \rangle \quad (\text{Ek 4.1})$$

Buradaki J_μ akım operatörlerinin, şekil Ek 4.1' deki iki diyagram için yerine yazılması gerekmektedir. Bu operatörler sırasıyla şöyle verilebilir,

$$J_\mu(x) = \int \bar{\psi}(y) g G_\rho^a(y) \gamma^\rho \frac{\lambda^a}{2} S(y-x) Q_f \gamma_\mu \psi(x) d^4y \quad (\text{Ek 4.2})$$

$$J_\mu(x) = \int \bar{\psi}(x) Q_f \gamma_\mu S(x-y) \frac{\lambda^a}{2} g G_\rho^a(y) \gamma^\rho \psi(y) d^4y \quad (\text{Ek 4.3})$$

(Ek 4.2) ve (Ek 4.3) bağıntısında ψ ve G_ρ^a sırasıyla kuark ve gluonun dalga fonksiyonlarıdır. Akım operatörlerinin momentum uzayında yazılmasıyla hadron tensörü şu hale gelmektedir,

EK 4 Gribov-Lipatov-Altarelli-Parisi (GLAP) Denklemleri (devam)

$$\begin{aligned}
 W_{\mu\mu'} &= \frac{4}{3} \frac{Q_f^2}{8\pi^3} \frac{1}{4} \int d^4K \text{Tr} \left\{ \not{p} \left(\gamma_\nu \frac{(\not{p}-\not{K})}{(p-K)^2} \gamma_{\mu'} + \gamma_{\mu'} \frac{(\not{p}+\not{q})}{(p-q)^2} \gamma_\nu \right) \right. \\
 &\times (\not{p}+\not{q}-\not{K}) \left. \left(\gamma_\mu \frac{(\not{p}-\not{K})}{(p-K)^2} \gamma^\nu + \gamma^\nu \frac{(\not{p}+\not{q})}{(p-q)^2} \gamma_\mu \right) \right\} \\
 &\times \theta(K_0) \theta(p_0+q_0-K_0) \delta(K^2) \delta[(p+q-K)^2]
 \end{aligned} \tag{Ek 4.4}$$

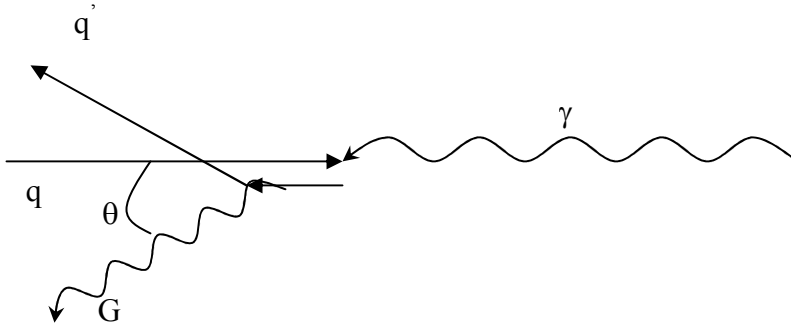
Burada, p kuarkın, q fotonun, K gluonun dörtlü momentumudur. İz ifadesi hesaplanırsa ve bu $S_{\mu\mu'}$ ile gösterilirse şu iki bağıntı elde edilir,

$$p^\mu p^{\mu'} S_{\mu\mu'} = 4u \quad , \quad S_{\mu}^{\mu} = -8 \left(\frac{s}{t} + \frac{t}{s} - \frac{2Q^2 u}{st} \right) \tag{Ek 4.5}$$

Mandelstam değişkenleri, $t = -2p.K$, $s = 2\nu - Q^2$, $\nu = p.q$, $u = -2\nu - t$ biçiminde tanımlanırlar. İz ifadesi Lorentz invariant olduğundan K integrasyonu herhangi bir referans sisteminde yapılabilir. Eğer bu referans sistemi, Breit sistemi seçilirse kuark ve fotona ait dörtlü momentumlar ,

$$p_\mu = (p, 0, 0, -p) \quad , \quad q_\mu = (0, 0, 0, \sqrt{Q^2}) \tag{Ek 4.6}$$

şeklinindedir. Breit sisteminin kinematikini gösteren grafik şekil Ek 4.2 ile verilmektedir.



Şekil Ek 4.2 Breit sistemi

EK 4 Gribov-Lipatov-Altarelli-Parisi (GLAP) Denklemleri (devam)

Gluonun dötlü momentumu ise, $K_\mu = (K, 0, K \sin \theta, K \cos \theta)$ dır.

$$t = (p_\mu - K_\mu)^2 = -2pK(1 + \cos \theta) \quad (\text{Ek 4.7})$$

olduğu kullanılarak $\cos \theta$ integrasyonu t Mandelstam değişkeni cinsinden yazılabilir. Böylece hadron tensörü Şu hale gelir,

$$W_{\mu\mu'} = -\frac{4}{3}g^2 \frac{Q_f^2}{16\pi^3} \frac{\pi}{8v} \int_{-2v}^0 dt S_{\mu\mu'} \quad (\text{Ek 4.8})$$

(Ek 4.5) ifadeleri v parametresi yardımıyla,

$$p^\mu p^{\mu'} S_{\mu\mu'} = 4u = -4(2v + t) \quad (\text{Ek 4.9})$$

$$S_\mu^\mu = -8 \left(\frac{2v - Q^2}{t} + \frac{t}{2v - Q^2} - \frac{2Q^2(2v + t)}{t(2v - Q^2)} \right) \quad (\text{Ek 4.10})$$

Eğer S_μ^μ ifadesinin t' ye göre integrali alınırsa iraksama vereceği aşıkardır. Bu tür bir iraksama ile QED' deki fren ışına tesir kesiti hesaplarında da karşılaşılmaktadır. (Ek 4.9) ve (Ek 4.10) ifadelerinin integralleri alınırsa Şu bağıntılar elde edilir,

$$p^\mu p^{\mu'} W_{\mu\mu'} = \frac{4}{3} \alpha_s \frac{Q_f^2}{8\pi} 2v$$

$$\begin{aligned} W_\mu^\mu &= \frac{4}{3} \alpha_s \frac{Q_f^2}{4\pi} \frac{1}{v} \left(\frac{(2v - Q^2)^2 + 4vQ^2}{(2v - Q^2)} \int_{-2v}^{-\lambda^2} \frac{dt}{t} + \frac{-2v^2}{2v - Q^2} + \frac{2Q^2 2v}{2v - Q^2} \right) \\ &= \frac{4}{3} \alpha_s \frac{Q_f^2}{4\pi} \left(2 \frac{1+x^2}{1-x} \ln \frac{\lambda^2 x}{Q^2} - \frac{1}{1-x} + 4 \frac{x}{1-x} \right) \end{aligned} \quad (\text{Ek 4.11})$$

EK 4 Gribov-Lipatov-Altarelli-Parisi (GLAP) Denklemleri (devam)

Burada ıraksaklığa neden olan, integralin üst sınırı $-\lambda^2$ alınmıştır ve $x = \frac{Q^2}{2\nu}$ olduğu kabul edilmektedir.

Elastik olmayan bir saçılma için hadron tensörü yapı fonksiyonları cinsinden yazılırsa genel formu şu şekildedir,

$$W_{\mu\mu'} = \left(-g_{\mu\mu'} + \frac{q_\mu q_{\mu'}}{q^2} \right) F_1^{Qu} + \frac{1}{\nu} \left(p_\mu - q_\mu \frac{q \cdot p}{q^2} \right) \left(p_{\mu'} - q_{\mu'} \frac{q \cdot p}{q^2} \right) F_2^{Qu} \quad (\text{Ek 4.12})$$

(Ek 4.12) hadron tensörü, metrik tensör ile çarpıldığında,

$$W_\mu^\mu = -3F_1^{Qu} + \frac{F_2^{Qu}}{2x}, \quad (x = \frac{Q^2}{2\nu}) \quad (\text{Ek 4.13})$$

bağıntısı bulunur. Ayrıca (Ek 4.12) tensörü $p^\mu p^{\mu'}$ ile çarpıldığında,

$$p^\mu p^{\mu'} W_{\mu\mu'} = \frac{Q^2}{8x^3} (F_2^{Qu} - 2xF_1^{Qu}) \quad (\text{Ek 4.14})$$

olduğu görülür. (Ek 4.13) ve (Ek 4.14) bağıntıları birlikte çözümlerse,

$$F_2^{Qu}(x, Q^2) = -xW_\mu^\mu + 12 \frac{x^3}{Q^2} p^\mu p^{\mu'} W_{\mu\mu'} \quad (\text{Ek 4.15})$$

şeklinde elde edilir. Etkileşmesiz grafiğe göre sapmayı bulabilmek için, (Ek 4.11) bağıntılarını (Ek 4.15)' de yerine yazmak gereklidir. Gluon frenişimasından dolayı F_2^{Qu} daki değişim,

EK 4 Gribov-Lipatov-Altarelli-Parisi (GLAP) Denklemleri (devam)

$$\begin{aligned} \Delta F_2^{Qu}(x, Q^2) &= \frac{4}{3} \alpha_s Q_f^2 \left\{ \frac{3x^2}{2\pi} - \frac{x}{4\pi} \left[2 \frac{1+x^2}{1-x^2} \left(\ln \frac{\lambda^2}{Q^2} + \ln x \right) + \frac{4x-1}{1-x} \right] \right\} \\ &\approx -\frac{4}{3} \alpha_s Q_f^2 \frac{x}{2\pi} \frac{1+x^2}{1-x} \ln \frac{\lambda^2}{Q^2} + \dots \end{aligned} \quad (\text{Ek 4.16})$$

Eğer elastik olmayan elektron-nükleon saçılmasında şekil Ek 4.1' deki gibi gluonla olan etkileşmeler dikkate alınmasaydı bu durumda kuark dağılım fonksiyonları için Callan-Gross bağıntısı ($F_2 = 2xF_1$) geçerli olacaktı.

Etkileşmesiz durumda $F_{1,2}$ ile ifade edilen nükleon yapı fonksiyonlarından F_2 ,

$$F_2 = \sum_i \int_0^1 d\xi_i f_i(\xi_i) Q_i^2 \xi_i \delta(\xi_i - X) \quad (\text{Ek 4.17})$$

biçiminde ifade edilir. Burada,

$$p_\mu = \xi_i P_\mu \quad , \quad \int_0^1 d\xi_i f(\xi_i) = 1 \quad (\text{Ek 4.18})$$

dir. Ayrıca $X = Q^2/2P_N \cdot q$ ve $x = Q^2/2p \cdot q$ şeklinde tanımlanır. ξ_i , i. partonun toplam P_μ momentumunun ne kadarını taşıdığı göstermektedir. $f(\xi_i)$ ise bir partonun bu momentuma sahip olma olasılığı, Q_i de yüküdür. ($x = \frac{X}{\xi_i}$ dir.)

Böylece nükleon yapı fonksiyonu,

$$F_2 = \sum_i \int_0^1 d\xi_i f_i(\xi_i) \xi_i \int_0^1 dx \delta(X - x\xi_i) F_2^{Qu,i}(x, Q^2) \quad (\text{Ek 4.19})$$

EK 4 Gribov-Lipatov-Altarelli-Parisi (GLAP) Denklemleri (devam)

biçiminde yazılabilir. Şekil Ek 4.1 diyagramlarının elastik olmayan elektron nükleon saçılması yapı fonksiyonuna olan katkısındaki değişim, $Q_2 > Q_1$ olan bir momentum aktarımı için,

$$\begin{aligned} \Delta F_2 &= \Delta F_2^{\text{Qu}}(Q_1^2) - \Delta F_2^{\text{Qu}}(Q_2^2) \\ &= -\frac{4}{3} \alpha_s \frac{1}{2\pi} \sum_i Q_i^2 \int_x^1 d\xi_i f(\xi_i) \frac{X}{\xi_i} \frac{1 + (X/\xi_i)^2}{1 - (X/\xi_i)} \ln \frac{Q_2^2}{Q_1^2} \end{aligned} \quad (\text{Ek 4.20})$$

şeklinindedir. (Ek 4.20) integrali ıraksamaktadır, çünkü integrand $x=1$ veya $X = \xi_i$ 'de tekilliğe sahiptir. Elektron-nükleon saçılması için,

$$F_2^{\text{eN}} = \sum_i F_i(x) Q_i^2 x \quad (\text{Ek 4.21})$$

olduğu kullanılarak şu bağıntı bulunur,

$$\begin{aligned} \Delta f_i(x) &= -\frac{4}{3} \frac{\alpha_s}{2\pi} \ln \frac{Q_2^2}{Q_1^2} \int_x^1 d\xi_i \frac{f_i(\xi_i)}{\xi_i} \left(\frac{1 + \left(\frac{x}{\xi_i}\right)^2}{1 - \left(\frac{x}{\xi_i}\right)} \right)_+ \\ \int_0^1 dz F(z) \left[\frac{1+z^2}{1-z} \right]_+ &= \int_0^1 dz (F(z) - F(1)) \frac{1+z^2}{1-z} \end{aligned} \quad (\text{Ek 4.22})$$

Burada, $P_{\text{qq}} = \frac{4}{3} \left\{ \frac{1+z^2}{1-z} \right\}_+$ biçiminde tanımlanabilir. i ile gösterilen indis kaldırılırsa ,

$$\Delta f(x) = -\frac{\alpha_s}{2\pi} \ln \frac{Q_2^2}{Q_1^2} \int_x^1 \frac{dy}{y} f(y) P_{\text{qq}} \left(\frac{x}{y} \right) \quad (\text{Ek 4.23})$$

EK 4 Gribov-Lipatov-Altarelli-Parisi (GLAP) Denklemleri (devam)

şekilinde bulunur. Logaritmik momentumu şu şekilde tanımlamak mümkündür,

$$\Delta t = t(Q_1^2) - t(Q_2^2) = \ln \frac{Q_1^2}{Q_2^2}, \quad t(Q^2) = \ln \frac{Q^2}{Q_0^2} \quad (\text{Ek 4.24})$$

Böylece şu bağıntı elde edilir,

$$\frac{\Delta f(x)}{\Delta t} = \frac{\alpha_s}{2\pi} \int_x^1 \frac{dy}{y} f(y) P_{qq} \left(\frac{x}{y} \right) \quad (\text{Ek 4.25})$$

(Ek 4.25) ifadesi sadece küçük Δt ' ler için geçerlidir. Büyük Δt değerleri için α_s güçlü bağlaşım sabiti Q^2 , ' ye bağımlı hale gelir. Bu nedenle denklemin doğru şekli şudur,

$$\frac{df(x,t)}{dt} = \frac{\alpha_s(t)}{2\pi} \int_x^1 \frac{dy}{y} f(y,t) P_{qq} \left(\frac{x}{y} \right) \quad (\text{Ek 4.26})$$

(Ek 4.26) denklemi Gribov-Lipatov-Altarelli-Parisi (GLAP) denklemidir. Tüm QCD düzeltmeleri denklemin sağ tarafına eklenerek ifade edilebilir. Burada P_{qq} ayrışım fonksiyonu (splitting function) olarak tanımlanır. Bir kuarkın, kuark ve gluondan oluşan bir alt yapı göstermesinin olasılığı biçiminde açıklanabilir. QCD etkileşmeleri ile bir kuark, bir çift parçacığa ayrılabilir. Örneğin, bu bir kuarkın kuark ve gluona veya bir gluonun kuark- antikuark çiftine ayrılması şeklinde gerçekleşebilir (Şekil Ek 4.3). Her durum P_{ba} biçiminde farklı ayrışım fonksiyonları ile ifade edilir. P_{qG} , P_{Gq} , P_{qq} ayrışım fonksiyonları,

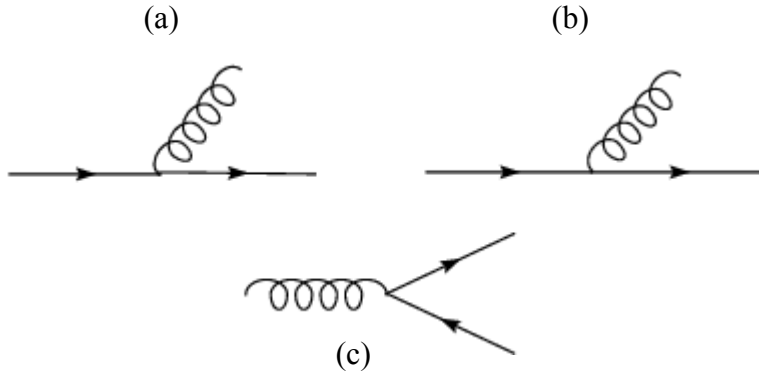
$$P_{qG}(z) = \frac{1}{2} [z^2 + (1-z)^2] \quad (\text{Ek 4.27})$$

EK 4 Gribov-Lipatov-Altarelli-Parisi (GLAP) Denklemleri (devam)

$$P_{Gq}(z) = \frac{4}{3} [1 + (1-z)^2] \frac{1}{z} \quad (\text{Ek 4.28})$$

$$P_{qq}(z) = -\frac{4}{3}(1+z) + 2\delta(1-z) + \frac{8}{3} \left(\frac{1}{1-z} - \delta(1-z) \int_0^1 dz \frac{1}{1-z} \right) \quad (\text{Ek 4.29})$$

Bu ayrışım fonksiyonları ile anlatılan süreçlere ait diyagramlar şekil Ek 4.3 ile verilmektedir.



Şekil Ek 4.3 (a) P_{Gq} , (b) P_{qq} , (c) P_{qG} ayrışım fonksiyonlarına ait diyagramlar

Pertürbatif bölgede aktarılan momentum olan Q^2 arttıkça proton içerisindeki daha çok parton gözlenebilir hale gelmektedir. Bu durum çözünürlüğün artması olarak adlandırılmaktadır. (Ek 4.27), (Ek 4.28) ve (Ek 4.29) ayrışım fonksiyonlarını türetmek mümkündür. Fakat burada sadece W-gluon füzyonu sürecinde karşılaşılan P_{qG} ayrışım fonksiyonunun türetilmesi incelenecektir. Yüksek enerjilere çıkıldığında W-gluon füzyonu sürecinde, proton içerisinde bulunan gluon, gerçek b kuark ve \bar{b} kuark çiftine ayrılır. Bu b kuark ve \bar{b} kuark çifti düşük enine momentumla yada başka bir deyişle gelen gluon ile aynı doğrultuda olacak şekilde çıkarlar ve b kuark bir t kuark üretmek üzere W bozon ile etkileşmeye girer. Bu durumda yazılan tesir kesidi ifadesi P_{bG} ayrışım fonksiyonu orantılı olmalıdır.

EK 5 P_{qG} Ayrışım Fonksiyonunun Türetilmesi

Momentum aktarımı $Q^{2'}$ den Q'^2 'ye çıkarıldığında yada çözünürlük arttırıldığında bir gluon içerisindeki kuark oranı P_{qG} ayrışım fonksiyonu ile verilmektedir. Q'^2 daha yüksek bir çözünürlük ifade ettiğinden hadron içerisindeki daha küçük yapılar gözlenebilir. Q^2 ile gösterilen durumda ise daha büyük partonik yapılar söz konusu olduğundan, $Q^{2'}$ deki partonlar Q'^2 'deki partonların dalga fonksiyonlarının bir süperpozisyonundan oluşuyor şeklinde düşünmek mümkündür. Şekil Ek 4.3' e göre son durumda iki kuark bulunduğundan dalga fonksiyonu,

$$|q_{Q'^2}(p)\bar{q}_{Q'^2}(p')\rangle \quad (\text{Ek 5.1})$$

biçimindedir. Öyle ise ilk durumdaki gluon için dalga fonksiyonu şöyledir,

$$|G_{Q^2}(k)\rangle = \sum_{p,p'} C_{q\bar{q}}(p,p') |q_{Q'^2}(p)\bar{q}_{Q'^2}(p')\rangle \quad (\text{Ek 5.2})$$

(Ek 5.2) bağıntısındaki katsayı,

$$C_{q\bar{q}}(p,p') = \langle q_{Q'^2}(p)\bar{q}_{Q'^2}(p') | G_{Q^2}(k) \rangle \quad (\text{Ek 5.3})$$

Verilen bir Q^2 momentum aktarımı için pertürbatif bölgede Hamiltoniyen şu şekilde tanımlanır,

$$\hat{H}_{Q^2} = \hat{H}_{Q^2}^{\text{kin}} + \hat{V} \quad (\text{Ek 5.4})$$

Buradaki \hat{V} potansiyeli partonların bağlanma enerjisini tasvir etmektedir. Hamiltoniyenin kinetik parçası $Q'^2 > Q^2$ durumunda şöyle yazılabilir,

$$\hat{H}_{Q'^2}^{\text{kin}} = \hat{H}_{Q^2}^{\text{kin}} + \hat{H}_{\Delta Q^2} \quad (\text{Ek 5.5})$$

EK 5 P_{qG} Ayırışım Fonksiyonunun Türetilmesi (devam)

Hamiltoniyenin kinetik parçası dalga fonksiyonuna uygulanırsa,

$$\hat{H}_{Q^2} |G_{Q^2}(\mathbf{k})\rangle + \Delta \hat{H}_{Q^2} |G_{Q^2}(\mathbf{k})\rangle = \sum_{\mathbf{p}, \mathbf{p}'} C_{q\bar{q}}(\mathbf{p}, \mathbf{p}') \hat{H}_{Q^2} |q_{Q^2}(\mathbf{p}) \bar{q}_{Q^2}(\mathbf{p}')\rangle \quad (\text{Ek 5.6})$$

bağıntısı elde edilir. (Ek 5.6) bağıntısındaki $C_{q\bar{q}}$ katsayısı Hamiltoniyenin uygulanmasıyla,

$$C_{q\bar{q}}(\mathbf{p}, \mathbf{p}') = \frac{\langle q_{Q^2}(\mathbf{p}) \bar{q}_{Q^2}(\mathbf{p}') | \Delta \hat{H}_{Q^2} | G_{Q^2}(\mathbf{k}) \rangle}{|\vec{\mathbf{p}}| + |\vec{\mathbf{p}}'| - |\vec{\mathbf{k}}|} \quad (\text{Ek 5.7})$$

şeklinde bulunur. $C_{q\bar{q}}$ katsayısının belirlenmesi için kuark gluon etkileşmesini tasvir eden $\Delta \hat{H}_{Q^2}$ Hamiltoniyeninin bilinmesi gerekmektedir. Bu Hamiltoniye,

$$\Delta \hat{H}_{Q^2} = -g^2(Q^2) \sum_a \int d^3x \sum_f \bar{q}_f(\vec{\mathbf{r}}) \vec{A}^a(\vec{\mathbf{r}}) \gamma \frac{\lambda^a}{2} q_f(\vec{\mathbf{r}}) \quad (\text{Ek 5.8})$$

biçimindedir. Böylece şu matris elemanını bulmak mümkündür,

$$\begin{aligned} & \langle q_{Q^2}(\mathbf{p}) \bar{q}_{Q^2}(\mathbf{p}') | \Delta \hat{H}_{Q^2} | G_{Q^2}(\mathbf{k}) \rangle \\ &= - \sum_a g(Q^2) (2\pi)^3 \delta^3(\vec{\mathbf{p}} + \vec{\mathbf{p}}' - \vec{\mathbf{k}}) \bar{u}(\vec{\mathbf{p}}, s) \vec{\epsilon}^a \cdot \vec{\gamma} \frac{\lambda^a}{2} v(\vec{\mathbf{p}}', s') \end{aligned} \quad (\text{Ek 5.9})$$

Kuark dağılım fonksiyonu Q^2 çözünürlüğü arttırıldığında,

$$\Delta N_q(c, Q^2) = \frac{1}{8} \sum_a \frac{1}{2} \sum_{\epsilon^a} \sum_{cs} \sum_{c's'} \frac{1}{2\omega} \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3 2E} \int \frac{d^3p'}{(2\pi)^3 2E'} \delta \left(x - \frac{\vec{\mathbf{p}} \cdot \vec{\mathbf{k}}}{|\vec{\mathbf{k}}|^2} \right) |C_{q\bar{q}}(\mathbf{p}, \mathbf{p}')|^2 \quad (\text{Ek 5.10})$$

EK 5 P_{qG} Ayrışım Fonksiyonunun Türetilmesi (devam)

şeklindedir. Burada çıkan kuarkların spinleri ve renkleri üzerinden toplam, ilk durumdaki gluonun rengi üzerinden ortalama alınmıştır. (Ek 5.7)' deki $C_{q\bar{q}}(\vec{p}, \vec{p}')$, (Ek 5.10)' da yerine yazılırsa,

$$\Delta N_q(c, Q^2) = g(Q^2)^2 \frac{1}{16} (2\pi)^3 \int \frac{d^3\vec{p}}{(2\pi)^3} \int \frac{d^3\vec{p}'}{(2\pi)^3} \delta\left(x - \frac{\vec{p}\cdot\vec{k}}{|\vec{k}|^2}\right) \delta^3(\vec{p} + \vec{p}' - \vec{k}) \frac{1}{8\omega E E'} \quad (\text{Ek 5.11})$$

$$\times \left(\frac{1}{|\vec{p}| + |\vec{p}'| - |\vec{k}|} \right)^2 \sum_a \sum_{\epsilon^a} \sum_{cs} \sum_{c's'} \left| \bar{u}(\vec{p}, s) \bar{\epsilon}^a \cdot \vec{\gamma} \frac{\lambda^a}{2} v(\vec{p}', s') \right|^2$$

bağıntısı bulunur. Spin ve renk üzerinden toplam alınırsa,

$$\sum_a \sum_{\epsilon^a} \sum_{cs} \sum_{c's'} \left| \bar{u}(\vec{p}, s) \bar{\epsilon}^a \cdot \vec{\gamma} \frac{\lambda^a}{2} v(\vec{p}', s') \right|^2 = \frac{32}{|\vec{k}|^2} \left[|\vec{k}|^2 |\vec{p}| |\vec{p}'| - (\vec{k}\cdot\vec{p})(\vec{k}\cdot\vec{p}') \right] \quad (\text{Ek 5.12})$$

olduğu görülür. Böylece kuark dağılım fonksiyonu şu şekilde yazılabilir,

$$\Delta N_q(c, Q^2) = g(Q^2)^2 \frac{1}{4} (2\pi)^3 \int d^3\vec{p} \delta\left(x - \frac{\vec{p}\cdot\vec{k}}{|\vec{k}|^2}\right) \frac{1}{8\omega E E'} \left(\frac{1}{|\vec{p}| + |\vec{p}'| - |\vec{k}|} \right)^2 \quad (\text{Ek 5.13})$$

$$\times \frac{1}{|\vec{k}|^2} (|\vec{k}|^2 |\vec{p}| |\vec{p}'| - (\vec{k}\cdot\vec{p})(\vec{k}\cdot\vec{p}'))$$

Kuark ve gluonun momentumları şöyle yazılabilir,

$$\vec{k} = (0, 0, k)$$

$$\vec{p} = (\vec{k}_\perp, xk)$$

$$\vec{p}' = (-\vec{k}_\perp, (1-x)k) \quad (\text{Ek 5.14})$$

EK 5 P_{qG} Ayrışım Fonksiyonunun Türetilmesi (devam)

(Ek 5.14) momentumlarının yardımıyla dağılım fonksiyonunu şu forma getirmek mümkündür,

$$\Delta N_q(x, Q^2) = \frac{g(Q^2)^2}{4\pi^2} \int \frac{dk_\perp}{|\bar{k}_\perp|} \frac{1}{2} ((1-x)^2 + x^2) \quad (\text{Ek 5.15})$$

(Ek 5.15)' deki k_\perp integrali hesaplanıp, bulunan bağıntı GLAP denklemi ile karşılaştırılırsa,

$$P_{qG}(x) = \frac{1}{2} ((1-x)^2 + x^2) \quad (\text{Ek 5.16})$$

ayrışım fonksiyonu bulunur.

Pozitron-proton çarpışmasında, W-gluon füzyonu süreci vasıtasıyla üst kuarkın tek üretimine katkı veren ağaç mertebesindeki diyagramda proton içerisinden gelen gluon, b kuark ve anti-b kuark çiftine ayrıldığında b kuark dağılım fonksiyonu (Ek 5.16) bağıntısı biçiminde bir GLAP ayrışım fonksiyonu içermektedir.

ÖZGEÇMİŞ

Adı Soyadı: Banu Şahin

Doğum Yeri: Ankara

Doğum Tarihi: 26-06-1978

Medeni Hali: Evli

Yabancı Dili: İngilizce

Eğitim Durumu

Lise : Ankara 50.Yıl Lisesi (1992-1995)

Lisans : Ankara Üniversitesi Fen Fakültesi Fizik Bölümü (1995-1999)

Yüksek Lisans : Ankara Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Fizik Anabilim Dalı
(1999-2001)

Çalıştığı Kurum: 2002 yılından beri Ankara Üniversitesi Fen Fakültesi Dekanlığı' na bağlı olarak, Ankara Üniversitesi Fen Fakültesi Fizik Bölümü' nde Araştırma Görevlisi olarak görev yapmaktadır.

Yayınları: Atağ, S. ,Cakir, O. and **Dilec, B.** 2001. Anomalous Wtb Coupling in ep Collision. Phys.Lett.B522 , 76

Atağ, S. and **Şahin, B.** 2004. Top quark spin in ep collision. Phys.Rev D,69;034016-1, 034016-4.

Atağ, S. and **Şahin, B.** 2004. Top quark spin in ep collision. Phys.Rev D,70;037503-1, 037503-3.

Atağ, S. and **Şahin, B.** 2006. Effect of the top quark spin on Wtb couplings in ep collisions. Phys.Rev D,73;074001.