

Ankara Üniversitesi
Ziraat Fakültesi Yayınları: 1191
Dere Kitabı : 341

MUKAVEMET

Prof. Dr. İrfan GİRGİN

Ankara Üniversitesi Ziraat Fakültesi
Kül Üretim Bölümlü

Dr. Mevlüt HEYRİBİY

ANKARA

1990

ÖNSÖZ

Bu kitap İİreat Fakültelerinin Kütüteknik (Bilans-Dreñj-Tarımusal Yapılar) ve Tarımusal Mekanizasyon Öğrencileri için bir ders notu niteligidinde hazırlanmıştır. Kitabın yapısında planlanırken ilgili öğrencilerin uğraşımları ve usun yolları dayalıSCRİBESİMİZIN CONÇLARI dikkate alınmıştır. Kitapta, konunun bütünlüğü korunarmak peşitlik makavvet halleri için okuyucularının olduguunda genel şeümlere ulaşılmasına çalışılmıştır. Her mal için teknik açıklamalar örnek problemlerle desteklenmiştir. Ayrıca her bölümde sonunda öğrenciye çalışıma okuyucu eğlenceler konu ile ilgili problemler verilmüştür. Kitap, standart makavvet ders notlarından ayrı olmak, tarımın mühendislik yordasına hizmet edenek şekilde basit ve kolay anlaşılmabilir bir cümlekte planlanmaya çalışılmıştır.

Ders notu olarak hazırlanan bu eserin elbetteki eksiklikleri ve hataları bulumacaktır. Aramızda, yapısal elektrik ve matkalarla ileride daha iyisinin ortaya konabilmesidir. Kitabın öğrencilerimiz ve bu konuda çalıyanları yardım etmesi en büyük dileğimizdir.

Eserin hazırlanmasında teşvik ve önerilerini sağlayarak hocamız Sayın Prof.Dr. Ali BALABAN'ı, yardımcılarını ve desteklerini gösterdikten bölümümüz öğretim elemanlarına ve yanlarında emeği geçen bölümümüz sekreterleri Güllhan GÜNDÜZ ve Tülay ÜÇAYA'ya teşekkür ederiz.

Ankara, 1990

Prof.Dr. İrfan GİRGİN

Dr. Mevlut ERYİĞİNTİ

İÇ İNDİRİMLER

	Sayfa No.
1. SİNİS	1
1.1. Mülavüdetin Tanımı	1
1.2. Mülavüdet ile İlgili Sivil Dilekçeler	2
1.3. Mülavüdetin Kısımları	3
1.4. Mülavüdetin Temel Kavrasları ve İlkeleri ...	4
1.4.1. Temel Kavraslar	4
1.4.2. Temel İlkeler	5
1.4.2.1. Entilagmen İlkesi	5
1.4.2.2. Ayrımcı İlkesi	6
1.4.2.3. Hesaplılık İlkesi	6
1.4.2.4. Saint-Venant İlkesi	7
1.4.2.5. Birinci Hertebə Teorisi	8
1.4.2.6. Üçgençılık Kanunu	9
1.5. Qubuk Sistemler	10
1.6. Gerilme	12
1.7. Şekil ve Ter-Bağıtlırm	13
2. KUVVET, İÇ KUVVET, MƏNNƏT TİRLƏMİ VƏ XIRİĞLƏNMƏK KESİT TEŞİHLƏRİNİN HESAPLANMASI	19
2.1. Kuvvet və iç Kuvvet	19
2.2. Mənnət Şəkilləri	21
2.3. Xırığlardakı KESİT TEŞİHLƏRİNİN HESAPLANMASI ..	22
2.3.1. Yüksək Şəkillər	23
2.3.2. Həmə Kuvvəti və Eğilme Momenti.....	24
2.3.3. Yük, Həmə Kuvvəti və Eğilme Momenti Arasındaki Bağıntılar	25
2.3.4. Həmə Kuvvəti və Eğilme Momentlərinin Həməti və Qisimləri	25

	Sayfa No
3. KATI CISIMLERİN MEKANİK ÖZELLİKLERİ	39
3.1. Kati Cisimlerin Ig Yapisi	39
3.2. Masseve Özellişlerinin Deney Yoluyla Belirlenmesi	42
3.3. Çekme Deneyi	42
3.4. Basincı Deneyi	45
3.5. Hami Cisimlerin Çekme ve Basincındaki Özellikleri	46
3.6. Yüklenme ve Dogrultma	47
3.7. Süzme ve Gevgeme	49
3.8. İdeal Cisimler ve Modelleri	50
3.9. Periyodik Yüklenme ve Yorulma	52
3.10. Haniyet Gerilmesi ve Poisson Oranı	54
4. NORMAL KUVVET HALİ	56
4.1. Ig Kuvvetlerin Belirlenmesi	56
4.2. Gerilme Hesabı	57
4.3. Deformasyon ve Yer Değiştirmenin Belirlenmesi	59
4.4. Çubuk Ağırlığının Etkisi	62
4.4.1. Sabit Kesitli Çubuklarda Çubuk Ağırlığının Etkisi	62
4.4.2. Çubuk Ağırlığı ve Eksanel Yük Altında Çubukta Üçmma Miktarı	64
4.4.3. Değişken Kesitli Çubuklar	66
4.4.3.1. Değişken Kesitli Çubuk ...	66
4.4.3.2. Kesik Konî Şeklindeki Bir Çubukta Üçmma	67
4.4.3.3. Eşit Mukavemetli Çubuklar...	68
4.4.3.4. Bu Dayanımlı Çubuklar.....	70
4.4.4. Çekme ve Basincıta Hiperstatik Problemler	71
4.4.5. Eşik Çubuklarda Elastik Analiz	72
4.4.6. İlkel Gerilmeler	74
4.4.7. Cisimlerde İci Etkisi	76

	Sayfa No.
4.4.8. Halimalar ve İnce Tuplar	77
4.4.9. Normal Kuvvette Haruz Qubuslarında Beyutlandırma, Kontrol ve Yük Hesabı..	79
5. GERİLME ANALİZİ	90
5.1. Bir Elemanlı Gerilme Hali	91
5.2. İki Elemanlı Gerilme Hali	99
5.2.1. Kayna Gerilmesiz Hali	99
5.2.2. Kayna Gerilimeli Hali	106
5.3. ÇOKLIL DEĞİŞTİRME ANALİZİ.....	118
5.3.1. Dairesel Şekil Değiştirmeye Hali	119
5.3.2. Hacim Olarak Şekil Değiştirmeye Hali	124
7. KIRİŞME ETKİSİ	132
7.1. Kayna Gerilmesinin Hedefe Getirdiği Deformasyon	133
7.2. Delik Hesabı Gerilmeleri	139
7.3. Ekyeri ve Bağlantılar	139
7.3.1. Delik Yapı Elemanlarında Ekyeri Taşkili	140
7.3.1.1. Parçalar	140
7.3.1.2. Bulonlar ve Cıvatalar	150
7.3.1.3. Kırınlı Birleşimler	154
7.3.1.4. Aşap Yapı Elemanlarının Birleştirilmesi	156
6. EŞİLEN ETKİSİ	172
6.1. Kırılderde Eğilme Etkisi	172
6.2. Kırılderde Kırma Etkisi	176
6.3. Dışarı Yüklü Kırılderin Şekil Değiştirmesi ...	183
6.3.1. Analitik Çözüm	185
6.3.2. Moment Alan Metodu ile Kırma ve Şekil Hesabı	194
6.3.3. Superpozisyon Metodu	197

	Sayfa No
8.4. Eğilmede Hipostatik Dörtlüler	198
8.5. Kiriglerde Eğik Eğilme Etkisi	206
9. HÜREULME ETKİSİ	213
9.1. Euler Metodu	216
9.2. Tetmajör Metodu	222
9.3. W Metodu	223
9.4. Emantrik Tüklər	229
10. BURULMA ETKİSİ	239
10.1. Daire Kesitli Qubukların Burulması	239
10.2. Heliks Kesitli Qubukların Burulması	242
10.3. Dikdörtgen Kesitler İçin Barulması	245
10.4. Boyutlandırma ve Kontrol Problemleri.....	246
ENDE	249
KAYNAKLAR	

1. SINIF

Tarım işletmeleri tarımsal faaliyetlerin bir bütçe olmak üzere olduğu unitelerdir. Bu faaliyetler işletme içi ve işletme dışarıda da kısma ayrırlar. İşlette içinde ve dışındaki ekonomik faaliyetlerin istançları ve rasyonel bir biçimde yapılabileceği için birbirlerinden farklı yapı ve teknolojiler birlikte tarımsal mekanizmayla arıza ve gerginlerden ihanet eder.

Tarımsal işletmelerde yer almış yapı ve tesisler 1) Komple, 2) Dayanın Barındıkları, 3) Kapalı ve açıktaşı yapıları, 4) Üretim değerlendirmesi ve pasajırma yapıları olarak dört grupta sınıflandırılabilir. Bu tür tesislerdeki yapılar, genellikle atalar ve külâncıksız tesisler, pia su arıtma tesisleri, şantiyatlar ve su muhafazası yapıları, tarımsal püllar, çiftlikler vb. yapı ve tesisler de sayılabilir.

Tarımsal yapı ve tesislerde, alet ve ekipmanlarından bağımsız toplam kaynakların yerine getirilebilmesi için ilk ve ikinci kriterlerin etkisi altında bir dayanıklılığın, diğer bir deyişle emniyetin sağlanması gereklidir. Bu ise bir projenin sorumludur. Tesis, yapı ve araçların projelendirme işi binaları meydana getiren elemanların en uygun biçimde boyutlandırılması ve detaylandırılmasıdır. Bu konu da mühendislikte mekanik biliminin en önemli içerisinde yer almaktadır.

1.1. Mühendislikin Tanımı

Bilindiği gibi kuvvet; bir cisimin diğer bir cisim üzerindeki etkinini temsil eder. Mekanik ise; kuvvet etkisi altındaki cisimlerin denges (statik) veya hareket (dinamik) koşullarını inceleyen bilim dalı olarak tanımlanır.

Mukavemet, cisimlerin kuvvet etkisi altındaki şekil değiştiğinde durumunu inceler. Mühendislik yapılarınaait taşıyıcı sistem elemanlarının boyutlandırılmışının temel olarak bilgileri verir. Amaç, cisimlerin boyutlandırılmışına ilgkin mühendislik problemlerini çözmek olduğu için daha çok uygulamalı mühendislik grubuna girer.

Mühendislikte yapı elemanları boyutlandırılırken, bu elemanların dış etkilere karşı dayanımının sağlanması gereksiz. Boyutlandırma da iki koşul sağlanmaya çalışılır:

- a. Emniyet
- b. Ekonomi

Taşıt elemanları boyutlandırılırken dış kuvvetlerin muhtemel artıqlarıyla birlikte yapının emniyetini ilgilendiren diğer faktörlerde nesne ekstazları. Bu etkenler boyutun artmasına ve neticede yapının ağır ve rıjî olmasına yol açır. Bu durum emniyet duygusunun bir sonucudur.

İkinci koşul olan ekonomiklik göstergesi alındığında ise gereksiz malzeme ve üygilik harcamalarından kaçınarak yapı elemanı boyutlandırılır.

Yukarıda isah edilen iki koşula ilave olarak yapının gösterişli diğer bir ifadeyle estetik olması istenir.

Bu ölçü olarak mukavemet, tüm bu koşulların optimum olma durumunu sağlanmaya çalışır.

1.2. Mukavemet İle İlgili Bilim Dalları

Mukavemet yukarıda belirtilen optimumu ararken değişik bilim dallarının konularından ve yöntemlerinden yararlanır. Bu bilim dalları aşağıda kısaca özetlenmiştir.

a. Sert Kısıtlı Cisimler Mekaniği: Mekanometin ilişkili olduğu ilk bölüm dalı sert kısıtlı cisimler mekanığıdır. Sert kısıtlı cisimler mekanığı静的 ve dinamik olmak üzere ikiye ayrılır. Staticının women denge (dengen) halinde bulunan cisimler (örneğin, basit kırık) dinamikin konusunu ise hareket halinde bulunan cisimler (örneğin, bir köprü üzerindeki taşıt yükünün etkisi) dir. Ancak, ele alınan mekanominin dengen altındaki davranışlığı dikkate alınarak sert kısıtlı cisimler mekanığının ortak özellikleri ile ilgili olmayan teoremlerinden, örneğin denge koşullarını belirten teoremlerden yararlanılır.

b. Malzeme Mekanığı (Fizoloji): Mekanometin dengesel koşullara dayanan bir bilim dalıdır. İncelenen malzemenin özelliklerinin bilinmesi gerekligidinden mukavemet, malzeme deneme bilgisinden aside edilen homojlardan yararlanır. Malzeme mekanığı veya fizoloji olarak bilinen bu bilim dalı genel değiştirmeye ve kuvvet mekanizması ilişkilerini inceler ve bunun ortayaçırdığı sonuçlar ise mekanometin yararlandığı temel anlayışlar olarak kabul edilir.

c. Elastisite Teorisi: Herhangi bir mukavemetin genel değiştiren cisimlerin mekanığını ise de kesin yakınlıklarla problemin çözümü konusunda işlevler gerektirdiğinden çogu kez belirli esbillerde problemin çözümü konuyayaktır. Ancak, kesin analizler Elastisite Teorisini bagvurularak çözümlenir. Elastisite teorisi ise hiç bir özel hipotez kabul etmeden problemin matematiksel olarak çözümüdür.

d. Denel Elastisite: Mekanometin faydalandığı bilim dallarından biri olan Denel Elastisite model geliştirme konusunu dayanır. Denel elastisitede, karmaşık problemler model yardımı ve elçüm metodları yoluyla çözümlenir. Örneğin, çelik

malzeme (BTI) eniyet gerilmesi 1000 kg/cm^2 dir. Bu değer polik mälzeme üzerinde yapılan önce taneyleri esasında bulunan ve uygulandı kullanılmıştır.

1.3. Mühendislik Kriterleri

Her teknik dallında olduğu gibi mühendisliği de iki ana grupta ayırmak mümkündür:

- Elasto-Statik Denge** problemlerini kapsar.
- Elasto-Kinetik**: Yapı elementlerinin izhelli hareketlerinden doğan statik kuvvetlerin etkisini arşutlar. Bu da genel olarak enkaz mühendisliğine ilgiliendir.

1.4. Mühendislik Temel Kavramları ve İllüstrasyonları

1.4.1. Temel Kavramlar

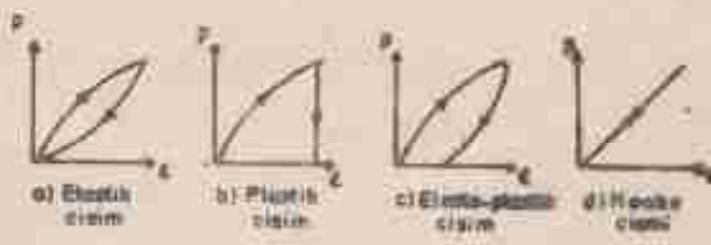
Mühendisliğin dayandığı temel illüstrasyonların gereğince anlaşılmaması için bazı kavramların açıklaması gereklidir. Bu kavramlar sırasıyla:

- Tam elastik
- Tam plastik
- Elasto-plastik
- Hooke olsam (Şekil Değiştirmes)

Eriti cisimlerde dış yükler etkisi altında şekil değiştirmeye malzeme cinsine göre değişiklik gösterir. Dış yüklerin enkazı: halinde şekil değiştirmenin durum malzeme özellikleri bakımından büyük önem taşır.

Dış yüklerin enkazı halinde şekil değiştirmeye izin veren gari dönüştürüyor bu tür cisimlere elastik cisim adı

verilir (Şekil 1.1. a). Akai durumda, düş yükün etkisi kalıktığın sona geltil degiştiremeysen kalırorsa bu tür cisimlere de plastik cisimler denir (Şekil 1.1. b). Yapılarında kullanılan tabii cisimler, genel olarak, bu iki ideal durum arasında bulunur. Yani düş etki altında, geltil degiştiremez bir cisim akciğerin diğer hizmet hizmetinde. Bu durumda cisimlere elasto-plastik cisim denir (Şekil 1.1. c). Diğer önemli bir unvanı Hooke hizmeti (geltil degiştireme) dur. Bu hizmete göre "kuvvet ile hizmete uyandır". Bu göre kuvvetteki geril degiştireme aracında doğrusal bir ilişkili vardır. Ancak, cismin Hooke hizmetine uyusması düş etki yönünden sınırlıdır. Bu sınır asılenco Hooke sınıfı (Şekil 1.1 d) özelligi kaybolur. Bu sınıra orantılık sınırı denilmektedir.



Şekil 1.1

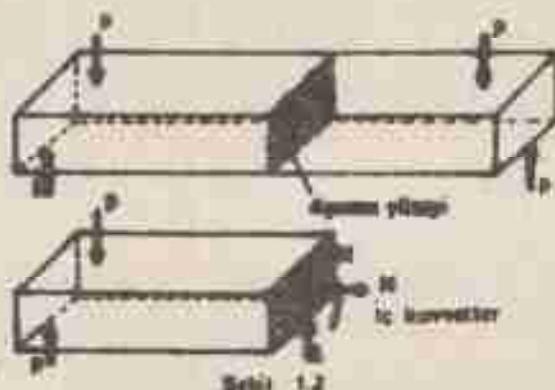
1.4.2. Temel İlkeler

1.4.2.1. Katalagmî İlkeli

Mukavemette, düş yükler etkisindeki cisimlerin geltil degiştirichten sonra riyitlegemeler kabul edilir. Bu durumda riyit cisimlerin statiginda olduğu gibi dengे şartlarından yararlanarak tepki ve iç kuvvetler tanımlanır. Böylece riyit cisimler statigini mukavemetle bağılayan bu ilkeye katalagmî (riyitlegme) ilkesi adı verilir.

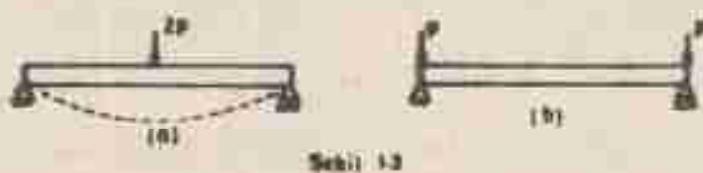
1.4.2.2. Ayırma İlkesi

Bir cisim hâvalı olarak iki parçaya ayıralım (Şekil 1.2). Ayırma yüzeylerine yani kesitlere iç kuvvetleri etkileştirmek suretiyle her bir parçanın dengesi statikte bilinen dengeler denklemeleri yardımıyla bulunur. Bu durumda ayrılan parçanın dengesini sağlayarak bu parça yerine bir cisim gibi ele alımbılır. Bu durumda ayırma ilkesi adı verilir.

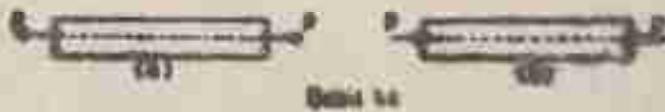


1.4.2.3. Eşdeğerlik İlkesi

Statikte geçerli olan eşdeğerlik, şekil değiştirmeden, nüzaketsizde geçerli değildir. Örneğin Şekil 1.3a'daki yüklemde şekil değiştirmeden olduğu halde statik yükden esdeğer olan Şekil 1.3b'de şekil değiştirmeden yoktur.



Aynı şekilde riyit cisimler noksasında kuvvet kayan bir vektor olduğunu halde muhakkemette bu durum doğrulanır. Ürnek'in Şekil 1.4a'da kuvvetler grubu umutmayla kalig-
ticikleri halde (geçersiz), 1.4b'de grubu umutluyla galigirlar
(basılışır).



Şekil 1.4

1.4.2.4. Saint-Venant İlkesi

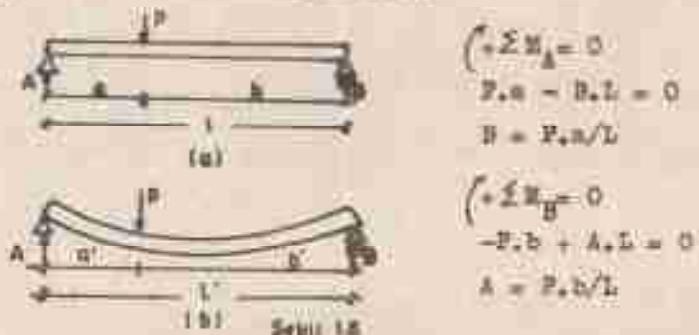
Statik egaşerliğinin getirdiği değiştirmen cinsimlerde iş-
goperli olabilmesi için gerekli koşul Saint-Venant ilkesi
adını alır. Bu da gerek statik değişimlik dar bir bölge içi-
nde hizlamlı ve gittikçe alıman noktalar bu bölgeden yeter-
derecede uzak bulunmalıdır. Şekil 1.5 de görüldüğü gibi
statik değişikliğin yapıldığı AB bölgesinde, uzak bir D
noktasında her iki yükleme durumundan yer değiştirmenin bir-
birine yakın olması için c/a değerinin $\sqrt{2}$, a değerinin
 $\sqrt{2}$ katı olması veya c/a nin $\sqrt{2}$ katı olması gereklidir. Bu halde
 $(r_1 - r_2)$ farklı ihmal edilecek kadar küçüktür.



Şekil 1.5

1.4.2.5. Birinci Mertebe Teorisi

Birçok halde, esaslılıkla teknik problemlerde, ilk durum ile şekil değiştirmiş durum arasındaki fark çok küçüktür. Bu nedenle denge denklemleri kurulurken ilk durum göz önüne alınır. Halkalı astilapma prensibinin göre şekil değiştirmiş durum alınmalıdır. Ancak elle edilen hesaplar yarımılık olmasız birlikte yaklaşıklığın düzeyi ihtiyaçları nesnelerin üzerindeki hizlarda. Örneğin şekil 1.6a'daki kirişte tepki kuvvetleri hesaplanırsa:



Cismi şekil değiştirdiği gerekçeline alınırsa (Şekil 1.6b) şöyle çözüm yoluya:

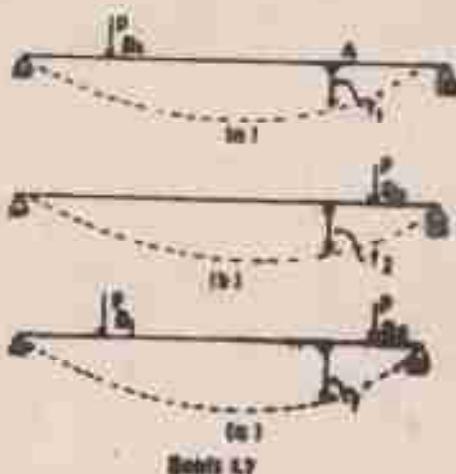
$$a' = \frac{P \cdot b'}{L} \quad \text{ve} \quad b' = \frac{P \cdot a'}{L} \quad \text{elde edilir.}$$

Buradaki ($a-a'$) ve ($b-b'$) farklıları ölçüksessiz ($a-a'$) ve ($b-b'$) farklıları da ölçüksessiz ($a-a'$) ve ($b-b'$) olmalıdır. Bu durumda $A'=A$ ve $B'=B$ olmasında bir sakince yoktur.

Yukarıda söz konusundaki bigimde hesaplar yapılarak yürütülen birinci mertebe teorisinde cismin şekil değiştirdiği ve yeni bir konus aldığı düşünülmekte, ancak bunun ilk durumda çok yakın olduğu kabul edilerek, denge denklemleri şekil değiştirmemiş durumda uygulanmaktadır.

1.4.2.6. Superpozisyon Kanunu

Bir elastik sistemin iki ayrı yüklemesini gözleme-
ne alalım:



Şekil 1.7

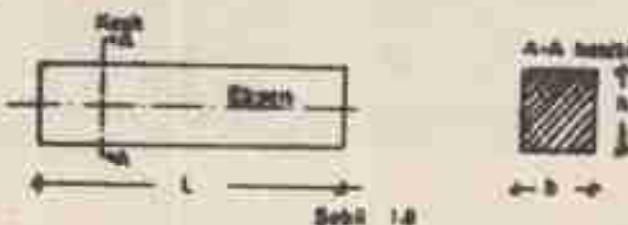
Sisteme sadece bir A noktası, birinci yüklemde f_1 ve ikinci yüklemde f_2 kadar yer değiştirebilir. Her iki yüklemnin birden yapıldığı durumda (Şekil 1.7c) ise aynı A noktası F kadar yer değiştirebilir. Eğer sisteme bu F yüklenme durumunda:

$$F = f_1 + f_2$$

gibi bir bağıntı varsa, burada "superpozisyon kanunu" geçer-
lidir denir. Superpozisyon kanunu geçerli olabilmesi için
şekil ve yer değiştirmelerin küçük olması ve cisimin Hooke
kanunuyla uygun bir şekilde şekil değiştirmesi gerekmektedir.
Superpozisyon kanonunun uygulandığı mekanik dalına Linear
(doğrusal) mekanik adı verilmektedir.

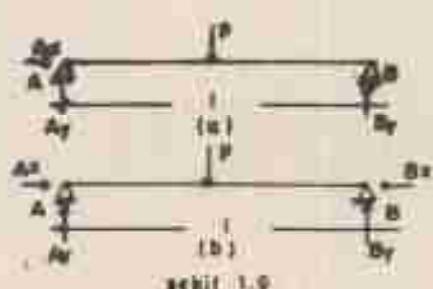
1.5. Qubuk Sistemler

Elementer mukavemette, nadirce qubuk sistemler incelemektedir. Qubuklar yada qubuk sistemler tek boyutlu inceleyici elementler veya sistemlerdir. Qubuklarda iki boyut üçüncü boyuta nisneden daha etkili olduğundan eksenleri ile gösterilirler. Bir qubukun belli olabilmesi için ekseninden başka en kesitinin ve boyunun bilinmesi gereklidir. Qubukun ekseni, en kesitlerin ağırlık merkezlerinin üzerinde bulunduğu bir eğridir. En kesit, eksene dik kesit olarak tanımlanır (Şekil 1.8).



Qubuk sistemlerini hessaplama yöntemlerine göre;

- Icostatik sistemler:** Statik belirli olan ve denge denklemleri ile çözülebilen sistemlerdir (Şekil 1.9a).
- Hiperstatik sistemler:** Statik belirli olmayan ve denge denklemleri ile çözülemeyen sistemlerdir (Şekil 1.9b).

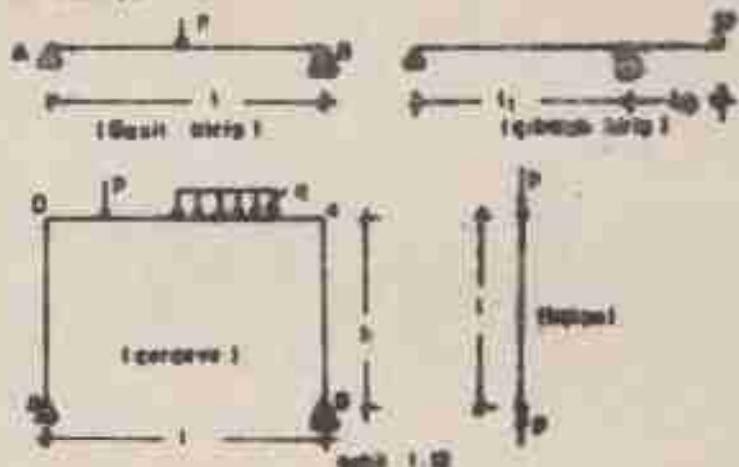


Bilinmeyen sayısalı 3'tür.

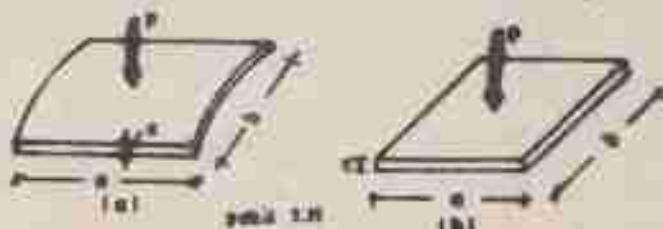
3 denge denklemi yazılırak
3 denklem elde edilir ve
çözsürlür (a). Bilinmeyen sayısalı 4'tür. 3 denge denklemi
yazılır. 4-3= 1° den hiper-
statik sistemdir (b).

Çubuk sistemler boyutlarına göre üç kisimda incelenir.

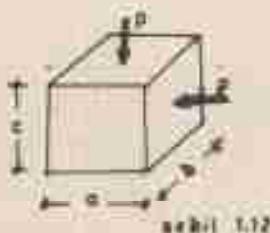
a) Prizmatik çubuklar: İki boyutu üçüncü boyuttuna nazaran küçük olan çubuklardır. Eksenleri ile gösterilirler. Örneğin basit kırıq, cıkmalı kırıq, kolon, çerçeve vs. (Şekil 1.10).



b) Tıpkıysız taşıyıcı sistemler: Bunlar plak veya kabuk diye adlandırılır. İki boyutu arasındaki fark üçüncü boyuttan çok az farklı ise bu sistemlere kabuk sistemler adı verilir (Şekil 1.11 a,b).



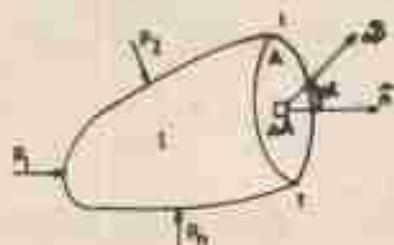
c) Üç boyutlu sistemler: Her üç boyutu da birbirine yakin olan sistemler denir. Blok cinim adı daılır (Şekil 1.12).



Şekil 1.12

1.6. Gerilme

İç kuvvet, genel olarak, nesnelerin yüzeyine dağılı bir haldedir. Yüzeye dağılı iç kuvvetin herhangi bir noktadaki dağılma şiddetini GERİLME terimiyle ifade edilir.



Şekildeki cismin $t-t$ yüzeyiyle sınırlılığını ve ΔA bölümünü incelediğimizi düşünelim. Nesnenin ΔA diferansiyel elemanına etki eden iç kuvvet ΔP olsun. Bu çevredekiler gerilmesi:

$$P = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta P}{\Delta A} \right)$$

şeklinde yazılır.

Gerilmenin boyutu kuvvet/alan olup doğu birim: kg/cm^2
veya kg/mm^2 ile ifade edilir.

Yüzeye A noktasında çizilen n normali ile P gerilme kuvvetinin arasındaki açı α olsun. Bu takdirde P gerilme kuvvetinin yüzeye dik olarak teşir eden bileşkesi $dN = P \cdot \cos \alpha$ ve yüzeye teşit olarak etki eden bileşkesi $dQ = P \cdot \sin \alpha$ olur.

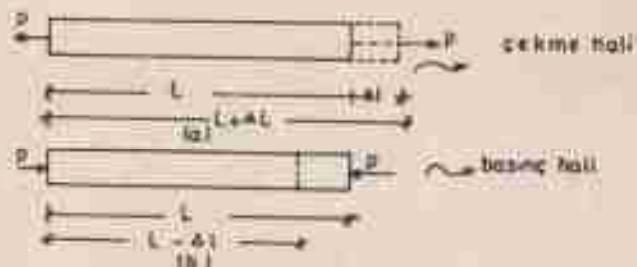


Tanitif gerekince;

- 1) $\mu = \frac{dS}{dA} = \frac{F \cdot \cos\theta}{dA}$ oranına "normal gerilme" denir,
(normal gerilme) etki ettiği yüzeyi geçmeye çalışıyordu
şareti (+), geçmeye çalışıyordu şareti (-) simbol edilir,
- 2) $\zeta = \frac{dS}{dA} = \frac{F \cdot \sin\theta}{dA}$ oranına "kayma gerilmesi" denir.

1.7. Şekil ve Yer Değiştirmen

a) Şekil değiştirmesi; Çubuklarda normal kuvvet etkisinde boy değişimi nedeni olur. Çekme halinde boy uzar, basınc halinde ise kısalsın olur. Şekildeki (a) çubukta görüldüğü gibi yüklenmeden önce çubukun boyu L iken yüklenmeden sonra ΔL kadar uzayarak $L + \Delta L$ kadar olmuştur. Aynı şekilde (b) de yüklenmeden önce çubuk boyu L iken yüklenmeden sonra ΔL kadar kısalarak $L - \Delta L$ kadar olmuştur.

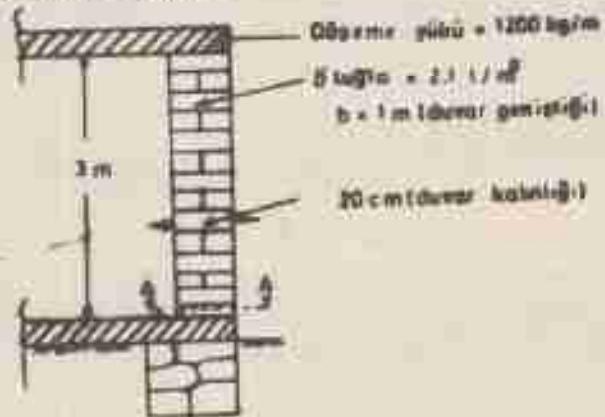


b) Yer değiştirmesi: Mati cisimlerin dış yükler etkisi altında ilk durumlarına muhafaza etmeye被迫ün yer değiştirir. Örneğin şekilde görülen sisteme C noktası yüklemeden önceki durumu gösterir. Yüklenmeden sonra C' konumuna gelir. Bu duruma yer değiştirmesi adı verilir. Ay yer değiştirmeye miktarını verir.



ÖRNEK PROBLEMLER

Örnek 1. Şekilde görülen tuğla duvarda A-A kesitinde olusan gerilmeyi hesaplayınız.



ÇÖZÜM

$$q_{doy} = 1200 \text{ kg/m}$$

$$q_{duv} = 3 \times 0.2 \times 2.1 = 1.26 \text{ t/m} = 1260 \text{ kg/m}$$

$$F_{doy} = q_{doy} \times b$$

$$F_{doy} = 1200 \times 1.0 = 1200 \text{ kg}$$

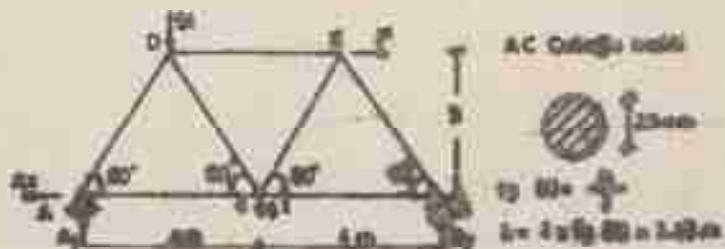
$$F_{duv} = 1260 \times 1.0 = 1260 \text{ kg}$$

A-B kesitine gelen toplam yük.

$$P = 1200 + 1260 = 2460 \text{ kg}$$

$$C = \frac{P}{A} = \frac{2460}{20 \times 100} = \frac{2460}{2000} = 1.23 \text{ kg/cm}^2$$

Örnek 2. Şekilde görülen tafes sisteme AC kabıgundaki çubuk kuvvetini ve gerilimini hesaplayınız.



Şekil 2.

Mənzərə resmiyolarının nüshası:

$$\begin{aligned}\sum F_x &= 0 & 2x2 + 2 \times 3.46 + 5x4 - 3y \cdot 8 &= 0 \\ && 8y &= 10 + 6.92 + 20 = 4.61 \text{ ton}\end{aligned}$$

$$\sum F_y = 0 \quad 3y = 5 - 5 + 4.61 = 0$$

$$3y = 10 - 4.61 = 5.39 \text{ ton}$$

$$\sum M_A = 0 \quad -Ax + 2 = 0 \quad \rightarrow \quad Ax = 2 \text{ ton}$$

A düzümlü:

$$\sum F_y = 0$$

$$5.39 = AD \cdot \cos 30 \approx 0$$

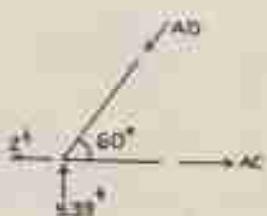
$$AD = \frac{5.39}{\cos 30} = 6.22 \text{ ton (Bölmə)}$$

$$\sum F_x = 0$$

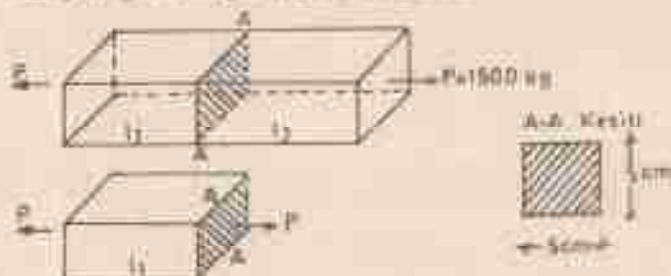
$$AC = 2 - 6.22 \cdot \cos 60 = 0$$

$$AC = 5.11 \text{ ton (Dekme)}$$

$$C = \frac{F}{A} = \frac{5110}{\pi \times 2.5^2 / 4} = 1041 \text{ kg/cm}^2$$



Örnek 3. Şekilde görülen prismatik cubukta A-A kesitinde olusan gerilimyi hesaplayınız.



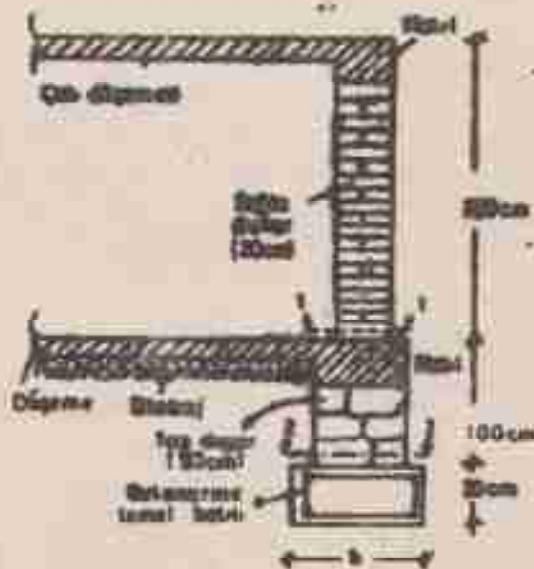
ÇÖZÜM:

Ayırma İlkesine göre: Sistemin net parçasının dengesi olması için A-A kesitinde P şiddetine bir kuvvet etki etmek sorundadır. Bu durumda A-A kesetine etki eden kuvvet 1500 N ve kenar uzunluğunu 25 cm^2 olduğunu göre;

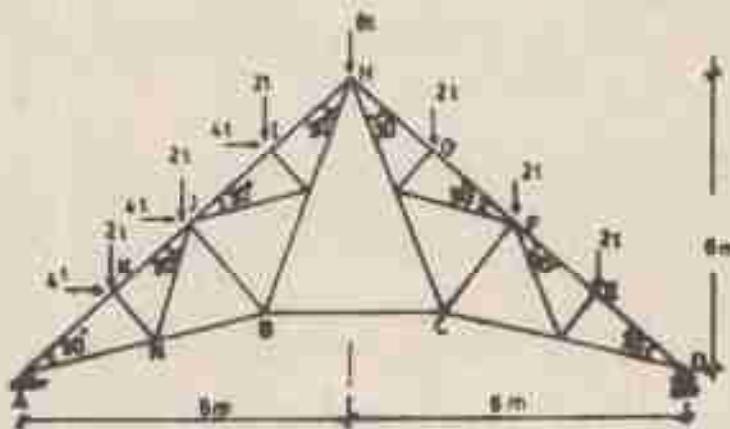
$$\sigma = \frac{P}{A} = \frac{1500}{25} = 60 \text{ kg/cm}^2$$

PROBLEMLER:

- Problem 1. Şekilde verilen yığma bir binanın pati-
lığından düşmenin oturduğu duvarın 1 m uzun-
luğundaki kısmının şebeke yayılı yük 2.5 ton/metre
dir. Tuğla duvarın (batıl dahil) yoğunluğu
 1700 kg/m^3 , taş duvarın (batıl dahil) yoğunluğu
 2000 kg/m^3 , betonarmeının yoğunluğu 2400 kg/m^3
olduğuna göre:
- 1-1 ve 2-2 kesitlerinde olusan basıncı geril-
melerini,
 - Zemin emniyet gerilmesi $\sigma_{\text{zem}} = 0,75 \text{ kg/cm}^2$
olarak verildiğine göre temel batılın geniş-
liğini bulucus.
- ($\sigma_{1-1} = 1.73 \text{ kg/cm}^2$, $\sigma_{2-2} = 0.89 \text{ kg/cm}^2$, $b = 66 \text{ cm}$)



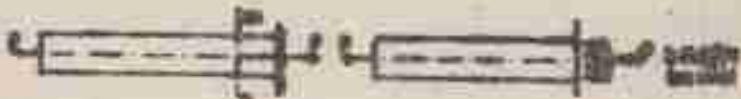
Problem 2. Şekilde görülen kafes kirişte BC çubukundaki
çubuk kuvvetini ve gerilimini hesaplayınız.
Çubuk genişliği 10 cm² dir.
(BC = 11.4 ton (çelme), $C_{BC} = 1140 \text{ kg/cm}^2$)



**2. KUVVET, İÇ KUVVET, KESİMET TİPLERİ ve
KİMLİKLERİN KESİMLERİNİN HESAPLANMASI**

2.1. Kuvvet ve İç Kuvvet

Bilindiği gibi kuvvet; bir cisimden diğer bir cisim üzerindeki etkisini temsil eder. Mükavemet problemlerinin çözümünde en çok, iç kuvvetlerin etkisiyle herhangi bir tıpkıyalı elemandan olğan iç kuvvetleri tayin etmektedir. İç kuvvetin nasıl meydana geldiğini anlatmak için Şekil 2.1 de verilen şenliği ele alalım.

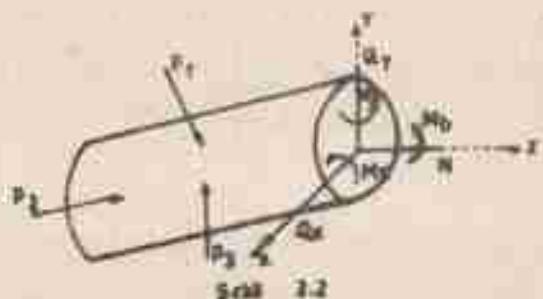


Şekil 2.1

Bir ucu sırada bağlı, diğer ucundan çekiilen bir grubuk düşünelim. Grubuk üzerindeki kesitini ele alınalım. Kesitin sol tarafı P kuvvetiyle çekilmektedir. Bu kesitin solundaki moleküller sağdakilerden kopmaya zorlanmaktadır. İki tarafındaki moleküller birbirine bağlı olduğundan bu kopmaya mümkünset göstermektedir. Yani sağdakiler, sağdakilerin P kuvvetinin aksine doğrultusunda çekmeye çalışmaktadır. Cisim dengede ise her iki tarafındaki P'ler eşit olmaktadır. İste P dış kuvvetinin etkisiyle meydana gelen bu kuvvetin iç kuvvet denir.

İç kuvvet, cismenin parçalarını belirten "ayrma yüzeyi" veya kesit alanından ayrı düşülmeler. Bu ayrılmış yüzeyinin her bir tarafına göre iç kuvvet belirli bir yön taşır.

Bir cisme dik eðen die yüklerden dolayý yukselme yüzeyinin ağırlık merkezinde olugacak iç kuvvetler şékil 2.2 de gösterilmiştir.



Kesite dik eðen kuvvette normal kuvvet denilir ve N ile gösterilir. Kesit üzerinde olugan momentler M_x , M_y momentleridir. Bu momentlere eğilme momenti adı verilir. Ayrice kesit üzerinde olugan Q_x ve Q_y bileşenlerine de izisme kuvveti denir. x doğrultusundan olugan momente burulma momenti adı verilir ve M_z ile gösterilir.

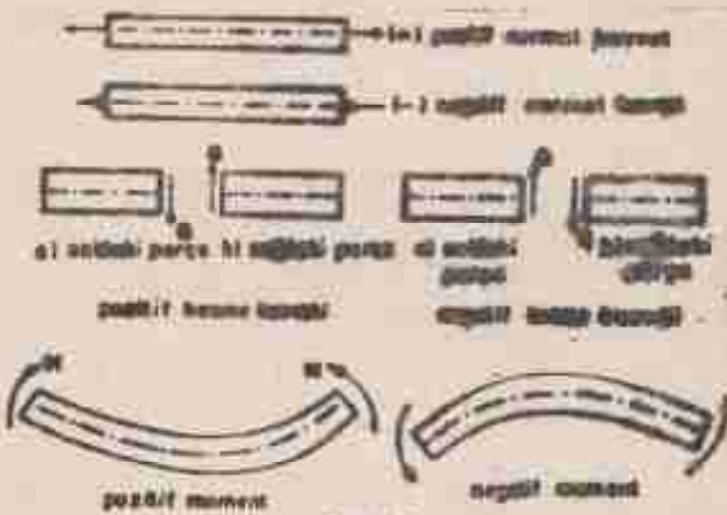
Büg kuvvetler ve cubuk ekmeni düşey bir düzlem üzerinde olması halinde sağ ve sol parçalarda olugacak iç kuvvetler şékil 2.3 de gösterilmiştir.



Şekil 2.3

Şekil 2,3 de görüldüğü gibi s-a konitinde konite dik bir normal kuvvet (N), konite paralel bir konne kuvveti (Q) ve bir moment (M) etki etmektedir.

Qubuklarda normal kuvvet, konne kuvveti ve eylem momenti için işaret tabulleri şekil 2,4 de gösterilmiştir. Şekilde görüldüğü gibi çökme etkinde normal kuvvetin işareti pozitif, basing halinde ise negatiftir.



Şekil 2,4

Konne kuvveti soldaki parçada ağız doğru olmasa halinde pozitif, yukarı doğru olmasa halinde ise negatiftir. Qubuk sistemlerde taşıyıcı elementin alt yüzeyinde uman, üst yüzeyinde basing etkisi gösteren momentin işaretti pozitif, aksa durumda ise momentin işaretti negatiftir.

2.2. Meşnet Şekilleri

İki cisim arasında irtibatı sağlayan elementlere meşnet adı verilir. Mühendislikte genelde kullanılan meşnet türleri:

- Sabit meşnet
- Hareketli meşnet
- Ankomstre meşnetlerdir.

Sabit mesnet, iki yönde (x ve y) yük taşıyan fakat moment taşımayan mesnet şeklidir (Şekil 2.5a).

Hareketli mesnet, sadece bir yönde (y) yük taşıyan ve moment taşımayan mesnet şeklidir (Şekil 2.5b).

Anımatre mesnet, iki yönde (x ve y) yük taşıyan, ayrıca moment taşıyan mesnet şeklidir (Şekil 2.5c).



Şekil 2.5

2.3. Kırıqlarda Kesit Temirlerinin Hesaplanması

Düslende ekmeni boyunca kuvvet ve moment etkisinde bulunan çubukların kırış adı verilir. Hukmavemette amacı dia yüklerden dolayı çubukta olusan iç kuvvetlerin belirlenmesi ve bu iç kuvvetlerden yararlanarak elemanların boyutlandırmağını saglamaktır. Bu haldede kesme kuvveti ve eğilme momentinin maksimum değerlerini belirlemek amacıyla kesitli mesnet ve yükleme şartları altında kesme kuvveti ve eğilme momentinin ne şekilde değiştiği incelenecektir.

Şekil 2.6 da kesitli şekillerde mesnetlenmiş kırıqlar gösterilmiştir. Bunlar:

a) Basit kırış: Bir ucu sabit, diğer ucu hareketli mesnet durumundan oluşan kırıqlardır (Şekil 2.6a).

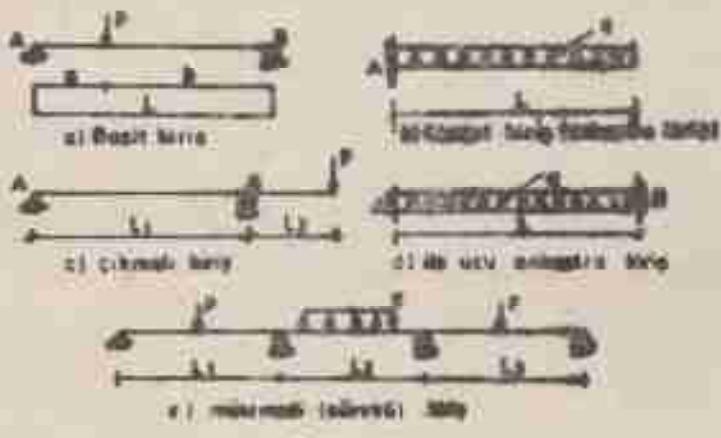
b) Komşul kırış: Bir ucu serbest, diğer ucu anımatre olan kırıqlardır (Şekil 2.6b).

c) Çökümlü kırık: Birinci sabit mesnet, ikinci hareketli mesnet ciğerler üzerinde kırığın ucu mesnetten aşağı yukarıda kırıqlardır (Şekil 2.6c).

d) İki ucu enkastre kırık: Her iki ucu enkastre olacak şekilde eliptik olarak kırıqlardır (Şekil 2.6d).

e) Hırtımadı kırık: 2 den fazla sabit ve hareketli mesnetlere oturan kırıqlardır (Şekil 2.6e).

Yukarıda bahsedilen kırıqlardan a, b ve c de belirtilen kırıqlar isostatik kırıqlar, d ve e de belirtilen kırıqlar ise hiperstatik kırıqlardır.



Şekil 2.6

2.3.1. Yüklemelerin Tipitleri

Düzenli yüklenen kırıqlarda basılıcak yüklenme şekilleri aşağıdaki şekilde ifade edilebilir.

a) Münferit (Tekil) yük: Bir nochtanın üzerine etki eden yüklerin münferit yük denir (Şekil 2.7).

b) Yayılı yük: Kırığın olduğu ucu, kırığın etki eden yükdür. Basınca düşgün yayılı taraflar da düşgün olmuyarak

degisir, a ile gosterilir. a birim boyu etki eden kuvvet
gunesidir (Şekil 2.7).



2.3.2. Kenar Kuvveti ve Eğilme Momenti

Düsey yahut bir sırıpta herhangi bir esittir olus-
an kenar kuvveti ve eğilme momentini bir örnekle açıkla-
yalımla:



Şekilde görülen basit kırık sınağından (Şekil 2.8)
yukarıda verilen kuvvetlerin etkileri, bu soruya denk gelmesi
məsələ təsvirlərini bəsəpləyəyləm.

$$\left(+ \sum M_A = 0 \right) \quad R_y - \frac{P_A}{L} \cdot L = 0 \\ R_y = \frac{P_A}{L} \quad \text{bulunur.}$$

$$\left(+ \sum F_x = 0 \right) \quad R_x = 0 \\ \left(+ \sum F_y = 0 \right) \quad R_y - P + R_y = 0 \\ R_y = \frac{P}{2} - \frac{P_A}{L} = \frac{PL - P_A}{L} \\ = \frac{P(l-a)}{L} \quad *$$

$D = a_1 = b$ yazılıcaz;

$$A_y = \frac{F_1 \cdot b}{L} \quad \text{elde edilir.}$$

Kırığın ağırlığını ihmal ederek o-e kesitinden kırığı iki parçaya ayıralım.



Soldaki parçayı gözönüne alarak denges denklemini uygulayarak N_x , N_y ve Q yu hesaplayalım.

$\sum F_x = 0 + N_x - 0 = 0$ bulunur. Yani kesitte dik etki eden bir kuvvet olmadığından normal kuvvet (N) sıfırdır.

$\sum F_y = 0$ yani y yönündeki kuvvetlerin toplamı sıfıra eşittirsek Q bulunur. Bulunan Q kırığın olusan kesme kuvvetini gösterir.

$$\sum F_y = 0 + A_y - Q = 0 \quad Q = A_y = \frac{F_1 b}{L}$$

elde edilir. Bu şekilde kesitte olusan kesme kuvveti bulunur. Kesme kuvvetinin (Q) işaretini pratik olarak şöyle ifade edilir. İncelenen parça bir yerinden bir gibi ilerleme edilir. Q bu parçayı saat yönünde çeviriyorsa pozitif aksa durumda negatif işaretlidir.

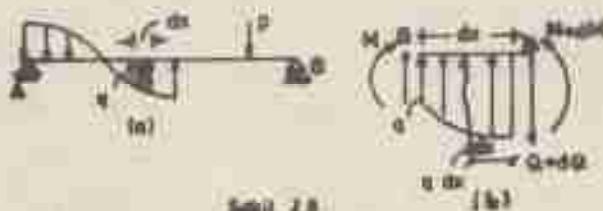
$\sum M_c = 0$ şartı yaxılarak kesitte olusan moment hesaplanır.

$$\sum M_c = 0 \quad A_y \cdot x - N = 0$$

$$N = A_y \cdot x = \frac{F_1 \cdot b}{L} \cdot x \quad \text{elde edilir.}$$

Elden edilen momente "eğilme momenti" adı verilir. Momentin işaretini ise, yük kırıcılarının üst kisimlarını kısaltma-ya, alt kisimları ise uzatmaya çalışıyorsa momentin işaretini positif, aksi durumda negatiftir.

2.3.3. Yük, Kuvvet ve Eğilme Momenti Arasındaki Bağıntılar



Şekil 2.5

Şekilde görülen kırışın dx uzunluğundaki kısının büyütülmüş halı Şekil 2.5b de gösterilmiştir. Parçanın solundaki konne kuvveti Q ve eğilme momenti M dir. Üstün-ince es farklı değerlerden olmak üzere $Q + dQ$ ve $M + dM$ dir.

Statik dengе denklemleri Şekil 2.5b için yazılıyor olursa:

$$\begin{aligned} \sum F_y &= 0 \quad Q - (Q + dQ) + q \cdot dx = 0 \\ dQ &= q \cdot dx \\ q &= \frac{dQ}{dx} \end{aligned} \quad (1)$$

İfadeleri elde edilir.

$$\begin{aligned} \sum M_B &= 0 \quad M - (M + dM) + q \cdot dx + q \cdot dx \cdot \frac{dx}{2} = 0 \\ dM &= q \cdot dx + \frac{1}{2} q(dx)^2 \end{aligned}$$

$\frac{1}{2} q(dx)^2$ diferansiyelin karesi olduğundan ihmal edilebilir. Bu durumda:

$$dM = Q + dx$$

$$Q = \frac{dM}{dx} \quad (2)$$

İfadesi elde edilir.

(1) denkleminin integrali alınır:

$$dQ = q + dx \quad Q_2 - Q_1 = \int_{x_1}^{x_2} q + dx \quad q + dx \text{ işik alanını ifade eder.}$$

$$Q_2 - Q_1 = \Delta V \quad \text{yük diyagramı alanını verdir.}$$

(2) denkleminin integrali alınır:

$$dM = Q + dx + \int_{x_1}^{x_2} M dx = \int_{x_1}^{x_2} q + dx$$

$$M_2 - M_1 = M \cdot \text{Kesme kuvveti diyagramı alanı.}$$

Bu ifade kesme kuvveti diyagramı alanının moment değerini verdigini göstermektedir.

(1) ve (2) denklemleri aynı zamanda diyagram eğimlerini göstermektedir.

$$q = \frac{dq}{dx} \quad \text{Kesme kuvveti diyagramının eğimini,}$$

$$Q = \frac{dM}{dx} \quad \text{Moment diyagramının eğimini göstermektedir.}$$

(2) denkleminden görüleceği gibi momentin x^2 'e göre türevi kesme kuvveti denklemini vermektedir. Örneğin: $M = x^2$ ise $Q = 2x$ dir.

(+) eğim :↗ ekinde düşünceselidir.

(-) eğim :↖

2.3.4. Kesme Kuvveti ve Eğilme Momentlerinin Hesabı ve Çizimleri

Bu bölümde kesme kuvveti ve eğilme momenti diyagramlarının çizimi konusunu metodik olarak inceleyecektir. Konunun daha açık bir şekilde anlaşılması için basitten başlayarak örneklerle aşağıda gösterilmiştir.

Örnek 1. Geçerleme yüklemeye durumu verilen basit kirişte kesme kuvveti ve eğilme momenti diyagramlarını çiziniz.



Öğün aşamaları aşağıdaki şekilde olacaktır. Dikkat edilecek numur kuvvet değişimini olan her aralıkta kesit alınanın unutulmamasıdır.

1) Önce sənət topxılıri həmplanırıq.

$$\text{(+2M}_A = 0 \rightarrow P \cdot \frac{L}{2} - B_y \cdot L = 0 \rightarrow B_y = \frac{P}{2}$$

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0 = A_y - P + B_y = 0 \rightarrow A_y = \frac{P}{2}$$

2) A-C arasında kiriş həyali olaraq A dan x usulüktə kesilir ve simrlar yazılır. Soldakı parçaya etki eden kuvvetler göstərinə alınıarak dengə denkleməri yazılırmış.

0 < x < L/2 aralığı;

$$\begin{array}{l}
 \text{Diagram: A horizontal beam segment from } x=0 \text{ to } x=L/2. At } x=0, \text{ there is a fixed support reaction } R_y = -\frac{P}{2} \text{ pointing up, and a clockwise moment } M_0. \\
 \text{At } x=L/2, \text{ there is a roller support reaction } Q_x \text{ pointing up, and a clockwise moment } M_0. \\
 \text{Free body diagram: The beam segment from } x=0 \text{ to } x=L/2. \\
 \text{Equations: } \\
 \sum F_x = 0 \Rightarrow R_y + Q_x = 0 \Rightarrow -\frac{P}{2} + Q_x = 0 \Rightarrow Q_x = \frac{P}{2} \\
 \sum M_x = 0 \Rightarrow M_0 + \frac{P}{2}x - Q_x \cdot \frac{L}{2} = 0 \Rightarrow M_0 + \frac{P}{2}x - \frac{P}{2} \cdot \frac{L}{2} = 0 \Rightarrow M_0 = \frac{PL}{4} - \frac{Px}{2}
 \end{array}$$

Gördüğü gibi R_y ve Q_x x'ye bağlı olmasından dolayı, moment ies x'e bağlı olarak değişmektedir. O halde emirler moment denklemi için uygunluksız $x=0$ ve $x=\frac{L}{2}$ için momentler bulunacaktır.

$$\begin{aligned}
 M_x &= \frac{P}{2}x + M_0 \quad x=0 \Rightarrow M_0 = 0 \\
 x=L/2 \Rightarrow M_x &= \frac{P}{2}x + \frac{PL}{4} = \frac{PL}{4} \quad \text{oldu adılır.}
 \end{aligned}$$

3) 0 < x < L aralığındaki bir kesit olarak synt şartları uygulanır ve sınırlar yazılır:

L/2 < x < L aralığı;

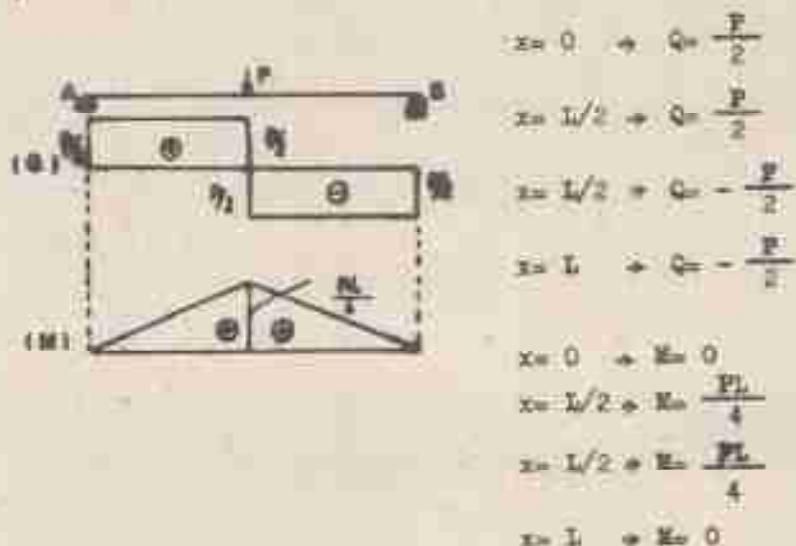
$$\begin{array}{l}
 \text{Diagram: A horizontal beam segment from } x=L/2 \text{ to } x=L. At } x=L/2, \text{ there is a roller support reaction } Q_x \text{ pointing up, and a clockwise moment } M_0. \\
 \text{At } x=L, \text{ there is a fixed support reaction } R_y = -\frac{P}{2} \text{ pointing up, and a clockwise moment } M_0. \\
 \text{Free body diagram: The beam segment from } x=L/2 \text{ to } x=L. \\
 \text{Equations: } \\
 \sum F_x = 0 \Rightarrow R_y + Q_x = 0 \Rightarrow -\frac{P}{2} + Q_x = 0 \Rightarrow Q_x = \frac{P}{2} \\
 \sum M_x = 0 \Rightarrow M_0 + \frac{P}{2}(x-L) - Q_x \cdot \frac{L}{2} = 0 \Rightarrow M_0 + \frac{P}{2}(x-L) - \frac{P}{2} \cdot \frac{L}{2} = 0 \Rightarrow M_0 = \frac{PL}{4} - \frac{Px}{2}
 \end{array}$$

$$M_x = -\frac{P}{2}x - Px + \frac{PL}{2} = -\frac{Px}{2} + \frac{PL}{2}$$

$$x = \frac{L}{2} \Rightarrow M_x = \frac{PL}{4} + \frac{PL}{2} = \frac{3PL}{4}$$

$$x = L \Rightarrow M_x = \frac{PL}{2} + \frac{PL}{2} = 0 \text{ bulunur.}$$

4) Konus kurveti ve eğilme momenti diyagramlarını çizelim.



Örnek 2. Şekilde yükleme durumu verilen konsol kirişte konus kurveti ve eğilme momenti diyagramlarını çiziniz.



1) Konstat teşkilatının bulunması:

$$\rightarrow \sum F_x = 0 \Rightarrow A_x = 0$$

$$\rightarrow \sum F_y = 0 \Rightarrow A_y - q \cdot L = 0 \Rightarrow A_y = qL$$

$$\rightarrow \sum M_A = 0 \Rightarrow -M_A + q \cdot L \cdot \frac{L}{2} = 0 \Rightarrow M_A = \frac{qL^2}{2}$$

2) A-B arasındaki mevcutteki kayalı olumsuz iki parçaya ayrıyalım. oynakları:



$$\rightarrow \sum F_x = 0 \Rightarrow M_x = 0$$

$$\rightarrow \sum F_y = 0 \Rightarrow -Q - qx + qL = 0$$

$$Q = qL - qx$$

$$x = 0 \Rightarrow Q = qL$$

$$x = L \Rightarrow Q = 0$$

$$\rightarrow \sum M_x = 0 \Rightarrow -M_x - qx + \frac{x}{2} + qL \cdot x -$$

$$\frac{qL^2}{2} = 0$$

$$M_x = qL \cdot x - \frac{qx^2}{2} = qL^2/2$$

$$x = 0 \Rightarrow M_x = qL^2/2$$

$$x = L \Rightarrow M_x = qL \cdot L - \frac{qL^2}{2} = \frac{qL^2}{2} = 0$$

3) Konstant kuvvetli ve eğilme momentli diyagramlarının çizilmesi.



$$Q = qL - qx$$

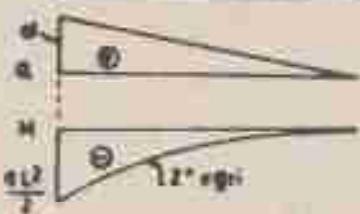
$$x = 0 \Rightarrow Q = qL$$

$$x = L \Rightarrow Q = 0$$

$$M_x = qL \cdot x - \frac{qx^2}{2} = \frac{qL^2}{2}$$

$$x = 0 \Rightarrow M_x = \frac{qL^2}{2}$$

$$x = L \Rightarrow M_x = 0$$



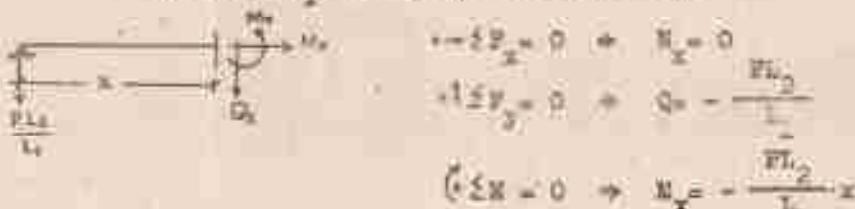
Sorun 1. Şekilde yüklemeye durumda verilen çubuklarda
kirişte geçen kuvveti ve eğilme momenti diyagramını çiziniz.



1) Motor tepsilerinin bulunması:

$$\begin{aligned} \sum M_A &= 0 \Rightarrow -B_x \cdot L_1 + P(L_1 + L_2) = 0 \Rightarrow B_x = \frac{P(L_1 + L_2)}{L_1} \\ \sum F_y &= 0 \Rightarrow -B_y + \frac{P(L_2)}{L_2} = P = 0 \\ B_y &= \frac{PL_1}{L_1} + \frac{PL_2}{L_2} = P = 0 \\ B_y &= \frac{PL_2}{L_1} \end{aligned}$$

2) $0 < x < L_1$ aralığında kuvvet analizi.



$$x = 0 \Rightarrow M_x = 0$$

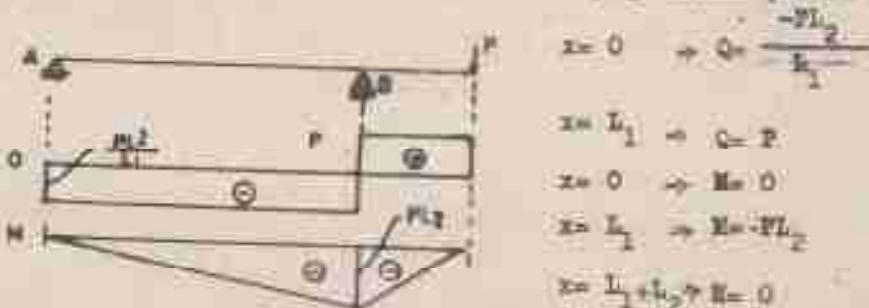
$$x = L_1 \Rightarrow M_x = -P \cdot L_2$$

3) $L_1 < x < (L_1 + L_2)$



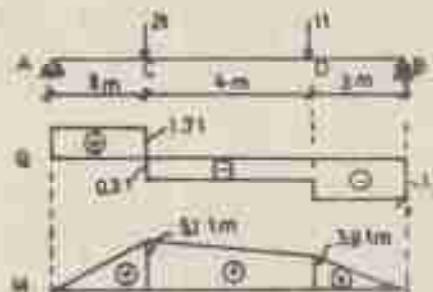
$$\begin{aligned} \rightarrow \sum F_x &= 0 \Rightarrow M_x = 0 \\ \rightarrow \sum F_y &= 0 \Rightarrow -\frac{PL_2}{L_1} - \frac{P(L_1+L_2)}{L_2} - Q_x = 0 \\ Q_x &= -\frac{PL_2}{L_1} + \frac{PL_1}{L_1} + \frac{PL_2}{L_1} \\ Q_x &= P \\ (\rightarrow \sum M_x &= 0 \Rightarrow -\frac{PL_2}{L_1} \cdot x + \frac{P(L_1+L_2)}{L_2} (x-L_1) - M_x = 0 \\ M_x &= \frac{P(L_1+L_2)}{L_2} (x-L_1) - \frac{PL_2}{L_1} \cdot x \\ x = L_1 &\Rightarrow M_x = -PL_2 \\ x = (L_1+L_2) &\Rightarrow M_x = \frac{P(L_1+L_2)}{L_2} (L_1+L_2-L_1) - \frac{PL_2}{L_1} (L_1+L_2) \\ M_x &= \frac{PL_2}{L_1} - \frac{PL_2}{L_1} (L_1+L_2) = 0 \end{aligned}$$

4) Tesme kurveti ve moment diyagramının çizimi



ÖRNEK 4. Geçerlide yükseltme durumlarında verilen hizmet kırıktı tane
kuvveti ve eğilme momenti diyagramının çizimini.

a) Hesaplı teşkilatı bulunur.



$$\sum M_A = 0 \Rightarrow 2x3 + 1x7 - Q_y \cdot 10 = 0$$

$$Q_y = 1.3 \text{ ton}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow 1.7 - 2 - 1 + Q_y = 0$$

$$Q_y = 1.7 \text{ ton}$$

b) Kuvvet dağılımını olan noktalardan önce ve sonra kırık
yapılarak kırıktı iç kuvvetler bulunur.

$0 \leq x \leq 3$ (AC aralığı)

$$\begin{array}{l} \sum F_y = 0 \Rightarrow 1.7 - Q_x = 0 \quad Q_x = 1.7 \text{ ton} \\ \sum M_A = 0 \Rightarrow 1.7x - M_x = 0 \quad M_x = 1.7x \end{array}$$

$$(x=0 \quad M=0)$$

$$(x=3 \quad M=5.1 \text{ ton})$$

$3 \leq x \leq 7$ (CD aralığı)

$$\begin{array}{l} \sum F_y = 0 \Rightarrow 1.7 - 2 - Q_x = 0 \quad Q_x = -0.3 \text{ ton} \\ \sum M_A = 0 \Rightarrow 1.7x - 2(x-3) - M_x = 0 \end{array}$$

$$M_x = -0.3x + 6 \quad (x=3 \quad M=5.1 \text{ ton})$$

$$(x=7 \quad M=3.9 \text{ ton})$$

$7 \leq x \leq 10$ (DB aralığı)

$$\begin{array}{l} \sum F_y = 0 \Rightarrow 1.7 - 2(x-7) - 1 - Q_x = 0 \quad Q_x = 1.3 \text{ ton} \\ \sum M_A = 0 \Rightarrow 1.7x - 2(x-3) - 1(x-7) - M_x = 0 \end{array}$$

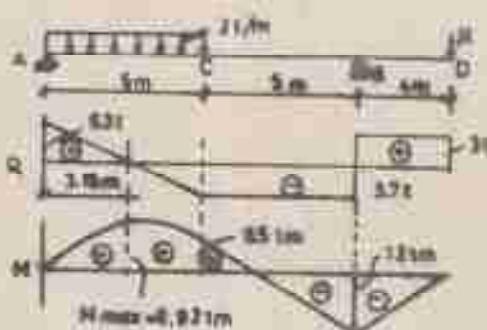
$$M_x = -1.3x + 13 \quad (x=7 \quad M=3.9 \text{ ton})$$

$$(x=10 \quad M=0)$$

c) Kenar tımarlarının çizimini

Cizim şekli verinde gösterilmiştir.

Übung 5. Gerilide yüklene durumu verilen şemasız kirişte
kenar kuvveti ve eğilme momeni diyagramlarını
ciziniz.



$$\begin{aligned} \text{a) Kenar tımarları bulunur.} \\ (\sum M_A = 0 \quad (2x5) \cdot 2,5 - R_y \cdot 10 + 3 \cdot 14 = 0) \\ R_y = 6,7 \text{ ton} \\ \sum F_y = 0 \quad R_y - (2x5) + 6,7 - 3 = 0 \\ R_y = 5,1 \text{ ton} \end{aligned}$$

b) Kenar alarak iş kuvvetleri bulunur.

$0 \leq x \leq 5$ (AB aralığı)

$$\begin{aligned} \text{Kuvvet şeması:} & \quad \sum F_y = 0 + 6,3 - 2x - Q_x = 0 \\ & \quad Q_x = -2x + 6,3 \quad (x=0 \quad Q=6,3 \text{ ton}) \\ & \quad (x=5 \quad Q=-3,7 \text{ ton}) \\ (\sum M_x = 0 + 6,3x - 2x \cdot \frac{x}{2} - M_x = 0) & \quad M_x = -x^2 + 6,3x \quad (x=0 \quad M=0) \\ & \quad (x=5 \quad M=6,3 \text{ ton}) \end{aligned}$$

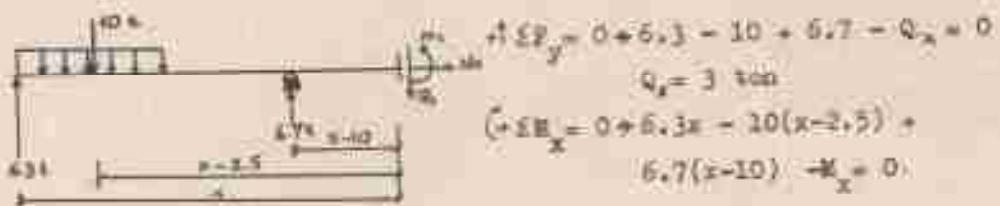
Kenar kuvvetinin 0 olduğu yerde moment max. olmaktadır.

$$-2x + 6,3 = 0 \Rightarrow x = 3,15 \Rightarrow M_{\max} = -(3,15)^2 + 6,3(3,15) = 9,92 \text{ tm}$$

$5 \leq x \leq 10$ (BC aralığı)

$$\begin{aligned} \text{Kuvvet şeması:} & \quad \sum F_y = 0 + 6,3 - 10 - Q_x = 0 \\ & \quad Q_x = -3,7 \text{ ton} \\ (\sum M_x = 0 + 6,3x - 10(x-2,5) - M_x = 0) & \quad M_x = -3,7x + 25 \quad (x=5 \quad M=6,3 \text{ tm}) \\ & \quad (x=10 \quad M= -12 \text{ tm}) \end{aligned}$$

$10 \leq x \leq 14$ (BD aralığı)

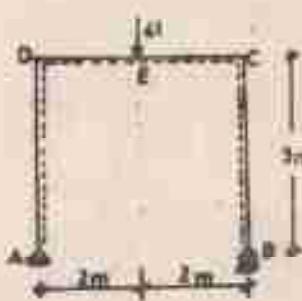


$$\begin{aligned} N_x &= 3x - 42 \quad (x = 10 \Rightarrow N_x = -12 \text{ ton}) \\ (x = 14 \Rightarrow N_x &= 0) \end{aligned}$$

c) Esasit tesirleri şekil üzerinde gösterilmiştir.

Örnek 6. Şekilde görülen çarçevede normal kuvvet,啄nos kuvveti ve eğilme momenti diyagramlarını çiziniz.

a) Meşnet tepkileri bulunur.



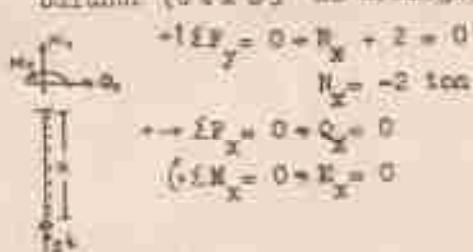
$$(\leftarrow \sum M_B = 0 + 4 \times 2 - R_y \times 4 = 0)$$

$$R_y = 2 \text{ ton},$$

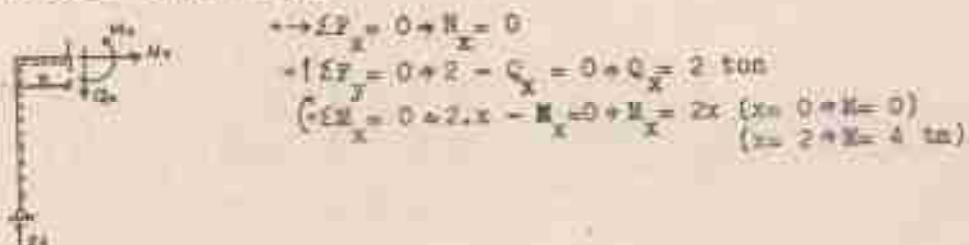
$$\uparrow \sum F_y = 0 + R_y + 4 + 2 = 0$$

$$R_y = 2 \text{ ton}$$

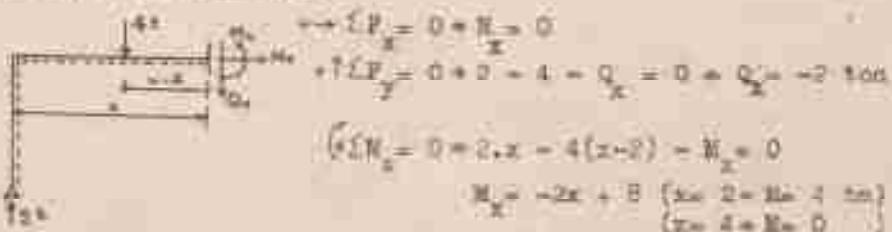
b) Esasit olarak iç kuvvetler bulunur ($0 \leq x \leq 3$ AD aralığı)



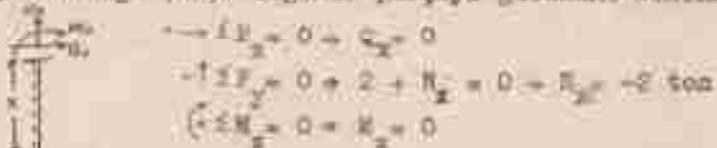
$0 \leq x \leq 2$ (DE aralığı)



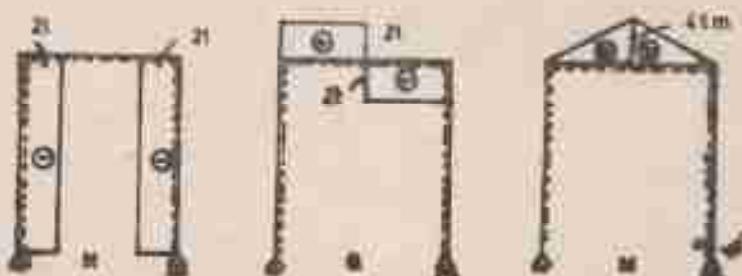
2.6x6.4 (EC armatigi)



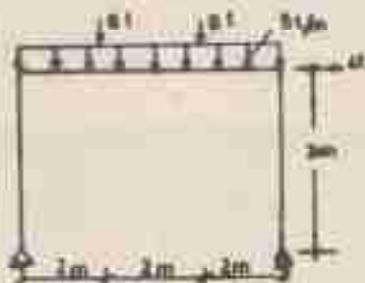
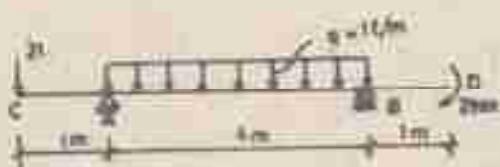
0.6x6.3 armatigi (OB); Sadece parçaya gelenine nisbetin.



c) Esit tensileerinin yarimini



PROBLEMLER: Aşağıda yüklem durumları verilen kiriş ve çerçevede normal kuvvet, emme kuvveti ve eşiine momenti diyagramlarını çiziniz.



3. MATİ CİSİMLERİN MECMİİ İÇ YAPISI

3.1. Matı Cisimlerin İç Yapısı

Makroevrenin nüüm dali, yapı elementlerini boyutlandırdıktan sonra külâlikliği makromenin özelliklerini yakından tanımağa devam ederdir. Özellikler, gün ışığında davranışlarıyla ilgili mekanik özellikler konusunda yakından ilgilendirir. Cisimlerin mekanik özelliklerini nisanla iç yapısına baglıdır.

Cisimlerin iç yapıları tekniğinden çok farklılıklar gösterirler. Buna göre birlikte, genellikle bütün cisimleri iki ana kümeye ayırmak mümkündür.

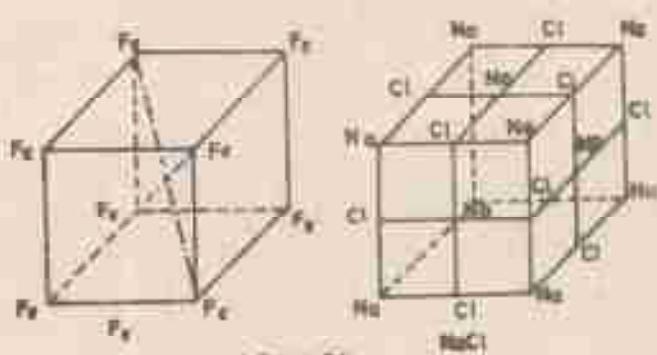
- Geometrik yapı (Anomif yapı)
- Geometri yapı (Kristal yapı)

Geometrik yapıya sahip cisimlerde, atom ve moleküllerin diziliğinde bir düzen yoktur (caos).

Kristal hâlyede ise; atom ve moleküllerin diziliği bir kurala göre olur. Bu kurala belirli düzlemler neş aynı karakterde olup gecece düzlemleri de aynı tegür. Atomlar arasındaki sabit mesafeyi de gecece ıraklısı adı verilir. Geçer J.1 de örnek olarak demir-kristalli ve inşa tuzu gösterilmiştir.

İç yapının geometri veya geometrisiz olmasına göre cisimlerin ait özelliklerde de isotropi (uniformite) veya anizotropi söz konusudur. Bazi soydan ve amorf cisimler optik yandan isotropik bir davranış gösterdikleri halde yük altında bu optik özellikler anizotropik hale döner. Gas ve buğum plastik cisimlerin bu geçici anizotropik özelliklerinden yarar-

İçin çok iç kırıltıların ölçülmeli olmaktadır. Denel elasti-
citezin bu dairesine foto-elastisite adı verilir.



Şekil 2)

İç yapının bu iki esasından ayrı olarak bileşik
bunya adı verilen bir üçgenel esaslı vardır. Çok küçük kri-
stallerin gelişip güzel dağılımı ve tek bir yağın gibi tutan
bağlayıcı bir madde vardır. Çelik buna örnek olarak göste-
rilebilir.

Bileşik bunuya bir diğer örnek de ahşap alınsabı-
lir. Bünyesindeki ince kristaller régenneli bir madde ile
birbirine yapışmıştır. Bu kristaller belirli bir çizgi
boyunca dizilerek lifleri meydana getirmiştirlerdir. Ahşabın lif-
leri doğrultusundaki mekanik özelliklerini, num dikkatlu-
dakinden çok farklıdır.

Cisimlerin iç binyelerinin çok karmaşık olması
nedeniyle mekanik özelliklerin teorini tekrar olmak değil,
fakat müzene üzerinde yapılmak denemelerle mümkün olur. Bö-
lgese iç binyesiz fiziki sıvılar gerine, bütün makroskopik
ve ölçülebilir mabde verileriyle yatanılmak gereklidir.

Bunun böyle olmasında neden bir çok maddelerin özellikleri, kristallerin molekülleri arasındaki elemanlar kuvvet kurallarına baglılığından kaynaklıdır. Örneğin kristallerdeki kopma ve yayılımın mekanizmları teorik yollarla解释 edilememektedir.



İki molekül (A, B) arasındaki P kuvveti r aralığının bir fonksiyonudur. Yani $P=f(r)$ dir.

Moleküller arasındaki mesafe r_0 ise iki molekül arasında ne itme ne de çekme (dengeli hale), fakat $r > r_0$ ise çekici, aksi hale ise yani $r < r_0$ ise itici kuvvet doğar.

Coulomb, Newton türü kuvvet kanunularından kaylı farklılık olup, moleküller arası baş kuvvetinin P_{\max} ehti bir değere sahip olmasıdır. Dış etkiler bunu doğal kohezyon (kopmaya-ayrılmasına karşı direnç) yenilmekte ve cisim parçaları ayrılmaktadır. Ancak, cisimde kırılma veya plastik hale geçer daima bir kohezyonun yenilmesini bağlı değildir. Enerjisi de rolü büyükterdir.

Moleküller arası kuvvet kanunu belli olan kristallerde çekme mukavemeti teorik yollarla解释 edilemeyecektir, daha uruncu bir süre malzeme deneylerinden elde olunan sonuçlarla yetinmek sorundadır.

3.2. Malzeme Özelliklerinin Deney Yoluyla Belirlenmesi

Özimelerin mekanik özelliklerinin belirlenmesi için malzeme üzerinde çeşitli deneyler yapılır. Bu deneyler iki türdür:

a) Statik denemeler: Özimi etkileyen kuvvetler yavaş yavaş artırılır ve yum değışimi altında değışim incelenir. Statik denemeler için birbirinden farklı en az iki örnek üzerinde deneme yapılır.

b) Dinamik denemeler: Dış etkilerin hızla değişiminin söz konusu olduğu deneme şeklidir. Dinamik denemelerde en az üç örnek üzerinde deneme yapılır.

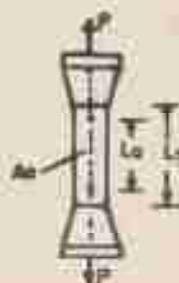
Tüm bu denemelerde standartlarda belirtilen şekilde denemeler yapılır.

3.3. Çekme Deneyi

Statik denemeler arasında çekme deneyi özel bir yer tutar. Çekme deneyinin amacı malzemenin mekanik özelliklerini belirkonsektir.

Standart çekme çubuğu üzerinde yapılan bir çekme deneyinde;

A_0 ilk kesit ve L_0 ilk uzunluk olsun. P kuvveti altında aynı değerler A_1 ve L_1 olsun. Buna göre:

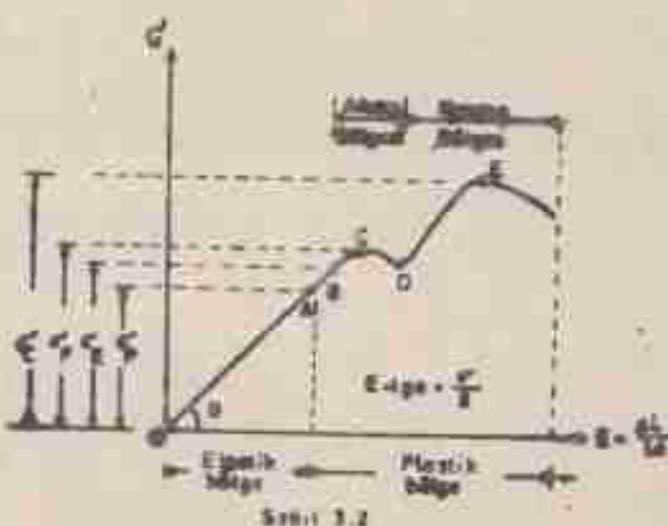


$$\xi = \frac{L_1 - L_0}{L_0} = \frac{\Delta L}{L_0}$$

$$\text{ve} \quad \sigma = \frac{P}{A_0}$$

- A_0 : İlk kesit
 L_0 : İmminden sonraki uzunluk
 L_0' : İlk uzunluk
 ε : Uzama sıklığı
 σ : Gerilme
 P : Uygulanan kuvvet

değerleri konulup, Değişik P değerleri için elde edilen ε ve σ dan yararlanarak şema diyagramı çizilir (Şekil 3.2).



Şekil 3.2

- a) Orantılılık Sınırı: OA doğrusunda usam ile gerilme orantılı olmak artmaktadır. Bu artıg belirli bir gerilmeye (ε_p) kadar devam eder. Bu sınıra orantılılık sınırı denir. Hooke imamı bu sınırda geçerlidir ve bu doğrultan etkin malzemelerin elastisite modülünü verir. Qelik ligin bu sınır $\varepsilon_p = 2000 \text{ kg/cm}^2$ dir.

b) Elastisite Sınırı: A dayatılabilecek en yüksek gerilme ile 0-2 aralığında umumîde birer eritiği ve gevşirmesi ile umumî aranmada ilgikinin yanı doğrudan elde edilenir. 0 noktasına kadar malzeme için elastik sınır bulunmaktadır. Bu sınıra elastisite sınırı denir ve çelik için $E_y = 2100 \text{ kg/cm}^2$ dir. Geliste $E_y > E_p$ olmasının rağmen elastilik sınırlara çok yakın olması nedeniyle差别找不到

$E_p = 2100 \text{ kg/cm}^2$ dir. Geliste $E_y > E_p$ olmasının rağmen elastilik sınırlara çok yakın olması nedeniyle差别找不到

c) Aksa Sınırı: Eğer yüz eksenin artıralırmak için değiştirdiğinde işe gerilme aralığındaki ilişkisi doğrultulukten çıkar. Burada C noktasıdan sonra da umumîde devam ettiğidir. Bu durumda aksa sınırı denir. E_p ile gösterilir ve çelik için aksa gerilmesi $E_p = 2400 \text{ kg/cm}^2$ dir. Bu sınırda deney grubu üzerinde Lüders-Hartmann çizgileri adı verilen ve büyüteçle görülebilen çökme doğrultusuna göre eğimi yaklaşık $\pm 45^\circ$ bir tane çizgiler görüllür. $\pm 45^\circ$ eğim maketin kayma gerilmesi doğrultusunu göstermektedir (Şekil 3.3).



Şekil 3.3

Aksa sınırlarına ulaşan çelikte bütün kalıtı mehil değişimleri görülmektedir. Aksa sınırı çelik için çok karsılıklıdır. Ancak her cinsinde bu sınıra rastlanır. Böyle malzemelerde teorik olarak aksa noktası, çelikin umumîde 0.002 degerine eritiği sınır olarak kabul edilmektedir (Şekil 3.4)



d) Çekme Hukmavatı: Akce bulgusundan sonra gerilim maksimum bir deere ulaşır. Çekme gerilmesi ($\epsilon_c = \epsilon_{max}$) olarak ifade edilir ve malzemenin en büyük gerilmesidir. Yüksek mukavemetli çelikte 17000 kg/cm^2 dir. Bu sinir aşılığında gerilmede düşme görülür. Buranın sebebi yanlı darralmaların artması ve bir yere yağılmasına (bükülme). Bükümler çubukun kopumasına neden olur. Darrulan kesit mevcut yükü taşıdığınıza ve çubuk kopar. Enine bükülmeye miktarı;

$$\psi_E = \frac{A_0 - A_k}{A_0} \times 100 \quad \text{oranyla ifade edilir.}$$

A_0 = Bağlantıktaki kesit

A_k = Çubukun kopma kesiti

ψ_E = Enine bükülmeye miktarı

e) Kopma Uzmanı (ξ_k): Çubuk kopunuya neden olunan toplam uzmanıdır. Kopma uzmanı sıfır olan matizmeye GEVRAK, çok olan malzemeye DÜRTÜL malzeme denir.

3.4. Bükme Deneyi

Bükme deneyi çekme deneyi gibi temel değildir.

Bükülmüş teknoloji teknikte sıklıkla kırıcı deneyde çubukları alır. Ancak, bu halde tıpkı istenilenin gerçekleşmesi,

Bu nedenin de çeliğin çökmede oltulu gibi görünüşte de σ_p ve σ_z değerlerini göstermesi ve değerlerin çökme deşinin aynı olmasıdır. Çökme gerilmesi (σ_{aux} , σ_c) ve kırıkkılık başlangıçlı gerilmeye σ_z esaslı gerilmesi olduğu verilir.

3.5. Bina Çımlarının Vekası ve Binasındaki Uzelliği

Basit çökme ve basit bina çırpmalarından elde edilen bilgilere göre inşaatta kullanılan malzemeyi 90 kümeye toplayabiliyoruz.

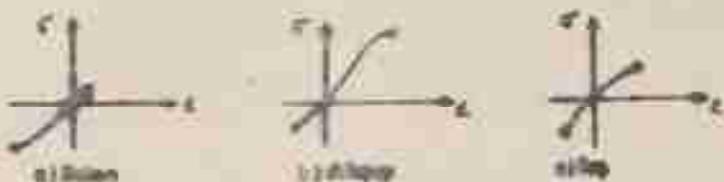
a) Duktıl Malzemeler: Kopma ususları çekür. Kopmasından önce öne sürülmüş şekilde değiştirmeleri gösterir. Çökme ve binasındaki uzelliği birbirine eşittir. Ürengin çelik, bakır, alüminyum, fond, döküm.

b) Gevrek Malzemeler: Kopma ususları nadır. Aksa sınırları yoktur. Kopmasının once nüfuk bir usus göstermesi olur. Çökme ve bina inşayıcılarında davranışları birbirinden çok farklıdır. Ürengin; taq, beton, cam, fiberglas, demir.

c) Plastik Malzemeler: Bu tür malzemede çok az bir elastik özellik vardır. Ürengin; kurşun.

Tümürdaki sınıflama yükselse yoldundandır. Açı etkiler gibi dinamik yükselse durumunda (gevrek duktıl iken) gevrek bir davranış gösterebilir. Ürengin zift, yüksük yüksegi arttığı durumlarda büyük ususlar gösterir (duktıl), açı etkilerde ise cam gibi gevrek bir durum alır.

İnşaiyal yapılarında kullanılan malzemelerin özellikleri ni incleyeceğiz olursak;



Beton; devrek bir malzemesidir. Çökme mukavemeti (C_c), basinc mukavemeti genellikle thomel edilenek under andır. Bu nedenle beton basincın birinci dansı dayanıklıdır ve çeliğle birlikte kollansılarak hem basinc hem de çökmeye karşı bir malzeme oluşturularak ki bu malzemeye betonarme denir.

Çelik; betona benzer bir işelliğ gösterir. Çökme mukavemeti (C_s) basinc mukavemetinden (C_c) andır. Çökme mukavemetinin, basinc mukavemetine oranı $1/20 - 1/40$ aranında değişmektedir.

Asfalt; anizotropik bir malzemedir. Asfalt lifleri doğrultusunda ve buna dik doğrultuda bitkisinin bagla bir mekanik özellik gösterir. Lifler doğrultusundaki basinc mukavemeti buna dik doğrultudakinden 7 kat daha fazladır. Çökme halinde bu oran daha fazla artmaktadır (20-30 kat). Asfaltın diğer bir özelliği, çökme mukavemetinin basinc mukavemetinden fazla olmasıdır.

3.6. Yüklem ve Bogulma

Malzemenin yüklene ve bogulmasındaki davranışını da önem taşır. Malzemeler bu yoldan de birbirlerinden ayrılık gösterirler. Tam elastik cisimlerin yüklene ve bogulma

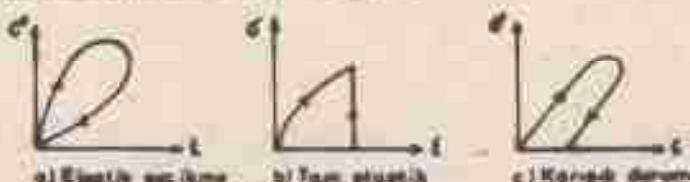
eğrileri şekil 3.5 de gösterildiği gibi şematiktir. Diyagramın eğrisel veya doğrusal olduğu olayı cisimdeki elastikliğin doğrusal olup olmadığını göstermektedir.



Şekil 3.5

Elastik histeresis; yüklenme ve bogaltma eğrileri farklı olduğu halde bağılantı noktalarında bulugurlarının olsa da elastiklik devam eder, fakat histeresin olayı vardır denir. Tarihi olan yüklenme-bogaltmada kaybolan enerjiyi gösterir. Nedeni iç sirtlinmedir.

Elastik geçikme; bogaltmada gerilil deşiftirmenin geriye dönmediği halde, geçen urunun sismen zihresinde cisim ilk durumunu gelecek olurken bir elastik geçikmeden bahsedilir. Elastik geçikme, cisimde visko-elastik özellikleri bir sonucudur (Şekil 3.6.).

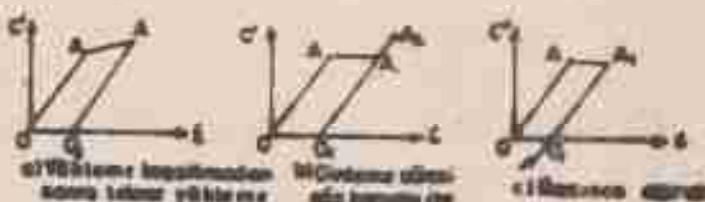


Şekil 3.6

Tam plastik cisimlerde ise bogaltmada gerilil deşiftirmenin geriye dönmesi mümkün kılan sabitholmazlık, zamanın geçesinde cisimde ilk durumu dönüş artık buhar konusunu almaktadır.

Plastik özelliliklere elastik geçişmenin bilgisik olduğu hallerde rastlanır.

Sümme Feklgesmesi: Çınlamların bir çoku akım sınırlının üstüne kadar yükseltildiğinde boyaltilacak olursa, ikinci bir yüklenmede daha yüksek bir akım sınırı gösterir. Şekil 3.7 de çeliğin çökme deneysine ilişkin diyagramı gösterilmiştir.

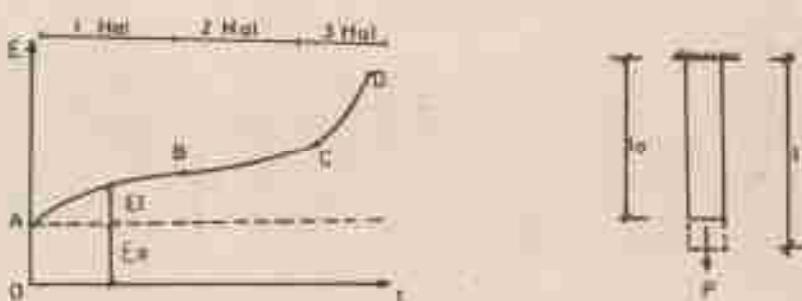


Şekil 3.7

3.7. Sümme ve Gevgane

Malzemelerin çögu sabit ve kalıcı gevrilme altında zamanla artan şekil değiştirmeleri gösterirler. Bu olaya sümme adı verilir. Sümme, metal malzemelerde yüksek sıcaklıkta, beton, ahşap ve plastik malzemelerde ise normal sıcaklıkta yaralanır bir olaydır.

Bir çubukun zamanla uzamasını inceleyelim:



Sümmeye ile hal vardır:

1. Bağlantıda $\frac{dF}{dt}$ hizi gittikçe azalır (AB)
 2. $\frac{dF}{dt}$ sabit bir deðer alır (BC)
 3. $\frac{dF}{dt}$ artmaya ve eðri suratla yükselmeye baglar (CD).
- Bu sahne sonunda koyma seydanı gelir.

Bu halde ikinci sefha çok kısa sürer ve BC doğru parçası bir noktaya gelinceye kadar kisalar ve F , t diyagramında bu sefheyi artik bir dönüm noktası temsil eder. Bir silme olayında, dönüm noktasının ünemi, usunun tempocumun ortalığından ve tehlikeli sefheyi haber vermesi açısındandır. Tatbikatta konstrüksiyonun usun dönüm olmasını isteniyorsa bu dönüm noktasının zaman açısından usaklarda olması gerekdir.

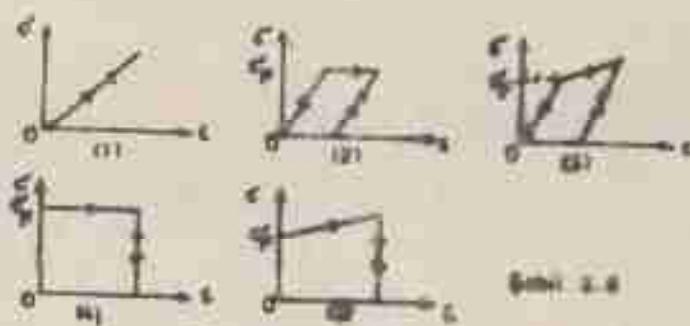
Sümmeye visko-elastik bir olaydır. Elastik özellikleri karıştırılmamalıdır. Sümmeye olayının zaman onemli bir faktördür.

Usunun sabit kalması istenirse çubuğu etkileyen yükün zamanla azalması gerekdir. Bağlantıda P_0 olan yük cisimin visko-elastik özelliði dolayısıyla zamanla artmak olan usunuya: Ünlensek için kuvvet $F < P_0$ olmaktadır. Bu olayın gevşeme denir.

3.8. Ideal Cisimler ve Modelleri

Cisimlerin makinik özellikleri çok karmaşık ve birbirinden de çok farklıdır. Bir mühendislik probleminde bunların hepsinin dikkate alınması mümkün değildir. Ancak, problemden en önemli rolü oynayan makinelerin özelliklerinin dikkate alınması gerekdir. Bu nedenle mutavemette bir teknik

ideal cisimlerde kabul edilir ve hukum teori bantları üzerinde kurulur (Şekil 2.8).



Şekil 2.8

Şekildeki cisimler:

1. Elastik Hooke cisimi: Gerilme ve çekil deşiyrtirme doğrusal olan tam elastik cisimidir.
2. Elasto-Plastik cisim: Gerilmeler (C_p) astım sınırlarından büyük olduğu ölçüde Hooke'ye göre devam eden bu ideal halde $C_p = C$ için sınırsız bir astım sağlayacaktır. Plastik halde bükülme ve yükleme diyagramları şekildeki gibidir.
3. Peklüğen Elasto-Plastik cisim: İkinci defter astımın artan gerilmelerle meydana gelmesidir.
4. Rigid-Plastik cisim: Cisimin elastik tipde çekil deşiyrtirmeının önemi olmadığı durumlarda cisim rigid-plastik cisim tipindedir.
5. Peklüğen Rigid-Plastik cisim: Bu ideal halde de $C > C_p$, içine alınan artan yükler altında olduğu kabul edilir.

3.9. Periyodik Yükleme ve Yorulma

Elastik limitin altındaki gerilmelerin tekrar tekrar tetkik edilmesi sırasında malzeme de meydana gelen erken ve gevrek kırılma olayına YORULMA adı verilir. Kırılma önceden büyük ve belirli量子 daşıptırımlar görülsüden, haberinizce yorıldığı için olmaz teknelligidir ve kırılmayı doğuran gerilmeler static yüklemekti malzemenin altındadır. Yorulma olayı, hareketli parçaların (makineler) veya hareketli yüklerin (kipruler, yollar) bulunduğu yapılarlaoomlidir.

Yorulma olayını fizik jenomularıyla açıklamak bugün izin veren bir yol degildir. Periyodik yükler altında malzemenin özellikleri en doğru denemeler gösterebilir. Bu amaçla kullanılmış deney aletlerine PULSATÖR adı verilir. Alet, deney çubugunu iki sınır arasında değişen yüklerle maruz tutar ve frekansı dakikada 3000-3500 devirdir.

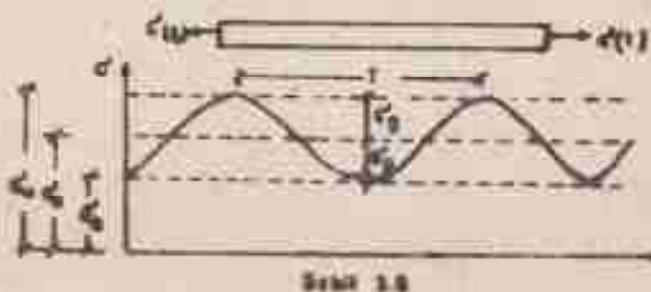
Pulsatörden elde edilen sınırlar hakkında bir fizik verebilmesi için bazı tanımlar yapmak gerektir. Şekil 3.9 da $C = C(t)$ gerilme fonksiyonu grafik olarak gösterilmiştir.

C_u = Üst sınır gerilmesi (max)

C_a = Alt sınır gerilmesi (min)

C_g = Genlik gerilmesi

C_0 = Ortalama gerilme



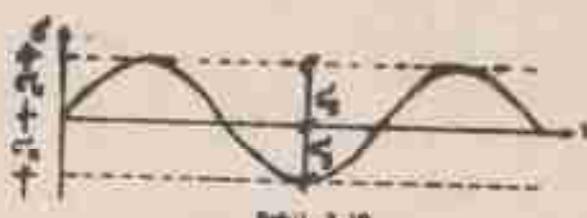
Şekil 3.9

Dinamik bir yüklenme altında şekildeki gerilmeler arasında;

$$\frac{C_o + C_u}{2} = C_0 \quad \text{ve} \quad \frac{C_u - C_o}{2} = C_g \quad \text{ve ya}$$

$C_o + C_g = C_u$ ve $C_o - C_g = C_u$ bağıntıları vardır.
 T değeri bir tam devir için geçen zamanı, periyodu gösterir.
 $1/T = f$ değrinin de frekansı denir. Genel olarak mekanik olarak çalışan pulsatörlerin frekansı 5 devir/s olduğu halde elektromik hizalandırılmış pulsatörlerde frekans 60 devir/s dir.

Şekil 3.10 da ortalaması gerilmesi 0 olan $C_u = -C_o$ olduğu görülmektedir. Bu durum tam harmonik titregim halidir.



Şekil 3.10

Deneysel σ_g gerilmesinin esalmasının harçılık cinsin hâldirileceğii (n) tekrar sayısının arttığını göstermektedir. Şekil 3.11 deki eğriye Wöhler eğrisini adı verilir. Özellikti ise n eksemplar paralel bir esimtotu sahip olmalıdır. Bu eğriden, malzemenin yükseliş yüklenme mukavemette esas gök enyidin yükseliş tekrarlanması ve düşük enyide mukavemette ise çok enyidin yükseliş tekrarlanmasıyla kospacığı görülmektedir. Wöhler eğrisinde $\sigma_g = 14 \text{ kg/cm}^2$ ığın yükseliş tekrarlanası konusunun anlayılır. σ_g ile gösterilen asimptotik değer gerilme ile dâha önceki sınırlar değerleri formülleri ile birleştirilecek olursa

$$\sigma_0 + \text{sabit ığın}, \quad \sigma_u = \sigma_0 + \sigma_g \\ \sigma_n = \sigma_0 - \sigma_g$$

gibi iki sınırlar gerilme elde edilir. Bu larda malzemenin sürekli mukavemet ekinci adı verilir.



Şekil 3.11

3.10. Emniyet Gerilmesi ve Poisson Oranı

Sünsek malzemeler için sına gerilmesi, gevrek malzemeler için kırılma gerilmesi, bu tür malzemelerin dayanma sınırlarını belirtir. Mükavemet haciplarında bir çok kabuller yuvarak hâlde yapıldığı için hatayı azaltma yoluna giderek malzemenin sınırlar gerilmesi yerine buların bir kat sayıyla bölünmesiyle elde edilen gerilmeler kullanılır. Bu gerilmeye EMNİYET GERİMESİ denir ($= \sigma_{\max} / \sigma_{\min}$).

Dezen etkisini ci hir grubun boyu nedenle en
kesitinde daralmış olur. Grubun enine değişen oranı (ϵ')
boyuna değişim oranı (ξ) bölümerek bir sabit değer side-
dir. Bu da poisson oranı denir. Nitekim circa göre
değişir. $\lambda(\epsilon)$ ile gösterilir.

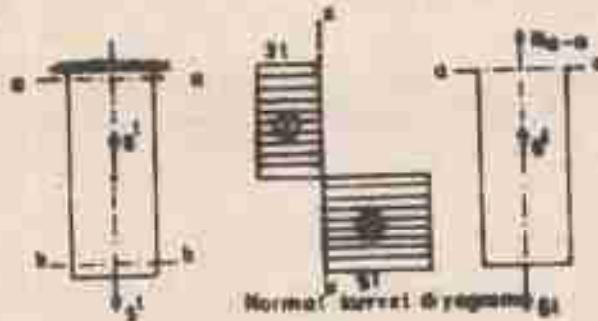
$$\lambda' = \frac{\lambda'}{\epsilon}$$

4. NORMAL KUVVET HALLİ

Mühendislikte ele alınan problemlere yalnız bir yaklaşım sağlamak için iç kuvvetlerin taşıyıcı sistem elemelerine etkisi söz ayri ayrı incelenmemektedir. Daha sonraki bölgelerde iç kuvvetlerin ortak etkileri ayrıca ele alınmaktadır. Bu bölümde çubuk kesitine esasenel olarak etki eden Normal Kuvvet hali incelenmektedir.

4.1. İç Kuvvetlerin Belirlenmesi

İç kuvvetlerin esasenel olarak etiği bir çubukta, esasenel çekme ve basma durumunu ele alalım (Şekil 4.1). İç kuvvetlerin büyüklüğünü tayin etmek için kesit metodunu uygulayarak Normal Kuvvet diyagramını çizelim.



Şekil 4.1

Cismiin $a-a$ kesitinden kecildigini ve kesilen alt parçanın denegesini ele alalım. Kırılan üst parçanın atılımını esasenel bir kuvvetle ve kesitten uzaklaşan pozisyonundan olan (N_{a-a}) bir kuvvetle yer değiştirelim. Denge denklemini $\sum F_x = 0$ için yazmak olursak:

$$N_{a-a} + \delta - 5 = 0$$

$$N_{a-a} = -\delta t \text{ bulunur.}$$

Sonuçun - işaretili olmasının kabul edilen yünün ters olması gerektiğini, yanı $a-a$ kesitinde çubugun $b-b$ 'sinde nesne olduğunu gösterir. Aynı şekilde $b-b$ kesitini ele alalım ve denge denklemini yazalım.

$$+\uparrow \sum F_y = 0 \quad N_{b-b} = 5 = 0$$

$$N_{b-b} = 5t \quad \text{bulunur.}$$

Bu durumda $b-b$ kesitinde çubugun çekme etkisi altında olduğu görülmektedir.

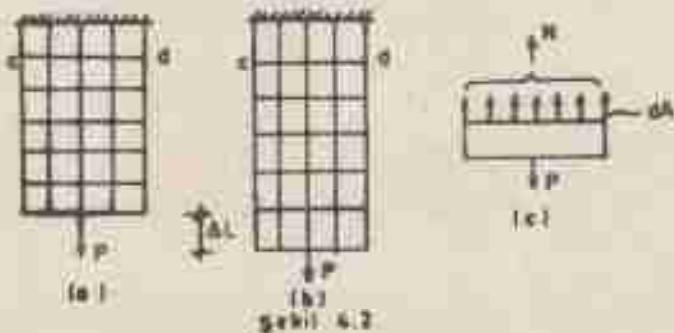
Çubuk ekmeni boyunca ekmenel kuvvetlerin değişimini gösteren Normal Kuvvet diyagramı Şekil 4.1b de belirtildiği gibi çizilir. x ekmeni çubuk kesitine paralel ve y ekmeni buza dik olarak çizilir. Ekmenel kuvvetlerin değerleri işaretlerine göre belirli bir düzleme işaretlenerek çizilir. Böylece çizilen diyagrama Normal Kuvvet Diyagramı denir.

4.2. Gerilme Hesabı

Bir prizmatik çubuk ekmenine dik ve paralel çingiller ağı çubuk yüzeyinde işaretlenerek çekme kuvveti uygulandığını düşünelim (Şekil 4.2.).

Şekilde ağı oluştururan çingillerin deformasyondan sonra da birbirlerine dik olduğu görülür. Diğer taraftan çingiller arasındaki uzaklıklar değişmemektedir (Şekil 4.2b). Tüm yatay çingiller ($c-d$) ağı ile doğru kaynak yine yatay ve düzgün bir doğru olarak kalabaktır. Aynı durumun çubuk için de aynı olduğu kabul edilebilir. Örneğin, çubuk kesiti

deformasyonunun ve sivriyelerin da aynı durumunu göstermesini sağlar. Bu da "Düikan Kesitler Hipotezi" veya "Bernoulli Hipotezi" denir. Bu hipoteze dayanarak elde edilen formüller deneyelere sonuçlarla uyum göstermektedir.



Şekil (4.20) de gösterilen elementlerde denge denklemleri yazılıacak olursa:

$$\frac{1}{2} tP = 0 \Rightarrow C' \cdot A - P = 0 \Rightarrow C' = \frac{P}{A} \text{ yazılabilir.}$$

Degisik kuvvetlerin kesilen parça üzerine etki ettiği haldeki genel bir durumda, kesitte olusan normal kuvvetin kesit alanına bölünmesiyle normal gerilme elde edilir. Yani;

$$C' = \frac{N}{A} \quad (\text{kg/cm}^2, \text{ t/m}^2)$$

Buradayı;

C' = Normal gerilme ($\text{kg/cm}^2, \text{ t/m}^2$)

N = Kesitte etki eden normal kuvvet (kg, ton)

A = Kesit alanı ($\text{cm}^2, \text{ m}^2$)

Bu formüller basinq içindedeğerlidir. Yani N çekme kuvveti ise gerilme çekme gerilmesi, basinq kuvveti ise gerilme basinq gerilmesi olur.

ÖRNEK: Şekil 4.1 de verilen en yumuşak koziti 10 cm^2 olumlu-
glırmak için $a-a$ ve $b-b$ hattında olup da gerilmeleri hesap-
layınız.

ÇÖZÜM:

$$\begin{aligned} a-a \text{ hattında normal kuvvet } P_{a-a} &= 3 \text{ ton } (-) \text{ Basınç} \\ b-b &\quad " \quad " \quad " \quad P_{b-b} = 5 \text{ ton } (+) \text{ Çekme} \end{aligned}$$

$$C_{a-a} = \frac{-1000}{10} = -100 \text{ kg/cm}^2 \quad (\text{Basınç gerilmesi})$$

$$C_{b-b} = \frac{5000}{10} = 500 \text{ kg/cm}^2 \quad (\text{Çekme gerilmesi})$$

4.3. Deformasyon ve Yer Değiştirmenin Belirlenmesi

Deneysel, çekme kuvveti etkisi altında bir çubukun uzunluğunun arttığını, genişliğinin azaldığını, boyunu al-
tında ise tersinin olduğunu göstermektedir (Şekil 4.28).

Bir çok malzeme için deneysel uzama (ϵ) ile belir-
li sınırlar içerisinde gerilme (C) arasında;

$$\epsilon = \frac{C}{E}$$

ϵ = Birim boydaki değişim

C = Normal gerilme (kg/cm^2 , t/m^2)

E = Elastisite modülü (kg/cm^2 , t/m^2)

İlişkinin olduğunu göstermektedir. (Çekme deneyinde
elastik bulge). Bu ilişkiye Hooke kanunu adı verilir ve
"doğrusal uzamalar normal gerilmelerle orantılıdır" şeklin-
de formüle edilir.

Şu şekildeki E malzemeye bağlı bir faktör olup
Elastisite modülü veya malzeme rijiditesi adını alır.

ϵ boyutlu bir değer olup birim boydaki usamadır.
 $(\epsilon = \frac{\Delta L}{L})$ formülüne göre E' nin boyutunda E 'nın boyutunun
 tersineidir.

Table 4.1 de değişik malzemeler için ortalama
 Elastisite Modülü (E) değerleri verilmiştir.

Table 4.1. Değişik Malzemeler İçin Elastisite
 Modülü Değerleri

MALZEME	E , kg/cm^2
Çelik	$2 \times 10^6 - 2.2 \times 10^6$
Bakır	1×10^6
Alüminyum	1×10^6
Alüminyum	0.675×10^6
Hem Demir	$0.75 \times 10^6 - 1.5 \times 10^6$
Fiber Glass	$0.18 \times 10^6 - 0.40 \times 10^6$

Bilindiği gibi $\epsilon = \frac{\Delta L}{L}$ ve $C = \frac{N}{A}$ dir. Herhangi bir cisimdeki mutlak usama ve düşülmeyi veren formül
 aşağıdaki iki eşitlik yardımıyla bulunabilir.

$$\left. \begin{aligned} \epsilon &= \frac{\Delta L}{L} \\ \epsilon &= \frac{C}{E} \\ C &= \frac{N}{A} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \quad \begin{aligned} \epsilon &= \frac{\Delta L}{L} = \frac{C}{E} \quad \Rightarrow \quad C = \frac{N}{A} \text{ yazılır ise;} \\ \Delta L &= \frac{C \cdot L}{E} \qquad \qquad \qquad \Delta L = \frac{N \cdot L}{A \cdot E} \text{ yazılışı} \\ \end{aligned}$$

olduktan sonra elde edilir.

Bu eşitlik yardımıyla usama miktari hesaplanır. Denysel olarak elde edilen usama ϵ ile yanlış usama ϵ' arasında bir ilişki olduğu gösterilebilir.

$$\epsilon' = f(\epsilon)$$

Burada μ (m) yanal osman faktörü veya poisson oranı olup yanal deformasyon kareci malzemelerin inabilitesini gösterir. Formülün uygulanmasında; osmanı positif, bütünlükle negatif tutulmalıdır. μ nun değeri tüm malzemeler için $0.4 \leq \mu \leq 0.5$ değerleri arasında değişir. Çeşitli malzemeler için μ değerleri Tablo 4.2 de verilmiştir.

Tablo 4.2. Çeşitli Malzemeler İçin Poisson Oranı Değerleri

Malzeme	μ	Malzeme	μ
Çelik	0.25 - 0.33	Karışım	0.45
Makar	0.31 - 0.34	Tung	0.32 - 0.42
Brons	0.32 - 0.35	Alüminyum	0.32 - 0.36
Hem demir	0.23 - 0.27	Çinko	0.21
Cam	0.25	Dağ	0.15 - 0.34
Beton	0.08 - 0.18	Enzuguk	0.47
Mantar	0.00	Kontroplak	0.07
Seldiloid	0.39		

Elastik deformasyon halinde çatılık için $\mu \geq 0.3$ alınabilir. Eğer ε' bilinirse toplam yanal osman (Δb),

$$\varepsilon' = \frac{\Delta b}{b}$$
 eşitliğinden hesaplanabilir. Burada
 b çubukun orijinal yanal boyutudur.

ÖRNEK 2. Bir öğrenci perisi 30 cm uzunluğunda ve kesiti

(0.7×0.10) cm² dir. Serit 6 kg lik bir kuvvetle
 gevilenmiş halinde seritte olusacak uramı miktarını
 bulunuz ($E = 2.10 \times 10^6$ kg/cm²).

COZUM.

$$\Delta L = \frac{Nl}{AE} = \frac{6 \times 3000}{(0.7 \times 0.10) \times 2.1 \times 10^6} = 0.12 \text{ cm}$$

ÖRNEK 3. Esnek konitili bir qubukta konit alamı (5×5) cm^2 dir. Qubuk etkiseli agrama 29000 kg lik bir kuvvetle çeksme kuvveti etkisi altındaadir. $E = 2.1 \times 10^6$ kg/cm^2 ve $\mu = 0.3$ oluguuna göre yanal usamaya hessaplayiniz.

CÜZDİM.

$$E' = \frac{C'}{\mu} \quad C' = \frac{F}{A} = \frac{29000}{25} = 1160 \text{ kg/cm}^2$$

$$E' = \frac{1160}{2.1 \times 10^6} = 0.00055 \quad \mu \cdot E' = C' = \mu \cdot F \\ C' = 0.3 \times 0.00055 \\ C' = 0.000165$$

$$\epsilon = \frac{\Delta b}{b} \Rightarrow \Delta b = 0.000165 \times 5 = 0.000825 \text{ cm}$$

4.4. Qubuk Ağırlığının Etkisi

Şimdide kadar çeksme ve basincas maruz qubuqlarda, qubuk ağırlığı ihmal edilmiştii. Bazi durumlarda qubuk ağırlığı gerilme ve şekil değiştirmes həmçünlarında önem kazanır.

4.4.1. Sabit Konitli Qubuqlarda Qubuk Ağırlığının Etkisi

Qubuk uzunluğu boyunca uniform olaraq dağılı bir yükü temsil eden kendi ağırlığı etkisi altında sabit konitli bir qubugun usammasını inceleyelim (şəkil 4.3).



Şekil 4.2

Burada, γ -qubuk malzemesinin birim hacim ağırlığını göstermektedir. Alt uçtan Z -eksenineındaki bölgede eylemiz. Z -eksenindeki elemanna etki eden normal kuvvet $\gamma \cdot A \cdot z$ dir. Qubukun ısmarları ise;

$$\Delta(\delta Z) = d(\delta L) = \frac{\gamma \cdot A \cdot z}{E \cdot I} \cdot dz = \frac{\gamma \cdot A}{E} \cdot z \cdot dz$$

Bu eşitlik $z=0$ ile $z=L$ arasında integre edilirse:

$$\Delta L = \int_0^L \frac{\gamma \cdot A}{E} \cdot z \cdot dz = \frac{\gamma}{E} \int_0^L z \cdot dz = \frac{\gamma}{E} \left| \frac{z^2}{2} \right|_0^L$$

$$\Delta L = \frac{\gamma}{E} \cdot \frac{L^2}{2} = \frac{\gamma L^2}{2E} \quad \text{eşitliği elde edilir.}$$

Bu eşitlik başka bir şekilde de ifade edilebilir. Qubukun tüm ağırlığı $G = \gamma \cdot L \cdot A$ olduğuna göre;

$$\gamma = \frac{G}{LA} \Rightarrow \text{değeri } \Delta L = \frac{G \cdot L^2}{2AE} \text{ formülünde yerine}$$

$$\text{yazılırsa; } \Delta L = \frac{G \cdot L^2}{LA \cdot 2E} = \frac{G \cdot L}{2AE} \text{ eşitliği elde edilir.}$$

Bu eşitlikte;

ΔL = Qubuk ağırlığından dolayı ısmar miktarı (cm)

G = Qubuk ağırlığı (kg)

L = Qubuk uzunluğu (cm)

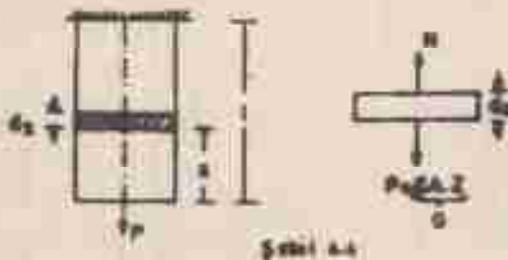
A = Qubuk kesit alanı (cm^2)

E = Elastisite modülü (kg/cm^2) dir.

$\Delta L = \frac{G + L}{2AE}$ eşitliğinde görüldüğü gibi bir çubukta kendi ağırlığının dolayı olumsak ussma miktarı, aynı çubuğun ağırlığının eşi ve alt ucuna uygulanan bir P yükünden ($G=P$) olumsak ussma miktarının yarısı kadardır.

4.4.2. Çubuk Ağırlığı ve Eksenel Yük Altında Çubukta Ususma Miktarı.

Şekil 4.4 deki çubuğu gözönüne alalım:



Şekil 4.4

$$\Delta(\delta Z) = \delta(\Delta L) = \frac{P + Y \cdot A + Z}{A \cdot E} \delta Z = \frac{P}{A \cdot E} \delta Z + \frac{Y + Z}{E} \delta Z$$

$Z = 0$ ile $Z = L$ arasında integre edilirse;

$$\Delta L = \frac{P}{A \cdot E} \int_0^L \delta Z + \frac{Y}{E} \int_0^L Z \delta Z$$

$$\Delta L = \frac{P}{A \cdot E} \left| Z \right|_0^L + \frac{Y}{E} \left| \frac{Z^2}{2} \right|_0^L$$

$$\Delta L = \frac{PL}{A \cdot E} + \frac{YL^2}{2E} \quad \text{elde edilir.} \Rightarrow Y = \frac{G}{L^2} \quad \text{yazılır ise;}$$

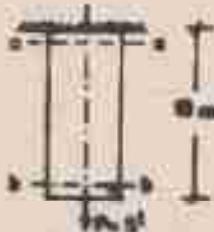
$$\Delta L = \frac{P \cdot L}{A \cdot E} + \frac{G \cdot L}{2AE} = \frac{L}{A \cdot E} \left(P + \frac{G}{2} \right)$$

$$\Delta L = \frac{L}{A \cdot E} \left(P + \frac{G}{2} \right) \quad \text{elde edilir.}$$

ÖRNEK 4: Şekilde görülen çubukta $P = 5 \text{ t}$, çubugun kesit alanı 50 cm^2 , boyu 10 m , bezili ağırlığı $Y = 0.008 \text{ kg/cm}^3$ ve $E = 2.1 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$ ius:

- Maksteinin gerilmesi,
- Çubugun usamasını bulunuz ve
- Normal kuvvet, gerilme ve usama diyagramlarını çiziniz.

COŞUM:



- a) En kritik konit ağırlığın tamamen etki ettiği a-a kesiti olmaktadır, a-a kesitinde normal kuvvet; $N = P + G$ dir.

$$\sigma_{a-a} = \frac{N}{A} = \frac{P + G}{A} = \frac{P + Y L \cdot \frac{h}{2}}{A}$$

$$= \frac{5000 + 0.008 \times 50 \times 1000}{50} = 108 \text{ kg/cm}^2$$

b) $\Delta L = \frac{L}{A \cdot E} (P + \frac{G}{2}) = \frac{1000}{50 \times 2.1 \times 10^6} (5000 + \frac{400}{2}) = 0.05 \text{ mm}$

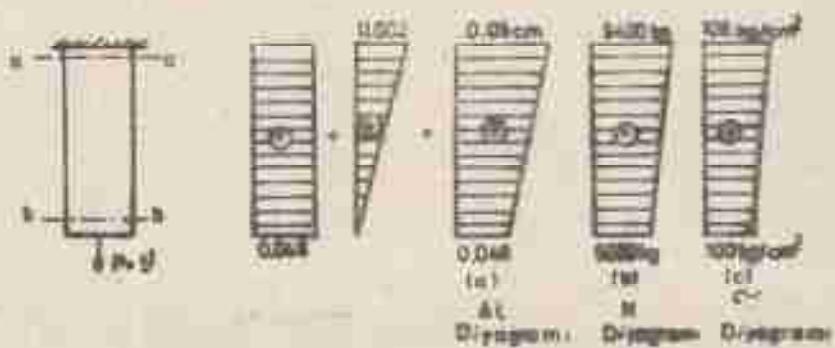
- c) Normal kuvvet, gerilme ve usama diyagramları:

b-b kesitinde gerilme:

$$\sigma_{b-b} = \frac{P}{A} = \frac{5000}{50} = 100 \text{ kg/cm}^2 \text{ (yakma)}$$

a-a kesitinde gerilme:

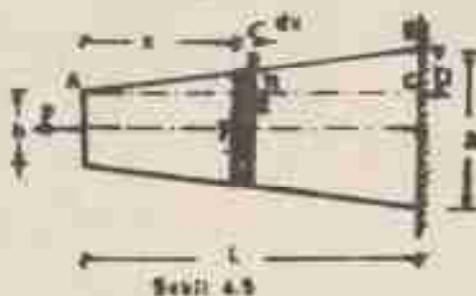
$$\sigma_{a-a} = \frac{P + 0}{A} = 108 \text{ kg/cm}^2 \text{ (çökme)}$$



4.4.3. Değişken Kesitli Qubuklar

4.4.3.1. Değişken Kesitli Qubuk

Şekil 4.5 de görülen değişken kesitli qubuğu ele alalım.



Bu qubluğun F eknelik şekme kuvveti etkisi altından üreme miktarını hesaplayalım. Qubuk kalınlığı sabit olsa b dir. Elastisite modülü E olsun.

Qubugun sol ucunda x mesafede δx usunlugundaki parçanın usummasını inceleyelim. Bu parçanın kesit yüksekliği: \widehat{ABC} ve \widehat{AB} uçlarından:

$$y = b + \frac{h}{L} x \quad \text{olup kesit alanı:}$$

$S_x = b, y = b(\gamma + \frac{h}{L}x)$ dir. Bu konitte görülmeli:

$$\int_{\frac{h}{L}x}^L \frac{h}{A_x} + \int_x^L \frac{\gamma}{b(b+\frac{h}{L}x)}$$

dx etmeliğimizdeki bir parçanın yüzeyi αL ile gösterilecektir.

$$\mathcal{E} = \frac{\rho' x}{g} = \frac{\alpha L}{L}$$

İkinci minimumu görür:

$$\frac{d(\alpha L)}{dx} = \frac{h}{b.b(h + \frac{h}{L}x)} \text{ yazılabilir.}$$

Buradan:

$$\alpha L = \frac{h.L.dx}{b.b.E(L+x)}$$

Integral alınarak bütün quişının uzamısı,

$$\Delta L = \int_0^L \frac{h.L.dx}{b.b.E(L+x)} = \frac{h.L}{b.b.E} \left| \ln(L+x) \right|_0^L$$

$$\Delta L = \frac{hL}{b.b.E} \ln 2 \quad \text{bulunur.}$$

4.4.3.2. Kesik Koni Texlindeki Bir Çubukta Uzama

Şekil 4.6 da görüldüğü gibi π yüküne maruz bir kesik koniyi ele alalım.

x, dx elementinin köşük kenarın (d) uzaklığını belirtir. Bu dx elementinin yarıçapı:

$$r = \frac{d}{2} + \frac{x}{L} \left(\frac{D-d}{2} \right)$$



Şekil 4.6

$\triangle ABC, \triangle ABC$ üçgenlerinde tales bağıntılarından

$$\frac{r - \frac{d}{2}}{x} = \frac{D-d}{L} \Rightarrow \frac{r - \frac{d}{2}}{\frac{D-d}{2}} = \frac{x}{L} \Rightarrow r = \frac{d}{2} + \frac{x}{L} \left(\frac{D-d}{2} \right)$$

bulunur.

Bu elmasının uzunluğu;

$$\Delta L = \frac{R \cdot L}{A \cdot E}$$
 formülünün uygulanması ile bulunur.

$$d(\Delta L) = \frac{R \cdot dx}{\pi \left[\left(\frac{d}{2} + \frac{x}{L} \left(\frac{D-d}{2} \right) \right)^2 \cdot z \right]}$$

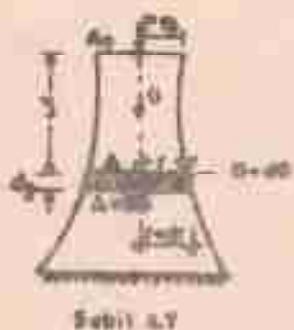
$$\Delta L = \int_0^L d(\Delta L) = \int_0^L \frac{4R \cdot dx}{\pi \left[d + \left(\frac{x}{L} \right) (D-d) \right]^2 \cdot z}$$

$$\Delta L = \frac{4R \cdot L}{\pi \cdot d \cdot z}$$
 bulunur.

4.4.3.3. Hesit Muhavemetli Kubuklar

Şekil 4.7 de görüldüğü gibi değişken kesitli cubuğu ebe alalım. Üst kramide yarıçap r_0 ve malzemenin ortalı ağırlığı γ olsun. Bu yük altında basing gerilmeleri

Üm kocitlerde sabit olacak şekilde olası için yarıçapın yükselişini denigini söylemeyeceğiz. Her kocitte gerilmesi yesi olduğu bu tür yahudulara eşit makaslı yahudular denir.



ΔF : Elmanın elementin
ağırlığı

Q : y yükselişinin elementin ağırlığı

Normal kuvvetin bu elementin her iki kocetine etki ettiğini düşünelim(Yani A kocetine ve $A + dA$ kocetine)

$$C' = \frac{P + Q}{A} = \frac{P + Q + dQ}{A + dA} \quad \text{sabit olma} \text{ş} \text{ün}$$

Buradır:

$$\frac{dA}{dQ} = \frac{A}{P + Q} = \frac{1}{C'} \quad \text{elde edilir.}$$

$$dA = \pi (r + dr)^2 - \pi r^2 = 2\pi r dr \quad \text{dir.}$$

$$dQ = \pi r^2 Y (dy)$$

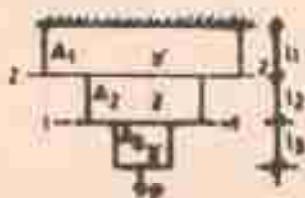
$$\frac{2\pi r (dr)}{\pi r^2 Y (dy)} = \frac{1}{C'} \quad \text{integrali alınırsa: } 2\ln r_0 (1/C')y + C_1$$

Sınırlı koşulları uygulanırsa $r=r_0$ ve $y=0$ alınırsa $C_1 = 2\ln r_0$ bulunur. Kızza zamanda bu kocitte:

$$C' = \frac{P}{\pi r_0^2} \Rightarrow r=r_0 \cdot e^{Py/2P} \quad \text{elde edilir.}$$

4.4.3.4. Eş Dayanaklı Çubuklar

Şekil 4.8 de 1-1 kesitini gözdenle alacak olursak
gerilmesi:



Şekil 4.8

$$\bar{c} = \frac{P + A_3 + Y + L_3}{A_3} = \bar{c}_{\text{em}} \Rightarrow \bar{c}_{\text{em}} + A_3 = P + A_3 + Y + L_3$$

$$A_3 = \frac{P}{\bar{c}_{\text{em}} - Y - L_3} \quad (1)$$

2-2 kesitinde

$$\bar{c} = \frac{P + A_3 + Y + L_3 + A_2 + Y + L_2}{A_2} = \bar{c}_{\text{em}}$$

$$\bar{c}_{\text{em}} + A_2 = P + A_3 + Y + L_3 + A_2 + Y + L_2$$

$$\bar{c}_{\text{em}} + A_2 = \bar{c}_{\text{em}} + A_3 + A_2 + Y + L_2$$

$$A_2 = \frac{\bar{c}_{\text{em}} + A_3}{\bar{c}_{\text{em}} - Y L_2} \quad A_3 \text{ 'in (1)'deki işareti yazılır ise;}$$

$$A_2 = \frac{P + \bar{c}_{\text{em}}}{(\bar{c}_{\text{em}} - Y L_2)(\bar{c}_{\text{em}} - Y L_3)} \text{ olde edilir. Genel olarak:}$$

$$A_n = \frac{P}{(C'm - \gamma L_1)(C'm - \gamma L_2) \dots (C'm - \gamma L_{n-1})}$$

İfadeleri yorumlayabiliriz.

4.4.4. Çekme ve Dengeye Hiperstatik Problemler

Statik denge denklemleriyle çözelinen hiperstatik problemler, statik denge denklemleri ile cisimin şekil değiştirmesi göz önünde alınarak elaytirulan deformasyon bağıntıları yardımıyla çözülmelidir.

Şekilde görülen iki taraflı ankrastre kırığı gözleme alalım:



Statik denge denklemi $\sum F_x = 0$ parti yazıldığında elde edilir:

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow R_1 + R_2 - P = 0 + P = R_1 + R_2 \dots \dots \dots (1)$$

Her iki uçtan ankrastre olduğundan L_1 de kinâma ve L_2 deki usam birbirine eşit olmalıdır. Bu şartta deformasyon parti denir. Bu durumda;

$$\Delta L_1 = \Delta L_2 \text{ olmalıdır} \dots \dots \dots \dots \dots \dots (2)$$

$$\Delta L_1 = \frac{R_1 \cdot L_1}{E \cdot A} \quad \Delta L_2 = \frac{R_2 \cdot L_2}{E \cdot A}$$

(2) eğıtliginde yerine yazılım olursa:

$$\frac{R_1 \cdot L_1}{A_1 \cdot S} = \frac{R_2 \cdot L_2}{A_2 \cdot S} \rightarrow R_1 \cdot L_1 = R_2 \cdot L_2 \rightarrow R_1 = R_2 \cdot \frac{L_2}{L_1} \quad (3) \text{ eklə edilir.}$$

(1) da yerine yazılırsanı;

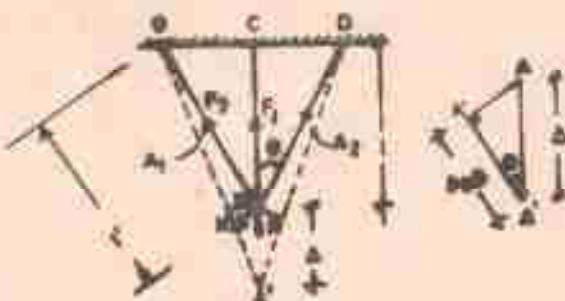
$$P = R_2 + \frac{L_2}{L_1} + R_2 \Rightarrow P = R_2 \left(1 + \frac{L_2}{L_1} \right)$$

$$R_2 = \frac{P - L_2}{L_1 + L_2} \dots \dots \dots \quad (4) \text{ elə edilir.}$$

Bu şəhərdə 1 və 2 hissələrinde olğanın iş konvətlər belirlənmiş və hiperstatik olma bir sistem qəsiliyi olur.

4.4.5. Eşlik Qabuqlarda Elastik Analiz

Şəhərdə görüldüyü gibi düzən edilmiş bir sistemə ehtiyacımız var. A nöqtəsindəki yer değişimini Δ olsun. XYY üçgeninin göstərinə malzum.



$$\delta_{AB} = \Delta \cdot \cos\theta, \quad D = L/\cos\theta$$

$$\delta_{AB} = \frac{P_2 \cdot L'}{A_2 \cdot S} = \frac{P_2 \cdot L/\cos\theta}{A_2 \cdot S}$$

(1) yan qubuqlarlaşıma.

Orta çubuktaki uygulanan qüdəşləri ləsə:

$$\Delta = \frac{r_1 + L_1}{A_1 + \pi} \quad , \quad \Delta_{AB} = \Delta \cdot \cos\theta$$

$$\Delta_{AB} = \frac{r_1 + L_1}{A_1 + \pi} \cdot \cos\theta \quad (2)$$

(1) və (2) eynitlenirən:

$$\frac{r_2 + L_2 \cos\theta}{A_2 + \pi} = \frac{r_1 + L_1}{A_1 + \pi} \cdot \cos\theta$$

$$r_2 = r_1 - \frac{A_2}{A_1} \cdot \cos^2\theta \quad \text{elde edilir, (3)}$$

$\rightarrow \Sigma F_y = 0$ şərti yazılırmış

$$F_1 + 2F_2 \cos\theta - P = 0 \Rightarrow F_1 + \underbrace{\left[2r_1 + \frac{A_2}{A_1} \cdot \cos^2\theta \right] \cos\theta}_{F_2} - P = 0$$

$$F_1 = \frac{P}{1 + 2 \frac{A_2}{A_1} \cos^2\theta} \quad \text{elde edilir.}$$

P bilinir, A₂, A₁, θ bilinməyər, F₁ bulunur.

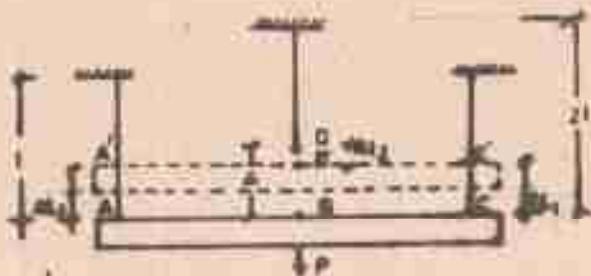
F₂ - (3) dan hesablanır. Üçüncü durumlar:

$$\theta = 0 \Rightarrow F_1 = \frac{P}{3}$$

$$\theta = 90^\circ \Rightarrow F_1 = P \text{ dir.}$$

4.4.6. İkmal Gerilimeler (Montaj Hataları)

Bir yapının montajı yapılışken, yapım hataları nedeniyile proje boyutlarından bazı elementler ayrılabılır. Bundan dolayı da gerilimler ortaya çıkar. Bu lara ikmal gerilme denir.



Şekildeki sistemi göz önünde alalım. $AB = BC$ ve tüm çubuklar aynı malzemeden yapılmış ve kırıtları aynı olsun. Orta çubuk Δ ender来看看吧. Bu çubuğu alttaki ABC kırığına monte etmeye çalışalım. ABC kırığını birleştirmeye esasında çubuklarda iç kuvvet doğacaktır. Bu iç kuvvetlerin tayini için, sistemin serbest cisim diyagramını ele alalım.

$$\text{At } B: \sum M_B = 0 \Rightarrow N_1 = N_3 \\ \text{At } C: \sum F_y = 0 \Rightarrow N_2 = 2N_1 \text{ olur.}$$

Aynı zamanda ABC kırığının yer değiştirmesi her üç çubuk ığında paralel kalmasına froma neden durumda da ABC kırığı yuvalayışının muhafaza edeceğini;

$$\begin{aligned} AA' &= BB' = CC' = \Delta B' , \\ AA' &= \Delta L_1 , \quad BB' = \Delta , \quad CC' = \Delta L_2 \text{ ise} \\ \Delta L_1 &= \Delta - \Delta L_2 \quad \text{yazılabilir.} \end{aligned}$$

VİVYAT:

$$\frac{N_1 + L}{A \cdot E} = \phi - \frac{N_2 + 2L}{A \cdot E} \text{ bunda } N_2 = 2N_1 \text{ yazılırmış;}$$

$$N_1 = \frac{\phi - L}{5L}, \quad N_2 = \frac{2}{5} - \frac{\Delta \Delta \phi}{L} \quad \text{bulunur.}$$

Gördüğü gibi ortak qubuk şeması, yan qubuklar tamaya gelişir.

Şimdi sisteme bir P yükü etki ettirelim. Uygulanan kuvvet etkisiyle tür qubuklar çökmeye gelişir.



Qubuklarındaki usmalar birbirine eşit olmalıdır;

$$\frac{N_1 + L}{A \cdot E} = \frac{N_2 + 2L}{A \cdot E} \Rightarrow N_2 = \frac{N_1}{2}, \quad N_1 = 2N_2$$

$2N_1 + N_2 = P$ olduğundan;

$$2N_1 + \frac{N_1}{2} = P \Rightarrow 5N_1 = 2P \Rightarrow N_1 = \frac{2P}{5} = N_2$$

$$N_2 = \frac{2P}{5}/2 = \frac{1}{5}P \text{ olur.}$$

Bu kuvvetler montaj kuvvetleriyle toplanırsa;

$$R_1 = \frac{2}{5}P - \frac{\Delta \Delta \phi}{5L} \quad (N_1 \text{ basma ilk durumda})$$

$$R_2 = \frac{P}{5} + \frac{2}{5} \frac{\Delta \Delta \phi}{L} \quad (N_2 \text{ şeması ilk durumda})$$

Boylece α miktarını değiştirek iç kuvvetleri ve gerilmeleri ayarlanmak mümkündür. Δ büyüklüğü böyle sağlanır ki, örneğin, tüm qubuk gerilmeleri aynı olsun.

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{A} = \sigma_2 = \frac{N_2}{A} \quad \text{bulunurak}$$

$$\Delta = \frac{PL}{3A_E} \quad \text{elde edilir.}$$

Tüm sistemindeki gerilmeler,

$$\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = \frac{1}{3} \cdot \frac{P}{A} \quad \text{olar.}$$

P yükü kontrol edilmemişinde sistemindeki gerilmeler:

$$\text{Düşük yubuklarda: } \sigma_1 = \sigma_3 = \frac{2}{3} \cdot \frac{P}{A} = 0.4 \frac{P}{A}$$

$$\text{Orta yubuklarda: } \sigma_2 = \frac{1}{3} \cdot \frac{P}{A} = 0.2 \frac{P}{A} \quad \text{olar.}$$

Her iki hali karşılaştırarak orta yubugün bağlanışındaki en yüksek gerilmeyi projenin gerilmelerini 0.4 P/A dan 0.33 P/A ya düşürmüştür. Son yıllarda yapılarında yuvaların bağlanışında kontrolü onem kazanmış ve bu gerilmeli beton üretimi geride kalmıştır.

4.4.7. Cisimlerde İni Etkisi

Sıcaklık değişimleri ile cisimlerde deformasyon oluşturduğu bilinmektedir.

L boyundaki bir cisim Δt °C endırıtıldığında uzanır;

$$\Delta L = L \cdot \alpha \cdot \Delta t$$

$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L} = \alpha \cdot \Delta t \text{ dir.}$$



Burası:

$$\Delta L = \text{Uzama}$$

L = Çubukun boyu

ϵ = Çubuk malzememinin uzama oranasyonu

$$\Delta t = {}^{\circ}\text{C} \text{ olarak ölçmekiz}$$

Eğer deformasyonlara neden olmaz ise, şekilde
gördüğü gibi, termik gerilimler doğar.



Bu da usansaya neden olunduğu zaman çubukta olacak
gerilmenin hesaplanmasını sağlar. $C = \frac{P}{A}$ yazılır; $P = A . E . \epsilon . \Delta t$ olur.

$$P = A . E . \epsilon . \Delta t \text{ olur.}$$

4.4.8. Hidrostatik ve Ince Tüpler

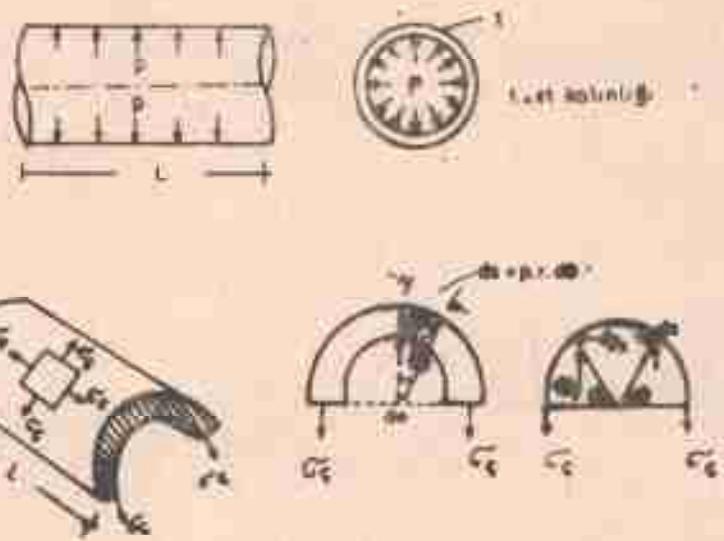
Su ve gaz gibi sıvıların iç basıncına tabi boru-
lardaki malzemiği, bilhassa ön proje çalısmaları için,
boru formülü yardımıyla bulunur.

Örneğin, bir barajın dırıksızlığının l m boyundaki
bir kısmını diskate alalım. Dırıksız yatay konumda ve çapı-
nın bir birim olduğunu kabul edelim. Boru eksemesi ile baraj-
daki su seviyesi arasındaki fark h olsun. Borunun iç yüzeyine
etki edecek basıncı $P = \gamma h$ dir.

$$dP = dA . P = l . ds . p = r . d\theta . P = p . r . d\theta$$

$$dP_x = dP . \cos\theta = d\theta . p . \cos\theta$$

$$dP_y = dP . \sin\theta = d\theta . p . \sin\theta = p . r . \sin\theta . d\theta$$



1) $\rightarrow \sum F_x = 0$, yataş bileşenler sıfır işaretli olduğundan;

$$\rightarrow \sum F_x = 0 \quad \int dP_x = 0$$

2) Dışay bileşenler:

$$\begin{aligned} \sum F_x &= 0 = -2 C_g + t + \int_0^{\pi} P \cdot r \cdot \sin\theta \cdot d\theta = 0 \\ &= -2 C_g + t + P \cdot r \left[-\cos\theta \right]_0^{\pi} \end{aligned}$$

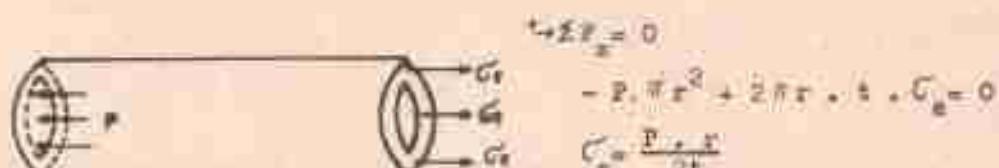
$$C_g = \frac{P \cdot r}{4} \quad \text{bulunur. Buradaki}$$

C_g = Dövresel gerilme

P = İç basıncı

r = Yarıçapı

t = Boru et kalınlığı



Bu ikinci olurak olurken gerilmesi denir. Bu da göre bir boruda çevresel gerilme olursa ekstenel gerilmenin iki katıdır.

Çevresel gerilmesi yarıçapta bir artma, ekstenel gerilmesi ise bir kisalma saydansı getirir.

$$\frac{C_0}{E} = \frac{F + r}{t} \quad \quad \epsilon_0 = \frac{\Delta r}{r} \Rightarrow \Delta r = \frac{C_0}{E} \cdot r$$

$$\epsilon'_0 = \epsilon_0 + \bar{x} \quad \epsilon_0 = \frac{C_0}{E} = \frac{\Delta r}{r}$$

$$\epsilon_0' = \frac{F + r}{E + t} = \frac{\Delta r}{r}$$

$$\text{yapta artma: } \Delta r = \frac{F + r}{E + t}^2 \quad \text{olur.}$$

Aynı şekilde;

$$\frac{C_0'}{E} = \frac{F + r}{2t} \quad \epsilon_0' = \frac{C_0'}{E} = \frac{F + r}{2Et}$$

$$\epsilon_0' = -\mu \cdot \epsilon_0 + \mu \frac{F + r}{2Et} \frac{\Delta r}{r} \Rightarrow \Delta r = -\mu \frac{F + r}{2Et}^2$$

Çevresel ve ekstenel gerilmeden dolayı toplam umum veya kisalma;

$$\Delta r = \frac{F + r}{E + t}^2 - \mu \frac{F + r}{2Et}^2 = \frac{F + r}{E + t}^2 \left(1 - \frac{\mu}{2}\right) \text{ bulunur.}$$

4.4.9. Normal Kuvvetle Maruz Qubuklarda Boyutlandırma, Kontrol ve Yük Hesabı

a.) Boyutlandırma:

$$A \gg N/C_{em} \dots \dots \dots (1)$$

N biliniyor ve malzemenin emniyet gerilmesinde biliniyorsa (1) dan neslit tayin edilir.

b) Kontrol:

$$C = \frac{N}{A} \leq C_{\text{em}} \text{ cm}$$

N ve A biliniyor ise gerilme bulunuş ve bulunan gerilmeden emniyet gerilmesinden küçük veya eşit olması koşulu kontrol edilir.

c) Yük Hesabı:

Kontrollü birlikte ve emniyet gerilmesi ile bulunuş N ve A yükün tespit edileceği yük $N_{\text{t}} A$, C_{em} formülünden bulunur.

ÖRNEK 5. Şekildeki gibi ekşenel inşaat strukturındaki kompozit parmakta;

- a) Lorentz kuvvet分配ını,
- b) Her bir emniyette olucek gerilimeleri
- c) Çubukun toplam boy dehşiminini hesaplayınız.

$$E_1 = 2 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2$$

$$S_{d1} = 7 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2$$

$$E_{2r} = 8,3 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2$$

$$A_1 = 2 \text{ cm}^2$$

$$A_{d1} = 6 \text{ cm}^2$$

$$A_{2r} = 5 \text{ cm}^2$$



Übung:

a) $0 \leq x \leq 1$ anwälge:

$$\text{Diagramm: } \begin{array}{c} \text{F} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{array} \rightarrow N_1 \quad \sum F_x = 0 \Rightarrow N_1 = 1 \text{ ton (gerades)}$$

$$\begin{array}{c} \text{F} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{array} \rightarrow N_1 \quad \sum F_x = 0 \Rightarrow -2 + 4 + N_{11} = 0 \quad N_{11} = -3 \text{ t}$$

vera

$$\begin{array}{c} \text{F} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{array} \rightarrow N_1 \quad N_2 = 3 \text{ t} \quad (\text{gerade})$$

5 $\leq x \leq 7$ anwälge:

$$\begin{array}{c} \text{F} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{array} \rightarrow N_1 \quad \sum F_x = 0 \Rightarrow -1 + 4 - 5 + N_{br} = 0 \quad N_{br} = 5 \text{ t}$$

(gerade)

$$\text{b) } C_1 = \frac{N_1}{A_1} = \frac{1000}{2} = 500 \text{ kg/cm}^2 \quad (\text{gerade})$$

$$C_2 = \frac{N_{11}}{A_{11}} = \frac{3000}{6} = 500 \text{ kg/cm}^2 \quad (\text{gerade})$$

$$C_{br} = \frac{N_{br}}{A_{br}} = \frac{1000}{5} = 1000 \text{ kg/cm}^2 \quad (\text{gerade})$$

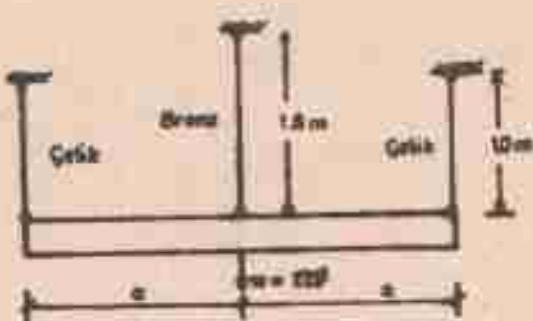
$$\text{c) } \Delta L = \Delta L_1 + \Delta L_{11} + \Delta L_{br} = \frac{N_1 \cdot L_1}{A_1 \cdot E_1} + \frac{N_{11} \cdot L_{11}}{A_{11} \cdot E_{11}} + \frac{N_{br} \cdot L_{br}}{A_{br} \cdot E_{br}}$$

$$\Delta L = \frac{1000 \cdot 100}{2 \cdot 2 \cdot 10^7} + \frac{3000 \cdot 400}{6 \cdot 7 \cdot 10^7} + \frac{1000 \cdot 200}{5 \cdot 8,3 \cdot 10^7} = -0,07 \text{ cm}$$

(gerade) (kein halbe) (gerade) (gerade)

ŞİKLİK 6. Ağırlığı 17.5 ton olan rıjît tableti şekilde görüldüğü gibi çelik ve bronz tellerle tıpkılmaktadır. Her bir çubukta soyudan gelen serilmesi həşərləyinmiş.

Her bir çelik telin alanı $A_q = 6 \text{ cm}^2$, $E_q = 2 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2$
Bronz telin alanı $A_{br} = 9 \text{ cm}^2$, $E_{br} = 8.3 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2$



ÇÖZÜM: Birbəstə cisim diyagramını çizsək:



Statik dengə qərtindən,

$$2R_q + 2R_{br} = 17500 \text{ kg} \quad (1)$$

Sistem simetrik olduğundan yüklenmeden sonra table yatay kalmak sorundadır. Bu durumda çelik ve bronz tellerdeki usamlar eşit olmak sorundadır. Buradan:

$$\Delta L_q = \Delta L_{br} \quad \text{yazılabilir.}$$

$$\frac{R_q \cdot L_q}{A_q \cdot E_q} = \frac{R_{br} \cdot L_{br}}{A_{br} \cdot E_{br}} \Rightarrow \frac{R_q \cdot 100}{6 \times 2 \times 10^6} = \frac{R_{br} \cdot 160}{9 \times 8.3 \times 10^5}$$

$$R_q = 2.57 R_{br} \quad (2)$$

(1.) de yerine yazılır:

$$2(2.57 \cdot R_{br}) + r_{br} = 17500 \Rightarrow R_{br} = 2850 \text{ kg} \quad (\text{çekme})$$

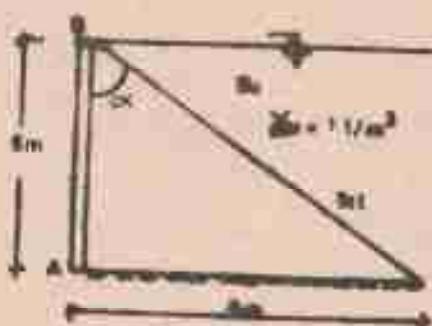
$R_g = 2.57 \times 2850 = 7325 \text{ kg}$ (çekme) kuvvetleri bulunur.

$$\frac{R_g}{g} = \frac{R_g}{4.9} = \frac{7325}{4.9} = 1495 \text{ kg/cm}^2 \quad (\text{çekme})$$

$$\frac{R_g}{R_{br}} = \frac{R_g}{R_{br}} = \frac{2850}{9} = 317 \text{ kg/cm}^2 \quad (\text{çekme})$$

gerilmesi bulunmaktadır.

ÖRNEK 7. Şekilde gösterildiği gibi düzgün right bir kapajın genişliği $b = 3 \text{ m}$ olup her iki üst köşesinden çelik telle zeminde tıskıt edilmiştir. Kapajın dengede tutabilmesi için çelik tel kesiti ne olmalıdır. Telin enkazat gerilmesi $F_m = 1400 \text{ kg/cm}^2$ dir.



ZORUNLULUK:



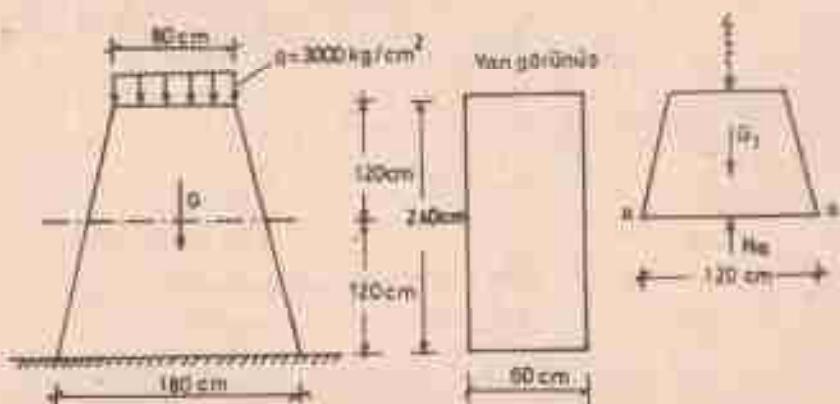
$$\begin{aligned} \frac{R_x}{X} &= \frac{1}{2} \cdot Y + h^2 \cdot b \\ \frac{R_x}{X} &= \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 6^2 \cdot 3 = 54 \text{ ton} \\ (2M_I = -54 \cdot X + R_y \cdot \sin \alpha \cdot b) &= 0 \\ -108 + 0.8 \cdot 6 \cdot R_y &= 0 \\ R_y &= \frac{108}{0.8 \cdot 6} = 22.5 \text{ ton} \end{aligned}$$

Her bir tale gelen yük :

$$N_{t,1} = \frac{22.5}{2} = 11.25 \text{ ton.}$$

$$C = \frac{N}{A} \Rightarrow A = \frac{N}{C} = \frac{11250}{3400} = 3.33 \text{ cm}^2$$

ÖRNEK 8. Beton bir duvar şeridinde görüldüğü gibi 3000 kg/m^2 şiddetinde uniform yayılı bir yükle yüklenmiştir. Tabanla 1.2 m yüksekliğindedeki bir seviyede serilme durumunu inceleyiniz. (Betonun 1 m^3 'nin ağırlığını 2400 kg olarak alınınız)



COŞKUM:

$$\gamma_b = 2400 \text{ kg/m}^3$$

$$P = q \cdot A = 3000 \times 0.60 \times 0.60 = 1080 \text{ kg}$$

$$G_1 = \gamma_b \times A \times b = 2400 \times \left(\frac{1.20 + 0.60}{2} \right) \cdot 1.20 \times 0.60 = \\ = 1555 \text{ kg}$$

$$\rightarrow \sum F_y = 0 \Rightarrow -P - G_1 + R_B = 0$$

$$R_B = 1080 + 1555 = 2635 \text{ kg}$$

$$C'_n = \frac{R_B}{A_n} = \frac{2635}{0.6 \times 1.2} = 3660 \text{ kg/cm}^2$$

ÖRNEK 9. İç çapı 60 cm olan ve 40 kg/cm^2 lik basıncı
maksimum bir ince borusundan et kalınlığının hemşiplenmesi.
 $C_{\text{em}} = 1200 \text{ kg/cm}^2$ alarak dış çapı bulunur.



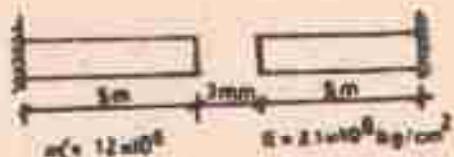
$$\text{COŞKUM: } D_1 = 60 \text{ cm} \Rightarrow r = \frac{D_1}{2} = \frac{60}{2} = 30 \text{ cm}$$

$$C'_g = \frac{P \cdot r}{t} \Rightarrow t = \frac{P \cdot r}{C'_{\text{em}}} = \frac{40(\text{kg/cm}^2) \cdot 30(\text{cm})}{1200(\text{kg/cm}^2)} = 1 \text{ cm}$$

$$D_2 = 60 + 2 \cdot 1 = 62 \text{ cm} \text{ olarak bulunur.}$$

ÖRNEK 10. Değilinde görülenin aksine çelik çubukları uçları
arasında 10°C de 3 mm lik aralık vardır.

- Hangi sıcaklık derecesinde çubukların uşları
birleşir?
- Sıcaklık 50°C ye yükseltildiğinde çubuklardan meydana
gelen gırılımın hemşiplenmesi,



GÖZLEMEK:

a) Oluşanak usanı $\Rightarrow \Delta L = L_0 \cdot \alpha \cdot \Delta t$

$$\Delta L_1 = \frac{\Delta L}{2} = L_0 \cdot \alpha \cdot \Delta t$$

$$\Delta L_1 = \frac{0.12 \cdot 3}{2} = 500 \cdot 12 \times 10^{-6} \cdot (t_1 - 10)$$

$$t_1 = 35^{\circ}\text{C}$$

b) Gerilme $C = E \cdot \epsilon \cdot \Delta t$

$$C = 21 \times 10^6 \cdot 12 \times 10^{-6} \cdot (50 - 35) = 378 \text{ kg/cm}^2$$

PROBLEMLER:

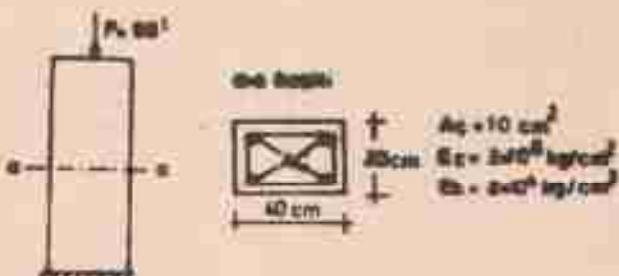
1. Şekilde görüldüğü gibi A noktasına nafasla bağlanan riyit bir çubuk B noktasında çelik bir tale asılmış olup C ucunda 6 t'lik düşey bir yük etkisindeki, Çelik taledeci gerilimini ve C noktasının düşey yer değiştirmesini bulunuz.

Cevap: ($C_q = 1200 \text{ kg/cm}^2$, $A_T = 0,32 \text{ cm}^2$)



2. Şekilde görüldüğü gibi ekranel $P=60 \text{ t}$ 'lik yük tensiri altındaki molonla demir çubuklarında ve betonda oluşan gerilmeleri hesaplayınız.

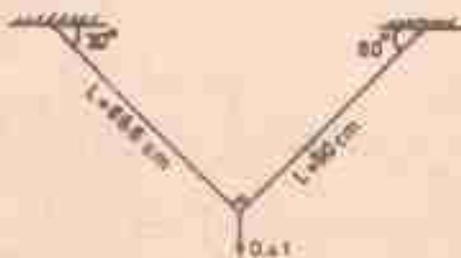
Cevap: ($C_q = 1428,6 \text{ kg/cm}^2$, $C_b = 57,1 \text{ kg/cm}^2$)



3. Şekilde görülen sisteme her bir telin çapı 6 mm ve elastisite modülü $E = 2.0 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2$ dir. B noktasından düşey olarak 0,4 ton yük uygulanması halinde:

- Her bir telde oluşan gerilimi,
- B noktasının düşey ve yatay yer değiştirmesini bulunuz.

Cevap: ($E_{AB} = 395 \text{ kg/cm}^2$, $E_{BD} = 585 \text{ kg/cm}^2$, $\Delta L_{BY} = 0,0063 \text{ cm}$
 $\Delta L_{BD} = 0,0335 \text{ cm}$).

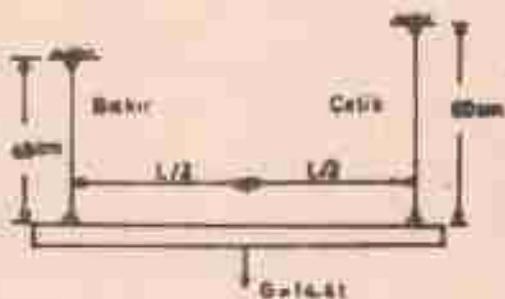


4. Şekilde görüldüğü gibi, biri bakır diğeri çelik olan iki teli ağırlığı 14,4 ton olan uniform kemiği bir telsiz sistemi oluşturmak istenmiştir. Telsizin yatsıydmasını koruyabilmesi için çubukların kozit alanlarının oranı ne olmalıdır?

$$E_g = 2 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2$$

$$E_b = 1 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2$$

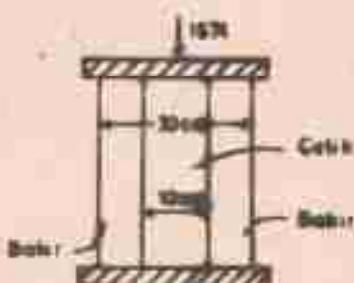
Cevap: ($\frac{A_b}{A_g} = 1.5$)



5. Balkır tır tıbbın içine geçirilen çelikten yapılmış silindir bir sistem şekilde görüldüğü gibi bir yükleme durumuna maruzdır. $P_0 = 157$ tonluk bir basing kuvveti uygulanmasız haliinde balkır tüp ve çelik silindirde meydana gelen gerilimeleri hesaplayınız.

$$E_b = 1 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2 \quad E_c = 2 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$$

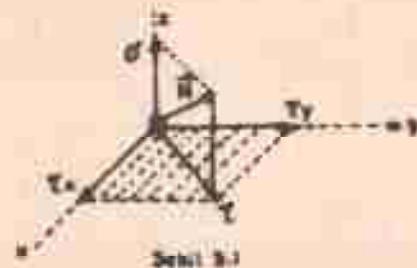
Cevap: ($C_b = 400 \text{ kg/cm}^2$)
($C_c = 200 \text{ kg/cm}^2$)



5. GERİLME ANALİZİ

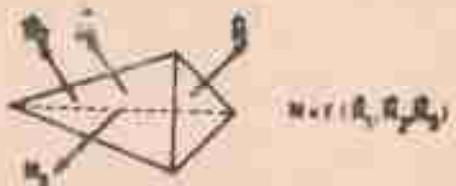
Normal kuvvet etkisindeki çubuklardan qutuk enkasisinde oluşan gerilmesin $\sigma = \frac{N}{A}$ olduğunu görülmüştür.

Eğik kesitlerde oluşan gerilmeleri belirlemek için şekil 5.1'yi göz önüne alalım. Dış kuvvetler altındaki bir cisimin O noktasının herhangi bir şekilde yönlendirilmiş bir yüzey parçasığında, cisminin bir tarafındaki maddenin diğer tarafındaki parçaya bir \vec{N} gerilmesi iletmekte ve genel olarak bu gerilme vektörü eğik komutta olmaktadır. \vec{N} gerilmesinin iki bileşeni vardır. Bunlar sırasıyla normal gerilme (N) ve (T) teğetsel gerilmedir.



Buna göre bütün yüzeylerdeki gerilme vektörü \vec{N} , biri normal gerilme ve aralarında dik açı oluştururan ve normal gerilmesi dik bir düzleme içinde bulunan iki teğetsel gerilmeyle belirtilir.

Muhavemette bir noktadan geçen bütün yüzey parçalarındaki gerilmeleri belirtmek için verilmesi gerekliliğe değerlerin hepsi birden tek bir büyüklük olarak düşünülür ve O noktasının gerilme hali denir.

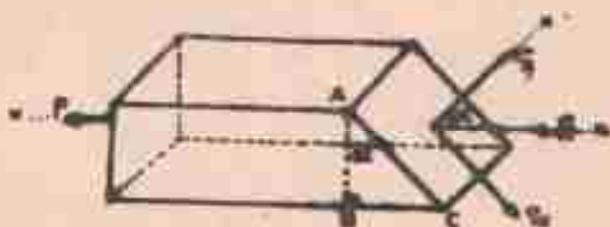


Gorilme halleri:

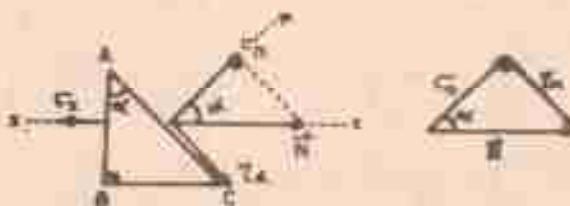
1. Bir eksenli gorilme,
2. İki eksenli gorilme,
3. Üç eksenli gorilme halidir.

5.1. Bir Eksenli Gorilme Hali

Bir eksenli gorilme hali çehre veya basincas narur prizmatik yumruk veya kiriglerde normali π ile bir \angle açısı yapar eğik düzlemler için söz konusudur. Eğik düzlemlerde soydans gelen gorilmeyi hesaplamak için şekil 5.2 yi gözdenine alalım.



Eğik kesitteki normal gerilimlerin bileskesini C_n ile kayma gerilmesinin bileskesini ise T_x ile gösterelim. Bu elementin iktisumu olan ABC ni hesaplayalım.



Sistemin dengede olabilmesi için;

$$\rightarrow \sum F_x = 0 \text{ şartı yerilirken,}$$

$$-C_x + AB + \bar{N} + AC = 0 \text{ olmalıdır} \quad (1)$$

$$\cos \alpha = \frac{C_n}{N} \Rightarrow C_n = \bar{N} \cos \alpha \quad (2)$$

$$\sin \alpha = \frac{R_x}{N} \Rightarrow R_x = \bar{N} \sin \alpha \quad (3)$$

Aynı zamanda element üzerinde A-B-C üçgeninde

$$\cos \alpha = \frac{AB}{AC} \quad \text{ve} \quad \sin \alpha = \frac{BC}{AC} \text{ dir.}$$

$$AB = AC \cdot \cos \alpha \quad \text{ve} \quad (4)$$

$$BC = AC \cdot \sin \alpha \quad \text{dir.} \quad (5)$$

(4) de elde edilen $AB = AC \cdot \cos \alpha$ (1) de yerine
yerilirken;

$$-C_x + AC \cdot \cos \alpha + \bar{N} + AC = 0 \\ \bar{N} = C_x + \cos \alpha \quad \text{elde edilir.} \quad (6)$$

Bulunan değer (2) de yerine yerilirken;

$$C_n = C_x \cdot \cos \alpha \cdot \cos \alpha = C_x \cdot \cos^2 \alpha \quad \text{elde edilir.}$$

$$\cos^2 \alpha = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2} \quad \text{olduğundan}$$

$$C_x = \frac{C_x'}{2} (1 + \cos 2\alpha) \quad (?)$$

elde edilirki bu denklem normal ile α açısı yapan bir düzleme normal gerilimini verir.

Aynı şekilde (6) da elde edilen değer (3) de yerine yazılırsa:

$$T_x = C_x' \cdot \cos \alpha \cdot \sin \alpha \quad \text{elde edilir.}$$

$$\sin \alpha \cdot \cos \alpha = \frac{\sin 2\alpha}{2} \quad \text{olduğundan}$$

$T_x = \frac{C_x'}{2} \cdot \sin 2\alpha \quad$ elde edilirki bu denklem normal ile α açısı yapan düzleme kayma gerilmesini verir.

Bu özel hale bir eksenli gerilme hali denir.

Gerilmelerin işaretleri normal gerilmede α açısında $+ \square$ positif, basinc haliinde $- \square$ negatiftir. Kayma gerilimlerinde ise kayma gerilmeleri eklemi saat tırnaklarında çevirmeye çalışıysa α pozitif $\tau | + | \tau$, aksi durumda negatiftir $\tau | - | \tau$.

Grafik Çizimi:

Analitik yolla həmoplansın gerilmeleri grafik yolla həmoplasmak için deşşik yollar vardır. En basit grafik gösterisi MOHR (1835-1918) tarafından verilmiştir. Bu yöntemde enas; bir noktada normal ve kayma gerilmelerini anılan noktada apsis ve ordinatı olaraq belirlenir. α açısı değiştiğinde bu noktanın geometrik yarını aranmaktadır.

Belli tillas bu esas uygulanmak için dene önce besaplandığımız C_n ve C_x denklemlerinde α yi yok etmemiz gerekdir. Bunun için;

$$C_n = \frac{C_x}{2} (1 + \cos 2\alpha)$$

$C_x = \frac{C_x}{2}$. $\sin 2\alpha$ denklemleri aşağıdaki şekilde yazılır ve;

$$C_n = \frac{C_x}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \cos 2\alpha$$

$C_x = \frac{C_x}{2} \cdot \sin 2\alpha$ her iki denklemde kareleri alıp taraf tarafa toplanırırsa;

$$(C_n - \frac{C_x}{2})^2 = (\frac{C_x}{2} \cdot \cos 2\alpha)^2$$

$$(C_x)^2 = (\frac{C_x}{2} \cdot \sin 2\alpha)^2 \rightarrow$$

$$(C_n - \frac{C_x}{2})^2 + (C_x)^2 = \frac{C_x^2}{4} \cdot (\cos^2 2\alpha + \sin^2 2\alpha)$$

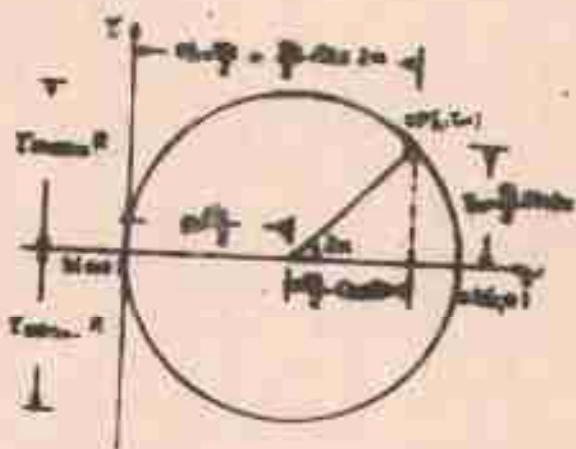
$$(C_n - \frac{C_x}{2})^2 + (C_x)^2 = (\frac{C_x}{2})^2 \text{ elde edilir. (9)}$$

Bu denklem apasını C_n , ordinatı C_x olan noktaların geometrik yeri olan dairesi verir. Bu dairesye Mohr dairesi adı verilir.

Mohr dairesinin çizimini bir elemanı gözönüne alarak gösterelim. Gerilmeye maruz bir elemanın a, b, c, düzlemleri mohr dairesinde a, b ve c noktaları ile tanımlanmaktadır. Normali yatayla α açısı yapmış o düzlemindeki gerilmeleri mohr dairesi yardımıyla tayin edelim. Ancak aşağıdaki kuralları gözönünde tutmak gerekdir.

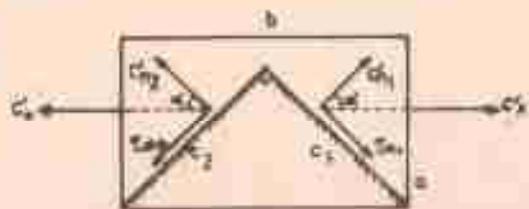


- 1) C_x gerilmesi bilindigine gore $a(C_x; 0)$ ve $b(0; 0)$ noktalarini cap kabul eden daire cisilir (Şekil 5.3).
- 2) Gerilmeye maruz parçacikta bilinen σ düzlemini σ düzleminde kaçiktirmak için enst ibresinin tersi yönünde σ aqisi hatar donulmesi gerekir. Mohr dairesinde aynı yönde 2α açimi kadar dönderek σ noktasini bulunur.
- 3) Bulunan σ noktasının apsisi σ noktasındaki normal gerilimini, ordinatı ise kaynak gerilisini verir.
- 4) σ noktasını, σ düzlemini 2α kadar kaçiktirma yönünde dönderek bulabildigimiz gibi σ düzlemini $2(90-\alpha)$ kadar yine σ ile τ kaçikturma yönünde dönderek de bulabiliriz.



Şekil 5.3

Şekilde görüldüğü gibi birbirine dik iki kesitteki gerilme durumunu inceleyelim.



Buna önce belirtildiği gibi,

$$\zeta_{\alpha} = \frac{C_x}{2} (1 + \cos 2\alpha)$$

$$\zeta_{\alpha} = \frac{C_x}{2} \cdot \sin 2\alpha \quad \text{oldu.}$$

Eşittiklerde α yerine $(\alpha + \frac{\pi}{2})$ veya 2α yerine $(\pi + 2\alpha)$ yazılılığında;

$$\zeta_{\alpha} = \frac{C_x}{2} (1 + \cos(\pi + 2\alpha)) \quad \text{ve}$$

$$\zeta_{\alpha} = \frac{C_x}{2} \cdot \sin(\pi + 2\alpha) \quad \text{elde edilir.}$$

Trigonometrik eşitlikler sonucu;

$$\cos(\pi + 2\alpha) = -\cos 2\alpha$$

$$\sin(\pi + 2\alpha) = -\sin 2\alpha \quad \text{olduğuna göre;}$$

$$\zeta_{\alpha} = \frac{C_x}{2} (1 + (-\cos 2\alpha)) = -\frac{C_x}{2} (1 - \cos 2\alpha) \quad (10)$$

Kayma gerilmesi ise;

$$\zeta_{\alpha/2} = \zeta_y = \frac{C_x}{2} (-\sin 2\alpha) = -\frac{C_x}{2} \cdot \sin 2\alpha \quad \text{elde edilir.} \quad (11)$$

Birbirine dik iki düzlemdeki normal gerilimleri yarın 7 ve 10 nolu denklemler tarafı tarafa toplanırsak

$$\sigma'_{n_1} + \sigma'_{n_2} = \frac{\sigma'_x}{2}(1 + \cos 2\alpha) + \frac{\sigma'_y}{2}(1 - \cos 2\alpha)$$

$$\sigma'_{n_1} + \sigma'_{n_2} = \frac{2\sigma_x}{2} = \sigma_x \Rightarrow \sigma_x = \sigma'_{n_1} + \sigma'_{n_2} \quad (12)$$

elde edilir.

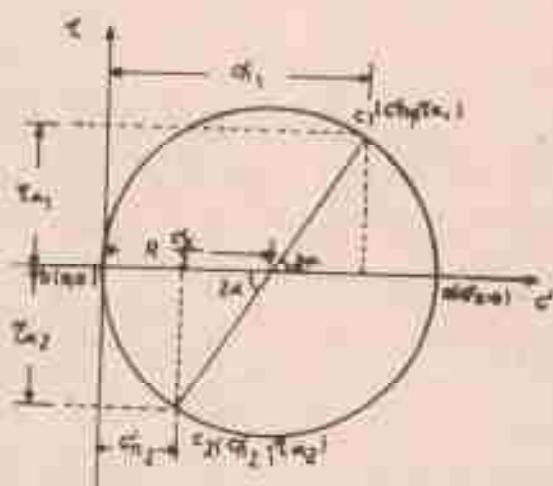
Aynı şekilde birbirine dik iki düzlemdeki boyalı gerilimleri arasında:

$$\tau'_{n_1} + \tau'_{n_2} = \frac{\sigma'_x}{2} \sin 2\alpha' - \frac{\sigma'_y}{2} \sin 2\alpha'$$

$$\tau'_{n_1} = -\tau'_{n_2}$$

İkinci eşitliği kullanılarak elde edilir. $\tau'_{n_1} = -\tau'_{n_2}$ (13)

Bu durum şekil 5.4 de mohr dairesinde grafik olarak gösterilmiştir.



Şekil 5.4

Şekilden görüleceği gibi c_1 ve c_2 noktaları merkeze göre simetiktir. Mohr dairesinin özellikleri incelenirse:

$$\kappa = 0 \text{ ise } C_n = \frac{C_x}{2} (1 + \cos 2\kappa) = C_x = C_{\max}$$

x eksenine dik kesitte normal gerilmesi verir.

$$C_n = \frac{C_x}{2} (1 - \cos 2\kappa) = 0 \quad C_{\min} = 0$$

y eksenine dik kesitte normal gerilmesi verir.

$$\kappa = 0 \text{ ise } C_y = \frac{C_x}{2} \cdot \sin 2\kappa = 0 \quad a \text{ noktası için}$$

$$C_y = \frac{-C_x}{2} \cdot \sin 2\kappa = 0 \quad b \text{ noktası için}$$

Birbirine dik bu düzlemlerdeki kayma gerilmeleri sıfırdır.

$C_{\max} = C_x$ ve $C_{\min} = 0$ 'a ADAL GERİLMELERE bunların tersi ettilerini düzlemlerde ADAL DÜZLEMELERI denir.

Kayma gerilmelerinin extrem değerleri ise birbirine dik olan kesitlerde bulunur. Bu kesitler $\kappa = 45^\circ$ ve $\kappa = 135^\circ$ olan kesitlerdir.

$$\kappa = 45^\circ \text{ için } C_{\max} = \frac{C_x}{2}, \quad C_{\min} = \frac{C_x}{2}$$

$$\kappa = 135^\circ \text{ için } C_{\max} = \frac{C_x}{2}, \quad C_{\min} = -\frac{C_x}{2}$$

Kayma gerilmelerinin bu değerlerine ADAL KAYMA GERİLMELERİ vs $45^\circ - 135^\circ$ ile tarif edilen kesitler de ADAL KAYMA ADAL DÜZLEMELERİ denir.

ÖRNEK 1. Şekilde görülen gerilmeye neden olanlar:

- Tarali düzlemdeki normal ve kayma gerilmesini
- Asal gerilmeleri ve düzlemini bulunuz.



$$a) \sigma_{\text{a}} = \frac{\sigma_x}{2} (1 + \cos 2\alpha) = \frac{1000}{2} (1 + \cos 60)$$

$$\sigma_a = 750 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_c = \frac{\sigma_x}{2} \cdot \sin 2\alpha = \frac{1000}{2} \cdot \sin 60 = 433 \text{ kg/cm}^2$$

b) Asal gerilimler;

$$\sigma_{\max} = \sigma_x = 1000 \text{ kg/cm}^2 \quad (\text{asal gerilme düzleminde a})$$

$$\sigma_{\min} = 0 \quad (\text{asal gerilme düzleminde b})$$

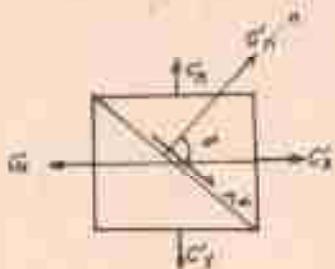
5.2. İki Eksenli Gerilme Hali

İki eksenli gerilme hali iki durumda incelenbilir.

1. Kayma gerilmesiz hal
2. Kayma gerilmeli hal

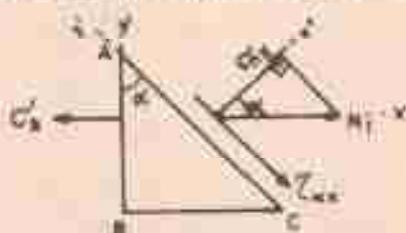
5.2.1. Kayma Gerilmesiz Hal

Şekilde görüldüğü gibi bir elemansı eksenlere aitken, çekme veya basıncı kuvvetlerinin tensör etmeleri halinde meydana gelen gerilimleri σ_x ve σ_y ile gösterelim. Bu tür gerilmeye neden olan elemansı iki eksenli gerilme haliinde olan elemen adı verilir.



Normali x ekseni ile x eksenin yuzeyinde dairesel meydana gelen normal ve boyut gerilimlerini bulalim.

Batere x yuzunde gerilimiye gecenline nizlim.



$$\cos \alpha = \frac{C_{n_x}}{N_1} \Rightarrow C_{n_x} = N_1 \cdot \cos \alpha$$

$$\sin \alpha = \frac{\sigma_{xy}}{N_1} \Rightarrow \sigma_{xy} = N_1 \cdot \sin \alpha$$

$$\cos \beta = \frac{AB}{AC} \Rightarrow AB = AC \cdot \cos \beta$$

$$\sin \beta = \frac{BC}{AC} \Rightarrow BC = AC \cdot \sin \beta$$

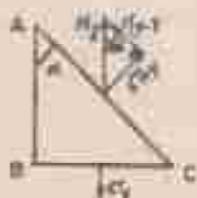
$$\Rightarrow \sum F_x = 0 \Rightarrow -C_{n_x} \cdot AB + N_1 \cdot AC = 0$$

$$-C_{n_x} \cdot AC \cdot \cos \alpha + N_1 \cdot AC = 0 \Rightarrow N_1 = C_{n_x} \cdot \cos \alpha$$

$$C_{n_x} = C_x \cdot \cos \alpha, \quad \cos \alpha = \frac{C_{n_x}}{C_x} \cdot \cos \alpha \quad (14)$$

$$\sigma_{xy} = C_x \cdot \sin \alpha, \quad \sin \alpha = \frac{\sigma_{xy}}{N_1} \quad (15)$$

Sabit ve gürültü girdilere atıfta.



$$\cos \alpha = \frac{C_x}{R_2} \quad C_{\alpha_x} = -R_2 \cdot \cos \alpha \quad (R_2 = \text{dugumun nedeni kynen gerilmesi iga-retilden dolayidir})$$

$$\sin \alpha = \frac{C_y}{R_2} \quad C_{\alpha_y} = R_2 \cdot \sin \alpha$$

$$+122 \frac{y}{x} = 0 \Rightarrow -C_y + 30 + R_2 \cdot 40 = 0$$

$$R_2 = C_y \cdot \sin \alpha$$

$$C_{\alpha_y} = C_y \cdot \sin \alpha \cdot \sin \alpha = C_y \cdot \sin^2 \alpha \quad (16)$$

$$C_{\alpha_x} = -C_x \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \quad (17)$$

14-15 ve 16-17 deki denklemler superpozisyon ilkesine göre toplanacak olurken:

$$C_0 = C_{\alpha_x} + C_{\alpha_y} = C_x \cdot \cos^2 \alpha + C_y \cdot \sin^2 \alpha$$

$$C_\alpha = C_{\alpha_x} + C_{\alpha_y} = C_x \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha - C_y \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha = \\ (C_x + C_y) \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \text{ egerde adilir.}$$

$$\cos^2 \alpha = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2} \quad \text{ve} \quad \sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2}$$

Yazılacak olurken:

$$\begin{aligned}\sigma_n &= \sigma'_x \left(\frac{1 + \cos 2\alpha}{2} \right) + \sigma'_y \left(\frac{1 - \cos 2\alpha}{2} \right) \\ \sigma'_n &= \frac{\sigma'_x + \sigma'_y}{2} + \frac{\sigma'_x - \sigma'_y}{2} \cdot \cos 2\alpha \text{ elde edilir.} \quad (18)\end{aligned}$$

$\sin \alpha \cdot \cos \alpha = \frac{\sin 2\alpha}{2}$ yazılırsa:

$$\tau_\alpha = \frac{\sigma'_x - \sigma'_y}{2} \cdot \sin 2\alpha \quad (19)$$

elde edilir. Bu denklemler kayan gerilmesiz halde iki eksenli gerilme halinde eğik bir dairedeki normal ve kayan gerilmesini vermektedir.

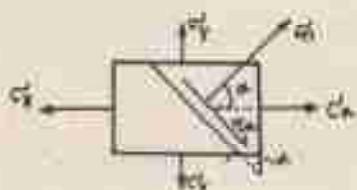
Grafik Çözüm

18 ve 19 denklemlerinde α 'lı terimler bir tarafta bırakılıp her iki tarafın işaretleri alınarak iki denklem tarafları toplanırsa:

$$(\sigma'_n - \frac{\sigma'_x + \sigma'_y}{2})^2 + (\tau_\alpha)^2 = (\frac{\sigma'_x - \sigma'_y}{2})^2 \text{ olurken}$$

daire denklemi elde edilir. Bu da iki eksenli gerilme halinin Mohr dairesidir. Bu dairenin merkezi $\frac{\sigma'_x + \sigma'_y}{2}$ ve yarıçapı ise $\frac{\sigma'_x - \sigma'_y}{2}$ dir.

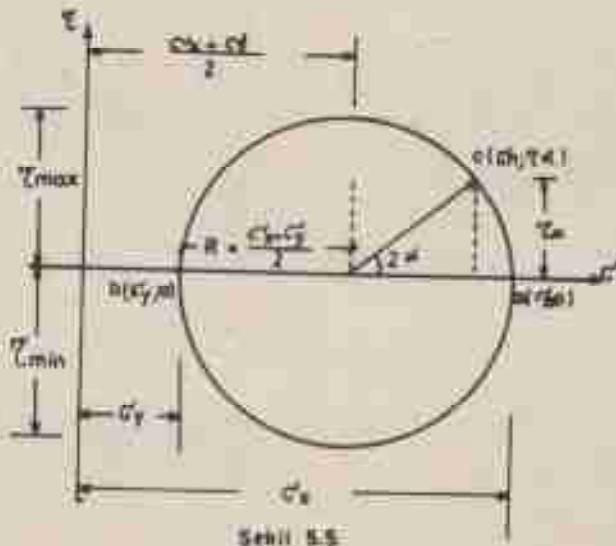
Aşağıda şemalı 5.5 de iki eksenli gerilme halı için mohr daireyi verilmüştür.



Mohr dairesinin çizimi;

- a düzleminin koordinatları : $(\sigma_x; 0)$
- b düzleminin koordinatları : $(\sigma_y; 0)$
- c düzleminin koordinatları : $(\sigma_n; \tau_n)$ dir.

Bu iki noktası, a ve b bulutlenerek a ve b yi geç kabul eden daire çizilir.



Şekil 55

a düzleme ile c düzleme paraleltirlerken mohr dairesinde hareket yönünde 2α kadar gitilerek c noktası belirlenir.

Bu noktanın koordinatları σ_n ve τ_n 'yi verir.

Mohr dairesinden şu Özellikler yazılabilir.

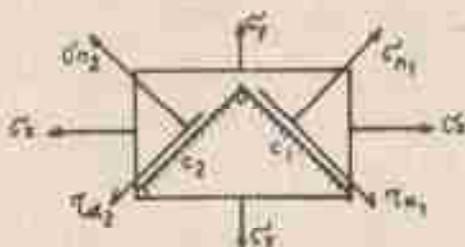
Normal gerilimlerin ekstrem değerleri olan ABAL GERİLİMELER

$$\sigma_{\max} = \sigma_x \quad \text{ve} \quad \sigma_{\min} = \sigma_y \quad \text{dir.}$$

Kayma gerilimlerinin ekstrem değerleri ise:

$$\tau_{\max} = \pm R = \pm \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \quad \text{dir.}$$

Şekilde görüldüğü gibi birbirine dik iki esenlikteki gerilme durumunu inceleyelim.



Daha önce iki esenlik gerilme halinde

$$\frac{\sigma'}{n_2} = \frac{\sigma'_x + \sigma'_y}{2}, \quad \frac{\sigma'_x - \sigma'_y}{2} \cdot \cos 2\alpha'$$

$$\tau'_{n_1} = \frac{\sigma'_x - \sigma'_y}{2}. \sin 2\alpha' \text{ eşitlikleri elde edilmiştir.}$$

Bu eşitliklerde α' yerine $(\alpha + \frac{\pi}{2})$ yazmak suretiyle:

$$\frac{\sigma'}{n_2} = \frac{\sigma'_x + \sigma'_y}{2} - \frac{\sigma'_x - \sigma'_y}{2} \cdot \cos 2\alpha'$$

$$\tau'_{n_1} = - \frac{\sigma'_x - \sigma'_y}{2} \cdot \sin 2\alpha' \text{ eşitlikleri elde edilir.}$$

Dik düzlemlerde meydana gelen gerilmeler arasında bir bağıntı kuralı için normal gerilmeler ve boyama gerilmeleri tane tarafla toplanırız;

$$\frac{\sigma'}{n_1} + \frac{\sigma'}{n_2} = \frac{\sigma'_x + \sigma'_y}{2}$$

$$\tau'_{n_1} = - \tau'_{n_2} \quad \text{elde edilir.}$$

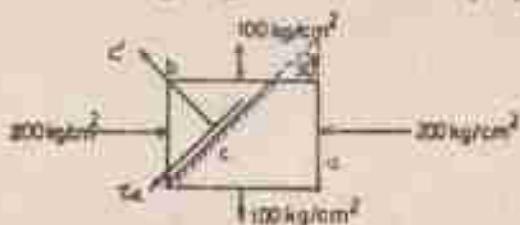
İki esenlik gerilme halinde mohr dairesinden şu yorumlar yapılabilir.

1. x ve y düzlemlerine dik olan düzlemlerdeki gerilimlerin max ve min değerleri tekrilidir. Yani eşik düzlemede olusan normal gerilimler G'_x ve G'_y nin büyük olannanın daire boyutu ve küçük olannanın daire boyutu eşittir.

2. $\theta = \frac{\pi}{4}$ ve $2\alpha = \frac{\pi}{2}$ için en büyük gerilimlerini max olur ve degeri $Z_{\max} = \frac{G_x + G_y}{2}$ ve $\alpha = \pi/4$ için en küçük gerilmesi minimum olur ve degeri $Z_{\min} = -\frac{G_x - G_y}{2}$ dir.

ÖRNEK 2. Çekildiği gibi yüklenen bir cisim için grafik verilisi:

- Varoluş düzlemdeki normal ve boyut gerilimesini
- Max ve min boyut gerilmesini hesaplayının.



ÖZÜM: 1. Önce a, b ve c koordinatları belirlenir.

$$a(-200; 0), b(100; 0), c(50; 100)$$

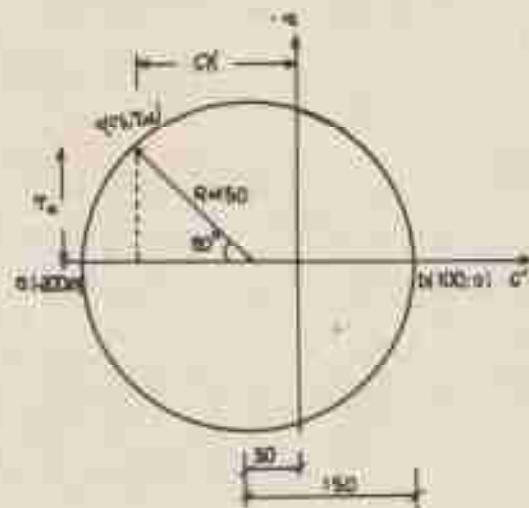
$$\text{b)} \frac{G'_x + G'_y}{2} = \frac{200 + 100}{2} = 150$$

2. a dan east ibresi (çekirketin yönünün 2 katı) yöründede $\frac{\pi}{4}$ mardargidilir.

$$G'_{\text{a}} = -(50 + 150 \cdot \cos 60) = -125 \text{ kg/cm}^2$$

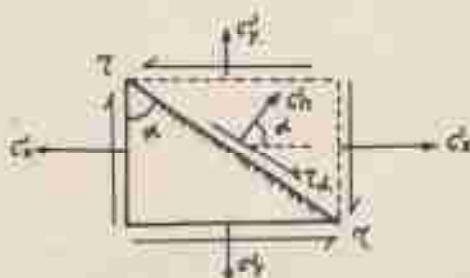
$$Z_{\text{a}} = R \cdot \sin 60 = 150 \times 0.866 = 129.9 \text{ kg/cm}^2$$

$$\text{b)} \sum_{\text{EY}} = \pm R = \pm 150 \text{ kg/cm}^2$$



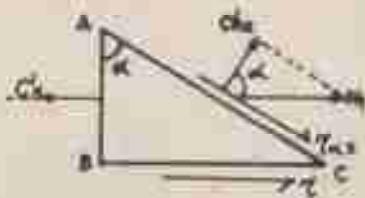
5.2.2. Kayna Gerilmeli Hal

Şekilde görüldüğü gibi bir siemantı gırılmasına
alalım:



Once x ve y yönü için ayrı ayrı normal ve kayna
gerilmelerini hesaplayıp superpozisyon ilkesine göre topla-
yalım.

x eksenini gösterme alalim:



$$\cos \alpha = \frac{AB}{AC} \Rightarrow AB = AC \cdot \cos \alpha$$

$$\sin \alpha = \frac{BC}{AC} \Rightarrow BC = AC \cdot \sin \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{C_x}{N_1} \Rightarrow C_x = N_1 \cdot \cos \alpha$$

$$\sin \alpha = \frac{T_x}{N_1} \Rightarrow T_x = N_1 \cdot \sin \alpha$$

$$\text{Dü } \sum F_x = 0 \quad -C_x + AB + T_x + BC + N_1 + AC = 0$$

$$N_1 + AC = C_x + AC \cdot \cos \alpha - T_x + AC \cdot \sin \alpha$$

$$N_1 = C_x \cdot \cos \alpha - T_x \cdot \sin \alpha$$

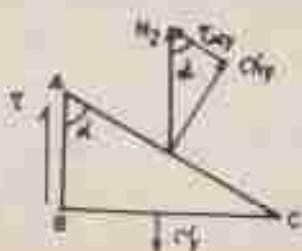
$$C_x = (C_x \cdot \cos \alpha - T_x \cdot \sin \alpha) \cdot \cos \alpha$$

$$C_x = C_x \cdot \cos^2 \alpha - T_x \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \quad (20)$$

$$T_x = (C_x \cdot \cos \alpha - T_x \cdot \sin \alpha) \cdot \sin \alpha$$

$$T_x = C_x \cdot \cos \alpha \cdot \sin \alpha - T_x \cdot \sin^2 \alpha \quad (21)$$

y eksenini gösterme alalim.



$$AB = AC \cdot \cos \alpha$$

$$BC = AC \cdot \sin \alpha$$

$$C'_{n_y} = N_y \cdot \sin \alpha$$

$$Z'_{x_y} = -N_x \cdot \cos \alpha \quad (\text{Kavus gerilmesi içaretli}\dots)$$

$$r^2 L^2 = 0 - C'_y \cdot BC + Z' \cdot AB + N_x \cdot AC = 0$$

$$N_x \cdot AC = C'_y \cdot BC \cdot \sin \alpha - Z' \cdot AB \cdot \cos \alpha$$

$$N_x = C'_y \cdot \sin \alpha - Z' \cdot \cos \alpha$$

$$C'_{n_y} = (C'_y \cdot \sin \alpha - Z' \cdot \cos \alpha) \cdot \sin \alpha$$

$$C'_{n_y} = C'_y \cdot \sin^2 \alpha - Z' \cdot \cos \alpha \cdot \sin \alpha \quad (22)$$

$$Z'_{x_y} = -(C'_y \cdot \sin \alpha - Z' \cdot \cos \alpha) \cdot \cos \alpha$$

$$Z'_{x_y} = -C'_y \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha + Z' \cdot \cos^2 \alpha \quad (23)$$

20-21 ve 22-23 denklemleri superpozisyon ilkesine göre toplanmasa olursa:

$$C'_{n} = C'_{n_x} + C'_{n_y} = C'_x \cdot \cos^2 \alpha - Z \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha + C'_y \cdot \sin^2 \alpha - Z \cdot \cos \alpha \cdot \sin \alpha$$

$$C'_{n} = C'_x \cdot \cos^2 \alpha + C'_y \cdot \sin^2 \alpha - Z \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \quad (24)$$

$$Z'_n = Z'_{x_y} = C'_x \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha - Z \cdot \sin^2 \alpha - C'_y \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha + Z \cdot \cos^2 \alpha$$

$$Z'_n = (C'_x - C'_y) \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha + Z (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) \quad (25)$$

denklemleri elde edilir.

24 ve 25 de elde edilen denklemler 24 nissinden yararlanırsa:

$$\sigma_n = \frac{\sigma_x' + \sigma_y'}{2} + \frac{\sigma_x' - \sigma_y'}{2} \cdot \cos 2\alpha - \tau \cdot \sin 2\alpha \quad (26)$$

$$\tau_n = \frac{\sigma_x' - \sigma_y'}{2} \cdot \sin 2\alpha + \tau \cdot \cos 2\alpha \quad (27)$$

denklemleri elde edilirki bu denklemler kayma gerilmesi hal için normal σ eksenile ve açısı yapan düzlemede normal ve kayma gerilmesini verir.

26 ve 27 denklemlerinde α parametresi yok edilirse:

$$(\sigma_x' + \sigma_y')^2 + \tau^2 = (\frac{\sigma_x' - \sigma_y'}{2})^2 + \tau^2$$

daire denklemi bulunur.

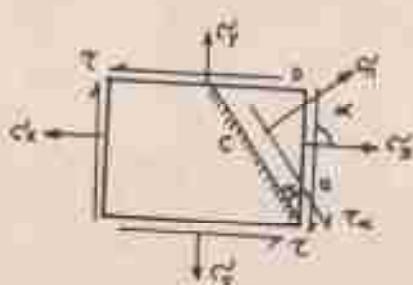
Grafik çözüm

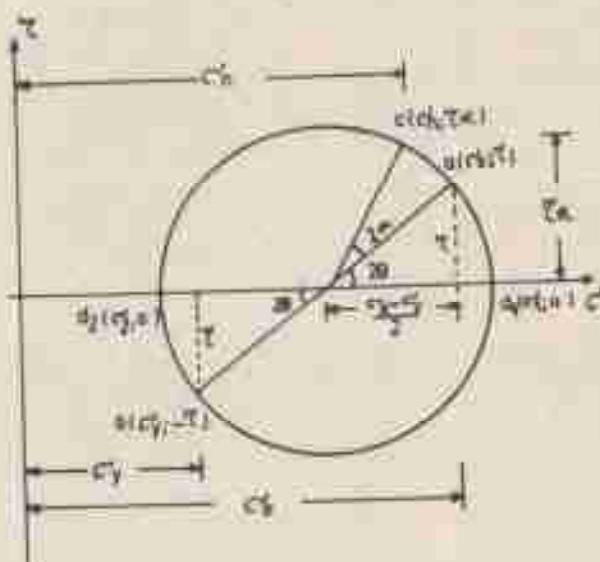
Üçgen elementin geneline alınarak düzlemlerin koordinatları belirlenir.

a) $(\sigma_x' + \tau)$

b) $(\sigma_y' - \tau)$

c) $(\sigma_n; \tau_n)$



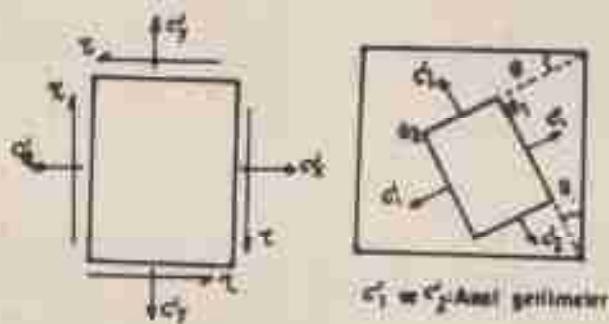


$$r = \sqrt{\left(\frac{c_x - c_1}{2}\right)^2 + C^2} \quad \text{olduğu dairesden görüür.}$$

Dairesde c_1 ve c_2 ile belirtilen noktalar yani
bu noktalarda gerilmelarının sıfır olduğu konitlere ASAL KONİTLER
ve bu konitlerdeki normal gerilimlere de ASAL GERİLİMELER
adı verilir. Asal gerilimlerin κ ve τ düzlemleri ile
yapıldıkları açı:

$$\operatorname{tg} \theta = -\frac{C}{\frac{c_x - c_1}{2}} \quad \text{dir.}$$

Asal düzlemlerin dairesde bilinen düzlemlerle saat ibresi
yanında 20 açısı yapması esasıyla formül (-) işaretlidir.



Aksal gerilmeler:

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2})^2 + \tau^2}$$

$$\sigma_{\max} = \sigma_1$$

$$\sigma_{\min} = \sigma_2$$

Kıyma gerilmelerinin ekstrem değerleri

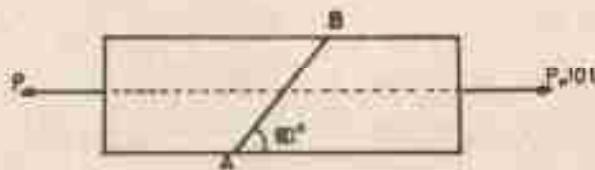
$$\tau_{\max} = \sqrt{(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2})^2 + \tau^2} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}$$

$$\tau_{\max} = \tau$$

$$\tau_{\min} = -\tau$$

σ düzleme ile τ_{\max} düzleme arasındaki fark 45° dir.

ÖRNEK 1. Kesiti $(5 \times 10) \text{ cm}^2$ olan iki tane dikdörtgen kesitli ahşap yubuk AB doğrultusunu boyunca birbirine tutkalı bağılmıştır. Eksenel (P) yükünün etkisiyle tutkalındaki normal ve kıyma gerilmelerini analitik ve grafik yolla hesaplayınız.

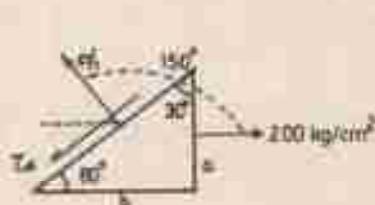


ÇÖZÜM:

a) Analitik Yollar:

Eksenel kuvvetten dolaylı normal gerilmesi:

$$\sigma_x = \frac{P_x}{A} = \frac{10000}{5 \times 10} = 200 \text{ kg/cm}^2$$



$$\sigma'_n = \frac{\sigma_n}{2} (1 + \cos 2\alpha)$$

$$\sigma'_n = \frac{200}{2} (1 + \cos 300) = 150 \text{ kg/cm}^2$$

$$\tau_{xy} = \frac{\sigma_n}{2} \sin 2\alpha$$

$$\tau_{xy} = \frac{200}{2} \cdot \sin 300 = -86.6 \text{ kg/cm}^2$$

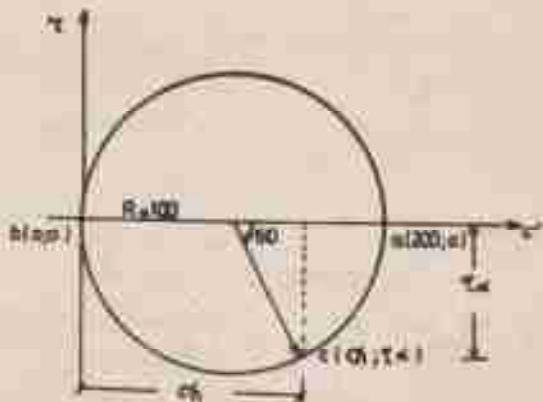
b) Grafik Yollar:

$$s(\sigma'_x; 0) = (200; 0), b(0; 0), o(\sigma'_n; \tau_{xy})$$

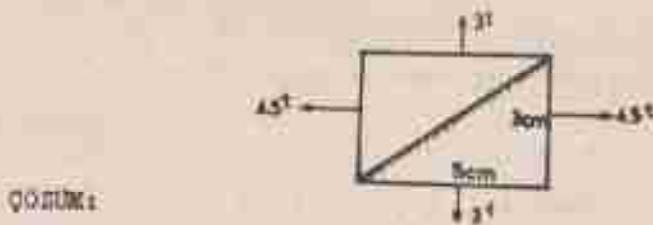
$$\sigma'_n = 100 + 100 \cdot \cos 60$$

$$\sigma'_n = 100 + 100 \cdot 0,5 = 150 \text{ kg/cm}^2$$

$$\tau_{xy} = -(100 \cdot 0 \sin 60) = -86,6 \text{ kg/cm}^2 \text{ bulunur.}$$



ÖRNEK 4. Yüklenme durumu şekilde verilen bloğun emlilikliği 1 cm dir. Köşegen üzerinde oluşan normal ve boyas gerilimlerini analitik ve grafik yolla hesaplayınız.



QUSTUM:

a) Analitik qustum.

$$\sigma'_x = \frac{4500}{3 \times 1} = 1500 \text{ kg/cm}^2, \quad \tau_{xy} = \frac{1}{3}, \quad \theta = 30.96^\circ$$

$$\sigma'_y = \frac{3000}{5 \times 1} = 600 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma'_n = \frac{\sigma'_x + \sigma'_y}{2} + \frac{\sigma'_x - \sigma'_y}{2} \cdot \cos 2\theta$$

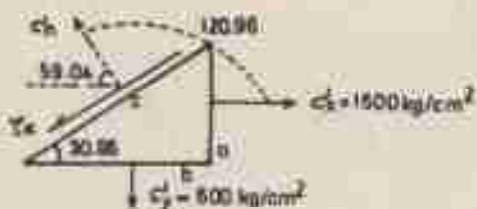
$$\sigma'_n = \frac{1500 + 600}{2} + \frac{1500 - 600}{2} \cdot \cos 2 \times 30.96^\circ$$

$$\sigma'_n = 838 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_x = \frac{\sigma_x' - \sigma_z'}{2} \cdot \sin 2\alpha$$

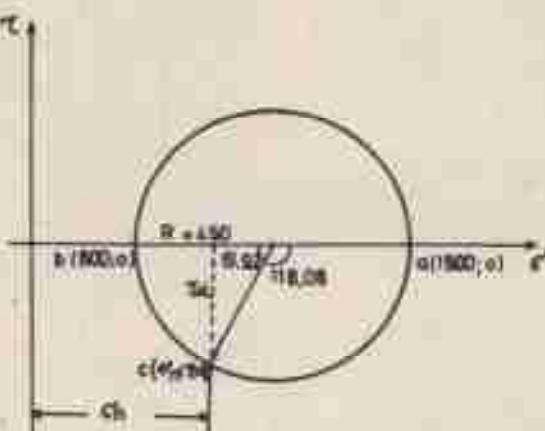
$$\sigma_x = \frac{1500 - 600}{2} \cdot \sin 2 \times 120,96$$

$$\sigma_x = -397 \text{ kg/cm}^2$$



b) Grafik çözüm.

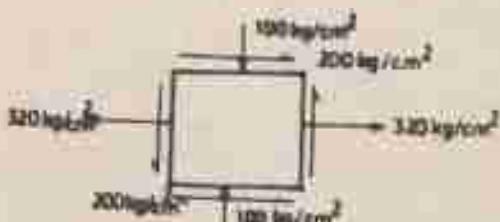
$$a(1500; 0), b(600; 0), c(\sigma_z'; \tau_x)$$



$$\sigma_z' = 600 + 450 - 450 \cdot \cos 61,92 = 838 \text{ kg/cm}^2$$

$$\tau_x = -(R \cdot \sin 61,92) = -397 \text{ kg/cm}^2$$

ÜNİTE 5. Taziyici bir sistemin bir noktasındaki gerilme durumu aşağıdaki gibidir. Asal gerilme düzlemlerindeki normal ve kütüma gerilmeselerini analitik ve grafik yolla hesaplayınız.



ÇÖZÜM:

a) Analitik çözüm.

$$\sigma_{\text{eff}} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{max}} &= \frac{120 + 100}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{120 + 100}{2}\right)^2 + (-200)^2} \\ &\text{min.} \end{aligned}$$

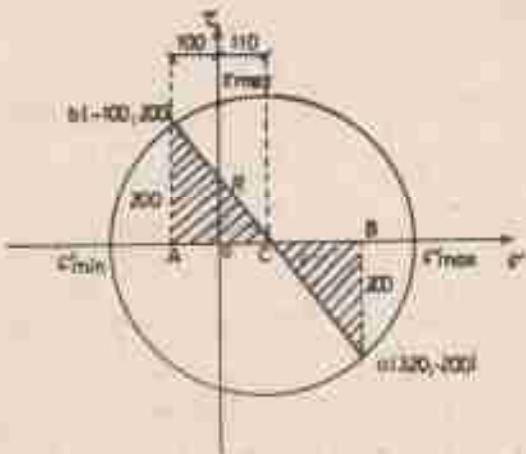
$$\begin{aligned} \sigma_{\text{min}} &= 110 \pm 290 \Rightarrow \sigma_{\text{max}} = 400 \text{ kg/cm}^2 \\ &\sigma_{\text{min}} = -180 \text{ kg/cm}^2 \end{aligned}$$

$$\tau_{\text{eff}} = \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

$$\tau_{\text{max}} = \pm \sqrt{\left(\frac{120 + 100}{2}\right)^2 + (-200)^2} = \pm 290 \text{ kg/cm}^2$$

b) Grafik çözüm.

$$a(320; -200), b(-100; 200)$$



Benzer Uçgenlerden;

$$AC = BC = \frac{120 + 100}{2} = 210$$

$$OC = AC - AO = 210 - 100 = 110$$

Tarali Uçgenlerde;

$$\begin{aligned} R &= \sqrt{210^2 + 200^2} = 290 \\ \tan \alpha &= \frac{200}{210} \Rightarrow \alpha = 43.6^\circ \end{aligned}$$

$$\sigma_{\max} = R + 110 = 290 + 110 = 400 \text{ kg/cm}^2$$

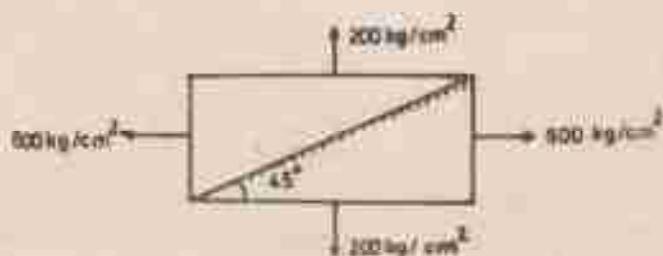
$$\sigma_{\min} = -(R - 110) = -(290 - 110) = -180 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_{\text{sin}} = \pm R = \pm 290 \text{ kg/cm}^2$$

PROBLEMLER

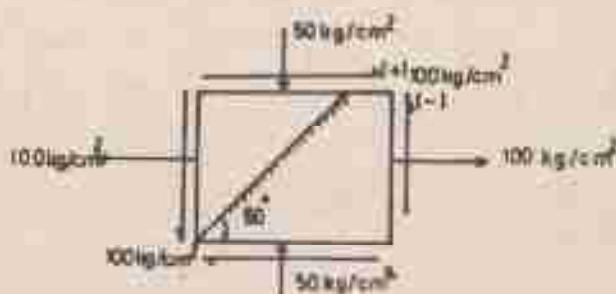
1. Şekilde görülen iki eksenli gerilme halinde yatayla 45° açı yapan düzlemedeki normal ve kıyma gerilimlerini hesaplayınız.

Cevap: ($G_n = 400 \text{ kg/cm}^2$, $Z_\infty = -200 \text{ kg/cm}^2$)



2. Şekilde vertikal olan gerilme durumunu için;
a. Asıl gerilimeleri, b. Tıraklı düzlemedeki normal ve kıyma gerilmesini, c. Kıyma gerilimlerinin maksimum ve minimum değerlerini grafik yöntemiyle hesaplayınız.

Cevap: a) $G_1 = 150 \text{ kg/cm}^2$ $G_2 = -100 \text{ kg/cm}^2$
 b) $\sigma_n = -7.3 \text{ kg/cm}^2$ $Z_\infty = -120.7 \text{ kg/cm}^2$
 c) $Z_{\max} = \pm 125 \text{ kg/cm}^2$



6. ÇEKİL DEĞİŞTİRME ANALİZİ

Deneysel dayalı gerilme analizlerinde, şekil değiştirmelerin önemi büyükktür. Çünkü gerilmelerin doğrudan ölçülmeksi mümkün degildir. Gerilmeler, ancak ölçülen deformasyon değerinden faydalınlaraşak hesapla bulunabilir.

En büyük gerilmeler, en büyük şekil değiştirmeye doğrultusunda meydana gelir. Bu nedenle, gerilme analizinde en büyük birim deformasyonların değerlerinin ve doğrularının bilinmesi gereklidir. Bunun için de şeklini değiştiren olasının, ayırmalı olmasına göre küçük parçaların bölünmesi ve ölçülen bir koordinat sisteminin düzlemlerine parallel olmasına gereklidir. Böylece ölçülen koordinat sisteme göre birim usamlar bilinirse, herhangi bir koordinat sisteminde göre olgusal birim deformasyonlar da tespit edilebilir. Bilinen birim usamın ve ağı değiştirmeden bilegenlerinin yeni koordinat sisteminde de aynı sayıda bilegenin bulunması gereklidir. Bu dönüştürme işlemine "Şekil Değiştirme Transformatyonu" adı verilir. Herhangi bir sistemde ağı değişimini sıfır ise bu duruma ANAL durum adı verilir ve sadece konar değişimsel söz konusuudur,

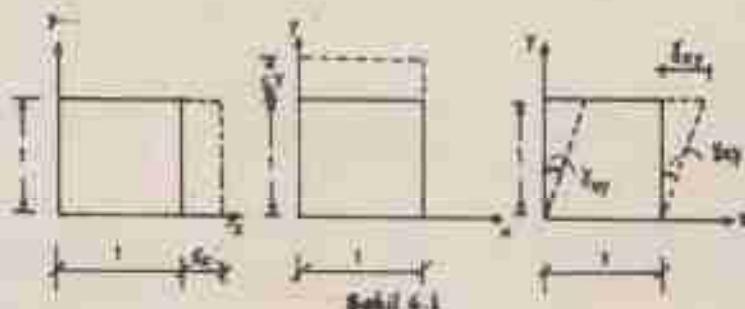
Şekil değiştirmenin iki hali vardır. Bunlar:

1. Düzlemler şekil değiştirme,
2. Hacim olarak şekil değiştirmediir.

6.1. DÜZLEM ŞEKİL DEĞİŞTİRME HALLİ

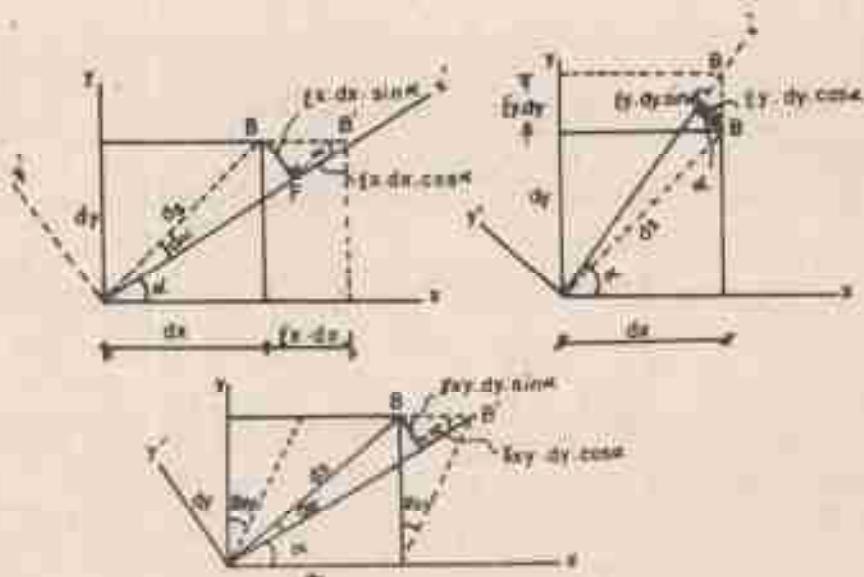
Bir $x-y$ koordinat sisteminde belirtilen prizmatik bir düzlem elementin ϵ_x , ϵ_y ve γ_{xy} deformasyonlarını yaptığından habur edelim. Bu deformasyonları tanımlayan vektörler aynı düzleme paralel düzlemler içinde kalıyorsa, bu şekil değiştirme haline "Düzlem Şekil Değiştirme Halli" denir. Bu durumda ϵ_x , γ_{xy} ve γ_{yx} sıfır olmaktadır.

Kenarları birim uzunluğta olan bir düzlemin $x-y$ koordinat sistemindeki şekil değiştirmeleri ϵ_x , ϵ_y ve γ_{xy} dir (Şekil 6.1).



$x-y$ koordinat sistemi ile açısal yapan $x'-y'$ gibi herhangi bir koordinat sistemindeki birim uzamsı bileşenleri deformasyona uğrayan düzlemin geometrik uygunluk şartından yararlanarak bulunabilir.

Şimdi düzlemin köşegeninin α açısını x ekseninden ayrıldığını düşünelim. Yeni konumdaki koordinat sistemi $x'-y'$ olsun. Bu eksenlere göre yanlı toplam uzamları yararlanarak olursak (Şekil 6.2);



Şekil 8.2

x' eksenin doğrultusundaki toplam usus miktarı x' eksenin üzerindeki işbuşakların ortakweisel toplamına eşittir. O halde;

$$\Delta x' = \epsilon_x \cdot dx \cdot \cos \alpha + \epsilon_y \cdot dy \cdot \sin \alpha + \gamma_{xy} \cdot dy \cdot \cos \alpha \quad (1)$$

x' eksenin doğrultusundaki birim usus miktarı ise;

$$\epsilon_{x'} = \frac{\Delta x'}{ds} = \epsilon_x \cdot \frac{dx}{ds} \cdot \cos \alpha + \epsilon_y \cdot \frac{dy}{ds} \cdot \sin \alpha + \gamma_{xy} \cdot \frac{dy}{ds} \cdot \cos \alpha$$

veya;

$$\frac{dx}{ds} = \cos \alpha \quad , \quad \frac{dy}{ds} = \sin \alpha \quad \text{yazılırlar;}$$

$$\epsilon_{x'} = \epsilon_x \cdot \cos^2 \alpha + \epsilon_y \cdot \sin^2 \alpha + \gamma_{xy} \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha, \quad (2)$$

Trigonometrik eşitlik göz önünde bulundurulmak üzere $\sin 2\alpha$ kullanılarak;

$$\sin^2 \omega = \frac{1}{2} (1 - \cos 2\omega), \quad \cos^2 \omega = \frac{1}{2} (1 + \cos 2\omega),$$

$\sin \omega$, $\cos \omega = \frac{1}{2}$ $\sin 2\omega$ değerleri (2) de yerine yazılırsın;

$$\begin{aligned}\varepsilon_x' &= \varepsilon_x \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 2\omega \right) + \varepsilon_y \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos 2\omega \right) + \\ &\quad \frac{\gamma_{xy}}{2} \cdot \sin 2\omega \\ \varepsilon_x' &= \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} \cos 2\omega + \frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2} \cos 2\omega + \frac{\gamma_{xy}}{2} \sin 2\omega \\ \varepsilon_x' &= \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} + \frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2} \cos 2\omega + \frac{\gamma_{xy}}{2} \sin 2\omega \quad (1)\end{aligned}$$

şeklini alır.

x' ekseni için elde edilen bu denklem ω yerine $\frac{\pi}{2} + \omega$ veya 2ω yerine $\pi + 2\omega$ yazılırsın y' ekseni doğrultusundaki birim deformasyon ifadesi bulunur. Buna göre;

$$\varepsilon_{y'} = \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} + \frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2} \cos(2\omega + \pi) + \frac{\gamma_{xy}}{2} \sin(2\omega + \pi)$$

dönüşümler yapılırsa;

$$\varepsilon_{y'} = \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} - \frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2} \cos 2\omega - \frac{\gamma_{xy}}{2} \sin 2\omega \quad (2)$$

3 ve 4 nolu denklemler tariş tarafa toplandırsanız:

$$\begin{aligned}\varepsilon_x + \varepsilon_{y'} &= \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} + \frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2} \cos 2\omega + \frac{\gamma_{xy}}{2} \sin 2\omega, \\ \varepsilon_x + \varepsilon_{y'} &= \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} - \frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2} \cos 2\omega - \frac{\gamma_{xy}}{2} \sin 2\omega\end{aligned}$$

$$\varepsilon_x + \varepsilon_y = 2\left(\frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2}\right) = \varepsilon_x + \varepsilon_y \text{ olur.}$$

Öğrendiğimiz gibi iki düzleme doğrultusundaki birim uzamaları toplamı sabittir.

Düzleme elemanın boyunu deformasyonu λ adının yolu (α) kabul edilirse x' ve y' doğrultularına parallel eğegelerin dönme farklılığına veya açılarının farklına eşit olur. x' doğrultusuna eğegenin çatıması halinde:

$$Y_{x'} = \varepsilon_x \cdot \frac{dx}{ds} \cdot \sin \alpha - \varepsilon_y \cdot \frac{dy}{ds} \cdot \cos \alpha + Y_{xy} \cdot \frac{dy}{ds} \cdot \sin \alpha$$

yazılabilir.

$$Y_{x'} = \varepsilon_x \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha - \varepsilon_y \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha + Y_{xy} \cdot \sin^2 \alpha \quad (5)$$

y' eksenine平行 eğegenin aynı yönde dömesi bu denklemden α yerine $\alpha + \frac{\pi}{2}$ yazılıarak bulunur.

$$Y_{y'} = \varepsilon_x \cdot \sin(\alpha + \frac{\pi}{2}) \cdot \cos(\alpha + \frac{\pi}{2}) - \varepsilon_y \cdot \sin(\alpha + \frac{\pi}{2}) \cdot \cos(\alpha + \frac{\pi}{2}) + Y_{xy} \cdot \sin^2(\alpha + \frac{\pi}{2})$$

$$Y_{y'} = -\varepsilon_x \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha + \varepsilon_y \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha + Y_{xy} \cdot \cos^2 \alpha \quad (6)$$

5 ve 6 nolu denklemler arasındaki farklılığı verir. Buna göre;

$$\begin{aligned} Y_{x'y'} &= Y_{x'} - Y_{y'} \\ &= (\varepsilon_x \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha - \varepsilon_y \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha + Y_{xy} \cdot \sin^2 \alpha) \\ &\quad - (-\varepsilon_x \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha + \varepsilon_y \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha + Y_{xy} \cdot \cos^2 \alpha) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\gamma_{x'y'} &= 2 \cdot \varepsilon_x \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha - 2 \cdot \varepsilon_y \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha + \\ &\quad \gamma_{xy} (\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha)\end{aligned}$$

$$\gamma_{x'y'} = 2(\varepsilon_x - \varepsilon_y) \cdot \sin 2\alpha - \frac{\gamma_{xy}}{2} \cdot \cos 2\alpha$$

$$\frac{\gamma_{x'y'}}{2} = \frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2} \cdot \sin 2\alpha - \frac{\gamma_{xy}}{2} \cdot \cos 2\alpha \quad (7)$$

Bulunan ε_x ve $\frac{\gamma_{x'y'}}{2}$ değerleri verilmesi transformasyonları ile şekil değiştirmeye transformasyonlar arasında büyük benzerlik işaret eder. Şimdi:

$$\varepsilon_a = \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} + \frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2} \cdot \cos 2\alpha - \gamma_{xy} \cdot \sin 2\alpha$$

$$\gamma_{ab} = \frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2} \cdot \sin 2\alpha + \gamma_{xy} \cdot \cos 2\alpha$$

$$\varepsilon_x = \frac{\varepsilon_a + \varepsilon_b}{2} + \frac{\varepsilon_a - \varepsilon_b}{2} \cdot \cos 2\alpha + \frac{\gamma_{xy}}{2} \cdot \sin 2\alpha$$

$$\frac{\gamma_{x'y'}}{2} = \frac{\varepsilon_a - \varepsilon_b}{2} \cdot \sin 2\alpha - \frac{\gamma_{xy}}{2} \cdot \cos 2\alpha$$

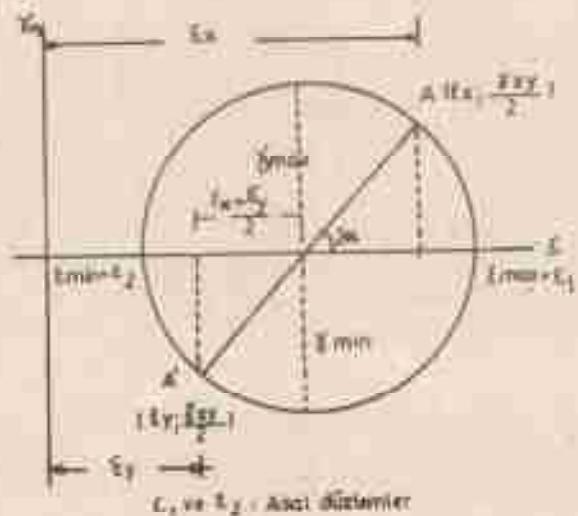
Maksimum ve minimum birim şekil değiştirmesi:

$$\varepsilon_{\max} = \frac{\varepsilon_a + \varepsilon_b}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\varepsilon_a - \varepsilon_b}{2}\right)^2 + \left(\frac{\gamma_{xy}}{2}\right)^2}$$

$$\gamma_{\max} = \pm \sqrt{\left(\frac{\varepsilon_a - \varepsilon_b}{2}\right)^2 + \left(\frac{\gamma_{xy}}{2}\right)^2}$$

Mohr çemberi:

$$(\varepsilon_x - \frac{\varepsilon_a - \varepsilon_b}{2})^2 + (\frac{\gamma_{xy}}{2})^2 = (\frac{\varepsilon_a - \varepsilon_b}{2})^2 + (\frac{\gamma_{xy}}{2})^2$$



6.2. Hacim Olarak Şekil Değiştirmeye Halli

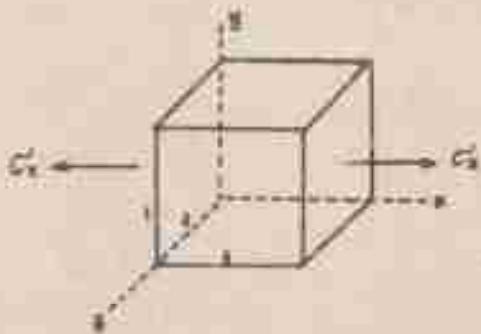
Bilindiği gibi basit çubuk halinde çubuktaki birim uzama $\xi = \frac{L}{E}$ olarak verilmiştir.

Densityler uzama ile birlikte, elastik sınırlar içerisinde kalmak şartıyla, basit daralmalarında meydana geldiğini göstermektedir. σ_x gerilmesinin surmaz bir prizmatik element ($1 \times 1 \times 1$) boyutunda olsun. ξ_x under bir uzama x doğrultusunda olup olsun, y ve z doğrultusunda esaslımlar meydana gelir. Bu şe görür:

$$\xi_y = \xi_z = -\mu \cdot \xi_x \text{ olur.}$$

$$\xi_x = \frac{\xi_x}{E} \quad \text{yazılırm} \Rightarrow \xi_y = \xi_x - \mu \cdot \frac{\xi_x}{E}$$

olur adıllır.



Birim çapma haliinde cisimlerin hacimleri hiçbir zaman artmaz, sabit kalır veya azar.

Cisim şekli değiştirdiğinden sonra formüller:

$\epsilon_x \Rightarrow 1 + \epsilon_x$, $\epsilon_y \Rightarrow 1 + \epsilon_y$, $\epsilon_z \Rightarrow 1 + \epsilon_z$ yasallığında hacimi

$$V' = (1 + \epsilon_x)(1 + \epsilon_y)(1 + \epsilon_z)$$

şeklinde olur. Bu eğilim yapılığında üçgen sırası bedenin ölçüleri değişimler ihmal edilmesi:

$$V' = 1 + \epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z \text{ şekline alır.}$$

$V = 1$ olduğundan (ilk hacim) $\Delta V = V' - V = 1 + \epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z - 1$

$$\Delta V = \epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z \text{ olur.}$$

Birim hacim değişimi yine aynı şekilde

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{\epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z}{1} = \epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z \text{ şeklinde olur.}$$

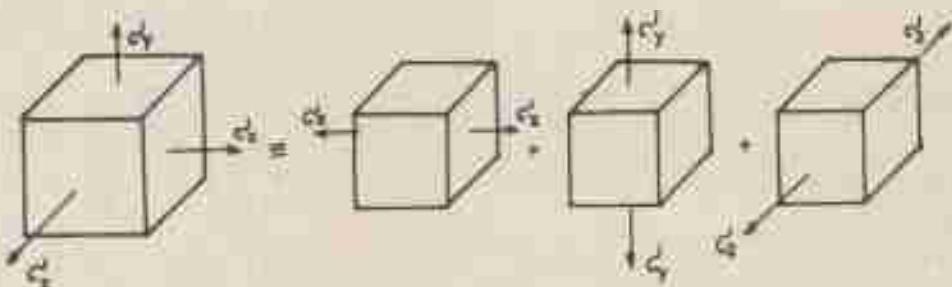
Bu dilatasyon denir. Birim umumaların değerleri yerine yazılışacak olursa:

$$\frac{\Delta V}{V} = \epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z = \frac{C_x}{E} + \frac{C_y}{E} + \frac{C_z}{E} = \frac{C_x}{E}(1+2\mu) > 0 \text{ olur.}$$

$\mu \leq \frac{1}{2}$ buldurken poliamid amorfün üst sınırlıdır.

Hooke Emanupunun Genel Hali:

Üç eksenli gerilme halini tek eksenli gerilme haline getirelim.



x doğrultusundaki ısmar $\frac{\sigma_x}{E}$, y ve z doğrultusundaki ısmalar ise $-\mu \cdot \frac{\sigma_x}{E}$ ve $-\mu \cdot \frac{\sigma_x}{E}$ dir. σ_y gerilmesinin meydana getirdiği ısmar $\frac{\sigma_y}{E}$, x ve z doğrultusundaki ısmalar sırasıyla $-\mu \cdot \frac{\sigma_y}{E}$ ve $-\mu \cdot \frac{\sigma_y}{E}$ dir. σ_z gerilmesinin meydana getirdiği ısmar ve x , y doğrultusundaki ısmalar sırasıyla $\frac{\sigma_z}{E}$, $-\mu \cdot \frac{\sigma_z}{E}$ ve $-\mu \cdot \frac{\sigma_z}{E}$ dir. Bunlar matris formunda yazılabilir:

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{E} & -\mu/E & -\mu/E \\ -\mu/E & \frac{1}{E} & -\mu/E \\ -\mu/E & -\mu/E & \frac{1}{E} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \epsilon_z \end{bmatrix} \text{ gelindiğinde olur.}$$

Bu matris formun sağlığı 1'inci aşamadaki gibidir.

$$\epsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} - \mu \cdot \frac{\sigma_x}{E} - \mu \cdot \frac{\sigma_x}{E} = \frac{1}{E} [\sigma_x - \mu(\sigma_y + \sigma_z)]$$

$$\epsilon_y = \frac{\sigma_y}{E} - \mu \cdot \frac{\sigma_y}{E} - \mu \cdot \frac{\sigma_y}{E} = \frac{1}{E} [\sigma_y - \mu(\sigma_x + \sigma_z)]$$

$$\varepsilon_z = \frac{\sigma_z}{E} - \mu \cdot \frac{c_x}{E} - \mu \cdot \frac{c_y}{E} + \frac{1}{S} [c_z - \mu(c_x + c_y)].$$

İşte bir düzlemede düşleme nedeni değiştirmek için eklenenekti deplasmandan çok büyükse $\varepsilon_z = 0$ bulunur edilir. Bu durumda:

$$\varepsilon_z = \frac{1}{S} [c_z - \mu(c_x + c_y)] = 0$$

$c_z = \mu(c_x + c_y)$ olur. Bu değer ε_x ve ε_y 'de yerine yazılırsanız:

$$\varepsilon_x = \frac{1}{S} [c_x - \mu(c_z + \mu(c_x + c_y))] \text{ düşünenizse;}$$

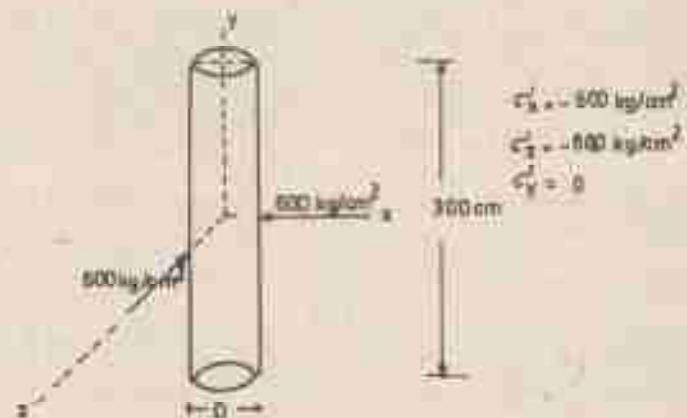
$$\varepsilon_y = \frac{1}{S} [c_y - \mu(c_z + \mu(c_x + c_y))] \text{ olur. Aynı şekilde;}$$

$$\varepsilon_z = \frac{1}{S} [c_z - \mu(c_x + c_y)] \text{ elde edilir.}$$

Bu durumda cisimin x-y düzlemindeki birim yüzey değişimini birim hacim değişimine eşit olur.

$$\varepsilon_x = \varepsilon_y = \varepsilon_z = \frac{1 - \mu - 2\mu^2}{S} (c_x + c_y) \text{ yazılındır.}$$

ÖRNEK 1. Çapı 50 cm ve yüksekliği 300 cm olan silindirik bir kolonun yanal yüzeyine 600 kg/cm^2 lik uniform bir basınc uygulanıyor. $\mu = 1/3$ ve $S = 1 \times 10^6 \text{ cm}^2$ dir. Kolonun çapında, yüksekliğinde ve haciminde olusmuş dağılımları bulunuz.



$$\varepsilon_x = \frac{1}{E} [\sigma_x - \mu(\sigma_x + \sigma_y)] = \frac{1}{1 \times 10^6} [-600 - \frac{1}{3}(-600+0)] = -\frac{400}{10^6}$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E} [\sigma_y - \mu(\sigma_x + \sigma_y)] = \frac{1}{1 \times 10^6} [0 - \frac{1}{3}(-600 - 600)] = +\frac{400}{10^6}$$

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E} [\sigma_z - \mu(\sigma_x + \sigma_y)] = \frac{1}{1 \times 10^6} [-600 - \frac{1}{3}(-600 + 0)] = -\frac{400}{10^6}$$

a) Çaptaki değişim

$$\varepsilon_x = \varepsilon_z = \frac{\Delta D}{D} \Rightarrow \Delta D = h \cdot \varepsilon_x = 50 \times \left(\frac{-400}{10^6} \right) = -0.02 \text{ cm (kisalma)}$$

b) Yükseklikteki değişim

$$\varepsilon_y = \frac{\Delta h}{h} \Rightarrow \Delta h = h \cdot \varepsilon_y = 300 \cdot \frac{400}{10^6} = 0.12 \text{ cm (uzama)}$$

c) Hareketsiz ligiyin

$$\varepsilon_v = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z = -\frac{400}{10^6} + \frac{400}{10^6} - \frac{400}{10^6} = -\frac{400}{10^6}$$

$$\Delta V = \varepsilon_v \cdot V_0 = -\frac{400}{10^6} \cdot \left(\frac{\pi D^2}{4} \cdot h\right) = -\frac{400}{10^6} \cdot \frac{\pi \cdot 50^2}{4} \cdot 300 \cdot$$

$$= -235,6 \text{ cm}^3$$

ÖRNEK 2. Kapı 20 cm olan dolu bir çelik kire 1400 kg/cm² lik hidrostatik basıncı tabii tutuluyor. $\mu = 0,3$ ve $E = 2,1 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$ olduğuna göre çelik kirenin hacminin azalma miktarını bulunuz.

COZIM:

$$\varepsilon_v = \frac{\sigma}{E} \quad E \text{ (Hareketsiz elastisite modülü)}$$

$$E = \frac{3}{3(1-2\mu)}$$

$$\varepsilon_v = \frac{G(1-2\mu)}{E}$$

$$\varepsilon_v = \frac{1400[3(1-2 \cdot 0,3)]}{2,1 \times 10^6} = 8 \times 10^{-4}$$

$$\varepsilon_v = \frac{\Delta V}{V} \rightarrow \Delta V = V \cdot \varepsilon_v$$

$$\Delta V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \cdot \varepsilon_v$$

$$\Delta V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot (10)^3 \cdot 8 \times 10^{-4}$$

$$V = 3,35 \text{ cm}^3$$

PROBLEMLER

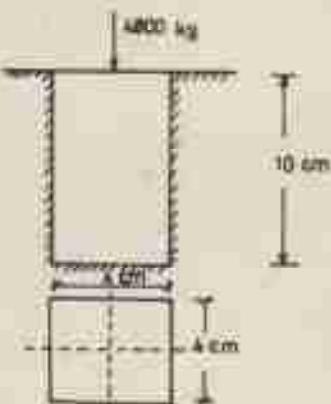
1. Boyutları $4 \times 4 \times 10$ cm olan prizmatik bir cisim boyutları aynı olan ve şekil değiştirmeyecek içine göstergelidigi gibi yerleştirilmişdir. Üstten 4800 kg lik bir kuvvet uygulandığında:

- Cismin yan yüzlerine gelen basıncı,
- Cismin yüknesligindeki cinalma miktarını bulunuz.

$$\nu = 1/3, E = 0.5 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$$

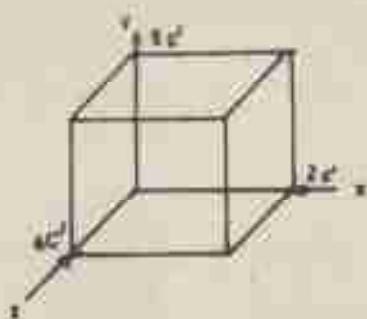
$$\text{Cevap: a)} \frac{C_x}{x} = \frac{C_y}{y} = -150 \text{ kg/cm}^2$$

$$\text{b)} \Delta h = 4 \times 10^{-3} \text{ cm}$$



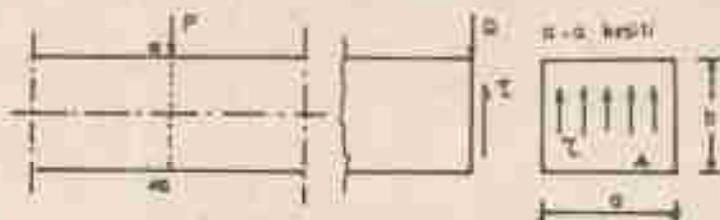
2. Şekilde verilen durumu verilen cisimde hacim değişikliğini hesaplayınız. Cismin hacmi 1 cm^3 dir.

Cevap: $\Delta V = 0$ (yani cisimde hacim değişikliği olmamaktadır).



7. KEMME KETİSİ:

Birbirini bir çubukun etrafına dik olarak bir C yukseltilmesi içinde bu kuretinin çubuğu iki parçaya ayrılmıştır (Şekil 7.1.).



Şekil 7.1

Kesit yüzeyinde uniform olarak dağılan gerilme-kayma veya kemme gerilmesi denir ve;

$$\sigma = \frac{Q}{A} \quad \text{yeklinde ifade edilir. Burada;}$$

σ = Kayma gerilmesi (kg/cm^2),

Q = Kemme kuvveti (kg),

A = Kesit alanı (cm^2)dır.

Normal gerilmede olduğu gibi, kemme gerilmesi için de bir kemme məniyet gerilmesi istenilir ve σ_{em} ile gösterilir. $\sigma_{em} = 0.5 \sigma_{sn}$ istenilir. Hesaplamalarda kesitte oluşan kemme gerilmesinin σ_{em} dan yüksək olması parti kontrol edilir.

Kayma veya kemme gerilmesinin uygunluğunda üçüncü bayılır. Şüreklilik, məsə levhaların testinəsi, delinməsi veya məsə levhaların presle bir parçanın qıstırılması ile qolik ve düşməyəcək elementlerinin birbirilərinə bağlanmasıdır.

iliğkin hemplamlarda kayan gerilmesinin belirlenmesi gereklidir.

Çelik ve ahşap yapı elementleri perçin, bulon, civata, boyanak, keçme, çivi, kama ve tutuslu gibi bağlantı elementleriyle birleştirilebilir.

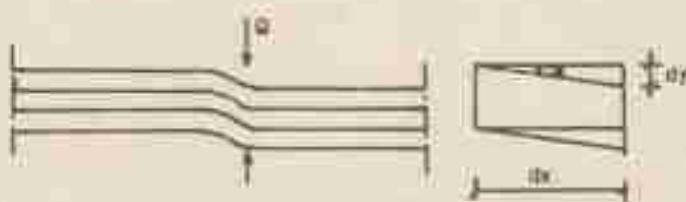
Birleşim arşalarının enin görevi, birleştiricileri parçaların ortak olarak çalışmasını sağlamaktır. Bu nedenle de birleştirilen bir parçanın diğerine göre arasında meydana gelebilecek gerilmelerin birleşim araçları ile enin bir şekilde aktarılması arzu edilir.

Basit çelme veya basit basıncı maruz çelik ve ahşap yapı elementlerinde birlestirme alanlarında oluşan gerilme ile bu alanın üzerinde meydana gelen gerilme arasında belirli bir farklılık vardır. Bu nedenle birleştirme araçlarını incelemesden önce birlestirme alanlarında meydana gelebilecek gerilmelerin bilincini göstermektedir.

7.1. Kayna Gerilmesinin Meydana Getirdiği Deformasyon.

Daha öncə görüldüğü gibi normal gerilmeler cubuk boyumun ve grubuk kesitine mit manzaraların ortasına rıza tesir etmekte açılarla ise tesir etmemekte idi.

Bir kayan düzleminde meydana gelen kayna gerilmesi ise kayan düzleminin açılarına tesir etmektedir, boyutlarının değişiklik yapmaktadır (Şekil 7.2).



Şekil 7.2

φ konseksurveti etkisi altında kayma açısı γ olsun. Konseksurvenin bir da manşetinde yüzevin düşürür kaydınıñı söylemek.

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{dy}{dx}$$

Burada; γ çok küçük olduğundan $\operatorname{tg} \gamma \approx \gamma$ yazılır.

$$\gamma = \frac{dy}{dx} \quad \text{ifadesine birim kayma denir.}$$

Basit çökmede $\Delta L = \frac{\gamma L}{E}$ idi. Bu ifadeye benzer şekilde;

$$Y = \frac{\gamma}{G} \quad \text{yazılabilir. Burada;}$$

$$Z = \text{Kıyma gerilmesi } (\text{kg/mm}^2)$$

$$G = \text{Kıyma modülü } (\text{kg/cm}^2)$$

$$Y = \text{Açı değişimini.}$$

Basit kaymada Hook's定律una göre kıyma modülü ile polson oranı ve elastisite modülü arasındaki

$$G = \frac{E}{2(1+\mu)} \quad \text{bağıntısını verdirdi.}$$

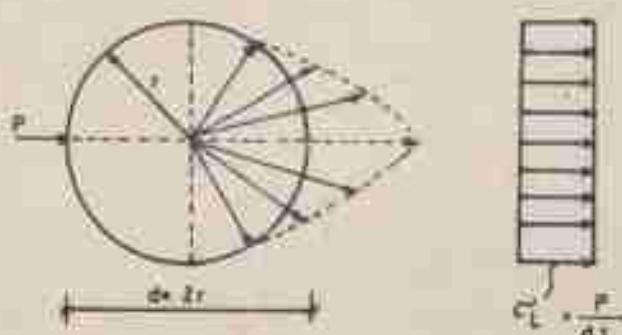
Ornegin St 37 çeliği için $\mu = 0.3$, $E = 2.1 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$ alınırsa kıyma modülü

$$\sigma = \frac{2 \times 10^6}{3(1 + 0.3)} = 827000 \text{ kg/cm}^2 \text{ bulunur.}$$

7.2. Delik Basincı Gerilmeleri

Narekste zorlukta levhalar, perginlerin levhalar
içinde bulunan kisimlarina nareket dogrultusunda basinc
yaparlar. Etki-istekli pressidin gire levhalarin perginler
ve perginlerin de levhalarla basincilar birbirlerine egit
tir. Perginlerin levhalar icinie bulan yiltesylerini veya
levhalarin delik kesitlerine tecir eden basincin delik
basinci veya birim alana isabet eden bu basincin da Delik
Basinci Gerilmesi adi verilir ve C_t ile gösterilir.

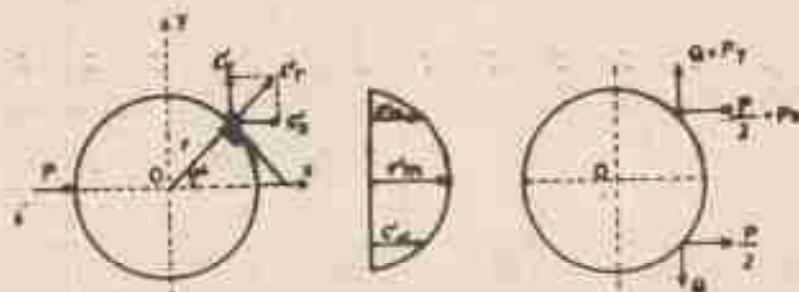
Şekil 7.3 de verilen olamandaki basinc gerilmesi
ve dagilimini inceleyelim.



Şekil 7.3

Tarıqapı r olan bir civatancın, civata deliginde bir P kuvveti ile basınç kurus olduğum düşünelim. Civata gövdesinin levha içinde bulan kısmında meydana gelen gerilimlerin uniform olmayacağı ortoda en fazla, kenarları doğru less anılan bir şekilde olduğu görülmektedir.

Şimdi civataya etki eden P kuvvetinin de oluşturduğu delik basınç gerilmesinin gerçek değerini bulalım (Şekil 7.4).



Şekil 7.4.

Civatancın kuvvet doğrultusundaki ekleninde meydana gelen maksimum gerilme G'_m ve civatancın x yatay ekseni ile α açımı yapar bir noktasında meydana gelen hakiki gerilme G'_x olsun.

Bu durumda;

$$\begin{aligned} G'_x &= G'_m \cdot \cos \alpha \\ G'_x &= G'_x \cdot \cos \alpha' = G'_m \cdot \cos \alpha' \cdot \cos \alpha = G'_m \cdot \cos^2 \alpha \\ G'_y &= G'_x \cdot \sin \alpha = G'_m \cdot \cos \alpha \cdot \sin \alpha \quad \text{yazılır.} \end{aligned}$$

Civatının yükünü zayıflettigi ierhanın malzemesi t' olunur. Civatının bir yüzey elemanının düşmesi alınlı, ($\delta x = x \cdot dx, \delta t$). Bu tabloda bu yüzey elemanı tazir eden kuvvet;

$$\delta x = C'_x \cdot \delta x = C'_m \cdot \cos^2 \omega \cdot r \cdot \sin \omega \cdot t$$

$$\delta y = C'_y \cdot \delta x = C'_m \cdot \sin \omega \cdot \cos \omega \cdot r \cdot \sin \omega \cdot t \text{ yazılır.}$$

Bulunan δx ve δy değerlerinin integrali alınırca P_x ve P_y değerleri bulunur.

$$P_x = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} C'_m \cdot r \cdot t \cdot \cos^2 \omega \cdot \sin \omega \cdot \delta x = C'_m \cdot r \cdot t \cdot \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos^2 \omega \cdot \sin \omega \cdot d\omega$$

$$P_x = \frac{1}{2} C'_m \cdot r \cdot t \quad (1)$$

$$P_y = \int_0^{\pi/2} C'_m \cdot \sin \omega \cdot \cos \omega \cdot r \cdot t \cdot \delta x = C'_m \cdot r \cdot t \cdot \int_0^{\pi/2} \sin \omega \cdot \cos \omega \cdot d\omega$$

$$P_y = \frac{1}{2} C'_m \cdot r \cdot t \quad (2)$$

oldu edilir. Burada $\frac{P_y}{P_x} = \frac{1}{\pi}$ veya $P_y = \frac{1}{\pi} P_x = \frac{1}{\pi} \cdot 2 = 0,3182$ bulunur. Bu bir P kuvvette parçalı delikte bu kuvvetin etkinliğini ölçmek için bu kuvette dik ve 0,318 P ebadı bir kuvvetin ölçüldüğünü göstermektedir.

$$P = d \cdot t \cdot C'_L \text{ idi (Şekil 7.3)} \quad (3)$$

$$? = \frac{1}{2} C'_m \cdot r \cdot t \cdot \pi \quad (4)$$

(3) ve (4) denklemleri eşitlenirse;

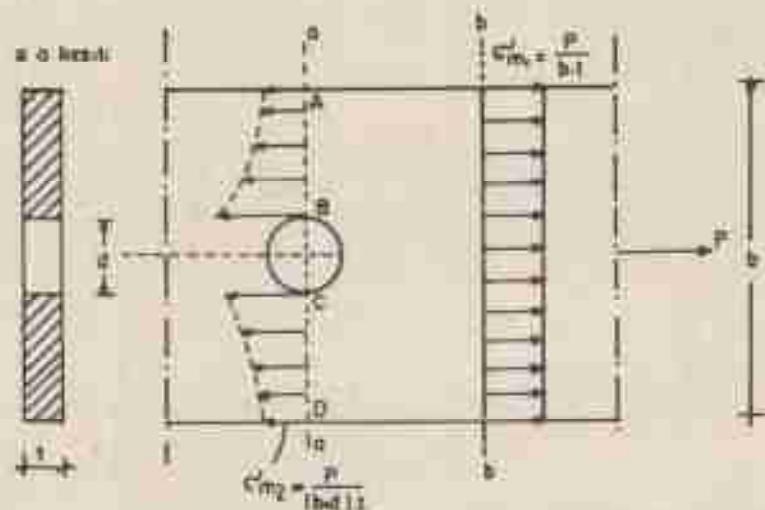
$$C'_m = \frac{4}{\pi} C'_L = 1.27 C'_L \quad \text{bulunur.}$$

Hesaplama larda delik boyunca gerilmelerinin
uniform olarak dağıldığı ve $\sigma_L = \frac{P}{b \cdot t}$ ye eşit olduğu
tabul edilir. Burada;

$$d = \text{Perçin çapı} = \delta,$$

$t = \text{Levhənin kalınlığı} \text{ dir.}$

Delikli çubuk veya levhalarda meydana gelen
gerilme dağılımı, deliklerin levha ve çubuklarındaki gerilme
dağılımından farklıdır (Şekil 7.5).



Şekil 7.5

Delikten uzakta bir b-b konusunda gerilme dağılımı
uniform olup;

$$\sigma_{m_1} = \frac{P}{b \cdot t} \quad \text{dir.}$$

Delik konusunda (a-a) ian gerilme dağılımı uniform olmayıp
Şekil 7.5 de gösterildiği gibidir.

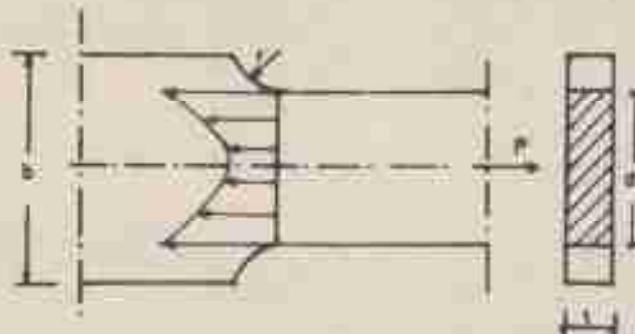
Tepalan deneylerin sonucuna göre;

$$\sigma'_{\max} = (2.1 \sim 2.35) \cdot \sigma'_{m_2} \text{ ve } \sigma'_{m_2} = \frac{P}{(b-d)t} \text{ dir.}$$

Pasut hasaplamalarında $\sigma'_{m_2} = \frac{P}{(b-d)t}$ esas alınmaktadır.

Fısk kastının darlaklığı halinde ise gerilme dağılımı şekilde 7.6 de gösterilmiştir. Burada;

$$\sigma'_m = \frac{P}{(b-2r)t} \text{ tabii olmalıdır. } \sigma'_{m_2} = \sigma'_{m_1} \text{ olmalıdır.}$$



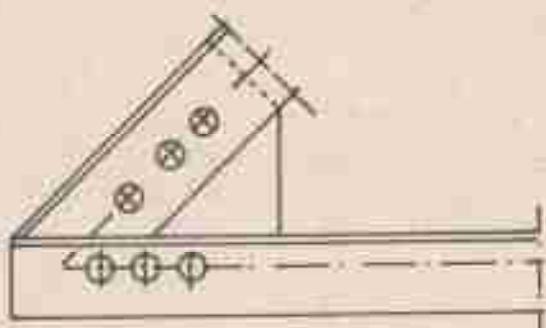
Şekil 7.6

7.3. Eşyeri ve Bağlantılar

Yapı analitik ve projelamassında son aşamada, yapı unsurlarının eşyerleri veya bağlantıların projelamması ve detaylandırılmasıdır.

Eşyeri teşkilinde dikkat edilenek hâlinde eşyerinde açılma gerilmesinin ölçümüne önceliliktedir. Bunun için; eşya içinden elamanın boylumasının ekmanlarının eşyerinde

tek bir noktada birlenmesidir (Şekil 7.7). Üretilen perçin veya kuyruktaş yararlanılıyorsa bunların düzarda grupların eşitlik ortakları tarafları ekran üzerinde olmalıdır.



Şekil 7.7

7.3.1. Çelik Yapı Elemanlarında Dışarı Tegilli

Çelik yapı elemanlarının birleştirilmesi iki şekilde yapılabilir.

- a) Sıkılaşan ekşerleri: Böller daha çok perçinler ve kuyruktaş olasılıklarıdır.
- b) Sıkılaşabilecek ekşerleri: Bilek veya civata ile sıkışan birlenimlerdir.

7.3.1.1. Perçinler

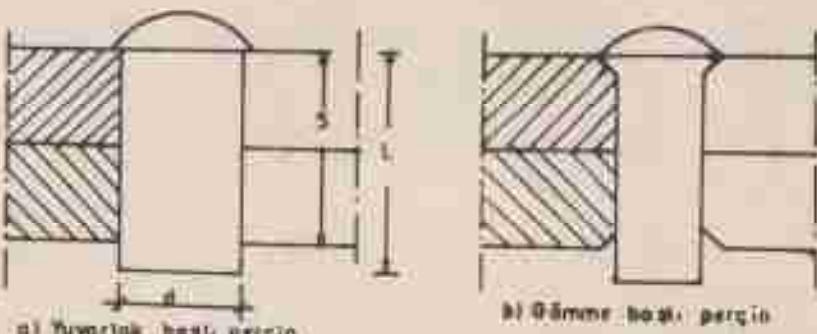
Çelik elemanların birleştirilmesinde en çok kullanılan birleştirme araçlarından biridir.

Perçinler yuvarlak desirlerden hazırlanan silindirik gövdeli ve kireç taşındaki boyalı olusur. Birlesim yerlerinde vorularak deliye yerleştirilir. Yuvarlak ve

gömme başlıklı otsak üzerinde iki tiptir. Dıortuk ve soğuk otsak kullanılır. Soğuk perçinler taşıyıcı olmayan elementlerde monte edilirlerdir.

Eklenecek parçalarda, perçin çapına uygun şekilde kırılgılıktır delik açılır. Kırıl daresoye indirilmesinden sonra perçin delikten geçirilir el veya makine ile devillererek ikinci boyag teşkil edilir.

Çelik yapı elementlerinde kullanılan perçinler yuvarlak ve gömme başlı perçinlerdir (Şekil 7.8).



Şekil 7.8

Perçinin çapı: Bir perçinin çapı aşağıdaki formülle hesaplanır.

$$d \leq \sqrt{5t_{\min}} - 0,2$$

Burada;

d = Bir perçin çapı (cm),

t_{\min} = Birlestirilen en ince levhanın kalınlığı (cm) dir.

Perçin çapı seçiminde Tablo 7.1'de verilen değerler kullanılabilir.

Table 7.1: Pergin Çapları

En fazla elemen maks. 1 (mm)	4-6	6-8	8-12	12-16	> 16
Max. pergın çapı, d_1 (mm)	12	16	20	24	27
Dövülmüş pergın çapı, d (mm)	13	17	21	25	28

Perginin Gövdə Uzunluğu: Perginin içinci hissənin olğuturulabilmesi ve yuvarlan Eğilgi iyice doldurulması için pergın gövdə uzunluğu yeter uzunluğunu almıştır.

$$\text{Makinə ilə dövülen pergincərdə: } L = 3 + \frac{4}{3} d$$

$$\text{Elle dövülen pergincərdə: } L = 3 + \frac{7}{6} d \text{ olmalıdır.}$$

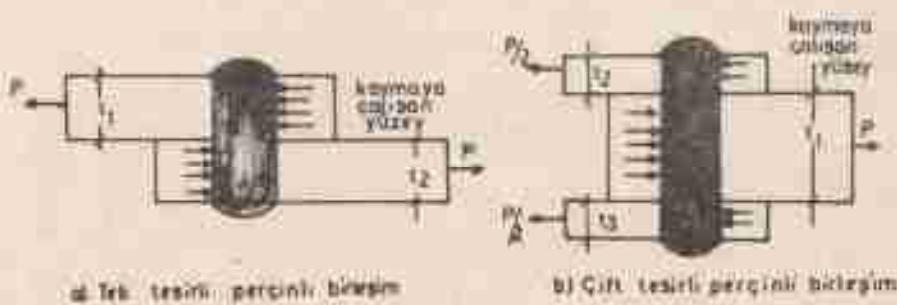
Perginlərin Sıxma Uzunluğu: Birleştirilən parçaların məbləğləri toplamının əkəm uzunluğu deşir və 3 nəfər ilə göstərilir. Bu deşir $\Sigma \leq 6,5d$ olmalıdır. Aksi halde pergın delikinin doldurulması züclədir.

Pergin Aralıkları: Pergin aralıklarını belirlemədə uyulşan cəresən həsablar Table 7.2 da verilmişdir.

Pergin Həsabları: Perginler həsməye qalıqarak birleştirildikləri elemənlər arasında kuvvet aktarırlar. Kuvvetin pergın gövdəsinə geçişte delik ciddi ilə pergın düzəti arasında etiləmə gerilmələri nəydanə gelir. Nəymən qalıqan yüzeylərin sayıının görə təz təmirli veya çəft təmirli diye ikiye ayrılır (Şəkil 7.9).

Tablo 7.2. Perçin Aralıkları

Kuvvet Taşıyan Perçinler			
	En az		En çok
	Tüknek Yapı ve Tol Köprü- leri	Demiryolu Köprüleri	
Perçinler arası mesafe (e_1)	3 d_1	3,5 d_1	6 d_1 veya 12 t min
Kurvete dik kenar mesafe (e_2)	2,0 d_1	2,0 d_1	3 d_1 veya 9 t min
Kurvete paralel kenar mesafe (e_3)	1,5 d_1	1,5 d_1	3 d_1 veya 9 t min
Tıbbit Perçinler			
Perçinler Arası En Büyük Uzaklıklar			
2 Korniyelerle teşkil edilen gubuklar	Tümüne gubuğu gubuğu	Tüknek Yapıda es Köprüde max es	7~10 d_1 veya 15 t min
2 Korniyer ve 1mm demir- li ile teşkil edilen gubuklar	Levha Kalin- liği $t=$	5 - 12 mm ise * ≤ 5 d_1 ≥ 12 mm ise * ≤ 5 d_1	



Şekil 7.9

Tek Tesirli Percinler: Tek tesirli percin hesaplarında üç ana şart vardır.

1) Percinlerin Kesilmemesi Şartı: Tek tesirli percinlerde bir percinin kesilmeden taşıyabileceği kuvvet:

$$N_1 = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot C_{\text{em}} \quad \text{formülünden bulunur.}$$

Burada;

N_1 = Kuvvet (kg)

d = Percinin çapı (cm)

C_{em} = Kesme emniyet gerilmesi (kg/cm^2)

2) Percinin Levhayı Kesmemesi Şartı: Tek tesirli bir percinin esilmeden taşıyabileceği kuvvet:

$$N_2 = d \cdot t_{\min} \cdot C_{\text{em}} \quad \text{formülünden bulunur.}$$

Burada;

N_2 = Percinin esilmeden taşıyabileceği kuvvet (kg);

d = Percin çapı (cm),

G'_{Lem} = Esilme emniyet gerilmesi (kg/cm^2),
 t_{min} = En ince levha malzemesi (cm) dir.

Tepilan həsəplər sonucunda bulunan N_1 ve N_2 dan
mükən olan dəmətə alınarak pərcin sayısı hesablanır.

Pərcin sayısi (n):

$$n \geq \frac{P}{N_1 + N_2} \quad \text{olmalıdır.}$$

Burada;

P = Sisteme etki eden kuvvet

$N_1 + N_2$ = Keçme ve esilme açısından təqdim edilecek kuvvetdir.

Pərcin hesablamalarında genişlikle;

$$\tau_{\text{em}} = G'_{\text{em}} \quad \text{ve} \quad G'_{\text{Lem}} = 2 G'_{\text{em}} \quad \text{əməl edilir.}$$

Çelik mələkələr üçün emniyet gerilimləri

Table 7.3 de verilmişdir.

Table 7.3 Üt 37 qəliğindən ləməl edilen
bir pərcində emniyet gerilimləri

Emniyet Gerilimləri	Max Değəri (kg/cm^2)
Keçme (τ_{em})	1400
Esilme (G'_{Lem})	2800
Qekme (G'_{em})	1400

Emniyyetle təcinsələrə tələb olunur. Bu tələb həsab yapmaq yarısına N_1 ve N_2 arəsalıda bəzi antarək
kritik olan bulunur ve kritik olana görə hesab yapılır.

$$N_1 = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot \tau_{\text{em}}, \quad \tau_{\text{em}} = G'_{\text{em}}$$

$N_2 = d \cdot t_{\min} \cdot G'_{\text{lem}}$, $G'_{\text{lem}} = 2 G'_{\text{em}}$ olduğunu belirttilmigi.

N_1 ve N_2 eşitlenince

$$\frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot Z_{\text{em}} = d \cdot t_{\min} \cdot G'_{\text{lem}}$$

$$\frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot G'_{\text{em}} = d \cdot t_{\min} + 2 G'_{\text{em}}$$

$$\Rightarrow \frac{t_{\min} \cdot 8}{\pi} \Rightarrow d = 2.54 \cdot t_{\min} \text{ bulunur.}$$

Söz:

$d < 2.54 \cdot t_{\min}$ ise kemer emniyetine göre hesap yapilir.

Yanit:

$$N_{\text{em}} = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot Z_{\text{em}}$$

$d > 2.54 \cdot t_{\min}$ ise exiles emniyetine göre hesap yapilir.

Yanit:

$$N_{\text{em}} = d \cdot t_{\min} \cdot G'_{\text{lem}}$$

- 3) Çekme çubukunun kuvveti emniyetle tayliyip tayiyanedigi kontrol edilir.

$$G'_{\text{em}} = \frac{P}{A_{\text{net}}} \rightarrow \text{Net also pervin serfisimizi tayi-} \\ \text{yildiktan sonra bulunan alandır.}$$

Çift Temirli Parçinler: Bu durumda da yine 8x
qart oluruz.

- 1) Parçinin Kısıtlaması PARTİ: İki tarafta zızyayı olmasa
nedeniyle;

$$N_1 = 2 \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot Z_{\text{em}} \text{ esitlidir.}$$

2) Perginin Levnisi Samanesi Tarihi ise:

$$H_2 = d \cdot t_{\min} \cdot G'_{\text{Lam}} \text{ formülü kullanılır.}$$

Bunlardan hangisinin daha küçük olduğu için formül eşitlenerek \mathcal{E}_{em} yerine G'_{em} ve G'_{Lam} yerine $2G'_{\text{em}}$ yazılırsa:

$$\frac{2 \cdot \pi \cdot d^2}{4} \cdot G'_{\text{em}} = d \cdot t_{\min} \cdot 2G'_{\text{em}}$$

$$d = \frac{4}{\pi} \cdot t_{\min} = 1.27 t_{\min} \text{ elde edilir.}$$

$$d < 1.27 t_{\min} \text{ ise } H_{\text{em}} = \frac{2 \cdot \pi \cdot d^2}{4} \cdot G'_{\text{em}} \text{ den bulunur.}$$

$$d > 1.27 t_{\min} \text{ ise } H_{\text{em}} = 1 \cdot t_{\min} \cdot G'_{\text{Lam}} \text{ den bulunur.}$$

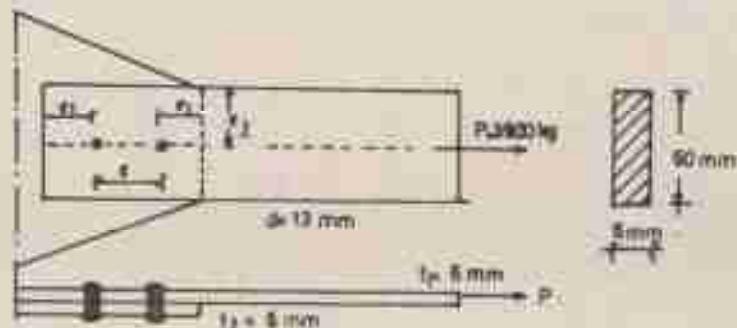
3) Çekme Juhuzunun Kontrolü:

$$G'_{\text{em}} = \frac{T}{A_{\text{net}}} \text{ yardımıyla bulunur.}$$

ÖRNEK 1. Üstinde $P=3500 \text{ kg}$ yük etkisi altındaki pergini birlesimde, $G'_{\text{em}} = \mathcal{E}_{\text{em}} = 1400 \text{ kg/cm}^2$ ve $G'_{\text{Lam}} = 2800 \text{ kg/cm}^2$ veriliyoruz;

a) Pergin boyasını bulunuz.

b) Pergin erikliklerini belirleyiniz.



Çıktı: Tek tısvırı tırloğundır.

- a) Bir perginin kesilmeden emiyetle taşıyabileceğini bulut:

$$N_1 = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot C_{em} = \frac{\pi \cdot 1.3^2}{4} \cdot 1400 = 1660 \text{ kg}$$

Bir perginin kesilmeden taşıyabileceğini bulut:

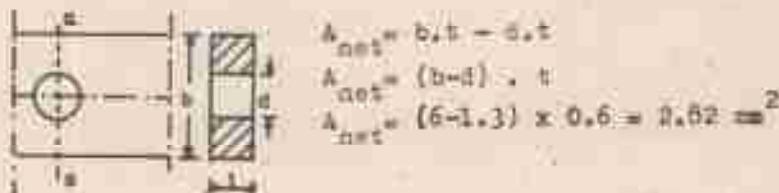
$$N_2 = d \cdot t_{min} \cdot C_{em} = 1.3 \times 0.6 \times 2500 = 2180 \text{ kg}$$

$N_1 < N_2$ olduğundan pergın ağızı bulunurken

N_1 likinde alınırlar,

$$n = \frac{P}{N_1} = \frac{3500}{1660} = 2.138 \Rightarrow 2 \text{ pergin kullanılmıştır.}$$

Çıkmak çubuğu kontrolü yapılır.



$$\frac{C'}{em} = \frac{P}{A} = \frac{3500}{2.02} = 1241 \text{ kg/cm}^2 < 1400 \text{ kg/cm}^2$$

olduğundan emiyetlidir.

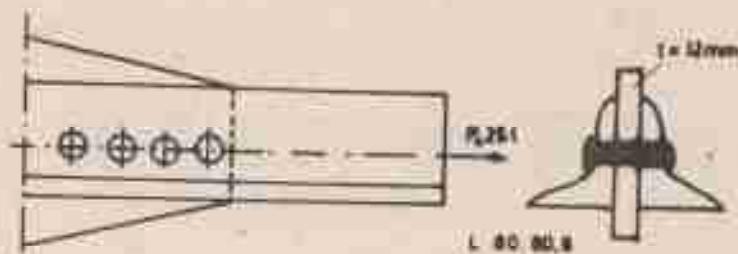
- b) Pergin aralıkları

$$e = 3 \cdot d_1 = 3 \times 13 = 39 \text{ mm}$$

$$e_1 = 2 \cdot d_1 = 2 \times 13 = 26 \text{ mm}$$

$$e_2 = 1.5 \cdot d_1 = 1.5 \times 13 = 19.5 \text{ mm} \text{ bulunur.}$$

- ŞİKLİK 2. Çekildeki gibi iki net L profilli (korniyer) arası 500 kg olulan t= 12 mm kalınlığındaki levha yardımıyla birleştirilecektir. $\sigma_{\text{em}} = \sigma_{\text{cm}} = 1400 \text{ kg/cm}^2$ $d = 21 \text{ mm}$ ve bir korniyerin alanı 12.30 cm^2 verilince göre;
- Çekme grubundan gerilme kontrolunu yapınız,
 - Gerekli peryin sayısını bulunuz.



ÇÖZÜM: a) Net alanı bulunarak gerilme kontrolü yapılır. Perginlerin tek sıra yerleştirileceğini kabul edelim. Bu durumda;



$$A_{\text{net}} = 2(A - d \cdot t_{\text{korniyer}})$$

$$A_{\text{net}} = 2(12.30 - 2.1 \times 0.8)$$

$$A_{\text{net}} = 21.25 \text{ cm}^2 \text{ bulunur.}$$

$$\frac{\sigma}{A_{\text{net}}} = \frac{P}{A_{\text{net}}} \leq \sigma_{\text{em}} \text{ olmalıdır.}$$

$G' = \frac{25000}{21,25} = 1176,5 \text{ kg/cm}^2 < 1400 \text{ kg/cm}^2$ olduğundan
geçme grubu emniyetsizdir.

b) Perginlerin esaslanmasız şartı; çift teşirli
birleşim olduğundan,

$$N_1 = 2 \cdot \frac{\pi d^2}{4} \cdot C_{\text{em}} = 2 \cdot \frac{\pi \cdot 2,1^2}{4} \times 1400 = 9696 \text{ kg}$$

Eksilmesen taşıyabileceğii kuvvet:

$$N_2 = d \cdot t_{\min} \cdot C'_{\text{em}}$$

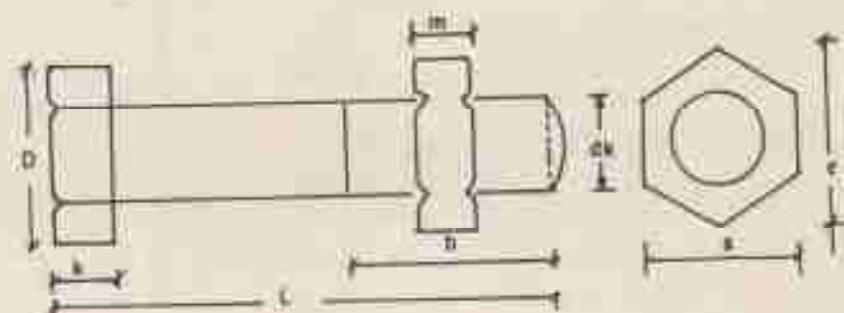
$$N_2 = 2,1 \times 1,2 \times 2800 = 7056 \text{ kg}$$

$$\eta = \frac{P}{N_2} = \frac{25000}{7056} = 3,54 \neq 4 \text{ pergin gereklidir.}$$

• Çift teşirli halde eksilmeden taşıyabilecek
kuvvet hesaplanırken t_{\min} hesaplamasına direkt etkili midir.
Şöyledi, iki adet korniyelerin malzemesi $8+8=16 \text{ mm}$
dir. $16 \text{ mm} > 12 \text{ mm}$ olduğundan t_{\min} olarak 12 mm alınmıştır.

7.3.1.2. Buldular ve Civatalar

Bir civata; past (gövde), baş ve sonundan oluşur.



Bir bulonun: A_s = Gövde alanını A_k = Çekirdek alanını κ = Bulon taşı konusun malzemesini n = Sosun malzemesini s ve a = Bulon taşı konusun çapını b = Dış açılışın konusun boyunu d_k = Bulon çapını

göstermektedir. Bulonlarda emniyet gerilimleri;

$$\sigma_{em} = 1400 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_{en} = 1120 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_{gen} = 1000 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_{bsm} = 2400 \sim 2800 \text{ kg/cm}^2 \text{ dir.}$$

Bulonların aralıkları ise 3.5-4.0 d aranında seçilir.

Kesicilerde ise 24 dinkençeye karus bulonların oranı, tek veya çift tısvırlı oluşularına göre perçinlerde uygulanan formüller kullanılarak yapılır.

- Kesmeye karus bulonlarının hesabında next:

Çekirdek çapı d_k olan bir bulonun çapına etkinlik sınırlı taşıyabileceği maksimum kuvvet:

$$P_{em} = A_k \cdot \sigma_{em} = \frac{\pi \cdot d_k^2}{4} \cdot \sigma_{em}$$

$$d_k = 0.0357 \sqrt{P_{em}}$$

Bu durumda;

a) Çivita bağılıklarının esilmemesi gereklidir.

Bir bulonun etkeni doğrultusundaki yeşil kuvveti P , bulonun etkenliğində çelik levhanın emniyet gerilimesi σ_{em} ve bulon etkenliğinin levhanın temas etiği alan

$$A_{K^*} = \frac{\pi(D^2 - d_K^2)}{4} \text{ ince}$$

$$T_{em} = h_K \cdot C'_{em} = \frac{\pi(D^2 - d_K^2)}{4} \cdot C'_{em} \text{ elde edilir.}$$

b) Bulon gövdesinin kopuması için ise levhalar-
randa esnekliği gereklidir. Tanıt:

$$\frac{\pi d_K^2}{4} \cdot C'_{em} = \frac{\pi(D^2 - d_K^2)}{4} \cdot C'_{em}$$

$$d_K^2 = D^2 - d_K^2 \Rightarrow D^2 = 2d_K^2 \Rightarrow D = \sqrt{2} d_K \text{ elde edilir.}$$

c) P kuvvetinin etkisi altında bulon gövdesinin
bağlılığından kopuması gereklidir. Bu nedenle bulon bağlılığı-
dan bulon gövdesinin kesilip çatıldırılan (silindir yüzey
alanı):

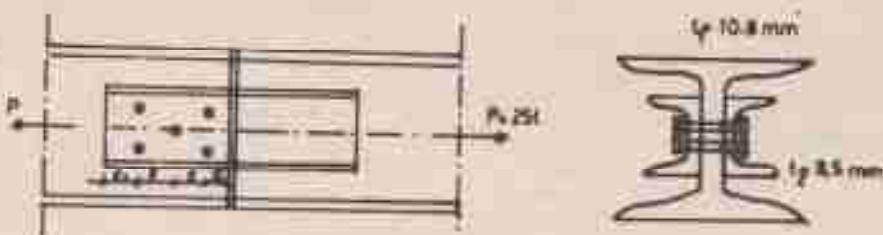
$$A = \pi \cdot d_K \cdot k$$

$$\frac{\pi d_K^2}{4} \cdot C'_{em} = \pi \cdot d_K \cdot k \cdot C_{em}$$

$$k = \frac{C_{em} \cdot d_K}{4 \cdot C_{em}} = \frac{1400,4}{4 \times 1120} = 0,333 d_K \text{ elde edilir.}$$

ÖRNEK 3. Şekilde görülen bulonlu birleşiminde I 30 kırığı
25 ton çeksme kuvveti etkisindedir. 2 L24 profilli
pürgalarla sıkıştırılarak ve birleştirildede M 20
karabé civata kullanılmışmaktadır.

- a) Gereklili civata sayısını bulunuz.
- b) L 24 parça boyunu hesaplayınız.



ŞÜZÜM: a) Bir civattanın kesmeye karşı taşıyabileceği yükü hesaplayalım. Çift tensirli olduğunu göre:

$$\text{Girdi çapı } d_k = 2 \text{ cm}, \quad \sigma_{\text{em}} = 1120 \text{ kg/mm}^2$$

$$P_1 = 2 \cdot \frac{\pi \cdot d_k^2}{4} \cdot \sigma_{\text{em}} = 2 \cdot \frac{\pi \cdot 2^2}{4} \cdot 1120 = 7037 \text{ kg}$$

b) Bir civata ile delik gevresi arasındaki en fazla yükü:

$$\sigma_{\text{ben}} = 2400 \text{ kg/mm}^2$$

$$P_2 = d_k \cdot t_{\text{min}} \cdot \sigma_{\text{ben}}$$

$$P_2 = 2 \times 1.05 \times 2400 = 5184 \text{ kg}$$

$$n = \frac{P}{P_1 - P_2} = \frac{25000}{5184} = 4.82 \Rightarrow 5 \text{ adet civata gerekli.}$$

Birlegim teşkilini şekilde görüldüğü gibi yapacak olursak:

$$e_1 = 2 \cdot d = 2 \times 20 = 40 \text{ mm}$$

$$e = 3.5 \times d = 3.5 \times 20 = 70 \text{ mm}$$

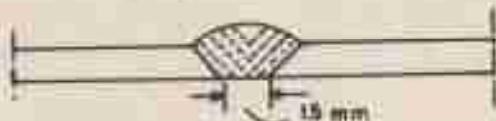
$$L = 2(40+70) \times 2 = 420 \text{ mm olarak bulunur.}$$

7.3.1.3. Kaynaklı Birleşimler

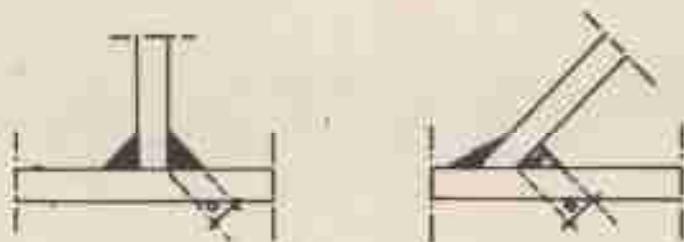
Çelik yapı elemanlarının birleştirilmesinde yay-
ein olarak kullanılır.

İki çelik elemanı birbirine bağlayan kaynak parçalarına **Dikiş** denir. Dikişler;

1. Ucuya dikişler (kaynaklar): Üçleri kaynatılarak
yayın yönde devam eden parçalardır.



2. Açı kaynakları: Açı kaynakı ile交接 eden parçalar
birbirine dik veya eğik olabilirler.



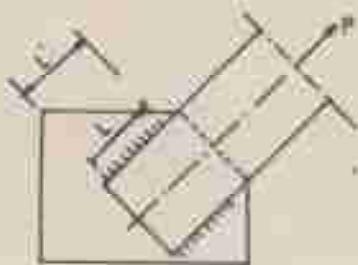
Kaynak hemplarında dikdört edilecek hususları:

a) Dikiş enlineliği (a) en az 3 mm olmalıdır.

$$a = 0.7 t_{\min}$$

b) Dikiş boyu; $L = L' - 2a$ şeklinde hesaplanır. (a) kaynak
dikliği enlineliğidir.

Ayrıca kaynak boyu $15.0 \leq L \leq 60.0$ mm'da olmalıdır.



c) Kaynak alanı.

$A_k = a \cdot L$ den hesaplanır.

a = Kaynak dikliği miktarlığı

L = Kaynak dikliği boyudur.

d) Kaynak nesnelerinde emniyet gerilmesi:

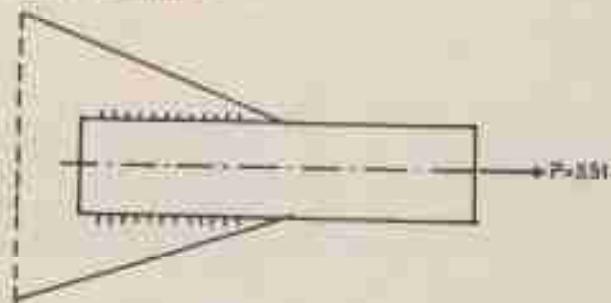
Çamuya calıpması halinde $f_{em} = 0.75 \text{ } G' \text{ em}$

Borsuca calıpması halinde $f_{em} = 0.85 \text{ } G' \text{ em}$

Eğilmeye calıpması halinde $f_{em} = 0.8 \text{ } G' \text{ em}$

Kamuya calıpması halinde $f_{em} = 0.65 \text{ } G' \text{ em}$ dir.

ÖRNEK 4. Şekilde görülen 60 mm genişliğinde ve 6 mm yüksekliğinde bir levha $P=6,5$ tonluk bir kuvvetle çekiilmektedir. Bu levhanın kaynakla bağlantılı emniyet miktarlığı ise ≈ 10 mm dir. Dikiz usulüne göre bulunuz.



ÖZÜM: a) Devre esitini kontrol edelim.

$$C = \frac{P}{A} < C_{\text{em}}$$

$$C = \frac{6500}{5,0 \times 0,8} = 1354 \text{ kg/cm}^2 < 1400 \text{ kg/cm}^2$$

olduguinden levha kesiti uygundur.

b) Esneklikleri known'a calistirilmasi

$$f_{\text{em}} = 0,65 \times C_{\text{em}} = 0,65 \times 1400 = 910 \text{ kg/cm}^2$$

Gerekli esneklik alani:

$$A_E = \frac{P}{f_{\text{em}}} = \frac{6500}{910} = 7,14 \text{ cm}^2$$

a = 4 cm kabul edelim.

$$L' = \frac{A_E}{a} = \frac{7,14}{0,4} = 17,85 \text{ cm}$$

L' = 20 cm sezelim.

$$L = L' - 2a = 20 - 2 \times 0,4 = 19,2 \text{ cm}$$

Kaynak yan ziklere yapilacakinden

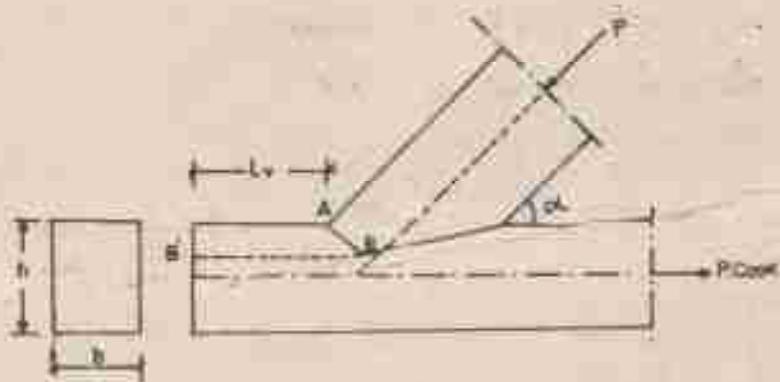
Her bir yan yuzeye 10 cm kaynak yapiilmesi baganti esnek yetili olacaktir.

7.3.1.4. Aşap Yapı Elemanlarının Birleştirilmesi

Aşap inşaatta kullanılanlar birləşimler digli ve yuvalı birləşimler adını alır. Birləşin arayları ise civiler, bulonlar, kammarlar ve tutkallardır.

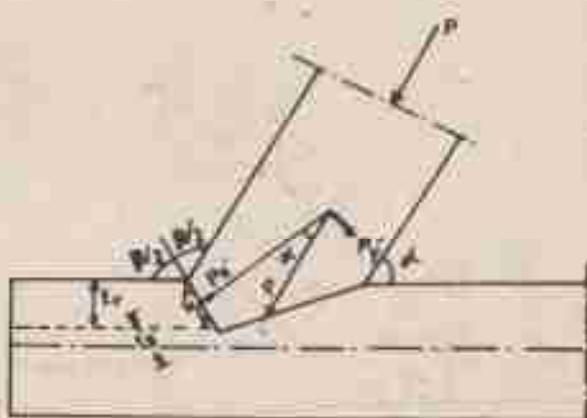
a) Digli ve Yuvalı Birləşimler:

Tek digli birləşimler: Çatı makamlarının masset düşmələrində rastlanan birləşim şəklidir.



Şekildeki AB yüzeyi α açısı yapılmıştır. Bu yüzeyin eğilimi ne olmalıdır?

- 1) AB yüzeyi bir β açısına ekortaya olması halisi: $\tan \beta = \tan \alpha$



Bu halde;

$$\cos \alpha/2 = \frac{t_v}{t_s} \Rightarrow t_v = t_s \cdot \cos \alpha/2$$

$$\cos \alpha/2 = \frac{P_x'}{P} \Rightarrow P_x' = P \cdot \cos \alpha/2$$

AB yüzeyinde temas alanı = $t_s \cdot b$

AB yüzeyinde dik etki eden kuvvet = P_x'

$$\sigma_{\alpha/2 \text{ bem}} = \frac{P_x'}{t_s \cdot b} \Rightarrow t_s = \frac{P_x'}{\frac{P}{b} \cdot \sigma_{\alpha/2 \text{ bem}}} = \frac{P}{b} \cdot \frac{\cos \alpha/2}{\sigma_{\alpha/2 \text{ bem}}}$$

$$t_v = \frac{P}{b} \cdot \frac{\cos^2 \alpha/2}{\sigma_{\alpha/2 \text{ bem}}} \quad \text{olur. Çatı eğrisi } 20^\circ \leq \alpha \leq 70^\circ$$

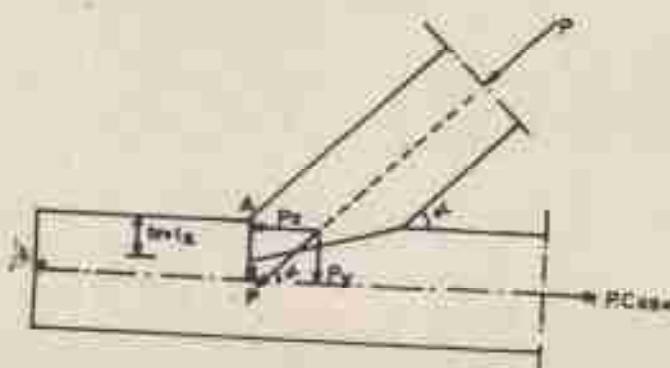
göstergesi II. sınıf şam içini:

$$\frac{\sigma_{\alpha/2 \text{ bem}}}{\cos^2 \alpha/2} \approx 70 \text{ kg/cm}^2 \text{ alınabilir.}$$

Buradan dök yüzeyinin düşey indirimini

$$t_v = \frac{P}{70 \cdot b} \quad \text{formülü elde edilir.}$$

2) AB yüzeyi yatay olmasına dik ise:

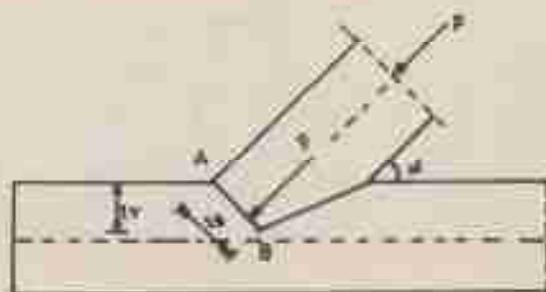


$$t_v = t_a$$

$$P_x = P \cdot \cos \alpha$$

$$t_v = \frac{P_x}{b + G'w_{beam}} = \frac{P \cdot \cos \alpha}{b + G'w_{beam}} \quad \text{olur.}$$

3) AB yineksi eğik elemene dik iceri:



$$t_v = t_a \cdot \cos \alpha$$

$$P = P_x$$

$$t_a = \frac{P}{b + G'w_{beam}}$$

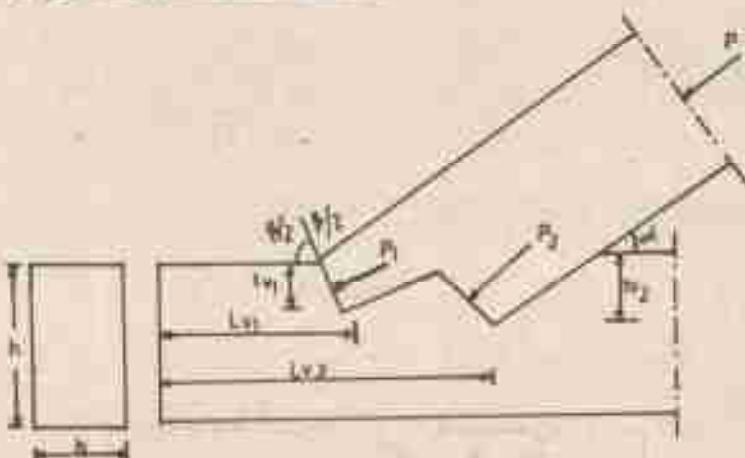
$$t_v = \frac{P \cdot \cos \alpha}{b + G'w_{beam}} \quad \text{elde edilir.}$$

Yukarıda verilen her üç durum içinde;

$$t_v \leq \frac{h}{4}$$

$$t_v \geq \frac{P \cdot \cos \alpha}{b + G'w_{beam}}$$

şartlarını sağlamalıdır.

b) Cift Dikti Birlesimleri:

θ_1 : Durumda taripli silinecek nesne yakinligi

$$tv_2 = \frac{h}{4} \quad \text{olarak hesaplanir.}$$

$$P_2 = \frac{tv_2 + b \cdot C_{\text{en}} \text{ dan}}{C_{\text{en}}} \quad \text{formülünden hesaplanır.}$$

$P_1 = P - P_2$ dan P_1 bulunur.

$$tv_1 = \frac{P_1}{70 \cdot b} \quad \text{formülü yardımıyla } tv_1 \text{ hesaplanır.}$$

Dikdört edilmesi gereken hizmeti:

$$tv_1 \leq tv_2 = 0,5 \text{ cm}$$

$$Lw_1 \geq \frac{P_1 \cdot C_{\text{en}}}{b \cdot C_{\text{en}}}$$

$$Lw_2 \geq \frac{P_2 \cdot C_{\text{en}}}{b \cdot C_{\text{en}}}$$

parametrinin sağlanmasidir.

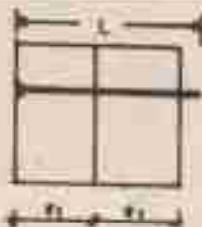
c) Civi ile Bağlantılar:

Civiler kesmeye yeteneklerinden tek ve çift tescirli olarak hesaplanırlar.

Her civinin taşıyabileceğini kuvvet düşüncesine göre hesaplanır.

Civi çapı $\frac{1}{10}$ mm boyu ise mm sınırsından belirlenir. Orneğin (55/140) lük bir civide civi çapı 5.5 mm, boyu ise 140 mm dir.

Tek tescirli bir civili bağlantıda:



Civinin taşıyabileceğini kuvveti:

$$P_{igt} = 3.5 d^2$$

d = civi çapı

Civi adedi:

$$n = \frac{P}{P_{ig}} \quad \text{den bulunur.}$$

P = Sisteme etki eden kuvvet

P_{ig} = Birleşimin taşıyabileceğini kuvvet

Bir birleşimde yan yan konabilecek civi sayısını:

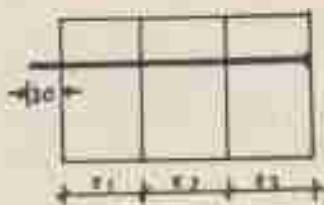
$$n' = \frac{b}{2d} - 1, \quad n'' = \frac{l - 174}{104} + 1$$

Burada:

n' : Civi sıra sayısını verir (kuvvet doğrultusunda)

n'' : Civi sıra sayısını verir (kuvvette dik doğrultuda)

Cift tenirli bir civili baglantıda



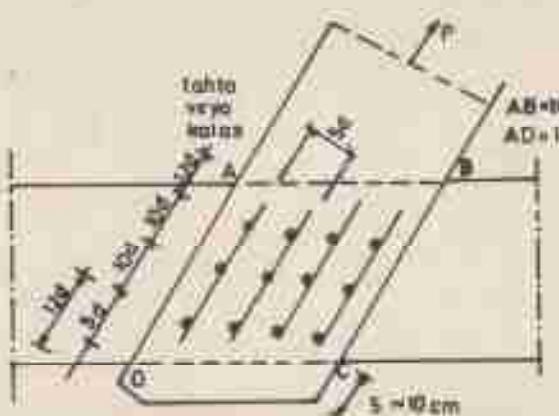
$$L = e_1 + e_2 + e_3 = 30 \text{ den hesaplanır.}$$

Bir çivinin taşıyabileceğii kuvvet:

$$P_{10\%} = 7,0 \text{ d}^2 \text{ formülünden hesaplanır.}$$

Çivi sayımı ve çivi sira sayısı tek tenirli halde ve rüdücü gibidir.

Civili baglantılarda çivi aralığı genel olarak vertilenlerden daha sık olmalıdır.



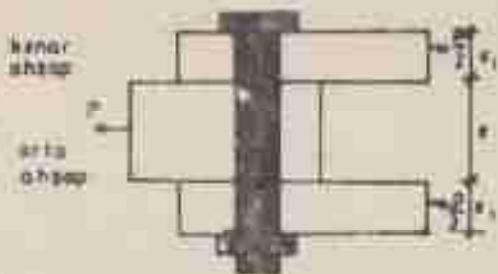
4) Bulonlu Bağlantı:

Bükenin yapıldığı bağlantılarla gelenekselere kıyasla sıkıştırılmıştır.

1. Bulonlar kesme dayanımına ilk esaslıdır.
2. Bulon çapı minimum 10 mm, en küçük boyapçılığının 100-8 cm olmalıdır.
3. Bulon aralığı $\geq 7 d$ ve $\leq 10 d$ olmalıdır.

Bulonlu birleşimlerde tercih edilecek hizmetler:

Gift teşirli birleşimde:



Şam içini:

Orta boyapta:

$$P = 65 \cdot \pi \cdot d$$

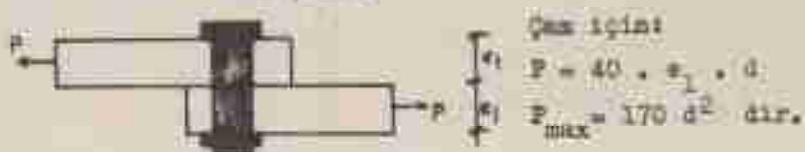
$$P_{\max} = 350 \text{ } d^2$$

Kesme boyapta:

$$P = 95 \cdot \pi_1 \cdot d$$

$$P_{\max} = 220 \text{ } d^2 \text{ dir.}$$

Tek teşirli birleşimde:



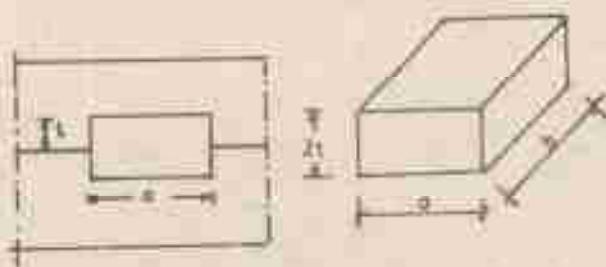
Şam içini:

$$P = 40 \cdot \pi_1 \cdot d$$

$$P_{\max} = 170 \text{ } d^2 \text{ dir.}$$

a) Kanalı Bağlantıları

Aşağıda egrilere ve kamyona kuvvetine maruz kalanın
kanalı bağlantısında hizlılıkta ve ya hafif şekilde kons-
tar kullanılır.

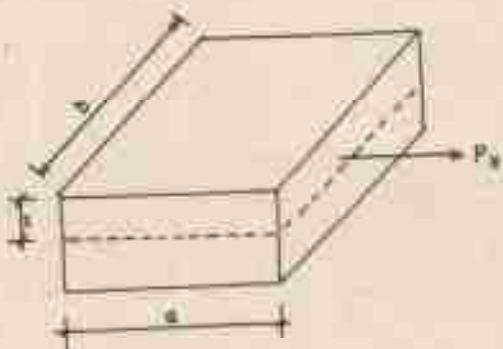


Kanalı birleşimde:

1. $\frac{h}{t} \leq 3$ ise lifler doğrultusunda emlak et gerilmesi
 40 kg/cm^2 ,

$\frac{h}{t} \geq 3$ ise lifler doğrultusunda emlak et gerilmesi
 60 kg/cm^2 dir.

Esim boyutları arasındaki ilişkisi:



$$\frac{a}{t} = 5 \text{ cm}, \quad C'_{\text{em}} = 85 \text{ kg/cm}^2 \text{ ve } Z_{\text{em}} = 10 \text{ kg/cm}^2$$

almıraur:

- a) Kuvvet doğrultusuna dik olan kasa yüzeyinin altına etki ettiğidği basıncı kuvveti:

$$P_x = C'_{\text{em}} \cdot b \cdot t = 85 \cdot 5 \cdot \frac{a}{5} = 17 \cdot a \cdot b$$

- b) Kasa kasa yüzeyindeki kasa kuvveti:

$$P_x = Z_{\text{em}} \cdot a \cdot b = 10 \cdot a \cdot b$$

Bu iki kuvvetin eşitliğini sağlayarak kasa kuvvetinin konsantre edilmesi için:

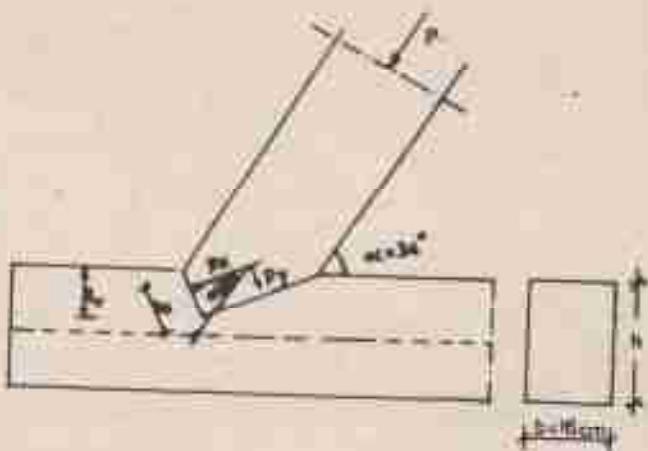
$$P_x = P_x \text{ olmalıdır.}$$

$$85 \cdot b \cdot t = 10 \cdot a \cdot b \Rightarrow a = 8.5 \cdot t \text{ bulunur.}$$

ÖRNEK 2. Şekilde görülen gibi 2 şapır yuvarlı elemanın birleşimi sağlanacaktır.

$\theta = 34^\circ$, $b = 16 \text{ cm}$, $P = 4300 \text{ kg}$ olduğuna göre P_x ve P_y değerlerini bulunuz.

$$C'_{\text{em}} \text{ kg/cm}^2 = 66,3 \text{ kg/cm}^2$$



ÇÖZÜM: a) Yalınlık formül yardımıyla:

$$tv = \frac{P}{70 \cdot b} = \frac{4300}{70 \times 15} = 3.9 \text{ cm}$$

$$ts = \frac{tv}{\cos \alpha/2} = \frac{3.9}{\cos 17^\circ} = 4.0 \text{ cm}$$

b) Tırnak etkisiyle:

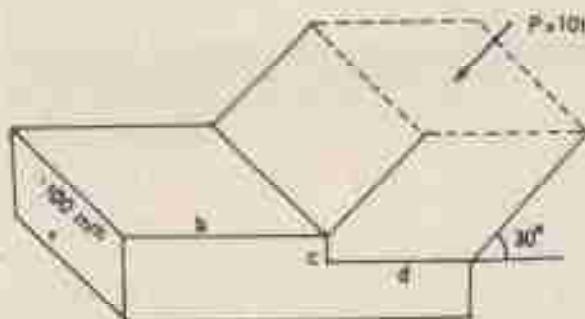
$$tv = \frac{P}{(\sigma'_{em} \cdot \kappa/2) \cdot b}$$

$$tv = \frac{4300}{(60.3/0.956)^2 \times 15} = 3.7 \text{ cm}$$

$$ts = \frac{tv}{\cos \alpha/2} = \frac{3.7}{0.956} = 3.9 \text{ cm}$$

ÖRNEK 5. Şekilde görülen naylon elmasında:

$\tau_{max} = 75 \text{ kg/cm}^2$ ve $\sigma'_{em} = 250 \text{ kg/cm}^2$ olduguına
göre b, c ve d boyutlarını hesaplayınız.



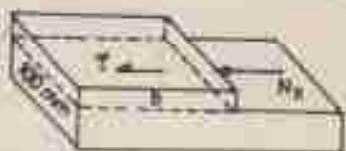
ÇÖZÜM:



$$N_x = P \cdot \cos 30$$

$$N_x = 10 \times 0.866 = 8.66 \text{ ton}$$

$$N_y = P \cdot \sin 30 = 10.0 \times 0.5 = 5 \text{ ton}$$



$$C_{\text{min}} = \frac{W_x}{A}$$

$$A = \frac{W_x}{C_{\text{min}}} = \frac{8660}{75} = 115.5 \text{ cm}^2$$

$$A = 10.0 \times b \Rightarrow b = \frac{A}{10} = \frac{115.5}{10}$$

$$b = 11.55 \text{ cm} = 115.5 \text{ mm}$$

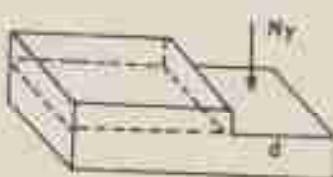


$$C'_{\text{min}} = \frac{W_x}{A}$$

$$A = \frac{8660}{250} = 34.64 \text{ cm}^2$$

$$A = 10.0 \times a \Rightarrow a = 34.64$$

$$\approx 3.45 \text{ cm} \Rightarrow a = 34.6 \text{ mm}$$



$$C'_{\text{min}} = \frac{W_y}{A} \Rightarrow A = \frac{5000}{1250} = 20 \text{ cm}^2$$

$$A = 10 \times d \Rightarrow d = 20$$

$$d = 2 \text{ cm} = 20 \text{ mm}$$

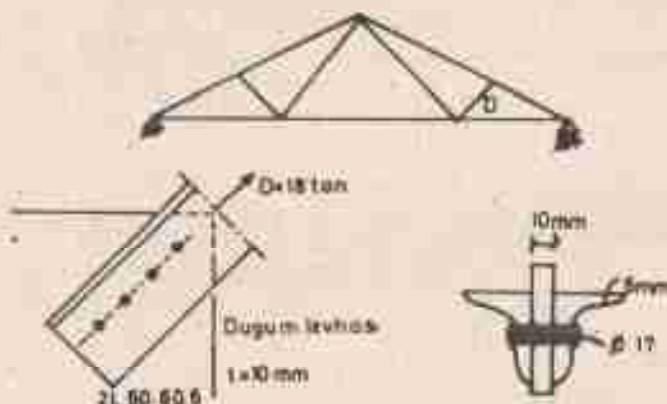
PROBLEMLER

1. Şekilde görülen kafes birliğinde D çubukuna etki eden kuvvet 10 tondur. Birleşim detayı aşağıda verildiği şekilde dir. Birleşimde 4 şıra perçin kullanıldığına göre:

- Perçinlerin olusan kayma gerilimini
- Qubuhun perçin delikleri nedeniyle zayıflatılan kesitini kontrol ediniz. Olusan normal gerilimi bulunuz.

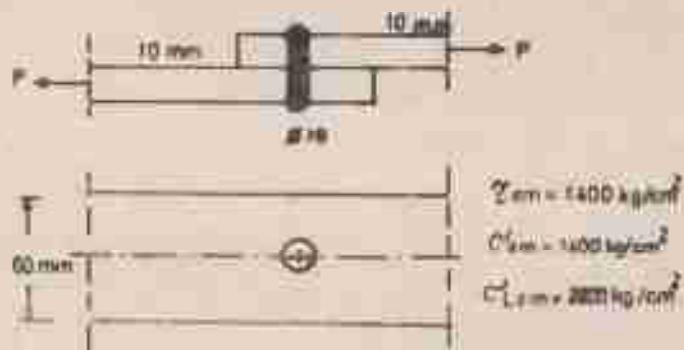
(60.60.6) lik珊瑚ların bir tanesinin kesit alanı
 $A = 6,91 \text{ cm}^2$ dir.

Cevap: ($\bar{\epsilon} = 991 \text{ kg/cm}^2$, $G' = 1525 \text{ kg/cm}^2$)



2. Şekilde görülen ve 3200 kg yük uygulanan perçinli birleştirmede 16 mm çapında tek perçin kullanılmıştır. Üst ve alttaki levhaların malzemi ikisi 10 mm ve genişlikleri 60 mm dir. Bu birleşimin uygun olup olmadığıni kontrol ediniz.

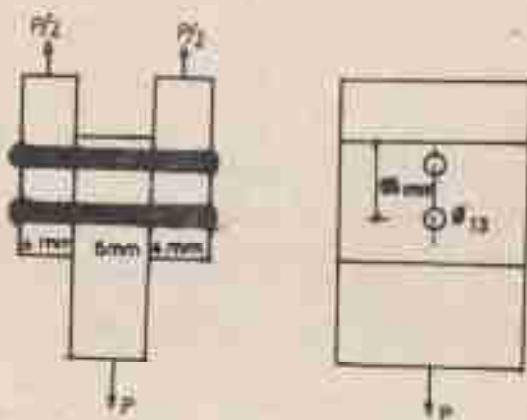
Cevap: (Uygun değil, $P > N_1$, $P > N_2$)



3. Şekilde gösterilen perçinli birleştirmede
üst plakaınin kalınlığı 4 mm, alt plakaınin kalınlığı 6 mm,
genişlikleri 45 mm, perçin çapı 13 mm, sittanı perçin ile
üst plakaın üst yüzeyini aranımdaki mesafe 8 mm dir. Bu
birleştirmede eniyitik uygunlukta P yükü koruyabili
bulunuz.

$$\sigma'_{qex} = \sigma_{qex} = 1400 \text{ kg/cm}^2, \quad C'_{Ls} = 2800 \text{ N/cm}^2$$

Cevap: ($P = 1456 \text{ kg}$)

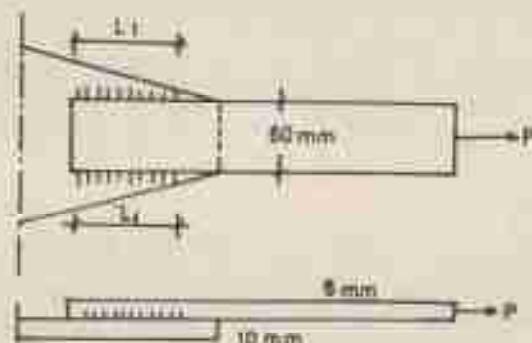


4. Şekilde gösterilen 60 mm genişliğinde ve 6 mm kalınlığında levha 5 ton lük bir kuvvetle压kilmesi
tedir. Emniyet gerilimesi 1400 kg/cm^2 dir. Keynaxla bağlanan
mucenin kalınlığı 10 mm olduğuna göre:

- Levha稳定性 yeterlidir?
- Dikiz稳定性 de稳定性 olmalıdır?

$$\text{Keynax kalınlığı: } s = 5 \text{ mm}, f_{\text{em}} = 920 \text{ kg/cm}^2$$

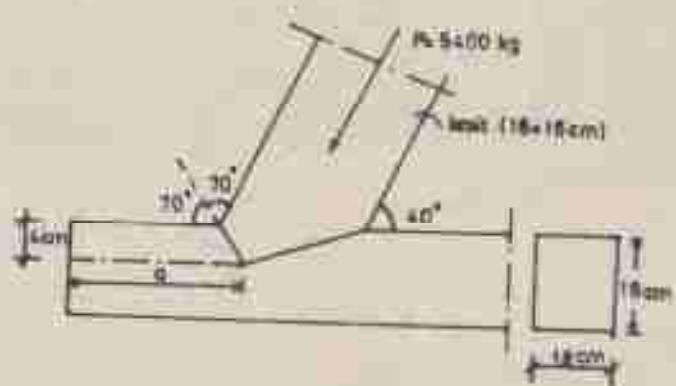
Cevap: (a) Yeterlidir , b) $L = 65 \text{ mm}$)



5. Şekilde görüldüğü gibi angap bir çatı makasının
üst baglığı alt baglijına dikti birleşimle birleşmektedir.
Bu birleşimin güvenilir olması için gerekli koşullardan
biri P kuvvetinin yataş hileğesine taraç koyan kısmın
yeter osunlukta olmasıdır. Akrep taşma emniyet gerilimesi
 $\tau_{\text{em}} = 9 \text{ kg/cm}^2$ olduğum göre üst baglının alt baglğına
oturduğunda taraç kışının uzunluğu ne olmalıdır?

Cevap: ($s = 26 \text{ cm}$)

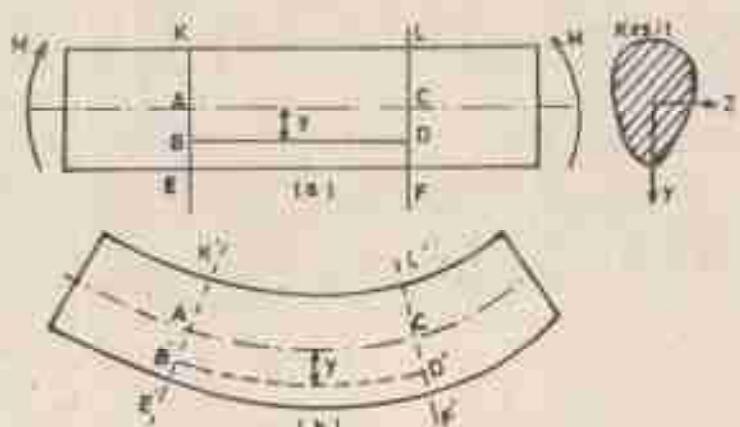
171



6. EĞİLME İŞKİDİ

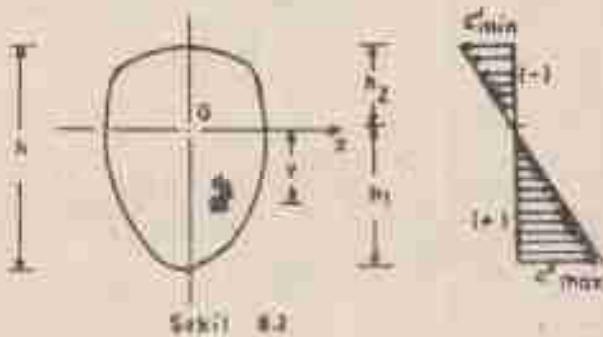
6.1. Kırılderde Eğilme İşkidi

Şekilde görülen ve her iki ucundan K eğilme momentine neden bir çubukun eğilmesini inceleyelim. Bu eğilme halini tansit eğilme denir.



Şekil 6.1

Şekilde görüldüğü gibi eğilmeden dolayı üst lifler konumdaKL lifi K'L' durumuna gelmektedir. Aynı şekilde EP lifide usayarak E'P' halini almaktadır. AC lifi boy değiştiirmektedir (Şekil 6.1b). AC lifinin bulunduğu düzleme terafisiz düzlemdir, bulunduğu ekoeninle terafisiz eksondir. Şekil 6.2 de K eksonu terafisiz eksondur.



Şekil 8.2

Çubukun kesitine etki eden i¹ kuvvetlerin kütleyesini bulmamız gereklidir. Türlüza en azından y zeminden da elemanına etki ederken, da elemanının teşir etme kuvveti C , da dir. Buverti çifti bilgikten nüfara olasılıklarını:

$$\int C \cdot dA = \int \frac{E}{R} \cdot y \cdot dA = \frac{E}{R} \int y \cdot dA = 0$$

yazılabilir. Buradı y , da kütleyin statik momenti olduğundan statik momentin 0 olabilmesi için türlüza en az bir olasılık şartının sağlanması gereklidir.

Eşitmenin x egriliğin yarıçapı verildiği zaman,
 $C = \frac{E}{R} \cdot y$ formülü ile verilmek başaplansız. Ancak uygulandıda y yerine moment verilişinden M ile r arasında bir eşitlik kurulur gereklidir. Şekil 8.2 deki da elemanın teşir eden kuvvetin türlüza etkene göre momenti:

$$C \cdot dA \cdot y = \frac{E}{R} \cdot y \cdot dA \cdot y = \frac{E}{R} \cdot y^2 \cdot dA \text{ dir.}$$

Bütün kuvvet için elde edilenek toplam moment M dağı momentine eşit olmalıdır.

$$\int \frac{E}{R} \cdot y^2 \cdot dA = \frac{E}{R} \int_A y^2 \cdot dA = M \text{ yazılabilir.}$$

$\int_A y^2 \cdot dA$ konitin etkileşti momenti elde edilmesi

$\frac{EI_z}{r} = M$ veya $\frac{1}{r} = \frac{M}{EI_z}$ eğrilik yarıçapı ile moment arası ilişkisi bulunur. Bu değer $C = \frac{M}{r} \cdot y$ ifadesinde yerine yazılır.

$$C = \frac{M \cdot y}{I_z} \quad \text{elde edilir.} \quad (1)$$

Burada:

I_z = Konit etkileşti momenti

M = Eğilme momenti

y = Gerilme konan noktanın tarafları arasında mesafesidir.

$I/y = I$ değerine konit modülü veya mukavele momenti denir. (1) de yerine yazılır.

$$C = \frac{M}{z} \quad \text{elde edilir.} \quad (2)$$

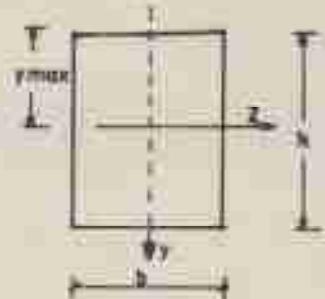
Danit eğilme etkisinden bir kırıkta gerilme kontrolü (2) de verilen formül yardımıyla yapılır.

$$C > \frac{M}{z} \leq C_{\infty}$$

Burada:

C_{∞} = Malzemenin eğilme eniyet gerilmesidir.

Aşağıda dikdörtgen ve daire konitler kırıklar için basit eğilme halinde mukavele momentleri verilmektedir.

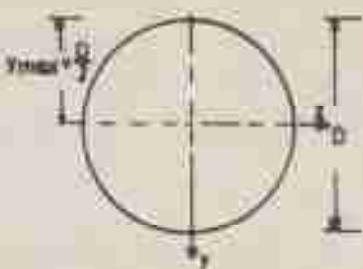
a) Dikdörtken Kesit

$$I_z = \frac{bh^3}{12}$$

$$y_{\max} = \frac{h}{2}$$

$$z = \frac{I_z}{y_{\max}} = \frac{bh^3/12}{h/2} = \frac{bh^2}{6}$$

$$G' = \frac{h}{z} \leq G_{\text{an}} \text{ şartı sağlanır.}$$

b) Dairesel Kesit

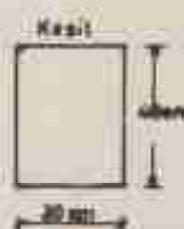
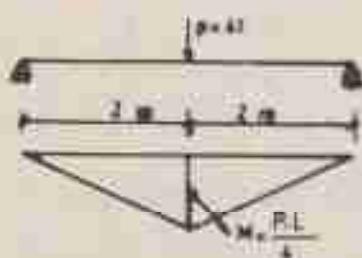
$$I_z = \frac{\pi D^4}{64}$$

$$y_{\max} = \frac{D}{2}$$

$$z = \frac{I_z}{y_{\max}} = \frac{\pi D^4/64}{D/2} = \frac{\pi D^3}{32}$$

$$G' = \frac{h}{z} \leq G_{\text{an}} \text{ şartı sağlanır.}$$

ÖRNEK 1. Şekilde gösterilen durumda verilen kesitin kırılma eğilimi
 $G'_{\text{an}} = 60 \text{ kg/cm}^2$ olduğuna göre kırılma eğilimi
 hesaplanan kontrol ediniz.



ÇÖZÜM:

$$\Rightarrow \frac{P_L}{4} = \frac{\ell \cdot z \cdot t}{4} = q \text{ ton} = 400000 \text{ kg/cm}$$

$$C' = \frac{M}{Z} \text{ iddi.}$$

$$\Sigma = \frac{bh^2}{6} \text{ (dikdörtgen kesit için)}$$

$$\Sigma = \frac{20 \times 40^3}{6} = 5333.3 \text{ cm}^3$$

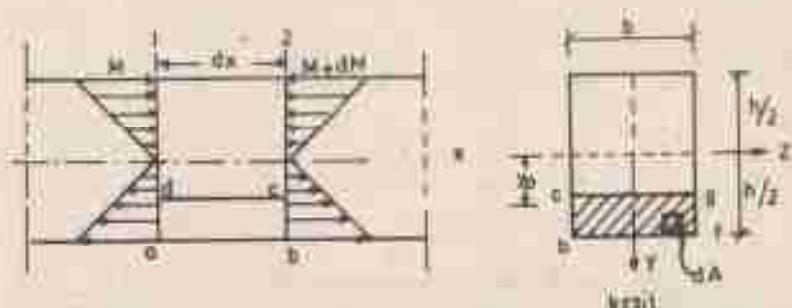
$$C' = \frac{400000}{5333.3} = 75 \text{ kg/cm}^2 > 60 \text{ kg/cm}^2$$

olduğundan kırıcı bu yükü emalıya teşvik eder.

8.2. Kırılderde Kesme Etkisi

Düzen yük tensiri altında bir kırıda, kesite dik normal gerilimlerden kaynak kesite paralel bir gerilmenin meydana geldiği daha iyi belirtildi. Bu gerilmeye kayma gerilmesi denilmektedir.

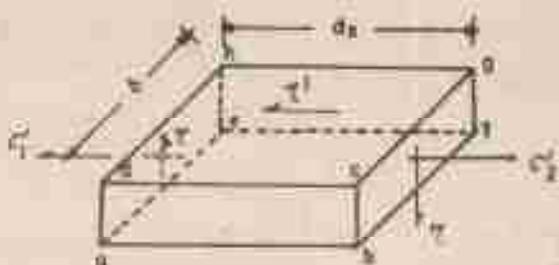
Şekil 8.3 de girdiye dikdörtgen kesitli bir kırığın σ_x osmılığının görünümüne bakalım.



Şekil 8.3

Moment her bir kesitte değişik olduğu için 1 kesitinde M olan eğilme momenti, 2 kesitinde $M+dM$ dir.

dx uzunluğundaki parçadan alinan eleman üzerindeki gerilmeler 8.4 de gösterilmiştir.



Şekil 8.4

C_1 ve C_2 kenarla dik etki eden normal gerilimler ζ ve ζ' ise kesitte paralel etki eden aynı gerilimleridir. (adı) yüzeyine etki eden toplam normal kuvvet:

$$\int_{y_0}^{h/2} \zeta'_1 \cdot da = \int_{y_0}^{h/2} \frac{M+y}{I_x} \cdot da \quad \text{dir.}$$

ayrı şekilde (bire) yüzeyine etki eden toplam normal kuvvet:

$$\int_{y_0}^{h/2} \zeta'_2 \cdot da = \int_{y_0}^{h/2} \frac{(M+2M)y}{I_x} \cdot da \quad \text{yazılabilir.}$$

ζ' kayan gerilmesinin bulunduğu yüzeye zaten kuvvet işaret

$$\zeta' \cdot b \cdot dx \quad \text{dir.}$$

Bu elemana teşir eden kuvvetlerin toplamını incleyerek olursak:

$$\rightarrow \sum F_x = 0 \Rightarrow \int_{y_0}^{h/2} \frac{(M+QY)}{I_z} \cdot dy = \int_{y_0}^{h/2} \frac{M_y Y}{I_z} \cdot dy =$$

$$\bar{C}' \cdot b + Q = 0$$

esitliginden

$$\bar{C}' = \frac{1}{b \cdot I_z} \cdot \frac{dM}{dy} \int_{y_0}^{h/2} Y \cdot dy \text{ bulunur.}$$

Birbirine dik olan düzlemlerde kayma gerilimleri eşit olduğundan $\bar{C} = \bar{C}'$ ve $\frac{dM}{dy} = Q$ yazılır:

$$\bar{C} = \frac{Q}{b \cdot I_z} \int_{y_0}^{h/2} Y \cdot dy \text{ eşitliği elde edilir.}$$

Bu formülde $\int_{y_0}^{h/2} y \cdot dy$ ifadesi kayma gerilmesi aranan noktanın üstünde kalın alanın tarefsiz eksene göre statik momenti olduğundan bu ifade yerine S_z yazılır;

$$\bar{C} = \frac{Q \cdot S_z}{b \cdot I_z} \text{ eşitliği elde edilir.}$$

Bu eşitlikte;

\bar{C} = Kayma gerilmesi (kg/cm^2)

Q = Etken kuvveti (kg)

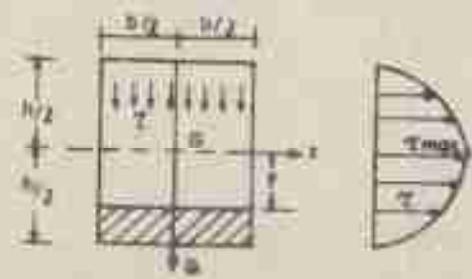
b = Kenarın genişliği (cm)

I_z = Kenarın statik momenti (cm^4)

S_z = Statik momentidir. (cm^3)

Aşağıda dikdörtgen ve daire hastitler için kayma gerilmesinin deşilini verilmüştür.

a) Dikdörtgen kesitindeki boyut gerilmesinin dağılımı:



Şekil 5.5

Q konusu kuvveti etkisinden dikdörtgen bir kesitte $\zeta = \frac{q \cdot z^2}{b \cdot I_z}$ formülünden yararlanarak burada da y ekseninde maksimum noktası meydana gelen boyut gerilmesini bulalım.

$$S_z = b\left(\frac{h}{2} + y\right) \cdot \frac{1}{2}\left(\frac{h}{2} + y\right) = \frac{b}{2}\left(\frac{h^2}{4} + y^2\right) \text{ dezeri}$$

formülde yerine konuruz:

$$\zeta = \frac{q}{b \cdot I_z} \cdot \frac{b}{2}\left(\frac{h^2}{4} + y^2\right)$$

$$\zeta = \frac{q}{2I_z} \left(\frac{h^2}{4} + y^2\right) \quad \text{olduğudur.}$$

$$y = \pm \frac{h}{2} \Rightarrow \zeta = 0$$

$$y = 0 \Rightarrow \zeta = \zeta_{\max} \quad \text{olduğudur.}$$

Boyun gerilmesinin dağılım şekli 5.5 de gösterilmiştir.

$$y = 0 \quad \text{ve} \quad I_z = \frac{bh^3}{12} \quad \text{kullanıksı}$$

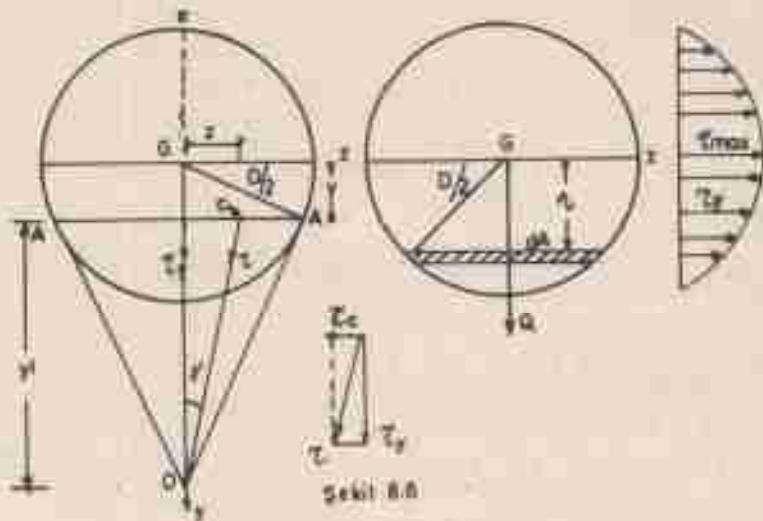
$$\zeta_{\max} = \frac{q}{2 \cdot \frac{bh^3}{12}} \cdot \frac{h^2}{4} = \frac{3}{2} \cdot \frac{q}{h \cdot b}$$

Dikörtgen konitte $b = h = A$ yazılırsa;

$$\Sigma_{\max} = \frac{1}{2} + \frac{g}{A} = 1.5 \frac{g}{A} \quad \text{elde edilir.}$$

b) Daire konitte boyama gerilimlerinin dağılışı:

Geçerle varılan daire konitli elemenin gösterimine
yalnız (Şekil 8.6).



Daire konitte boyama gerilimlerinin dağılımını hesabında
nemidaki iki sabit yapılmaktadır.

1) AA çizgisi üzerinde herhangi bir O noktasıne
xit boyama geriliminin doğrusunu O dan geçer.

2) AA çizgisi üzerindeki bütün noktalarda boyama
gerilimlerinin değer bilgisini (Σ_y) birbirine eşittir.

Tarafından eklenen y uşkuntakı noktalar için Σ_y bulsun.

$$\Sigma = \frac{Q \cdot \frac{\pi}{4}}{I_x + b} \quad \text{oldu.}$$

$$\begin{aligned} S_{xy} &= \int_{-y}^{y/2} q \cdot \delta A = \int_{-y}^{y/2} q \cdot 2 \sqrt{(\frac{D}{2})^2 - q^2} dq \\ &= 2 \int_{-y}^{y/2} q \sqrt{(\frac{D}{2})^2 - q^2} dq = \frac{2}{3} ((\frac{D}{2})^2 - y^2)^{3/2} \\ b &= 2 \sqrt{(\frac{D}{2})^2 - y^2} \end{aligned}$$

dir. Bu değerler formülde yerine yazılırsa:

$$\Sigma_y = \frac{Q}{3I_x} ((\frac{D}{2})^2 - y^2) \quad \text{elde edilir.}$$

$$y = \pm \frac{D}{2} \quad \text{için} \quad \Sigma_y = 0$$

$$y = 0 \Rightarrow I_x = \frac{\pi D^4}{64} \quad \text{yazılırken}$$

$$\Sigma_y = \frac{Q}{3 \cdot \frac{\pi D^4}{64}} \cdot \frac{D^2}{4}$$

$$\Sigma_y = \frac{Q \cdot 64}{12 \cdot \pi D^2} \quad \text{elde edilir.}$$

$$\text{Daire kesitte } A = \frac{\pi D^2}{4} \quad \text{yazılırken}$$

$$\Sigma_y = \frac{Q \cdot 64}{12 \cdot 4 \cdot \frac{\pi}{4}} = \frac{64}{48} \cdot \frac{Q}{\frac{\pi}{4}} = \frac{4}{3} \cdot \frac{Q}{\frac{\pi}{4}} \quad \text{elde edilir.}$$

Gördüğü gibi daire kesitte maksimum kütme gerilmesi tarafların enen üzerindeki noktalarda meydana gelmektedir.

Sıradı sonraki örnekte bir $C(z; \gamma)$ çoktaşında
 \bar{C} kayma gerilmesini hesaplayalım. Şekil 8.6 dan;

$$\bar{C} = \sqrt{\bar{C}_y^2 + \bar{C}_z^2} \quad \text{ve} \quad \bar{C}_z = \bar{C}_y \cdot \tan \varphi \quad \text{dir.}$$

$\hat{\Delta}$ önk ile örneğindeki teoremin uygulanmasından

$$\left(\frac{D}{\bar{C}}\right)^2 = x(y + y^*) \quad \text{yazılır.}$$

Buradan;

$$y^* = \frac{\left(\frac{D}{\bar{C}}\right)^2 - y^2}{y} \quad \text{bulunur.}$$

\bar{C} nun doğrultusunu belirten φ açısı;

$$\tan \varphi = \frac{x}{y^*} = \frac{x + z}{\left(\frac{D}{\bar{C}}\right)^2 - y^2} \quad \text{yazılabilir.}$$

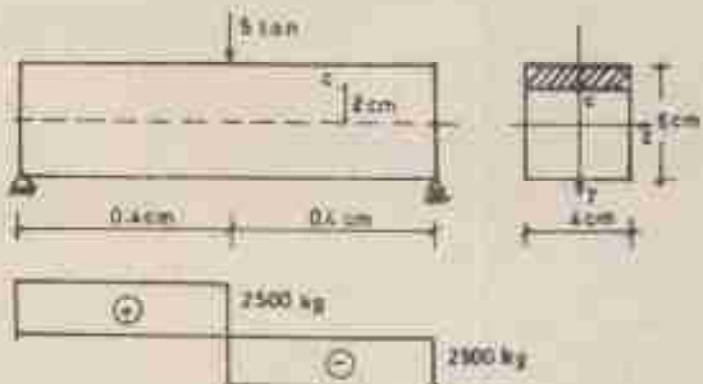
Buna göre;

$$\bar{C}_z = \bar{C}_y + \tan \varphi = \frac{D}{3I_y} \cdot x + z \quad \text{dir.}$$

\bar{C}_y ve \bar{C}_z değerleri bilince ifadesinde yerine yazılırsanız

$$\bar{C} = \frac{D}{3I_y} \sqrt{\left(\frac{D}{\bar{C}}\right)^2 - y^2}^2 + y^2 + z^2 \quad \text{formulu elde edilir.}$$

ÖRNEK 2. Üçtirede yuvalanmış durumda verilen kırıkta C çoktaşında
 \bar{C} kayma gerilmesini ve konitte olası halecek
 enkazın \bar{C} kayma gerilmesini hesaplayınız.



Şöaliyet

a) Üç noktada yüklenen gerilme系数'ının hesaplanması:

$$\sigma = \frac{q}{2I_z} \left(\frac{h^2}{4} - y^2 \right)$$

$$y = 2 \text{ cm}, \quad I_z = \frac{4 \times 6^3}{12} = 72 \text{ cm}^4, \quad q = -2500 \text{ kg yarında}$$

kontrol edilir:

$$\sigma = \frac{-2500}{2 \times 72} \left(\frac{6^2}{4} - 2^2 \right) = -66.8 \text{ kg/cm}^2$$

b) Maksimum kırılma gerilmesi:

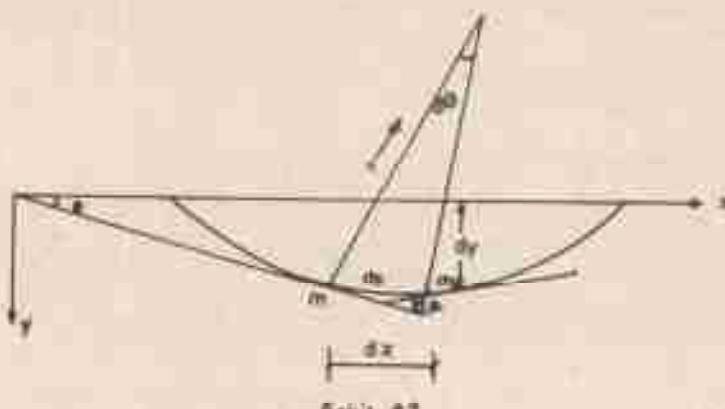
$$\sigma_{\max} = \frac{1}{2} \times \frac{q}{A} = \frac{1}{2} \times \frac{2500}{4 \times 6} = 156.2 \text{ kg/cm}^2 \text{ bulunur.}$$

8.3. Düşey Yüklü Kırıklıkların Şekil Değiştirmesi

Mihendislikte kırış kesimiplanları yapılmırken
dış yüklerin algıltırıldığı gerilimeler under şion bu dış yük-
lerden dolayı şekil değiştirmeler i̇e önemsidir. Ayrıca

maksimum eğilmenin ağırlığı oranicin belli bir degerden büyük olmasını gerektir.

Maksimum eğilmenin ağırlığı orantı $\frac{h}{200} \sim \frac{h}{300}$ arasıındadır. Eğilme dolayısıyla şekil değiştirmenin ilişkisini ele alalım (Şekil 6.7).



Şekil 6.7

m nöktasındaki eğriliği o nöktedeki eğilme momentinin (M) şiddetine bağlı olduğunu varsayıyorduk; eğrilik yarıçapıyla (r) moment (M) arasındaki bağıntı:

$$\frac{1}{r} = \frac{M}{EI}$$

şeklinde verilmiştir. r ile eğrilik şekli arasındaki bağıntıyı bulmak için birbirine yakın m ve m_1 noktalarıyla da uzunluğunu ölçmeliyiz.

m ve m_1 normalleri arasında açı θ dir. Bu durumda:

$$ds = r \cdot d\theta \quad \text{veya} \quad \frac{1}{r} = - \left| \frac{d\theta}{ds} \right|$$

İşgulamada çok az eğmeye izin verildiğinden:

$d\theta = dx$ alırsın ve $\theta \approx \tan \frac{dy}{dx}$ ekrana alırsın;

$$\frac{1}{r} = - \frac{\delta}{\delta x} (\theta) = - \frac{\delta}{\delta x} \cdot \frac{\delta y}{\delta x} = - \frac{\delta^2 y}{\delta x^2}$$

$$\frac{1}{r} = - \frac{\delta^2 y}{\delta x^2} \quad \text{yazılır.}$$

Eğrilik parametri ile moment arasındaki $\frac{1}{r} = \frac{M}{EI}$ ve eğrilik ile moment arasındaki ilişki $\frac{1}{r} = - \frac{\delta^2 y}{\delta x^2}$ birbirine eşitlenirse;

$$\frac{M}{EI} = - \frac{\delta^2 y}{\delta x^2} \Rightarrow M = - \frac{\delta^2 y}{\delta x^2} \cdot EI \quad \text{elde edilir.}$$

Bu denklem elastik eğrinin diferansiyel denklemidir. Kirig boyunca bir x nesnesindeki y sehimini verecek bağıntıyı bulmak için M nin x cinsinden ifadesi yazıldıkten sonra integralini almak gereklidir.

Düsey yüklü kırıqların eğim ve sehimlerini bulmak için bu metod uygundur.

1. Analitik çözüm
2. Moment alan metodu
3. Superpozisyon metodu

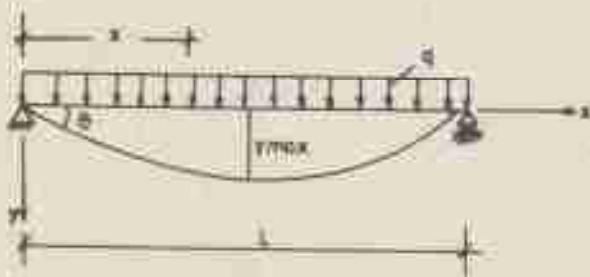
8.3.1. Analitik Çözüm

Bu integral metodu虽然 da anılır. Elastik eğri denkleminin sınırlı şartlarla göre öznitelikleriyle eğim ve sehim hesaplanır. Çözüm için momentin x'e göre tanımlanması gereklidir.

a) Uniform Tüvid Kirilelerin Elastik Eğri:

Şekilde görülen kırıltı sol meşhedten x eksenine uygulanan etkileşim gösterimi:

$$M = \frac{3}{2} \cdot \frac{q}{2} \cdot x - \frac{q}{2} \cdot x^2 \text{ dir.}$$



Elastik eğri diferansiyel denkleminde M yerine yazılırsak:

$$EI \cdot \frac{d^2y}{dx^2} = -M = -\frac{q}{2} \cdot x + \frac{q}{2} \cdot x^2 \text{ elde edilir.}$$

Bu denkleme integre edilirse:

$$EI \cdot \frac{dy}{dx} = -\frac{q}{4} \cdot x^2 + \frac{q}{6} \cdot x^3 + C_1 \text{ bulunur.}$$

$\frac{dy}{dx}$ deðeri elastik eğrinin herhangi bir noktasındaki eğini verir. Þimdi bu katsayıyı integrat edilirse:

$$EI \cdot y = -\frac{q}{12} \cdot x^3 + \frac{q}{24} \cdot x^4 + C_1 \cdot x + C_2$$

bulunur. C_1 ve C_2 integrasyon sabitleridir ve sular şartları için tespit edilir. Birinci defa türkçe eğriden:

ortasında eğim sıfırıdır. O halde

$$x = \frac{L}{2} \text{ için } \frac{dy}{dx} = 0 \Rightarrow C_2 = \frac{q \cdot L^2}{24}$$

bulunur. Sonraki sebebin nüfus ölçüm şartından

$$x = 0 \text{ için } y = 0 \Rightarrow C_1 = 0$$

elde edilir. Bu takdirde eğim ve nüfus şartları:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{q}{24 EI} (4x^3 - 6Lx^2 + L^3)$$

$$y = \frac{q}{24 EI} (x^4 - 2Lx^3 + L^3 x) \text{ yeklendiği gibi.}$$

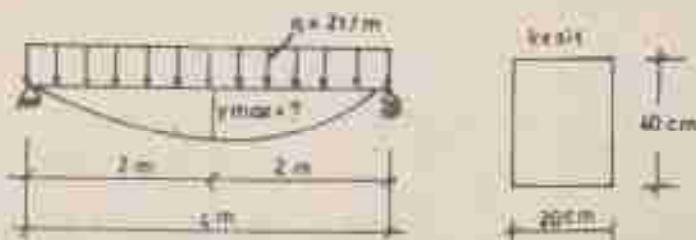
Kırıkta maksimum nüfusun eğiminin ortasında olduğu görülmektedir. Dahil denkleminde $x = \frac{L}{2}$ konuruz:

$$y_{\max} = \frac{5 q L^4}{384 EI}$$

Bulunur. Maksimum eğim kırığın sonucunda oluyduğundan $x = 0$ koymak:

$$\left(\frac{dy}{dx} \right)_{\max} = 0 = \frac{q L^3}{24 EI} \quad \text{elde edilir.}$$

ÖRNEK 3. Şekilde gösterilen verilen kırıkta maksimum nüfusun analitik formülentezine göre hesaplayınız.
 $E = 1 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2$



Cevap: Uniform payılı yüze nedenle bir kirişte maksimum sehim:

$$y_{\max} = \frac{5 + 9 + L^4}{384 \times EI} \quad \text{olarak verilmüktür.}$$

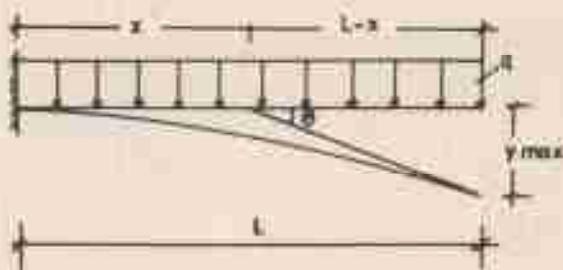
$$I = \frac{bh^3}{12} = \frac{20 \times 40^3}{12} = 106666,7 \text{ mm}^4$$

$$q = 2 \cdot t / \pi = 20 \text{ kg/cm}$$

$$y_{\max} = \frac{5 + 20 + 400^4}{384 \times 10^7 \times 106666,7} = 0,62 \text{ cm} < \frac{L}{200} = \frac{L}{300}$$

$$y_{\max} = 0,62 \text{ cm} < \frac{400}{200} = 2 \text{ cm dir.}$$

b) Uniform YÜZELİ Anksitre Kirişte Elastik Eğri



Gekilde verilen kirişte manzattan x usulüktaki bir noktada momenti bulmak için aşağıdaki parçayı gözöne alınırmak:



$$(EI = 0 \neq EI = \frac{q(L-x)^2}{2} \text{ olursa} \Rightarrow)$$

Koçanın deforomasyonunu eliptik eğri denklemi yerine kullanırız:

$$EI \cdot \frac{dy^2}{dx^2} = -\frac{q(L-x)^2}{2} \quad \text{olde olur.}$$

Integral işlemleri yapılırız:

$$EI \cdot \frac{dy}{dx} = -\frac{q(L-x)^3}{6} + C_1$$

$$EI \cdot y = \frac{q(L-x)^4}{24} + C_1 \cdot x + C_2$$

olur. Açılmışta menzette eğim ve sehim sıfırdır. Bu sınırlar şartlarını kullanırsak:

$$x=0 \text{ ve } \frac{dy}{dx} = 0 \Rightarrow C_1 = \frac{qL^3}{24}$$

$$x=0 \text{ ve } y=0 \Rightarrow C_2 = -\frac{qL^4}{24}$$

Bu durumda, integrasyon sabitlerinin bulunan değerleri denklemde yerine yazılırız:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{q}{6EI} (x^3 - 3Lx^2 + 3L^2 \cdot x)$$

$$y = \frac{q}{24EI} (x^4 - 4Lx^3 + 6L^2 \cdot x^2)$$

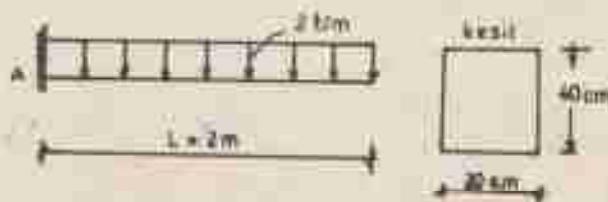
olur. Maksimum eğim ve sehim menzette kırığın sıfır olduğundan, $x=L$ için yukarıdaki denklemleri:

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)_{\max} = \theta = \frac{\alpha L^3}{G \cdot EI}$$

$$y_{\max} = \frac{\alpha L^4}{8 \cdot EI}$$

oldu elde edilir.

ÖRNEK 4. Dekilde verilen anksentre kirişin maksimum eğimi hesaplayınız. $E = 1 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2$



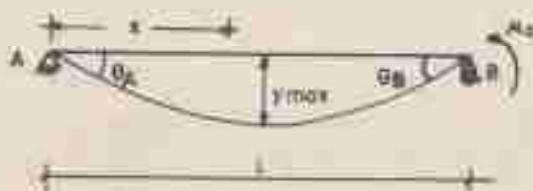
ÇÖZÜM: Atalet momenti:

$$I = \frac{20 \times 40^3}{32} = 106666,7 \text{ cm}^4$$

Anksentre kiriş olduğundan y_{\max} :

$$y_{\max} = \frac{\alpha L^4}{8 \cdot EI} = \frac{20 \times 200^4}{8 \times 1 \times 10^5 \times 106666,7} = 0,37 \text{ cm}$$

- c) Bir Üçgen Eşkenar Döşenin Mihen Düzit Kirişte Elastik Eğri



Şenlikte kiriste sol ucundan x ekseninde eln-
gerek momenti:

$$M = \frac{M_0}{L} \cdot x \text{ dir.}$$

E degeri elastik egrinin konumunu yerine yazilir:

$$EI \cdot \frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{M_0}{L} \cdot x \text{ elde edilir.}$$

iki defa integral alinir:

$$EI_2 \cdot \frac{dy}{dx} = -\frac{M_0}{2L} \cdot x^2 + C_1$$

$$EI \cdot y = -\frac{M_0}{6L} \cdot x^3 + C_1 \cdot x + C_2$$

elde edilir. Her iki esnette de sehim sifirdir. O halde
sinir şartları $y=0$ ve $x=L$ için $y=0$ dir. Buna göre
yazilmasarak:

$$C_1 = \frac{M_0 \cdot L}{6} \quad \text{ve} \quad C_2 = 0 \text{ bulunur.}$$

Buyluk sehim ve sehir denklemleri:

$$EI \cdot \frac{dy}{dx} = -\frac{M_0}{2L} \cdot x^2 + \frac{M_0 \cdot L}{6}$$

$$EI \cdot y = -\frac{M_0}{6L} \cdot x^3 + \frac{M_0 \cdot L}{6} \cdot x \text{ bulunur.}$$

Kiriste matrisim sehim egrisinin sifir olusugunda
da(yani elastik egrimin tejetinin yatay oldugu konuda)
seytane gelir. Bu da ifadesi sifir egrilenerek x eksenini
bulunur.

$$-\frac{M_0}{2L}x^2 + \frac{M_0 + L}{6} = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

sehlin denkleminde $x = \frac{1}{\sqrt{3}}$ yazılırmış,

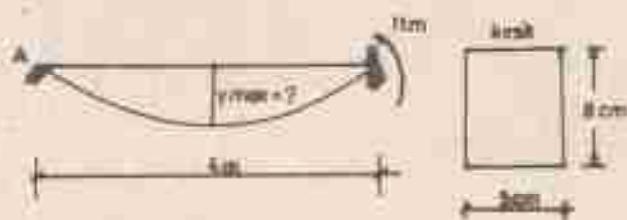
$$y_{\max} = \frac{M_0 + L^2}{9\sqrt{3} + 6L} \text{ olarak bulunur.}$$

Elastik eprinin A ve B noktalarındaki eğimi ise $y=0$ ve $x=L$ değerleri konularak,

$$\theta_A = \frac{M_0 + L}{6EI} \quad \text{ve} \quad \theta_B = \frac{M_0 + L}{3EI} \text{ olarak bulunur.}$$

θ_B deki (-) işaretti elastik eprinin B noktasındaki eğiminin x eksenine ile saat ibresi yönünde eğl yapmasından ileri gelmektedir.

ŞİKLİK 5. Şekilde gösterilen basit kirişin en fazla eğimi 8 cm'ye ulaşmak isteniyor. $E = 2.1 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2$



$$\text{ODDİM: } I = \frac{\pi \times 8^3}{12} = 213.3 \text{ cm}^4$$

$$E_0 = 100000 \text{ kg/cm}$$

$$y_{\max} = \frac{100000 \times 400^2}{7\sqrt{3} \times 2.1 \times 10^5 \times 213.3} = 2.73 \text{ cm bulunur.}$$

a) Tekil Yüklü Aksiyetra Mıripte Elastik Eşri



Öğrilişti sisteme nolu konumda x koordinatı
alırsak;

$M = -P(L-x)$ dir. Elastik eşi teriminde yerine yazılımına

$EI \cdot \frac{dy^2}{dx^2} = -P(L-x)$ yazılıp olup biriken integral
alırsak $\frac{dy}{dx}$ ve bir dene integral alırsak y bulunur.

$$EI \cdot \frac{dy}{dx} = -\frac{P(L-x)^2}{2} + C_1$$

$$EI \cdot y = -\frac{P(L-x)^3}{6} + C_1 \cdot x + C_2$$

bulunur. $x=0$ için $\frac{dy}{dx}=0$ ve $y=0$ sınır şartları
yazılırsa,

$$C_1 = \frac{PL^2}{2}, C_2 = -\frac{PL^3}{6} \quad \text{elde edilir.}$$

Bu durumda eğim ve sehim denklemleri:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2}{EI} (2Lx - x^2)$$

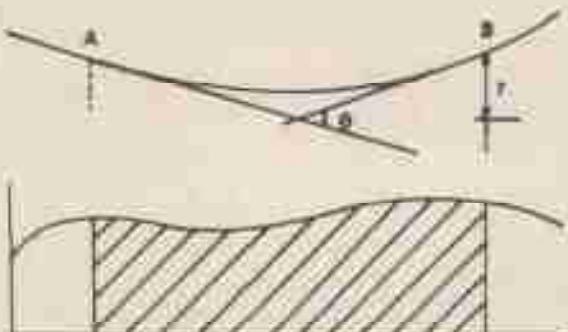
$$y = \frac{2}{6EI} (3Lx^2 - x^3) \quad \text{elde edilir.}$$

$x=L$ için eğim ve sehim:

$$\theta = \frac{\pi L^2}{2 EI}, \quad s_{\max} = \frac{\pi L^3}{3 EI} \quad \text{elde edilir.}$$

8.3.2. Moment Alan Metodu İle Eğim Ve Sehim Hesabı

Eğim ve sehim hesabında en çok kullanılmış bir yöntemdir. Düşey yükleyle yüklenen bir kirişin elastik eğrisi ve moment diyagramı şekildeki gibi olur (Şekil 8.8).



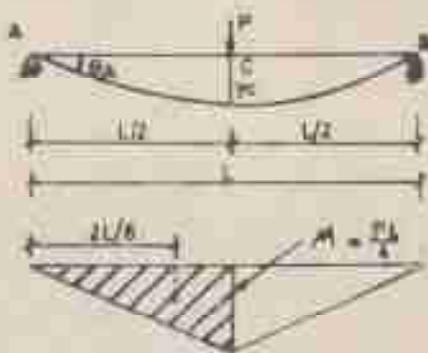
Şekil 8.8

Moment alan metoduna göre eğim ve sehim hesaplamasında aşağıdaki iki teoreme dayanılarak hizmet verilmektedir.

1) Elastik eğri üzerindeki A ve B noktalarından çizilen teğetlerin arasındaki Θ açısı, bu iki noktası arasıdaki moment alanının EI ye bölümüne eşittir.

2) İki teğet arasındaki düşey mesafe (y), moment alanının B'den geçen düşey eksenle static momentinin EI ye bölümüne eşittir.

ÖRNEK 6. Çekildeki yüklene durumu verilen basit kirişte A nöktesindeki eğin ile C nöktesindeki sabit moment alan metodu ile bulunuz.



ÇÖZÜM: a) A nöktesindeki eğimi hesaplayalım:

Moment alan metoduna göre bir noktadaki eğim elasitik eğrinin verilen iki noktası arasında bulan moment alanının EI'ya bölümüne eşittir. O halde:

$$\text{Moment alanı} = \left(\frac{PL}{4} + \frac{L}{2} \right) / z$$

$$\text{Moment alanı} = \frac{PL^2}{16} \text{ bulunur.}$$

Buradan:

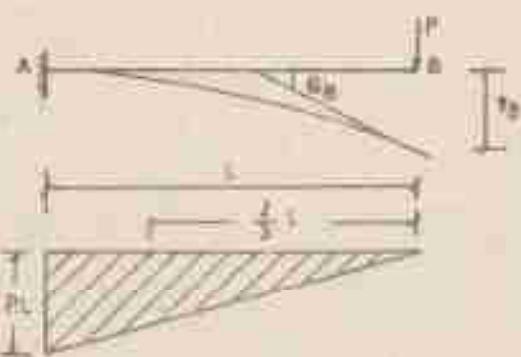
$$\alpha_A = \frac{PL^2}{16 EI} \quad \text{eğim edilir.}$$

İkinin kuralları göre bu moment alanının belirttilen nökteleri göre statik momentinin EI'ye bölümü sabit yani y'yi vermektedir. O halde:

$$\text{Statik moment} = \frac{PL^2}{16} \times \frac{2}{3} \times \frac{L}{2} = \frac{PL^3}{48} \quad \text{eğim edilir.}$$

$$\text{Buradan sabiti } y_0 = \frac{PL^3}{48 EI} \quad \text{eğim edilir.}$$

İşlem 7. Üstinde yüklüse durum verilen konost kirişin
B ucundaki eğin ve enini hesaplayınız.



COŞKU:

a) Eşin hesabı:

$$\text{Moment alan} = \frac{P \cdot 1 \cdot L}{2} = \frac{PL^2}{2}$$

1. teoremi girişi:

$$e_B = \frac{\text{Moment alan}}{EI} = \frac{PL^2}{E \cdot 2L} \quad \text{oldu adılır.}$$

b) Şekim hesabı:

$$\text{Statik moment} = \frac{PL^2}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot L = \frac{PL^3}{3}$$

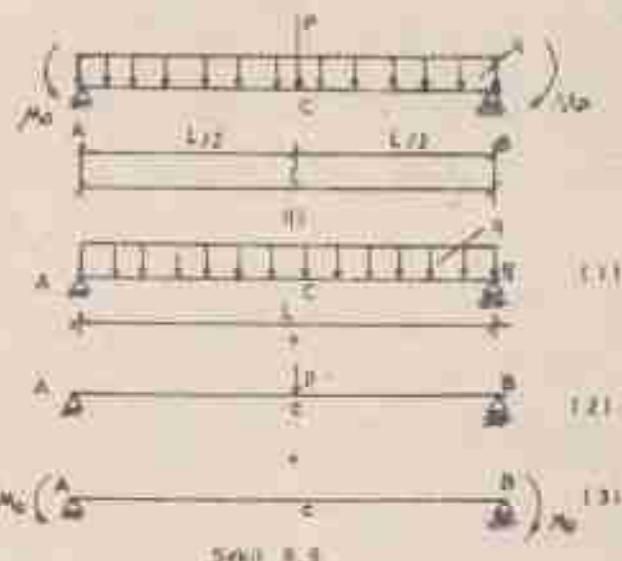
Buradan şekim:

$$y_B = \frac{PL^3}{3 \cdot EI} \quad \text{oldu adılır.}$$

8.3.3. Superposisyon Metodu

Bu metodda şereUNE sistem kolaylıkla konusplasma halenek alt sistemlerde ayrılır. Bu sistemde herhangi bir noktasındaki etkin ve sevinç, alt sistemlerde bu noktasının karşılık gelen etkin ve sevinç değerlerinin orjinal toplamına eklen edilir.

Bu metodun Şekil 8.3 da verilen örnekle açıklanır.



Bu sistemin alt sistemlerinde 0 noktasında etkinlik ve sevinç:

$$w_{A_1} = \frac{a L^3}{24 EI} \quad , \quad Y_{Q_1} = \frac{1}{304} \frac{a L^4}{EI}$$

$$\begin{aligned} & - \frac{P L^2}{16 EI} \quad , \quad Y_{Q_2} = \frac{P L^3}{48 EI} \\ & \frac{E_a L}{9 EI} \quad , \quad Y_{Q_3} = \frac{E_a L^2}{8 EI} \end{aligned}$$

Tümünde elde edilen θ_{A_1} , θ_{A_2} ve θ_{A_3} defterlerinin toplamı eksen sistemi A noktasının eğimi verir.

$$\theta_A = \theta_{A_1} + \theta_{A_2} + \theta_{A_3} = \frac{q \cdot L^2}{24 EI} + \frac{P \cdot L^3}{16 EI} - \frac{N_o \cdot L}{2 EI}$$

C noktasının eğimi ise:

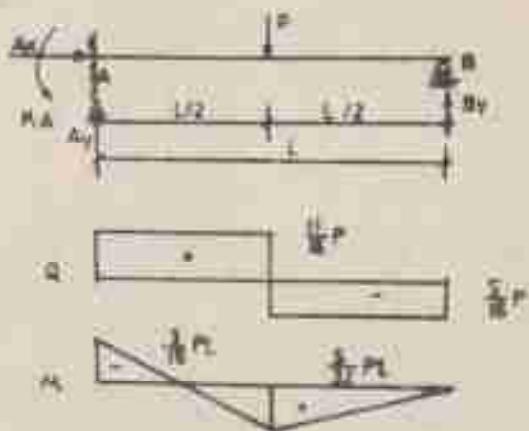
$$\theta_C = \frac{q \cdot q \cdot L^3}{384 EI} + \frac{P \cdot L^3}{48 EI} - \frac{N_o \cdot L^2}{6 EI} \quad \text{elde edilir.}$$

8.4. Eşitleden Hiperstatik Sistemler

Buraya kadar bahsedilen sistemler isostatik yani denge denklemleri ile çözelebilen sistemlerdi. Denge denklemleri ile çözülmeyen sistemlere hiperstatik sistemler denilecektir.

Hiperstatik sistemlerin kuvveti ve eğilme momenti diyagramlarını çizilmek için denge denklemleri ile elde edilen D_{ij} denklemleri ilaveten bilinmesi必要的. Kütler reaksiyonun tayin edilmesi gerekir. Ayndaki denklemlerde eksen ve sebebi denklemleri yardımıyla hiperstatik sistemlerin çözümleri verilecektir.

ÖRNEK 8. gerilim yarışan durumu verilen hiperstatik kırıltı moment ve kuvveti diyagramını çiziniz.



Bilinmeyen sayisi 4 dir. Denge denklemleri ile 3 denklem yazılabilirinden $4-3 = 1$ den hiperstatik sistemdir. Once superpozisyon ilkesine göre sistemi alt sistemlere ayrılmış.



2 numaradında gölme olmayacağından $y_1 = y_2$ olmalıdır. Dahice belirtildiği gibi (1) durumunda ehtimalları:

$$y_1 = \frac{S}{48} \cdot \frac{P L^3}{E I} \quad \text{ve} \quad (1)$$

(2) durumunda esneklik:

$$\gamma_2 = \frac{P L^3}{3 EI} \quad \text{oldu.}$$

 P yerine P_y yazılacak olursa:

$$\gamma_2 = \frac{P_y + L^3}{3 EI} \quad (2)$$

oldu edilir, (1) ve (2) eşitlenince:

$$\frac{5}{48} \cdot \frac{P L^3}{EI} = \frac{P_y + L^3}{3 EI}$$

$$P_y = \frac{5}{16} \cdot P \quad \text{oldu edilir.}$$

Şimdi esnek sisteme dönelim.



$$\rightarrow \sum F_x = 0 \Rightarrow A_x = 0$$

$$\uparrow \sum F_y = 0 \Rightarrow A_y = P - \frac{5}{16} \cdot P = \frac{11}{16} \cdot P \quad \text{oldu edilir.}$$

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow -A_y \cdot \frac{L}{2} + P \cdot \frac{L}{2} = \frac{5}{16} \cdot P \cdot L$$

$$A_y = \frac{5}{16} \cdot P \cdot L - \frac{P \cdot L}{2} = -\frac{3 \cdot P \cdot L}{16}$$

oldu edilir.

$0 \leq x \leq L/2$ aralığında:



$$\rightarrow \Sigma F_y = 0 \Rightarrow Q = -\frac{11}{15} P$$

$$\text{G}\Sigma M_x = 0 \Rightarrow -\frac{3}{15} P L + \frac{11}{15} P \cdot x = 0$$

$$x = -\frac{3}{11} L + \frac{11}{15} P \cdot x$$

$$x = 0 \Rightarrow x = -\frac{3}{11} L$$

$$x = \frac{L}{2} \Rightarrow x = \frac{5}{11} P \cdot L$$

olduğudur.

$\frac{L}{2} \leq x \leq L$ aralığında:

Bu aralık için en sağda parçayı gösteren bilgilere bakın, bu aralıktaki en az $0 \leq x \leq L/2$ dir,

$$\rightarrow \Sigma F_y = 0 \Rightarrow Q = -\frac{5}{15} P$$



$$\text{G}\Sigma M_x = 0 \Rightarrow \frac{5}{15} P \cdot x = 0$$

$$x = 0 \Rightarrow x = 0$$

$$x = \frac{L}{2} \Rightarrow x = \frac{5}{32} PL$$

olduğudur. Bulunan değerler şekil üzerinde gösterilmiştir.

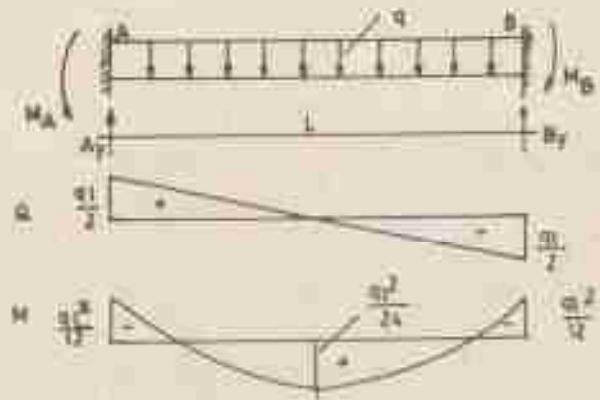
ÖRNEK 9. Şekilde givenen durumu verilen uniform yüklü yükü birigde nesne kuvveti ve eylem momenti diyagramlarını çiziniz.

Sistemin simetrik olmasının nedeniyile:

$$A_y = B_y = \frac{a+b}{2} \text{ dir.}$$

$$M_A = M_B = M \text{ dir.}$$

Silineşenler menetleri içi ilgilenenleridir.



Supervozasyon ilkesine göre:

$$\left(\text{Beam A-B} \right) = \text{Horizontal Beam} + \left(\text{Fixed End at A, Roller at B} \right)$$

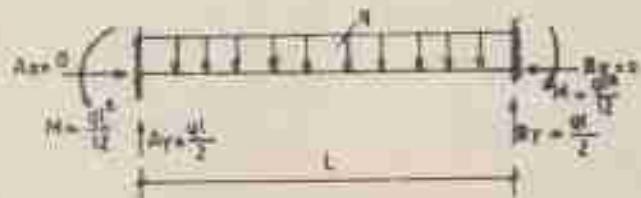
A noktalarında sistecen ekstremlere olduguundan ilkesi yani ege olamayacaktır. Bu durumda $\theta_{A_1} = \theta_{A_2}$ olmalıdır.

$$\theta_{A_1} = \frac{qL^3}{24EI} \quad , \quad \theta_{A_2} = \frac{qL}{2EI}$$

$$\theta_{A_1} = \theta_{A_2}$$

$$\frac{qL^3}{24EI} = \frac{qL}{2EI} \Rightarrow EI = \frac{qL^2}{12} \quad \text{bulunur.}$$

Mesnet momentleri bulunduguna göre sistecin isotropik hali bulunur ve bilinen genelde çözüür.



$0 \leq x \leq L$ unbelastete Wellereakt.

$$\text{Stab } \left\{ \begin{array}{c} Q_x \\ \frac{Q_x}{2} \end{array} \right\} \quad \text{Länge } x_2 - x_1 \quad \text{Knoten } Q_x$$

$\rightarrow \ddot{x} = 0 \Rightarrow \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0 \Rightarrow Q_x = 0$
 $Q_x = -Q_1 x + \frac{Q_1}{2}$
 $x = 0 \Rightarrow Q_1 = \frac{Q_1}{2}$
 $x = L \Rightarrow Q_1 = -\frac{Q_1}{2}$

$$(0 \leq Q_x = 0 \Rightarrow -\frac{Q_1 L^2}{12} + \frac{Q_1 L}{2} + Q_1 x - Q_1 \cdot \frac{L}{2} = 0)$$

$$Q_1 = -\frac{Q_1 L^2}{12} + \frac{Q_1 L}{2} \Rightarrow -\frac{Q_1 L^2}{12}$$

$$x = 0 \Rightarrow Q_1 = -\frac{Q_1 L^2}{12}$$

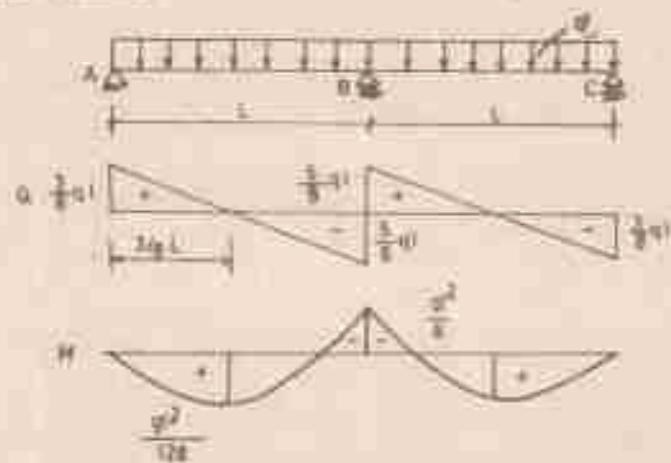
$$x = L \Rightarrow Q_1 = -\frac{Q_1 L^2}{12}$$

$$Q_1 = 0 \Rightarrow Q_1 = Q_{\max}$$

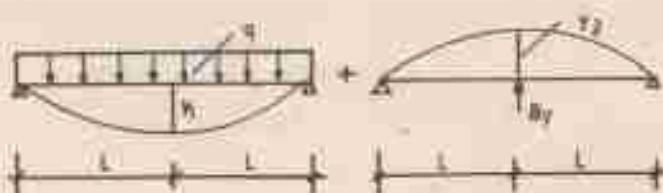
$$-Q_1 x + \frac{Q_1 L}{2} = 0 \Rightarrow x = \frac{L}{2} \quad \text{einde schillir.}$$

$$x = \frac{L}{2} \Rightarrow Q_{\max} = -\frac{Q_1 L^2}{12} + \frac{Q_1 L}{2} - \frac{Q_1 L^2}{12} = \frac{Q_1 L^2}{24}$$

Şekil 10. Şekilde yüklenme durumu verilen üç momentli kirişte kuvvetin ve eğime momenti diyagramlarını çiziniz.



B nasınlarınca renkliyorum bilincimden olacak şekilde ettip superpozisyon ilkesini uygulayarak olursak:



B nasınlarınca enin olmaması için $r_1 = r_2$ olmalıdır.

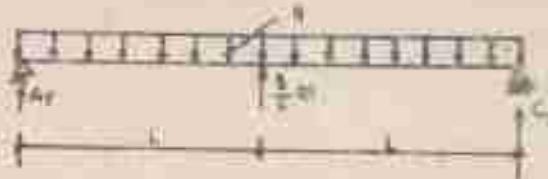
$$r_1 = \frac{5}{384} \cdot \frac{q \cdot L^4}{EI} = \frac{5}{384} \cdot \frac{q(2L)^4}{EI} = \frac{80 \cdot q \cdot L^4}{384 EI}$$

$$r_2 = \frac{7}{48 EI} = \frac{B_y + (2L)^3}{48 EI} = \frac{8 B_y + L^3}{48 EI} = \frac{8 B_y + L^3}{6 EI}$$

$\tau_1 = \tau_2$ yasılırmış:

$$\frac{80 \cdot q \cdot L^4}{384 \cdot EI} = \frac{B \cdot q \cdot L^3}{8 \cdot EI} \Rightarrow B = \frac{5}{4} q \cdot L \text{ olmak istiliş.}$$

Şimdi B konumunda $\frac{5}{4} q \cdot L$ göstərilməsinin nümunəsi
ve həməsə məsələnin dəqiqliyini təhlilim.



$$\rightarrow \sum M_y = 0 \Rightarrow q \cdot x \cdot 2L \cdot L - \frac{5}{4} q \cdot x \cdot L \cdot x - \frac{5}{2} q \cdot x \cdot 2L = 0 \Rightarrow 2L = 0$$

$$x \cdot q \cdot L^2 - \frac{5}{8} q \cdot x^2 \cdot L^2 = 0 \Rightarrow x = 2L$$

$$5 \cdot q \cdot x^2 = 8L \cdot 0 \Rightarrow x = \frac{2}{\sqrt{5}} q \cdot L$$

$$\rightarrow \sum F_y = 0 \Rightarrow Ay = q \cdot x \cdot 2L + \frac{5}{8} q \cdot x \cdot L + \frac{1}{8} q \cdot x = 0$$

$$8Ay = 16q \cdot x \cdot L + 10q \cdot x \cdot L + 3q \cdot x \cdot L = 0$$

$$Ay = \frac{1}{8} q \cdot x \cdot 30L \text{ olmalıdır.}$$

$Q \leq X \leq L$ aralığında



$$\rightarrow \sum M_y = 0 \Rightarrow -\frac{1}{8} q \cdot x \cdot L - qx = Q_x = 0$$

$$Q_x = -qx + \frac{1}{8} q \cdot x \cdot L$$

$$x=0 \Rightarrow Q_x = \frac{1}{8} q \cdot x \cdot L$$

$$x=L \Rightarrow Q_x = -\frac{1}{8} q \cdot x \cdot L$$

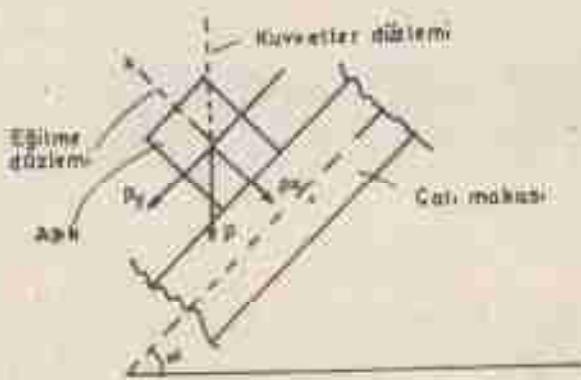
$$\text{Q(x)=0} \Rightarrow \text{M}(x)_{\max} \Rightarrow -qx + \frac{1}{8} q \cdot x \cdot L = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{3} L$$

$$\begin{aligned} \zeta + \frac{1}{2} E = 0 &\Rightarrow \frac{1}{8} q \cdot L \cdot x - qx + \frac{E}{2} = U_x = 0 \\ U_x &= -\frac{qx^2}{2} + \frac{1}{8} q \cdot L \cdot x \\ x=0 &\Rightarrow U=0 \\ x=L &\Rightarrow U = -\frac{q \cdot L^2}{8} \\ x = \frac{1}{3} L &\Rightarrow U = \frac{q \cdot q \cdot L^2}{128} \text{ elde edilir.} \end{aligned}$$

Sistem simetrik olduğu için kuvvet ve eğilme momenti değerleri ikinci sınıflık içinde aynıdır. Elde edilen sonuç kuvvet ve eğilme momenti değerleri şekilde verilmiştir.

8.5. Kırıplarda Eğim Mühimesi

Çubukta etki eden kuvvetlerin içinden bulunduğu düzlem ile çubuk ekseninin eğilme döşmeni birbirinden farklı olduğu zaman meydana gelen eğilme sisteminin **eğilme** denir (Şekil 8.10).



Şekil 8.10

Şekilde görüldüğü gibi kuvvetin eksenleri ile eksenlerdeki birbirinden farklıdır. Kuvvetin eksenlerdeki etkisine teşhis etmek bu kuvvetin eksenlerine aynen paralel bir düzleme yerleştirilmesi ile sağlanır. Bu durumda P_x ve P_y den dolayı M_x ve M_y momentleri düşer. Konstantlerden dolayı olumsuz gerilimler:

$$G = \frac{M_x \cdot z}{I_x} + \frac{M_y \cdot x}{I_y} \text{ şeklinde yazılır.}$$

Burada:

M_x ve M_y asıl eksenlerdeki momentleri,
 x ve y gerilmesi esnasında kuvvetin eksenlere
 uymaklığına,

I_x ve I_y stalet momentlerini,
 göstermektedir. Formüldeki işaretler gerilme gerilimleri
 için pozitif ve basınç gerilimleri için negatif alınmaktadır.

ÖRNEK 11. Eşik eğilme okusundaki tabanın şekildeki ölçüte
 $G_{\text{em}} = 110 \text{ kg/cm}^2$ etrafında göre eğilme yarından
 tırıgtı kontrol ediniz.



ÇÖZÜM:

$$M_x = \frac{P_x L}{4} = \frac{300 \times 400}{4} = 30000 \text{ Ncm}$$

$$M_y = \frac{P_y L}{4} = \frac{100 \times 400}{4} = 10000 \text{ Ncm}$$

$$I_x = \frac{10 \times 20^3}{12} = 6666,7 \text{ cm}^4$$

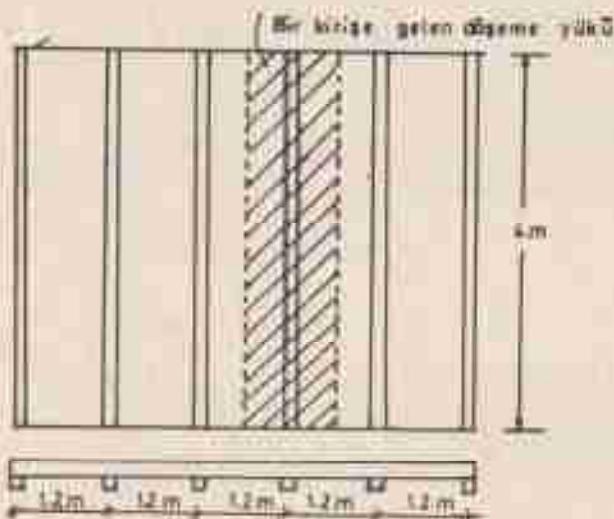
$$I_y = \frac{20 \times 10^3}{12} = 1666,7 \text{ cm}^4$$

$$C = \frac{50000 \times 10}{6666,7} + \frac{10000 \times 5}{1666,7} = 75 + 30$$

$$C = 105 \text{ kg/cm}^2 < 110 \text{ kg/cm}^2$$

olduğuundan uygundur.

ÖRNEK 12. Şekilde planı ve kesiti verilen düşmes 1.2 m aralıklarıyla yerleştirilmiş 4 m yüksekliğinde 6 adet kırış tarafından tayinmektadır. Düşmeden kırıplere gelen yük 0.25 t/m^2 dir. Kırış malzemenin eğilme emniyet gerilmesi 80 kg/cm^2 , konne emniyet gerilmesi 7 kg/cm^2 , elastisite modülü 64000 kg/cm^2 ve kırış malzemeninin yoğunluğu 500 kg/m^3 dir. Makarimanının $\frac{L}{240}$ olabileceğine göre kırış konutunu tayin ediniz.



ÇÖZÜM: Kırığın 1 m sine düşmeden gelen yük:

$$q_1 = 1.2 \times 0.25 = 0.3 \text{ t/m} = 300 \text{ kg/m}$$

Kırığ boyutlarını (10×25) cm ölçelim.

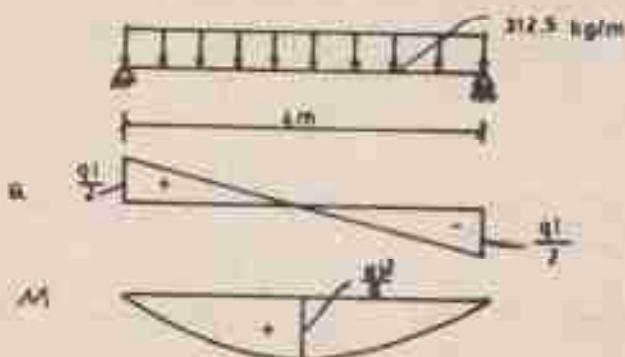
Kırığ #ıçılığını hesaplayalım.

$$q_2 = 0.1 \times 0.25 \times 500 = 12.5 \text{ kg/m}$$

Kırığın en fazla yayılı yük:

$$q = q_1 + q_2 = 300 + 12.5 = 312.5 \text{ kg/m} \text{ dir.}$$

Bulunan q yükünü kırıga etki ettirip moment ve kuvveti diyagramını çiselim.



a) Hesilen Yükünden Kontrol:

$$M_{\max} = \frac{q_1 L^2}{8} = \frac{112.5 \times 4^2}{8} = 625 \text{ kgm} = 62500 \text{ kgcm}$$

Mukavemet momenti: Z :

$$Z = \frac{bh^2}{6} = \frac{10 \times 25^2}{6} = 1041.7 \text{ cm}^3, Z = \frac{bh^3}{12} = \frac{10 \times 25^3}{12} = 13020.8 \text{ cm}^4$$

$$C = \frac{M}{Z} = \frac{62500}{1041.7} = 60 \text{ kg/cm}^2 < 80 \text{ kg/cm}^2$$

olduğuundan hesilen kırıktı eğilme yarından uygunluğur.

b) Kosme Yönünden Kontrol:

$$Q = \frac{q_0 L}{2} = \frac{312,5 \text{ kg}}{2} = 625 \text{ kg}$$

$$Z = \frac{1}{2} \cdot \frac{q_0}{A} \quad (\text{dikkörtgen konit için})$$

$Z = \frac{1}{2} \cdot \frac{625}{10 \times 25} = 3,75 \text{ kg/cm}^2 < 7,0 \text{ kg/cm}^2$ olduğundan
konit kayma yönünden de yeterlidir.

c) Sehim Yönünden Kontrol:

Konit düzörtgen ve uniform yayılı yükle durus bir
kirpi sehim:

$$y = \frac{5}{384} \cdot \frac{q_0 h^4}{EI}$$

$$q_0 = 312,5 \text{ kg/m} \quad , \quad I = \frac{0,1 \times 0,12^3}{12} = 1,3 \times 10^{-4} \text{ m}^4$$

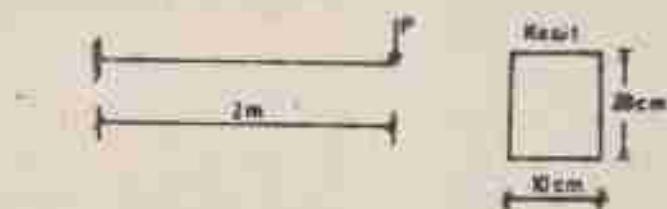
$$L = 4 \text{ m} \quad , \quad E = 84000 \times 10^4 \text{ kg/m}^2 \text{ yasılırmaz:}$$

$$y = \frac{5}{384} \cdot \frac{312,5 \times 4^4}{84000 \times 10^4 \times 1,3 \times 10^{-4}} = 0,0095 \text{ m} = 0,95 \text{ mm}$$

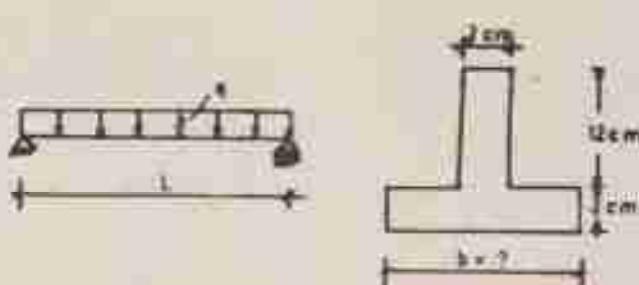
$$\frac{L}{240} = \frac{400}{240} = 1,66 \text{ cm} \neq 0,95 < 1,66 \text{ cm} \text{ olduğundan uyguntur.}$$

PROBLEMLER

1. Şekilde görülen enkastre kirişin taşıyabileceğini maksimum F yükünü bulunuz. $G'_{\text{en}} = 1200 \text{ kg/cm}^2$ dir.
- Cevap: ($F = 4 \text{ ton}$)



2. Uniform yayılı yüze naruş basit bir kiriş adıne denir ve makineden yapılmıştır. Çökme emniyet gerilmesi $G'_{\text{en}} = 300 \text{ kg/cm}^2$ ve basınc-emniyet gerilmesi $G'_{\text{bas}} = 900 \text{ kg/cm}^2$ dir. Şekilde verilen esnittte b genişliğini ne olmalıdır kirişin içtihadındaki gerilimeler hem basınc hemde çökmede emniyetli sınır değerlerine aynı anda ulaşır.
- Cevap: ($b = 21.6 \text{ cm}$)

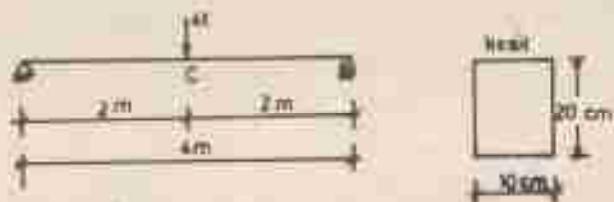


3. Şekilde yüzeleme durumu verilen kirişte kirişin, eklime yoluyla emniyetli olup olmadığını kontrol ediniz. $G'_{\text{en}} = 60 \text{ kg/cm}^2$ dir.
- Cevap: ($G' = 240 \text{ kg/cm}^2$ olup yutan emniyetsizdir)



4. Şekilde yüklene durumu verilen basit kirişte A naktasındaki eğimi ve C naktasındaki sabit momentinin meydana gelmesi için, $E = 30000 \text{ kp/cm}^2$ dir.

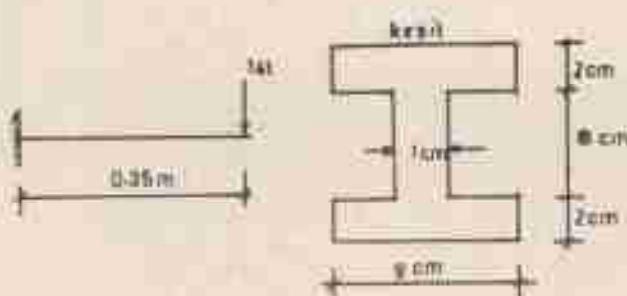
Cevap: ($\theta_A = 0.75$ radiyan, $\tau_C = 1 \text{ cm}$)



5. Şekilde yüklene durumu verilen konsol kirişte kesitin yeterli olup olmadığını kontrol ediniz.

$$\sigma_{\text{en}} = 1400 \text{ kp/cm}^2, \tau_{\text{en}} = 800 \text{ kp/cm}^2 \text{ dir.}$$

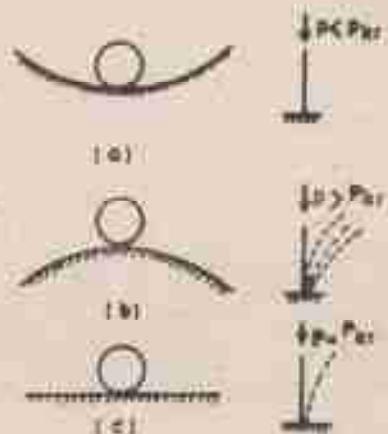
Cevap: ($\sigma = 1315 \text{ kp/cm}^2$, $\tau = 753 \text{ kp/cm}^2$, yeterli)



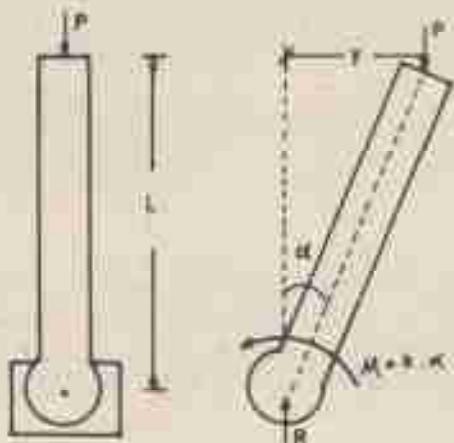
9. HÜKÜMLÜ İŞKİNI

Hükmümetin ilgilenisiği soruları değerlendirmek
yapı elemanlarının iç ortamlardan ileri gelen gerilimlerin,
analyst gerilimlerini içermesi ve naktıl deşifirmeye-
lerin belii sınırlarında kolay; yanında grubuların
kararlı dengen konumlarının incelenmesi diğer bir önemli
şorundur.

Genel olarak mati cisimlerin kararlı denge durumu
klaasik bilye oyuğu ile açıklanabilir. Nekilde görüll-
düğü gibi (a) konumunda bilye dengede durumundadır. Yani
bilye ağırlığı W 'ya karşılık N gibi bir reaksiyon ile dengedir.
Bilindiğidir. Eğer bilye ilk konumundan ayrılrsa tekrar ilk
konumuna gelebilir. Cisim denge de kalır. (b) durumunda
ise bilye ilk konumundan ayrılrsa tekrar eski dengen konu-
muna gelmez. (c) konumunda ise bilye her konumda dengede
kalabilir.



Qubuklarda da buna benzer karşıtlılık durumları ortaya çıkmaktadır. Birinci nesneci ve üçüncü denmeye karşı koynan bir yay bulunan qubuga ekşenel bir P kuvveti etki ettiğini düşünelim. Eğer yay olmasaydı qubugun dengesi kararsız olacaktı. Qubuk α açısı kadar yanal bir sapma yaptığıında, yay qubuğu eski haline getirmek için bir momentle karşı koymaya çalışacaktır. Serbest cisim diyagramından denge için $P \cdot y = k \cdot \alpha$ olmaktadır. Buradan $P = \frac{k \cdot \alpha}{y}$ yazılabilir.



Boylece k yay katsayısının boyutluğuna bağlı olarak P değerinin bir sınır yakınına kadar oksim dengede kalır. P nin bu sınır değerine "kritik yük" veya burjuulmaya yük adı verilir ve P_{kr} ile gösterilir.

$P > P_{kr}$ halinde denge kararsız hanesidir. Çünkü bu durumda yanal sapsızlar pıstla ırtar ve qubuk burjuulurak kırılır. $P < P_{kr}$ halinde qubuk dengen konumunu korur. $P = P_{kr}$ halinde ise faraksie dengen ebs konumudur.

Tarzları inscribelerde, boyutları usunluguna göre
küçük olan çubukların ekşenel bir basıncı kuvvetine maruz
kalınlıklarında $P = C'$, λ ile gösterilen değere varmadan
kırılışığı görülmektedir.

Bu şekilde, boyutları usunluguna göre küçük olan
çubuklara MARIN çubuk denir. Marin çubuklarında, burkulma
olayı meydana geldiğinde çubugün hiçbir kesitindeki gerilme
simsa sınırlına ulaşmış değildir. Yani, simsasının
dove flambaj olayı meydana gelmemektedir.

Basınç etkisindeki carin çubuklarının burkulmasına
neden olas yükler her kesitteki basınç kuvvetleri ile bir
eşilme momentidir. Burkulma olayında su üç noktayı gözönü-
ne almak gereklidir.

1) Kolon usunluğu arttıkça burkulma eğilimi artar.
Bu nedenle kolon usunluğu, projisinde önemli bir parametredir.

2) Kolonun burkulmadan taşıyacağı yük, yükün
excentricitesi ve eğik gelip gelmediğine bağlıdır.

3) Kolon kesit alanının eksenine göre dağılışı
önemli bir parametredir. Bununlığına atalek yarıçapıdır.

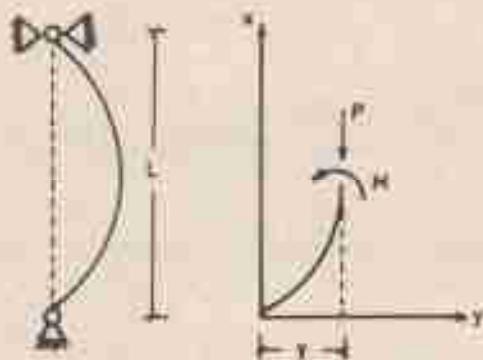
Burkulma olmaması neden olan kuvvetin flambaj başlangıcındaki değerini bulmak için pek çok deney yapılmış
ve genel olarak üç yöntem geliştirilmiştir. Bunlar:

- a) Euler Metodu
- b) Tetmajer Metodu
- c) W Metodu

9.1. Euler Metodu

Bunun etkisindeki usun qubuklarin kritik yükü ilk kez 1757 yiliinde matematigci NULEM turafından hesap edilmiştir. Euler yu anılları yapmıştır.

- Qubuk baslangicta doğru eksenlidir.
- Homoijendir.
- Eksenel yoxudur.
- Gerilmeler orantılılık eñarının altindadır.
- Hooke kanunu geçerlidir.



Şekilde görüldüğü gibi farklı denge konumunda, qubuk ejri bir hale gelir. Bu durumda qubuk kesitlerinde eğilme momentleri meydana gelir. Koordinatları ($x; y$) olan bir kesitten qubuk ikiye ayrılmış denge koşulluna göre:

$M = P.y$ yazılabilir. Elastik eñrinin diferansiyel denklemi

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{M}{EI}$$

de moment yerine $P.y$ yazılırsa:

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{P(x)}{EI} = 0 \text{ olur. } \frac{P}{EI} = z^2 \text{ yazılırsa:}$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} + z^2 = 0 \text{ Diferansiyel denkleme elde edilir.}$$

Bu denklemin genel çözümü;

$$y = C_1 \cdot \operatorname{Cos}zx + C_2 \cdot \operatorname{Sin}zx \text{ dir.}$$

Buradaki C_1 ve C_2 sabitleri çubuk ug koğullarından bulunsak integrasyon sabitlerini gösterir. İki ug sınıfı uguba mit ug koğulları;

$$1. x=0 \text{ için } y=0$$

$$2. x=L \text{ için } y=0 \text{ dir.}$$

Birinci koğuldan $C_1=0$ bulunur. Böylece $y=C_2 \cdot \operatorname{Sin}zx$ denklemi elde edilir. İkinci koğul bu ifadeye uygulanır:

$$y=C_2 \cdot \operatorname{Sin}zL \Rightarrow C_2 \cdot \operatorname{Sin}zL=0 \text{ dir.}$$

Bu denklemin bir çözümü $C_2=0$ dir. Bu çözüm geçerli değildir. Sabitlerin her ikisinin birden sıfır olması farklı düzeye konumda mit eğri biçimini ortadan kaldırır. O halde $C_2 \neq 0$ olmak sorundadır. Eşitlikteki zL değeri; $0, \pi, 2\pi, \dots$ vb. değerler alıysorsa eşitlik geçerli olur. Çünkü π yıldız koordinata bir çözüm meydana getirmektedir. Bu sebeple:

$$\operatorname{Sin}zL=0 \text{ olmalıdır.}$$

$$zL = \sqrt{\frac{P}{EI}} \cdot L = m \cdot \pi \text{ bulunur. İki tarafın karesi alınırsa:}$$

$\frac{PL^2}{EI} = m^2 \cdot \pi^2 \Rightarrow P = \frac{\pi^2 \cdot EI \cdot M}{L^2}$ bulunur. Burada m turkuza modunu göstermektedir.

$$m=1 \text{ için } P = P_{kr} = \frac{\pi^2 EI}{L^2}$$

$$m=2 \text{ için } P = P_{kr} = \frac{4\pi^2 EI}{L^2}$$

$$m=3 \text{ için } P = P_{kr} = \frac{9\pi^2 EI}{L^2} \text{ dir.}$$

Aşağıda okyanusel denizde maruz bir elemində qəzitli mənənət həlləri üçün P_{kr} və L_k (turkuza boyu) deyərləri verilmişdir.

Bir ucu serbest diğer ucu enkastre	İki ucu məsəlli	Bir ucu enkastre diğer ucu məsəlli	İki ucu enkastre
$P_{kr} = \frac{\pi^2 EI}{4L_k^2}$	$P_{kr} = \frac{\pi^2 EI}{L^2}$	$P_{kr} = \frac{3\pi^2 EI}{4L_k^2}$	$P_{kr} = \frac{4\pi^2 EI}{L^2}$
$L_k = 2L$	L	$0.7L$	$0.5L$

Mesnət şartlarının kritik yüze etkisini daha basit bir biçimde ifade etmek için, kritik yük formülünü, hepse için geçerli olmak üzere;

$$P_{kr} = \frac{\pi^2 EI}{L_k^2} \text{ şeklinde yazabiliriz.}$$

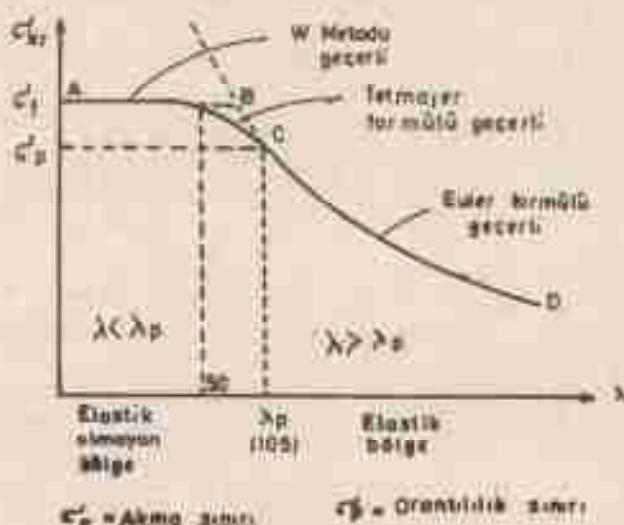
Üçgen çubuklar için geçerli olan Euler formulu aynı zamanda elastik sınırlar için de söz konusudur. Bu durumu inceleyebilmek için kritik yük yerine kritik gerilmeyi göz önünde almak yararlı olur. Kritik gerilmesi:

$$G_{kr} = \frac{F_{kr}}{A} = \frac{\pi^2 EI}{A L_k^2} \text{ dir. Burada:}$$

$I = A + i_{\min}^2$ yerine yaxılır; i_{\min} stalet yarıçapı
 $G_{kr} = \frac{\pi^2 EI + i_{\min}^2}{L_k^2}$ elde edilir. Çubukun narinlik oranı elşarık adlandırırsak $\lambda = \frac{L_k}{i_{\min}}$ 'de i_{\min} qekilip G_{kr} de yerine yaxılır ise;

$$G_{kr} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} \text{ elde edilir.}$$

Şimdi λ narinlik entasyisinin bir fonksiyonu elşarık elde edilen G_{kr} ve nuna bağlı olarak Euler formülünden durumunu inceleyelim.



Şekilden görüleceği gibi:

- 1) Büyuk λ değerlerinde yani narin çubuklarda τ_{xy} küçük değerler alacağı için gerilmesler orantılılık sınırlının altında kalır ve böylece Euler formulu geçerli olur.
- 2) Çok esnek λ değerlerinde, yani kisa çubuklarda τ_{xy} çok büyük değerler alır ve akma sınırlının üstine çarptırılır. Böyle çubuklarda erilme ya da kırılma burkulanmadan önce meydana geleceğinden çubuk mukavemeti normal gerilme ile kontrol edilir.
- 3) Uzun λ değerlerinde, yani orta usunlukta çubuklarda τ_{xy} gerilmesleri, genellikle orantılılık sınırlarını aşan değerlerdir. Bu nedenle bu tür çubuklarda Euler formulu kullanılmaz. Böyle durumlarda Tektmajer veya diğer empirik formüllerin kullanılması emciçilmesi olur.

Euler formülünün geçerli olduğu bölge içinde çubuktaki gerilme, σ_p basıncı gerilmesinden daha büyük olmak, bu durumda çubuk flambajla değil normal basıncıla bükülmeliğe uğrar. Bu nedenle:

$$\sigma_p \geq \sigma_{kr} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} \text{ olmalıdır.}$$

σ_p 'ye alt sınırık oranı ise: $\lambda_p = \sqrt{E/\sigma_p}$ olarak yazılabilir.

Böylece $\lambda \gg \lambda_p$ olur. Bu sınırık sınır oranı denir. $\lambda < \lambda_p$ için Euler formülü geçerli olmasa. Buna göre, yani plastik flambajda:

$$\sigma_{kr} = f(\lambda) \text{ tetmajer dobru denklemi kullanılır.}$$

Gerildiği gibi çubuklar λ 'ya göre üç gruba ayrılabılır.

$0 < \lambda < 40$ inç kisa çubuk

$40 < \lambda < 120$ inç orta çubuk

$\lambda > 120$ inç uzun çubuk

Böylece basıncı çubuklarının mutabakat konusunda aşağıdaki gibi sınıflanabilir.

1. Uzun çubuklar burkulma ile,

2. Kisa çubuklar kırılma ya da esilme ile, yani çubukta olusan basıncı gerilmesine erişmemiyle bükülmeliğe uğrarlar.

3. Ortalıktaki çubukların bükülmeliğe uğraması hem burkulma hemde kırılma veya esilme ile olabilir. Bu nedenle genellikle empirik formüller kullanılır.

9.2. Tetmajer Metodu

$\lambda < \lambda_p$ koşulunda uygulanan empirik bir formülür.
Çoçaklı malzemeler için:

$$\text{Çelik için: } C_{kr} = 3100 - 11.4 \lambda \quad (\lambda < \lambda_p = 105)$$

$$\text{Ahşap için: } C_{kr} = 293 - 1.94 \lambda \quad (\lambda < \lambda_p = 100)$$

$$\text{Dökme demir: } C_{kr} = 7760 - 120 \lambda + 0.53 \lambda^2 \quad (\lambda < \lambda_p = 80)$$

şeklindedir.

Eksenel Hesapları

Eksenel tensinde merkez kolonlar için hesaplamai

1. Kontrol Problemİ: Amony, kesiti ve boyu verilen çubugun güvenle taşıyabileceğii passing kuvvetinin hesaplanmasıdır. İşlem sırası şöyledir;

- a) Çubugun uç koşullarına göre L_k burkulma boyu belirlenir,
- b) Kesitin en küçük etalet parçası

$$L_{min} = \sqrt{\frac{I_{min}}{A}} \quad \text{hesaplanır.}$$

- c) Çubugun carinlik oranı $\lambda = \frac{L_k}{L_{min}}$ bulunur.

- d) $\lambda < \lambda_p$ ise empirik formüllerden biri, $\lambda > \lambda_p$ ise Euler formülü kullanılır.

- e) C_{kr} hesaplanır.

- f) $P_{kr} = C_{kr} \cdot s$ dan kritik yük hesaplanır.

- g) Kritik yük (P_{kr}), birden sayısız bir sefer olan (n) məniyet hətsiyinə bənzərək;

$$P_{em} = \frac{P_{kr}}{n} \quad \text{məniyyətlə təxənəbiləcək yük olur.}$$

n emniyet koymayıسى:

SE 37 gelidiği için $\lambda = 0 \Rightarrow n = 1.75$

$\lambda > 100 \Rightarrow n = 3.5$ alınır.

Anapta ise $n = 3.75 - 4.25$ arasındadır.

Genel olarak ölçüde makine parçaları için $n = 10-6$

büyük makine parçaları için $n = 6-1$

Kolonlar ve çelik inşaatın $n = 3.5$ alınır.

2. Boyutlandırma Problemi: Anay, bilinen ömrin, suyettine en uygun en uygun makine boyutlarının tayinidır. İşlem sırası şöyledir.

- L_x fiambag boyu ve uç kocuklarına göre n tayin edilir.
- P_{kr} = P_x den hesaplanır.
- Bunun elastik holgede olduğu kabul edilerek:

$$I_{\min} = \frac{n \cdot P_{kr} \cdot L_x^2}{\pi^2 \cdot E} \quad \text{hesaplanır.}$$

- i_{min} = $\sqrt{\frac{I_{\min}}{A}}$ ye göre saat tayin edilir ve kontrol edilir.

9.3. W Metodu

Pratikte Döller ve Tetmajer formülleri yerine W metodu kullanılır. Bu metodla fiambag çubuklarının boyutları tayin edilmesi, Çubuk kesitleri empirik formüllerle hesaplandiktan sonra W metodu ile kontrol edilir. W metodundan kullanılmış tablolar Tablo 9.1, Tablo 9.2 ve Tablo 9.3 de verilmiştir.

$$\tilde{G}_{\infty} = \frac{P \cdot W}{A} \Rightarrow P = \frac{G_{\infty} \cdot A}{W} \quad \text{elde edilir.}$$

Tablo 9.1 St 37 Gelişimi İçin λ - λ Değerleri

λ	0	1	2	3	4	6	7	8	9	10
20	1,04	1,04	1,04	1,04	1,04	1,04	1,04	1,04	1,04	20
30	1,06	1,06	1,06	1,06	1,06	1,10	1,11	1,12	1,13	30
40	1,14	1,14	1,15	1,15	1,15	1,17	1,19	1,20	1,20	40
50	1,21	1,22	1,23	1,24	1,25	1,26	1,27	1,28	1,29	50
60	1,30	1,31	1,32	1,33	1,34	1,35	1,36	1,37	1,39	60
70	1,41	1,42	1,44	1,46	1,48	1,49	1,50	1,52	1,53	70
80	1,53	1,56	1,58	1,60	1,61	1,64	1,66	1,68	1,70	80
90	1,71	1,73	1,73	1,76	1,76	1,90	1,91	1,94	1,95	90
100	1,90	1,92	1,94	1,96	1,98	2,00	2,02	2,05	2,07	100
110	2,11	2,14	2,16	2,19	2,21	2,23	2,27	2,31	2,35	110
120	2,43	2,47	2,51	2,55	2,60	2,64	2,66	2,72	2,77	120
130	2,85	2,90	2,94	2,99	3,03	3,06	3,11	3,17	3,22	130
140	3,31	3,36	3,41	3,45	3,50	3,55	3,60	3,66	3,70	140
150	3,80	3,86	3,90	3,95	4,00	4,06	4,11	4,16	4,22	150
160	4,22	4,38	4,43	4,49	4,54	4,60	4,65	4,71	4,77	160
170	4,68	4,86	4,96	5,00	5,05	5,11	5,17	5,23	5,35	170
180	5,17	5,33	5,50	5,60	5,72	5,76	5,84	5,91	5,97	180
190	6,10	6,16	6,22	6,30	6,36	6,43	6,49	6,56	6,62	190
200	6,75	6,82	6,89	6,96	7,03	7,10	7,17	7,24	7,31	200
210	7,43	7,52	7,59	7,66	7,73	7,81	7,88	7,95	8,03	210
220	8,17	8,25	8,33	8,40	8,47	8,55	8,63	8,70	8,78	220
230	9,93	9,91	9,91	9,93	9,97	9,97	9,97	9,97	9,98	230
240	9,73	9,81						10,20	10,39	10,47
250	10,58									

Tablo 9.2 St 37 Çelikti τ_{c} λ -ye Değerleri

Table 9.3 Aşağıdakilerin λ -'lı Değerleri

$$P = \frac{P_{kr}}{n} = \frac{C'_{kr} \cdot k}{n} \text{ olur. Boyle'son } \frac{C'_{em} \cdot k}{n} = \frac{C'_{kr} \cdot k}{n}$$

yazılabilir.

$\frac{n \cdot C'_{em}}{C'_{kr}}$ bulunur. Fakat C'_{kr} grubun λ 'ınınına bağlı olduğuna için bu türler kullanılır.

Z metodundan işlem sırası:

- C'_{em} seçilir.
- $n=1$ için $C'_{em} = \frac{E_A}{k}$ den k çekilir. k konut alanının eşit bir profil tabanından belirlenir.
- Seçilen konutun λ_{min} bulunur.
- $\lambda = \frac{L}{\lambda_{min}}$ hesaplanır. Tablodan $\lambda_0 \Rightarrow \lambda$ değerleri bulunur (Tablo 9.3).
- $\lambda \Rightarrow n$ değeri tablodan alınır (Tablo 9.2).
- $I_{min} = \frac{P_{kr}}{\lambda}$ şartının sağlanması gereklidir.

En hizli konut seçimi için:

- Tek parçalı çelik grubalar için,
 $I_{min} = 1.50 P_{kr} \frac{l^2}{k}$ ($P_{kr} = \tau_{kr} \cdot E_k \cdot n$)
- Tek parçalı font grupaları için,
 $I_{min} = 8 P_{kr} \frac{l^2}{k}$
- Aşağıdaki parçalar için,
 $I_{min} = 40 P_{kr} \frac{l^2}{k}$

Tablo 9.2 belirtilen yıldızlar tığında enlistirilen formülardır bulunmaktadır:

Ostrik Kolonları:

$$\lambda = \frac{l_k}{l_{\min}} < 120 \text{ sekund } \text{gizli ostrik kolonlar}$$

analit ve proseslerinde:

$$\frac{P}{A} = 1200 - 0,034 \left(\frac{l_k}{l_{\min}} \right)^2 \text{ formülü kullanılır.}$$

Aşırı Kolonları:

1) Kışın kolonları:

$$\lambda = \frac{l_k}{d} < 11 \text{ iki}$$

 $\Sigma = A \cdot C'_{\text{em}}$ formülü kullanılır. C'_{em} : Bönenin emniyet gerilimi d : Kolon kesitiinin en geniş boyutu.

2) Dönen Aşırı kolon:

$$11 < \lambda < 15 \text{ iki} \quad \Rightarrow \quad \Sigma = P \cdot \sqrt{\frac{E}{C'_{\text{em}}}}$$

$$\frac{P}{A} = \sqrt{C'_{\text{em}}} \left[1 + \frac{1}{3} \left(\frac{l_k}{d+R} \right)^2 \right]$$

3) Gauß-Hartmann kolonları:

$$K < X < 50 \text{ iki}$$

$$\frac{P}{A} = \frac{0,30 \cdot R}{\left(\frac{l_k}{d} \right)^2} \quad \text{minimiz.}$$

ÖRNEK 2. Verilenler: Aşırı kolon

$$C'_{\text{em}} = 85 \text{ kg/cm}^2, l_k = 2,5 \text{ m}$$

$$E = 10^5 \text{ kg/cm}^2, P = 15 \text{ ton}$$

İstenecek: Kolon kesiti boyanı.

ÖZÜM: Once kisa kolon olarak projesyalım.

$$A = \frac{P}{C_{\text{em}}} = \frac{15000}{85} = 176 \text{ cm}^2$$

b-d alarak $d = \sqrt{176} = 13.25 \Rightarrow 14 \times 14 \text{ cm} \text{ seçelim.}$

$\lambda = \frac{L_k}{d} = \frac{250}{14} = 17.8 > 11$ kisa kolon değil. Orta veya unun kolon olabilir.

$$K = 0.64 \sqrt{\frac{E}{C_{\text{em}}}} = 0.64 \sqrt{\frac{10^5}{85}} = 22$$

$\lambda = 17.8 \Rightarrow 11 < \lambda = 17.8 < K = 22$ olduğundan orta kolondur.

$$P = A \cdot C_{\text{em}} \left[1 - \frac{1}{3} \left(\frac{L_k}{K \cdot d} \right)^4 \right]$$

$$P = 14 \times 14 \times 0.5 \left[1 - \frac{1}{3} \left(\frac{250}{22 \times 14} \right)^4 \right] = 14250 \text{ kg} < 15000 \text{ kg} \text{ olduğundan uygun değil. Kesiti artırmak gerekir.}$$

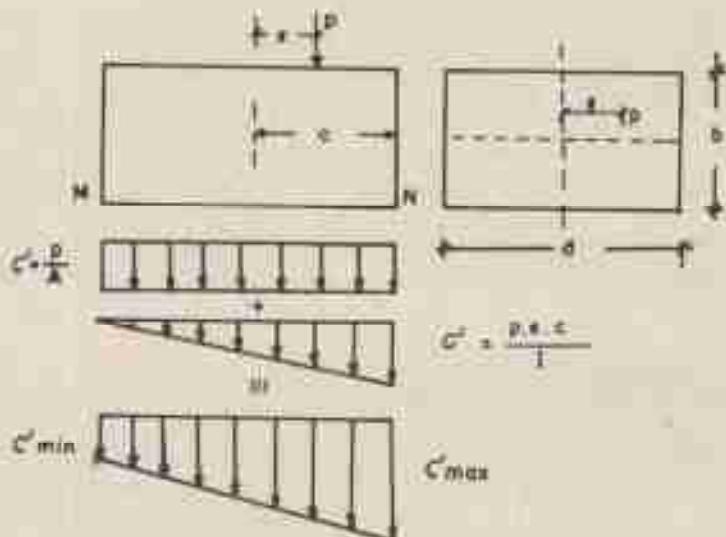
(ind) = (15x15) alalım.

$$\lambda = \frac{250}{15} = 16.7 \Rightarrow 11 < \lambda < K \text{ olduğundan orta kolondur.}$$

$$P = (15 \times 15) \cdot 0.5 \left[1 - \frac{1}{3} \left(\frac{250}{22 \times 15} \right)^4 \right] = 17021 \text{ kg} > 15000 \text{ kg} \text{ uygundur.}$$

9.4. Eksantrik TÜKler

Dikörtgen kesitli bir binaçın elementi kisa kolon sınırları içerisinde ve gelen yük kesitin ağırlık merkezine uygulandığında ise ortaya çıkan gerilme kesitte ne bir şekilde dağılmadığından eğilme etkisi olmaz. Kisa kolon gelen yük (P) eksenel ise bunaç gerilmesi $C = \frac{P}{A}$ olmaktadır.



P yüklü x-x düzey ekseniinden bir e mesafesinde ince buna eksentrisite, P 'ye de eksentrik yük denir. Bu durumda gerilme tüm kesitte aynı olmayacağıdır. Kolların N ve M kaynarlarında farklı olacaktır. Kuvvet spiralli nерmesine teginacak ve bir kuvvet ve birde moment etkisi oluşturması olacaktır.

$$N = P \cdot z$$

$$C_{ez} = \frac{N - z \cdot a}{I} \Rightarrow C_{ez} = \frac{P \cdot z + a \cdot e}{I}$$

$I = A + \frac{z^2}{12} \sin$ olduğundan;

$$C_{ez} = \frac{P \cdot z + a \cdot e}{A + \frac{z^2}{12} \sin} \text{ elde edilir. Normal kuvvetin etkisi}$$

$C = \frac{P}{A}$ olacaktır. Bu durumda:

$$C_{max} = \frac{P}{A} + \frac{P \cdot a \cdot e}{A \cdot \frac{z^2}{12} \sin} = \frac{P}{A} \left(1 + \frac{a \cdot e}{\frac{z^2}{12} \sin} \right)$$

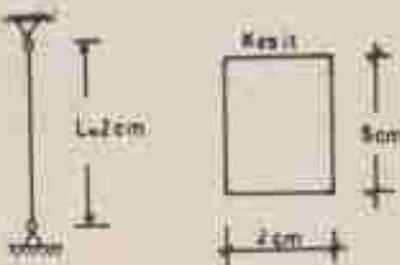
$$\sigma_{\min} = \frac{\tau}{k} \left(1 - \frac{a+c}{2}\right) \quad \text{olsunktur.}$$

Dikdörtgen kesit için $i_{\min} = \sqrt{k/a} = \sqrt{\frac{bd^3}{12}} / bxd \Rightarrow i_{\min}^2 = \frac{d^2}{12}$
 ve $c = \frac{d}{2}$ yerine yazılırsın $\sigma_{\max} = \frac{\tau}{k} \left(1 + \frac{c-a}{2}\right)$ olur.
 Eger bir eksantrisite varsa ve $1/i^2$ 'nın sağında uygunlukta ise $a = \frac{d}{6}$ için $\sigma_{\max} = \frac{2\tau}{k}$, $\sigma_{\min} = 0$ dir.

Gerilme tigraramı yükün uygulanıldığı yerde göre inşaatır.

ÖRNEK 2. Bir alüminyum cubuk 2 m boyundan oluşan (2×5) cm^2 dikdörtgen kesitte esinptir. Her iki ucun nafoselli olarak terebit edilmesine göre Euler formülünden kullanarak esinptle toplanabilecek P yükünü hesaplayınız.

$$z = 7 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2, \text{ ve } 2.5 \text{ dir.}$$



ÜZÜMLÜ: Bu şerit momentlerini bulalım.

$$I_x = \frac{bh^3}{12} = \frac{2 \times 5^3}{12} = 20.83 \text{ cm}^4$$

$$I_y = \frac{hb^3}{12} = \frac{5 \times 2^3}{12} = 3.33 \text{ cm}^4$$

$$I_y < I_x \text{ olduğundan } I_y = I_{\min} = 3.33 \text{ cm}^4$$

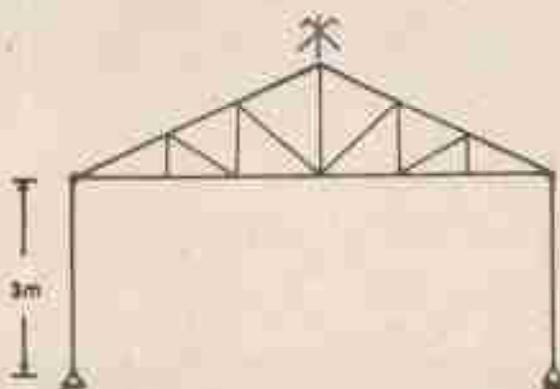
$$L_k = L = 2.00 \text{ (iki ucun mafesili olduğu için)}$$

$$P_{kr} = \frac{\pi^2 E I_{\min}}{L_k^2} = \frac{\pi^2 \cdot 7 \times 10^9 \times 3.33}{200^2} = 575 \text{ kg}$$

$$\bar{P}_{\text{em}} = \frac{P_{kr}}{\alpha} = \frac{575}{2.5} = 230 \text{ kg bulunur.}$$

ÖRNEK 1. Şekilde görülen çatı makasının ağırlığı 10 tondur.

Sistem simetrik olduğunu göre kolonu çeliğe kolon
alarak 2 metot ile projeleyiniz. $G_{\text{so}} = 1.4 \text{ t/n}^2$



ÖZÜM:

$$G'_{\text{en}} = 1400 \text{ kg/cm}^2$$

$$G'_{\text{en}} = \frac{P \cdot W}{A}$$

$W = 1$ kmbul edersek

$$A = \frac{P}{G'_{\text{en}}} = \frac{10000/2}{1400} = 3.57 \text{ cm}^2$$

Kesiti kare kesit olarak seçersek;

Kesit: $(20 \times 20) \text{ mm} = (2 \times 2) \text{ cm}$

$$\lambda_o = \frac{L_x}{i_{\text{min}}}$$

$$I_y - I_x = \frac{2x2^3}{12} = 1.33 \text{ cm}^4$$

$$i_{\text{min}} = \sqrt{\frac{I_{\text{min}}}{A}} = \sqrt{\frac{1.33}{4}} = 0.58$$

$$\lambda_o = \frac{100}{0.58} = 517$$

$$\lambda_o = 517 \rightarrow \text{Table (9.1) den } \lambda = 200$$

$$\lambda = 200 \rightarrow \text{Table (9.2) den } \pi = 6.75$$

$$G = \frac{5000 \cdot 6.75}{4} = 8437.5 \text{ kg/cm}^2 > 1400 \text{ kg/cm}^2 \text{ olduğundan}$$

kesit burulma yoluinden emniyetsizdir.

Kesiti artırmak gerekiyor:

Kesiti $(5 \times 5) \text{ cm}^2$ seçelim.

$$I_x - I_y = \frac{5x5^3}{12} = 52.08$$

$$i_{\text{min}} = \sqrt{\frac{52.08}{25}} = 1.44 \text{ cm}$$

$$\lambda_o = \frac{l_k}{l_{\min}} = \frac{100}{1.44} = 208$$

$$\lambda_o = 208 \Rightarrow \lambda = 127 \text{ (Tablo 9.1)}$$

$$\lambda = 127 \Rightarrow w = 2.72 \text{ (Tablo 9.2)}$$

$$C' = \frac{5000 \times 2.72}{25} = 544 \text{ kg/cm}^2 < 1400 \text{ kg/cm}^2 \text{ uygun fakat:}$$

5x5 kesiti oldukça emniyetli olduğundan ekonomiklik açısından kesiti düşürmek gereklidir.

Kesiti 4x4 seçelim

$$I_x = I_y = \frac{4 \times 4^3}{12} = 21.33 \text{ cm}^4$$

$$l_{\min} = \sqrt{\frac{21.33}{16}} = 1.15 \text{ cm}$$

$$\lambda_o = \frac{l_k}{l_{\min}} = \frac{100}{1.15} = 261$$

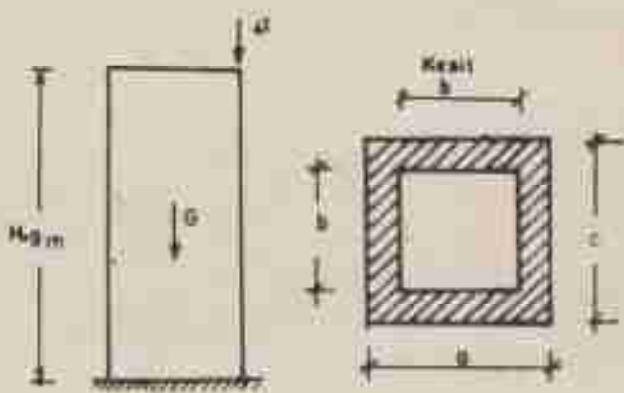
$$\lambda_o = 261 \Rightarrow \lambda = 142 \text{ (Tablo 9.1)}$$

$$\lambda = 142 \Rightarrow w = 3.36 \text{ (Tablo 9.2)}$$

$$C' = \frac{5000 \times 3.36}{16} = 1050 \text{ kg/cm}^2 < 1400 \text{ kg/cm}^2$$

olduğundan uygun kesit olmasının kabul edilebilir.

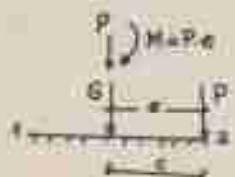
ÖRNEK 4. Şekilde verilen baca, yoğunluğu 1800 kg/m^3 olan tuğladan yapılmıştır. $a = 120 \text{ cm}$, $b = 60 \text{ cm}$ ve $H = 9 \text{ m}$ dir. Baca üzerinde $P = 4 \text{ ton}$ bir yük tesiri etkisi altında temelde (1-2) kesitinde oluşan C'_1 ve C'_2 gerilimlerini hesaplayınız.



ÇÖZÜM: Baca spiralli:

$$g = Y \cdot K \cdot H = 1800 (1,2^2 - 0,6^2) \cdot 9$$

$$g = 17500 \text{ kg}$$



$$C_{\frac{1}{2}, \frac{c}{2}} = \frac{2+P}{A} + \frac{P \cdot s \cdot c}{A \cdot i_{\min}^2}$$

$$I = \frac{s^4 - b^4}{32} = \frac{120^4 - 60^4}{32} = 162 \times 10^8 \text{ cm}^4$$

$$A = 120^2 - 60^2 = 10800 \text{ cm}^2$$

$$i_{\min} = \sqrt{\frac{I}{A}} = \sqrt{\frac{162 \times 10^8}{10800}} = 35,71 \text{ cm}$$

$$\sigma_1 = \frac{G+P}{A} - \frac{P_{\text{e},0}}{k \cdot i_{\min}^2}$$

$$\sigma_1 = \left(\frac{17500+4000}{10800} - \frac{4000,60,60}{10800(38,73)^2} \right)$$

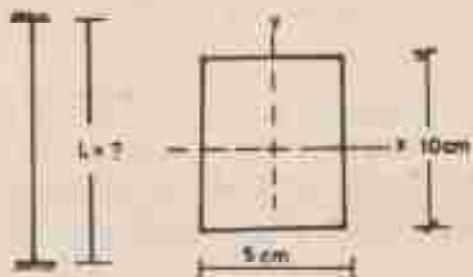
$$\sigma_1 = 1,1 \text{ kg/cm}^2 \text{ basincı}$$

$$\sigma_2 = \left(\frac{17500+4000}{10800} + \frac{4000,60,60}{10800(38,73)^2} \right)$$

$$\sigma_2 = 2,88 \text{ kg/cm}^2 \text{ basincı olmak üzere bulunur.}$$

PROBLEMLER

1. $5 \times 10 \text{ cm}$ enkesitine sahip bir aşap kolon
resimdeki gibi meşnütlenmiştir.
- a) $E = 100.000 \text{ kg/cm}^2$ ve orantılılık sırası $C_p = 300 \text{ kg/cm}^2$
ise Euler formülünün uygulanabileceği minimum kolon
boyunu bulunuz.
- b) Eğer kolon boyu 2.5 m ise emniyet faktörünü $n=2$ olarak
taşılabilecek maksimum yükü bulunuz.
- Cevap: (a. $L_{\min} = 165 \text{ cm}$, b. $P_{\max} = 3291 \text{ kg}$)



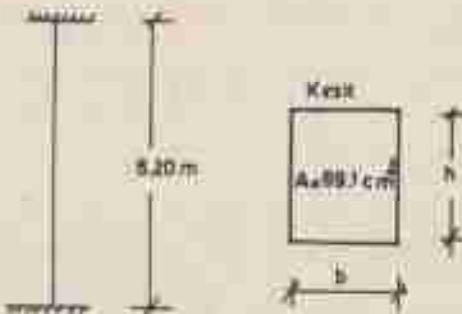
2. Çelikten yapılan silindirik bir kolonda
 $E = 2.1 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$, $T = 8 \text{ t}$, $n = 3.5$, $L = 2 \text{ m}$ verilmiştir.
2 ucunu mafmulli kabul edip kolonun çapını bulunuz.

Cevap: ($D = 60 \text{ mm}$)

3. Boyu 6.20 m , kesit alanı 69.1 cm^2 , minimum
emniyet yaracağı 2.56 cm olan İKİ ucu enkastre bir çelik
kübüğün emniyetle taşıyabileceği basınç kuvvetini hesapla-
yınız.

$$C_{\min} = 1400 \text{ kg/cm}^2$$

Cevap: ($P_{\max} = 39102.6 \text{ kg}$)



4. Keniti 10×10 cm, ısmarluğunu $L_k=4.00$ m olan
şekap kolonda $G_{\text{en}} = 85 \text{ kg/cm}^2$, elastisite modulu $E = 10^5$
 kg/cm^2 olarak verildiğine göre kolonun emniyetle taşıyabileceğini yükü hesaplayınız.

Cevap: ($P_{\text{en}} = 1880 \text{ kg}$)

5. Her iki ucun safçallı, ısmarluğunu $L=3.00$ m ve
çapı $D=10$ cm olan çelik kolonda emniyet sayısı $n=2$ verildiğine göre kolonun taşıyabileceği P yükünü hesaplayınız.
 $E = 2.1 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$

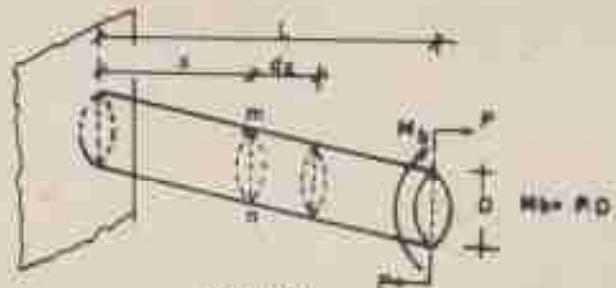
Cevap: ($P = 17.2 \text{ ton}$)

10. BURULMA ETKİSİ

Burulma momenti etkisindeki çubuklarda gerilme ve pekil değiştirmeye konut çubuklara göre değişir. Burulma problemlerinin çözümleri burulmadan dolayı oluşan şekil değiştirmeye ilis Hooke kusuruunun ortak çözümünden elde edilen deformasyon bağıntıları kullanılarak çözüm elde edilir.

10.1. Dairesel Kesitli Çubukların Burulması:

Şekilde görüldüğü gibi bir ucundan ankomstre, diğer ucundan çubuk eksemeye düz düzende $P-P$ kuvvet çiftinden dolayı olusan burulma momentine maruz dairesel kesitli çubuğu ele alalım. Bu tür yükleme durumunda çubuk burulma etkisiniidir denir.



Şekil 10.1

Burulma bağıntılarının çıkarılmasında aşağıdaki tabuller yapılmalıdır.

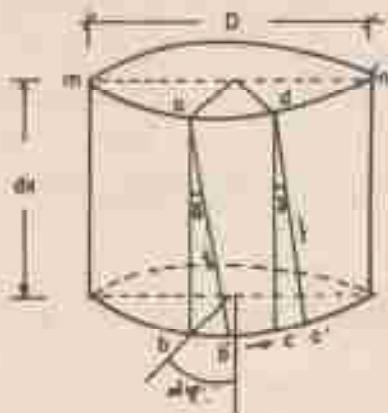
1. Çubuk kesiti burulmadan önceki düzlem kalır.
2. Burulma sonucunda çubukun çevresinde bir değişiklik olmaz.

3. Gerilmeler elastik bölgelerindendir.
 4. \bar{C} kaymaz merkezde sıfır, çevrede en büyük değeri almak üzere doğrusal bir dağılım gösterir (Şekil 10.2).



Şekil 10.2

Şekil 10.1'de, verilen ve ucunda M_b turlama momentine maruz qubuğun $m-n$ koordinatından dx uzunluğunda bir parçayı inceleyelim.



Şekil 10.3

Dilimin alt ucu b 'taki açısına $d\psi$ açısı kadar döndürmektedir. Şekil değiştirmeye somonicunda abcd olan eleman $ab'a'$ şeklindekiğini alır. Yani elemanın köşeleri ψ açısı kadar esdir. Bu durumda eleman basit kayma halindedir. $\frac{ab}{ab'} \neq 1$ olgusundan:

$$\gamma = \frac{bb'}{ab} \text{ yazılabilir.}$$

$bb' = r \cdot d\psi$ ve $ab = dx$ yerine konursa

$$\gamma = r \cdot \frac{d\psi}{dx} \text{ elde edilir.}$$

$\frac{d\psi}{dr}$ birim döme açısı olup sabittir ve θ ile gösterilir.

Buna göre $\bar{\tau} = r\dot{\theta}$ (1) Eksen merkezinde yerine konurur. $\bar{\tau} = r\dot{\theta}\cdot\theta$ (2) elde edilir.

Çubukun düz yüzeyindeki abd elemenitinin geçerli olan bu ifade çubukun eleminden r uzaklıktaki bütün yüzeyler için geçerlidir. Dolayısıyla denklemle (2) boyunca gerilmeleri həsab etmədən pek geçerli deyildir. Bu nedenle M_b burulma momenti ile elanın boyunca gerilmeleri arasında bir bağıntı bulunmak gerektir.

Merasse uzaklığı r olan ve da elanına enhip bir elemenin etki eden boyunca kuvveti:

$$(\bar{\tau} \cdot da) \cdot r = G \cdot \theta \cdot r^2 \cdot da \text{ dir.}$$

r 'nin sınırları 0 ile $D/2$ arasındaki integrali, uygunan M_b burulma momentini écrit olmalıdır. Buna göre:

$$\begin{aligned} M_b &= \int_0^{D/2} G \cdot \theta \cdot r^2 \cdot da \\ &= G \cdot \theta \int_0^{D/2} r^2 \cdot da \quad \text{burada } \int_0^{D/2} r^2 da \text{nin polar} \end{aligned}$$

momenti olduğu yerine yazılırsa:

$$M_b = G \cdot \theta \cdot I_p \quad (3) \text{ elde edilir.}$$

Külin birim döme açısı (3) den $\theta = \frac{M_b}{I_p \cdot G}$ olaraq bulunur (4)

θ nin denklem (4) deki değerleri (2) da yerine yazılırsak:

$$\bar{\tau} = r \cdot \theta \cdot G \Rightarrow \bar{\tau} = r \cdot \frac{M_b}{I_p \cdot G} \cdot G \Rightarrow \bar{\tau} = \frac{M_b \cdot r}{I_p} \text{ elde edilir (5)}$$

$r = \frac{D}{2}$ ve $I_p = \frac{\pi D^4}{32}$ değerleri yerine yazılırsak:

$$\text{Max boyunca gerilmesi } \rightarrow \bar{\tau}_{max} = \frac{16 M_b}{\pi D^3} \text{ olaraq bulunur.}$$

Çubuk boyu L olduğuna göre toplam burulma momenti

$$\Sigma = \frac{M_b \cdot L}{G \cdot I_p} \text{ olur edilir.}$$

G = Dayanma modülü

Σ = Dürüm açısı (radyan)

ÖRNEK 1. 5 cm çapında daire kesitli bir silin taşıyabileceğinin en fazla burulma momentini hesaplayınız. Silin boyu 5 m olduğuna göre iki ucu arasındaki dürüm açısını bulunuz ($Z_{em} = 800 \text{ kg/cm}^2$, $G = 8 \times 10^3 \text{ kg/cm}^2$)

ÇÖZÜM:

$$Z_{max} = \frac{16 M_b}{\pi D^3}$$

$$800 = \frac{16 M_b}{\pi \times 5^3} \Rightarrow M_b = \frac{800 \times \pi \times 5^3}{16} = 19635 \text{ kg.cm}$$

$$\Sigma = \frac{M_b \cdot L}{G \cdot I_p} = \frac{19635 \cdot 500}{8 \cdot 10^3 \times \frac{\pi \cdot 5^4}{32}} = 0.2 \text{ radyan}$$

10.2. Melim Kesitli Çubukların Burulması

Daha önce açıklanan dolu gövdeli çubuklar için bulunan formüller bu tür çubuklar içinde geçerlidir. Palat polar atalet momenti bulumurken (Şekil 10.4);

$$I_p = \frac{\pi (D^4 - d^4)}{32} \text{ eğitiliğinden yararlanılır.}$$

D = Dış çap

d = İç çap



Şekil 10-4

Bu durumda maksimum kayma gerilmesi:

$$\tau_{\max} = \frac{16 \cdot M_b \cdot D}{\pi (D^4 - d^4)} \quad \text{şeklini alır.}$$

Birim dönmə açısı:

$$\theta = \frac{32 \cdot M_b}{\pi (D^4 - d^4) \cdot g} \quad \text{şeklinde olur. Toplam burulma açısı (\gamma):}$$

$$\gamma = \frac{32 \cdot M_b \cdot L}{\pi (D^4 - d^4) \cdot g} \quad \text{formülünden bulunur.}$$

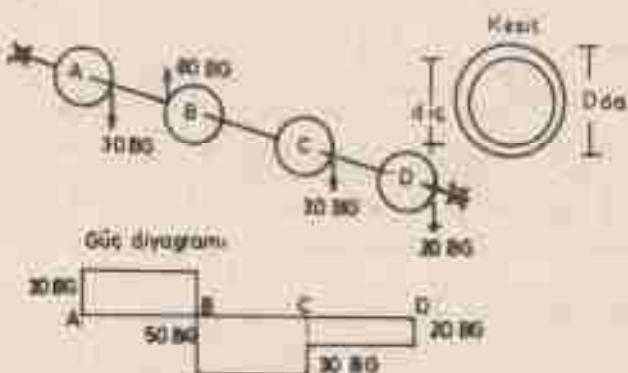
Hüllerde güç, milin dönmə hızı ve burulma momenti arasında

$$M_b = 716,2 \cdot \frac{\pi}{n} \quad \text{bağlantısı vardır. } \pi(\text{göç,BG}), n(\text{devir/dak}),$$

M_b = kgm dir.

ÖRNEK 2. Şekildeki mil 900 devir/dak hızla dönmektedir.

$\tau_{\text{em}} = 800 \text{ kg/cm}^2$ ve halde kesitte $d_{\text{ig}}/D_{\text{dig}} = 0,3$ olduğuna göre gerekli çapı hesaplayınız.



GÖSTERİ:

$$\text{Maksimum \(\sigma_{45}\) = } 50 \text{ MP}$$

$$M_b = 716.2 \cdot \frac{H}{n} = 716.2 \cdot \frac{50}{500}$$

$$M_b = 39.8 \text{ kNm}$$

$$M_b = 3980 \text{ kgm}$$

$$I_p = \frac{\pi (D_{d1g}^4 - d_{1g}^4)}{32}$$

$$I_p = \frac{\pi (D_{d1g}^4 - 0.8D_{d1g}^4)}{32}$$

$$\zeta_{\max} = \frac{16 \cdot M_b \cdot D_{d1g}}{\pi (D_{d1g}^4 - d_{1g}^4)} = \frac{16 \times 3980 \times D_{d1g}}{\pi (D_{d1g}^4 - 0.8D_{d1g}^4)} = 800$$

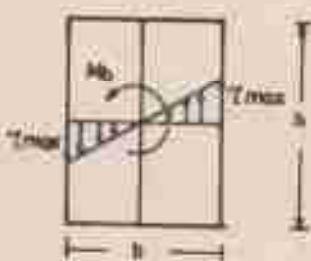
$$\text{Tattonmaka } \Rightarrow D_{d1g} = 3.5 \text{ cm}$$

$$d_{1g} = 0.8 \times 3.5 = 2.8 \text{ cm halasır.}$$

10.3. Dikdörtgen Kesitler İçin Burulma

Dairesel kesitli olmayan cubukların burulmasını incelemek için matematiksel elastisite teorisini uygulamak gereklidir. Bu nedenle sadece dikdörtgen ve kare kesit için burulma formülleri verilecektir.

a) Dikdörtgen kesit:

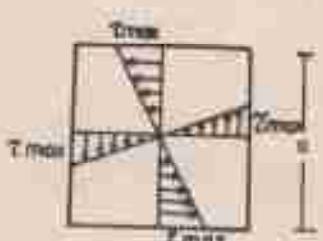


$h > b$ olmak şartıyla;
Maksimum kayna gerilmesi:

$$\zeta_{\max} = \frac{M_b}{I_1 \cdot ab^2}$$

Birim dökme eğimi:
 $\vartheta = \frac{M_b}{I_2 \cdot ab^2}$

b) Kare kesit:



Maksimum kayna gerilmesi:

$$\zeta_{\max} = \frac{x_b}{0,208 \cdot a^3}$$

Birim dökme eğimi:
 $\vartheta = \frac{M_b}{0,141 \cdot G \cdot a^4}$

I_1 ve I_2 için b/a oranının göre değerler aşağıdaki tabloda verilmüştür.

b/a	1	1,5	1,75	2	3	4	5	6	8	10	*
I_1	0,208	0,231	0,239	0,246	0,267	0,282	0,291	0,299	0,307	0,313	1/3
I_2	0,141	0,196	0,214	0,229	0,263	0,281	0,291	0,299	0,307	0,313	1/3

10.4. Boyutlandırma ve Kontrol Problemleri

Burulma halinde boyut ayarlanması

$$\zeta_{\max} = \frac{M_b}{W_b}$$

M_b = Burulma momenti

W_b = Burulma mukavemet momentidir.

$$W_b \text{ dairesel kesitlerde} = \frac{\pi r^3}{2} = \frac{\pi D^3}{16}$$

Kare kesitlerde = 0.205 m^3

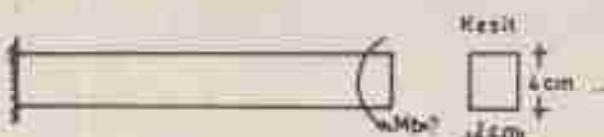
Dikdörtgen kesitlerde = $\zeta_1 \cdot h b^2$ şeklindedir.

Kontrol problemi:

$$\left. \begin{array}{l} \zeta < \zeta_{\text{em}} \\ \theta < \theta_{\text{em}} \end{array} \right\} \rightarrow \text{Partilerin sağlaması gereklidir.}$$

ÖRNEK 1. Şekilde boyutları verilen dikdörtgen kırığının taşıyabilceği maksimum burulma momentini hesaplayınız.

$\zeta_{\text{em}} = 800 \text{ kg/cm}^2$, $G = 8 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2$ elastik kırışılık liki ucu arasındaki döme açısını bulunuz.



ÇÖZÜM: Maksimum burulma momentini bulalım.

$$\zeta_{\max} = \frac{M_b}{\zeta_1 \cdot h b^2}$$

$$\frac{h}{b} = \frac{4}{2} = 2 \Rightarrow I_1(\text{tablodan}) = 0,246 \\ I_2(\text{tablodan}) = 0,229$$

$\sigma_{\max} = 800 \text{ kg/cm}^2$, $I_1 = 0,246$ 使者leri yerine yazılırsı:

$$800 = \frac{E_b}{0,246 \times 4 \times 2^2}$$

$E_b = 3148,8 \text{ kgcm}$ bulunur.

Birim doruk eğrisi:

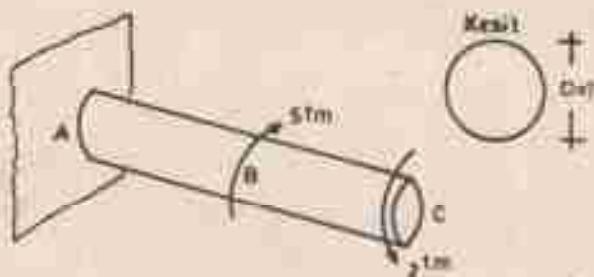
$$\theta = \frac{E_b}{I_2 \cdot G \cdot h \cdot b^2}$$

$$\theta = \frac{3148,8}{0,229 \times 8 \times 10^5 \times 4 \times 2^2} \approx 1,07 \times 10^{-3} \text{ radyan}$$

PROBLEMLER:

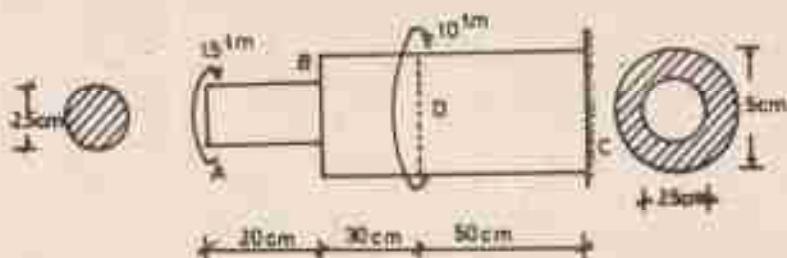
1. Şekilde turulma momentine maruz konsol cubuk
dairesel kesitli olarak dinayın edilecektir. $C_{sc} = 800 \text{ kg/cm}^2$
olduğuna göre cubuk kesitini belirleyeniz.

Cevap: ($D = 12.4 \text{ cm}$)



2. Şekilde gösterilen ankanstre milda A ucunun C
ucuna gire dönmə ağızının ve C kesitindeki maksimum geril-
meyi hesaplayınız. $G = 6,4 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2$

Cevap: ($\gamma = 0,022 \text{ radyan}$, $T = 500 \text{ kg/cm}^2$).



Ek.1. Greek Alfabesi

A, α	alpha	I, ι	ota	P, π	ota
B, β	bata	E, ε	appa	T, τ	igma
G, γ	gamma	A, Α	ambada	C, ς	ta
D, δ	delta	M, μ	ota	S, σ	ipitalo
Z, ζ	epikos	N, ν	ota	Φ, φ	phi
R, ρ	eta	X, ξ	ota	Χ, χ	chi
H, η	eta	O, ο	onitios	Ψ, ψ	psi
H, θ	theta	U, υ	ota	Ω, ω	omega

Ek.2. Ahşap İçin Sınırlı Serilmeleri (kg/cm^2)

Gördürme no'su	1. Seri		2. Seri		3. Seri	
	Genç	Şeytan Masa	Genç	Şeytan Masa	Genç	Şeytan Masa
Türen	100	110	100	110	20	20
Lütfen Aşağıda Verilenlerdeki Değerler	120	130	20	20	—	—
Lütfen Daha Düşük Değerlerle İşlenecektir.	110	120	10	10	10	10
Lütfen Daha Yüksek Değerlerle İşlenecektir.	20	20	20	20	20	20
Lütfen Daha Düşük Değerlerle İşlenecektir.	8	10	8	10	8	10

Ek.3. Çelik İğin Emniyet Gerilmeleri (kg/cm^2)

Gerilme kg/cm^2	Malzeme	
	M1 21	M2 12
Çelik İğine, kg/cm^2	1.400	2.100
Krom	900	1.200
Pürüzsüz veya rygtuslu haliyle ölçümdeki en fazla gerilme mildi	2.800	4.200

Ek.4. Metrik Sisteme Kullanılan Bulonlar

Bileşik No	Ölçümlük çapı d_b (mm)	Ölçümlük alanı T_b (mm ²)
M 12	9,953	9,143
M 14	1,388	1,410
M 16	1,673	2,300
M 18	1,875	2,760
M 20	2,070	3,170
M 22	2,319	4,190
M 24	2,545	5,900
M 26	2,841	8,360
M 28	3,080	10,450
M 30	3,389	14,970
M 32	3,613	18,270
M 34	3,913	22,940
M 36	4,134	23,530
M 38	4,158	26,200

Etki S. Fıçığın Karakteristikleri

Expt. No.	Time, hr.	Initial concn., mmole/l.	$\frac{d[\text{C}_6\text{H}_5\text{COOH}]}{dt}$, mmole/l./hr.	Concns. at time t			% conversion
				[C ₆ H ₅ COOH], mmole/l.	[C ₆ H ₅ COO ⁻], mmole/l.	[H ⁺], mmole/l.	
1	0.5	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	10.0
2	1.0	1.00	0.50	0.50	0.50	0.50	50.0
3	1.5	1.50	0.75	0.75	0.75	0.75	75.0
4	2.0	2.00	1.00	1.00	1.00	1.00	100.0
5	2.5	2.50	1.25	1.25	1.25	1.25	125.0
6	3.0	3.00	1.50	1.50	1.50	1.50	150.0
7	3.5	3.50	1.75	1.75	1.75	1.75	175.0
8	4.0	4.00	2.00	2.00	2.00	2.00	200.0
9	4.5	4.50	2.25	2.25	2.25	2.25	225.0
10	5.0	5.00	2.50	2.50	2.50	2.50	250.0
11	5.5	5.50	2.75	2.75	2.75	2.75	275.0
12	6.0	6.00	3.00	3.00	3.00	3.00	300.0
13	6.5	6.50	3.25	3.25	3.25	3.25	325.0
14	7.0	7.00	3.50	3.50	3.50	3.50	350.0
15	7.5	7.50	3.75	3.75	3.75	3.75	375.0
16	8.0	8.00	4.00	4.00	4.00	4.00	400.0
17	8.5	8.50	4.25	4.25	4.25	4.25	425.0
18	9.0	9.00	4.50	4.50	4.50	4.50	450.0
19	9.5	9.50	4.75	4.75	4.75	4.75	475.0
20	10.0	10.00	5.00	5.00	5.00	5.00	500.0
21	10.5	10.50	5.25	5.25	5.25	5.25	525.0
22	11.0	11.00	5.50	5.50	5.50	5.50	550.0
23	11.5	11.50	5.75	5.75	5.75	5.75	575.0
24	12.0	12.00	6.00	6.00	6.00	6.00	600.0
25	12.5	12.50	6.25	6.25	6.25	6.25	625.0
26	13.0	13.00	6.50	6.50	6.50	6.50	650.0
27	13.5	13.50	6.75	6.75	6.75	6.75	675.0
28	14.0	14.00	7.00	7.00	7.00	7.00	700.0
29	14.5	14.50	7.25	7.25	7.25	7.25	725.0
30	15.0	15.00	7.50	7.50	7.50	7.50	750.0
31	15.5	15.50	7.75	7.75	7.75	7.75	775.0
32	16.0	16.00	8.00	8.00	8.00	8.00	800.0
33	16.5	16.50	8.25	8.25	8.25	8.25	825.0
34	17.0	17.00	8.50	8.50	8.50	8.50	850.0
35	17.5	17.50	8.75	8.75	8.75	8.75	875.0
36	18.0	18.00	9.00	9.00	9.00	9.00	900.0
37	18.5	18.50	9.25	9.25	9.25	9.25	925.0
38	19.0	19.00	9.50	9.50	9.50	9.50	950.0
39	19.5	19.50	9.75	9.75	9.75	9.75	975.0
40	20.0	20.00	10.00	10.00	10.00	10.00	1000.0

Sit.6. Bir Qivinin Taşıyabileceği Yük

Akışkan Kalınlığı (mm)	Qarın sıcaklığı (°C) vəzifə (1/19. °C)	Bir qivinin taşıyabileceği təq. (kg)	
		Təq. həcmi	Qarın sıcaklığı
26	20/45	36	100
	21/28	37,5	75
	21/30	42	50
22	28/41	36	100
	21/29	37,5	75
	21/30	42	50
24	31/70	38,5	75
	34/70	42	50
	34/700	51,5	100
26	24/70	45	90
	28/100	52,5	105
	32/110	58,5	125
28	34/70	45	90
	38/100	52,5	105
	42/110	58,5	125
30	38/100	58,5	105
	42/110	62,5	125
	46/120	72,5	145
32	38/100	62,5	105
	42/110	68,5	125
	46/120	78,5	145
40	42/110	88,5	—
	46/120	98,5	105
	52/130	100	125
45	46/120	105,5	—
	52/130	105	100
50	56/130	122,5	—
	58/140	135	—
	65/150	150	100
55	52/140	135	—
	55/150	145	100
	60/160	150	125
60	55/150	150	—
	60/160	150	100
	65/170	160	125
70	59/160	165,5	—
	65/170	175	100
	75/180	185	125
80	70/170	185	—
	75/180	195	100
	80/190	205	125

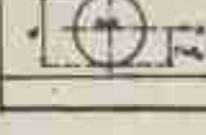
Ex. 7. Kolon Olaruk Rollenstan Genie Englands I Profilletari

Ht.	Radius (inch)						T - T					
	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26
14	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
16	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
18	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
20	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
22	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
24	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
26	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
28	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
30	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
32	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
34	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
36	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
38	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
40	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100



Ek.8. Normal Epitkennar Korniye Profilleri

Ek.9. Geçitli Geometrik Şekillerin Esas Özellikleri

Eş. Sayı	Aşırı	Aşırı yazılımlar	Aşırı maksat	Kullanıcı maksat	İsteğe başlı
	$r = \frac{d}{2}$	$r = \frac{d}{2} + \frac{r}{2}$ $r = \frac{d}{2} - \frac{r}{2}$	$r = \frac{d}{2} + \frac{r}{2}$ $r = \frac{d}{2} - \frac{r}{2}$	$r = \frac{d}{2}$ $r = \frac{d}{2}$	$r = \frac{d}{2}$ $r = \frac{d}{2}$
	$r = \frac{d}{2}$	$r = \frac{d}{2} + \frac{r}{2}$ $r = \frac{d}{2} - \frac{r}{2}$	$r = \frac{d}{2} + \frac{r}{2}$ $r = \frac{d}{2} - \frac{r}{2}$	$r = \frac{d}{2}$ $r = \frac{d}{2}$	
		$r = \frac{d}{2}$ $r = \frac{d}{2} + \frac{r}{2}$ $r = \frac{d}{2} - \frac{r}{2}$	$r = \frac{d}{2} + \frac{r}{2}$ $r = \frac{d}{2} - \frac{r}{2}$	$r = \frac{d}{2} + \frac{r}{2}$ $r = \frac{d}{2} - \frac{r}{2}$	
	$r = \frac{d}{4}$	$r = \frac{d}{4} + \frac{r}{2}$ $r = \frac{d}{4} - \frac{r}{2}$	$r = \frac{d}{4} + \frac{r}{2}$ $r = \frac{d}{4} - \frac{r}{2}$	$r = \frac{d}{4}$ $r = \frac{d}{4}$	$r = \frac{d}{4}$ $r = \frac{d}{4}$
	$r = \frac{d}{4}$	$r = \frac{d}{4} + \frac{r}{2}$ $r = \frac{d}{4} - \frac{r}{2}$	$r = \frac{d}{4} + \frac{r}{2}$ $r = \frac{d}{4} - \frac{r}{2}$	$r = \frac{d}{4}$ $r = \frac{d}{4}$	$r = \frac{d}{4}$ $r = \frac{d}{4}$
	$r = \frac{d}{4}$	$r = \frac{d}{4} + \frac{r}{2}$ $r = \frac{d}{4} - \frac{r}{2}$	$r = \frac{d}{4} + \frac{r}{2}$ $r = \frac{d}{4} - \frac{r}{2}$	$r = \frac{d}{4}$ $r = \frac{d}{4}$	
	$r = \frac{d}{2} + \frac{r}{2}$	$r = \frac{d}{2} + \frac{r}{2}$ $r = \frac{d}{2} - \frac{r}{2}$	$r = \frac{d}{2} + \frac{r}{2}$ $r = \frac{d}{2} - \frac{r}{2}$	$r = \frac{d}{2}$ $r = \frac{d}{2}$	
	$r = \frac{d}{2} + \frac{r}{2}$	$r = \frac{d}{2} + \frac{r}{2}$ $r = \frac{d}{2} - \frac{r}{2}$	$r = \frac{d}{2} + \frac{r}{2}$ $r = \frac{d}{2} - \frac{r}{2}$	$r = \frac{d}{2}$ $r = \frac{d}{2}$	
	$r = \frac{d}{2}$	$r = \frac{d}{2} + \frac{r}{2}$ $r = \frac{d}{2} - \frac{r}{2}$	$r = \frac{d}{2} + \frac{r}{2}$ $r = \frac{d}{2} - \frac{r}{2}$	$r = \frac{d}{2}$ $r = \frac{d}{2}$	$r = \frac{d}{2}$ $r = \frac{d}{2}$

**Ek.10. Çeşitli Yükleme Durumlarında Kırıqlarda
Zemin ve Gehim**

#	Yüklenme durumu	Mesnaf momentleri	Tüketim momentleri	Zemindeki zırıltı ve çökme $\frac{P}{L}$ (m)	Düzenleme teknikleri
1		$A = P$ $L = \frac{P_1 + P_2}{2}$	$M_{12} = -P_1 L$ $M_{21} = -P_2 L$	$\frac{P}{L} + \frac{P_1^2}{2L} + \frac{P_2^2}{2L}$ $L = \frac{P_1 + P_2}{2}$	$\frac{P_1^2}{2L} + \frac{P_2^2}{2L}$
2		$A = P$ $L = \frac{P_1 + P_2}{2}$	$M_{12} = -P_1 L$ $M_{21} = -P_2 L$	$\frac{P}{L} + \frac{P_1^2}{2L} + \frac{P_2^2}{2L}$ $P = \frac{P_1 + P_2}{2}$ $\frac{P_1^2}{2L} + \frac{P_2^2}{2L}$ $L = \frac{P_1 + P_2}{2}$	$\frac{P_1^2}{2L} + \frac{P_2^2}{2L}$
3		$A = P_1$ $L = \frac{P_1 + P_2}{2}$	$M_{12} = -\frac{P_1^2}{2} + \frac{P_2^2}{2}$ $M_{21} = -P_2 L$ $M_{11} = -\frac{P_1^2}{2}$	$\frac{P}{L} + \frac{P_1^2}{2L} + \frac{P_2^2}{2L}$ $P = P_1$ $\frac{P_1^2}{2L} + \frac{P_2^2}{2L}$ $L = \frac{P_1 + P_2}{2}$	$\frac{P_1^2}{2L} + \frac{P_2^2}{2L}$
4		$A = \frac{P_1}{2}$ $L = \frac{P_1 + P_2}{2}$	$M_{12} = -\frac{P_1^2}{8}$ $M_{21} = -\frac{P_2^2}{8}$	$\frac{P}{L} + \frac{P_1^2}{8L} + \frac{P_2^2}{8L}$ $L = \frac{P_1 + P_2}{2}$	$\frac{P_1^2}{8L} + \frac{P_2^2}{8L}$ $L = \frac{P_1 + P_2}{2}$
5		$A = P_1$ $L = \frac{P_1 + P_2}{2}$	$M_{12} = -\frac{P_1^2}{2}$ $M_{21} = -P_2 L$	$\frac{P}{L} + \frac{P_1^2}{2L}$ $L = \frac{P_1 + P_2}{2}$	$\frac{P_1^2}{2L}$
6		$A = P_1 + P_2$ $L = \frac{P_1 + P_2}{2}$	$M_{12} = -P_2 L$ $M_{21} = -P_1 L$ $M_{11} = -P_2 L$	$\frac{P}{L} + \frac{P_1^2}{2L} + \frac{P_2^2}{2L}$ $L = \frac{P_1 + P_2}{2}$	$\frac{P_1^2}{2L} + \frac{P_2^2}{2L}$
7		$A = P_1$ $L = \frac{P_1 + P_2}{2}$ $\frac{P_1^2}{2L} + \frac{P_2^2}{2L}$	$M_{12} = -P_2 L$ $M_{21} = -P_1 L$ $M_{11} = -\frac{P_1^2}{2L}$ $M_{22} = -\frac{P_2^2}{2L}$	$\frac{P}{L} + \frac{P_1^2}{2L} + \frac{P_2^2}{2L}$ $L = \frac{P_1 + P_2}{2}$ $\frac{P_1^2}{2L} + \frac{P_2^2}{2L}$	$\frac{P_1^2}{2L} + \frac{P_2^2}{2L}$
8		$A = P_1$ $L = \frac{P_1 + P_2}{2}$	$M_{12} = -\frac{P_1^2}{2} + \frac{P_2^2}{2}$ $M_{21} = -P_2 L$	$\frac{P}{L} + \frac{P_1^2}{2L} + \frac{P_2^2}{2L}$ $L = \frac{P_1 + P_2}{2}$	$\frac{P_1^2}{2L} + \frac{P_2^2}{2L}$
9		$A = P_1$ $L = \frac{P_1 + P_2}{2}$	$M_{12} = -\frac{P_1^2}{2} + \frac{P_2^2}{2}$ $M_{21} = -P_2 L$ $M_{11} = -\frac{P_1^2}{2}$	$\frac{P}{L} + \frac{P_1^2}{2L} + \frac{P_2^2}{2L}$ $L = \frac{P_1 + P_2}{2}$	$\frac{P_1^2}{2L} + \frac{P_2^2}{2L}$
10		$A = P_1$ $L = \frac{P_1 + P_2}{2}$	$M_{12} = -\frac{P_1^2}{2} + \frac{P_2^2}{2}$ $M_{21} = -P_2 L$ $M_{11} = -\frac{P_1^2}{2}$	$\frac{P}{L} + \frac{P_1^2}{2L} + \frac{P_2^2}{2L}$ $L = \frac{P_1 + P_2}{2}$	$\frac{P_1^2}{2L} + \frac{P_2^2}{2L}$
11		$A = P_1$ $L = \frac{P_1 + P_2}{2}$	$M_{12} = -\frac{P_1^2}{2} + \frac{P_2^2}{2}$ $M_{21} = -P_2 L$ $M_{11} = -\frac{P_1^2}{2}$	$\frac{P}{L} + \frac{P_1^2}{2L} + \frac{P_2^2}{2L}$ $L = \frac{P_1 + P_2}{2}$	$\frac{P_1^2}{2L} + \frac{P_2^2}{2L}$
12		$A = P_1$ $L = \frac{P_1 + P_2}{2}$	$M_{12} = -\frac{P_1^2}{2} + \frac{P_2^2}{2}$ $M_{21} = -P_2 L$ $M_{11} = -\frac{P_1^2}{2}$	$\frac{P}{L} + \frac{P_1^2}{2L} + \frac{P_2^2}{2L}$ $L = \frac{P_1 + P_2}{2}$	$\frac{P_1^2}{2L} + \frac{P_2^2}{2L}$
13		$A = P_1$ $L = \frac{P_1 + P_2}{2}$	$M_{12} = -\frac{P_1^2}{2} + \frac{P_2^2}{2}$ $M_{21} = -P_2 L$ $M_{11} = -\frac{P_1^2}{2}$	$\frac{P}{L} + \frac{P_1^2}{2L} + \frac{P_2^2}{2L}$ $L = \frac{P_1 + P_2}{2}$	$\frac{P_1^2}{2L} + \frac{P_2^2}{2L}$

KAYNAKLAR

- ABEES, K.F., PALMER, A.R., 1963, "Mechanics of Materials", Mc Graw-Hill Book Company, New York.
- AYATA, İ., 1980, "Ahşap Yapı ve Taşbeti Sistemlerin Hesap Kızınları", Diner Matbaası, İstanbul.
- BALABAN, A., 1984, "Statik", A.Ü. İİİmat Fakültesi Yayımları, Ankara.
- BALABAN, A., ŞEN, E., 1984, "Parımsal İngat", A.Ü. İİİmat Fakültesi Yayımları, Ankara.
- BENGTSSON, L.P., WHITAKER, J.H., 1986, "Fasc Structures", FAO.
- ÇELİK, T., 1976, "Çelik Ahşap ve Çelik Problemleri", Matbaa Teknisyenleri Basımevi, İstanbul.
- İNAN, M., 1957, "Cisimlerin Muhavemeti", Açı Kitabevi Matbaası, İstanbul.
- KARATAŞ, H., 1985, "Muhavemet", Çağlayan Kitabevi, İstanbul.
- NASH, W.A., 1972, "Strength of Material", Çeviri: S. Ümer, Güven Kitabevi Yayımları, 1979, Ankara.
- ÖZTÜRK, A.Z., CAĞDAŞ, S., 1981, "Muhavemet", Murat Dern Yayımları, İstanbul.
- PAKDEMİLLİ, M., CAĞLAYAN, T., ÜZEMİR, A., 1973, "Grafostatik ve Muhavemet", Elif Matbaacılık, Ankara.
- POPOV, R.P., 1976, "Muhavemet", Çeviri: H. Demiray, Çağlayan Kitabevi, İstanbul.
- STEPIN, P., "Strength of Materials", Peace Publishers, Moscow.
- SÜBAŞI, I.K., 1986, "Ahşap İngatatta Örneklerle Statik", Menteş Kitabevi, İstanbul.
- TIMOSHENKO, S., 1961, "Cisimlerin Muhavemeti", Ankara Matbaası, İstanbul.

- TOPKAYA,H., 1970, "Mühendislik", Güven Kitabevi Yayımları,
Ankara.
- ULUĞ,T.N., ODAHANCI,Y., 1970, "Aşap ve Çelik Hamipleri",
Ari Kitabevi Matbaası, İstanbul.
- WHITE,S.A., 1969, "Solution of Problems in Strength of
Materials", Pitman Paperbacks, London.
- YILMAZ,O., "Mühendislik", Çeviri: TÜSBSİC, İlmec Duyanıveri,
İstanbul.
- YILMAZ,O., AKGÜN,K., ÇAKIRDOKU,A.O., 1980, "Çelik Mühendislik
Problemleri", Gazi Üniversitesi Mühendislik Fakültesi,
Trabzon.



