TC
ANKARA ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ
FELSEFE (BİLİM TARİHİ)
ANABİLİM DALI

OSMANLILAR'DA ANALİTİK GEOMETRİ:

HENDESE-İ HALLİYYE VE HENDESE-İ TAHLÎLİYYE

Doktora Tezi

Semiha Betül TAKICAK

ANKARA-2017

TC
ANKARA ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ
FELSEFE (BİLİM TARİHİ)
ANABİLİM DALI

OSMANLILAR'DA ANALİTİK GEOMETRİ:

HENDESE-İ HALLİYYE VE HENDESE-İ TAHLÎLİYYE

Doktora Tezi

Semiha Betül TAKICAK

Tez Danışmanı

Prof. Dr. Melek DOSAY GÖKDOĞAN

ANKARA-2017

TC
ANKARA ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ
FELSEFE (BİLİM TARİHİ)
ANABİLİM DALI

OSMANLILAR'DA ANALİTİK GEOMETRİ:

HENDESE-İ HALLİYYE VE HENDESE-İ TAHLÎLİYYE

Doktora Tezi

Semiha Betül TAKICAK

Tez Danışmanı

Prof. Dr. Melek DOSAY GÖKDOĞAN

Tez Jürisi Üyeleri

Adı Soyadı	**İmzası**
……………………………………….	…………………
……………………………………….	…………………
……………………………………….	…………………
……………………………………….	…………………
……………………………………….	…………………

Tez Sınavı Tarihi ……..…….

TÜRKİYE CUMHURİYETİ

ANKARA ÜNİVERSİTESİ

SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ MÜDÜRLÜĞÜNE

Bu belge ile, tezdeki bütün bilgilerin akademik kurallara ve etik davranış ilkelerine uygun olarak toplanıp sunulduğunu beyan ederim. Bu kural ve ilkelerin gereği olarak, çalışmada bana ait olmayan tüm veri, düşünce ve sonuçları andığımı ve kaynağını gösterdiğimi ayrıca beyan ederim. (….../..…/…….)

Tezi Hazırlayan Öğrencinin

Adı Soyadı

Semiha Betül Takıcak

İmzası

………..……………………….....

İÇİNDEKİLER

KISALTMALAR

MUR	: Mecmûa-i Ulûm-ı Riyâziye
Kem. Mevh.	: Kemmiyyât-ı mevhûmenin sûret-i irâesine dair yeni bir nazariyye
OMLT	: Osmanlı Matematik Literatürü Tarihi
bk.	: Bakınız
Çev.	: Çeviren
Ed.	: Editör
s.	: Sayfa
vd.	: Ve diğerleri
b.	: Baskı
Yay. Haz.	: Yayına hazırlayanlar
TY	: Türkçe yazmalar
öl.	: Ölüm yılı

Matematiksel İşlemlerdeki Osmanlıca Harflerin Latin ve Yunan Harflerindeki Karşılığı

l , *L*	: ل	ل
b, *B*	: ب	ب
c, *C*	: ج	ج
d, *D*	: د	د
x, *X*	: س	س
γ	:لا (açı)	لا
g, *G*	: ق	ق
v, *V*	: و	و
n, *N*	: ʘ	ʘ
α	: عه (açı)	
β	: هه (açı)	هه
cos	: تجب	تجب
s, *S*	: ص (nokta)	ص
t, *T*	: ت	ت
z, *Z*	: ص (eksen)	ص
r, *R*	: ر	ر
k, *K*	: ك	ك
m, *M*	: م	م
f, *F*	: ف	ف
h, *H*	: ح	ح
l, *L*	:لا(nokta)	لا
y, *Y*	: ع	ع
e, *E*	: ه	ه
θ	: به (açı)	به
φ	: حه (açı)	
δ	: طه (açı)	طه
sin	: جب	جب
t′, *T′*	: ط	ط
tan	: مما	مما
$f(x,y) = 0$	: با (س،ع) = ٠	ا(س،ع)=٠

ÖNSÖZ

Doktora savunma sınavıma sayılı günler kala hissettiğim en büyük farkındalık, akademik yaşantının sürdürülebilmesi için pek çok değişkenin aynı anda var olması gerektiği. Domino taşları gibi, birinin eksikliği büyük tablonun oluşmasını engelleyebilir; çalışılan konunun verimliliğinden tutun da, iş saatlerinize kadar her şey bu tablonun tamamlanabilmesi için yerine göre önem arzedebilir. Bu uzun ve zahmetli süreçteki en büyük talihimin, eksikleri tamamlayan yegâne unsurun, sevgili eşimin ve sayın hocalarımın varlıkları olduğunu düşünüyorum.

Tezin her aşamasında emeğini ve özverisini büyük bir cömertlikle sunan, zor zamanlarda moral verip motive etme nezâketini gösteren, öğrencisi olmaktan her zaman kıvanç duyacağım sayın danışmanım Prof. Dr. Melek DOSAY GÖKDOĞAN'a; tez hakkındaki fikirsel yönlendirme ve değerlendirmeleriyle ufuk açan, bilim tarihine bilimsel bir bakıç açısı kazanmamız için büyük emek harcayan sayın Prof. Dr. Remzi DEMİR'e; tezin her satırında "doğru üslûbun oturtulması" için sabırla gayret gösteren, yokluğu halinde tezin büyük bir kısmının eksik kalacağını düşündüğüm sayın Prof. Dr. Cem TEZER'e sonsuz teşekkürlerimi sunuyorum.

Ayrıca, mesâfe olarak uzaklığa rağmen, desteklerini hiçbir zaman esirgemeyen, yüreklendirmelerini her zaman hisettiğim yüksek lisans tez danışmanlarım Prof. Dr. Yavuz UNAT'a ve Prof. Dr. Ahmet KAÇAR'a sonsuz teşekkürlerimi sunuyorum.

O olmasa kesinlikle bu kadarını yapamazdım. Yüksek lisans ve doktora tez hazırlama sürecimdeki destekleriyle "eş" kavramının anlamını derinleştiren ve zenginleştiren, biricik meslektaşım, sevgili eşim Müjdat TAKICAK'a varlığı için sonsuz sevgilerimi sunuyorum.

Bu tez sayesinde, Matematik Tarihine bir nebze de olsa katkım olacaksa kendimi mutlu sayacağım.

Semiha Betül TAKICAK

Keçiören, Mart 2017

GİRİŞ

Analitik geometri[1], logaritma, kompleks sayılar, diferansiyel ve integral hesap Osmanlılar'da bilinmeyen modern matematik dallarıdır. Askerlik sanatı başta olmak üzere, devletin tüm alanlarında ihtiyaç duyulan bu yeni bilimlerin ülkeye getirilmesi için Avrupa kaynaklarından 19. yüzyılda faydalanılmaya başlanmış, tercüme ve telif yoluyla açık kapatılmaya çalışılmıştır (Tezer, 2010, s. 1).

Analitik geometri hariç, söz konusu olan diğer modern matematik dallarının Osmanlılar'daki yansımaları hakkında matematik tarihçileri tarafından çeşitli araştırmalar yürütülmüştür. Ancak Osmanlılar'da analitik geometri, hiçbir araştırmaya konu teşkil etmediğinden, aydınlatılması gereken bakir bir alan olarak karşımıza çıkmaktadırtır. Literatürdeki bu eksikliği gidermek adına, bu tez çalışması kapsamında Osmanlı döneminde kaleme alınmış, yedi farklı yazarın, *Hendese-i Halliyye* veya *Hendese-i Tahlîliyye* yani "Analitik Geometri" adını taşıyan dokuz kitabı tespit edilerek incelenmiştir. Bunların dışında, Cumhuriyet Dönemi'nde Kerim Erim tarafından kaleme alınan, Osmanlıca ve yeni alfabenin birlikte kullanıldığı *Hendese-i Tahlîliyye* adlı el yazması eser de, içeriğinde ağırlıklı olarak Osmanlıca tercih edildiği için araştırmanın örneklemine dâhil edilmiştir. Ayrıca, Başhoca İshak Efendi'nin *Mecmûa-i Ulûm-ı Riyâziye* adlı eseri, modern bilimleri Osmanlılar'a tanıtan ilk eser olduğundan, muhtevâsında analitik geometri olup olmadığını tespit etmek adına incelemeye alınmıştır. Sonuç olarak, kitap veya kitap bölümü kaleme almış toplamda dokuz yazar ve on bir kitap bu tez çalışması kapsamında incelenmiştir. Söz konusu

[1] Analitik geometri sayesinde, koordinatlar aracılığı ile eğriler denklemlerle ifade edilir. Böylece eğrilerin geometrik özelliklerini cebirsel formüllerle belirleme olanağı doğar. Üstelik denklemleri de grafikle dile getirmeye olanak sağlayan analitik geometri, cebrin analize dönüşmesine, bu arada "değişken", "fonksiyon" ve "fonksiyonel bağımlılık" gibi kavramların belirginleşmesine, bu kavramların geometrik terimlerle ifadesine yol açar (Yıldırım, 2010, s. 77).

yazarlardan Başhoca, Ahmed Zihnî Efendi ve Şükrü Sayan'ın eserleri, bazı öne çıkan özelliklerinden dolayı daha detaylı bir incelemeye tabi tutulmuştur.

Bu tezle birlikte ulaşabildiğimiz analitik geometri konulu eski harflerle kaleme alınmış tüm eserler incelenmiştir. Böylece içerik ve yöntem olarak tüm kitapları karşılaştırma imkânı mümkün olmuştur. Bu çalışma, örnekleminin genişliği ve dolayısıyla bulgularının güvenirliği açısından da önem arzetmektedir.

Başhoca İshak Efendi'nin en büyük hizmeti kuşkusuz modern Batı biliminin ülkeye girişini sağlamasıdır. Bunun yanında, kaleme aldığı eserlerin yabancı kaynaklara dayanmasına rağmen, matematik, fizik, kimya ve mekaniğe ait modern terimleri mümkün olduğu ölçüde Türkçeye aktarmıştır (Adıvar, 1982, s. 219-220; Dosay, 2002, s. 209-210; İhsanoğlu, 1989, s. 33-64). Şemseddin Sami, Doğu'da karşılıkları bulunmayan yeni bilimsel terimlere isim bulma konusunda İshak Efendi'yi takdir etmekte (Sami, 1306/1889, s. 50), Mehmed Esad ise kimya alanındaki bazı isimlendirmeleri ilk defa İshak Efendi'nin yaptığını, Başhoca'dan sonra gelenlerin ise ondan alıntı yaptığını belirtmektedir (Esad, 1312/1894, s. 39). Mehmed Esad'ın bahsettiği bu isimlendirmeyi, İhsanoğlu kitabında ayrıntılı olarak bir tablo halinde sunmuştur (İhsanoğlu, 1989, s. 75-78). Benzer durum matematikte de söz konusudur; *MUR* diferensiyel integral hesap notasyonlarının ve terimlerinin Türkçe karşılıklarının kullanılması açısından bir ilktir (Kökçü, 2014, s. 78).

Acaba analitik geometri, modern bilimlerin diğer alanlarında olduğu gibi, Osmanlı'ya ilk defa İshak Efendi vasıtasıyla mı girmiştir? Diferensiyel integral hesap ve kimya terimlerini Türkçeleştiren Başhoca İshak Efendi, analitik geometri terimlerinin Türkçeleştirmesini de yapmış mıdır? Bu sorular araştırmamızın problem durumlarından birkaçıdır. İlk bölümde etraflıca ele alınan analitik geometri tarihinin ardından, tüm bu sorulara cevap aramak için, tezin ikinci bölümde Başhoca'nın eseri analitik geometri bağlamında ele alınmıştır.

Osmanlılar'da analitik geometri geleneği konusunda akla gelen bir diğer soru, ilk analitik geometri kitabının yazarının kim olduğudur. Devlet eliyle kurulan sivil mühendis okulu Darülfünün-ı Sultanî Turuk-u Maabir Mektebi'nde 1876-1877 yılında birinci sınıflara, 1875-1876 ve 1876-1877 yıllarında ikinci sınıflara analitik geometri dersi veren Ali Haydar Dâniş Bey'in (öl. 1304/1887) (İshakoğlu-Kadıoğlu, 1998, s. 54; Kaçar, ve diğerleri, 2012, s. 147), *Hendese-i Halliyye* adlı bir eserinin olduğunu Bursalı Mehmed Tahir dile getirmektedir (Tahir, 1342/1926, s. 268). Ancak söz konusu kitabın herhangi bir nüshasına ulaşılamamıştır. Benzer şekilde, Ali Rıza Bey (1326/1908'de sağ) Harbiye'de matematik hocası iken makine ve analitik geometri dersleri vermiştir. *OMLT'de,* kitabın varlığından bahsedilmesine rağmen yazarın *Hendese-i Halliyye (1305/1888)* adlı eserine ulaşılamamıştır (İhsanoğlu, Şeşen, & İzgi, 1999, s. 413).

Tespit edebildiğimiz kadarıyla en erken tarihli kitap, Ahmed Zihnî Efendi'nin 1310/1892 tarihli *Hendese-i Halliyye* adlı eseridir. Osmanlılar'da kaleme alınmış ilk analitik geometri kitabı olması hasebiyle, tezimizin üçüncü bölümünde bu eser etraflıca ortaya konulmaya çalışılmıştır.

Vidinli Hüseyin Tevfik Paşa ve Salih Zeki gibi son dönem Osmanlı bilim adamlarının en büyük çabalarından biri, matematiksel olarak ortaya yeni bir şeyler koyabilmekti. *Hendese-i Tahlîliyye* (1331/1912) adlı bir analitik geometri kitabı kaleme alan Şükrü Sayan, bu güdüyle hareket ederek, eserinin sonuna 30 sayfalık

“Kemmiyyât-ı Mevhûmenin Sûret-i İrâesine Dair Yeni Bir Nazariyye” başlıklı müstakil bir makale eklemiştir. Tezin dördüncü bölümünde Şükrü Bey’in analitik geometri konulu kitabı matematiksel açıdan ayrıntılı olarak incelenerek, *yeni bir nazariyye* ifadeleriyle özgünlük vurgusu yapılan makalenin içeriği tartışılmıştır.

Tezin son bölümünde, analitik geometri kitabı kaleme alan diğer yazarlar ve eserleri tanıtılmış, ayrıca bu dersi veren şahsiyetlere değinilmiştir. Her kitabın ayrıntılı olarak hazırlanmış içindekiler kısmına, tezin Ekler kısmında yer verilmiştir.

Eserler incelenirken, matematiksel olarak kitapları karşılaştırma ve incelemenin yanında, kavramların yazarlar tarafından adlandırılma şekli de tartışılmıştır. Kavramı karşılayan terim üretebilme konusunda yazarların zayıf ve güçlü yönleri ile yeni üretilen ve tekrar edilen terimler ortaya konulmaya çalışılmıştır.

1. BÖLÜM:

ANALİTİK GEOMETRİ TARİHİ

1.1 “Evrimsel” Bir Bilim Olarak Matematik

Birikimsel gelişmeye uygun doğası gereği matematik, deri değiştirmek gibi süreçlere gereksinimi olmadığından katılımlarla büyür ve gelişir. Bu doğrultuda, Descartes’ın, matematik alanına en önemli katkısı olan analitik geometriyi kurgulamasının temelinde geçmişle yeni bağlar kurma çabasının yatması, aslında hiç de sürpriz sayılmaz (Boyer C. B., 2015, s. 369). Bu bağlamda matematiğin, özel olarak ise analitik geometrinin “evrimsel” ilerlediğini söylemek mümkündür. Bu evrimsel süreçte, analitik geometrinin Descartes’ın zihninde birden ortaya çıktığını düşünmek veya Yunanlar tarafından bulunduğunu iddia etmek yadsınması gereken durumlardır.

Farklı yazarlar, analitik geometrinin üç temel aşamadan geçerek modern haline geldiği konusunda hemfikirdirler:

1. Antik Çağ’da ortaya çıkan koordinat sistemi fikriyle noktaların yerlerinin belirlenmesi.

2. Orta Çağ’da, cebir ve geometri arasındaki birebir uyumun, yani tekabüliyetin fark edilmesi.

3. Modern dönemde, $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiksel olarak ifadesi ve buna karşılık gelen denklemin belirlenmesi. (Smith, 1958, s. 316; Coolidge, 1936, s. 231; Cengiz, 1969, s. 1-2)

Evrimsel olarak geliştiğini savladığımız analitik geometri, bu basamakların her birinde kendinden sonra gelen aşamaya dâhil olarak, yığılmalı bir şekilde ilerlemiştir.

Bu evrimsel süreci detaylandırmak adına, modern analitik geometrinin ortaya çıkmasını hazırlayan her bir adım betimlenmeye çalışılacaktır.

1.2 *La Géométrie* Öncesi Dönem

İlk olarak koordinat fikrinin gelişim aşamalarına ve katkıda bulunanlara bakacak olursak, **eski uygarlıklardan** Mısırlılar'da arsa taksimi ile hiyeroglif yazıları yerleştirmek için kullanılan, Mezapotamya'da ise MÖ 1400 gibi erken bir tarihte gökyüzü gözlemine yardımcı olan, ızgara şeklindeki yapılar koordinat sisteminin "atası" olarak değerlendirilebilir. Bununla birlikte, eski uygarlıkların bugünkü anlamda bir koordinat sistemine veya analitik geometriye ulaştıklarına dair herhangi bir kanıt yoktur (Smith, 1958, s. 316; Boyer C. B., 2004, s. 2).

Eski Çağ uygarlıklarının aksine, matematiğe kavramsal bir boyut kazandıran Yunanlar'da koordinat sistemine benzer yapılarla karşılaşmak mümkündür. Koordinat sistemine benzer şekilde, nesnelerin bir referans noktasına göre konumunun belirlenmesi ilk olarak Yunan coğrafyacı ve astronom **Hipparchus'da** (MÖ 190-MÖ 120) karşımıza çıkmaktadır. Hipparchus'un çalışmalarında gökyüzündeki yıldızların yerlerini *latitude* (ordinate/lenght/enlem) ve *longitude* (absisca/width/boylam) yardımıyla belirlediği görülmektedir (Smith, 1958, s. 316-317; Cengiz, 1969, s. 1-2; Coolidge, 1936, s. 232).

Koni kesitlerinin kâşifi olan **Menaechmus** (MÖ 380-MÖ 320), modern olarak $y^2 = kx$ şeklinde ifade ettiğimiz parabol denklemine temel geometrik eşitliklere ulaşmıştır. Ayrıca, orta orantılı çoklukları (mean proportional) ve benzer üçgenleri kullanarak elde edilen koniklere dair birkaç özellik de Menaechmus'a aittir. Bazı kaynaklar bu ispatları yaparken koordinat kullanımına çok yaklaştığı için

Menaechmus'un analitik geometriyi ihdas ettiğini belirtmektedir. Ancak Yunan matematik dünyasındaki cebirsel simgelerin eksikliği tam bir koordinat geometrisinin kullanımına izin vermemektedir (Coolidge, 1936, s. 233-234; Smith, 1958, s. 317; Boyer C. B., 2004, s. 56; Boyer C. B., Matematiğin Tarihi, 2015, s. 118-120).

Modern anlamda koordinat fikrine en çok yaklaşan **Apollonius** (MÖ 262-MÖ 290), bir elips veya hiperbolün çapına paralel çizilen bir dizi kirişin orta noktalarının ikinci bir çap oluşturacağını ortaya koymuş ve bunlara eşlenik çap[2] demiştir. Koniklerde eşlenik çaplar sistemi çok kullanışlı bir çerçeve oluşturmuş, bir çeşit koordinat referans sistemi olarak kullanılmış, hiperbolün asimptotlarından da eksenler olarak söz edilmiştir (Boyer C. B., 2015, s. 177-179). Görünen o ki elipste eşlenik çaplar, hiperbolde ise asimptotlar eksen işlevi görmüştür. Bu yaklaşım hakkında Boyer'in yorumu şu şekildedir:

> Apollonius'un koniklerde kullandığı yöntemler modern yaklaşımlara öylesine yakındır ki sanki 1800 yıl sonra Descartes'ın ortaya koyacağı analitik geometriyi tahmin etmiş ve ona göre davranmış gibidir. Genel konuşmak gerekirse, referans doğrularının kullanımı, özel örnekler vermek gerekirse çapın uzantısından eğriye çizilen teğetler bizim kullandığımız koordinat düzleminden temelde farklı değildir (Boyer C. B., 2015, s. 185).

Antik Çağ'ın büyük matematikçilerinden Apollonius'un dahi analitik geometriyi geliştirme konusunda başarısız olmasının nedeni, her ne kadar kesin sonuçlar da verse, kullanışsız bir araç olan geometrik cebir aracılığı ile çalışmış

[2] İng. conjugate diameter, Fr. diamétre conjugué (Hacısalihoğlu, Hacıyev, Kalantarov, & Sabuncuoğlu, 2009, s. 123). Literatürde "eşlenik çap" kullanımı da mevcuttur (Balcı, 2012, s. 86).

olmasıdır. Analitik geometrinin kurucularının elinde ise tüm bir Rönesans dönemi cebrinin olduğu unutulmamalıdır (Struik, 2011, s. 84; Boyer C. B., 2015, s. 186).

Yunanlar gibi Romalılar'da da benzer durum söz konusudur. İskenderiyeli **Heron** (MS 10-MS 70), arazi ölçümlerinde belirgin bir şekilde 2 ve 3 boyutlu ortamlarda koordinatları kullanırken, Romalılar cadde ve sokakların düzenlenmesinde dik koordinatlardan faydalanmışlardır (Smith, 1958, s. 317; Boyer C. B., 2004, s. 35).

İskenderiyeli Pappus'un (MS 320) *Koleksiyon'un* VII. kitabında sonsuz çeşitte yeni eğri içeren genelleştirilmiş bir problem ortaya koyması, analitik geometrinin temel prensiplerine çok yaklaşmış olduğunu düşündürtmektedir. Pappus, "iki ya da üç doğruya göre locus"[3] problemlerini Eukleides ve Apollonius'un da ele aldığını dile getirmiş, kendisi ise dört doğrudan fazlasını ele alan bir problemi incelemiştir. Altıdan fazla doğru içeren problemlerle ise üçten fazla boyut yoktur diyerek ilgilenmemiştir. Pappus önermesini biraz daha ilerletmiş olsaydı belki genel bir sınıflandırma yaparak Descartes'a öncülük etmiş olacaktı. Tam bir geometrici olan Pappus, bu tip eğriler için "basitçe eğri denilerek geçilen bu konu hakkında daha fazla bilgimiz yoktur" diyerek bu türden "loci" üzerine daha derin bir çalışma yapmamıştır. Analitik geometri için gerekli olan, cebir ve geometriye aynı değeri veren matematikçi Descartes olmuştur. Ancak analitik geometrinin keşfinde tam anlamıyla başlangıç noktası olan unsurun Pappus'un bu problemi olduğunu vurgulamak gerekir. Çünkü Descartes'ın analitik geometri çalışmalarına Pappus'un eserini incelemeyle başladığı bilinmektedir. Bu doğrultuda Pappus'un, bizim analitik geometri dediğimiz

[3] Locus, plane loci: Geometrik yer (Tuncer, 1995, s. 427).

kavramdan sanıldığı kadar da uzak olmadığı söylenebilir (Boyer C. B., 2015, s. 219-221; Descartes R. , 2014, s. 21-22; Cajori F. , 2014, s. 210).

Zaman ilerledikçe, modern kullanıma evrildiği görülen koordinat fikri, **Nicole Oresme'in** (1323-1382) fizik çalışmalarında, düzgün doğrusal bir ivme ile hızlanarak ilerleyen bir cismin hız/zaman grafiği olarak karşımıza çıkmaktadır. 1325-1359 yılları arasında, Oxford'da bulunan Merton College'indeki bir grup matematikçi, hareketi nicel olarak tanımlamak için kavramsal bir çerçeve ortaya atmıştır. Oresme, bu yeni ve güçlü geometri tekniğini kullanarak, o dönem bilinen en ünlü fizik kurallarından biri olan Merton yasasını geometrik olarak ispatlamıştır. Oresme, zamanı yatay, hızı ise dikey eksene yerleştirmiş, sabit hızı yatay bir çizgi ile düzgün doğrusal hareketi ise belirli bir açıyla yükselen bir çizgi ile göstererek, bu çizgilerin altında kalan alanın kat edilen mesafeyi gösterdiğini fark etmiştir (Mlodinow, 2016, s. 99-100; Cengiz, 1969, s. 2-3; Coolidge, 1936, s. 232-233). Bu grafik Galileo'nun 17. yüzyılda ortaya koyduğu hareket kanununun temelini oluşturmaktadır. Oresme'in genel anlamda kullandığı enlem ve boylam kavramları bizim ordinat ve apsisimizdir; grafik ifadesi ise analitik geometriyi andırmaktadır. Koordinat kullanımı elbette yeni bir buluş değildir. Koordinat sistemi daha önce Apollonius ve diğerleri tarafından da kullanılmıştı ancak değişken bir miktarın grafik ifadesi yepyeni bir kavramdır. Ancak Oresme de teknik yetersizlikler içinde geçen Orta Çağ'da yaşadığından cebirsel geometrinin ötesine geçememiştir (Boyer C. B., 2015, s. 2997-299; Smith, 1958, s. 319-320). Ayrıca bir niceliğin başka bir nicelikle olan sayısal ilişkisini Descartes'a kadar tam izah edebilen olmamıştır (Cajori F. , 2014, s. 153).

Koordinat kullanımı tek başına yeni bir şey değildir. Batlamyus MS 2. yüzyılda yaptığı haritalarda koordinatları kullanıyordu. Ne var ki bu çalışmalar sadece coğrafi amaçlıydı. Batlamyus, koordinatların yeryüzü dışında bir kullanım alanının olacağını da düşünmüyordu. Koordinat fikrinde asıl ilerlemeyi Descartes'ın koordinatları kullanım biçimi sağlamıştır (Mlodinow, 2016, s. 79, 108). Descartes, koordinat düzlemini ne bir gözlemcinin ya da coğrafyacının yapacağı gibi, noktaları yerleştireceği bir referans sitemi olarak kullanmış, ne de koordinatları bir sayı çifti olarak düşünmüştür. Sadece tek eksen olarak apsisi kullanmıştır. Koordinatların çizimi Descartes'ın hiçbir eserinde net olarak görünmemekle birlikte, apsis ve ordinat kelimelerini de hiçbir zaman kullanmamıştır. *La Géométrie*'de sistematik bir dik açılı koordinat sistemi bulunmamaktadır. Galileo'yu etkilemiş olan Oresme'in koordinatları, hem nedensellik, hem de görüntü açısından Apollonius ve Descartes'ın koordinatlarından çok daha modern bir yaklaşım içindedir. Ayrıca Descartes ve Oresme'in çalışmaları arasında hiçbir benzerlik bulunmamaktadır (Boyer C. B., 2015, s. 377, 379-380; Cajori F. , 2014, s. 308).

Oresme'in çalışmalarını modern analitik geometri açısından değerlendirecek olursak, grafiklerinde noktalar çoğunlukla kırık çizgilerle birleştirilirken, eğrisel grafik çizdiğine dair herhangi bir bulguya rastlanmamıştır. Dolayısıyla fonksiyonların grafiksel gösteriminde zamanının çok ötesinde olmasına rağmen, tam anlamıyla analitik geometrinin uzağındadır (Coolidge, 1936, s. 232-233). Nihayet 17. yüzyılda kartezyen koordinatlar, bir noktanın yerinin tayin edilmesi için kullanılarak bugünkü kullanım şeklini almıştır (Cengiz, 1969, s. 1-2). G. Cramer de son olarak 1750'de y eksenini resmen bilim dünyasına tanıtmıştır (Cajori F. , Matematik Tarihi, 2014, s. 209-210).

Analitik geometrinin gelişim sürecindeki ikinci basamak, **cebir ve geometri** arasındaki tekabüliyetin fark edilmesidir. Böylece geometride nokta üzerine yürütülen düşünce ile cebirde sayı çiftleri üzerinde yürütülen düşünce arasında bir tekabüliyet kurulmuş olacaktır. Bu ilişkinin kurulması ile analitik geometrinin bir disiplin olarak ortaya çıkmasının da önü büyük ölçüde açılmıştır (Cengiz, 1969, s. 9).

Sadece doğrular ve çemberler vasıtasıyla çözülebilen ve pergel cetvel yardımıyla çizilebilen geometrik problemler, cebir ve geometri arasındaki münasebetle daha kolay çözülebilmektedir. Verilen doğrular cebir sembolleri ile gösterildikten sonra bu doğrular arasındaki münasebetlerden bir denklem elde edilir ve bu denklem bilinen cebirsel metotlarla çözülür. Cebirsel çözümlerde kök işlemi olduğundan negatif durumlar da meydana gelir fakat geometride negatif kavramının bir manası olmadığından burada sadece pozitif haller görülmüştür (Cengiz, 1969, s. 12). Bu alana en büyük katkı, Orta Çağ'da Müslüman bilim adamları tarafından yapılırken, Yunanlar'da da basit düzeyli yaklaşımlar söz konusu olmuştur.

Yunanlar "alan uygulaması" denilen ve Eukleides'in *Elementler*'inde kapsamlı bir biçimde açıklanan geometrik cebir yöntemiyle ikinci dereceden denklemleri çözmüşlerdir (Boyer C. B., 2015, s. 101,135). **Eukleides**, herhangi bir cebirsel sembol kullanmamasına rağmen, iki sayının toplamının karesinin geometrik karşılığından haberdardı (Smith, 1958, s. 320). Ayrıca Eukleides'in *Elementler'de,* kapsamlı bir şekilde ele aldığı geometrinin cebire uygulanması ile ilgili bu yaklaşımı (Boyer C. B., 2004, s. 21-22), Archimedes, Heron ve İskenderiyeli Theon kullanarak kareköklü ifadelere ulaşmışlardır. Ancak bu yönteminin günümüz analitik geometri yaklaşımına hayli uzak olduğu görülmektedir (Smith, 1958, s. 320). Bu doğrultuda geometrik cebirin ideal bir araç olmadığı söylenebilir ancak asla yararsız da değildir (Boyer C. B., 2015, s. 135).

İslam Dünyası üzerinde büyük etkisi olmuş olan **Diophantos** (MS 250) ile birlikte geometrik cebirden cebire geçiş tamamlanmıştır. Diophantos'un *Arithmaticae* adlı eseri, geometrik metotlardan ayrılmış olması bakımından büyük ölçüde Mezopotamya cebirine benzemektedir (Dosay, 1991, s. 16-17).

Denklem çözümünde iki farklı yöntemin varlığının anlaşıldığı **Orta Çağ İslam Dünyası'nda** cebir ve geometri arasında karşılıklı geçişlerin başladığı görülmüş, düzlem ve katı cisim problemleri ikinci ve üçüncü dereceden cebirsel denklemlere dönüştürülerek, bu hesaplamalar geometriden alınıp cebire taşınmıştır. Bu hareket hiçbir zaman tek yönlü olmamıştır. Hareketin diğer bir yönü ise "hisâbî cebirden" "geometrik cebre" doğru olan harekettir. Kübik denklemlerin analitik yolla çözüm ve kanıtında karşılaşılan zorluklar, bunu geometri ilmi içerisinde kesik koni yardımıyla çözme fikrine itmiştir (Baga, 2012, s. 256-257). Bu dönemde, Ömer Hayyâm, Hârezmî ve Abdülhamit İbn Türk gibi bilim adamlarının bazı cebir problemlerini geometri yardımıyla çözdükleri görülmektedir (Cengiz, 1969, s. 2-3). Verdikleri çözümlerin analitik olup olmadığı ilerde tartışılacaktır.

Abdülhamit İbn Türk'ün (ölüm 910), *Katışık Denklemlerde*[4] *Mantıkî Zaruretler* adlı eseri oldukça kuvvetli bir ihtimalle Hârezmî'nin kitabından önce yazılmıştır (Sayılı, 1962, s. 6-7) ve İslam Dünyası'nın ilk cebir kitabı olduğu eldeki deliller ışığında kabul edilmesi gereken bir gerçektir (Dosay, 1991, s. 29). Ayrıca eser, Hârezmî'nin çalışmalarından çok daha kapsamlı bir cebir kitabıdır. Çünkü ikinci dereceden bir denklemde diskiriminantın negatif olduğu durumlarda, kökün bulunamayacağını kanıtlamak için geometrik şekiller kullanmıştır (Boyer C. B., 2015,

[4] İbn Türk'ün verdiği $x^2 + bx = c$ şeklindeki denklemleri, Sayılı "katışık denklemler" olarak adlandırmaktadır (Sayılı, 1962, s. 5).

s. 266; Dosay & Akın, 1994, s. 9). Ayrıca cebirsel bir denklemin çözümündeki tüm olası durumlar için geometrik çözümlerini vermiştir (Katz, 1998, s. 247-248). Aydın Sayılı, bu "geometrik çözüm" veya "geometrik açıklama" terimlerinin önemli olduğunu, Hârezmî ve Abdülhamid İbn Türk'te karşılaşılan geometrik çözümlemelerin *ispat* olarak kullanıldığını belirtmiştir. Ayrıca, tam kareye tamamlayarak geometrik olarak verilen çözümlerin, günümüzde cebrin ikinci derece denklemler için verdiği analitik çözüme çok benzediğini ve esas itibariyle ona muadil olduğunu belirtmektedir. Ancak Sayılı, İbn Türk'te bir teorem ispatının bulunmadığını, analitik bir çözümün geometri yardımıyla temsilinin de düşünülmemesi gerektiğini belirtmiştir. Çünkü bu cebirde analitik çözüm kullanılmamaktadır (Sayılı, 1962, s. 16-22). Sonuç olarak, İbn Türk'ün cebir denklemlerini analitik izaha veya çözüme başvurmaksızın, tamamiyle geometrik izaha dayanarak çözdüğünü söylemek mümkündür (Dosay, 1991, s. 1).

Hârezmî, cebirsel bir denklemi çözerken analitik geometriyi[5] ilk kullanan matematikçilerden biridir. Analitik geometriyi ispat için değil de elde edilen çözümün doğruluğunu görmek için bir sağlama olarak kullanmıştır (Dosay & Akın, 1994, s. 15; Dosay, 1991, s. 1). Yani denklemin çözüm ve ispatı için ayrı ayrı yöntemler kullanmıştır (Baga, 2012, s. 256-257; Smith, 1958, s. 320). İkinci derece denklemlerin çözümünde Hârezmî, kareye veya tam kareye tamamlama ya da dönüştürme analitik metotlarını hatırlatan, kareler ve dikdörtgenlerden oluşan, basit çizimler kullanmıştır. Bu yöntem gerçekten, günümüzde kullanılan analitik denklem çözümüne eşdeğerdir (Dosay & Sayılı, 1991, s. 110). Ayrıca, Hârezmî Eukleides'ten hendese dilini ve zorunlu ispatın ölçüsünü ödünç almış, geometri ve cebrin ortak

[5] Dosay, "analitik geometri" ifadesi ile cebirsel problemlerin geometrik çözümlerini kastetmektedir.

noktalarını/problemlerini tespit ederek Eukleides'in geometride uyguladığı yöntem ve ispatları cebir ilmine aktarmış ve bunu cebirsel denklemlerin çözümünde uyguladığı algoritmanın kanıtına ve kurmaya çabaladığı cebirsel denklemler teorisine uyarlamıştır (Baga, 2012, s. 220; Dosay & Sayılı, 1991, s. 111).

Ebû Kâmil Şucâ'nın (9./10. yy) verdiği denklem tipleri ve bu denklem tiplerinin çözüm şekillerinden, onun, Eukleides geometrisini sistemli bir şekilde kullandığı görülmektedir (Dosay & Akın, 1994, s. 24). İslam Dünyası'nda ilk defa x^2'yi eğrilerle temsil ederek, x^2 için cebirsel ve geometrik açıklamalar vermiştir. Descartes'tan yedi yüz yıl önce Ebû Kâmil'in böyle bir açıklamada bulunması dikkate değerdir (Dosay, 1991, s. 24,35). Ebû Kâmil'de ayrıca aritmetiksel işlemlerin geometrik ispatıyla karşılaşmak da mümkündür (Dosay, 1991, s. 55,56).

Kerecî (10.-11. yy.), *Kitâb el-Fahrî* adlı cebir kitabında, ikinci derece denklem çözümlerini hem geometrik hem de analitik yoldan elde ederek, denklemlerin çözümü için önerdiği çeşitli yöntemlerin geometrik ispatını vermiştir. Ebû Kâmil gibi, x^2'yi eğrilerle ifade etme yoluna gitmiştir. *'İlel Hesâb el-Cebr ve'l-Mukâbele* adlı risalesinde ise hiç geometriye başvurmadan sadece cebirle yetinerek cebiri geometriden bağımsızlaştırma adımını atmıştır (Dosay, 1991, s. 2, 6, 37-38). Kerecî'nin *'İlel Hesâb el-Cebr* adlı eserinde denklem çözerken kullandığı çözüm yöntemleri geometrik değildir. Bu özelliği ile de Hârezmî, İbn Türk ve Kamil Şucâ'dan farklılaştığı görülmektedir (Dosay & Akın, 1994, s. 28).

Orta Çağ'daki Müslüman bilim adamlarının analitik geometriye en büyük katkısı, Yunanlar'la bir nebze olsun azalan, sayısal ve geometrik cebir arasındaki uçurumun kapatılması olmuştur. Bu bağlamda son adımı Descartes atmış olsa da

Ömer Hayyâm'ın (1048-1131) eserlerinde de bu adıma yönelişin izlerini görmek mümkündür (Boyer C. B., 2015, s. 274; Dosay, 1991, s. 24-25; Baga, 2012, s. 220):

> Cebrin bilinmeyene ulaşmak yolunda bir yol olduğunu düşünenler çok hata ederler. Cebirle geometrinin birbirinden farklı görünen yüzleri sizi yanıltmasın. Cebir geometrik gerçeklerin ispatlanması yöntemidir (Boyer C. B., 2015, s. 274; Mankiewicz, 2002, s. 121).

Ömer Hayyâm, sistemli bir şekilde bütün üçüncü derece denklem sistemlerini inceleyerek 25 gruba ayırmış ve bunların çözümlerini koni kesitlerini kullanmak sûretiyle bulmuştur (Dosay & Akın, 1994, s. 29, 60). Kübik denklemlerin cebirsel çözümünü bulamamıştır, fakat cebirsel denklemlerin çözümünde Yunan geometrisinden yararlanması büyük bir yeniliktir (Mankiewicz, 2002, s. 121). Kübik denklemlerin cebirsel çözümü ancak 400 yıl sonra, Cardan ve Tartaglie arasındaki çekişme sonucunda, İtalyan Rönesansında gerçekleşmiştir (Mankiewicz, 2002, s. 121). İmkânsız görülen problemler için sayısal çözümün bulunması, kübik denklemlere giden yolun da önünün açılmasına neden olmuş ve bu durum analitik geometri için ilk adımları oluşturmuştur (Baga, 2012, s. 39). Dosay ve Akın'ın aktardığına göre, Hâmid Dilgan'ın Ömer Hayyâm'ın bu katkısı hakkındaki yorumu şu şekildedir:

> Ömer Hayyâm, kendisinden beş asır sonra gelen Descartes'tan önce analitik geometrinin öncülerinden olmuştur. Çünkü o, cebir denklemlerini, ikinci dereceden eğrilerin kesiştirilmesi yolu ile çözmesini biliyordu. Daha doğrusu Hayyâm, geometri yardımıyla cebir yapmış ve âdeta, bugünkü cebirsel geometriye ilk adımı atanlardan biri olmuştur. Bütün bu incelemelerin 15. ve 16. yüzyıl

> matematikçilerine mühim tesirleri olduğu muhakkaktır (Dosay & Akın, 1994, s. 61).

Avrupa'daki geometri ve cebrin münasebetine bakacak olursak, bu ilişkinin önemini ilk fark eden **Fibonacci** olmuş ve üçgenin alanıyla ilgili problemlerin çözümünde cebirsel bir yol izlemiştir (Schoenflies & Dehn, 1943, s. 321).

François Viéte'in (1540-1603) çalışmalarında, yüksek düzeyli bir cebir anlayışının Antik Çağ yüksek geometrisi ile birleşimi görülmektedir (Boyer C. B., 2015, s. 340). Ayırca **Luca Pacioli** (1447-1517) ve **Jerome Cardan** (1501-1576) ikinci dereceden denklemlerin çözümünde geometrik şekiller kullanmışlardır. Bununla birlikte Smith, Cardan'ın eserlerinin basılmasıyla geometri ve cebir arasındaki ilişkiye olan farkındalığın artmaya başladığını belirtmektedir (Smith, 1958, s. 321; Boyer C. B., 2004, s. 54, 56). Bu dönemin en dikkat çekici isimlerinden biri de, Viéte ile birlikte Apollonius'un kayıp eserlerinin yeniden yazılması konusunda etkin bir şekilde çalışmış olan, cebirsel geometri üzerine ilk kitap olarak nitelendirilen *De Resolutione et Compositione MEdhematica*'nın yazarı **Marino Ghetaldi**'dir (1568-1628). Ghetaldi, geometrik problemlerin çözümünde cebri sıklıkla kullanmıştır ancak Cardan ve Tartaglia'da olduğu gibi, tam anlamıyla analitik geometri kullandığı söylenemez (Smith, 1958, s. 321; Boyer C. B., 2004, s. 66-68). **Albrecht Dürer** (1471-1528) ise, daire üzerinde sabit bir nokta almış, daireyi bir başka dairenin çemberi üzerinde yuvarlayarak episikloidi oluşturmuştur, ancak yeterli cebirsel araçlara sahip olmadığından konuyu analitik olarak irdeleyememiştir (Boyer C. B., 2015, s. 330-331).

16. yüzyılda Viéte ve çağdaşları tarafından yapılan geometrik problemlerin cebirle çözümü, 17. yüzyılda daha da geliştirilmiştir. Cebir ve geometri arasındaki bu münasebet, Descartes tarafından *La Géométrie* adlı eserinde ortaya konmuştur (Cengiz, 1969, s. 3; Cajori F. , 2014, s. 153).

Pappus'un üç ya da dört çizgi problemi ile ilgilenen Descartes, Antik Çağ'da bu problemin çözülemediği biçimindeki yanlış inanışın ışığında kolları sıvayarak metodunu uygulamaya girişmiş, kısa süre içinde ve fazla da zorluk çekmeden sonuca ulaşmıştır. Bu başarı, yaklaşımının ne denli güçlü ve genellemeye yatkın olduğunu göstermektedir (Boyer C. B., 2015, s. 370; Cengiz, 1969, s. 13; Cajori F. , 2014, s. 207).

1.3 Analitik Geometrinin Felsefî Arka Planı

Analitik geometrinin gelişimindeki evrimsel sürecin son basamağı, modern dönemde fonksiyonların grafiksel olarak ifade edilmesi ve buna karşılık gelen denklemin belirlenmesi ile gerçekleşmiştir. Matematiğin pek çok alanına sayısız katkı sağlayan bilim adamları, analitik geometriyi Descartes'ın bıraktığı yerin çok daha ilerisine taşımışlardır.

Descartes'ın *La Géométrie* eseri sadece analitik geometrinin doğuşuna değil, pek çok bilimsel gelişmeye de öncülük etmiştir. Rönesans sonrasında bilimde gözlenen büyük atılımlarla, matematikte analitik geometri ile diferansiyel ve integral hesapların oluşturulması birlikte yürümüştür. Bilimsel devrimi kamçılayan matematik, Fermat, Descartes, Gelileo, Kepler, Newton vb. matematikçi-bilginlerle etkinlik kazanır (Yıldırım, 2010, s. 130). *La Géométrie* ile incelenen konular integral kalkülüsün doğuşunu hazırlamıştır. Analitik geometri ve kalkülüs modern matematiğin doğuşunu hazırlayan iki büyük adımdır (Cengiz, 1969, s. 28).

René Descartes (1596-1650), Aristotelesci ve skolastik geleneksel araştırma tarzının değersiz olduğunu, dünyaya dair gerçek bir kavrayış vermediğini öne sürerek, bunun yerine maddenin doğası ve davranışı yoluyla ortaya konacak evrensel bir açıklamanın, bilgide yöntem bakımından gerçekleşecek bir birliğin peşine düşülmesi gerektiğini belirtmiştir. Bu da onun matematiksel akıl yürütmeyi bütün bilim dallarına uygulamaya çalışmasına sebep olmuştur (Cevizci, 2013, s. 152, 160; Gür, 2011, s. 59).

17. yüzyılın diğer önemli düşünürleri gibi Descartes da bilimlerde gerçeği bulmayı kolaylaştıracak genel bir düşünce sistemi aramıştır. O dönemde sistemli bir tutarlılığa sahip olan tek doğa bilimi mekanikti. Mekaniği anlamanın anahtarı matematik olduğundan, matematik de evreni anlamak için en önemli araç haline gelmişti. Ayrıca matematikteki ikna edici ifadeler de bilimde gerçeğin bulunabileceğinin parlak bir örneği idi (Struik, 2011, s. 144). Descartes, maddi dünyanın mekanik özelliklerini, etkileşim ve süreçlerini ortaya koyacak bu evrensel açıklamanın / öğrenmenin yani *mathesis universalis'in*[6] ise sadece matematiksel bir dille ortaya konulabileceğini öne sürmüştür (Cevizci, 2013, s. 153; Gür, 2011, s. 60):

> …Tüm bunlardan çıkan sonuç, aritmetik ve geometrinin öğrenilmesi gereken yegâne bilimler olduğu değil, doğruyu arayan kişinin aritmetiğe ve geometriye özgü ispatların kesinliğine eş bir

[6] **Mathesis Universalis**: Evrensel matematik teorisi. Büyük bir açıklama gücüne sahip olduğuna inanılan genel mantıksal-matematiksel teori tasarımı. Başta Leibniz olmak üzere, birçok on yedinci yüzyıl filozofu, sonuçsuz tartışma ve metafiziksel spekülasyonu ortadan kaldıracağına inandıkları bu tür bir teorinin geliştirilebileceğine inanmıştı (Cevizci, 2010, s. 1075-1076) .

> bilgiye sahip olmayan hiçbir konuyla uğraşmaması gerektiğidir (Descartes R. , 2014, s. 11-12).

Descartes evrensel matematik düşüncesinin üstünlüğü hakkında ise şunları dile getirmektedir:

> …ele alınan düzen ve ölçü hakkında bulunabilecek her şeyi açıklayan genel bir bilime sahip olunmalıdır. Neticede uzun süredir kullanılan ve matematiğe eklendiği söylenen öteki bilimleri de içeren bir "matematik" bilimi olduğunu fark ettim…Matematiğin, kolaylık ve önem bakımından kendisine bağlı birçok bilimden üstün olduğuna dair kanıtı, öncelikle onun bu bilimlerin ve çok sayıda başka bilimin konularını içermesinde görürüz…Bugüne kadar elimden geldiğince bu evrensel matematik bilimini geliştirdim (Descartes R. , 2014, s. 21-22).

Doğanın akılsallığını matematiğe indirgeyen bu yepyeni bakış açısına göre, maddenin bilim adamı açısından yegâne önemli olan özellikleri, büyüklük, şekil ve harekettir. Bu özellikler de ancak duyumsal olmayan matematiksel bir tasvir yoluyla ortaya konulabilir (Cevizci, 2013, s. 154):

> …düzen ve ölçü araştırmasını amaç edinen tüm bilimlerin matematiğe bağlı olduklarını keşfettim. Bu araştırmanın, sayılarda, şekillerde, yıldızlarda, seslerde ya da ölçünün öne çıktığı diğer herhangi bir konuda yapılması bir fark teşkil etmemektedir (Descartes R. , 2014, s. 21-22).

Bir yöntem olarak tercih ettiği cebir ve geometrinin kesinliğini ise şu şekilde dile getirmiştir:

> …aritmetik ile geometrinin yanlışlıktan ve kuşkudan tamamen muaf olduğunu belirtmiştik…Aritmetik ve geometri, aynı zamanda tüm bilimlerin en kolayları ve en açıkları olup… (Descartes R. , 2014, s. 11-12).

Matematiğin evrensel ve kesin bir yöntem olduğuna bu şekilde kâni olan Descartes, kendinden önceki cebir ve geometri eğilimlerini eleştirerek kendi çalışmalarının mahiyetini dile getirmiştir:

> … bunların yalnız bir hayli soyut ve kullanışsızmış gibi görünen konular kapsamalarından başka, ilki (geometri) her zaman şekillerin incelenmesiyle öyle sınırlanmıştır ki hayal gücünü fazlaca yormaksızın anlama yetisini işletemez; ikincisinde (cebirde) ise belirli kurallara ve belirli rakamlara o denli bağımlı olunur ki, zihni geliştiren bir bilim yerine, bundan zihni karıştıran ve karartan bir sanat yaratılmıştır. Bu da üçünün elverişli yanlarını içeren, kusurlarından ise bağışık olan başka bir yöntem aramam gerektiğini düşünmeme neden oldu (Descartes R. , 2015, s. 47-48).

ve bu yeni yönteminin incelikleri hakkında da şunları dile getirmiştir:

> …geometrik çözümleme ile cebrin en iyi yanlarını alacaktım ve birinin tüm kusurlarını diğeri ile düzeltecektim (Descartes R. , 2015, s. 50).

Yöntem Üzerine Konuşma adlı eserinde görüldüğü gibi Descartes, cebir ve geometrinin göreceli üstünlüklerinden söz etmekte ancak hangisini yeğlediğini belirtmemektedir. Ayrıca geometrinin fazlasıyla çizime dayandığını ve hayal gücünü gereksiz yorduğunu ileri sürmekte, cebri de zihne sıkıntı veren, kafa karıştırıcı ve belirsiz bir sanat olarak damgalamaktadır. Bu yüzden kendi yöntemi iki yönlüdür:

1. Cebirsel süreçle geometriyi çizimden kurtarmak
2. Geometrik yorumla cebirsel işlemlere anlam kazandırmak.

Descartes, matematik esaslı tüm bilimlerin aynı temel prensiplere dayandığına ve her dalın en üstün niteliklerini kullanmanın doğru olacağına inanıyordu. Descartes *La Géométrie*'de izlediği yöntemde, geometrik problemi önce cebirsel denklem diline çevirerek problemi olabildiğince basitleştirmiş, ardından denklemi ikinci dereceden denklemlerde yaptığı gibi geometrik yoldan çözmüştür (Boyer C. B., 2015, s. 373).

Descartes, gerçekliği kavramanın yegâne yolu olan matematiğe dayalı bütüncül bir doğa bilimi geliştirme yönelimiyle, geometri problemlerinin çözümünde cebrin, cebir problemlerinin çözümünde de geometrik konstrüksiyonların nasıl kullanılacağını göstermiştir (Cevizci, 2013, s. 158-159):

> Eskilerin şekiller üzerinde yaptıkları işlemi, sayılar üzerinde yapmayı hedefleyen yeni bir tür aritmetiğin yani cebrin gelişmekte olduğunu görmüyor musunuz? (Descartes R. , 2014, s. 18)

1.4 Descartes ve Fermat Dönemi

Tüm klasik geometriyi cebircilerin alanına *La Géométrie* ile sokan Descartes, bu eserini aslında doğanın incelenmesindeki akılcı yaklaşımını açıkladığı, akıl üzerine bir konuşma olan *Discourse de la Méthode*'un (Yöntem Üzerine Konuşma) eki olarak yayımlamıştır. Genel olarak kabul edilen görüşe göre bu kitabın en büyük önemi, analitik geometrinin yaratılmasıdır.

Eserde ikinci dereceden bir denklemin bir koniği gösterdiği belirtilmiş olsa da düz bir doğrunun ve koniklerin denklemleri çıkartılmamıştır. Kitabın büyük bir bölümü cebirsel denklemler kuramından oluşmakta ve Descartes'ın sembolik cebir alanında esaslı işler yaptığı görülmektedir. Batlamyus'un eserlerindeki enlem ve boylamlar sayısal koordinatlardır. Pappus'un *Analiz Hazinesi* kitabı sayesinde cebrin geometriye uygulanışını görmek mümkündür. Oresme'nin çalışmalarında da grafiksel gösterimlere rastlanmaktadır. Descartes'ın burada yaptığı, Hârezmî'den Oughtred'e dek bazı matematikçilerce belirli aşamaya getirilen cebirsel işlemleri geometrik bir arka planla beslemektir. Cetvel ve pergelle kurgulanan basit çizimlerle beş aritmetik işlemin nasıl yürütüleceği açıklanmakta, böylece aritmetik terimlerin geometride kullanımları gösterilmektedir. Ayrıca Descartes'ın yönteminin önemi, 16. yüzyılın iyi gelişmiş cebrini Eski Çağ'ın geometrik analizine sistematik bir biçimde uygulamasından kaynaklanmaktadır. Bu bağlamda kendisinden önceki matematikçilerin çok ilerisindedir (Struik, 2011, s. 144; Boyer, 2015, s. 371; Mlodinow, 2016, s. 110-111; Mankiewicz, 2002, s. 126-127; Cajori, 2014, s. 208).

Descartes'ın temel amacı modern ders kitaplarının yakınından bile geçmez. Çalışmanın bakış açısı, açılış cümlesinde net bir biçimde ortaya konmuştur:

> Geometrideki herhangi bir problem, yalnızca uzunluğunu bildiğimiz birtakım çizgilere indirgenerek kolayca çözülebilir.

Bu önermenin de gösterdiği gibi amaç, geometrinin cebire indirgenmesi değil, geometrik bir yapının kurgulanmasından ibarettir. Başka bir ifadeyle, cebirsel işlemlerin geometri diline çevrilmesi biçiminde de tanımlanabilir (Boyer C. B., 2015, s. 371).

Descartes, Yunan geleneğinden ayrılarak, sayıları geometrik nesneler olarak değil de rakamlar olarak gören düşünce sistemini bir kenara bırakmıştır: x^2 artık bir alan değil ikinci dereceden üsse yükseltilmiş bir sayıyken, geometrik dengi ise kare değil bir parabol olmuştur. Biz parametre ve bilinmeyenleri birer rakam olarak algılarken, Descartes x^2 ve x^3 gibi ifadeleri birer *line* (eğri / çizgi) olarak nitelendirmektedir. Bu durum cebri, boyutların sınırlarından kurtarmıştır ve denklemlerin her defasında aynı boyutta olma zorunluluğunu da ortadan kalkmıştır (Boyer C. B., 2015, s. 371; Mankiewicz, 2002, s. 171).

Yöntemsel farklarını görme açısından Eukleides ve Descartes'ın daire tanımlarını karşılaştıracak olursak Eukleides daireyi,

> Sınırlarını tek bir eğrinin belirlediği ve bu eğri üzerindeki herhangi bir noktadan başlayan tüm doğruların merkeze uzaklığının birbirine eşit olduğu şekle düzlemde bir daire denir.

şeklinde tanımlarken Descartes, başarısının bir örneği olarak

> Sabit bir r sayısı için $x^2 + y^2 = r^2$ koşulunu sağlayan tüm x ve y'lerin kümesi dâire belirtir.

ifadeleriyle tanımlamıştır. Burada önemli olan Descartes'ın yönteminde dairenin bir denklem kullanılarak tanımlanmasıdır. Descartes burada olduğu gibi sayıları uzama çevirmiş ve daha da önemlisi bu çevirisini kullanarak geometriyi cebir cinsinden yazmıştır (Mlodinow, 2016, s. 108).

Klasik Yunan eğrilerini incelediği sırada Descartes, cebirsel olarak $ax + by + c = 0$ denklemiyle ifade etmenin mümkün olduğu bir doğrunun üzerindeki her noktanın x ve y koordinatlarının, birbiriyle aynı basit ilişki içinde olduğunu fark etmiştir. Descartes'ın bakış açısında bir doğru, bir koordinatın değerini artırdığınızda, başka bir noktanın koordinatını da sabit bir oranda artırmanızın gerektiği bir noktalar kümesidir. Descartes'ın daire ve elips tanımı da benzer bir ilkeye dayanmaktadır. Böylece elipsler, hiperboller ve parabollerin tümünün x ve y koordinatları arasında basit denklemlerin tanımlanabileceği ispatlanmıştır (Mlodinow, 2016, s. 110-111).

La Géométrie, gerçekten de tümüyle cebrin geometriye ve geometrinin cebire uygulanması üzerine kurgulanmış, geniş kapsamlı ve kusursuz bir eserdir; yine de günümüzde analitik geometri dediğimiz kavrama uygun konular oldukça azdır. Çünkü eğik açılı koordinat sistemi olağan kabul edilmiştir. Bu yüzden uzaklık formülleri, eğim, iki doğru arasındaki açı gibi analitik geometriye giriş niteliğindeki konulara da rastlanmaz. Bunun ötesinde eserin tümünde denklemden alınarak çizilen tek bir eğri bile bulunmamaktadır. Zaten negatif koordinat kavramını bir türlü tam olarak anlayamayan Descartes'ın genel tavrından, eğri çizimiyle pek ilgilenmediği açıkça bellidir. Descartes asla negatif apsis kullanmamıştır. Ayrıca iki bilinmeyenli denklemlerin geometrik yeri hakkında ikinci kitabın sonuna dek hiçbir bilgi vermemiş, burada da üstün körü olarak değinmekle yetinmiştir (Boyer C. B., 2015, s. 377).

Descartes'ın ortaya attığı yeni yaklaşımlardan bazıları şunlardır:

1. İki eğrinin kesim noktalarının bulunması için aynı koordinat sisteminde bunların denklemlerinin çözülmesi yeterlidir.

2. Klasik geometri ile ayrı ayrı çözülen problemler tek bir çözüm altında birleştirilebilirler.

Descartes'ta problemlerin tiplerine göre çözüm ailelerinin meydana gelmesi ile geometrideki pek çok güçlük ortadan kalkmaktadır. Bu denklem ailesi için tek bir denklem tesis edilmiş olmaktadır. Ve bu yeni düşünce yapısı Fermat'da mevcut değildir, ilk defa Desacartes'ta görülmektedir (Cengiz, 1969, s. 6).

Descartes ve **Fermat**'nın analitik geometriyi eş zamanlı bulduklarına dair uzun süre devam eden bir tartışma söz konusudur. Ancak Descartes'ın yönteminin Fermat'nın yöntemine göre daha gelişmiş olduğunu söylemek mümkündür (Coolidge, 1936, s. 239). Fermat'nın bu çalışmaları, *La Geometri'*nin yayınlanmasından 8 yıl önce yapmış olduğu Pascal ve Roberval ile mektuplaşmalarından açık olarak anlaşılmaktadır. Fermat geometrik yerin tayin edilmesi üzerinde durmakta ve doğru, daire, koni kesitlerinin denklemlerini bugün kullandığımız şekliyle vermektedir. Aslına bakılırsa, ne Fermat ne de Descartes analitik geometriyi gerçek anlamıyla ortaya koyabilmiş değillerdir. Çünkü pek çok konuyu izahsız bırakmışlardır. Fakat Descartes analitik geometrinin başlatıcısı sayılabilir (Cengiz, 1969, s. 4-5).

Pierre de Fermat (1601-1665), konikleri yüksek dereceden denklemlerin çözümünde kullanmış ve tüm denklem çeşitlerinin eğrilerle bir ilişkisinin olduğunu fark etmiştir. Descartes ise mekanik olarak inşa edilebilen bir eğrinin, mekanik süreçlerinin cebirsel olarak ifade edilebileceğini ve böylece eğrinin denkleminin bulunabileceğini belirtmiştir (Coolidge, 1936, s. 239, 240-241; Cajori F. , 2014, s. 208). Descartes'ın kitabını günümüz analitik geometrisiyle tam anlamıyla ilişkilendirmek mümkün değildir, ancak Fermat'nın 1679 tarihli eserinde doğrular ve konikleri bir eksenler sistemine göre tanımlayan, günümüz anlatımına daha yakın denklemleri görmek mümkündür (Struik, 2011, s. 145).

Fermat, “kayıp antik eserlerin yapılandırılması” işine katılmış ve yalnızca Pappus’un *Analiz Hazinesi*’ndeki ifadelerine dayanarak Apollonius’un *Plane Loci* eserini oluşturmuştur. 1636 yılında bulduğu analitik geometrinin temel prensibi bu çabanın yan ürünüdür. Fermat çalışmalarını Descartes’ın *La Géométrie’*sinin ortaya çıkışından yaklaşık bir yıl önce yazmıştır. Ayrıca iki yazarın çalışması her bakımdan birbirinden farklıdır: Descartes, biri apsis ekseni olan üç dört doğrulu geometrik yer problemleriyle başlamışken, Fermat lineer denklemlerle başlayarak denklemin çizimi için rastgele bir koordinat sistemi seçmiştir. Descartes gibi Fermat da negatif apsisleri kullanmamıştır (Boyer C. B., 2015, s. 381-382). Fermat’nın, analitik geometri konulu eseri yazar ölmeden önce basılamamıştır, bu nedenle çoğu kişi analitik geometrinin yalnızca Descartes tarafından bulunduğunu zannetmektedir. Oysa artık *La Géométrie’nin* basılmasından önce Fermat’nın da temelde aynı yöntemi kullandığı ve bu yöntemin, 1679 yılında *Varia Opera Mathematica* adıyla yayınlanmasından önce el yazmaları biçiminde elden ele dolaştığı bilinen bir gerçektir. Fermat hayattayken hiçbir kitabının basılmamış olması aslında bilim dünyası açısından büyük bir kayıptır. Zira onun yöntemi Descartes’ınkinden daha sistematik ve öğretici bulunmaktadır. Ayrıca onun analitik geometrisi ordinatların apsis çizgilerine göre dik açılı olarak alınması niteliğiyle modern analitik geometriye daha çok yaklaşmaktadır (Boyer C. B., 2015, s. 383).

Fermat’nın yaptığı katkılara genel olarak bakmak gerekirse, bir koordinat sistemi kullanmış ve eğrilerin sayısı üzerinde durmuştur. Fermat’nın başarıları şu şekilde sıralanabilir:

1. Bir eğri üzerindeki bir noktadan normal ve teğet çizimi

2. Maksimum ve minimum noktalarının belirlenmesi

3. Uzayda geometrik yerlerin belirlenmesi (Cengiz, 1969, s. 4-5).

1.5 *La Géométrie* Sonrası Dönem

"Analitik geometri" terimi 18. yüzyıl boyunca ara sıra ortaya çıkmışsa da ilk olarak Lefrançais'in 1804 tarihli ders metniyle, Biot'un 1805 tarihli *Essais de géométrie analytique* adlı eserinde kullanılmıştır (Boyer C. B., 2015, s. 516-517).

Antoine Parent (1666-1716), 1713 yılında x, y, z üçlü koordinatları ortaya atmıştır (Coolidge, 1936, s. 245). Fermat ve Descartes'ın düzlemde, Parent ve Clairaut'un üç boyutlu sistemde yaptıkları çalışmalar ile analitik geometri tam olarak başlamıştır (Coolidge, 1936, s. 246).

Desargues'ın öğrencisi olan **Philippe de Lahire** (1640-1718), analitik yöntemle, üç bilinmeyenli bir denklem biçiminde ifade edilen ilk yüzey örneklerini ortaya koymuştur. Bu adım analitik geometriye giden ilk gerçek gelişme olarak nitelendirilebilir. Tıpkı Fermat ve Descartes gibi o da tek bir referans doğrusu ya da ekseni ile tek bir referans noktası ya da orijin kullanırken, bu aşamada sisteme bir referans ya da koordinat düzlemi de eklemiştir. Lahire hem sentetik hem de analitik bağlamda ilk modern geometri uzmanıdır (Boyer C. B., 2015, s. 403-404; Smith, 1958, s. 324; Boyer C. B., 2004, s. 156-157).

Franciscus van Schooten (1615-1660), o dönem bilim dili olan Latince yazılmamış olan Descartes'ın *La Géométrie* adlı eserini Latinceye çevirmiş, pek de anlaşılır bulmadığı bu eserin yetersizliklerini gidermiş, ayrıca kitaba bazı açıklayıcı maddeler de eklemiştir. Schooten'in en önemli eseri 1657'de basılan ve analitik geometrinin birçok ilginç ve zor problemini çözdüğü *Exercitationes*

*Mathematicae'*dir. Bu nedenle analitik geometrinin temellerini atanın Descartes, kurucusunun ise Schooten olduğunu söylemek yanlış olmaz (Boyer C. B., 2015, s. 406; Boyer C. B., 2004, s. 108-109; Cajori F. , 2014, s. 215).

Analitik geometriye büyük katkıları olan **Jan de Witt'in** (1625-1672) ders kitabı niteliğindeki ilk kitapta sergilenen analitik geometrinin tersine ikinci kitabı, kısmen ispatlanan sistematik bir koordinat kullanımı içermektedir. De Witt'in çalışmasının amacı x ve y'ye bağlı tüm ikinci dereceden denklemleri, eksen aktarımı ya da döndürmesiyle standart biçime indirgemekti (Boyer C. B., 2015, s. 406-407; Boyer C. B., 2004, s. 114-116).

Royal Society üyesi olan **John Wallis** (1616-1703), İngilizlerin Newton'dan sonraki en iyi matematikçisidir. 1655 yılında analitik geometri ve sonsuzluk analizi hakkında iki önemli eser yayınlamıştır. Bunlar o dönemin matematiğinin önde gelen iki dalıydı ve Wallis'in dehası her ikisinin de geliştirilmesi konusunda çok yararlı katkılar sağlamıştır. Wallis, koni kesitlerini bir koninin kesiti olarak değil, ikinci dereceden eğriler olarak ele alarak Descartes ve Fermat'nın önüne geçmiştir (Boyer C. B., 2015, s. 414; Cajori F. , 2014, s. 215; Boyer C. B., 2004, s. 109-111).

Isaac Newton'un (1643-1727), *Enumeratio Linearum Tetii Ordinis* (Üçüncü Dereceden Denklemlerin Dökümü) adlı kitabı 1676 yılında yazılmıştır ve yüksek dereceden düzlem eğrilerinin grafik çizimini içeren en eski çalışma niteliğindedir. Newton burada 72 tür kübik çizimi vermiş ve her tür eğriyi özenle ele almıştır. Her iki koordinat ekseni sistematik olarak kullanılmış ve negatif eksenler net bir şekilde ortaya konulmuştur. Bu eser Newton'un analitik geometriye tek katkısı değildir. 1671 yılında, hepsi de yepyeni sekiz farklı koordinat sistemi ortaya atmıştır. Bu sistemlerden biri de kutupsal koordinatlardır. Newton ayrıca dik koordinatlardan kutupsal koordinatlara dönüşüm denklemlerini de göstermiştir. Newton'un üçüncü dereceden eğrilerle ilgili olan eseri, analitik geometri açısından büyük bir başarıdır. Çünkü kavislerin yeni özelliklerini belirlemek ve hesaplamak için kalkülüs kullanılmıştır (Mankiewicz, 2002, s. 125; Coolidge, 1936, s. 247).

Antoine de L'Hospital'ın (1661-1704) *Traite Analytique des Section Coniques* adlı eseri 18. yüzyıl analitik geometrisi için özgün bir eser değildir ancak pedagojik niteliği, yüzyılın büyük bir bölümü boyunca konikler üzerine standart bir eser olarak değerlendirilmesini sağlamıştır (Boyer C. B., 2015, s. 456).

Jacob Hermann'ın (1678-1733) katı cisim geometrisine ve kutupsal koordinatların geliştirilmesi konusunda katkıları olmuştur. Hermann, uzay koordinatlarını etkin bir biçimde alanlara ve çeşitli yüzeylere uygulamıştır (Boyer C. B., 2015, s. 469-470; Boyer C. B., 2004, s. 170-172).

Leonhard Euler'in (1707-1783) *Introductio in Analysin Infinitorum* adlı eseri analiz çalışmalarının temeli olarak nitelendirilmekte ve 18. yüzyıldan itibaren filizlenen matematik çalışmalarının kaynağını oluşturmaktadır. Bu eserde trigonometrik fonksiyonların analitik incelenmesi yer almaktadır. Ayrıca bu eserin iki bölümü kutupsal koordinatlara ayrılmıştır. Kitapta çok sayıda cebirsel ve aşkın eğri ayrı ayrı sınıflandırılarak irdelenmiş ve dik koordinatlardan kutupsal koordinatlara dönüşüm denklemleri ilk kez, tam olarak günümüzde kullanılan modern trigonometrik biçimde ortaya konmuştur. Ayrıca bu esere yazılmış ek, katı cisim analitik geometrisinin enine boyuna irdelendiği ilk ders kitabı olmuştur (Boyer C. B., 2015, s. 479; Smith, 1958, s. 325; Struik, 2011, s. 175).

Gaspard Monge (1746-1818), tasarı geometrinin kurucusudur. Müdürü olduğu Ecole Polytechnique'de, katı cisim analitik geometrisi veya diferensiyel geometriye giriş denebilecek "analizin geometriye uygulanması" adlı bir ders vermekteydi. Eğrilere ve yüzeylere cebirsel ve analitik yöntemleri uygulamadaki ustalığı, analitik ve diferansiyel geometriye önemli katkılar sağladı. Düzgün doğruların üç boyutlu sistematik incelenmesi Euler'de olmamasına rağmen Monge'nin çalışmalarında mevcuttur. Monge'nin doğru ve düzlem analitik geometrisi hakkında verdiği tüm bilgiler 1771 tarihli makalesinde yer almaktadır. 1795'te yaptığı çalışmalar ise günümüz elementer diferansiyel geometri ve lise katı cisim analitik geometrisinin büyük bölümünü içermektedir. Verdiği dersler, yazdığı kitap ve makaleler sayesinde söz konusu konuları sistematik ve düzenli bir halde ele almıştır. Daha sonraki hiçbir dönemde hatta ders kitaplarının çağlayan gibi basıldığı günümüzde bile Monge'un öğrencilerinin analitik geometri konusunda hazırladıkları elementer ders kitabı sayısının düzeyine ulaşılamadığı rahatlıkla söylenebilir. 1798 yılından itibaren ortaya çıkan sayısız analitik geometri kitabı matematik öğretiminde gerçekleşen bir devrimin de kanıtıdır. Ecole Polytechnique mezunları tarafından 1798-1802 yılları arasında çok başarılı analitik geometri ders kitapları kaleme alınmış ve kitaplar sayısız baskı yapmıştır. Analitik geometri konusunda ders kitabı yazanların tümü, arada Lagrange'ın adı geçse de, istisnasız olarak ilhamlarını Monge'den aldıklarını belirtmişlerdir (Struik, 2011, s. 208-210; Boyer C. B., 2015, s. 513-516).

Analitik geometrinin ilk modern uzmanı **Julius Plücker'in** (1801-1868) uzun cebirsel işlemlerde büyük kolaylık sağlayan kısaltılmış gösterim tekniğinin sistematikleştirilmesi, homojen koordinatlar başta olmak üzere, alana çok büyük katkı sağlamıştır. Plücker analitik geometriyi geniş kapsamlı bir biçimde aritmetize etmiştir

(Boyer C. B., 2015, s. 582-587; Boyer C. B., 2004, s. 244-249; Cajori F. , 2014, s. 252).

George Salmon (1819-1904), akıcı ve anlaşılır bir dille yazdığı ders kitapları ile yeni cebirsel ve geometrik bilgilerin yayılmasını sağlamış ve bu eserleriyle analitik geometri sahasında çok önemli bir konuma gelmiştir. Bu kitaplar birkaç kuşak boyunca birçok ülkedeki öğrenciye analitik geometriye giden yolu açmıştır. Günümüzde bile bu kitaplar seviye olarak aşılamamıştır. Hâlâ tüm geometri öğrencilerine bu kitaplar önerilebilir (Struik, 2011, s. 247-249; Cajori F. , 2014, s. 356; Boyer C. B., 2004, s. 260-262).

2. BÖLÜM:

HENDESE-İ HALLİYYE VE HENDESE-İ TAHLÎLİYYE KİTAPLARI VE YAZARLARI

2.1 Başhoca İshak Efendi

Başhoca İshak Efendi, bugün Yunanistan sınırları içinde kalan Yanya'nın Narta Kasabası'na bağlı Celâlî Paşa Mahallesi'nde dünyaya gelmiştir (Esad, 1312/1894, s. 36). Bursalı Mehmed Tahir, Başhoca'nın Karlıovalı Müslüman bir aileden geldiğini iddia etse de (Tahir, 1342/1926, s. 254), Mühendishâne kayıtlarına da dayandırılan genel kanı, ailesinin Musevi asıllı olduğu ve kendisinin de muhtedî yani Yahudilikten Müslümanlığa geçtiği yönündedir (Esad, 1312/1894, s. 36; Süreyya, 1308/1891, s. 49-50; Sami, 1306/1889, s. 49-50). İshak Efendi'nin doğum tarihi ile ilgili Osmanlı Tarihi kaynaklarında kesin bir bilgi mevcut değildir. Sadece Ekmeleddin İhsanoğlu doğum tarihini 1774 olarak aktarmakta, ancak dayandırdığı kaynakları tenkidle bu tarihi "zayıf bir ihtimal" olarak değerlendirmektedir (İhsanoğlu, 1989, s. 8). İshak Efendi'nin eğitim yaşantısı hakkındaki mevcut bilgi doğum tarihi bilgisinden farklı değildir; Osmanlı Tarihi kaynakları herhangi bir bilgi vermezken, Ekmeleddin İhsanoğlu arşiv belgelerine dayandırarak 1806-1815 tarihleri arasında Mühendishane'de eğitim gördüğünü saptamıştır. Bu eğitimi sırasında İshak Efendi, çalışkanlığı ve becerisi ile Mühendishane Başhocası olan Hüseyin Rıfkı Tamanî'nin (öl. 1817) dikkatini çekmiş, Tamanî de onu 1816'da Medine'deki binaların tamiri için yanında götürmüştür (İhsanoğlu, 1989, s. 9-14).

Osmanlı Tarihi kayıtlarında İshak Efendi adına ilk olarak Ahmed Cevdet Paşa'nın *Tarih-i Cevdet* adlı kitabında rastlanmaktadır:

> Zi'l-ka'denin onyedinci günü (1239/1824) Mühendishâne hocalarından Yanyalı muhtedî İshak Efendi Dîvân-ı Hümâyûn tercümanı oldu (Cevdet, 1301/1884, s. 105).

İshak Efendi'nin, Osmanlılar'ın önemli devlet meselelerinin konuşulduğu Divân-ı Hümâyûn'a tercüman olarak görevlendirilmesinin en büyük nedeni, hem Doğu'nun hem Batı'nın birçok dilini kurallarıyla birlikte iyi şekilde biliyor olmasıydı (Esad, 1312/1894, s. 37). Bu dil becerisinin yanında, fen ve matematik alanında da derin bilgi birikimine sahip olan İshak Efendi, modern bilimleri Osmanlılar'a ilk tanıtan bilim adamı olmuştur:

> Avrupa lisanlarında en evvel Türkçeye kitab-ı fenniyye tercüme eden bu zât olup…fünûn-u cedîdenin (yeni fenlerin) lisanımıza nakline çalışanların reisi ve imamıdır (Sami, 1306/1889, s. 49-50; Tahir, 1342/1926, s. 254; Esad, 1312/1894, s. 37).

İshak Efendi, II. Mahmud devrinde, 1830 yılında Mühendishâne başhocalığına getirilmiş, 1836 yılında ise resmi bir görev için gönderildiği Hicaz dönüşünde vefat etmiştir (Tahir, 1342/1926, s. 254).

Başhoca İshak Efendi'nin eserleri şu şekildedir (Esad, 1312/1894, s. 40-42; Tezer, 2012, s. 67-106; İhsanoğlu, 1989, s. 33-43):

- *Nasb el-Hayyâm* (1242/1826): Askeri alanda yazılmış bir eserdir.
- *Mecmûa-i Ulûm-ı Riyâziye (MUR)* (1831-1834/1841-1842): İlk iki cildi matematik ile ilgilidir. Bu ciltlerde modern sayı anlayışı ve diferansiyel integral hesap Osmanlı matematiğine girmiştir. Üçüncü cilt fizik ve mekanikle, dördüncü ve son cilt ise kimya, mineroloji, botanik

bilimlerini içermektedir (Dosay, 2002, s. 209-229).

- *Tuhfetü'l-Ümera* (1243/1827): Askeri alanda yazılmış bir eserdir.
- *Usûl-i İstihkâmât (1247-1250/1831-1834)*: Tanınmış bir Fransız mühendisin eserinden tercüme edilmiştir, askeri alanda kaleme alınmıştır.
- *Usûl-ü İsâga (1831-1833):* Top dökümü hakkındadır.
- *'Aks-ül Merâyâ fi Ahz el-Zevâyâ (1835):* Yükseklik ve mesafe ölçme aletlerinin kullanımı ile ilgili bilgiler içermektedir.
- *Küre Risalesi (?).*
- *Hikmet:* Arapça kaleme alınmıştır.
- *Âlât-ı Kimyevî:* Mehmed Esad'ın Başhoca'ya atfettiği bu eser, Ekmeleddin İhsnaoğlu'nun bildirdiğine göre aslında öğrencisi Hacı Mustafa Bey'e aittir (İhsanoğlu, 1989, s. 42).
- *Deniz Lağımı Risalesi* (1249). *Kavâ'id-i Ressâmiyye:* Topoğrafya hakkındadır.

2.1.1 *Mecmûa-i Ulûm-ı Riyâziye (MUR)*

Başhoca İshak Efendi'nin en önemli eseri *Mecmûa-i Ulûm-ı Riyâziye'*dir. Bu eserin ilk baskısı 1831-1834 yılları arasında İstanbul'da, ikinci baskısı ise 1841-1845 yılları arasında Mısır Bulak Matbaasında yapılmıştır (Esad, 1312/1894, s. 40). Bu tez çalışması hazırlanırken, *Mecmûa-i Ulûm-ı Riyâziye*'nin 1842 yılında Mısır Bulak Matbaasında basılmış 2. cildi esas alınmıştır.

Başhoca birinci cildin önsözünde, ifadeleri eski tarzda olan Türkçe eserleri öğrencilerin anlamakta zorluk çektiğini, bu nedenle *MUR*'u kaleme alırken Avrupa'da yazılmış eserlerden faydalandığını belirtmektedir:

> Eğerçe bunların her biri hakkında üstâdân-ı mütekaddimînin (eski üstadların) müstakil risâleleri olup bazılarının lisân-ı Türkî'de tercümeleri mevcût ise de müteferrik (dağınık) ve munfasıl (ayrı ayrı) olduğundan gayr-ı ekserî 'ibâreleri tavr-ı kadîm üzere ifade olunmuş olduğundan binaen tahsilde 'usret (zorluk) der-kâr (aşikar) ve sinîn-i vefîreye (çok seneler) muhtaç idi…Sûret-i ifâdeleri Avrupa usûl-ü vecihle (Avrupa yöntemiyle) muhtasar (kısa) ve müfîd (faydalı) ve kestirme olmak üzere kütüb-ü efrenciyeden (Frenk yani Avrupa kitaplarından) tercüme ve tenkih (düzeltme) tahsilini murâd eden… (Başhoca, 1257/1841, s. 3-4)

Görüldüğü gibi İshak Efendi, kitabı için kesin bir kaynak belirtmemiştir. Ancak Başhoca'nın derslerinde Bézout'un[7] matematik kitaplarını okuttuğundan Takvim-i Vekâyi (1249/1833) gazetesinde bahsedilmektedir:

> …İşbu tahtaya tebeşir ile tahrîr edip (yazarak) şöyleki kitab-ı efrenciyyeden (Avrupa kitaplarından) 'ilm-i riyâziyyeye dair Bezu (بزو) nâm müellifin te'lîf-kerdesi olan Franseviyyülibare mecmûanın cild-i sâlisi (3. cildi) tâlim olunarak … (Esad, 1249/1833, s. 4)[8]

Başhoca'nın eserini kaleme alırken Bézout'dan faydalandığını delillendiren başka kaynaklarla da karşılaşmak mümkündür. Kaçar, Zorlu, Barutçu, Bir, Ceyhan ve

[7] Étienne Bézout (1739-1783) Fransız matematikçi. Genç yaşta Euler'in çalışmalarını büyük bir ilgiyle okumuştur. İlk önce geometri, ardından cebir üzerine çalışmalarda bulunan Bézout'un eserleri İngilizceye tercüme edilmiş ve 19. yy.'da Amerikan matematik eğitim sistemini önemli ölçüde etkilemiştir (Grabiner, 1970, s. 111-114).
[8] Kemal Beydilli Bézout'un kitabının 2. cildinin okutulduğunu belirtmektedir, ancak M. Esad *Takvîm-i Vekâyi'de* 3. cildinin okutulduğu yazmaktadır (Beydilli, 1995, s. 66).

Neftçi, İstanbul Teknik Üniversitesi Merkez Kütüphanesi'nde 1102 demirbaş numarası ile kayıtlı, Bézout'un *Cours de Mathématiques* adlı eserini tespit etmişlerdir. Bu eserin giriş kapağına İshak Efendi, Başhoca olunca kendisi için talep ettiği nişanın eskizini çizmiştir. Gerçekten de Bézout'un kitabının kapağına çizilen madalyonun eskizi ile Başbakanlık Osmanlı Arşivi'nde bulunan ve Başhoca'nın kendisine verilmek üzere II. Mahmud'a sunduğu belirtilen nişanın resmi örtüşmektedir. Başhoca'nın tüm çabalarına rağmen II. Mahmud, daha az gösterişli başka bir madalyonun hazırlatılıp kendisine verilmesine emretmiştir (Kaçar, ve diğerleri, 2012, s. 135-136).

Tüm bu bilgilerin yanında, *MUR*'un içeriğinde Bézout'un izleri de mevcuttur; birinci ciltte yer alan uzunluk, ağırlık gibi çeşitli birimlere ait cetveller (Başhoca, 1257/1841, s. 44-49)[9], Etienne Bézout'un Fransız ölçü birimleri için verdiği cetvellerle (Bézout E. , 1815, s. 208-210) büyük benzerlik göstermektedir. İlerde ayrıntılı incelenecek olan, *MUR*'un 2. cildinde Başhoca'nın bazı geometrik problemlerin çözümü için kullandığı şekiller ve bunların veriliş sırası (Başhoca, 1258/1842, s. 1-6) yine Bézout'un verdiği şekillerle örtüşmektedir (Bézout E. , 1764-1769, s. 1-3). Benzer paralelliklere İhsanoğlu da dikkat çekmektedir; diferansiyel hesaba ayrılan makale her iki kitapta aynı başlıkları taşıyan 11 kısma, integral hesaba ayrılan makale ise her iki kitapta 17 kısma ayrılmıştır (İhsanoğlu, 1989, s. 58; Başhoca, 1258/1842, s. 250-249)[10]. Ayrıca her iki yazarın fizik alanında kaleme aldığı kısımlarda da benzerlikler mevcuttur. *MUR*'un 3. cildinde, Baron Reynaud'un *Traite Elémentaire de Mathématiques et de Physique* (Paris 1839) kitabından; 4. cildin son makalesinde ele

[9] Ekmeleddin İhsanoğlu 1989 tarihli eserinde dipnot 28, s. 56'da bu sayfaları 50-55 olarak yanlış belirtmiştir; doğrusu 44-49 şeklindedir.

[10] E. İhsanoğlu 1989 tarihli eserinde dipnot 33'de bu sayfaları 250-386 olarak vermiş, doğrusu 250-459 şeklindedir

alınan kimya konulu makalede ise Lavoiser'in *Traite Elémentaire de Chimie'*den (Edinburg 1790) faydalandığı İhsanoğlu tarafından tespit edilmiştir (İhsanoğlu, 1989, s. 59-61, 70).

2.1.2 *Mecmûa-i Ulûm-ı Riyâziye* ve Analitik Geometri

Mecmûa-i Ulûm-ı Riyâziye, müstakil bir analitik geometri kitabı değildir. Dört ciltten oluşan eserin, sadece ikinci cildi (1258/1842) matematiğe ayrılmıştır. Buradaki yedi ana başlığın ilk üçü bugün adî geometri diyebileceğimiz Antik Çağ'dan beri bilinen geometrik problemlere ve uygulamalı geometriye, Başhoca'nın da *hendese-i âlâ* (Başhoca, 1258/1842, s. 88, 196) olarak belirttiği iki konu yüksek geometriye, son iki konu da diferensiyel integral hesaba ayrılmıştır[11]. Eserin ikinci cildinin giriş kısmı şu şekildedir:

> Mühendishane-i Berrî-i Hümâyun Başhocası El-hac Hafız İshak Efendi'nin te'lîf-kerdesi (telîf ettiği) olan *Mecmûa-i Ulûm-ı Riyâziye'nin,* müsellesât-ı müsteviyye (düzlem trigonometri) ve ameliyyât-ı hendesiyye ve cebrin hendeseye tatbiki ve ilm-i kutu'-u mahrutiyât (koni kesitleri) ve hesâb-ı tefâzulî ve tamâmîyi (diferensiyel integral hesap) şâmil cild-i sanisidir. (Başhoca, 1258/1842, s. 1)

Görüldüğü gibi giriş kısmında Osmanlılar'da analitik geometri için kullanılan *hendese-i tahlîliyye* veya *hendese-i halliye* ifadelerine yer verilmemiştir; sadece ***hall-i hendesî*** ifadesi kitabın içinde birkaç yerde geçmektedir (Başhoca, 1258/1842, s. 35, 58). Cebir ve geometrinin birlikte kullanımını analitik geometri olarak

[11] *MUR*'un 2. cildindeki diferensiyel integral hesab ile ilgili ayrıntılı bilgi için bk. C. Tezer (2012).

değerlendirdiğimizde karşımıza

> İlm-i hendeseden düsturât-ı cebriyenin hutut-u hendesiyyeye ve hutut-u hendesiyyenin düsturât-ı cebriyeye tatbikını şamil makale-i sadis (Başhoca, 1258/1842, s. 26)[12]

başlığı çıkmaktadır. Bu başlık ise ilkinde on üç, ikincisinde ise sekiz *da'vâ* yani teoremin[13] ele alındığı,

> Bâb-ı evvel: Düsturât-ı cebriyenin hutut-u hendesiyeye tatbikı beyânındadır (Başhoca, 1258/1842, s. 26)[14]
>
> Bâb-ı sânî: Mesâ'il-i hendesiyenin cebir tarîkîyla halleri beyânındadır (Başhoca, 1258/1842, s. 35)[15].

şeklinde iki alt başlığa ayrılmaktadır.

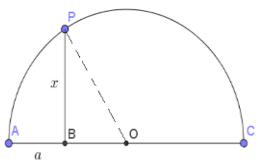
Burada dikkat edilmesi gereken en önemli konu, bölümlerin adlandırılma şeklidir. Başhoca'nın, *düsturât-ı cebriyenin hutut-u hendesiyeye tatbiki* başlığının içeriğini, Boyer'in *A History of Mathematics* adlı kitabını Türkçe'ye çeviren Bağcacı'nın *cebirsel geometri* ifadesi karşılamaktadır[16]. Boyer'den aktaran Bağcacı bu başlığı şu şekilde açıklamıştır:

> $ax = bc$ biçimindeki birinci dereceden denklem, $a{:}b$ ve $c{:}x$ gibi oranlarla değil de ax ve bc alanlarından oluşan bir eşitlik olarak

[12] Cebir kanunlarının geometrik çizgilere ve geometrik çizgilerin cebir kanunlarına uygulanmasını içeren 6. makale.
[13] Burada Başhoca'nın, *da'vâ* olarak kastettiği kanıtlanabilir önerme yani teoremdir (Devellioğlu, 2012, s. 191).
[14] Cebir kanunlarının geometrik çizgilere uygulanması hakkındadır.
[15] Geometrik problemlerin cebirsel yollarla çözülmesi hakkındadır.
[16] Boyer'in "geometric algebra" (Boyer C. B., 2010, s. 70-71) ve "geometrical algebra" (Boyer C. B., 1968, s. 85-87) şeklindeki ifadelerini, Bağcacı "cebirsel geometri" olarak Türkçe'ye çevirmiştir (Boyer C. B., 2015, s. 100).

görülmektedir (Boyer C. B., 2015, s. 101; Boyer C. B., 1968, s. 86; Boyer C. B., 2010, s. 71).

Başka bir örnek daha vermek gerekirse,

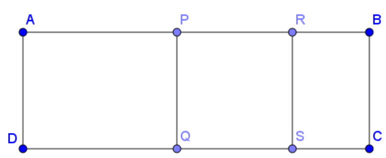


Şekil 1

$x^2 = ab$ ifadesinde x bulunmak isteniyorsa… $AB = a,\ BC = b$ olan bir ABC doğru parçası çizeriz. O noktasından AC çaplı bir yarım dâire çizip B noktasından P'ye bir BP dikmesi çıkartırız. BP aradığımız x doğru parçasıdır (Boyer C. B., 2015, s. 102) (Şekil 1) (Boyer C. B., 2015, s. 102).

Bu örneklerin çok benzeri, Başhoca tarafından ilk bölümdeki on üç teorem içinde ele alınmıştır. Bu tezde "cebirsel geometri" ifadesi, "cebirsel eşitlikler açıklanırken geometrik yapılardan yararlanma" veya "cebirsel eşitliklerin geometrik yapılara uygulanması" anlamında kullanılmıştır.

Başhoca'nın diğer başlığı olan, *mesâ'il-i hendesiyenin cebir tarîkîyla halleri* ifadesinin içeriği, Bağcacı'nın yine Boyer'in eserini çevirirken kullandığı *geometrik cebir* ifadesini karşılamaktadır[17]. Boyer'den aktaran Bağcacı, bu yöntemin daha çok Eukleides'te karşılaşıldığını belirterek, yöntemi şu şekilde örneklendirmiştir:



Şekil 2

Eukleides'in II. kitabının 1. önermesi olan "Eğer biribirine paralel iki doğru parçası varsa ve

[17] Boyer'in "geometric algebra" (Boyer C. B., 2010, s. 98) ve "geometrical algebra" (Boyer C. B., 1968, s. 121) şeklindeki ifadelerini, Bağcacı "geometrik cebir" olarak Türkçe'ye çevirmiştir (Boyer C. B., 2015, s. 134).

> bunlardan biri birden çok parçaya bölünürse, iki doğru paraçasının arasında kalan dikdörtgenin alanı, bölünme sırasında oluşan parçaların toplamına eşittir". Şekil 2'de (Boyer C. B., 2015, s. 135) görülen bu teorem $AD(AP + PR + RB) = AD.AP + AD.PR + AD.RB$ biçiminde yazılabilir ve temel aritmetik yasalarından biri olan dağılma yasasının yani $a(b + c + d) = ab + ac + ad$ ifadesinin geometrik olarak ifadesinden başka bir şey değildir (Boyer C. B., 2015, s. 134; Boyer C. B., 1968, s. 120-121; Boyer C. B., 2010, s. 98).

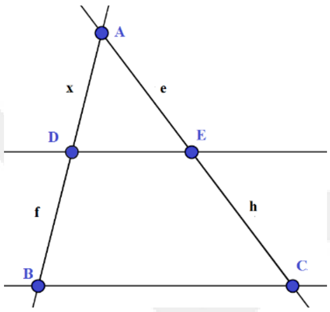
Benzer örnekler, Başhoca tarafından ikinci bölümdeki sekiz teoremde de ele alınmıştır. Sonuç olarak, bu tez kapsamında "geometrik cebir" ifadesi, "geometrik problemlerin çözümünde cebirsel yöntemlerin kullanılması" anlamıyla kullanılmıştır.

İşin ilginç yanı, "cebirsel geometri" ve "geometrik cebir" ifadelerinin her ikisi için de Boyer'in "geometrical algebra" veya "geometric algebra" ifadelerini kullanmış olması, bu iki kavramın aslında birbirinden çok da uzak olmadığını göstermektedir. Ancak çevirmenin kullandığı yorum hakkı ile dikkat çektiği bu ayrımı, Başhoca'nın da iki başlığı farklı şekilde ele alarak göz önünde bulundurduğu görülmektedir. Bu sınıflandırma, *MUR*'un analitik geometri açısından değerlendirilmesi sırasında göz önünde bulundurulmuştur.

MUR'un 2. cildinin içindekilerinin ayrıntılı dökümü, Ek-1'de verilmiştir. Bu kısımın oluşturulmasında Cem Tezer'in "Başhoca İshak Efendi ve Mecmu'a-yı 'Ulûm-ı Riyâziye" adlı makalesi için hazırladığı, ancak kendisinin henüz yayınlamadığı konu başlıklarından faydalanılmıştır.

2.1.2.1 Cebirsel Geometri

Birinci bölümde Başhoca, cebri geometriye uygulamak için, uzunluğu bilinen üç doğrudan *râbi'-i mütenâsib* yani (dörtlü) orantı meydana getirilebileceğini söyler (Başhoca, 1258/1842, s. 26). İlk teoremde de, değeri bilinen üç cebirsel niceliği geometriye uygulamak için bugün temel benzerlik teoremi (veya Thales teoremi) olarak bilinen yöntemi kullanmaktadır:

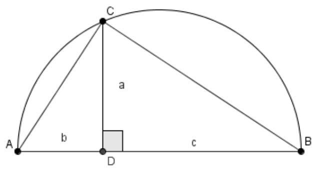


Şekil 3

e, f, h doğru parçalarının uzunlukları bilinmektedir, $|AB| = b, |AC| = c$ ve $|DE| \mathbin{/\!/} |BC|$ olmak üzere $\frac{e.b}{c}$ ifadesi geometriye uygulanmak istenildiğinde $\frac{x}{b} = \frac{e}{c}$ olur ve buradan $x = \frac{e.b}{c}$ bulunur (Başhoca, 1258/1842, s. 27) (Şekil 3) (Başhoca, 1258/1842, Şekil 12).

İkinci teoremde ortak çarpan parantezi, üçüncü teoremde iki kare farkı, beşinci teoremde rasyonel ifadelerde sadeleştirme gibi basit cebirsel işlemler yapılmaktadır. Yapılan bu işlemlerin sonucunda, iki ifadenin çarpımı elde edildiğinde bunun geometrik yorumunun paralelkenar, kare veya dikdörtgen olduğu belirtilmektedir (Başhoca, 1258/1842, s. 27-29). Altıncı teoremde benzer bir yaklaşımla, $\frac{b^3 + b^2 c}{b+d}$ ifadesi geometriye tatbik edilmek istenildiğinde: $\frac{b^3+b^2c}{b+d} = \frac{b(b^2+bc)}{b+d}$ elde edilir. Burada $\frac{b^2+bc}{b+d} = m$ olarak kabul edildiğinde $\frac{b(b^2+bc)}{b+d} = b.m$ olur. Başhoca burada b ifadesini taban, m ifadesini yükseklik olarak değerlendirerek, $b.m$ ifadesini paralelkenarın alanı olarak kabul etmektedir (Başhoca, 1258/1842, s. 30).

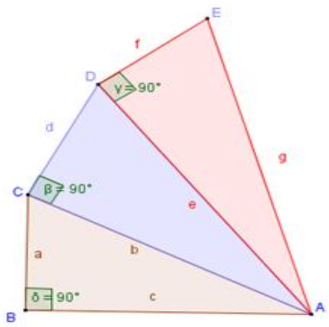
Başhoca, kareköklü ifadeleri geometriye uygulamak için *vasat-ı mütenasib* yani geometrik orta[18] ve dik üçgenin kenarlarının kullanılması olmak üzere iki yöntem önermektedir (Başhoca, 1258/1842, s. 30, 34). 8. teoremde $\sqrt{(b.c)}$ köreköklü cebirsel ifadesinin geometriye uygulanması şu şekilde anlatılmaktadır:



Şekil 4

Şekil 4'te (Başhoca, 1258/1842, Şekil 15) $(\overset{\Delta}{ACD}) \approx (\overset{\Delta}{CBD})$ olduğundan $\frac{|CD|}{|DB|} = \frac{|AD|}{|CD|}$ yazılır. Buradan $\frac{a}{c} = \frac{b}{a}$ olur ve geometrik ortadan $a^2 = b.c$ bulunacağından $a = \sqrt{(b.c)}$ elde edilir (Başhoca, 1258/1842, s. 31).

9., 10. ve 11. teoremlerde Başhoca iki veya çok terimli kareköklü ifadeleri geometriye uygulamak için yarım çember üzerine yerleştirdiği üçgenlere Pisagor ve Öklit teoremini uygulamakta veya çembere göre kuvvet almaktadır. Bu problemi çözerken işlem hataları yapılmıştır (Başhoca, 1258/1842, s. 31-34).



Şekil 5

12. teoremde Başhoca, çok terimli kareköklü cebirsel ifadeleri geometriye uygulamak için, ortak kenarlı üç dik üçgen kullanmaktadır: Şekil 5'teki (Başhoca, 1258/1842, Şekil 16) dik üçgenlere Pisagor teoremi uygulandığında $|EA| = g = \sqrt{c^2 + a^2 + d^2 + f^2}$ elde edilir (Başhoca, 1258/1842, s. 33).

Bu yaklaşımlar, modern analitik geometriden çok önce, Eukleides'in *Elementler*

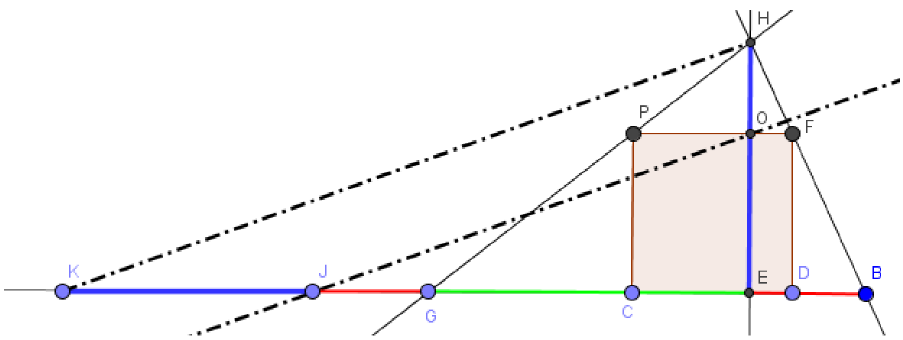
[18] Vasat-ı mütenasib: Tuncer, geometrik orta ve orta orantılı kavramlarını farklı iki kavram gibi değerlendirmiştir (Tuncer, 1995, s. 205). Ancak Altun, kitabında *"Geometrik orta (orta orantılılık)"* şeklinde bir başlık kullanarak bu ikisinin aynı şey olduğunu belirtmektedir (Altun, 2008, s. 36). Yaygın kullanım da bu şekildedir.

kitabında karşımıza çıkmaktadır. T. L. Heath, Eukleides'in 2. kitabında birçok cebirsel formül için geometrik ispatlar verdiğini, herhangi iki niceliğin çarpımının Eukleides'ten önce de dikdörtgenin alanı olarak kabul edildiğini belirtmektedir (Heath, 1956, s. 372).

2.1.2.2 Geometrik Cebir

Başhoca, ilk bölüme göre daha karmaşık problemler içeren ikinci bölümde, çeşitli geometrik problemlerin çözümünde cebirsel yöntemlerin kullanılmasını *hall-i hendesî* olarak isimlendirmektedir (Başhoca, 1258/1842, s. 35, 58). Kitapta sadece birkaç yerde geçen bu ifade, Başhoca'dan sonra yazılmış olan *hendese-i halliyye* kitaplarının isimlerini andırmaktadır.

İlk teoremde, açıları, kenarları ve yüksekliği bilinen bir üçgenin içine, üçgenden büyük olmamak üzere, bir karenin nasıl çizileceği anlatılmaktadır. Başhoca'nın verdiği şekil, günümüz notasyonlarına dönüştürülerek Şekil 6'da (Başhoca, 1258/1842, Şekil 18) verilmiştir.



Şekil 6

İstenen şartlarda bir üçgenin çizilebilmesi için O noktasının belirlenmesi gerekmektedir. $|HE|$ üçgenin yüksekliği olmak üzere, $|GB|$'ye paralel, $|OE|$'ye eşit uzunlukta $|PF|'$nın uzunluğu bulunmak isteniyor.

$$|HE| = b, |GB| = c, |OE| = |PF| = x$$

$$|KE| = b + c, |HO| = b - x$$

olmak üzere, $|PF| \mathbin{/\!/} |GB|$ olduğundan,

$$\frac{b}{b-x} = \frac{c}{x}$$

olur ve buradan

$$x = \frac{b.c}{b+c}$$

bulunur.

$$b + c = |HE| + |BG| = |EJ| + |KJ| = |EK|$$

çizilerek K ve H noktaları birleştirilir. Ardından $|BG|$ tabanına eşit uzunlukta $|EJ|$ çizilir. J noktasından $|KH|$ doğrusuna paralel $|JO|$ doğrusu çizildiğinde, bu doğrunun $|HE|$'yi kestiği O noktası istenen nokta ve $|OE|$ uzunluğu da karenin bir kenarı olur.

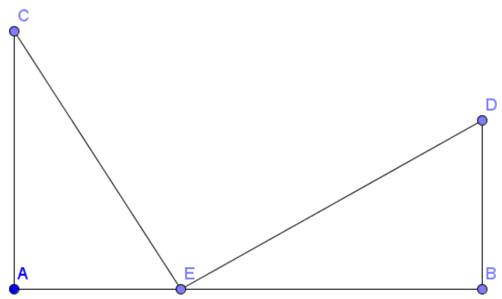
$\left(\overset{\Delta}{HKE}\right) \approx \left(\overset{\Delta}{OJE}\right)$ olduğundan,

$$\frac{|KE|}{|JE|} = \frac{|HE|}{|OE|}$$

$$\frac{b+c}{c} = \frac{b}{x}$$

$$x = \frac{b.c}{b+c}$$

yazılabilir ve böylece istenen ifade geometriye uygulanmış olur (Başhoca, 1258/1842, s. 35-36).



Şekil 7

İkinci teoremde (Şekil 7) (Başhoca, 1258/1842, Şekil 19) Başhoca, bir düzlemdeki paralel iki dik doğru parçasının uçlarını, $|AB|$ ile birleştiren E noktasının yerini, çeşitli geometrik çizimler, cebirsel işlemler ve Pisagor teoremi sonucu şu şekilde elde etmiştir (Başhoca, 1258/1842, s. 36-37):

$$|CA| = c, |DB| = b \; ve \; |AB| = d \text{ olmak üzere}$$

$$|AE| = \frac{1}{2}d - \frac{1}{2}\frac{(b+c)(b-c)}{d}$$

Teoremin *"Tenbîh"* kısmında, *"Da'vâ-ı mezkûre yalnız hendese ile dahi istihraç olunur"* diyerek, söz konusu teoremin sadece geometri kullanılarak da çözülebileceği belirtilmiştir (Başhoca, 1258/1842, s. 37). Buradaki *"yalnız hendese ile dahi"* ifadesi sentetik bir çözümün de varlığını işaret etmektedir. Yukarıda verilen çözüm, Başhoca'ya göre sentetik yani geometrik değilse o halde analitiktir, şeklinde düşünülebilir.

Üçüncü teorem,

> Adlâ'-ı selasesi ma'lûm olan müsellesin re'sinden kâ'idesine nâzil olan 'amûdun kâideden kat' eylediği kısımlarıyla 'amûd-u merkumu istihrâc etmenin tarîkidir (Başhoca, 1258/1842, s. 37-42)[19].

[19] Kenarlarının uzunluğu bilinen bir üçgenin tepe noktasından indirilen dikmenin, tabanda ayırdığı parçaların tesbiti ve söz konusu dikmeyi indirmenin yöntemi.

Dördüncü teoremde,

> Bir zâviye-i ma'lûmenin hâricinde vâki' bir noktadan zâviye-i mezkûrenin dıl'larını kat' ile hâdis olacak müselles bir murabba'-ı mefrûza müsâvî olmak üzere bir hatt-ı müstakîm resm etmenin tarîkidir (Başhoca, 1258/1842, s. 42-45)[20].

başlığı incelenmiş ve bahsedilen geometrik problemlerin çözümünde cebirsel eşitliklerden yararlanıldığı belirtilmiştir.

Beşinci teorem,

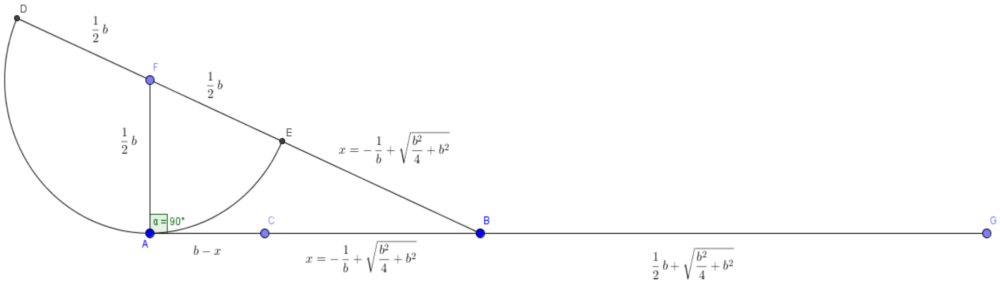
> Bir müsellesin hâricinde veya dâhilinde vâki' bir noktadan müselles-i mezkûru bir nisbet-i ma'lûma üzere taksîm etmek şartıyla bir hatt-ı müstakîm resm etmenin tarîkidir (Başhoca, 1258/1842, s. 46-48)[21].

Bu teoremlerdeki geometri problemleri çözülürken, uzunluğu bilinmeyen doğru parçasına x denilmiştir. Bu uzunluğu bulmak için benzerlik, oran-orantı, Pisagor teoremi ve bazı cebirsel işlemler kullanılmıştır.

Altıncı teorem,

[20] Bilinen bir açının dışındaki bir noktadan, alanı tam kare bir sayıya eşit olan üçgen oluşturacak şekilde, açının kollarını kesen bir doğru parçası çizmenin yöntemi.
[21] Bir üçgenin içinde veya dışında bulunan bir noktadan, söz konusu üçgeni belli bir oranda bölmenin yöntemi.

Bir hatt-ı müstakim-i ma‘lûmu hatt-ı mezkûr kısımlarından her biri hatt-ı merkum ile kısm-ı âhir beyninde vasat-ı mütenâsib olmak üzere taksîm olunmak için hatt-ı merkum üzere bir nokta tayin etmenin tarikidir (Başhoca, 1258/1842, s. 48)[22].



Şekil 8

Bu teoremde, Şekil 8'da (Başhoca, 1258/1842, Şekil 30) verilen $|AB|$'nın $\frac{b}{x} = \frac{x}{b-x}$ geometrik orantısını sağlayacak şekilde, C noktası ile iki kısma nasıl ayrılacağı açıklanmaktadır. Yapılan işlemler şu şekildedir:

$$\frac{b}{x} = \frac{x}{b - x}$$

$$x^2 = b^2 - b.x$$

$$x^2 + b.x - b^2 = 0$$

Burada elde edilen ikinci derece denkleme, $\Delta = b^2 - 4ac$ diskriminantı uygulandığında $\Delta = \ b^2 + 4b^2$ olacağından, denklemin kökleri

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

formülünden

[22] Bu teoremde, bir doğruyu Altın Oran'a göre bölmenin yöntemi anlatılmaktadır.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 + 4b^2}}{2}$$

$$x = -\frac{1}{2}b \pm \sqrt{\frac{b^2}{4} + b^2}$$

bulunur. Başhoca, elde edilen bu ifadeyi geometriye tatbik etmek için A noktasından $|AF| = \frac{1}{2}b$ dikmesi çıkılarak, Pisagor teoreminin uygulanması gerektiğini ifade eder (Şekil 8). Buradan:

$$|BF|^2 = |AF|^2 + |AB|^2$$

$$|BF|^2 = \frac{b^2}{4} + b^2$$

$$|BF| = \sqrt{\frac{b^2}{4} + b^2}$$

$$|BE| = x = -\frac{1}{2}b + \sqrt{\frac{b^2}{4} + b^2}$$

bulunur. $|BE| = |BC| = x$ olduğundan istenen oranda doğru parçasını iki kısma ayıran C noktasının yeri tespit edilmiş olur. Daha sonra $|BD| = |BG| = +\frac{1}{2}b + \sqrt{\frac{b^2}{4} + b^2}$ olacak şekilde $|AB|$ uzantısına $|BG|$ çizildiğinde $|AG|$ ve $|AB|$ arasında teoremin en başında Başhoca'nın belirttiği geometrik orta bu sefer $\frac{|AG|}{|BG|} = \frac{|BG|}{|AB|}$ şeklinde yazılır, istenen bu kez B noktasıdır. Gerekli cebirsel işlemler yapıldığında bu eşitliğin doğruluğu görülür (Başhoca, 1258/1842, s. 48-49).

$$|BD| = |BG| = +\frac{1}{2}b + \sqrt{\frac{b^2}{4} + b^2}$$

Başhoca'nın verdiği bu ifadede $b = 1$ aldığımızda ifade

$$\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + 1} = \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{5}{4}} = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} = \varphi$$

şeklini alır ve bu da Altın Oran'dan başkası değildir. Bu teoremin sonunda Başhoca:

> Da'vâ-ı mezkûre 'ilm-i hendesede meşhûr ve mütearrif olan vasat ve tarafeyn nisbeti üzere hattı taksîm etmenin da'vâsının aynı ise de… (Başhoca, 1258/1842, s. 49).

ifadesiyle, söz konusu teoremde geometrinin meşhur ve çok bilinen *vasat ve tarafeyn nisbeti* yani "altın oran"a göre bir doğruyu bölmenin yönteminin anlatıldığını ifade etmektedir[23].

7. teoremde bir geometri problemi, 4. dereceden bir denklem yardımıyla *muhdes* yani kompleks (karmaşık) sayılar (Tuncer, 1995, s. 328) işleme dâhil edilerek çözülmüştür (Başhoca, 1258/1842, s. 50-55). 8. teorem ise, küre ile ilgili bir problemde kareköklü ifadelerin geometriye uygulanmasına ayrılmıştır (Başhoca, 1258/1842, s. 55-58).

Geometrik cebir konulu bu bölümün sonunda Başhoca,

> Hall-i hendesî bu vechle olarak tahsîli ancak ziyâde-i iştigâl (çok meşgul olma) ile kesret-i mümâresâta menût (çok alıştırmaya bağlı)

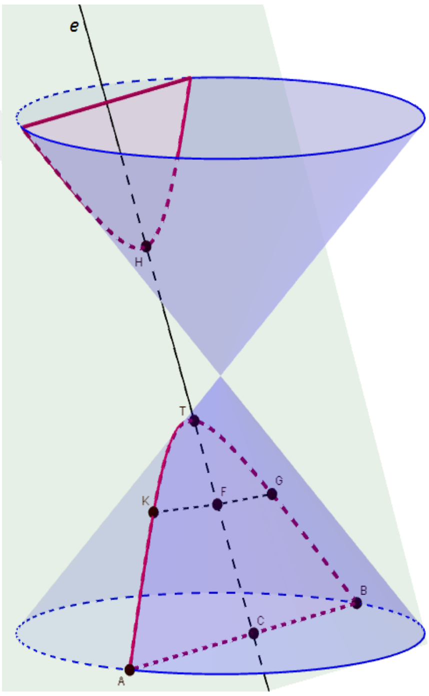
---

[23] Vasat ve taraf nisbetinde taksim: Orta ve yan oranında bölüm, altın oran (İn. golden section) (Tuncer, 1995, s. 205).

olmakla bu mahalde bu kadarca ile iktifâ (yeterli) olunarak hendese-i a‘lâda inşallah te‘âlî ziyâdesiyle tafsîl ve beyân olunsa gerektir (Başhoca, 1258/1842, s. 58).

ifadesiyle geometrik cebir konusunun kitabın ilerleyen kısımlarında yüksek geometride de kullanılacağını belirtmektedir.

2.1.2.3 Koni Kesitleri



Şekil 9

Yüksek geometriden koni kesitlerine bakıldığında, Başhoca önce koninin bir düzlemle kesilme şekillerine göre elipsin, hiperbolün ve parabolün tanımlarını yapmıştır (Başhoca, 1258/1842, s. 88-90). Ardından koni kesitlerinin elemanlarını tanıtmıştır. Şekil 9’da (Başhoca, 1258/1842, Şekil 64) F koni kesitinin odak noktasıyken, $|TC|$ doğru parçası (veya e doğrusu) ise dönme eksenidir. Başhoca’dan sonra analitik geometri konulu kitap kaleme alan matematikçiler, *mihver* (eksen) sözcüğünü kartezyen koordinat sistemindeki x ve y eksenleri yerine kullanacaklarken, Başhoca bu kelimeyi, dönme ekseni anlamında kullanmıştır:

Her bir kat‘ın üzerinde vâki‘ olup (var olup) üzerinde deverân eylediği (döndüğü) hatt-ı müstakime mihver (eksen) tesmiye olunarak (adlandırılarak)… (Başhoca, 1258/1842, s. 90)

Şekil 9’da görülen koni kesitinin T tepe noktası şu şekilde tanımlanmıştır:

> …mihver-i mezkûrun re’s noktasına (tepe noktası) evvel katı‘ın re’si ve nokta-ı muhdese[24] ıtlâk (söyleme) ve… (Başhoca, 1258/1842, s. 90).

Başhoca, Şekil 9’daki yatay $|KF|$’nı *tertib*, $|KG|$’nı ise *zı‘f-ı tertib* olarak adlandırırken, kendisinden sonra gelen matematikçiler *tertib* sözcüğünü koordinat sistemindeki ordinat kavramı[25] için kullanmaktadırlar:

> …mihver-i mezkûr üzerine ihrâc olunan (indirilen) ‘amûdlara (dikmelere) evvel mihverin tertibleri, ve iki müsâvî (eşit) tertiblerin mecmûna (toplamına) zı‘f-ı (iki kat) tertîb… (Başhoca, 1258/1842, s. 90)

Benzer şekilde Osmanlı döneminde yazılan modern analitik geometri kitaplarında *fasla* sözcüğü apsis kavramının karşılığı olarak kullanılırken, Başhoca Şekil 9’daki düşey $|TF|$’nı, $|KF|$ tertibinin *faslası*; ele alınan koni kesiti hiperbol ise $|CT|$’nı yine $|KF|$ tertibinin *tamam-ı fasla* olarak adlandırmaktadır:

> …ve zikr olunan tertiplerden mihverin nokta-ı re’s (tepe noktası) tarafından fasl eyledikleri hatlara evvel tertibin faslası ve tertibin mihverden fasla eylediği fasla ile katı‘ın re’s mukabili arasında vâki‘ mihverin kısmına tamam-ı fasla ta‘bîr olunur. (Başhoca, 1258/1842, s. 90, 91)

Tam tersi olması gerekirken, düşey mesafe x ile gösterilerek *fasla* denilmiş, yatay

---

[24] Muhdese (محدثه): (Muhdes’in müennesi) İhdas edilmiş, sonradan meydana gelmiş, eskiden olmayan (Devellioğlu, 2012, s. 783). Başhoca, koniklerin tepe noktasını *nokta-ı muhdese* olarak da isimlendirmiştir. Başka herhangi bir kaynakta bu kullanıma rastlanmamıştır. Bilindiği gibi kompleks sayılar da *muhdes aded* olarak isimlendirilmektedir (Tuncer, 1995, s. 328), Başhoca’da da bu kullanım mevcuttur. Görünen o ki Başhoca, sonradan ihdas edilmiş yani kurulmuş herhangi bir şey için *muhdes* sözcüğünü tercih etmektedir.

[25] Bk. Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 26-27; Sayan, 1331/1912, s. 3-4.

mesafe y ile gösterilerek *tertib* denilmiştir (Başhoca, 1258/1842, s. 91-93, 99, 109, 110, 116, 125, 208). Bahsi geçen *tertib* ve *fasla* kullanımlarının analitik geometri ile bir bağlantısı yoktur ancak Başhoca, ilerleyen sayfalarda koordinat sistemindeki XX' (س سَ), YY' (ع′ع) eksenlerinin tanımını yapmaktadır:

> İşbu fende hatt-ı tertibler Y harfiyle ve faslalar X harfiyle ve muhtelif olarak iki hatt-ı tertib YY', ve iki fasla XX' harfiyle işa‘r ve ifade olunmak… (Başhoca, 1258/1842, s. 91, 96)

Bu eksen tanımında olduğu gibi Başhoca, kitabın diğer yerlerinde de doğru bir şekilde, düşey mesafe için *Y,* yatay mesafe için *X* ifadesini de kullanmıştır (Başhoca, 1258/1842, s. 129, 189); çelişkili bir kullanım mevcuttur. *MUR*'da analitik geometrinin varlığına dair önemli bir delil olan eksen kullanımı için Başhoca'nın standart bir kullanımı tercih etmediği görülmektedir.

Koni kesitlerinde, teğet, teğet altı, normal, normal altı ve odak noktası gibi yardımcı elemanların tespitinde, ilgili şeklin içinde benzer üçgenlerden elde edilen basit oranlar kullanılarak cebirsel geometri başlığındaki yaklaşım devam ettirilmiş, teoremler *adî geometri* ile ispat edilmiştir (Başhoca, 1258/1842, s. 91, 93, 95-97)[26].

Başhoca, elipsin asal eksenini yani büyük eksenini *mihver-i kebir* (Başhoca, 1258/1842, s. 113-115), elipsin yedek eksenini yani küçük eksenini ise *mihver-i sagîr*[27] olarak ifade ederken, parabole ait yardımcı eleman olan parametreyi (veya parametre ekseni) şu şekilde açıklamıştır:

---

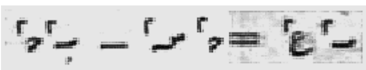
[26] Benzer durumlar: parabol için s. 106-109, hiperbol için s. 145-147, ayrıca bk. hiperbolün çaplarının tespiti için s. 167-168.
[27] Sagîre: Küçük (Devellioğlu, 2012, s. 1063) anlamında olduğundan, *mihver-i sagîre* için küçük eksen denilebilir (Başhoca, 1258/1842, s. 118).

…nokta-ı ihtirâktan (odak noktasından)[28] mürur eden hatt-ı tertibin zı‘fına muaddil mihver[29] denilir (Başhoca, 1258/1842, s. 96).

Başhoca, elipsin bilinen bir noktasına teğet çizmenin yöntemini anlatırken, elipse dik doğrular çizerek eşit açılar elde ettiğini belirtmiş, tüm sayfada $|AB| + |BC| = |AC|$ şeklinde doğru parçalarının toplamını göstermenin dışında, neredeyse sözel bir anlatım tercih etmiştir (Başhoca, 1258/1842, s. 120-121).

Başhoca, elipsin teğet altının uzunluğunun $\frac{b^2-x^2}{x}$ şeklindeki formülünü (Başhoca, 1258/1842, s. 123), elipsin çaplarının merkez noktasında iki eşit parçaya bölünmesini (Başhoca, 1258/1842, s. 124), elipsin merkezini, eksenlerini ve odak noktalarını elde etmenin yöntemini ve alanını (Başhoca, 1258/1842, s. 131-132), geometrik şekiller arasında benzerlikler kurarak, içler dışlar çarpımı ile istenen uzunluğu bularak, kısaca adî geometri ile ispat etmiştir.

Hiperbolün odak noktalarını taşıyan asal eksen *mihver-i evvel*, buna dik olan yedek eksen *mihver-i sânî* veya *mihver-i müzdevic*, asal ve yedek uzunluğu eşit olan ikizkenar hiperbol ise *şibh-i kat‘-ı nâkıs* şeklinde tanımlanmıştır (Başhoca, 1258/1842, s. 140). Başhoca, hiperbolün denklemini ise $b^2y^2 = c^2x^2 - b^2c^2$ şeklinde vererek (Şekil 10), elementer geometri ile de ispatını yapmıştır



Şekil 10

[28] Odak noktası için yaygın kullanım mihrâk (محراق) sözcüğüdür (Sayan, 1331/1912, s. 468; Tuncer, 1995, s. 328; Devellioğlu, 2012, s. 751). Ancak Başhoca, Arapça aynı kökten türemiş olan ihtirâk (احتراق : Tutuşup yanma, (Devellioğlu, 2012, s. 483) sözcüğünü tercih etmiştir. (Bu sözcük (Başhoca, 1258/1842, s. 113-114, 121 v.d.)'de de mevcuttur). Ahmed Zihnî Efendi de odak noktası için ihtirâk sözcüğünü tercih etmiştir (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 33, 37-38, 232).

[29] Muaddil: Değiştireç, parametre (Tuncer, 1995, s. 328); Odağın doğrultmana olan uzaklığına parabolün parametresi denir (Balcı, 2012, s. 103) veya parametre, odaktan geçen en büyük kiriş olarak da tanımlanabilir. Başhoca'nın tarifinden ve bu iki tanımdan hareketle *muaddil mihvere*, parametre (veya parametre ekseni) denilebilir. Bu terimi Zihnî Efendi de bu şekliyle kullanmıştır (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 37-38, 232).

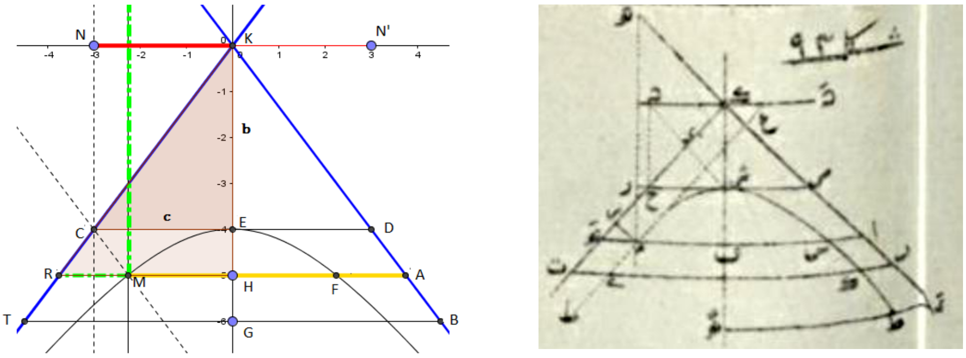
(Başhoca, 1258/1842, s. 141-142). Gerekli düzenlemeler yapılarak eşitliğin her iki tarafını b^2c^2 ile böldüğümüzde:

$$\frac{c^2x^2}{b^2c^2}-\frac{b^2y^2}{b^2c^2}=\frac{b^2c^2}{b^2c^2}$$

$$\frac{x^2}{b^2}-\frac{y^2}{c^2}=1$$

hiperbolün analitik denklemini elde ederiz. Konunun ilerleyen kısımlarında odakları xx' ekseni üzerinde olduğu belirtilen hiperbolün denklemi de $y^2=\frac{c^2}{b^2}(x^2-b^2)$ olarak verilmiştir (Başhoca, 1258/1842, s. 172). Bu ifade düzenlendiğinde yukarıda verilen hiperbolün genel analitik denklemi elde edilir. Sonuç olarak, Başhoca'nın *MUR*'da hiperbolün analitik denklemini verdiği görülmektedir.

Bâb-ı tâsi': Kat'-ı zâ'idin hatteyn-i mücânibeyni beyânındadır (Başhoca, 1258/1842, s. 147) kısmında Başhoca, hiperbolün asimptotları ile ilgili 4 teoremi ele almış, bu teoremlerin ilkinde de, $|KN|^2=|EC|^2=c^2=|MR|.|MA|$ ifadesini ispatlamıştır. Başhoca'nın teoreme ilişkin verdiği şekil günümüz notasyonlarına çevrilerek Şekil 11'de (Başhoca, 1258/1842, Şekil 93) verilmiştir.



Şekil 11

Başhoca'nın anlatımıyla, $|KH| = x$ olmak üzere, $(\overset{\Delta}{KEC}) \approx (\overset{\Delta}{KHR})$ benzerliğinden,

$$\frac{|KE|}{|EC|} = \frac{|KH|}{|HR|}$$

$$\frac{b}{c} = \frac{x}{|HR|}$$

$$|HR| = \frac{c.x}{b}$$

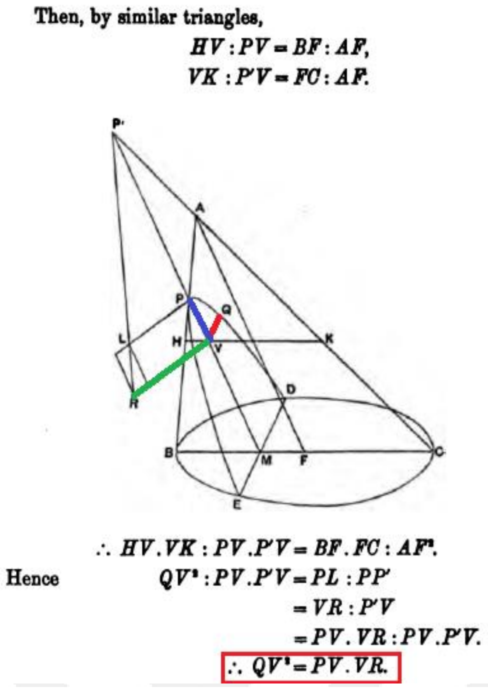
bulunur ve $|HM| = y$ alındığında:

$$|MR| = |HR| - |HM| = \frac{c.x}{b} - y$$

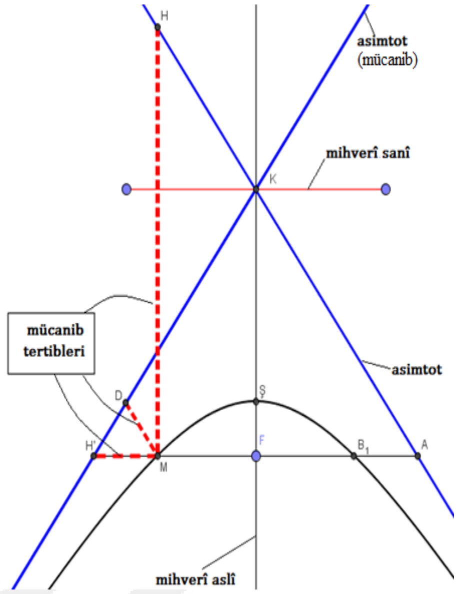
$$|MA| = |HR| + |HM| \; (|HR| = |HA|) = \frac{c.x}{b} - y$$

$$|MR|.|MA| = \left(\frac{c.x}{b} - y\right).\left(\frac{c.x}{b} + y\right) = \left(\frac{c.x}{b}\right)^2 - y^2 \overset{?}{=} c^2$$

elde edilmiştir. Başhoca muhtemelen işlem hatası yaparak iki kare farkı özdeşliğini c^2 ifadesine eşitlemiş, ardından da ispatın tamamlandığını belirtmiştir (Başhoca, 1258/1842, s. 147-148).



Şekil 12



Şekil 13

Benzer bir teoremin ispatı, Heath'ın anlatımıyla, Apollonius'da da karşımıza çıkmaktadır. Şekil 12'de (Heath, 2004, s. 10) da görüleceği gibi hiperbol için $|QV|^2 = |PV|.|VR|$ şeklinde verilen teorem, benzer üçgenlerden faydalanılarak ispatlanmıştır. Bu bağlamda Heath, Apollonius'un ve daha eski geometri uzmanlarının kullanmış olduğu temel donanımın, aslında geometrik cebir olduğunu vurgulamıştır (Heath, 2004, s. ci; Cajori F. , 2014, s. 52). Dolayısıyla Başhoca'nın yüksek geometride de geometrik cebir kullandığı açıktır.

Başhoca'nın Antik dönem matematikçilerine benzer bir yaklaşım sergilemesi, sadece geometrik cebir kullanımında değil, asimptotları eksen olarak kabul etmesi gibi farklı konularda da karşımıza çıkmaktadır. Başhoca, hiperbolün üzerindeki bir noktanın tertiblerini (ordinatlarını) mücâniblere yani asimptotlara göre belirlemiştir. Şekil 13'te (Başhoca, 1258/1842, Şekil 93) görülen $|MH|, |MD|, |MH'|$ doğru parçalarını *mücânib tertibleri* (Başhoca, 1258/1842, s. 147), $|KD|$'nı ise *fasla*

(Başhoca, 1258/1842, s. 149) olarak adlandırmıştır. Benzer şekilde, Apollonius da eğri üzerindeki bir nokta ile eğriye sonsuzda teğet olan doğru yani asimptot arasındaki ilişkiyi inceleyerek asimptotu eksen olarak kabul etmiştir. Heath bu yaklaşımı, geometrik işlemleri cebirsel yöntemlerle yapmanın dışında, modern analitik geometriye yakın olarak değerlendirmektedir (Heath, 2004, s. cxvi). Başhoca da bu bağlamda değerlendirilebilir. Ayrıca Heath, Apollonius'dan önce de Menaechmus'un hiperbolün asimptotlarını koordinat ekseni olarak kullandığını belirtmektedir (Heath, 2004, s. cxv). Modern analitik geometride ise bu tertib/fasla (ordinat ve apsis) koordinat eksenlerine göre belirlenmektedir.

2.1.2.4 Mutlak Eğriler

Başhoca, koni kesitlerinden sonra yine yüksek geometri başlığı altında incelediği eğrileri, *münhaniyyât-ı mutlaka* olarak isimlendirmiştir (Başhoca, 1258/1842, s. 196). Münhaniyyât-ı mutlaka, Melek Dosay tarafından *mutlak eğriler* (Dosay, 2002, s. 217) olarak ifade edilirken; Cem Tezer, münhaniyyât-ı mutlakayı *denklemle verilen eğriler* olarak yorumlamıştır (Tezer, 2012, s. 25).

Bu bölümün mukaddimesinde Başhoca, her çizginin bir noktanın hareketinden doğduğunu, bu hareket istikrarlı olursa *hatt-ı muntazam* yani düzgün çizgi[30], hareket düzensiz olursa düzgün olmayan çizgi elde edileceğini, her düzgün çizginin üçgenin bir kenarı olabileceğini ve bu çizginin de birinci dereceden denklemlerle ifade edilebileceğini belirtmiştir. Buradan hareketle, her doğru çizginin düzgün olduğunu, doğru olmayan çizgilerin ise zorunlu olarak eğri olduğunu belirterek eğri çizginin de tanımını yapmıştır (Başhoca, 1258/1842, s. 196; Dosay, 2002, s. 217):

[30] منتظم (Muntazam): Düzgün (Devellioğlu, 2012, s. 796).

> Münhanînin (eğrinin) düstûrunda (formülünde) vâki‘ (var olan) hatların beynlerinde vâki‘ nisbetin ‘aded (sayı) ile tabiri mümkün ise evvela münhanîye münhanî-i ‘adedî ve münhanî-i hendesî tesmiyye olunup münhaniyyât-ı erbaa (dört eğriler) misillû (gibi) yani kutû‘-ı selâse (elips, hiperbol ve parabol kastediliyor) ile dâire gibi… (Başhoca, 1258/1842, s. 196)

ifadeleriyle, koni kesitleri ve dâire gibi formülünde sayısal yani rasyonel değerler bulunan eğriler, *geometrik eğriler* olarak tanımlanırken;

> …eğer münhanînin düstûrunda vâki‘ hatların beynindeki vâki‘ nisbetin ‘aded (sayı) ile tabiri bir vechle mümkün olmaz ise münhanî asamm tabir olunur. (Meselâ) bir münhanî tertiblerinin tabiri müctemi‘i (toplanmış, birleşmiş) ile faslalarının tabiri müctemi‘i beynindeki nisbet ceybin kavs-ı dâireye nisbeti gibi denilse nisbet asamm olur (Başhoca, 1258/1842, s. 196-197).

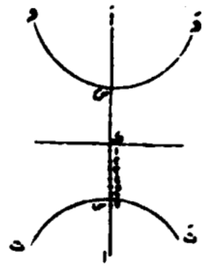
ifadeleriyle de *asamm* eğrileri açıklamaktadır. Dosay *asamm* eğrileri irrasyonel eğriler olarak (Dosay, 2002, s. 217), Tezer ise *“biraz muğlak da olsa rasyonel olmayan, köklü hatta transcendental”* şeklinde yorumlamıştır (Tezer, 2012, s. 25)[31]. Bunun yanında Tezer, Başhoca’nın eğrileri geometrik (rasyonel) ve irrasyonel (asamm) olarak sınıflandırmasını, “*bugünün okuyucusu için suni ve muğlak”* olarak değerlendirmektedir (Tezer, 2012, s. 25).

Başhoca mutlak eğriler bahsini üç alt başlıkta incelemiştir.

[31] Cem Tezer ayrıca aynı sayfada, *asamm* sözcüğünün farklı dillerdeki sözlük karşılığını şu şekilde aktarmaktadır: Asamm: Sağır, söz anlamaz, zor, sert…Latince *surdus*, Fransızca *sourd* kelimeleri sağır manasına gelirken bunlara müştak olan İngilizce *surd* köklü miktar demektedir.

2.1.2.4.1 Geometrik Eğriler

“Münhaniyyât-ı hendesiyye” yani geometrik eğriler başlığı altında incelenen ilk teoremde, $y^2 = \frac{c^2x^2-b^2c^2}{b^2}$ ikinci derece eğrisinin çizimi ele alınmıştır. $b = 6$ ve $c = 3$ değerleri verildiğinde, $x = 7$ değeri için $y = \sqrt{\frac{117}{6}}$ bulunmuştur. Daha sonra x’e 8, 9 ve devam eden değerler verilerek y değerleri bulunmuş ve eğrinin çizimi tamamlanmıştır (Başhoca, 1258/1842, s. 197).



Şekil 14

Aynı da‘vânın ikinci kısmında bu kez, $y = \pm\sqrt{\frac{c^2x^2-b^2c^2}{b^2}}$ eğrisi incelenmiştir. Denklemdeki x ve y için pozitif ve negatif değerler verilip, x’in aldığı değerlere göre y’nin değişimi belirtilerek eğrinin nasıl davrandığı açıklanmıştır (Şekil 14) (Başhoca, 1258/1842, Şekil 126):

> x mikdârı tezâyüd (çoğalma) ettikçe y mikdârları dahi tezâyüd edip ST (س ت) münhanî kısımları mihverden (eksenden) tebâüd (uzaklaşma) ederler (Başhoca, 1258/1842, s. 198).

x’e değer verip y’nin değerini bularak bir denklemin grafiğini çizmek bugün de analitik geometride kullanılan bir yöntemdir. İlginç olan, Başhoca’nın ilk defa bir eğrinin analitik denkleminde x ve y değerleri yerine negatif nicelikleri de koyarak işlem yapmasıdır.

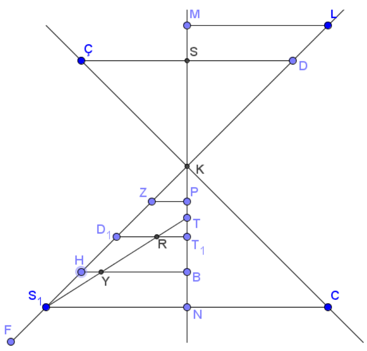
Başhoca, takip eden 2. teoremde $y^3 - bx^2 = 0$, 3. teoremde ise $y = \sqrt{x} \pm \sqrt[4]{x^3}$ eğrilerinin çizimlerini anlatırken yine x ve y’ye pozitif ve negatif değerler vererek çizimi tamamlamıştır (Başhoca, 1258/1842, s. 198-199).

2. teoremde geçen "*her bir tertib kendi faslası üzerine yine 'amûd farz olunarak* (Başhoca, 1258/1842, s. 198)*"* ifadesi modern bağlamda kartezyen koordinat sisteminde bir noktanın belirlenmesi olarak düşünülebilir. Başhoca'daki analitik geometriye dair başka bir ipucu da, yukarıda bahsi geçen 2. teoremde *"K noktası faslaların mebde'i..* (Başhoca, 1258/1842, s. 198)*",* 3. teoremde ise "*A noktası faslaların mebde'i farz olunsa…* (Başhoca, 1258/1842, s. 199)*"* ifadeleriyle orijin yani $(0,0)$ başlangıç noktasının tanımlanmasıdır, ancak bugünkü kullanımın aksine standart bir harf kullanımı tercih edilmemiştir.

2.1.2.4.2 "Muâdelât-ı Gayr-ı Mahdûde"[32]

Bu başlıktaki *muâdelât-ı gayr-ı mahdûde* ifadesinin bugünkü terminolojide bir karşılığı yoktur. Başhoca, bu başlığı şu şekilde tanımlamıştır:

> Hatt-ı müstakimi (doğru) veya münhaniyi (eğri) iş'ar edip x, y iki meçhule (bilinmeyen) hâvî (içeren) olan muâdele-i gayr-ı mahdûdeye mahall-i hendesî (geometrik yer) denilir (Başhoca, 1258/1842, s. 200)[33].



Şekil 15

Başhoca, *muâdele-i gayr-ı mahdûde* ifadesiyle, doğrular için $y = mx + n$ veya $ax + by + c = 0$ şeklindeki genel doğru denklemini, eğriler için ise iki ve üstü dereceden x ve y bulunduran denklemlerin geometrik yerini[34] kastetmektedir. Bu tanımdan sonra Başhoca x ve y eksenlerinin tanımlarını hatalı ve konu

---

[32] Gayr-ı mahdûd: Sınırsız, belirsiz (Devellioğlu, 2012, s. 323).
[33] *MUR, c. 2,* s. 200.
[34] Geometrik yer: Mahall-i hendesî (Devellioğlu, 2012, s. 650), hendesî mahall (Nazmi & Hilmi, 1933, s. 13), [Fr. lieu géométrique, İng. locus].

akışıyla alakasız olarak şu şekilde vermiştir (Şekil 15) (Başhoca, 1258/1842, Şekil 129) :

> MN hattı x fasla-ı meçhûllerinin mihveri olarak ahz ve $FZ, SD, SÇ$ sair y tertibleri farz olunarak (Başhoca, 1258/1842, s. 200).

Bu tanımı verdikten hemen sonra Başhoca yine üçgenler arası benzerlik kurarak geometrik yer tayini yapmaya çalışmaktadır:

$$|KP| = b, |PT_1| = x, |KN| = n, |NS_1| = |KM| = m,$$

olmak üzere üçgen benzerliğinden

$$\frac{m}{n} = \frac{|PZ|}{B} \text{ olduğundan } |PZ| = \frac{m.b}{n}$$

yazılabilir. Yine $\left(\overset{\Delta}{KZP}\right) \approx \left(\overset{\Delta}{KD_1T_1}\right)$ benzerliğinden

$$\frac{b}{\frac{m.b}{n}} = \frac{b+x}{y}$$

$$y = \frac{m.x + m.b}{n}$$

bulunur (Başhoca, 1258/1842, s. 200-201). Başhoca bu eşitliği:

> …düstûr-u mezkûr (söz konusu formül) müsbet ve menfî (pozitif ve negatif) olan y tertiblerinin mahall-i hendesîsi (geometrik yer) olur (Başhoca, 1258/1842, s. 201).

şeklinde değerlendirmektedir. Bugün bu eşitlik birinci dereceden doğru denklemini ifade etmektedir. Görüldüğü gibi Başhoca basit geometrik işlemler ile ispatı gerçekleştirmiştir.

Başhoca, “*muâdelât-ı gayr-ı mahdûdenin mahall-i hendesîleri”* başlığını 4 alt bölüme ayırmıştır:

> Fasl-ı evvel: Derece-i ûlâdan iki meçhule hâvî mahall-i hendesî beyânındadır (Başhoca, 1258/1842, s. 201).
>
> Fasl-ı sânî: Derece-i sâniyyeden iki meçhule hâvî muâdelenin mahall-i hendesîleri (Başhoca, 1258/1842, s. 203).
>
> Fasl-ı sâlis: Derece-i sâlise ve râbi‘adan olan muâdelât-ı mahdûdelerin mahall-i hendesîleri beyânındadır (Başhoca, 1258/1842, s. 218).
>
> Fasl-ı râbi‘: Yukarı derecelere müteallik (ilgili) mahdûd ve gayrı mahdûd bazı mesâ’il-i hendesiyyenin halli beyânındadır (Başhoca, 1258/1842, s. 228).

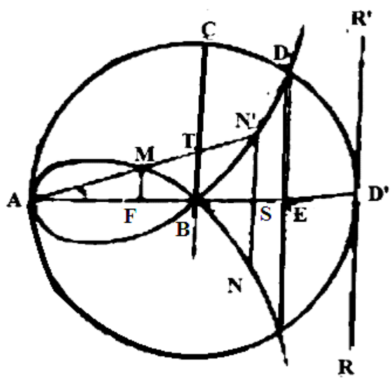
İlk kısımda (fasılda) $y = \frac{b.x-b.c^2}{n}$ ve $y = \frac{d.x-d.h}{m}$ şeklindeki birinci dereceden iki bilinmeyenli doğrularının kesişim noktaları, üçgenlerde benzerlik kullanılarak bulunmuştur (Başhoca, 1258/1842, s. 201-203).

İkinci kısımda Başhoca, iki bilinmeyenli denklemlerin geometrik yerinin, konikler ve daire olduğunu belirterek bu eğrilerden hiperbolün (Başhoca, 1258/1842, s. 215), parabolün (Başhoca, 1258/1842, s. 216) ve elipsin (Başhoca, 1258/1842, s. 217-218) elementer geometri ve benzer üçgenler yardımıyla nasıl çizildiğini anlatarak formüllerini elde etmiştir (Başhoca, 1258/1842, s. 203-217).

Üçüncü kısımda Başhoca, *muâdele-i gayr-ı mahdûd* olarak adlandırdığı $x^2 = by$ ve $xy = bc$ denklemlerinde bulunan iki bilinmeyeni tek bilinmeyene indirmek için bazı cebirsel düzenlemeler yapmıştır. $x^2 = by$ denklemini $y = \frac{x^2}{b}$ şeklinde, $xy = bc$

denklemini ise $y = \frac{bc}{x}$ şeklinde yazmış, daha sonra iki denklemde elde edilen y'leri birbirine eşitleyerek $\frac{x^2}{b} = \frac{bc}{x}$ denkleminden[35] *muâdele-i mahdûd* olarak isimlendirdiği $x^3 = b^2c$ denklemini elde etmiştir (Başhoca, 1258/1842, s. 218-220).

İshak Efendi'nin *muâdele-i mahdûd* olarak adlandırdığı denklemlerde, değişken olan x sabit bir sayıya bağlıdır, dolayısıyla denklemin tek çözümü vardır. *Muâdele-i gayr-ı mahdûd* olarak adlandırdığı denklemlerde ise her x değeri için bir de y hesaplanabileceği için, sonuz x ve y ikilileri elde edilebilir. Muhtemelen Başhoca bu nedenle bu tip denklemleri adlandırırken "sınırsız" anlamına gelen *gayr-ı mahdûd* ifadesini kullanmıştır. Bugün geçerliliği olmayan bu sınıflandırmadan sonra Başhoca, $x^3 + bcx - br^2 = 0$ ve $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ gibi bazı denklemlerin koni kesitlerine uygulanmasını (tatbikini) inceleyerek bu bölümü sonlandırmıştır (Başhoca, 1258/1842, s. 220-224).

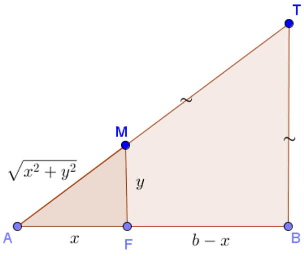


Şekil 16

Dördüncü kısımda, yüksek dereceden eğrilerin geometrik yeri ile ilgili beş probleme yer verilmiştir. Bu problemlerin üçüncüsü daire yayının üç eş parçaya ayrılması (Başhoca, 1258/1842, s. 226-227), ikinci ise Şekil 16'da (Başhoca, 1258/1842, Şekil 143) verilen eğrinin çiziminin ve denkleminin elde edilmesi hakkındadır.

35 $\frac{x^2}{b} = \frac{bc}{x}$ olması gereken denklemi, Başhoca yanlışlıkla $\frac{x^2}{b} = bc$ olarak vermiş, metnin ilerleyen kısımlarında daha sonra bu hatayı düzeltmiştir. (Başhoca, 1258/1842, s. 219).

Şekil 16'daki şeklin çizimini Başhoca şu şekilde ele almıştır: ABC dik açısının A noktasından başlayarak, BC kenarını T noktasında kesen bir doğru parçası çizilsin. BT uzunluğuna eşit uzunlukta $|TM|$'nın M noktasından geçen bir eğri çizmek için, $|AB|'$na MF dik doğru parçası indirilsin. $|AF| = x, |MF| = y, |AB| = b, |FB| = b - x$ olmak üzere, $|MF| \mathbin{/\!/} |TB|$ ve $|MT| = |BT| = |N'T|$ olduğundan:



Şekil 17

$\left(\overset{\Delta}{AFM}\right) \approx \left(\overset{\Delta}{ABT}\right)$ benzerliğinden (Şekil 17)

$$\frac{x}{y} = \frac{b}{|BT|}$$

$$|BT| = |MT| = \frac{b.y}{x}$$

olur. Aynı üçgende yine benzerlikten faydalanılarak:

$$\frac{|AF|}{|FB|} = \frac{|AM|}{|MT|}$$

$$\frac{x}{b-x} = \frac{\sqrt{x^2+y^2}}{|MT|}$$

Elde edilir ve ilk eşitlikte elde edilen $|MT|$ yerine yazıldığında:

$$\frac{x}{b-x} = \frac{\left(\sqrt{x^2+y^2}\right).x}{b.y}$$

$$b.y = (b-x)\left(\sqrt{x^2+y^2}\right)$$

$$(b.y)^2 = (b-x)^2(x^2+y^2)$$

Şeklinde her iki tarafın karesi alınarak ve bu ifadeler düzenlenerek gerekli cebirsel işlemler yapıldığında

$$y^2 = \frac{(x-b)^2 . x^2}{2bx - x^2} = \frac{(b-x)^2 . x^2}{2bx - x^2}$$

$$y = \pm \frac{bx - x^2}{\sqrt{2bx - x^2}}$$ [36]

sonucu elde edilir. Daha sonra Başhoca elde edilen bu eşitliği yorumlayarak, *fasla* yani apsislerden birinin pozitif diğerinin negatif olduğunu, oluşan şeklin *tertib* yani ordinatlara göre simetrik konumlandığını, x mikdarı $2b$'den küçük olduğunda, eğrinin B noktasından daha sonra ise N ve N' noktalarından geçerek iki kola ayrıldığını belirtmiştir (Başhoca, 1258/1842, s. 225) (Şekil 16). Başhoca'nın herhangi bir ispata gitmeden, işlem yapmadan bu son açıklamayı sözel olarak ifade etmesi dikkate değerdir.

Bu problemin ikinci kısmında Başhoca, Şekil 16'daki $\left(\overset{\Delta}{ABT}\right) \approx \left(\overset{\Delta}{ASN'}\right)$ benzerliğini kullanmıştır. Kenarların ilk isimlendirmesinden farklı olarak, $|AS| = x, |SN'| = y, |AN'| = \sqrt{x^2 + y^2}$ ifadeleri benzerlikte yerine yazıldığında ve gerekli cebirsel işlemler yapıldığında $y = \pm \frac{x^2 - xb}{\sqrt{2bx - x^2}}$ elde edilmiştir. Başhoca şekildeki düğümün $|BN|$ kolunun denkleminin $y = +\frac{x^2 - xb}{\sqrt{2bx - x^2}}$, $|BN'|$ kolunun denkleminin ise $y = -\frac{x^2 - xb}{\sqrt{2bx - x^2}}$ olduğunu ifade etmiştir ancak bu çıkarıma nereden ulaştığını açıklığa

[36] Başhoca, bu kısma kadar tüm işlemleri doğru bir şekilde ilerletip, son kısımda yazım hatası veya işlem hatası sonucu $y = \pm \frac{bx - x^2}{\sqrt{bx - x}}$ şeklinde y değerini vermiştir, olması gereken ifade yukarda verildiği gibidir (Başhoca, 1258/1842, s. 225).

kavuşturmamıştır. Yine herhangi bir ispat veya işlem yoluna gitmeden, B noktası merkez ve AD' çap kabul edildiğinde, $RD'R'$ doğrusunun eğrinin asimptotu olduğunu belirtmiştir.

Görüldüğü gibi Başhoca'nın kullandığı araçlar, benzerlik ve cebirsel işlemlerin ötesine geçmemektedir. Ayrıca Başhoca bu eğri hakkında herhangi bilgi vermemiş, eğrinin adını zikretmemiştir (Başhoca, 1258/1842, s. 224-226). Lockwood'un strofoidler hakkında verdiği bilgilere bakıldığında, Şekil 16'daki eğrinin A kutbuna göre, BC doğrusunun strofoidi olduğu anlaşılmaktadır (Lockwood, 1963, s. 135).

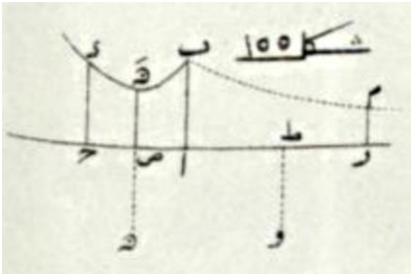
2.1.2.4.3 Asamm Eğriler

Başhoca, mutlak eğrilerin başında *asamm* yani rasyonel olmayan eğriler için yaptığı tanıma benzer ifadelerle konuya başlamıştır:

> Her bir ta'bir müctemi'-i hendesî olmaz ise asamm ta'bir olunur. Bu takdirce kavslar (yay) ve ceybler (sinüs) ve tamam-ı ceybler (kosinüs) ve mümasslar (tanjant) ve katta'lar (sekant) ve onlara müteallik (alâkalı) logaritmalar ve haricde vukû' olmayıp mevcûd sûretinde bulunan kemmiyyatların cümlesi asamm olur (Başhoca, 1258/1842, s. 234-235).

Bu tanımın ardından, $y = bcosx, y = bsinx, y = btanx, y = bsecx$ denklemleri çizildiğinde *asamm eğrileri* meydana getireceğini vurgulayan Başhoca, birçok asamm eğri olduğunu, ancak burada sadece meşhur olan eğrileri inceleyeceğini belirtmiştir (Başhoca, 1258/1842, s. 235).

Asamm eğrilerin içinde, $y = x^x$ eğrisinin de ele alan Başhoca, x'e değer vererek y'yi, y'ye değer vererek x'i bulmuş ve bu eğriyi *münhaniyyât-ı üssî* olarak adlandırmıştır (Başhoca, 1258/1842, s. 237) (Şekil 18 (Başhoca, 1258/1842, Şekil 155)). Tüm derdi, denklemi verilen eğrinin geometrik tasvirini elde etmek olan Başhoca, buradan sonra logaritmaya başvurarak x ve y arasındaki münasebeti incelemiştir.



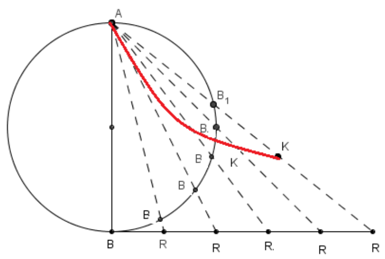
Şekil 18

Başhoca asamm eğrileri, *taz'îf-i mik'âb*[37] yani kübün hacminin iki katına çıkarılması (Tuncer, 1995, s. 130) ve *terbî'-i dâire* (Tuncer, 1995, s. 48) yani dairenin kareleştirilmesi problemlerinin çözümünde kullanılan *sarmaşıkî, murabbaî', m'izâvî, helezonî* olmak üzere 4 alt başlığa ayırmış ve bu eğrilerin mühendisler arasında meşhur ve iyi bilinen eğriler olduğunu vurgulamıştır (Başhoca, 1258/1842, s. 237). Antik dönemde ve görüldüğü gibi Başhoca'da da bu eğrilerin tamamı aynı grup içinde irdelenirken, Descartes sisoid ve konkoidi *geometrik eğriler* olarak nitelendirmiş, quadratrix ve spirali bu tanımlamanın dışında bırakarak *mekanik eğriler* olarak adlandırmıştır (Boyer C. B., 2015, s. 376).

Başhoca burda Antik Çağ'ın üç ünlü problemi olan, Delos (veya Delia) problemi olarak da bilinen kübün hacminin iki katına çıkarılması, dairenin kareleştirilmesi ve bir açının üç eş parçaya ayrılması problemlerinden ilk ikisini saymaktadır. Pergel ve cetvel yardımıyla bu problemlerin çözülemeyeceği yaklaşık 2200 yıl sonra anlaşılsa da, çözüm için harcanan çaba Yunan matematiğine önemli

[37] Bu konuya (Başhoca, 1258/1842, s. 224-225)'de de değinilmiştir.

donanımlar kazandırmıştır; bunlardan birkaçı da yukarıda sayılan eğrilerdir (Boyer C. B., 2015, s. 86; Cajori F. , 2014, s. 28). Bu problemlerin çözümü için, Pythagorascılar'ın hiç ilgilenmediği daire geometrisi ile ilgilenen Sofistler, bahsi geçen eğrilerle ilgili önemli ilerlemeler kaydetmiştir (Cajori F. , 2014, s. 29-30). Başhoca konunun felsefî ve tarihî arka planına değinmemiştir.

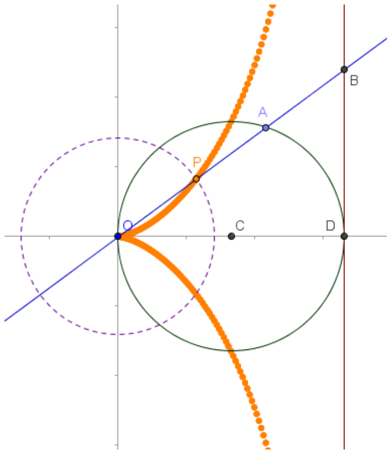


Şekil 19

İncelenen ilk eğri *münhani-i şarmaşıkî,* bugün Yunanca'da da "sarmaşık" anlamına gelen **sisoid (*cissoïde*) eğrisidir** (Tezer, 2012, s. 25; Cajori F. , 2014, s. 217). Başhoca eğrinin tanımını şu şekilde yapmıştır (Şekil 19 (Başhoca, 1258/1842, Şekil 156)):

> AB_1B nısf dâiresinin (yarım dâiresinin), BR mümass-ı (teğeti) sâ'iri, AR hatları dahi *hutut-u asliyyeden* (ana doğrular) olarak, her bir AR hattından AB_1 miktarı, R noktasından AR hattı üzerinde yani $RK = AB_1$ kat'ı alınsa hâsıl olan K K noktalarından mürûr ederek (geçerek) resm olunan münhanîye sarmaşıkiyye itlâk olunur (Başhoca, 1258/1842, s. 238).

Bu tanımdan sonra Başhoca, yine eğri üzerindeki birkaç doğrunun nasıl davrandığını açıklayarak, Şekil 19'daki BR'nin, eğrinin asimptotu olduğunu belirtmiştir. Görüldüğü gibi eğri hakkında herhangi bir denklem verilmemiş, sadece sözel ifadelerle eğri üzerindeki çizgilerin hareketleri açıklanmıştır (Başhoca, 1258/1842, s. 238).

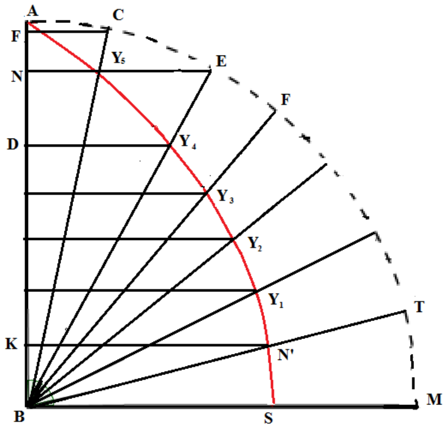


Şekil 20

Modern anlatımla Başhoca'nın yaklaşımını kıyasladığımızda, Lockwood'un sisoid eğrisinin çizimini anlatış tarzı (Şekil 20) Başhoca ile benzerlik göstermektedir. Ancak şekil olarak özensiz bir çizim veren Başhoca, eğrinin tek kolunu vermekle yetinmiştir (Şekil 19). Lockwood eğrinin analitik ve diğer denklemlerinden bahsederken, Başhoca sözel anlatımın ötesine geçememiştir. Sisoid eğrisinin tarihine baktığımızda ise, Başhoca'dan çok önce 17. yy matematikçilerinin bu eğri ile ilgili hesaplamalar yaptıklarını görüyoruz: Fermat ve Roberval eğrinin tanjantını çizerken (1634), Huygens ve Wallis alanını hesaplamış (1658), Newton ise konu ile ilgili kübik denklemleri çözerek antik yaklaşımları örneklendirmiştir (Lockwood, 1963, s. 130-133; Lawrence, 1972, s. 53-56).

Başhoca'nın ikinci olarak ele aldığı *münhani-i murabba'î*, ***"Hippias'ın quadratrix"*****i**[38]**,** ya da *"trisectrix"*i olarak bilinen eğridir. Bu eğrinin herhangi bir açının üç eşit parçaya bölünmesi veya dairenin kareleştirilmesi için de kullanıldığına değinen Başhoca, eğrinin çizimini şu şekilde anlatmıştır (Şekil 21 (Başhoca, 1258/1842, Şekil 157)):

[38] Ellisli Hippias, ölüm MÖ 399, Sokrates'in çağdaşı sofist, matematikçi. Platon'un Hippias üzerine yazdığı bir diyalog mevcuttur (Boyer C. B., 2015, s. 91-92).



Şekil 21

MA münhanîsi (eğrisi) rub'-u dâire (çeyrek daire), AB hattı nısf-ı kutr (yarıçap) olarak, rub'-u mezkûr (söz konusu çeyrek daire) aksâm-ı mütesâviyyeye taksîm (eşit kısımlara ayırmak) ve (Şekil 21) her kısmın nısf-ı kutrları ihrâc ve BM hattına (doğrusuna) müvâzî (paralel) ve nısf-ı kutrlarını kat' ederek NY_5, DY_4 ... hatları resm olunup nukât-ı mezkûradan (söz konusu noktalardan) mürûr ederek (geçerek) resm olunan münhanîye münhanî-i murabba'î denilir (Başhoca, 1258/1842, s. 238-239).

Bu tanımla *Hippias'ın quadratrix*'inin nasıl davrandığını açıklayan Başhoca, eğrinin formülünü harf hatasıyla $\frac{\text{arc } AC}{\text{arc } ACM} = \frac{|AN|}{|AB|}$ şeklinde yazmıştır (Başhoca, 1258/1842, s. 239). İlerleyen satırlarda Başhoca bu hatayı düzelterek formülü doğru haliyle $\frac{\text{arc } AE}{\text{arc } ACM} = \frac{|AN|}{|AB|}$ şeklinde vermiştir. Şekil 21'den yararlanarak bu eşitliği şu şekilde yazmak da mümkündür:

$$\frac{\text{arc } ACM}{\text{arc } AE} = \frac{|AB|}{|AN|}$$

$$\frac{\text{arc } ACM}{|AB|} = \frac{\text{arc } AE}{|AN|} = \frac{\text{arc } AT}{|AK|} = \frac{\text{arc } TM}{|KB|}$$

$$\frac{\text{arc } ACM}{|AB|} = \frac{\text{arc } TM}{|KB|} \dots (1)$$

Başhoca yine Şekil 21'de eşit açılardan faydalanarak üçgenler arası benzerlik kurmuştur:

$$s(\widehat{M}) = (\widehat{K})(= 90°, dik\ açılar)$$

$$s(\widehat{KN'B}) = s(\widehat{TBM})\ (ters\ açılar)$$

$$\left(\overset{\Delta}{TMB}\right) \approx \left(\overset{\Delta}{BKN'}\right) \text{ olur.}$$

Bu benzer üçgenlerde eşit açıların karşısındaki kenarlar orantılı olduğundan:

$$\frac{|BM|}{|KN'|} = \frac{\text{arc}\,TM}{|KB|} \dots (2)$$

elde edilir. (1) ve (2) eşitlikleri birlikte düşünüldüğünde:

$$\frac{\text{arc}\,ACM}{|AB|} = \frac{|BM|}{|KN'|} = \frac{\text{arc}\,TM}{|KB|}$$

olur. Başhoca, $|KB|$ hattı sonsuz küçük kabul edildiğinde $|KN'| = |BS|$ olduğunu belirterek

$$\frac{\text{arc}\,ACM = c}{|AB| = |BM| = b} = \frac{|BM| = b}{|KN'| = |BS|}$$

$$\frac{c}{b} = \frac{b}{|BS|}$$

$$b^2 = c.|BS| \dots (3)$$

sonucuna ulaşmaktadır (Başhoca, 1258/1842, s. 239-240)[39]. Başhoca'nın belirtmemesine rağmen, (3) eşitliği söz konusu eğrinin denklemi değil, bir özelliğidir.

Cajori'nin aktardığına göre, Pappus dairenin kareleştirme meselesini sonuca ulaştıran kişi olarak (3) nolu teoremi geliştirdiği için Dinostratus'u kabul etmektedir (Cajori F. , 2014, s. 29). Menaechmus'un (MÖ 350) kardeşi olan Dinostratus (MÖ 350) Hippias'ın eğrisindeki S noktasının özelliğini fark ederek dairenin kareleştirilmesi işini basit bir hale çevirmiştir. Ancak, üçe bölme ve kareye

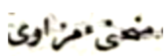
[39] Ayrıntılı bilgi için bk. Heath, 1921, s. 226-230.

dönüştürme problemlerinde yay parçalarının kullanılmasının oyunun kuralları ile bağdaşmadığını bilen Yunanlar, Hippias ve Dinostratus’un çözümlerini yanıltıcı ve aşırı karmaşık bulmaktaydı (Boyer C. B., 2010, s. 87-88). Başhoca da benzer bir duruma dikkat çekmiştir:

> …terbî‘i dâire (dairenin kareleştirilmesi) husûsu bu vechle mümkün olur idi lakin bu güne gelinceye değin S noktasının bil-hendese (geometri ile) ta‘yîni mümkün….olamadığından S noktası bil-hendese ta‘yîn olunamaz (Başhoca, 1258/1842, s. 240).

Başhoca’nın burada *“bil-hendese ta‘yîn olunamaz”* ifadesiyle kastetdiği dairenin kareleştirme probleminin pergel ve cetvel yardımıyla çözülemediğidir.

Başhoca üçüncü olarak *münhanî-i mezâvî* veya *münhanî-i m‘izâvî* şeklinde ifade ettiği **konkoid (conchoid) eğrisini** incelemiştir. Konkoidin kelime anlamı midyeye benzer (Cajori F. , 2014, s. 53), sedef eğrisi (Boyer C. B., 2015, s. 376) veya kavkı eğrisi (Tuncer, 1995, s. 152) şeklindedir. Ancak Başhoca’nın kullandığı ifade ile bu üç ifade arasında anlamsal bir yakınlık tespit edilememiştir. Bunun yanında *mezâvî* veya *mi‘zâvî* ifadesinin anlamına sözlüklerde rastlanmamıştır. İfadenin yazımı metin içinde silik bir şekilde sadece iki farklı yerde geçmektedir ve şu şekildedir:

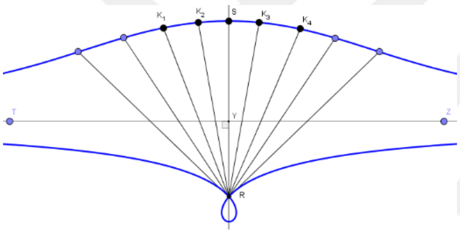
1.  ve 2.  (Başhoca, 1258/1842, s. 241)

İki sözcüğün tam ortasındaki harfin ع’mı yoksa م’mi olduğu net olarak okunamadığından sözcüğün kökeni ve anlamı ile ilgili iki ihtimal karşımıza çıkmaktadır:

1. منحني معزاوي (Münhanî-i M‘izâvî): M‘izâvî sözcüğünün, Arapça *‘azv* (عزو)

yani “birinin üstüne atma, ona yakıştırma, iftira” sözcüğünden (Devellioğlu, 2012, s. 66) türetildiği düşünülürse, *m'izâvî* sözcüğünün anlamı “bir şeyin üzerine atılan” olarak düşünülebilir. Şekil 22’de verilen konkoid şekline bakılacak olursa, gerçekten de *mi'zâvî* ifadesiyle şeklin üstünde kısmındaki eğri bölgeye atıf yapıldığını düşünmek mümkündür.

2. منحنيء مزاوي (Münhanî-i Mezâvî): Mezâvî sözcüğünün, Arapça *zâviye* (زاويه) yani “açı” sözcüğünden (Devellioğlu, 2012, s. 1367) türetildiği düşünülürse, bu eğri için Başhoca’nın düşündüğü anlam *açısal eğri* şeklinde olabilir. Çünkü bu eğrinin bir açının üç eşit parçaya ayrılması için kullanıldığı bilinmektedir.



Şekil 22

Şeklin çizmini Başhoca şu şekilde anlatmaktadır (Şekil 22 (Başhoca, 1258/1842, Şekil 159)): $|TZ|$ ve $|SR|$ doğruları birbirine dik olacak şekilde çizilsin. $|ZT|$ doğrusunun üst kısmına, R noktasından $|SY|$’nin her iki tarafına peş peşe eşit aralıklarla $|K_3R|$ ve $|K_2R|$ gibi doğru parçaları çizilsin. Bu doğru parçalarının K_1, K_2, K_3, K_4 noktalarından geçen eğri konkoid olarak tanımlandıktan sonra, ZT hattı eğrinin asimptotu olarak ifade edilmiştir. Bu eğrinin anlatıldığı yarım sayfada, sözel açıklamaların dışında herhangi bir işlem, formül veya ispat söz konusu değildir (Başhoca, 1258/1842, s. 241).

Son olarak Başhoca, *münhanî-i helezonî* olarak adlandırdığı **Archimedes spirali** veya sarmalını[40] incelemiştir. Denklemi $r = a.\theta$ olan bu eğri, dairenin kareye

[40]Archimedes, MÖ 287-212, Yunan geometricisi, fizikçisi. *On Spirals* adlı kitabında kendi adıyla anılan bu spirali tanıtmaktadır. Cajori (1909) bu spiralin Archimedes’in arkadaşı Conon tarafından keşfedildiği fikrini kabul etmemektedir (Cajori F. , 1909, s. 48). [İng. the spiral of Archimedes].

dönüştürülmesi ve bir açının üç eşit parçaya bölünmesi problemlerinde de kullanılabilmektedir (Boyer C. B., 2015, s. 153-154; Lockwood, 1963, s. 173). Eğrinin dönme açılarından bahsederek, yayların ve doğruların nasıl hareket ettiğini açıklayan Başhoca, benzerlik, oran-orantı, logaritma gibi matematiksel işlemlere başvurmuştur (Başhoca, 1258/1842, s. 241-244). Bu eğriden Şükrü Sayan (Sayan, 1331/1912, s. 580-584) ve Yanyalı M. Esad (Yanyalı M. Esad B., 1329/1913, s. 193) da bahsetmiştir.

2.2 Ahmed Zihnî Efendi

Erzurumlu Ahmed Zihni Efendi (1892'de sağ) 1305/1888 yılında Harbiye'den, 1308/1890 yılında kurmay kısmından mezun oldu. 1310/1892 yılında yüzbaşılık görevini yürütürken aynı zamanda, Mühendishâne-i Berrî-i Hümayun'da analitik geometri ve makine dersleri vermiştir. *Cebr-i A'lâ* ve *Hendese-i Halliyye* olmak üzere matematik sahasında iki eseri vardır (İhsanoğlu, Şeşen, & İzgi, 1999, s. 377). 1327/1909 yılında Erkân-ı Harbiye Kaymakamı rütbesiyle Hassa Ordusu Erkân-ı Harbiye miralaylığına terfi ve tayin edilmiştir. Bu rütbedeyken 16 Receb 1337/1919 tarihinde vefat etmiştir (İhsanoğlu E. , Şeşen, Bekar, Gündüz, & Bulut, 2011, s. 24).

2.2.1 *Hendese-i Halliyye* (1310/1892)

*Hendese-i Halliyye'*nin 1310/1892 ve 1317/1899 yıllarında olmak üzere iki baskısı mevcuttur. Bu incelemede birinci baskı esas alınmıştır. Eserin 1. baskısının giriş sayfasında Ahmed Zihnî kendisini, *"makine ve sahrâ muhârebât muallimi erkân-ı harbiye kolağalarından Süleyman oğlu Ahmed Zihnî"* olarak tanıtmaktadır (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 1).

Eserin mukaddimesinde Ahmed Zihnî Efendi, daha çok dönemin padişahı II. Abdülhamid Han'a övgülerde bulunmaktadır. Mukaddimenin خ sayfasında ise kitabı hakkında şunları söylemektedir;

> …evlâd-ı vatana karşı bir hizmet-i müftehirede bulunmak ve nâm-ı âciz-ânem lezzet-âşinâyân-ı[41] fünûn (fenler, ilimler) tarafından hulûs-u niyetle yâd olunmak gibi bir emel-i hayra kapılarak şu Hendese-i Halliyye nam eserimi cem'ü telfîka muvaffak oldum

[41] Lezzet-şinâs: Tanıyan, bilen, anlayan.

(Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. خ).

Zihnî Efendi, eserini *"cem'ü telfîk"* yani toplama yoluyla bir araya getirdiğini dile getirmekte, ancak hangi kaynaklardan yararlandığını belirtmemektedir. *Hendese-i Halliyye* kitabının içindekiler kısmı Ek-2'de verilmiştir. Bu kısım tarafımızca oluşturulmuştur, metinde bu şekilde müstakil bir kısım yoktur.

Ahmet Zihnî Efendi, *Hendese-i Halliyye* kitabını, altı *fasıl* yani altı kısımda ele almış, *irtisâmât* yani izdüşümler konusundan sonrasını düzlem ve uzay geometri olmak üzere iki ana başlık altında incelemiştir:

Birinci Fasıl: İrtisâmât[42] (2)

Hendese-i Musattaha (Düzlem Geometri)

İkinci Fasıl: Kemmiyyât-ı Vaz'iyyeler (25)

Üçüncü Fasıl: Hatt-ı Müstakîm (73)

Dördüncü Fasıl: Derece-i sâniyye münhanileri (151)

Beşinci Fasıl: Muâdelât-ı Kutbiyye (253)

Hendese-i Mücesseme (Uzay Geometri)

Altıncı Fasıl: Ma'lûmât-ı 'Umûmiyye[43] (268)

2.2.1.1 İzdüşümler

İzdüşüm konusunu düzlem ve uzay geometri başlıklarının dışında inceleyen Ahmet Zihnî Efendi, bu konuyu beş alt başlığa ayırmıştır:

[42] İrtisâmât: İrtisâm'ın çoğulu. İrtisâm: Resim çıkma, resmolma, izdüşüm (Devellioğlu, 2012, s. 516); izdüşürüm (Tuncer, 1995, s. 140). Talat Tuncer, *Matematik Terimleri Sözlüğü*'nde bu iki sözcüğün matematik açısından Osmanlılar'da farklı anlamlara sahip olduğunu belirtmiştir; mürtesem: izdüşüm (s. 139), irtisam: izdüşürüm (s. 140). Oysa Devellioğlu irtisâm (s. 516) ve mürtesem (s. 861) kelimelerinin her ikisi için de "izdüşüm" anlamını vermiştir. Tezin ilerleyen sayfalarında bahsedilecek olan Şükrü Sayan'ın *Hendese-i Tahlîliyye* adlı kitabının 127. maddesinde de "mürtesem" kelimesi geçmektedir.

[43] Genel bilgi(ler).

Kıtaât-ı müstakîme[44] (2)

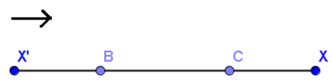
Zevâyâ[45] (7)

Keyfe-mâ-yeşâ[46] irtisâmât (13)

İrtisâmat-ı kaime[47] (17)

Birinci fasla da'ir mümârese[48] (23)

Kıtaât-ı müstakime yani "doğru parçaları" başlığı altında, modern analitik geometri kitaplarının girişinde de karşılaşabileceğimiz vektörel işlemlere yer verilmiştir. Öncelikle XX' ('س س) doğrusu alan Zihnî Efendi, bu doğru üzerinde pozitif



Şekil 23

ve negatif yönleri belirlemiştir. Şekil 23'te (Ahmed Zihnî, 1310/1892, Şekil 1) görülen doğru parçalarına bakıldığında $\overline{BC} = +BC$ olur ve buradan $\overline{BC} = -CB$ olacağından $\overline{BC} + \overline{CB} = 0$ yazılabilir. Bu eşitliği kullanarak, bir doğru üzerindeki n tane nokta ile $\overline{BC} + \overline{CD} + \cdots + \overline{FR} + \overline{RB} = 0$ şeklinde yazılabilecek *da'vâyı* yani teoremi ispatlamak için aynı doğru üzerinde 3 farklı nokta alan Zihnî Efendi, $\overline{BC} + \overline{CD} + \overline{DB} = 0$ eşitliğini ispatlamıştır. Bu durumda, 3 farklı durumun söz konusu olduğunu belirtmiştir:

1. Hal: $\overline{BC} + \overline{CD} = \overline{BD}$ eşitliği $\overline{BC} + \overline{CD} - \overline{BD} = 0$ olur ve

$$\overline{BC} + \overline{CD} - \overline{BD} = 0$$

$$\overline{BD} + \overline{DB} = 0$$

ifadeleri taraf tarafa toplanıp gerekli işlemler yapıldığında $\overline{BC} + \overline{CD} + \overline{DB} =$

---

[44] Kıtaât: Kıt'a'nın çoğulu (Devellioğlu, 2012, s. 595) Kıt'a-i müstekîme: Doğru parçası (Devellioğlu, 2012, s. 595; Tuncer, 1995, s. 65). O halde, kıtaât-ı müstekîme: Doğru parçaları.
[45] Zevâyâ: Zâviyenin yani açının çoğulu (Devellioğlu, 2012, s. 1378).
[46] Nasıl isterse, istediği gibi (Devellioğlu, 2012, s. 590).
[47] İrtisâm-ı kaim-üt tasvir: Dik izdüşüm (Tuncer, 1995, s. 325).
[48] Mümârese: Alışma, alışıklık, el yatkınlığı (Devellioğlu, 2012, s. 844). Burada alıştırmalar anlamında kullanılmıştır.

0 elde edilir.

2. Hal: $\overline{BD} + \overline{DC} = \overline{BC}$ eşitliği $\overline{BC} - \overline{BD} - \overline{DC} = 0$ olur ve

$$\overline{BC} - \overline{BD} - \overline{DC} = 0$$

$$\overline{BD} + \overline{DB} = 0$$

$$\overline{CD} + \overline{DC} = 0$$

ifadeleri taraf tarafa toplanıp gerekli işlemler yapıldığında $\overline{BC} + \overline{CD} + \overline{DB} = 0$ elde edilir[49].

3. Hal: $\overline{DB} + \overline{BC} = \overline{DC}$ eşitliği $\overline{BC} + \overline{DB} - \overline{DC} = 0$ olur ve

$$\overline{BC} + \overline{DB} - \overline{DC} = 0$$

$$\overline{DC} + \overline{CD} = 0$$

ifadeleri taraf tarafa toplanıp gerekli işlemler yapıldığında $\overline{BC} + \overline{CD} + \overline{DB} = 0$ elde edilerek teorem ispatlanmış olur (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 2-6).

Söz konusu bu teoremler, Chasles[50] teoremleri olarak da bilinmektedir. Chasles'in, *Traite de Géométrie Superieure* (1852) adlı çalışması kuramsal geometride yönlü doğru parçalarının oluşturulmasında oldukça etkili olmuştur. Ayrıca Chasles, Fransa'nın büyük projektif geometricilerinin sonuncusudur (Boyer C. B., 2015, s. 580).

İkinci bölüm olan *zevâyâ* yani "açılar" başlığı altında, öncelikle açıyı tanımlayan Zihnî Efendi, açıların yönlerini saatin dönme yönüne göre pozitif ve negatif olarak belirlemiştir (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 7). Ardından, ölçüsü 2π 'den

[49] Burada muhtemelen bir harf baskı hatası ile $\overline{BD} + \overline{CD} + \overline{DB} = 0$ şeklinde yanlış yazılmıştır., doğrusu yukarda verildiği gibidir (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 5). Bu hata kitabın 2. baskısında düzeltilmiştir (Ahmed Zihnî, 1317/1900, s. 7)

[50] Michel Chasles (1798-1880), Ecole Polytechnique'den mezun olup 1841'de makine teknoloji kürsüsünde profesörlük yapmıştır (Boyer C. B., 2015, s. 580).

küçük olan γ açısı bir tam tur döndürüldüğünde $\gamma+2\pi$, bir tur daha döndürüldüğünde $\gamma+4\pi$ elde edileceğini, ters yönde bir dönme söz konusu olduğu zaman ise bu değerlerin $-(\gamma+2\pi)$ ve $-(\gamma+4\pi)$ olacağını belirtmiştir. k bir tamsayı[51] ve M açının köşesi, MB ve MC açının kolları olmak üzere, bir açının genel formülü olarak $(MB, MC) = \gamma+2k\pi$ ifadesini vermiştir (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 8-9). Benzer yaklaşımla, c_1, c_2, c_3 tamsayı olmak üzere, γ, θ, δ gibi üç açının toplamından başka bir açının elde edilmesi şu şekilde ifade edilmiştir:

$$(BM, MC) = 2c_1\pi + \gamma$$

$$(MC, MD) = 2c_2\pi + \theta$$

$$(MD, MB) = 2c_3\pi + \delta$$

$$(BM, MC) + (MC, MD) + (MD, MB) = 2(c_1, +c_2 + \ c_3)\pi + (\gamma + \theta + \delta) =$$

$2b\pi$ (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 10-12)

Keyfe-mâ-yeşâ irtisâmât yani "dik olmayan izdüşümler" başlığında ilk olarak $|BC|$'nın izdüşümü parantez içine alınarak (B_1C_1) şeklinde ifade edilmiş, daha sonra ilk başlığın uygulaması niteliğindeki şu teorem (da'vâ) ispatlanmıştır:

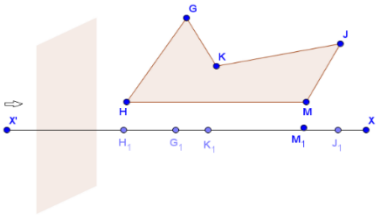
> Müstevî (düzlem) veya yesârî[52] bir muhît-i kesîrü'l-adlâ' dıl'larının herhangi bir mihver üzerindeki mürtesemleri (izdüşümleri) mecmu'u (toplamı) sıfıra müsâvîdir[53].

---

[51] Aded-i tamm: Tamsayı (Tuncer, 1995, s. 322).

[52] Bir düzlem içinde bulunmayan şekil (Devellioğlu, 2012, s. 1353), uzaysal (Tuncer, 1995, s. 333) veya "aykırı dörtgen".

[53] Kapalı bir çokgenin kenarlarının, herhangi bir doğru üzerindeki işaretli izdüşümleri toplamı sıfırdır (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 14).



Şekil 24

Kıtaât-ı müstakime başlığında verilen $\overline{HM} + \overline{MJ} + \overline{JK} + \overline{KG} + \overline{GH} = 0$ eşitliğinin yanında $\overline{HM} = (H_1M_1) = HM$ ve $\overline{GH} = (G_1H_1) = -(H_1G_1)$ olduğu da bilinmektedir. Bu doğrultuda

$$(H_1M_1) + (M_1J_1) + (J_1K_1) + (K_1G_1) + (G_1H_1) = 0$$

eşitliğinde $(G_1H_1) = -(H_1G_1)$ ifadesi yerine yazılırsa

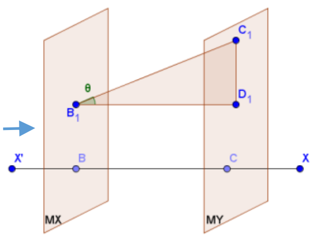
$$(H_1M_1) + (M_1J_1) + (J_1K_1) + (K_1G_1) - (H_1G_1) = 0$$

$$(H_1M_1) + (M_1J_1) + (J_1K_1) + (K_1G_1) = (H_1G_1)$$

elde edilerek teorem ispatlanmış olur. Şekil 24'te (Ahmed Zihnî, 1310/1892, Şekil 12) de görüldüğü gibi, yapılan işlem vektörel toplamın sıfır etmesinden başka bir şey değildir (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 15-17).

İrtisâmat-ı kaime yani "dik izdüşüm" başlığını Zihnî Efendi şu şekilde tanımlamıştır:

> …müstevî-i mezbûr $x'x$ mihverine amûd olsa böyle olan irtisâma irtisâm-ı kaime tesmiyye olunur (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 17).



Şekil 25

Zihnî Efendi öncelikle xx' izdüşüm ekseninden[54] dik geçen MX düzlemini çizmiş ve $\overrightarrow{BX}$ yönünü pozitif yön olarak belirlemiştir. $(D_1\widehat{B_1C_1})$ dar açısını θ ve $|B_1C_1|$'nın izdüşümünü, B_1C_1 ifadesini parantez içinde vererek $(B_1C_1) = +BC$ olarak ifade etmiştir (Şekil 25 (Ahmed Zihnî, 1310/1892, Şekil 13)). Bu doğrultuda $BC = B_1D_1$ olup dik üçgenin

[54] Mihver-i irtisâm (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 19, 20)

özelliğinden:

$$B_1D_1 = B_1C_1\,.\cos(\widehat{C_1B_1D_1}) = B_1C_1\,.\cos\theta$$

$$(B_1C_1) = +BC = +B_1D_1 = B_1C_1\,.\cos\theta$$

olur ve θ açısı aynı zamanda B_1C_1'in izdüşüm ekseni xx' ile yaptığı açıya eşit olduğundan:

$$(B_1C_1) = B_1C_1.\cos(B_1C_1, x'x)$$

elde edilir (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 17-19). İzdüşüm ekseninin pozitif yönüyle, B_1C_1'in arasındaki açının geniş açı olduğu durum için de benzer ispatı yaparak aynı formülü elde eden Zihnî Efendi (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 19-20), bu formülü kapalı bir çokgenin izdüşümünü tespit etmek için de kullanmıştır (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 21-23).

Birinci fasla da'ir mümârese yani "ilk bölüme dair alıştırma" kısmında, 3 problem verilmiş ve öğrencilerden çözümü istenmiştir (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 23-24).

2.2.1.2 Kartezyen Koordinatlar

Kartezyen koordinatlar konusunu, düzlem geometri başlığı altında inceleyen Ahmet Zihnî Efendi, bu kısmı dört alt başlığa ayırmıştır:

Kemmiyyât-ı vazʿiyye-i kaime…(25)

Kemmiyyât-ı vazʿiyye tahvîli…(48)

Hutût-u müsteviyyenin sınıflara taksimi…(64)

İkinci fasla da'ir mümârese…(69)

Kemmiyyât-ı vaz'iyye-i kaime yani dik kartezyen koordinat (sistemi) konusuna Zihnî Efendi analitik geometriyi tanımlayarak giriş yapmış, ardından Descartes'ın kartezyen koordinat sistemini keşfetmesine değinmiştir:

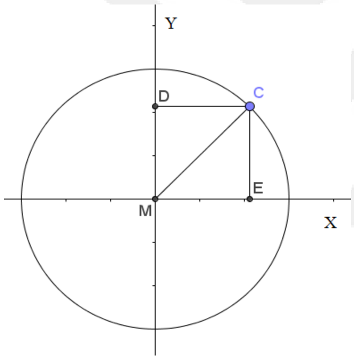
> Hendese-i halliyye yâhûd cebrin hendeseye tatbikinden maksat ‘ameliyyât-ı hesâbiyye yâhûd hall-i cebrî vasıtasıyla eşkâlin (şekillerin) havâsını (özelliklerini) tedkik (araştırma) ve mütâlaa (okuma, düşünce) etmekten ibarettir. Eşkâlin muâdelât-ı cebriyye (cebirsel denklemler) ile irâe (gösterme) olunabildiğini ilk önce Dekart (دقارت) keşf edip i‘tâ’ (verme) ettiği usûl-ü ‘umûmîne kemmiyyât-ı vaz‘iyye tesmiyye olunan… (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 25)

Bu kısa tanıtımdan sonra Zihnî Efendi, orijini (mebde’) M harfiyle, x eksenini $X'MX$ (س م 'س) ve y eksenini $Y'MY$ (ع م 'ع) şeklinde ifade etmiş, düzlemde belirlediği bir noktanın yatay x bileşenini *fasla* yani apsis, düşey y bileşenini ise *tertib* yani ordinat olarak isimlendirmiştir. Analitik geometrinin bugünkü anlatımıyla örtüşen bu tanımlamalardan sonra, yine modern anlatımda olduğu gibi eksenlerin XM ve YM kısımlarını pozitif, $X'M$ ve $Y'M$ kısımlarını da negatif kabul etmiştir (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 26-27). Modern anlatımda kullanılan, eksenlerin düzlemde ayırdığı bölgeler yerine, Zihnî Efendi açılardan bahsetmiş ve XMY arasında kalan birinci *zâviyede*[55] x^+, y^+; X^-MY arasında kalan ikinci (açısal) bölgede x^-, y^+; X^-MY^- arasında kalan üçüncü (açısal) bölgede x^-, y^-; X^+MY^- arasında kalan dördüncü (açısal) bölgede x^+, y^- olduğunu ifade ettikten sonra, xx' ekseni üzerindeki tüm ordinatların ve yy' ekseni üzerindeki tüm apsislerin sıfır olduğunu belirtmiştir (Ahmed

[55] *Zâviye* yani *açı* tanımı yerine, bu ifadeyi *açısal bölge* olarak düşünmek daha doğru olur.

Zihnî, 1310/1892, s. 28). $f(x, y) = 0$ İfadesini *hatt-ı hakîki* yani gerçek (veya reel) bir doğru olarak ifade eden Zihnî Efendi, $(x^2 - b^2) + k^2(y - c)^2 = 0$ denkleminin sadece $x = \mp b$ ve $y = c$ değerleri için reel çözümünün olduğunu dile getirmiştir. Daha sonra, $(x - b)^2 + (y - c)^2 + r^2 = 0$ denkleminin bir *münhanî-i mevhûm* yani sanal (veya imajiner) bir eğri belirttiğini vurgulamış, bu denklemin x ve y'nin gerçek hiçbir değeri için sağlanmadığını ve sanal bir daire belirttiğini ifade etmiştir (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 31).

Eğrilere bu şekilde kısa bir giriş yapan Zihnî Efendi, dairenin analitik denkleminin ispatını şu şekilde vermiştir (Şekil 26 (Ahmed Zihnî, 1310/1892, Şekil 20)): X ve Y eksenleri bir M noktasında kesişsin. Bu M noktasını merkez kabul eden çemberin[56] üzerinde koordinatları (x, y) olan bir C noktası alınsın. C noktasını eksenlerle birleştiren dik doğru parçaları $|CE| = y$ ve $|DC| = |ME| = x$ arasında oluşan dik üçgende Pisagor bağıntısı yazıldığında



Şekil 26

$$\overline{ME^2} + \overline{CE^2} = \overline{CM^2}$$

elde edilir. M merkezli çemberin yarıçapı $|CM| = r$ olduğundan, dairenin analitik denklemi

$$x^2 + y^2 = r^2$$

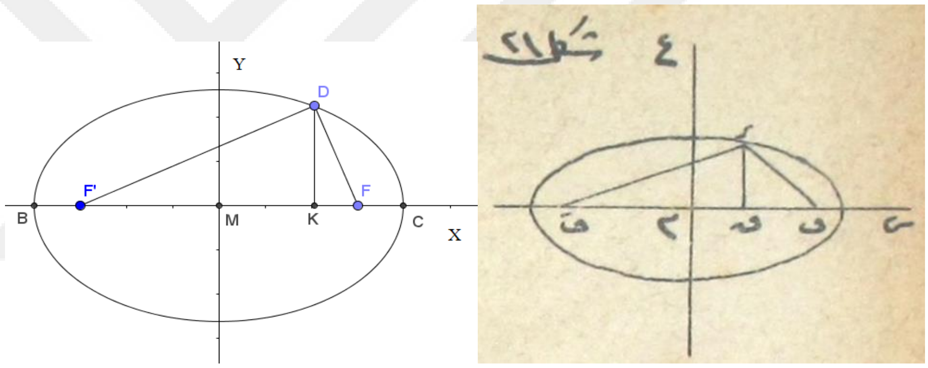
şeklinde yazılır (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 32-33). Bu ispatı, modern analitik geometri kitaplarında da görmek mümkündür (Bôcher, 1915, s. 52; Siceloff,

[56] Muhît-i dâire: Çember (Tuncer, 1995, s. 328).

Wentworth, & Smith, 1922, s. 91; Balcı, 2012, s. 67).

Daireden sonra koni kesitlerini inceleyen Zihnî Efendi, ilk olarak elipsi incelemiş ve şu şekilde tanımlamıştır:

> Katʻ-ı nâkıs (elips) müstevînin (düzlemin) öyle birtakım noktalarının mahall-i hendesîsidir (geometrik yeri) ki nukât-ı mezkûredan (söz konusu noktalardan) beherinin (herbirinin) nokta-ı ihtirâkları (odak noktaları)[57] tesmiyye olunan iki F, F' nukât-ı sabitesine olan mesâfeleri mecmûʻu $2b$'den ibâret bir mikdâr-ı sâbite müsâvî ola (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 33).



Şekil 27

Tanımın ardından elipsin denklemi şu şekilde ispatlanmıştır (Şekil 27 (Ahmed Zihnî, 1310/1892, Şekil 21)): D noktası koordinatları (x, y) olan elipsin üzerinde bir nokta olsun. M noktası, $|FF'|$'nın orta noktası aynı zamanda orijin olmak üzere, $FF' = 2d$ ve yukarıda verilen elipsin tanımı gereği

$$|DF| + |DF'| = 2b \dots (1)$$

olur. D noktasının koordinatlarını belirlemek üzere eksenlere indirilen dikmeler

[57] Odak noktası için yaygın kullanım mihrâk (محراق) sözcüğüdür (Sayan, 1331/1912, s. 468; Tuncer, 1995, s. 328; Devellioğlu, 2012, s. 751). Ancak Başhoca, Arapça aynı kökten türemiş olan ihtirâk (احتراق : Tutuşup yanma, (Devellioğlu, 2012, s. 483)) sözcüğünü kullanmıştır (Bu sözcük Başhoca, 1258/1842, s. 96, 113-114, 121 vd.'de de mevcuttur). Zihnî Efendi de odak noktası için ihtirâk sözcüğünü tercih etmiştir (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 33, 37-38, 232).

sonucu $|MK| = x, |DK| = y$ olduğu görülür. $(\overset{\Delta}{DKF})$ dik üçgeninden $DF = \sqrt{DK^2 + FK^2}$ eşitliği yazılabilir. Buradan

$$\overline{FK} = \overline{MK} - \overline{FM} = x - d$$

$$DF = \sqrt{y^2 + (x-d)^2}$$

yazılır ve diğer $(\overset{\Delta}{DKF'})$'ne benzer eşitlikler uygulanırsa

$$DF' = \sqrt{y^2 + (x+d)^2}$$

elde edilir. (1) eşitliğinde elde edilen bu DF ve DF' ifadeleri yerine yazılırsa

$$\sqrt{y^2 + (x-d)^2} + \sqrt{y^2 + (x+d)^2} = 2b \ldots (2)$$

bulunur. (2) eşitliğinde her iki tarafın karesi alınıp ve gerekli sadeleştirmeler yapıldığında

$$x^2 + y^2 + d^2 + \sqrt{y^2 + (x-d)^2}.\sqrt{y^2 + (x+d)^2} = 2b^2$$

sonucunda da köklü ifadeler bir tarafa toplanarak her iki tarafın karesi alındığında

$$[2b^2 - (x^2 + y^2 + d^2)]^2 = [y^2 + (x-d)^2].[y^2 + (x+d)^2]$$

$$4b^4 - 4b^2(x^2 + y^2 + d^2) + (x^2 + y^2 + d^2)^2 = (x + y + d)^2 - 4d^2x^2$$

elde edilir. Burada gerekli işlemler yapıldığında

$$(b^2 - d^2)x^2 + b^2y^2 - b^2(b^2 - d^2) = 0 \ldots (3)$$

bulunur. (3) denklemleminde $b^2 - d^2 = c^2$ yazıldığında

$$c^2x^2 + b^2y^2 - b^2c^2 = 0$$

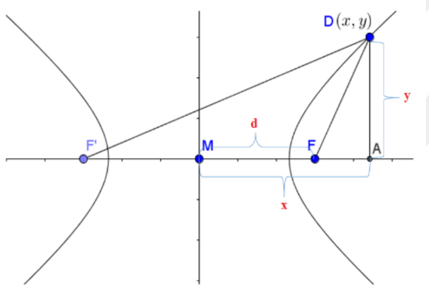
olur ve eşitliğin her iki tarafı b^2c^2 ifadesine bölündüğünde

$$\frac{x^2}{b^2}+\frac{y^2}{c^2}-1=0$$

elde edilir (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 33-35). Modern analitik geometri kitaplarında da elipsin formülü benzer şekilde ispat edilmiştir (Bôcher, 1915, s. 113; Siceloff, Wentworth, & Smith, 1922, s. 139-140; Balcı, 2012, s. 77).

Zihnî Efendi, elipsten sonra hiperbolün denklemini ele almıştır. Hiperbolün üzerindeki herhangi bir nokta D, odak noktaları F, F' ve $|MF| = |MF'| = d$ olmak üzere; hiperbolün özelliği olarak D noktasının odak noktalarına olan uzaklıkları farkının sabit olduğunu belirtmiştir (Şekil 28 (Ahmed Zihnî, 1310/1892, Şekil 22)):

$$|DF'| - |DF| = 2b \ldots (1)$$



Şekil 28

$(\overset{\Delta}{DAF})$ ve $(\overset{\Delta}{DAF'})$ dik üçgenlerine Pisagor bağıntısı uygulanarak (1) denkleminde yerine yazıldığında:

$$\sqrt{y^2+(x+d)^2}-\sqrt{y^2+(x-d)^2}=\pm 2b \ldots (2)$$

elde edilir. Gerekli düzenlemeler ve sadeleştirmeler yapıldığında

$$b^2y^2-x^2(d^2-b^2)+b^2(d^2-b^2)=0$$

bulunur ve $b < d$ olduğundan $d^2-b^2=c^2$ ifadesi yerine yazıldığında bulunan

$$b^2y^2-x^2c^2+b^2c^2=0$$

ifadesinde eşitliğin her iki tarafı $(-b^2c^2)$ ile sadeleştirildiğinde

$$\frac{x^2}{b^2} - \frac{y^2}{c^2} - 1 = 0$$

sonucuna ulaşılır (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 36-37). Modern analitik geometri kitaplarında da hiperbolün formülü benzer şekilde ispat edilmiştir (Siceloff, Wentworth, & Smith, 1922, s. 168; Balcı, 2012, s. 94-95).

Zihnî Efendi koni kesitlerinden son olarak parabolü ele alarak şu şekilde tanımlamıştır:

> Katʿ-ı mükâfî öyle birtakım noktaların mahall-i hendesîsidir ki bunlardan beherinin (her birinin) nokta-ı ihtirâk (odak noktası) tesmiyye olunan (adlandırılan) bir F nokta-ı sabitesine olan mesâfesi mihver-i mürebbî[58] tesmiyye olunan HH' hatt-ı sabitesine olan mesâfesine müsâvî ola (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 37-38).

Zihnî Efendi, elips ve hiperbol için kullandığı ispat yönteminin aynısını parabol için de kullanarak formülü $y^2 - 2kx = 0$ olarak tespit etmştir (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 38). Bu kullanım modern analitik geometri kitapları ile örtüşmektedir (Balcı, 2012, s. 103; Bôcher, 1915, s. 120).

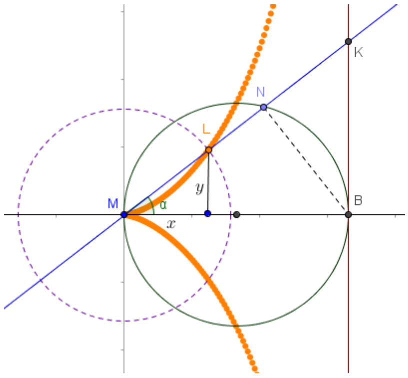
Koni kesitlerinden sonra *Diokles'in*[59] *sisoid* eğrisini ele alan Zihnî Efendi,

---

[58] Mürebbî (مربى): Çocuk terbiye eden (Devellioğlu, 2012, s. 857) Burada *mihver-i mürebbî* olarak kastedilen koni kesitinin sabit doğrusu olan doğrultmandır (Balcı, 2012, s. 103). Osmanlı analitik geometri literatüründe doğrultman, *müveccih* ("موجه") sözcüğü ile ifade edilmektedir (Sayan, 1331/1912, s. 13; Nazmi & Hilmi, 1933, s. 16; Santur, Hendese-i Halliyye (1. Bölüm), 1320/1902, s. 414; Tuncer, 1995, s. 64, 330; Çoker & Karaçay, 1983, s. 95) Ancak Zihnî Efendi doğrultman için *mihver-i mürebbî* ifadesini tercih etmiştir (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 37-38, 232). Bu tercihin nedeni, Fransızca "directrice" sözcüğünün "okul yöneticisi, müdiresi" anlamında olmasıdır [Fr. directrice, Al. Direktrix, İng. directrix]. Şükrü Bey ve Mehmet Fikri, eserlerinde "müveccih" kelimesini "موجه" şeklinde yazarken, Devellioğlu sözlüğünde bu kelimeyi "موجخ " olarak yazmıştır (Devellioğlu, 2012, s. 926). Her üç kullanımda da anlatılmak istenen, koni kesitlerinin doğrultman doğrusudur. Ancak, *müveccih* sözcüğünün *tevcîh* (توجيه): çevirme, yöneltme, döndürme (Devellioğlu, 2012, s. 1282) kökünden türediği düşünüldüğünde, Devellioğlu'nun yazımının hatalı olduğu görülmektedir.

[59] Diocles, MÖ 2. yy. sonu/MÖ 1. yy. başı, Yunan matematikçi.

eğrinin tarifini şu şekilde yapmıştır (Şekil 29 (Ahmed Zihnî, 1310/1892, Şekil 24)): Çapı $|MB|$ olan bir daireye, BK doğrusu B noktasında teğet olsun. Hareketli bir $|MK|$'nın M noktası etrafında hareket ettiğini ve daireyi N noktasında, BK doğrusunu ise K noktasında kestiğini düşünelim. Bu doğru üzerinde, M noktasından[60] başlayarak $|ML| = |NK|$ olacak şekilde doğru parçaları belirleyelim. $|MK|$'nın M noktası etrafında döndüğü sırada $|MK|$'nın üzerindeki L noktasının geometrik yeri bir sisoid eğrisi belirtir. Bu açıklamadan sonra Zihnî Efendi, eğrinin geometrik olarak nasıl davrandığını, elemanlarını ve teğet doğrularını ele almıştır (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 39-40). Tüm bu açıklamalardan sonra ise eğrinin geometrik yerinin denklemini şu şekilde ispatlamıştır:



Şekil 29

$|MB| = 2b$, $L = (x, y)$, $s(\widehat{NMB}) = \alpha$ olmak üzere

$$ML = NK = MK - MN$$

İfadesinin herhangi bir eksen üzerindeki izdüşümü ifade edilmek istense, Zihnî Efendi'nin daha önce ifade ettiği gösterim şekliyle ML'nin izdüşümü $(ML) = x$, MK'nın izdüşümü $(MK) = |MB| = 2b$ vs. şeklinde olacağından

$$(ML) = (MK) - (MN) \dots (1)$$

olur (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 14). Zihnî Efendi'nin zaman zaman işlem

[60] Zihnî Efendi, $|MK|$'nın etrafında döndüğü M noktası *nokta-ı ric'iyye* (نقطهٔ رجعیه) olarak tanımlamıştır (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 40). Ric'iyye: "Ric'î "nin müennesi. Ric'î: Geri dönmeyle ilgili olan (Devellioğlu, 2012, s. 1043). Oysa Şükrü Sayan, *Hendese-i Tahlîliyye* kitabında, sissoid eğrisini ele alırken ise M noktasını *kutb* noktası olarak tanımlamıştır (Sayan, 1331/1912, s. 405). Sissoid eğrisini Başhoca da ele almıştır (Başhoca, 1258/1842, s. 238).

basamaklarını atladığı bu izdüşümlerin değerlerini bulmamız gerektiğinde, öncelikle $(\overset{\Delta}{MNB})$'de (Şekil 29):

$$\cos\alpha = \frac{MN}{2b} \rightarrow MN = 2b.\cos\alpha \ldots (2)$$

olur ve MN'nin izdüşümünü,

$$\cos\alpha = \frac{(MN)}{MN} \rightarrow (MN) = MN.\cos\alpha$$

şeklinde bulunduktan sonra bu ifadede (1) eşitliği yerine yazıldığında

$$(MN) = 2b.\cos^2\alpha \ldots (3)$$

olur. Bulunan bu eşitlikler (1)'de yerine yazılırsa x ekseni üzerindeki dik izdüşüm:

$$(ML) = (MK) - (MN)$$
$$x = 2b - 2b.\cos^2\alpha$$
$$x = 2b(1 - \cos^2\alpha) \quad [\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1]$$
$$x = 2b.\sin^2\alpha \ldots (4)$$

elde edilir. y ekseni üzerindeki dik izdüşüm bulunmak istendiğinde:

$$\tan\alpha = \frac{y}{x} \rightarrow y = x.\tan\alpha \ldots (5)$$

olur ve (5) eşitliğinde, (4) eşitliği yerine yazıldığında:

$$y = 2b.\tan\alpha.\sin^2\alpha \ldots (6)$$

olur. Trigonometrik eşitlik olan $\sin^2\alpha = \frac{\tan^2\alpha}{1+\tan^2\alpha}$ ifadesinde, (5) eşitliği yerine yazıldıuğında:

$$\sin^2 \alpha = \frac{\left(\frac{y}{x}\right)^2}{1 + \left(\frac{y}{x}\right)^2}$$

$$\sin^2 \alpha = \frac{y^2}{x^2 + y^2} \ldots (7)$$

bulunarak (4) eşitliğinde de (7) eşitliği yerine yazıldığında:

$$x = 2b. \sin^2 \alpha$$

$$x = 2b. \frac{y^2}{x^2 + y^2}$$

$$x(x^2 + y^2) - 2by^2 = 0 \ldots (8)$$

sonucuna ulaşılır. Bu (8) ifadesi *sisoidin* genel denklemidir (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 40-42). Bu ifade düzenlendiğinde elde edilen $x^3 = y^2(2b - x)$ eşitliği ve benzer ispat yöntemi modern geometri kitaplarında de karşımıza çıkmaktadır (Siceloff, Wentworth, & Smith, 1922, s. 132).

Tüm işlemlerden sonra denkleme uygun olarak eğrinin çizimini yapmak için Zihnî Efendi, (8) denklemini y'ye göre çözdüğünde:

$$y = \pm x \sqrt{\frac{x}{2b - x}}$$

ifadesinde $x(2b - x)$ ifadesi pozitif olmadıkça gerçek bir y değeri var olamayacağından:

$$y = +x \sqrt{\frac{x}{2b - x}} \ldots (9)$$

ifadesini elde etmiştir. (9) denkleminde x'e ve y'e değer verildiğinde, x değişkeninin

0 ile $2b$ değerleri arasında değer alırken, y değişkeninin ise 0 ile +∞ arasında değer aldığı görülür. Dolayısıyla, $x = 2b$ olduğunda $y = \infty$ olacağından $|BK|$'nın eğriye sağ tarafıntan asimptot olduğu görülür. Bu değişimi Şekil 29'da de görmek mümkündür. Zihnî Efendi, bu işlem basamaklarını ayrıntılı olarak açıklamıştır.

Zihnî Efendi, Şekil 29'da M noktasında eğriye teğet olan doğruyu bulmak için (9)'da, $dx = y'$ ifadesinin değerinin bulunması gerektiğini belirtmiştir. Bunun için de (9)'da her iki tarafın karesi alındığında

$$y^2 = \frac{x^3}{2b - x}$$

olur ve bu ifadeye bölümün türevi[61] uygulandığında

$$2yy' = \frac{3x^2(2b - x) + x^3}{(2b - x)^2} = \frac{2x^2(3b - x)}{(2b - x)^2}$$

eşitliğinde y değeri için (9) eşitliği yerine yazıldığında

$$y' = \frac{(3b - x)}{(2b - x)}\sqrt{\frac{x}{(2b - x)}} \ldots (10)$$

sonucuna ulaşılır. (10) eşitliğinde $x = 0$ değeri verilse $y' = 0$ olacağından eğriye M noktasında teğet olan doğru y ekseninden[62] ibaret olur (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 42-43).

Zihnî Efendi'nin incelediği bir diğer eğri *strofoid* eğrisidir. Strofoidin

---

[61] Bölümün türevi: $\left(\frac{x}{y}\right)' = \frac{x\prime y - xy\prime}{y^2}$
[İng. The quontient rule].

[62] Zihnî Efendi kitabının her iki baskısında da "y ekseni" olması gereken ifadeyi, "x ekseni" olarak yazmıştır (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 42-43; Ahmed Zihnî, 1317/1900, s. 48). "x ekseni" ifadesi matematiksel açıdan hatalıdır.

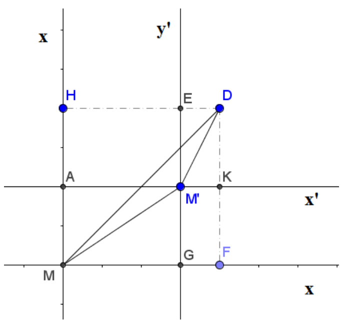
geometrik olarak çizimini, asimptot ve teğet doğrularını ele alan yazar, denklemini ise, sisoid eğrisine benzer şekilde, izdüşümden ve trigonometrik eşitliklerden faydalanarak:

$$y^2 = x^2 \frac{b - x}{b + x}$$ [63]

olarak ispatlamıştır (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 43-48). Bu eğriyi Başhoca (Başhoca, 1258/1842, s. 224-226) ve Şükrü Bey (Sayan, 1331/1912, s. 412-421) de ele almıştır.

Kartezyen koordinatlar başlığının ikinci ana başlığı olan *kemmiyyât-ı vaz'iyye tahvîli*[64] (kartezyen koordinatların dönüşümü) başlığını Zihnî Efendi, kartezyen koordinat sistemindeki denklemi bilinen bir eğrinin, özellikleri bilinen yeni bir kartezyen koordinat sistemine göre incelenmesi olarak tanımlamaktadır. Ardından burada, orijin ve eksenlerin yönlerinin *tebdîli* (değiştirilmesi, taşınması olarak da düşünülebilir) olarak iki özel durumun söz konusu olduğunu belirtmektedir (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 48-49).

Orijinin taşınması (değiştirilmesi) olarak ele aldığı kısımda (Şekil 30 (Ahmed Zihnî, 1310/1892, Şekil 27)), eski orijin M, eksi mihverler MX, MY ve yeni orijin M', yeni mihverler ise $M'X'$, $M'Y'$ olmak üzere, yeni orijin M' nin eski mihverlere göre koordinatları $(|MG|, |MA|) = (x_0, y_0)$ ve düzlem üzerindeki herhangi bir D noktasının eski koordinatları $(|MF|, |MH|) = (x, y)$, yeni koordinatları ise



Şekil 30

[63] Modern geometri kitaplarında da bu formül bu şekliyle yerini almaktadır (Lockwood, 1963, s. 96).
[64] Koordinat dönüşümleri (Balcı, 2012, s. 111). Tahvîl: Dönüşüm (Tuncer, 1995, s. 360; Çoker & Karaçay, 1983, s. 332). Aynı başlığı Şükrü Sayan da ele almıştır (Sayan, 1331/1912, s. 21).

$(|M'K|, |M'E|) = (x', y')$ olarak adlandırılmıştır. Zihnî Efendi, $|MM'|, |MD|, |M'D|$ uzunluklarının herhangi bir eksen üzerindeki izdüşümleri arasında

$$(MD) = (MM') + (M'D) \ldots (1)$$

bağıntısının olduğuna dikkat çekmektedir. $|MD|$'nın izdüşümü $(MD) = |MF| = x$, $|MM'|$'nın izdüşümü $(MM') = |MG| = x_0$ ve $|M'D|$'nın izdüşümü $(M'D) = |GF| = |M'K| = x'$ olacağından (1) eşitliği tekrar düşünüldüğünde:

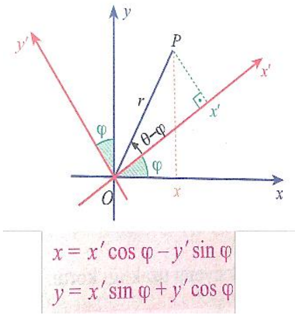
$$x = x_0 + x'$$

olur. Benzer bir durum y eksenine göre izdüşüm hesaplandığında da söz konusu olacağından

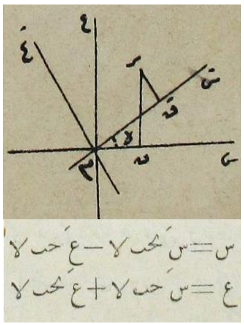
$$y = y_0 + y'$$

elde edilir (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 49-50).

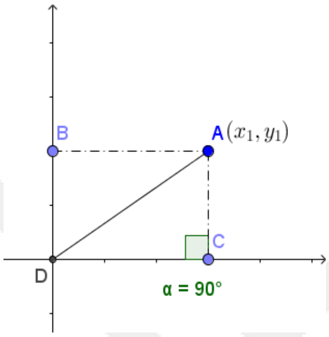
Zihnî Efendi'nin, *mihverlerin istikâmetinin tebdîli* yani eksenlerin yönlerinin değiştirilmesi başlığında incelediği içerik, bugün modern analitik geometri kitaplarında *eksenlerin döndürülmesi* başlığı ile verilmektedir. Düzlemdeki herhangi bir P noktasının eski koordinatları (x, y), döndürüldükten sonraki yeni koordinatları (x', y') olmak üzere, koordinat sistemi φ derece döndürülsün. Bu durumda, Zihnî Efendi (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 52) ve Mustafa Balcı'nın konuyla ilgili verdikleri formül ve şekiller örtüşmektedir (Şekil 31 (Ahmed Zihnî, 1310/1892 (Balcı, 2012, s. 122-123)) ve Şekil 32 (Ahmed Zihnî, 1310/1892, Şekil 22)).



Şekil 31



Şekil 32



Şekil 33

İki nokta arasındaki uzaklığın tespiti konusu ele alan Zihnî Efendi, öncelikle düzlemdeki bir $A = (x_1, y_1)$ noktasının orijine olan l uzaklığını tespit etmek için Pisagor bağıntısından faydalanarak (Şekil 33 (Ahmed Zihnî, 1310/1892, Şekil 22)) :

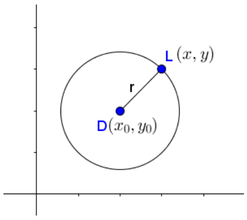
$$\overline{AD}^2 = \overline{DC}^2 + \overline{CA}^2$$

$$l^2 = x_1^2 + y_1^2$$

eşitliğini elde etmiştir (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 55). Benzer yaklaşımla, düzlemdeki $D_1(x_1, y_1)$, $D_2(x_2, y_2)$ gibi herhangi iki nokta arasındaki k uzaklığının değerini bulmak için yine Pisagor bağıntısından faydalanılarak:

$$k^2 = (x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 \ldots (1)$$

formülünün ispatını vermiştir (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 55-56). Bir noktanın orijine ve başka bir noktaya uzaklığının bu şekilde bulunması, bugün lise analitik geometri müfredatında da yer almaktadır (Bôcher, 1915, s. 7; Balcı, 2012, s. 1). İki nokta arasındaki uzaklıktan sonra, dairenin analitik incelenmesi ele alınmıştır.



Şekil 34

Zihnî Efendi, dairenin merkezi olan $D(x_{0,}y_o)$ noktasından r yarıçap kadar uzaklıktaki bir $L(x, y)$ noktası alarak, dairenin tanımından $|DL| = r$ olduğunu belirtmektedir. Bu eşitlikte, iki nokta arasındaki uzaklığın formülü olan (1) kullanıldığında (Şekil 34 (Ahmed Zihnî, 1310/1892, Şekil 22)),

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = r^2 \ldots (2)$$

$$x^2 + y^2 - 2x_0x - 2y_0y + (x_0^2 + y_0^2 - r^2) = 0 \ldots (3)$$

elde edilir. Zihnî Efendi, (3) denkleminde katsayıları eşit x^2, y^2 ifadeleri bulunduğu için dairenin ikinci dereceden bir eğri olduğunu belirterek, muhtemelen koni kesitleri ile karşılaştırmak için, söz konusu denklemde $x.y$ terimlerini içeren bir ifadenin yer almadığına dikkat çekmektedir.

Zihnî Efendi, daireden sonra ikinci derece eğrilerin genel denklemini, b, c, d, e, v, h katsayıları x ve y'ye bağlı olmamak üzere,

$$bx^2 + 2cxy + dy^2 + 2ex + 2vy + h = 0 \ldots (4)$$

olarak vermiştir (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 56-57). Ardından,

$$bx^2 + 2cxy + dy^2 + 2ex + 2vy + h = 0$$

$$b'x^2 + 2c'xy + d'y^2 + 2e'x + 2v'y + h' = 0$$

denklemlerinin aynı eğriyi göstermesi için gerek ve yeter şartın *(lâzım ve kâfî şartın),* bu iki denklemin karşılıklı katsayılarının orantılı olması gerektiğini belirterek bu *kaziyyeyi*[65] ispatlamıştır (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 58-60).

Bu önermeden hareketle,

> İki mütehavilli (değişkenli) derece-i saniyye muâdele-i ‘umûmiyyesinin (ikinci dereceden genel denkleminin) bir muhît-i dâireyi iş‘âr etmesi için lâzım ve kâfî olan şart (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 60).

başlığı altında Zihnî Efendi,

$$x^2 + y^2 - 2x_0x - 2y_0y + (x_0^2 + y_0^2 - r^2) = 0 \dots (3)$$

$$bx^2 + 2cxy + dy^2 + 2ex + 2vy + h = 0 \dots (4)$$

denklemlerinin aynı eğriyi göstermeleri için gerek ve yeter şartın, bu iki denklemin katsayılarının orantılı olması gerektiğini belirtmiştir:

$$\frac{b}{1} = \frac{c}{0} = \frac{d}{1} = \frac{e}{-x_0} = \frac{v}{-y_0} = \frac{h}{x_0^2 + y_0^2 - r^2} \dots (5)$$

Bir dairenin çizilebilmesi için merkezinin koordinatları olan (x_0, y_0) noktasının ve r yarıçapının bilinmesi gerektiğinden ve diğer katsayılar bu üç bilinmeyene bağlı olmadığından

$$\frac{b}{1} = \frac{c}{0} = \frac{d}{1}$$

$$b = d$$

$$c = 0$$

[65] Kaziyye: Önerme (Tuncer, 1995, s. 326); önerme (mant.), yardımcı teorem (mat.) (Devellioğlu, 2012, s. 575).

elde edilerek, genel eğri denkleminin daire belirtme şartı sağlanmış olur. Dairenin elemanlarının belirlenmesi için de, (5) eşitliği

$$\mathrm{b} = \frac{e}{-x_0} = \frac{v}{-y_0} = \frac{h}{x_0^2 + y_0^2 - r^2} \dots (6)$$

şeklinde yazılabilir. Buradan,

$$bx_0 + e = 0 \to x_0 = \frac{-e}{b} \dots (7)$$

$$by_0 + v = 0 \to y_0 = \frac{-v}{b} \dots (8)$$

$$b(x_0^2 + y_0^2 - r^2) - h = 0 \dots (9)$$

elde edilir. Böylece dairenin merkez koordinatları (7) ve (8) eşitliklerinden elde edilmiş olur. Dairenin yarıçapı için de (9) eşitliğinde, (7) ve (8) yerine yazıldığında

$$r^2 = \frac{e^2 + v^2 - bh}{b^2} \dots (10)$$

bulunur. Dairenin durumu yarıçapın duruma bağlı olduğundan (10) eşitliğinde:

1. $e^2 + v^2 - bh = 0$ olduğunda, daire bir noktaya dönüşür,
2. $e^2 + v^2 - bh > 0$ olduğunda, gerçek bir daire,
3. $e^2 + v^2 - bh < 0$ olduğunda, sanal (*mevhûm*) bir daire

söz konusu olur (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 60-64).

Kitabın ikinci faslının son kısmı olan, *hutût-u*[66] *müsteviyyenin sınıflara taksimi* yani "düzlemsel eğrilerin sınıflandırılması" başlığı, düzlemsel eğrileri cebirsel ve

[66] Bu başlıkta eğrilerin sınıflandırılması ele alınmıştır, ancak Zihnî Efendi *münhanî* sözcüğü yerine *hutût* sözcüğünü tercih etmiştir.

cebirsel olmayan eğriler olmak üzere iki kısma ayırmaktadır. Cebirsel olmayan eğrilerde, x, y değişkenlerinin, sinüs, kosinüs ve logaritma içeren denklemlerle birlikte verildiği belirtilmektedir (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 60-64). Cebirsel eğrilerin ise, derecelerine göre sınıflandırıldığı vurgulanarak, herhangi bir doğrunun m.ci dereceden cebirsel bir eğriyi m tane noktada kestiği ifade edilmektedir:

> Bir münhanî-i cebrî muadelesinin (cebirsel eğri denkleminin) derecesi, müstevî (düzlem) üzerinde kâin (bulunan) herhangi bir hatt-ı müstakîmin (doğru) münhanî-i mezkûru (söz konusu eğriyi) kaç noktada kat‘ edeceğini gösterir[67] (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 66).

Benzer yaklaşımla, ikinci dereceden eğrilerden olan daire, elips, hiperbol ve parabolün herhangi bir doğruyu en fazla 2 gerçek *(hakîkî)* noktada keseceği belirtilmiştir (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 68).

Bu *fasıl*, öğrencilerden çözülmesi istenen 7 problemle son bulmaktadır. İlk problemde, bir geometrik yer tarifi verilmiş ve denkleminin bulunması istenmiştir. Sorunun sonunda ise eğrinin adı, *Paskal'ın limasonu*[68] olarak ifade edilmiştir. İkinci soruda ilk soruya benzer şekilde, *Nikome'nin konkoidi*[69] sorulmuş, beşinci soruda ise eksenlerin döndürülmesi ile ilgi bir ispat istenmiştir (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 70-72).

2.2.1.3 Doğru

Kitabın üçüncü kısmında, doğrunun yani *hatt-ı müstakîmin* analitik

[67] Bu ifadeler, Bézout'a ait bir teoremin özel bir halidir.
[68] Bu eğriden İbrahim Edhem Paşa da bahsetmiştir (İbrahim Edhem Paşa, 19. yy., s. 35)
[69] Bu eğriden, Başhoca İshak Efendi (Başhoca, 1258/1842, s. 241) ve Şükrü Sayan da bahsetmiştir (Sayan, 1331/1912, s. 456).

incelenmesine ele alarak, altı alt başlığa ayrılmıştır:

Bu başlıklardan ilkinde, *birinci dereceden iki mütehavilli muâdelenin ma‘nâ-ı hendesîyyesi* yani “birinci dereceden iki bilinmeyenli denklemlerin geometrik anlamı” konusu incelenerek, bu denklemin genel hali $bx + cy + d = 0$ şeklinde verilmiştir. $c = 0$ olduğunda denklem $bx + d = 0$ olur ve grafik y eksenine paralel olurken, $b = 0$ olduğunda ise bu denklem $cy + d = 0$ olur ve grafik x eksenine paralel olur. Son olarak, $d = 0$ alındığında denklem $bx + cy = 0$ olur ve bu da orijinden geçeni $y = mx$ denkleminden başkası değildir (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 73-75). Bu denklemden de anlaşılacağı gibi, orijinden geçen bir doğrunun üzerindeki tüm noktaların koordinatlarına ait

$$m = \frac{y}{x}$$

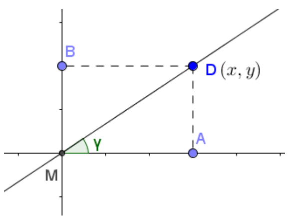
oranı sabittir (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 75-77).

Zihnî Efendi, orijinden geçen denklemlerden sonra tekrar, $bx + cy + d = 0$ denklemini ele alarak düzenlemiş ve $y = mx + t$ denklemini elde etmiştir. Bu denklemin bir doğru belirttiğini ispatlayan Zihnî Efendi, değişkenlerin alacağı farklı değerler için, doğrunun eksenlere göre nasıl davrandığını inceleyerek,

> Bi'l-akis her hatt-ı müstakîm (doğru), herhangi bir noktasının x, y kemmiyyât-ı vazʿiyyelerine (kartezyen koordinatlarına) nazaran birinci dereceden bir muâdele ile işâr olunabilir (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 79).

ifadeleriyle de her noktanın birinci dereceden bir doğrunun üzerinde olduğunu vurgulamıştır (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 77-80).

Doğru denklemlerinin bu tanıtımından sonra, doğruların x ekseni ile pozitif yönde yaptığı γ eğim açısının genel ifadesini $k\pi + \gamma$ olarak veren Zihnî Efendi, $y = mx + t$ denklemindeki, m katsayısını *emsâl-i zâviyevî (امثال زاویه وی)* (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 81) olarak ifade etmektedir. Bu ifadeyi, her ne kadar Devellioğlu "açısal katsayı"[70] olarak tanımlasa da, *emsâl-i zâviyevî*, günümüz ortaokul kitaplarında da yer alan "eğim" kavramından başkası değildir (Baykal Yelli & Kişi, 2015, s. 160-162). Eğimin sayısal değerinin ispatı şu şekilde verilmiştir:



Şekil 35

$|MA| = x, |MB| = y$ ve MD doğrusunun denklemi $y = mx$ olmak üzere (Şekil 35 (Ahmed Zihnî, 1310/1892, Şekil 32)):

$\mathrm{x} = |MD|.\cos\gamma$ ve $\mathrm{y} = |MD|.\sin\gamma$ olacağından

$$m = \frac{y}{x} = \frac{|MD|.\sin\gamma}{|MD|.\cos\gamma} = \tan\gamma$$

olur ve eğimin, doğrunun x ekseni ile pozitif yönde yaptığı açının tanjantına eşit olduğu görülür (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 80-83).

Zihnî Efendi, ikinci alt başlık olarak *hatt-ı müstakîm muâdelesinin eşkâl-i*

---

[70] Emsâl-i zâviyeviyye: Açısal katsayı (Devellioğlu, 2012, s. 251).

muhtelifesi yani "doğru denkleminin çeşitli şekilleri" konusunu incelemiştir. $bx + cy + d = 0$ doğrusunun eksenleri kestiği noktalar b_1 ve c_1 olmak üzere:

$$x = 0 \to y = \frac{-d}{c} = b_1$$

$$y = 0 \to x = \frac{-d}{b} = c_1$$

işlemleriyle bu noktalar elde edilmiştir (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 84-85).

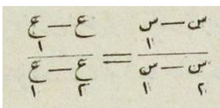
Doğrunun analitik incelenmesine devam eden Zihnî Efendi, eğimi ve bir noktası bilinen doğru denkleminin formülünü, bugün için karmaşık sayılabilecek bir şekilde ispatlayarak,

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

olarak elde etmiştir (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 86-89, 92-93). Ardından İki noktadan geçen doğrunun eğimini

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

ve iki noktadan geçen doğru denklemini ise



$$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1}$$

şeklinde bulmuştur (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 90-93).

Zihnî Efendi, üç noktanın aynı doğru üzerinde bulunması için, bu noktaların doğru üzerinde teşkil ettiği doğru parçalarının eğimlerinin eşit olması gerektiği belirtmiştir (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 91).

Tek doğrunun özelliklerinden, iki doğrunun birbirine göre durumlarına geçen Zihnî Efendi,

$$bx + cy + d = 0$$

$$b'x + c'y + d' = 0$$

doğruların ortak çözüldüğünde kesişim noktalarının

$$x = \frac{c'd - d'c}{bc' - cb'}$$

$$y = \frac{db' - bd'}{bc' - b'c}$$ [71]

olarak bulunacağını belirtmiştir. Daha sonra, bu iki doğrunun paralel olması için x ve y katsayıları arasında

$$-\frac{b}{c} = -\frac{b'}{c'}$$

oranının olması gerektiğini ve paralel doğruların da hiç ortak noktasının olmadığını belirterek, iki doğrunun çakışık olması için ise katsayılar arasında,

$$\frac{b'}{b} = \frac{c'}{c} = \frac{d'}{d}$$

eşitliğinin bulunması gerektiğini vurgulamıştır (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 93-97). Buraya kadar anlatılanlar, doğrunun analitik incelenmesi başlığı ile bugün ortaokul matematik ders kitaplarında yerini bulmaktadır (Baykal Yelli & Kişi, 2015, s. 164-167).

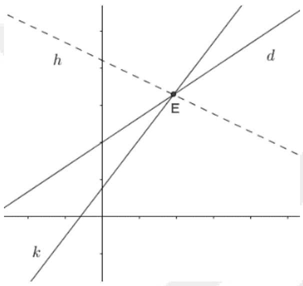
[71] Eserin 1. ve 2. baskısında buradaki y ifadesi için muhtemelen baskı hatası yapılmıştır, doğrusu bu şekildedir.

İki müstakîm-i ma'lûmun nokta-ı müşterekesinden mürûr eden hatt-ı müstakîmlerin muâdele-i umûmiyyesi (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 97)

başlığı ile Zihnî Efendi,

$$d: bx + cy + d = 0$$
$$k: b'x + c'y + d' = 0$$

denklemleri ile verilen doğruların, E noktasında kesiştiğini belirtmekte ve bu noktadan geçen doğruların tümünün denklemini



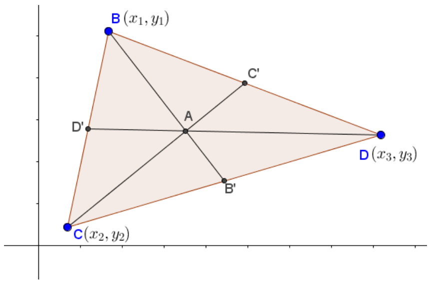
Şekil 36

$$h: bx + cy + d + \delta(b'x + c'y + d') = 0 \ldots (1)$$

şeklinde vermektedir (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 98). E noktasından geçen doğruların tümüne "doğru demeti" denirken, (1) de doğru demetinin denklemidir (Balcı, 2012, s. 34-35) (Şekil 36). Konuyu ispatlarla ilerleten Zihnî Efendi, (1) denkleminin belirttiği tüm doğruların bir E noktasından geçtiğini vurgulayarak bu *da'vâyı* yani teoremin ispatını da vermiştir (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 101-102).

Doğru demetlerine ilaveten, k, d, f gibi doğruların bir noktada kesişmesi için

$$\alpha.k + \beta.d + \delta.f = 0 \ldots (1)$$



Şekil 37

eşitliğinini sağlanması gerektiğini belirten Zihnî Efendi (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 103-105), bu teoremi teorik olarak ispatlamış ardından da *tatbikatı* yani uygulamalı ispatı için, üçgenin kenar ortaylarının bir noktada kesişmesini ele almıştır (Şekil 37 (Ahmed Zihnî, 1310/1892, Şekil 48)). B, C, D üçgenin köşeleri, B', C', D'

kenarların orta noktaları ve üçgenin ağırlık merkezi $A(x, y)$ olmak üzere Zihnî Efendi, $|BB'|, |CC'|, |DD'|$ doğru parçalarını *hatt-ı kutrânî*[72] (خط قطرانى) olarak adlandırmıştır ancak kastetdiği kenar ortay doğrularıdır. Bu doğrultuda, B' noktası, $|CD|$'nin orta noktası olduğu için koordinatları $\left(\frac{x_2+x_3}{2}, \frac{y_2+y_3}{2}\right)$ şeklindedir. $|BB'|$'nün eğimi, iki noktası bilinen doğrunun eğimi formülünden:

$$m_{|BB'|} = \frac{y_2 + y_3 - 2y_1}{x_2 + x_3 - 2x_1}$$

olur ve bu eşitlik, bir noktası ve eğimi bilinen doğru denkleminde yerine yazılırsa $|BB'|$ doğrusunun denklemi:

$$y - y_1 = \left(\frac{y_2 + y_3 - 2y_1}{x_2 + x_3 - 2x_1}\right).(x - x_1)$$

elde edilir. Bu denklem düzenlenir ve aynı işlemler $|CC'|$ ve $|DD'|$ kenar ortayları için de tekrarlanırsa bu doğruların denklemleri şu şekilde elde edilir:

$$|BB'| = \mathrm{x}(y_2 + y_3 - 2y_1) - y(x_2 + x_3 - 2x_1) - x_1(y_2 + y_3) + y_1(x_2 + x_3) = 0$$

$$|CC'| = \mathrm{x}(y_3 + y_1 - 2y_2) - y(x_3 + x_1 - 2x_2) - x_2(y_3 + y_1) + y_2(x_3 + x_1) = 0$$

$$|DD'| = \mathrm{x}(y_1 + y_2 - 2y_3) - y(x_1 + x_2 - 2x_3) - x_3(y_1 + y_2) + y_3(x_1 + x_2) = 0$$ [73]

Bu üç kenar ortay doğrusunun denklemi taraf taraf toplandığında, $0 = 0$ bulunacağından, (1) eşitliği ile verilmiş olan teorem ispatlanmış olur.

Şekil 37'te görülen üçgenin ağırlık merkezinin[74] koordinatları, kenar orta

[72] Kutr: Çap, köşegen (Tuncer, 1995, s. 327).
[73] Kitabın 1. ve 2. baskılarında, bu denklemdeki *y* katsayısı unutulmuştur, doğrusu bu şekildedir.
[74] Merkez-i sıklet: Ağırlık merkezi (Tuncer, 1995, s. 328).

noktalarının koordinatlarından faydalanılarak:

$$A(x,y) = \left(\frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}, \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}\right)$$

şeklinde elde edilir. (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 105-106)

Zihnî Efendi, bu bölümün üçüncü alt başlığında, *zevâyâ ve eb'âd* yani "açılar ve uzunluklar" konusunu incelemiştir. Zihnî Efendi, burada öncelikle iki doğrunun oluşturduğu açının ölçüsünü ele almıştır. Eğimleri $m_1$ve m_2 olan iki doğru arasındaki açı θ olmak üzere:

$$\tan\theta = \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2}$$

olduğunu ispatlamış, daha sonra iki doğrunun dik olma şartını

$$m_1 . m_2 = -1$$

olarak ifade eden Zihnî Efendi, paralellik şartını ise:

$$m_1 = m_2$$

olarak belirtmiştir (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 107-111). Bugün neredeyse tüm analitik geometri kitaplarında karşılaşabileceğimiz, $D(x_1, y_1)$ noktasının $bx + cy + d = 0$ doğrusuna olan k dik uzaklığı için formülü,

$$k = \pm \frac{b.x_1 + c.y_1 + d}{\sqrt{b^2 + c^2}}$$

şeklinde veren Zihnî Efendi, formülün başındaki $\pm$ işareti için, *işaretin intihâbı* yani "işaret seçimi" başlığı ile, k'nın pozitif olduğu değerlerin seçilmesi gerektiğini belirtmiştir (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 111-116)[75]. Günümüz analitik geometri kitaplarında bu ifade, mutlak değer içinde verilmektedir[76].

Zihnî Efendi, dördüncü alt başlık olarak *hatt-ı müstakîm hey'eti*[77] ile genel doğru denklemleri konusunu ele almıştır. Bu başlığın, 108 nolu alt maddesinde, x'e bağlı n. dereceden $f(x) = 0$ cebirsel denkleminin, tamamı y eksenine paralel olmak üzere gerek gerçek, gerekse sanal n tane doğruyu gösterdiği; benzer şekilde 109 nolu alt maddede, y'ye bağlı n. dereceden $f(y) = 0$ cebirsel denkleminin, tamamı x eksenine paralel, gerek gerçek gerekse sanal n tane doğruyu gösterdiği anlatılmaktadır. 110'nuncu alt maddede ise x ve y'ye bağlı $f(x, y) = 0$ cebirsel denkleminin, gerek gerçek gerekse sanal n tane, başlangıç noktasından geçen doğruyu gösterdiği ifade edilmekte ve denklemin genel hali şu şekilde verilmektedir (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 119-123):

$$f(x, y) = b_0 y^n + b_1 y^{n-1} x + b_2 y^{n-2} x^2 + \cdots + b_{n-1} x^{n-1} + b_n x^n$$

Zihnî Efendi, çarpanlarına yarılabilen $bx^2 + 2cxy + dy^2 = 0$ denkleminin teşkil ettiği doğruları çiftleri arasında oluşan açının tanjantını,

$$\tan\varphi = \pm \frac{2\sqrt{c^2 - bd}}{b + d}$$

formülüyle ifade etmiş, ardından bu açının açı ortay doğrusunu formülize etmiştir (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 124-126).

---

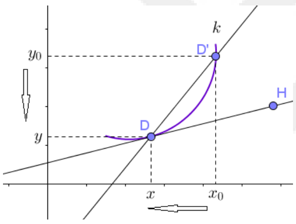
75 Bu formül Şükrü Bey'de de aynı şekilde karşımıza çıkmaktadır (Sayan, 1331/1912, s. 64-69).

76 $k = \frac{|b.x_1 + c.y_1 + d|}{\sqrt{b^2 + c^2}}$ (Balcı, 2012, s. 30).

77 Ahmed Zihnî kitabında, bir denklemin derecesini işaretiyle ifade etmiştir, bunun günümüz notasyonlarındaki karşılığı n'ninci dereceden denklemdir. Benzer kullanım Şükrü Sayan'ın kitabında da mevcuttur.

Zihnî Efendi bu bölümün son başlığında, *hatt-ı mümâsslar ve mücânibler* başlığı ile teğet ve asimptot doğrularını ele almış, konuya ise bir eğrinin teğet açısı ve denklemi ile başlamıştır (Şekil 38 (Ahmed Zihnî, 1310/1892, Şekil 57)):

> Bir münhanî-i müstevî $k = y = g(x)$, bu münhanînin herhangi bir noktası $D(x, y)$ olsun; ma‘lûm olduğu üzere, D, D' noktalarından geçen bir hatt-ı katı‘ın (sekant doğrusunun) D' noktası, D noktasıyla birleşinceye değin D etrafında tedvirinde (döndürme, çevirme) ahz etmiş olduğu gaye-i vaz‘iyyete (limit durumuna) hattı mümass (teğet doğrusu) tesmiyye olunur (adı verilir) (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 127).



Şekil 38

Tarif edildiği şekliyle, $D'(x_0, y_0)$ noktası limit durumunda D noktasına yaklaştığında, $k = y = g(x)$ eğrisinin D noktasındaki eğimi bulunmuş olur. Bu işlem, Zihnî Efendi'nin de *müştakkın mana-ı hendesîsi* olarak tanımladığı (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 128), türevin geometrik yorumundan başkası değildir (Thomas, 2005, s. 148; Hacısalihoğlu, Hacıyev, Kalantarov, & Sabuncuoğlu, 2009, s. 387-388):

$$m_{|DD'|} = y' = g'^{(x)} = \lim_{x_0 \to x} \frac{g(x_0) - g(x)}{x_0 - x} \ldots (1)$$

olur ancak Zihnî Efendi bu eğim formülünü

$$m = y' = \frac{g(x_0) - g(x)}{x_0 - x}$$

şeklinde vermekle yetinmiş, limitten konu içinde bahsetmesine rağmen işleme dâhil etmemiştir. H noktasının koordinatları (x_2, y_2) olmak üzere, k eğrisine D noktasında teğet *(mümass)* olan DH doğrusunun denklemi, eğimi ve bir noktası bilinen doğru denkleminden faydalanılarak, (1) eşitliği yerine yazıldığında,

$$y_2 - y = y'.(x_2 - x) \dots (2)$$

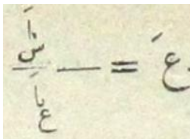
$$y_2 - g(x) = g'(x).(x_2 - x)$$

şeklinde bulunur (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 127-128). Normal *(nâzım)* doğrusu ile teğet doğrusu birbirine dik olduğundan eğimleri çarpımı -1'dir. Dolayısıyla teğetin eğimi (1) eşitliğinden y' bulunduğundan normalin eğimi $\frac{1}{y'}$ olur. Normalin herhangi bir noktası E olmak üzere, $D(x, y)$ ve $E(x_3, y_3)$ noktalarından geçen ve eğimi $\frac{1}{y'}$ olan normal doğrusunun denklemi

$$y_3 - y = -\frac{1}{y'}.(x_3 - x)$$

şeklinde elde edilir. Zihnî Efendi'nin bu anlatımda türev için kullandığı notasyon ve karşılığı şu şekildedir (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 129):

$$y' = -\frac{dx}{dy}$$



Zihnî Efendi, *tatbikât* başlığı ile merkezi orijinde olan dairenin denklemini

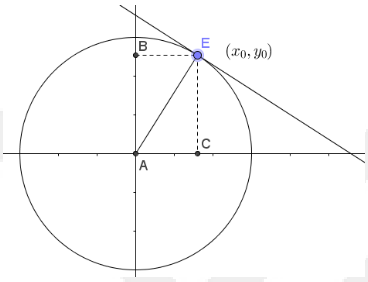
$$F(x, y) = x^2 + y^2 - r^2 = 0 \dots (3)$$

olarak ele almıştır. Bu denklem ile belirtilen dairenin üzerindeki herhangi bir $E\left(x_{0,}\ y_0\right)$ noktasından geçen ve daireye teğet olan doğrunun eğimini bulmak için x'e göre türev alındığında:

$$2x + 2yy' = 0$$

$$m = y' = \frac{-2x}{2y} \rightarrow y' = -\frac{x}{y} \dots (4)$$

bulunur. Buradan, daireye E noktasında teğet olan ve (4) eşitliğinden eğimi bilinen doğrunun denklemi şu şekildedir (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 130; Thomas, 2005, s. 205-206) (Şekil 39 (Ahmed Zihnî, 1310/1892, Şekil 58)):



Şekil 39

$$(y_2 - y) = -\frac{x}{y}.(x_2 - x)$$

$$(y_2 - y).y + (x_2 - x).x = 0$$

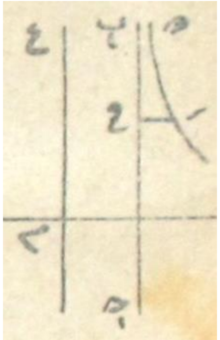
Zihnî Efendi, birinci türev işleminden sonra, y''olan ikinci türevin, eğrinin *in'itâf noktasının*[78] yani "büküm noktası"nın belirlenmesi için kullanıldığını belirtmiş ve bu noktada eğrinin eğiminin değiştiğini vurgulamıştır. Bu açıklamayı örneklendirmek için,

$$y = bx^4 + cx^2 + d \dots (1)$$

denkleminde ikinci türevi $y'' = 12bx^2 + 2c$ olarak elde etmiştir. $12bx^2 + 2c = 0$ alındığında $x = \pm\sqrt{\frac{-c}{6b}}$ bulunur ve bu nokta da verilen denklemin büküm noktalarıdır (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 131-133). Gerçekten de $y'' = 0$ denkleminin

[78] İng. Point of inflection (Thomas, 2005, s. 268); inflection(al) points (Tuncer, 1995, s. 29-30).

çözülmesiyle elde edilen noktalarda, (1) denklemine ait grafiğin bükeyliği yani konkavlığı değişmektedir (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 268-269).



Şekil 40

Teğet bahsinden sonra asimptot *(mücânib)* konusuna geçen Zihnî Efendi, rasyonel denkleme sahip eğrilerde, paydayı sıfır yapan değerin y eksenine paralel düşey asimptotu ifade ettiğini belirtmiş (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 135-137) (Şekil 40 (Ahmed Zihnî, 1310/1892, Şekil 64)), ardından x eksenine paralel yatay asimptotu şu şekilde tanımlamıştır:

> x gerek kıymet-i müsbete (pozitif değer) ve gerekse kıymet-i menfîyye (negatif değer) ile nâ-mütenâhî (sonsuz) olduğu takdirde x'in tâbi' bulunan y (x'in bir fonksiyonu olan y) bir gayeye (bir limite) vasl olur ki (ulaşır ki) gaye-i mezkûra MX'e (OX doğrusu) muvâzî (paralel) olan hatt-ı mücânibin (asimptot doğrusu) tertîbinden (ordinatından) ibâret olur (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 137).

Yatay asimptotun bu tarifinden çıkan sonuç $\lim_{x\to\infty} f(x) = b$, $\lim_{x\to-\infty} f(x) = c$ oluyorsa, $y = b$ ve $y = c$ doğruları $y = f(x)$ fonksiyonunun yatay asimptotları olduğu şeklindedir[79]. $y = f(x)$ eğrisinin, eksenlere paralel olmayan eğik asimptotun denklemi ise $y = m_1 x + t$ olmak üzere,

$$m_1 = \lim_{x\to\infty} \frac{f(x)}{x}$$

[79] İng. Horizontal asymptote (Thomas, 2005, s. 110).

$$t = \lim_{x \to \infty} [f(x) - m_1 x]$$

olarak bulunur[80]. Bu yaklaşım modern anlatımla örtüşmektedir[81].

Bir fonksiyonun çizimine ait neredeyse tüm önemli elemanları dile getiren Zihnî Efendi, *"meselâ"* başlığı ile, *tersîm edilecek münhanî* yani "çizilecek eğri" ifadesi ile $y = 2x - 1 + \sqrt{x^2 - 4x + 3}$ denklemini ele almış, y', y'' ile teğet ve asimptotları bularak işaret incelemesini yapmış ve denklemin grafiğini çizmiştir (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 142-146). Bu problemi, zor olması açısından öğretilicikten uzak olarak değerlendirmek mümkündür.

Zihnî Efendi, bu faslın son başlığını *üçüncü fasla da'ir mümârese* ile alıştırmalara ayırmıştır. Bu kısımda öğrencilerden çözülmesi istenen konu ile ilgili 21 probleme yer verilmiştir. Bu soruların çözümlerine veya cevap anahtarına kitapta yer verilmemiştir (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 146-150).

2.2.1.4 İkinci Dereceden Eğriler

Kitabın dördüncü kısmı, ikinci dereceden eğrilerin analitik incelenmesine ayrılarak dört alt başlıkta incelenmiştir:

> $bx^2 + 2cxy + dy^2 + 2ex + 2vy + h = 0$ muâdelesinin halliyle derece-i sâniyye münhanîsinin sınıflara taksimi…(151)
>
> Kemmiyyât-ı vaz'iyyelerin tahvîliyle derece-i sâniyye muâdele-i 'umûmiyyesinin basit şekillere ircâ'ı...(197)
>
> Derece-i sâniyye münhanîlerinin katt-ı nâkıs, katt-ı zâ'id, katt-ı

[80] Zihnî Efendi, limiti $x \to \infty$ için hesaplarken, modern anlatımda $x \to \pm\infty$ için hesaplanmaktadır (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 137-141; Thomas, 2005, s. 111).
[81] İng. Oblique asymtote (Thomas, 2005, s. 111)

mükâfî tesmiyye olunan münhaniyyât-ı müsta‘mele[82] ile mümâseleti…(230)

Dördüncü fasla da’ir mümârese…(247)

İlk olarak, $bx^2 + 2cxy + dy^2 + 2ex + 2vy + h = 0$ *muâdelesinin halliyle derece-i sâniyye münhanîsinin sınıflara taksimi* başlığı ile ikinci dereceden eğrilerin genel denkleminden koniklerin elde edilmesi incelenmiştir.

b, c, d, e, v, h harfleri bilinen katsayılar ve x, y eğrinin üzerindeki herhangi bir noktanın koordinatları olmak üzere, öncelikle y^2’nin katsayısı olan d için $\boldsymbol{d \neq 0}$ ***halini*** dikkate aldığımızda ve

$$bx^2 + 2cxy + dy^2 + 2ex + 2vy + h = 0 \ldots (1)$$

denklemi y bilinmeyenine göre düzenlendiğinde,

$$dy^2 + 2y(cx + v) + (bx^2 + 2ex + h) = 0$$

elde edilir. İkinci derece denklem çözümü için kullanılan $\Delta = b^2 - 4ac$ ve $x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$ bu denkleme uygulandığında,

$$y = -\frac{cx + v}{d} \pm \frac{1}{d}\sqrt{(cx + v)^2 - d(bx^2 + 2ex + h)}$$

olur ve bu ifadede gerekli cebirsel işlemler yapıldığında,

$$y = -\frac{cx + v}{d} \pm \frac{1}{d}\sqrt{(c^2 - bd)x^2 + 2(cv - de)x + (v^2 - dh)} \ldots (2)$$

Bulunur. Kök içindeki ifadeler için,

---

[82] Müsta‘mele: Kullanılmış, kullanılan, eski, köhne (Devellioğlu, 2012, s. 872).

$$g = c^2 - bd \ldots (3)$$

$$k = cv - de \ldots (4)$$

$$l = v^2 - dh \ldots (5)$$ [83]

kabul edilerek, bu ifadeler (2)'de yerine yazıldığında,

$$y = -\frac{cx + v}{d} \pm \frac{1}{d}\sqrt{g.x^2 + 2.k.x + l} \ldots (6)$$

sonucuna ulaşılır (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 151-153). Zihnî Efendi (3) eşitliğinde;

- $g = c^2 - bd < 0$ olursa, (6) eşitliğinin elips (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 153),
- $g = c^2 - bd > 0$ olursa, (6) eşitliğinin hiperbol (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 159),
- $g = c^2 - bd = 0$ olursa (6) eşitliğinin parabol (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 171)

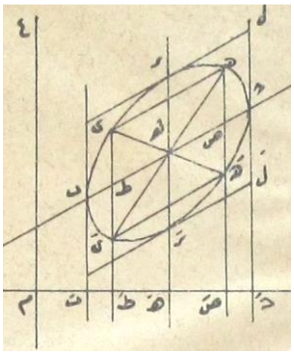
belirteceğini vurgulamıştır. İkinci dereceden eğrilerin genel denkleminin bu şekilde sınıflandırılması modern anlatımda da karşımıza çıkmaktadır (Siceloff, Wentworth, & Smith, 1922, s. 195).

Zihnî Efendi, ilk olarak (3) eşitliğinin $g = c^2 - bd < 0$ olduğunda söz konusu olan elipsi ele almıştır. Bu durumda, elips belirten (6) eşitliğindeki

$$g.x^2 + 2.k.x + l \ldots (7)$$

[83] g, k, l harfleri için Zihnî Efendi özel bir isimlendirmeye gitmemiş, sadece harf kullanmakla yetinmiştir.

ifadesine $\Delta = b^2 - 4ac$ uyguladığında, $\Delta = 4k^2 - 4g.l = 4(k^2 - g.l)$ bulmuş ve katsayıyı gözardı ederek,



Şekil 41

$$\Delta = k^2 - g.l$$

ifadesininde üç halin meydana geldiğini belirtmiştir:

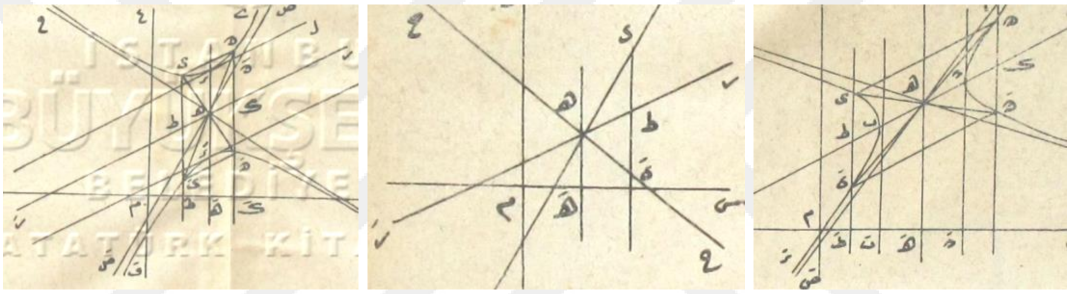
- $k^2 - g.l > 0$ olursa, (6) eşitliği gerçek bir elips belirtir. Zihnî Efendi, bu durumda oluşacak elipsin tüm elemanlarını ve çizim aşamalarını ayrıntılı bir şekilde açıklamıştır (Şekil 41 (Ahmed Zihnî, 1310/1892, Şekil 69)).
- $k^2 - g.l = 0$ olursa, (6) eşitliği bir nokta veya *mevhûm ve müzdevic iki müstakîm* yani “sanal ve eşlenik iki doğru” belirtir.
- $k^2 - g.l < 0$ olursa, (6) eşitliği sanal *(mevhûm)* bir elips ifade eder (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 153-159).

Zihnî Efendi, (3) ifadesi $g = c^2 - bd > 0$ olursa, (6) eşitliğinin bir hiperbol belirttiğini ifade etmiştir. Bu durumda (7) eşitliğinde söz konusu olan $\Delta = k^2 - g.l$ denkleminin durumlarına göre, hiperbol denkleminde üç durum söz konusu olmaktadır:

- $k^2 - g.l > 0$ olursa, (6) eşitliği, Şekil 42 (a)’da (Ahmed Zihnî, 1310/1892, Şekil 70) görülen hiperbolü ifade etmektedir. Zihnî Efendi, bu hiperbolün asimptot ve diğer yardımcı elemanlarının denklemini ve çizmini ayrıntılı olarak açıklamaktadır (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 160-165, 170-171).
- $k^2 - g.l = 0$ olursa, (6) eşitliği Şekil 42 (b)’de (Ahmed Zihnî, 1310/1892, Şekil 71) görüldüğü gibi, bir noktada kesişen iki doğruyu (‘ر ر doğrusu, odakları birleştiren asal eksene dik olan yedek eksen olmak üzere) işaret

etmektedir. Buradaki doğrular, *hatt-ı mücâniblerine ircâ' olunmuş kat'-ı zâ'id,* yani "asimptotları koordinat ekseni olarak alınan hiperbol" olarak isimlendirilmektedir (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 170-171).

- $k^2 - g.l < 0$ olursa, (6) eşitliği Şekil 42 (c)'de (Ahmed Zihnî, 1310/1892, Şekil 72) gibi asimptotları Şekil 42 (a)'dan farklı olmak üzere, başka bir hiperbolü ifade etmektedir. İlkinde olduğu gibi, bu hiperbolün çizimi ve yardımcı elemanlarının denklemi ayrıntılı olarak açıklanmıştır (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 166-171).



(a) *(b)* *(c)*

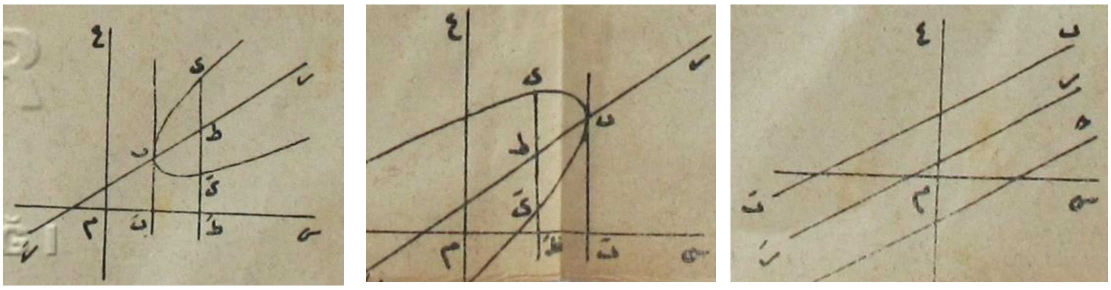
Şekil 42

Zihnî Efendi son olarak, (3) ifadesi $g = c^2 - bd = 0$ olursa, (6) eşitliğinin bir parabol belirttiğini ifade etmiştir. $g.x^2 + 2.k.x + l \ldots (7)$ ifadesinde, $g = 0$ olduğundan, $k = cv - de \ldots (4)$ denkleminin durumlarına göre, parabol denkleminde üç durum söz konusu olmaktadır:

- $k = cv - de > 0$ olursa (6) eşitliği Şekil 43 (a)'da (Ahmed Zihnî, 1310/1892, Şekil 73) görüldüğü gibi bir parabol ifade etmektedir. Zihnî Efendi bu parabolün, *müsbet x'ler cihetine doğru* yani "pozitif *x* değerlerinin olduğu tarafına doğru" uzandığını belirterek, şeklin çizimini detaylandırmıştır (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 171-172).

- $k = cv - de < 0$ olursa (6) eşitliği Şekil 43 (b)'da (Ahmed Zihnî, 1310/1892, Şekil 74) görüldüğü gibi, Şekil 43 (a)'nın ters yönüne bakan başka bir parabol ifade etmektedir. Zihnî Efendi bu parabolün de, *menfî x'ler cihetine doğru* yani "negatif x değerlerinin olduğu tarafa doğru" uzandığını belirterek, şeklin çizimini açıklamıştır (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 172-173).

- $k = cv - de = 0$ olduğunda $l = v^2 - dh$ ...(5) eşitliğinin durumuna göre 3 durum söz konusu olmaktadır:
  - ✓ $l = v^2 - dh > 0$ olursa, (6) eşitliği Şekil 43 (c)'da (Ahmed Zihnî, 1310/1892, Şekil 75) görüldüğü, gibi 'ر ر doğrusunun her iki tarafına paralel uzanan iki doğruyu,
  - ✓ $l = v^2 - dh = 0$ olursa, (6) eşitliği 'ر ر doğrusuna çakışık doğruları,
  - ✓ $l = v^2 - dh < 0$ olursa, (6) eşitliğinin gerçek noktalarda çözümü olmadığından sanal ve eşlenik iki doğru ifade etmektedir (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 173-175).



(a) *(b)* *(c)*

Şekil 43

Konunun başına dönecek olursak, $bx^2 + 2cxy + dy^2 + 2ex + 2vy + h = 0$ ... (1) denkleminde y^2'nin katsayısı olan d için önce d $\neq$ 0 hali yukarıda görüldüğü gibi incelenmiştir. Zihnî Efendi, daha sonra $\boldsymbol{d = 0}$ ***halini*** ele aldığında, iki halin daha söz konusu olduğunu belirtmiştir:

- $c \neq 0$ olduğunda oluşan şekilin hiperbol (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 176-180),
- $c = 0$ olduğunda ise oluşan şekil parabol (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 180-181).

olduğunu belirten Zihnî Efendi, meydana gelen şekillerin elemanlarını ve çizim aşamalarını ayrıntılı olarak ele almıştır.

Teorik anlatım bu şekilde detaylandırıldıktan sonra, koniklerin çizimi ile ilgili çözülen altı örneğin (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 182-186) ilkinde,

$$10x^2 + 2xy + y^2 - 22x - 4y + 4 = 0 \ldots (8)$$

denklemi y değişkenine göre düzenlendiğinde,

$$y^2 + (x - 2)2y + (10x^2 + -22x + 4) = 0$$

olur ve bu eşitliğe $\Delta = b^2 - 4ac$ ve $x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$ formülleri uygulandığında,

$$\Delta = 36(2x - x^2)$$

olacağından

$$y = \frac{-(2x - 4) \pm \sqrt{36(2x - x^2)}}{2}$$

$$y = -x + 2 \pm \sqrt{2x - x^2}$$

ifadesi (6) eşitliğine uygun olarak elde edilir. $x^{2\prime}$nin katsayısı olan $g = -1 < 0$ olduğundan bu eşitlik bir elips belirtir. (7) eşitliğine karşılık gelen, kök içindeki ifade de $k^2 - gl = 2^2 - (-1).0 = 4 > 0$ olduğundan (8) eşitliği gerçek *(hakiki)* bir elips ifade etmektedir (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 182).

Zihnî Efendi, teorik bilgilerden ve örneklerden sonra (1) eşitliğindeki katsayıların ve Δ'nın[84] durumuna göre genel bir tekrar yaparak daha önce bahsedilen tüm bilgileri küçük bir cetvel yardımıyla özetlemiştir (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 186-189). Ardından *tenbih* diye başlayan maddelerde,

> Muhît-i dâire, katʿ-ı nâkısın (elipsin) bir hall-i husûsîdir.
>
> Bir hatt-ı mücânibin (asimptotun) m emsâl-i zâviyesinin (eğiminin) kıymeti.
>
> Hatt-ı mücânibleri yekdiğerine amûd (dik) olan katʿ-ı zâ'ide, katʿ-ı zâ'id-i müstevî el-sâkeyn (ikizkenar hiperebol) tesmiyye olunur.
>
> Derece-i saniyye muadelesi emsallerinin (katsayılarının) bir muaddil (parametre) mütehavvile (değişken) merbût (bağlı) bulunduğu halde takip olunacak usul

gibi başlıklarla, birkaç özel durumu ispatlayarak bu bölümü bitirmiştir (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 190-197).

Kitabın bu bölümünün ikinci alt başlığı olarak *kemmiyyât-ı vazʿiyyelerin*

[84] Kasıma (قاسمه) ("ka" uzun okunur): Diskriminant, $ax^2 + bx + c = 0$ denkleminin katsayılarından elde edilen $\Delta = b^2 - 4ac$ sayısı (Hacısalihoğlu, Hacıyev, Kalantarov, & Sabuncuoğlu, 2009, s. 92) [İng. discriminant]. Δ yani diskiriminant için, Şükrü Sayan (Sayan, 1331/1912, s. 371) ve M. Fikri Santur (Santur, Hendese-i Halliyye (1. Bölüm), 1320/1902, s. 680; Santur, Hendese-i Halliyye (3. Bölüm), 1322/1904, s. 321) *kasıma* sözcüğünü tercih etmişlerdir, sözlüklerdeki kullanımı da bu şekildedir (Çoker & Karaçay, 1983, s. 17; Devellioğlu, 2012, s. 567). Ancak A. Zihnî Efendi (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 186-189) ve İbrahim Edhem (İbrahim Edhem Paşa, 19. yy., s. 141) Δ işareti için *müferrik* (مفرق) yani "tefrîk eden, ayıran" sözcüğünü kullanmıştır (Devellioğlu, 2012, s. 831). Gerçekten de, Çoker & Karaçay'ın Δ için önerdiği diğer bir kelime olan "ayırgaç" (Çoker & Karaçay, 1983, s. 17) ve Balcı'nın verdiği "ayıraç" (Balcı, 2012, s. 130) ifadeleri, *müferrik* yani "ayıran" anlamını karşılamaktadır.

tahvîliyle derece-i sâniyye muâdele-i ‘umûmiyyesinin basit şekillere ircâ‘ı[85] yani “kartezyen koordinatların dönüşümü ile (yardımıyla) ikinci dereceden genel denklemlerin basit şekillere indirgenmesi” konusu ele alınmıştır. Zihnî Efendi, koordinat dönüşümlerinin eksenlere paralel olarak orijinin taşınması (yani ötelenmesi) ve eksenlerin orijin etrafında döndürülmesiyle yapılabileceğini hatırlatmıştır. Bu dönüşümlerden faydalanılarak da, ikinci dereceden eğrilerin genel denkleminin, Zihnî Efendi’nin ifadesiyle, *merkezi mahdûd (sonlu) mesâfede bulunan* elips ve hiperbol ile *merkezi nâ-mütenâhîde (sonsuz)* olan parabole indirgenmesi için uygun görülen katsayıların yok edilebileceğini belirtmiştir (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 197-199). Siceloff vd. de benzer şekilde, genel denklemden, elips ve hiperbolün *(central conics)* elde edilmesi için, orijinin taşınmasıyla x ve y terimlerinin, eksenlerin döndürülmesiyle de xy teriminin yok edilebileceğini vurgulamıştır (Siceloff, Wentworth, & Smith, 1922, s. 195).

Zihnî Efendi, bu açıklamalardan sonra ilk olarak “ikinci dereceden bir eğrinin merkezinin orijin olması için gerek ve yeter şart, eğrinin denkleminde birinci dereceden katsayıların bulunmamasıdır” teoremini şu şekilde ispatlamıştır: İkinci dereceden bir eğrinin genel denklemi

$$bx^2 + 2cxy + dy^2 + 2ex + 2vy + h = 0 \ldots (1)$$

şeklindedir. Bu eğrinini merkezi orijin olduğunda ve

$$y - mx = 0 \rightarrow y = mx \ldots (2)$$

doğrusu orijinden geçerek eğriyi kestiğinde kesim noktalarını bulmak için (1) ve (2) denklemlerinin birlikte çözülmesi gerekir. Bunun için de $y = mx$ eşitliği (1)’de yerine

[85] İrcâ‘: İndirgeme (Tuncer, 1995, s. 135); eski haline çevirme (Devellioğlu, 2012, s. 512).

yazılarak elde edilen ifade düzenlendiğinde

$$(b + 2cm + dm^2)x^2 + (e + vm)2x + h = 0 \ldots (3)$$

bulunur. (2) denkleminde her x değeri için yalnız bir tane y değeri bulunduğundan, kesim noktalarının apsislerinin bulunması yeterlidir. (2) doğrusu (1) eğrisini orijine göre simetrik ve zıt işaretli iki noktada keser ve bu iki kökün apsisleri toplamı sıfır olur. Bu nedenle üç terimli ifadelerin çarpanlara ayrılmasından da faydalanılarak (3) eşitliğindeki x'li terimin katsayısı olan $e + vm = 0$ ve dolayısıyla $e = 0, v = 0$ olur. Gerçekten de $e = 0, v = 0$ olduğunda

$$(b + 2cm + dm^2)x^2 + h = 0 \ldots (4)$$

bulunur ve bu denklemin kökleri büyüklükçe eşit ve zıt işaretlidir (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 199-200). Bu teoremden elde ettiği çıkarımı Zihnî Efendi şu şekilde ifade etmiştir:

> Katʿ-ı nâkısla katʿ-ı zâ'idin mahdûd (sonlu) mesâfede yalnız bir merkezi mevcûd olduğundan mihverleri kendilerine muvâzî (paralel) kalmak üzere merkeze nakil ederek birinci dereceden olan hadleri (katsayıları) ifnâ (yok etmek) ve muâdeleyi (denklemi) $bx^2 + 2cxy + dy^2 + h = 0$ şekline ircâ' etmek mümkün olacağı buradan bi's-suhûle (kolaylıkla) anlaşılır (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 200-201).

Zihnî Efendi, daha sonra elips ve hiperbolün denklemlerinin kısaltmasını *(ihtisârını)* ele almış ve denklemlerini en genel haliyle

$$bx^2 + 2cxy + dy^2 + 2ex + 2vy + h = 0 \ldots (1)$$

olarak kabul etmiştir. Önce orijininin ötelenmesi, ardından eksenlerin döndürülmesi ile elde edilen bu denkleme ait bir noktanın yeni koordinatları (X, Y) olmak üzere, (1) denkleminin

$$B_1X^2 + D_1Y^2 + H_1 = 0 \ldots (2)$$

denklemine çevrilerek basitleştirilmesi ve B_1, D_1, H_1 katsayılarının elde edilmesi amaçlanmaktadır.

Zihnî Efendi, daha önce "kartezyen koordinatların dönüşümü" başlığı ile de anlattığı gibi, (1) denkleminin basitleştirilmesi için önce orijinin ötelenmesi ile işe başlamıştır. M' yeni orijin noktasının eski mihverlere göre koordinatları (x_0, y_0), herhangi bir noktanın eski koordinatları (x, y) ve yeni koordinatları (x', y') olmak üzere

$$x = x_0 + x'$$
$$y = y_0 + y'$$

Bağıntıları, (1)'de yerine yazıldığında,

$$b(x_0 + x')^2 + 2c(x_0 + x')(y_0 + y') + d(y_0 + y')^2 + 2e(x_0 + x') + 2v(y_0 + y') + h = 0$$

elde edilir ve bu ifade de yeni koordinatlara göre düzenlendiğinde

$$bx'^2 + 2cx'y' + dy'^2 + 2x'(bx_0 + cy_0 + e) + 2y'(cx_0 + dy_0 + v) + (bx_0^2 + 2cx_0y_0 + dy_0^2 + 2ex_0 + 2vy_0 + h) = 0 \ldots (3)$$

bulunur. Elde edilmeye çalışılan (2) denkleminde x, y ve sabit terim bulunmadığından, bunların katsayısı sıfır olmalıdır:

$$bx_0 + cy_0 + e = 0 \dots (4)$$

$$cx_0 + dy_0 + v = 0 \dots (5)$$

denklemleri ortak çözüldüğünde, ötelendikten sonraki orijinin koordinatları

$$x_0 = \frac{de - cv}{c^2 - bd} \dots (7)$$

$$y_0 = \frac{bv - ce}{c^2 - bd} \dots (8)$$

olarak bulunur.

$$H_1 = bx_0^2 + 2cx_0y_0 + dy_0^2 + 2ex_0 + 2vy_0 + h \dots (6)$$

olduğundan. (3) denkleminde, $(4), (5)$ ve (6) eşitlikleri yerine yazıldığında

$$bx'^2 + 2cx'y' + dy'^2 + H_1 = 0 \dots (9)$$

denklemine ulaşılır. Buradaki H_1 değerini bulmak için, (4) ve (5) denklemleri karşılık olarak $x_0$ve y_0 ile çarpılarak toplandığında,

$$bx_0^2 + 2cx_0y_0 + dy_0^2 + ex_0 + vy_0 = 0 \dots (10)$$

bulunan bu sıfır değeri (6)'da yerine yazıldığında geriye

$$H_1 = ex_0 + vy_0 + h \dots (11)$$

kalır. Bu ifadede de x_0 için (7) ve y_0 için (8) yerine yazıldığında,

$$H_1 = -\frac{-bv^2 - de^2 + 2cev - h(c^2 - bd)}{c^2 - bd} = -\frac{\Delta}{g} \dots (12)$$

sonucuna ulaşılır. Zihnî Efendi böylece, (1) denkleminin basitleştirilmesi için, orijinin ötelenmesi ile x ve y'nin yok edilmesi işlemini tamamlamış olmaktadır (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 201-204). Zihnî Efendi tüm bu işlemlerin bir safhasında, kısmî türev *(kısmen müştakı)* işlemine başvurmuştur. Ancak kısmi türev uygulanmadan da yukarıda görüldüğü gibi bu işlem yapılabilmektedir. Tüm bu işlemler ve anlatım şekli modern anlatımla örtüşmektedir (Siceloff, Wentworth, & Smith, 1922, s. 196-197).

Zihnî Efendi, yapılan bütün işlemleri büyük bir hassaslıkla ilerletmesine rağmen zaman zaman belki de baskı hatasından kaynaklanmış yazım yanlışları söz konusu olmuştur, ancak gerek çözümün ilerleyen safhalarında gerekse kitabın 2. baskısında bu hatalar büyük ölçüde giderilmiştir. Buraya işlemlerin düzeltilmiş halleri alınmıştır.

Zihnî Efendi, (1) denklemini basitleştirmek için orijinin ötelenmesinden sonra eksenlerin döndürülmesini *(mihverlerin tedvîri)* ele almıştır. Ötelemeden sonra elde edilen (x', y') noktasının bulunduğu $M'X'$, $M'Y'$ mihverlerini, M' etrafında bir φ açısı kadar döndürdüğümüzde $M'X$ ve $M'Y$ eksenlerini ve (X, Y) noktasını elde etmek için kullanılan denklemler

$$x' = X.\cos\varphi - Y.\sin\varphi \ldots (13)$$

$$y' = X\sin\varphi + Y\cos\varphi \ldots (14)$$

şeklindedir. Bu eşitlikler (9) eşitliğinde yerine yazıldığında,

$$b(X.\cos\varphi - Y.\sin\varphi)^2 + 2c(X.\cos\varphi - Y.\sin\varphi)(X\sin\varphi + Y\cos\varphi)$$
$$+ d(X\sin\varphi + Y\cos\varphi)^2 + H_1 = 0 \ldots (15)$$

olur ve bu denklemler X ve Y'ye göre düzenlendiğinde,

$$X^2(b\cos^2\varphi + 2c\cos\varphi\sin\varphi + d\sin^2\varphi)$$
$$+ XY(-2b\cos\varphi\sin\varphi + 2c\cos^2\varphi - 2c\sin^2\varphi + 2d\cos\varphi\sin\varphi)$$
$$+ Y^2(b\sin^2\varphi - 2c\cos\varphi\sin\varphi + d\cos^2\varphi) + H_1 = 0 \dots (16)$$

elde edilir. XY terimini yok etmek için, katsayısının sıfır olması gerekeceğinden

$$-2b\cos\varphi\sin\varphi + 2c\cos^2\varphi - 2c\sin^2\varphi + 2d\cos\varphi\sin\varphi = 0$$

olur. Bu denklemde, trigonometrik eşitliklerden olan

$$\sin\theta.\cos\theta = \sin 2\theta \dots (17)$$
$$\cos^2\theta - \sin^2\theta = \cos 2\theta \dots (18)$$

ifadeleri uygun yerlere yazılarak gerekli işlemler yapıldığında,

$$-b\sin 2\varphi + 2c\cos 2\varphi + d\sin 2\varphi = 0$$

$$-(b-d)\sin 2\varphi + 2c\cos 2\varphi = 0$$

$$\frac{\sin 2\varphi}{\cos 2\varphi} = \frac{2c}{b-d}$$

$$\tan 2\varphi = \frac{2c}{b-d} \dots (19)$$

bulunur. Demek oluyor ki, $\tan 2\varphi$ değeri $\frac{2c}{b-d}$ olarak seçildiğinde, XY teriminin katsayısı sıfır olacağından, genel denklemde bu terim yok edilmiş olmaktadır (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 204-205). Aynı ispat şeklini Siceloff vd.'de vermiştir (Siceloff, Wentworth, & Smith, 1922, s. 113).

Başa dönecek olursak, tüm bu işlemlerdeki amaç (1) nolu $bx^2 + 2cxy + dy^2 + 2ex + 2vy + h = 0$ ikinci derece genel eğri denkleminde gerekli dönüşümleri yaparak, elips ve hiperbol için (2) nolu $B_1X^2 + D_1Y^2 + H_1 = 0$ genel eşitliğini elde etmekti. Bunun için önce orijin ötelenerek x ve y katsayıları yok edildi, ardından eksenler (19) eşitliğinde verilen $\tan 2\varphi$ değeri kadar döndürülerek XY teriminin yok edilmesi sağlandı. En son elde edilen yeni eğrinin bir noktasının koordinatları (X, Y) olmak üzere, yapılan işlemler sonucu H_1 değeri (12) eşitliğinde bulunmuştur. Son olarak, B_1 ve D_1'i bulmak için de, (16) eşitliğinin (2) eşitliğine dönüşmesi istendiğinden, karşılıklı olarak X ve Y'nin katsayıları eşit olması gerektiğinden,

$$B_1 = b\cos^2\varphi + 2c\cos\varphi\sin\varphi + d\sin^2\varphi \ldots (18)$$

$$D_1 = b\sin^2\varphi - 2c\cos\varphi\sin\varphi + d\cos^2\varphi \ldots (19)$$

bulunur. Bu ifadeler taraf tarafa toplanırsa,

$$B_1 + D_1 = b + d \ldots (20)$$

ve taraf tarafa çıkarılarak (17) ve (18)'deki trigonometrik eşitlikler kullanılırsa

$$B_1 - D_1 = (b - d)\cos 2\varphi + 2c\sin 2\varphi \ldots (21)$$

elde edilir. (19) eşitliğindeki 2φ açısı bir dik üçgene yerleştirilerek Pisagor teoremi uygulandığında,

$$\sin 2\varphi = \frac{2c}{\sqrt{(b-d)^2 + 4c^2}} \ (2\varphi < \pi \ olmak \ \text{üzere}) \ldots (22)$$

$$\cos 2\varphi = \frac{b-d}{\sqrt{(b-d)^2 + 4c^2}} \ (2\varphi < \pi \ olmak \ \text{üzere}) \ldots (23)$$

Bulunan ifadeler (21)'de yerine yazıldığında,

$$B_1 - D_1 = \pm\sqrt{(b-d)^2 + 4c^2} \ldots (24)$$

olur ve (20) ile (24) taraf tarafa toplanıp çıkarılarak B_1 ve D_1 değerlerine ulaşılır (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 205-208).

Bu şekilde formüllerin ispatı detaylı bir şekilde anlatıldıktan sonra, $bx^2 + 2cxy + dy^2 + 2ex + 2vy + h = 0$ genel denkleminin daire belirtmesi için, $b = d$, $c = 0$ olması gerektiği gibi, konunun birkaç önemli ayrıntısına *tenbih* başlığı ile değinilmiş, ardından konu ile ilgili bir örnek etraflıca incelenmiştir (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 208-213).

Zihnî Efendi, *kat'-ı nâkısın muâdele-i kat'îsini* yani elipsin eksenleri kesen miktarlar cinsinden denklemini elde etmek için, $B_1X^2 + D_1Y^2 + H_1 = 0$ denklemini H_1'in durumuna göre inceleyerek üç halin meydana geldiğini belirtmiştir:

$B_1 \neq 0$ ve $D_1 \neq 0$ ve B_1, D_1 aynı işaretli olmak üzere,

- H_1 ifadesi B_1 ve D_1 ile zıt işaretli olduğunda

$$B_1X^2 + D_1Y^2 + H_1 = 0$$

$$\frac{X^2}{-\frac{H_1}{B_1}} + \frac{Y^2}{-\frac{H_1}{D_1}} - 1 = 0$$

$$\frac{X^2}{b^2} + \frac{Y^2}{c^2} - 1 = 0$$

denklemi, *kat'-ı nâkıs-ı hakiki (gerçek bir elips),*

- $H_1 = 0$ olduğunda,

$$B_1X^2 + D_1Y^2 + H_1 = 0$$

$$\frac{X^2}{-\frac{H_1}{B_1}} + \frac{Y^2}{-\frac{H_1}{D_1}} = 0$$

$$\frac{X^2}{b^2} + \frac{Y^2}{c^2} = 0$$

denklemi, *noktaya müncerr*[86] *kat'-ı nâkıs (elips),*

- H_1 ifadesi B_1 ve D_1 ile aynı işaretli olduğunda,

$$B_1X^2 + D_1Y^2 + H_1 = 0$$

$$\frac{X^2}{\frac{H_1}{B_1}} + \frac{Y^2}{\frac{H_1}{D_1}} + 1 = 0$$

$$\frac{X^2}{b^2} + \frac{Y^2}{c^2} + 1 = 0$$

denklemi, *kat'-ı nâkıs-ı (elips) vehmî*[87] belirtir (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 213-216).

Zihnî Efendi, (gerçek) elipsin elemanlarını tanıtırken, Başhoca ile aynı isimlendirmeyi kullanarak, elipsin asal eksenini yani büyük eksenini *mihver-i kebir* (Başhoca, 1258/1842, s. 113-115), elipsin yedek eksenini yani küçük eksenini ise *mihver-i sagîr*[88] olarak ifade etmiştir (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 215).

Zihnî Efendi, elipse benzer şekilde, *kat'-ı zâ'idin muâdele-i kat'îsini* yani hiperbolün eksenleri kesen miktarlar cinsinden denklemini elde etmek için, $B_1X^2 + D_1Y^2 + H_1 = 0$ denklemini H_1'in durumuna göre inceleyerek iki halin meydana geldiğini belirtmiştir:

B_1, D_1 zıt işaretli olmak üzere,

- $H_1 \neq 0$ olduğunda,

[86] Nihayet bulmak, sürüklenmek, sona ermek.
[87] Gerçekte olmayan fakat olduğu sanılan elips.
[88] Sagîre: Küçük (Devellioğlu, 2012, s. 1063) anlamında olduğundan, *mihver-i sagîre* için küçük eksen denilebilir (Başhoca, 1258/1842, s. 118).

$$B_1X^2 + D_1Y^2 + H_1 = 0$$

$$\frac{X^2}{-\frac{H_1}{B_1}} + \frac{Y^2}{\frac{H_1}{D_1}} + 1 = 0$$

$$\frac{X^2}{b^2} - \frac{Y^2}{c^2} - 1 = 0$$

denklemi hiperbol,

- $H_1 = 0$ olduğunda,

$$\frac{X^2}{-\frac{H_1}{B_1}} + \frac{Y^2}{\frac{H_1}{D_1}} = 0$$

$$\frac{X^2}{b^2} - \frac{Y^2}{c^2} = 0$$

denklemi kesişen iki doğruyu ifade eder (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 216-217).

M*erkezi mahdûd (sonlu) mesâfede bulunan* elips ve hiperbol bahsini böylelikle kapatan Zihnî Efendi, *merkezi nâ-mütenâhîde (sonsuzda)* olan parabol için de aynı yöntemleri kullanarak, koordinatların dönüşümünde *tebdîl (değişim)* ve *tedvîri (döndürme)* ile ikinci dereceden eğrilerin genel denkleminden parabolün denkleminin elde edilmesini de ele almıştır. Genel denklem,

$$bx^2 + 2cxy + dy^2 + 2ex + 2vy + h = 0 \ldots (1)$$

şeklindeydi. Daha önceki bölümlerde de incelendiği gibi, bu ifadenin parabol belirtmesi için $g = c^2 - bd = 0$ olması gerekmektedir (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 171). b ve d ifadelerinin ikisi birden sıfır olduğunda, bu eşitliğe göre c de sıfır olacağından, (1) eşitliği birinci dereceden bir doğru belirtir. Bu nedenle b ve d ifadelerinden rastgele seçilen birinin sıfır olmaması gerekir. Örneğin, $d \neq 0$

alındığında elde edilen $b = \frac{c^2}{d}$ sonucu $(1)'$de yerine yazıldığında,

$$\frac{1}{d}(cx + dy)^2 + 2ex + 2vy + h = 0 \dots (2)$$

bulunur. Daha önce bahsedildiği üzere, parabolün denklemi bir *murabba'-ı tâm (tam kare)* ifade teşkil etmektedir. Buradan hareketle, yeni koordinatlar (X, Y) olmak üzere (2) denklemini,

$$D_1Y^2 + 2E_1Y = 0 \dots (3)$$

şekline dönüştürmek için, daha önce de elips ve hiperbol için yapıldığı gibi, koordinatların dönüşümü sağlanarak, D_1 ve E_1 ifadelerinin değeri hesaplanmıştır. Zihnî Efendi, gerekli gördüğü orijinin ötelenmesi ve eksenlerin döndürülmesi yöntemlerini (2) denklemine ugulayarak (3) eşitliğini elde etmiştir. Eksenlerin ne kadar döndürüleceğinin tespiti için de tanjant değeri,

$$\tan \delta = -\frac{c}{d} \dots (4)$$

olarak hesaplanmıştır (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 218-226).

Zihnî Efendi, elips ve hiperbolde de incelediği gibi, *kat'-ı mükâfînin muâdele-i kat'îsini* yani parabolün eksenleri kesen miktarlar cinsinden denklemini elde etmek için, $D_1Y^2 + 2E_1Y = 0$ denklemini, D_1 ve E_1'in işaretlerine göre incelemiştir:

- D_1 ve E_1 zıt işaretli olmak üzere,

$$D_1Y^2 + 2E_1Y = 0$$

$$\frac{D_1Y^2 + 2E_1Y}{D_1} = \frac{0}{D_1}$$

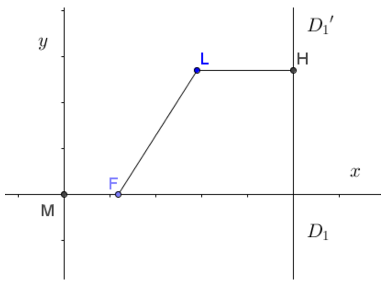
$$Y^2 - 2k.X = 0$$

denklemi gerçek bir parabol belirtmektedir (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 227).

(3) denklemindeki katsayıların durumuna göre de, denklemin gerçek paralel iki doğru, çakışık doğrular ve sanal paralel iki doğru belirteceği vurgulanmıştır (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 228-229).

Kitabın dördüncü kısmın son konu başlığı olarak, d*erece-i sâniyye münhanîlerinin katt-ı nâkıs, katt-ı zâ'id, katt-ı mükâfî tesmiyye olunan münhaniyyât-ı müsta'mele*[89] *ile mümâseleti*[90] başlığı ele alınmıştır. Vurgulanmak istenen eski çağlardan beri ele alınan koni kesitlerinin analitik olarak da ele alınarak ispatlandığında aynı sonuçlara ulaşıldığıdır. Zihnî Efendi söz konusu ifadelerle, analitik ispatların, sentetik ispatların bir örneğini (numunesini) teşkil ettiğini belirtmek için, *mîsal* sözcüğünden türetilmiş *mümâselet* ifadesi kullanılmıştır.

İkinci derece eğrilerin genel denkleminden koni kesitlerini elde ederken cebirsel bir işlem yürüten Zihnî Efendi'nin, koni kesitleri konusunu hantal ve hatta karmaşık bir anlatımla ele aldığı görülmektedir. Şükür Sayan'ın ise koni kesitleri için daha yalın ve anlaşılır bir anlatım yolu tercih etmiştir.



Şekil 44

Konunun başında öncelikle, aynı düzlem üzerindeki, F noktasına ve D_1D_1' doğrusuna olan uzaklıkları oranı sabit olan noktaların geometrik yeri incelemeye alınmıştır (Şekil 44

[89] Müsta'mele: Kullanılmış, kullanılan, eski, köhne (Devellioğlu, 2012, s. 872).

[90] Mümâselet: Homoteti (Tuncer, 1995, s. 123) anlamının bulunmasına rağmen, burada mümâselet homoteti anlamında değil, "numunesi, örneği" anlamında kullanılmıştır.

(Ahmed Zihnî, 1310/1892, Şekil 94)). F noktasının koordinatları $(x_0, 0)$, t bilinen bir değer olmak üzere, $D_1 D_1{}'$ doğrusunun denklemi $x - t = 0$ yani $x = t$ ve geometrik yerin de herhangi bir noktası $L(x, y)$ olsun. Bu durumda sözü edilen sabit oran n olmak üzere

$$\frac{|LF|}{|LH|} = n \dots (1)$$

olur. Burada iki nokta arasındaki uzaklık formülü uıygulandığında,

$$|LF| = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - 0)^2}$$

$$|LF| = \sqrt{(x - x_0)^2 + y^2} \dots (2)$$

ve L noktasının $D_1 D_1{}'$ doğrusuna olan konumuna göre,

$$|LH| = \pm(x - t) \dots (3)$$

elde edilir. (2) ve (3) eşitlikleri (1)'de yerine yazıldığında,

$$\sqrt{(x - x_0)^2 + y^2} = \pm n.(x - t)$$

$$(x - x_0)^2 + y^2 = n^2.(x - t)^2 \dots (4)$$

bulunur ve böylece geometrik yerin herhangi bir L noktasının denklemi elde edilmiş olur. (4) denklemindeki parantezler açılıp, tüm ifadeler eşitliğin bir tarafına toplandığında,

$$(1 - n^2)x^2 + y^2 - 2x(x_0 - n^2 t) + (x_0^2 - n^2 t^2) = 0 \dots (5)$$

ikinci dereceden denklemi elde edilir (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 230-231). Zihnî Efendi daha önce, ikinci derece genel eğri denklemi olarak verdiği $bx^2 + 2cxy +$

$dy^2 + 2ex + 2vy + h = 0$ eşitliğini düzenlenleyerek $g = c^2 - bd$ ifadesinin durumuna göre denklemin hangi koni kesitini belirttiğini, n'den bağımsız bir şekilde tespit etmişti[91]. Ayrıca yine genel denklemde $k = cv - de$ ve $l = v^2 - dh$ olmak üzere, Δ değerini $k^2 - g.l$ olarak bulmuştur (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 151-153). Burada da aynı yaklaşımla, (5) denklemi için gerekli işlemleri yaptığında $g = n^2 - 1$ olarak elde etmiş ve denklemin,

- $n < 1$ ise elips,
- $n > 1$ ise hiperbol,
- $n = 1$ ise parabol belirteceğini vurgulamıştır (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 231).

Ardından (5) denkleminde $\Delta = k^2 - g.l$ değerinin sonucunu,

$$\Delta = -n^2(x_0 - t)^2 \ldots (6)$$

şeklinde elde etmiştir.

Zihnî Efendi, ispat sırasında kullandığı ifadeleri şu şekilde tanımlamıştır:

> F noktasına nokta-ı ihtirâk[92], $D_1D_1{}'$ müstakimine F noktasına nokta-ı ihtirâkına mütenâzır (simetrik) mihver-i mürebbî[93] ve n nisbetine de (oranına da) hâric ani'-l merkezlik[94] nisbeti tesmiyye olunur

[91] Ahmed Zihnî, 1310/1892, elips için s. 153, hiperbol için s. 159, parabol için s. 171.
[92] Odak noktası. Bu terimi daha önce Başhoca İshak Efendi de kullanmıştır (Başhoca, 1258/1842, s. 96, 113-114, 121).
[93] Mürebbî (مربى): Doğrultman (Ayrıca bk. mürebbî hakkındaki ilgili dip not).
[94] Hâric ani'-l merkezlik: Dış merkezlik (Devellioğlu, 2012, s. 381); Dış merkzlilik oranı elipste 1'den küçük, hiperbolde 1'den büyük ve parabolde 1'e eşittir (Tuncer, 1995, s. 59) [Fr. excentricité, İng. excentricity]. Bu tanım Zihnî Efendi efendinin verdiği tanımla aynıdır.

(Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 232).

Bu tanımlardan hareketle elipsin genel denklemi $\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{c^2} - 1 = 0$ olarak ve dış merkezliği $n = \frac{\sqrt{b^2-c^2}}{b} < 1$ şeklinde verilmiştir. Elipsin iki odağı bulunduğundan ilk odağının apsisi $\mathrm{f} = \sqrt{b^2 - c^2}$ ve ikinci odağının apsisi ise $\mathrm{f}' = -\sqrt{b^2 - c^2}$ şeklinde hesaplanmıştır. Elipsin ayrıca, odakları taşıyan asal ekseni yani mihver-i *kebîri* dik kesen, denklemleri $\frac{b^2}{\sqrt{b^2-c^2}}$ ve $-\frac{b^2}{\sqrt{b^2-c^2}}$ olan elipsin merkezine göre simetrik iki adet *mihver-i mürebbîsi* yani doğrultman doğrusu olduğu belirtilmiş ve çizimleri de sentetik olarak detaylandırmıştır (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 234-239).

Konunun başlığında da belirttiği gibi Zihnî Efendi, analitik geometrinin anlattığı koni kesitleri ile eskiden beri bilinen, yani sentetik olarak ortaya konulan koni kesitleri arasında bu bölümde bir benzerlik kurduğunu şu şekilde dile getirmiştir:

> …hendese-i halliyyece (analitik geometriye göre) kat‘-ı nâkıs (elips) tesmiyye olunan $g < 0$ şartıyla beraber derece-i sâniyye muâdele-i umûmiyyesiyle ta‘yîn edilen münhanînin, hendese-i âdîyyece[95] kat‘-ı nâkıs tesmiyye olunan ve iki nokta-ı sabiteye olan mesâfelerinin mecmû‘ sabit olacak vechle ahz olunan noktaların mahall-i hendesîsinden ibaret münhanîye mümâsil[96] olduğu istidlâl (delil ile anlama) olunur (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 239).

Hiperbolün genel denklemi $\frac{x^2}{b^2} - \frac{y^2}{c^2} - 1 = 0$, dış merkezliği $n = \frac{\sqrt{b^2+c^2}}{b} > 1$ olarak verilmiş, iki odağının apsisi $\mathrm{f} = \sqrt{b^2 + c^2}$ ve $\mathrm{f}' = -\sqrt{b^2 + c^2}$ şeklinde

[95] Elementer geometri (Devellioğlu, 2012, s. 411).
[96] Homotetik (Tuncer, 1995, s. 329); Benzeyen, andıran, homotetik (Devellioğlu, 2012, s. 844).

hesaplanmıştır. Ayrıca denklemleri $\frac{b^2}{\sqrt{b^2+c^2}}$ ve $-\frac{b^2}{\sqrt{b^2+c^2}}$ olan ve hiperbolün merkezine göre simetrik iki adet *mihver-i mürebbîsi* yani doğrultman doğrusu olduğu belirtilmiş ve çizimleri sentetik olarak açıklanmıştır. Son olarak da hiperbolün analitik olarak elde edilmesiyle elementer geometri ile ispatının bir numunesi, örneği (*mümâsili*) olduğunu belirten Zihnî Efendi, sabit iki noktadan uzaklıkları farkı sabit olan noktaların geometrik yerinin bir hiperbol olduğunu vurgulamıştır (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 239-245).

Zihnî Efendi son olarak parabolü ele almış, parabolün elemanlarını elips ve hiperbole benzer şekilde elde ederek diğerlerinden farklı olarak bir tane odak ve bir tane doğrultman doğrusu olduğunu belirtmiştir (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 245-247).

Zihnî Efendi konuyu ele alırken Dandelin'in[97] ikinci derece eğriler hakkındaki çalışmalarına şu şekilde atıfta bulunmuştur:

> Derece-i sâniyye münhanîlerinin Dandelin (دانده له ن) tarafından bil-hendese isbât olunan ve hendese-i âdiyye (elementer geometri) kitaplarında mevcûd olan şâyân-ı dikkat (dikkate değer) hassa-ı âtiyesini der-hâtır (hatırda) etmelidir (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 247).

2.2.1.5 Kutupsal Denklemler

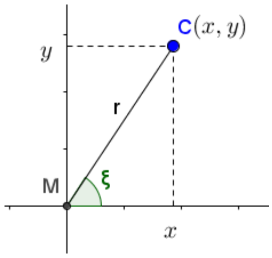
Düzlem geometrinin son başlığı olarak kutupsal denklemler yani *muâdelât-ı mutbiyye* ele alınmış ve şu başlıklar incelenmiştir:

Kemmiyyât-ı vazʿiyye-i kutbiyye…(253)

[97] Germinal Pierre Dandelin (1794-1847), Belçikalı matematikçi (Cajori F. , 2014, s. 410).

Ale'l-umûm kutû'-i mahrûtî muâdeleleri…(256)

Beşinci fasla da'ir mümârese…(267)



Şekil 45

Zihnî Efendi, "kutupsal koordinatları" k*emmiyyât-ı vaz'iyye-i kutbiyye* başlığı ile ele almış ve elemanlarını tanıtmıştır (Şekil 45 (Ahmed Zihnî, 1310/1892, Şekil 98)): MX *mihver-i kutbî* yani "kutup ekseni", M *kutb* yani "kutup noktas"ı, $MC = r$ *hatt-ı şuâ'* yani "vektör" veya "ışın", ξ açısı *zâviye-i kutbiyye* yani "kutup açısı" olarak tanımlamıştır. Bu durumda C noktasının k*emmiyyât-ı vaz'iyye-i kutbiyyeleri* yani "kutupsal koordinatları" (r, ξ) olarak tespit edilir (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 253; Siceloff, Wentworth, & Smith, 1922, s. 209-210; Balcı, 2012, s. 43).

Hûtutun muâdelât-ı kutbiyye ile irâesi yani "eğrilerin (veya çizgilerin) kutupsal denklemlerle ifadesi" başlığı ile bir eğrinin üzerindeki bir D noktası, ξ açısı kadar döndürüldüğünde r de değişeceğinden, r ışını ξ açısının bir fonksiyonu olur. Söz konusu eğrinin denklemi de bu D noktasının fonksiyonuna bağlı olacağından, $f(r, \xi)$ fonsiyonu aynı zamanda eğrinin de denklemini belirtmektedir (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 254).

Bir $C(x, y)$ noktasının kartezyen koordinatlarını, kutupsal koordinatlara dönüştürmek için (Şekil 45),

$$x = r.\cos\xi..(1)$$

$$y = r.\sin\xi...(2)$$

işlemleri yapılır. Benzer şekilde de kutupsal koordinatlardan kartezyen koordinatlara geçmek için de:

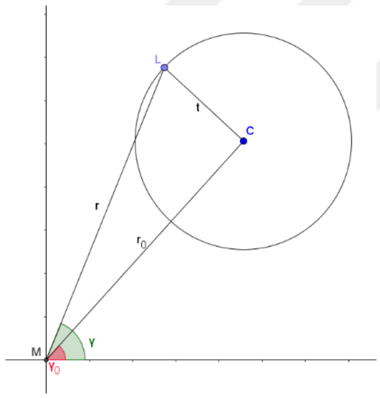
$$r = \sqrt{x^2 + y^2} \ldots (3)$$

$$\cos \xi = \frac{x}{r} \ldots (4)$$

$$\sin \xi = \frac{y}{r} \ldots (5)$$

eşitliklerinden faydalanılır (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 255-256).

Ale'l-umûm kutû'-i mahrûtî muâdeleleri şeklindeki beşinci bölüme ait ikinci başlık ile "genel olarak koni kesitlerinin denklemleri" ele alınmıştır. İlk olarak bir doğrunun kutupsal denklemi, ilk başlıkta verilen basit dönüşümlerden faydalanılarak tespit edilmiş, ardından bir çemberin kutupsal denklemi şu şekilde elde edilmiştir (Şekil 46 (Ahmed Zihnî, 1310/1892, Şekil 102)): M kutup, mx kutup ekseni, dairenin yarıçapı t, dairenin herhangi bir noktasının kutupsal koordinatları $L(r, \gamma)$ ve dairenin merkezinin kutupsal koordinatları $C(r_0, \gamma_0)$ olmak üzere, $(\overset{\Delta}{LCM})$'ne kosinüs teoremi uygulandığında:



Şekil 46

$$t^2 = r^2 + r_0^2 - 2rr_0 \cos(\gamma - \gamma_0)$$

elde edilir. Bu ifade düzenlendiğinde,

$$r^2 - 2rr_0 \cos(\gamma - \gamma_0) + r_0^2 - t^2 = 0 \ldots (6)$$

denklemi dairenin kutupsal denklemini ifade eder. Bu denkleme,

$$\cos(a - b) = \cos a \,.\, \cos b + \sin a \,.\, \sin b$$

toplam fark formülü uygulandığında,

$$r^2 - r(2r_0 \cos\gamma \cos\gamma_0 + 2r_0 \sin\gamma \sin\gamma_0) + r_0^2 - t^2 = 0$$

bulunur ve denklemde

$$b = 2r_0 \cos\gamma_0 \dots (7)$$

$$c = 2r_0 \sin\gamma_0 \dots (8)$$

$$d = r_0^2 - t^2 \dots (9)$$

kabul edilirse,

$$r^2 - r(b\cos\gamma + c\sin\gamma) + d = 0$$

elde edilir. Bu denkleme, kutupsal koordinatların kartezyen koordinatlara dönüşümü için kullanılan $(3), (4)$ ve (5) eşitlikleri uygulandığında, dairenin kutupsal denklemi olan (6) eşitliğinin,

$$x^2 + y^2 - bx - cy + d = 0$$

şeklinde dairenin kartezyen koordinat denklemine dönüştüğü görülür. Böylece Zihnî Efendi, dairenin kutupsal ve kartezyen denklemlerinin birbirine dönüştüğünü ispatlamıştır. Dairenin elemanlarını elde etmek gerekirse, dairenin yarıçapı (9) eşitliğinden,

$$d = r_0^2 - t^2$$

$$t = \sqrt{r_0^2 - d}$$

bulunur. Ayrıca, (7) ve (8)'de verilen $b = 2r_0 \cos\gamma_0$ ve $c = 2r_0 \sin\gamma_0$ eşitlikleri de bu dairenin merkezi koordinatlarıdır (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 256-259).

Zihnî Efendi, dairenin kutupsal denkleminin ispatına benzer şekilde elipsin, hiperbolün ve parabolünde kutupsal denklemlerini elde etmiş ve bu formüllerin kartezyen koordinatlara dönüşümünü de ispatlamıştır. Ayrıca, koni kesitinin üzerindeki herhangi bir noktanın kutupsal koordinatları (r, γ) ve $k = b - \frac{d^2}{b}$ şeklinde, ikinci dereceden eğrilerin genel denklemine bağlı bir *muaddil* (parametre) ve $n = \frac{d}{b}$ dış merkezlilik olmak üzere, koni kesitlerinin genel kutupsal denklemi

$$r = \frac{k}{1 + n\cos\gamma} \dots (10)$$

şeklindedir. Dış merkezliliğin $n < 1, n > 1, n = 1, n = 0$ durumlarına göre (10) denklemi farklı koni kesitlerinin kutupsal denklemlerini teşkil etmektedir (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 260-266). Verilen denklemler ve ispat şekli modern anlatımla örtüşmektedir (Siceloff, Wentworth, & Smith, 1922, s. 213).

2.2.1.6 Uzay Geometriye Ait Genel Bilgiler[98]

Zihnî Efendi kitabın son başlığını uzay geometriye ait genel bilgilere ayırarak beş alt başlıkta incelemiştir.

Kemmiyyât-ı vazʿiyye-i müstakime...(268)

Bir, iki, üç mütehavilli muâdelelerin iş‘âr-ı hendesîleri...(270)

Düstûrât-ı ‘umûmiyye...(272)

Kemmiyyât-ı vazʿiyye-i tahvîli...(279)

Altıncı fasla da’ir mümârese…(284)

Hatırlanacağı üzere iki boyut söz konusu olduğunda, *kemmiyyât-ı vazʿiyye-i kaime* (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 25) veya *kemmiyyât-ı vazʿiyye-i mihveriye* (Sayan,

[98] Hendese-i Mücesseme / Ma‘lûmât-ı ‘Umûmiyye

1331/1912, s. 3) tabirleri söz konusu olmaktaydı. Uzay geometride üç boyut incelendiğinden, ilk başlıkta k*emmiyyât-ı vaz'iyye-i müstakime* yani “düzlemsel koordinat”lar ele alınmıştır. Eksenler سَ س (xx'), ع′ع (yy') ve ص′ ص (zz') olduğundan, uzayda *(mücerredde)* bulunan bir D noktasının koordinatları (x, y, z) şeklindedir. Meydana gelen ع س (xy), ص ع (yz) ve س ص (zx) düzlemleri de uzayı sekiz bölgeye ayırmaktadır. Zihnî Efendi bu kısımda, üç boyutlu koordinat sistemleri hakkında tanıtım amaçlı genel bilgiler vermiştir, bu bölgelere ait özel bir adlandırmaya gitmemiştir (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 268-270).

İkinci bölümde, *bir, iki, üç mütehavilli muâdelelerin iş‘âr-ı hendesîleri* yani “bir, iki ve üç değişken içeren denklemlerin geometrik anlamı” başlığı işlenmiştir. İlk olarak bir *mütehavilli* yani bir değişkenli denklemlerde $bx + c = 0$ ifadesi ele alınarak düzenlendiğinde $x = \frac{-c}{b} = b_1$ elde edilir. Bu durumda $x = b_1$ ifadesi zy düzlemine paralel bir düzlemi ifade etmektedir. Benzer şekilde, $y = a_1$ ifadesi xz ve $z = c_1$ ifadesi de yx düzlemine paralel bir düzlemi ifade etmektedir.

İki değişkenli $f(x, y) = 0$ şeklindeki denklemler zz' eksenine, $f(y, z) = 0$ şeklindeki denklemler xx' eksenine, $f(z, x) = 0$ şeklindeki denklemler ise zz' eksenine paralel, genelde *sath-ı üstüvâne* yani silindirik yüzeyleri (Tuncer, 1995, s. 331, 333) ifade ederler. Bu eşitliklerin düzlem teşkil ettiği özel durumlar da söz konusu olabilmektedir (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 270-272).

Zihnî Efendi, üç değişkenli $f(x, y, z) = 0$ denkleminin değişkenlerinin aldığı değerlere göre çeşitli yüzeyler teşkil ettiğini belirtmiş, ayrıca $f(x, y, z) = 0$ denklemi homojen denklem ifade ettiğinde meydana gelen şekli şu şekilde dile getirmiştir:

Eğer $f(x, y, z) = 0$ muâdelesi m. dereceden mütecânis (homojen) ise bunun iş‘âr ettiği mahall-i hendesî re'si (geometrik yerin tepe noktası) mebde'de (orijinde) bulunan bir sath-ı mahrûtiyyeden ibaret olur (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 272-274).

Düstûrât-ı 'umûmiyye yani "genel kurallar" başlığı ile ilk olarak, *istikâmeti* bilinen bir doğrunun, mx, my, mz eksenleri ile teşkil ettiği açılar arasındaki ilişki ele alınmıştır. d oğrusunun mx ekseni ile yaptığı açı α, my ekseni ile yaptığı açı β ve mz ekseni ile yaptığı açı θ olmak üzere, bu açılar arasındaki ilişki

$$\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \theta = 1$$

şeklindedir[99]. Ardından, d' oğrusunun mx ekseni ile yaptığı açı α′, my ekseni ile yaptığı açı β′ ve mz ekseni ile yaptığı açı θ′ olmak üzere, yine *istikâmetleri* bilinen d ve d' doğruları arasındaki açı ϑ olmak üzere,

$$\cos \vartheta = \cos \alpha . \cos \alpha' + \cos \beta . \cos \beta' \cos \theta . \cos \theta'$$

fomülünün ispatı verilmiştir. Eğer bahsi geçen bu iki doğru birbirine dik ise $\cos \vartheta = 0$ olacağından,

$$\cos \alpha . \cos \alpha' + \cos \beta . \cos \beta' \cos \theta . \cos \theta' = 0$$

olacağı belirtilmiştir. Üç boyutlu koordinat sisteminin özelliklerini incelemeye devam eden Zihnî Efendi, koordinatları bilinen $D(x_1, y_1, z_1)$ noktasının orijine olan k uzaklığını,

[99] α, β, θ açıları için Zihnî Efendi özel bir adlandırma tercih etmezken, literatürde bu açılar için "doğrultu açıları" [Osm. istikâmet zâviyeleri, Fr. angles de direction, İng. direction angles], özel olarak da bu açıların kosinüsü için "doğrultu kosinüsü" [Osm. istikâmet teceybi, Fr. cosinus directeur, İng. direction cosine] ifadeleri kullanılmaktadır (Tuncer, 1995, s. 64, 65).

$$k = \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2}$$

şeklinde formülüze etmiştir. Düzlem geometriye benzer şekilde $D(x_1, y_1, z_1)$ ile $N(x_0, y_0, z_0)$ noktaları arasındaki f uzaklığı,

$$f = (x_1 - x_0)^2 + (y_1 - y_0)^2 + (z_1 - z_0)^2$$

olur. Bu formülden hareketle, kürenin (x_0, y_0, z_0) koordinatlı merkezi ile üzerindeki bir (x, y, z) noktasının arasındaki uzaklık kürenin r yarıçapına eşit olacağından,

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 - r^2 = 0$$

elde edilir (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 276-279).

Bu bölümün son başlığı, *kemmiyyât-ı vaz'iyye-i tahvîli* yani (üç boyutlu) koordinatların dönüşümüne ayrılmıştır. İki boyutta yapılan koordinat dönüşümlerine benzer şekilde bu işlemin, orijinin ötelenmesi ve orijin etrafında eksenlerin döndürülmesi olmak üzere iki şekilde yapılacağı belirtilerek gerekli formüller verilmiştir (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 279-283).

2.3 Şükrü Sayan

1908 – 1909 ders yılından itibaren Dârü'l-Fünûn-ı Osmanî Fen Medresesi Ulûm-ı Riyâziye Kısmı'nda Salih Zeki yoğun bir biçimde ders vermeye başlamış, ardından birinci sınıfa haftada iki saat olarak verdiği Hendese-i Tahlîliyye (Analitik Geometri) dersini Müderris Şükrü Bey'e devretmiştir (Dölen, 2005, s. 123-135).


Resim 1

1335/1916-1917 yıllarında Dârü'l-Fünûn'da analitik geometri ve geometri, Kız Dârü'l-Fünûnu'nda ise matematik hocalığı yapmış olan Şükrü Bey (Resim 1[100]), 1933 yılında yapılan Üniversite Kanunu ile kadro dışı bırakılmıştır (İhsanoğlu, Şeşen, & İzgi, 1999, s. 557; Arslan, 1995, s. 345; İhsanoğlu E. , Şeşen, Bekar, Gündüz, & Bulut, 2011, s. 47).

Şükrü Bey'in vefatı ile ilgi Dil ve Tarih-Coğrafya Fakültesi Dergisi'nin "Haberler" kısmında yer alan "Değerli Matematikçimiz Şükrü Sayan'ın Ölümü" başlıklı ilandan, 1933 Üniversite Kanunu'ndan sonra, Ankara Gazi Terbiye Ensititüsü'nde ders verdiği anlaşılmaktadır:

> 9. V. 1943 de tanınmış matematikçimiz Salih Zeki'nin yetiştirdiği değerli matematikçilerimizden Şükrü Sayan'ı kaybettik. İstanbul'da Fen Fakültesi'nde otuz yıla yakın feyizli bir tedris hayatından sonra on yıldan beri de Ankara Gazi Terbiye Ensititüsü'nde matematik

[100] Muhtemelen ortadaki beyaz gömlekli Şükrü Sayan'dır (Altunya, 2006, s. 432).

> okutan Şükrü Sayan'ın hatırasını saygı ile anmak bir borçtur (Yayın Kurulu, 1943, s. 194).

Altunya'nın yaptığı, Gazi Eğitim Enstitüsü'nün (GEE) tarihçesini konu alan çalışmada, Resim 1'de görülen fotoğrafın altına, *"GEE Matematik Öğretmeni Şükrü Sayar ve Tabiiye Öğretmeni Bediî Tardu öğrencileriyle (1930-1935)"* şeklinde bir not düşülmüştür (Altunya, 2006, s. 432). Aynı eserde, Şükrü Sayar'ın İstanbul Üniversitesi'nde öğrenim gördüğü ve yaklaşık olarak 1937 yılında GEE'de astronomi dersi verdiği belirtilmektedir (Altunya, 2006, s. 428). Görüldüğü gibi, Şükrü Bey'in soyadı Sayar olarak verilmiştir.

TBMM kayıtlarına ise Şükrü Bey'in soyadı Sayan olarak geçmiştir:

> (Kayıd No: 1647/1726) Ankara: G. Terbiye enstitüsü riyaziye muallimi Şükrü Sayan. Bir derece terfiine dair. Karara rapdtedilmiştir (Binark, 2004, s. 3502).

Benzer şekilde, yukarda da görülen, Dil ve Tarih-Coğrafya Fakültesi Dergisi'nde yer alan ölüm ilanında Sayan soyadı kullanılmıştır (Yayın Kurulu, 1943, s. 194). *Osmanlı Bilim Tarihi Literatürü Zeyl'*lerinde ise Şükrü Bey'in soyadının bazı kataloglarda Sayan olarak geçtiği, ancak bu bilginin doğruluğunun kesin olarak tespit edilemediği belirtilmiştir (İhsanoğlu E. , Şeşen, Bekar, Gündüz, & Bulut, 2011, s. 47). Bu tez içinde, resmi evrak olmasından dolayı, TBMM kayıtlarına geçen Sayan soyadı kullanılacaktır.

Kadıoğlu'nun aktardığına göre Şükrü Bey, İstanbul Dârü'l-Fünûnu'na bağlı, zamanla isim değiştirerek birbirine dönüşmüş olan Fen Medresesi, Fünûn Fakültesi ve Fen Fakültesi Enstitüleri gibi birimlerde *Hendese-i Tahlîliyye* (Analitik Geometri) dersini 1920-1929 ve 1931-1933 (İshakoğlu-Kadıoğlu, 1998, s. 12-64) öğretim yılları arasında okutmuştur. Yine Kadıoğlu'nun bildirdiğine göre, Fen Fakültesi 1927 yılı maaş defterinde yer alan Fen Fakültesi'nde görev yapan öğretim üyelerinin maaşlarını gösteren bir çizelgede "*Hendese-i Tahlîliyye Müderrisi Şükrü Bey"in* 60 L. maaş aldığı belirtilmektedir (İshakoğlu-Kadıoğlu, 1998, s. 331).

Hendese-i Tahlîliyye kitabının dışında Şükrü Bey'in Dârü'l-Fünûn Fünun (Fen) Fakültesi Mecmuası'nda yayınlanmış 3 makalesi bulunmaktadır (İhsanoğlu E. , Şeşen, Bekar, Gündüz, & Bulut, 2011, s. 47). Bunlardan ilki Şükrü Bey'in Hüsnü Hamid ile birlikte kaleme aldığı, Nisan 1332/1916 tarihinde derginin birinci yılı, birinci sayısında çıkan "Müsellesat" adlı makaledir. Bu makalede, bir üçgenin çevrel çemberi ile üçgen arasındaki bazı ilişkiler ele alınmakta ve bunların ispatları verilmektedir. 7 numaralı problem Şükrü Bey'e aitken, 8 ve 9 numaralı problemler de Hüsnü Hamid'in konu ile ilgili çözümlü iki problemine ayrılmıştır (Günergun, 1995, s. 311). İkinci makale, ilk makale ile aynı sayıda, aynı "Müsellesat" adıyla çıkan makaledir. Makalede üçgenin çevrel çemberi ile iç teğet çemberine ilişkin bazı trigonometrik özdeşliklerin ispatı yapılmaktadır (Günergun, 1995, s. 314). Son makale, Ağustos 1332/1916 tarihinde derginin birinci yılı, 3. sayısında çıkan "Hendese-i Tahlîliyye" adlı makaledir. Bu makalede Şükrü Bey, belirli özelliklere sahip eğrilerin çizimi ile ilgili iki farklı yolu analitik olarak ele almıştır (Günergun, 1995, s. 315). Şükrü Bey'in tek kitabı *Hendese-i Tahlîliyye'dir.*

Şükrü Sayan ile aynı dönemde yaşamış, 1913-1917 tarihleri arasında Maârif Nazırlağı (Milli Eğitim Bakanlığı) yapmış Ahmet Şükrü (Bayındır) (1885-1926) ile karıştırılmamalıdır. Ahmet Şükrü Bey de, tıpkı Şükrü Sayan gibi Salih Zeki'nin yakın çevresinde bulunmaktaydı. Hatta Salih Zeki, Poincaré'den çevirdiği *İlmin Kıymeti* adlı eserini Ahmet Şükrü Bey'e ithaf etmiştir (Erkek, 2013, s. 385-416; Dölen, 2005, s. 125, 127, 128, 131). Ahmet Şükrü Bayındır ve Şükrü Sayan iki farklı kişidir.

2.3.1 *Hendese-i Tahlîliyye* (1331/1912)

Altı bölümden oluşan *Hendese-i Tahlîliyye*, bir analitik geometri kitabıdır. İç kapağı bulunmayan kitabın sonundaki 30 sayfa "Kemmiyyât-ı Mevhûmenin Sûret-i İrâesine Dair Yeni Bir Nazariyye" başlıklı müstakil bir makaleye ayılmıştır. Kitabın kapak sayfası ile son sayfasında *cild-i evvel* şeklinde bir ifade olmasına rağmen, kitabın ikinci cildi yoktur. Şükrü Bey, mukaddimede kitabını kaleme alırken Pruvost[101] ve Niewenglowski[102] adlı kişilerin Analitik Geometri kitaplarından faydalandığını belirtmektedir. Yine önsözde, Salih Zeki Bey'e Avrupa ile aramızdaki açıklığı kapatmaya çalıştığı için teşekkür etmektedir (Sayan, 1331/1912, s. 2).

Kitabın içinde yer alan maddeler ayrıntılı olarak Ek-3'te verilmiştir. Bu kısım tarafımızca oluşturulmuştur, metinde bu şekilde müstakil bir kısım yoktur. Kitabın ana başlıkları ise şu şekildedir:

---

[101] Yazarın, kitaplarının başındaki "Inspecteur general de l'instruction publique, Ancien Professuer de Mathématique spéciales au Lycée Louis-le-Grand" ifadelerinden, eğitim müfettişi ve matematik öğretmeni olduğu anlaşılmaktadır (Pruvost, Leçons de Géométrie Analytique, 1886).

[102] Boleslas Alexandre Niewenglowski, 1846-1938, Fransız matematikçi. Nievenglowski, Cramer'in de ilgisini çeken ve acayip şekli nedeniyle Fransızların "courbe du diable" yani şeytan eğrisi dedikleri $y^4 - x^4 + ay^2 + bx^2 = 0$ eğrisi üzerine çalışmalar yapmıştır. (Cajori F. , 2014, s. 278-279).

2.3.1.1 Koordinat Sistemleri

Şükrü Bey’in başlık vermediği bu ilk bölüme, kitabın alt başlıklarından yola çıkarak “koordinat sistemleri” demek uygun olacaktır. İlk bölümde ele alınan başlıklar şu şekildedir:

Şükrü Bey, kitabına analitik geometrinin tanımıyla başlamıştır:

> Hendese-i tahlîliyye, münhaniyyât (eğriler) ve sütûhun (düzlemler) muâdelât-ı cebriyye (cebirsel denklemler) vasıtasıyla havâs-ı hendesiyyesinin tedkikinden bahis eden bir nev‘ hendesedir (Sayan, 1331/1912, s. 3).

Kısaca, “cebrin geometriye uygulanması” olarak anlayabileceğimiz bu tanımdan sonra, *kemmiyyât-ı vazʿiyye-i mihveriye* yani “kartezyen koordinat sistemi” başlığı ile apsis için *fasla*, ordinat için *tertib*, orijin için de *mebde'* sözcüklerini tercih etmiş ve xx' eksenini (س س′) ve yy' eksenini ise (ع ع′) şeklinde ifade etmiştir. Düzlemde belirlediği bir noktanın koordinatlarını bularak bu noktanın eksenlere göre işaret incelemesini de yapmıştır (Sayan, 1331/1912, s. 3-4).

Şükrü Bey, bu girişten sonra bazı eğrilerin analitik denklemlerinin, konunun daha iyi anlaşılması için ispatlanacağını belirtmiştir:

> Kemmiyyât-ı vazʿiyye-i mihveriye usûlünü layıkıyla izâh için bazı münhaniyyât-ı ma‘lûmenin basitelerini istihrâc edelim (Sayan, 1331/1912, s. 5).

Söz konusu eğrilerin analitik ispatlarını Zihnî Efendi ile benzer şekilde veren Şükrü Bey, dâirenin denklemini $x^2 + y^2 = r^2$ şeklinde (Sayan, 1331/1912, s. 5-6; Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 32-33), elipsin denklemini $\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{c^2} = 1$ olarak (Sayan, 1331/1912, s. 6-9; Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 33-35), hiperbolün denklemi $\frac{x^2}{b^2} - \frac{y^2}{c^2} = 1$ şeklinde (Sayan, 1331/1912, s. 10-12; Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 36-37), parabolün denklemi ise $y^2 = 4bx$ olarak elde etmiştir (Sayan, 1331/1912, s. 13-14; Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 38)[103].

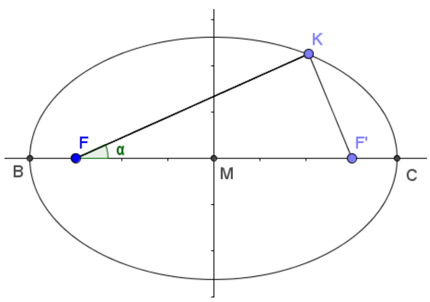
Şükrü Sayan’ın koni kesitlerini anlatırken kullandığı terminolojiye bakacak olursak, elipsin asal eksenini yani büyük eksenini *mihver-i kebir* (Başhoca, 1258/1842,

---

[103] Zihnî Efendi bu denklemi $y^2 = 2kx$ olarak vermiştir. Zihnî Efendi’nin $\frac{k}{2}$ olarak aldığı mesafeyi, Şükrü Sayan b olarak aldığı için notasyonlar arasında ufak bir denklem farkı söz konusu olmuştur.

s. 113-115; Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 215; Sayan, 1331/1912, s. 6), elipsin yedek eksenini yani küçük eksenini ise *mihver-i sagîr*[104] olarak ifade etmiştir; aynı terminoloji Zihnî Efendi ve Başhoca'da da karşımıza çıkmaktadır. Bu benzerlik her terim için söz konusu değildir. Örneğin, parabolün doğrultman doğrusu[105] için Zihnî Efendi, *mihver-i mürebbi* ifadesini tercih ederken (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 37-38, 232), Şükrü Sayan doğrultman için *müveccih* (موجه) kelimesini kullanmıştır (Sayan, 1331/1912, s. 13). Osmanlı analitik geometri kaynaklarında, doğrultman doğrusu için yaygın kullanım *müveccih* sözcüğüdür.

Kartezyen koordinatlardan sonra, Zihnî Efendi ile aynı şekilde kutupsal koordinatların elemanlarını tanıtan Şükrü Bey, bir noktanın kutupsal koordinatlarını (r, θ) olarak ifade etmiş (Sayan, 1331/1912, s. 15-16; Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 253; Siceloff, Wentworth, & Smith, 1922, s. 209-210; Balcı, 2012, s. 43), ardından koni kesitlerinin ve dairenin kutupsal denklemini ispatlayarak formüllerini de vermiştir (Sayan, 1331/1912, s. 16-21). Bunların içinden elipsin kutupsal denklemini ise şu şekilde ispatlamıştır:



Şekil 47

Elipsin F odak noktası kutup, FF' doğrusu kutup ekseni, $s(\widehat{KFF'}) = \alpha$ kutup açısı, $|BC| = 2b$, $|FF'| = 2d$, $|KF| = r$ olmak üzere, r ve α arasındaki ilişki elipsin kutupsal denklemini vereceğinden, elipsin tanımından hareketle (Şekil 47):

---

[104] Sagîre: Küçük (Devellioğlu, 2012, s. 1063) anlamında olduğundan, *mihver-i sagîre* için küçük eksen denilebilir (Başhoca, 1258/1842, s. 118; Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 215; Sayan, 1331/1912, s. 6).
[105] [Al. Direktrix, İng. directrix].

$$|KF'| + r = 2b$$

$$|KF'| = 2b - r$$

yazılır. $(\overset{\Delta}{KFF'})$'ne kosinüs teoremi uygulandığında,

$$(KF')^2 = (KF)^2 + (FF')^2 - 2.|KF|.|FF'|\cos\alpha$$

$$(2b - r)^2 = (r)^2 + (2d)^2 - 2.\mathrm{r}.2\mathrm{d}\cos\alpha$$

bulunur ve gerekli düzenlemeler yapıldığında,

$$4b^2 - 4br + r^2 = r^2 + 4d^2 - 4rd\cos\alpha$$

$$b^2 - d^2 = b.r - r.d.\cos\alpha$$

$$r = \frac{b^2 - d^2}{b - d.\cos\alpha} = \frac{b^2\left(1 - \frac{d^2}{b^2}\right)}{b\left(1 - \frac{d}{b}\cos\alpha\right)}$$

olur. Bu ifadede $k = \frac{d}{b}$ kabul edildiğinde,

$$r = \frac{b(1 - k^2)}{1 - k.\cos\alpha}$$

ifadesiyle elipsin kutupsal denklemi elde edilmiştir (Sayan, 1331/1912, s. 16-17). Benzer bir formül ve koniklerin kutupsal denklemi için verilen ispat tarzı Zihnî Efendi'de de karşımıza çıkmaktadır (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 260-266).

Şükrü Sayan, koni kesitlerinin kutupsal denklemlerini verdikten sonra, *kemmiyyât-ı vaz'iyyenin tahvîli* yani "koordinatların dönüşümü" konusunu ele almıştır[106]. Bu konuyu

> Mihverlerin (eksenlerin) istikâmet-i asliyyeleri sabit kalmak şartıyla mebde' (orijin) noktasının tebdîli (değiştirilmesi, taşınması)[107]…(21)
>
> Mebde' noktası sabit kalmak şartıyla mihverlerin vaz'iyyetinin tebdîli…(22)
>
> Mihverlerin vaz'iyyet ve istikâmetleriyle mebde' noktasının tebdîli…(23)

şeklinde üç alt başlıkta incelemiştir (Sayan, 1331/1912, s. 21-25).

Koordinatları bilinen iki nokta arasındaki k uzaklığının tespitinde, eksenler arasındaki açı δ olduğunda formül

$$k = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + 2(x_1 - x_2)(y_1 - y_2)\cos\delta}$$

şeklinde, ardından eksenler dik olduğunda $\cos\delta = \cos 90 = 0$ olacağından bu eşitlik

$$k = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2} \ldots (1)$$

olarak elde edilmiştir. Bir noktanın orijine olan uzaklığı bulunmak istendiğinde ise, $x_2 = y_2 = 0$ olacağından (1) formülü,

$$k = \sqrt{{x_1}^2 + {y_1}^2}$$

haline dönüşür (Sayan, 1331/1912, s. 25-26).

---

[106] Koordinat dönüşümleri (Balcı, 2012, s. 111). Tahvîl: Dönüşüm (Tuncer, 1995, s. 360; Çoker & Karaçay, 1983, s. 337).

[107] Bu ifade bugün "eksenlerin ötelenmesi" başlığı ile ele alınmaktadır (Balcı, 2012, s. 113). Ayrıca bu başlığın anlatımı Zihnî Efendi ile büyük benzerlik göstermektedir (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 48-51).

Kutupsal koordinatların son başlığında Şükrü Bey, başlangıç noktaları ortak kartezyen koordinatlarla kutupsal koordinatlar arasındaki ilişkiyi ele almış ve Zihnî Efendi ile aynı işlem basamaklarını takip ederek konuyu sonlandırmıştır (Sayan, 1331/1912, s. 26-27; Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 255-256).

İlk bölümün üçüncü alt başlığı olarak Şükrü Bey, *hatt-ı müstakîmin nazariyye-i tahlîliyyesi* yani "doğrunun analitik incelenmesi" konusunu ele almıştır. İlk olarak iki noktası bilinen doğru denklemini

$$\frac{x - x_1}{x_1 - x_2} = \frac{y - y_1}{y_1 - y_2}$$

şeklinde ifade etmiş, ardından bu ifadeyi düzenleyerek

$$bx + cy + d = 0$$

eşitliğini elde etmiştir. Bu ifadenin de birinci dereceden genel doğru denklemi olduğunu belirterek birinci dereceden her denklemin bir doğru belirteceğini şu şekilde açıklamıştır:

> (x, y) meçhûllerinden mürekkeb (bir araya gelen) her derece-i ûlâ muâdelesi (birinci dereceden her denklem) de bir hatt-ı müstakîm (doğru) irâe (gösterme) eder (Sayan, 1331/1912, s. 29-30).

$bx + cy + d = 0$ denklemindeki katsayıların durumuna göre doğru grafiğini inceleyen Şükrü Bey, $c = 0$ olduğunda denklemin $x = -\frac{d}{b}$ halini alarak y eksenine paralel, $b = 0$ olduğunda denklemin $y = -\frac{d}{c}$ halini alarak x eksenine paralel olduğunu ve $d = 0$ olduğunda da denklemin $bx + cy = 0$ olup orijinden geçeceğini, gerekli düzenlemeler yapıldığında da bu denklemin $y = mx$ olarak da ifade edilebileceğini belirtmiştir. Bunun yanında, $bx + cy + d = 0$ denkleminde cebirsel işlemlere başvurarak $y = mx + n$ denkleminin ve $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ eşitliğinin birinci dereceden doğruların farklı gösterimleri olduğunu belirtmiştir (Sayan, 1331/1912, s. 31-33).

Şükrü Bey, doğrunun analitik incelenmesi ile ilgili, daha önce Zihnî Efendi'nin de ele aldığı başlıklardan, bir doğrunun eğim formülünün ispatı, paralel doğruların eğimlerinin eşit ve dik doğruların eğimleri çarpının (-1) olması ve iki doğru arasındaki açının ölçüsü gibi konuları ele almıştır. Zihnî Efendi'nin aksine Şükrü Bey, ele aldığı başlıkları hem eğik eksenlere hem de dik eksenlere göre formül vermeye özen göstermiştir (Sayan, 1331/1912, s. 35-44).

$bx + cy + d = 0$ şeklindeki genel doğru denkleminden hareketle, ilk olarak bir noktadan geçen doğru denklemini, ardından bir noktası ve eğimi bilinen doğru denklemini, daha sonra iki noktadan geçen doğru denklemini veren Şükrü Bey (Sayan, 1331/1912, s. 44-46), üç noktanın bir doğru üzerinde bulunması için gerekli olan şartı ise şu şekilde açıklamıştır:

$bx + cy + d = 0$ genel doğru denklemi üzerindeki üç noktanın koordinatları $(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3)$ olsun. Bu noktaların aynı doğru üzerinde olup olmadıklarını araştırmak için

$$bx_1 + cy_1 + d = 0$$

$$bx_2 + cy_2 + d = 0$$

$$bx_3 + cy_3 + d = 0$$

eşitlikleri yazılarak b, c, d katsayıları yok edildiğinde,

$$\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

determinantı[108] sağlanırsa bu üç noktanın aynı doğru üzerinde olduğu söylenebilmektedir (Sayan, 1331/1912, s. 46-47). Şükrü Bey, yaptığı ispatlarda sık sık $\Delta = 0$ şeklindeki determinant hesabına başvurmuş, bu işlemi iki ve üç doğrunun *fasl-ı müşterek*[109] yani kesişim noktalarının tespitinde de kullanmıştır (Sayan, 1331/1912, s. 49-56).

Şükrü Bey'in kitabında matematiksel açıdan kapalı anlatımlarla da karşılaşmak mümkündür:

> Bir hatt-ı müstakîmin muâdelesinde bulunan emsâller derece-i ûlâdan bir mütehavvil-i mutavassıtî[110] hâvî bulunur ise hatt-ı müstakîm bir nokta-ı sâbite etrafında devr eder (Sayan, 1331/1912, s. 59).

ifadeleriyle "Bir doğru denklemindeki katsayılar birinci dereceden parametreler içerirse, doğrular sabit noktadan geçer" demek, matematiksel açıdan daha doğru bir anlatımdır. Bu başlığın açıklamasında ise $k + s.g = 0$ doğru demetini oluşturan doğruların sabit bir noktadan geçmesi anlatılmaktadır (Sayan, 1331/1912, s. 59-60).

Takip eden başlık şu şekildedir:

> $f = 0, k = 0, r = 0$ gibi üç derece-i ûlâ muâdelesi bir müstevî

---

108 Şükrü Bey determinant için *dâlle* (داله) sözcüğünü kullanmıştır. Literatürde de bu kullanım mevcuttur (Tuncer, 1995, s. 55; Devellioğlu, 2012, s. 184) [Fr. déterminant]. Hamit Dilgan'ın da bu ifade için "muayyin" sözcüğünü kullandığı bilinmektedir.

109 Fasl-ı müşterek: Kesişim (veya arakesit) (Tuncer, 1995, s. 154; Çoker & Karaçay, 1983, s. 185) Burada kastedilen, iki doğrunun ortak nokta veya noktalarıdır [İng. intersection].

110 Mütehavvil-i mutavassıt: Parametre (Devellioğlu, 2012, s. 901)..

> üzerinde yek-dîgerini bir noktada kat‘ etmeyen üç hatt-ı müstakîmi irâe ettiği halde bu müstevî üzerinde kâin diğer dördüncü bir hat, g, g', g'' birer emsâl olmak üzere $gf + g'k + g''r = 0$ muâdelesiyle ifade edilebilir (Sayan, 1331/1912, s. 60).

"$f = 0, k = 0, r = 0$ birinci dereceden, bir noktada kesişmeyen üç doğruyu göstermektedir. Bu doğrularla aynı düzlemde bulunan diğer dördüncü bir doğru, g, g', g'' birer katsayı olmak üzere, $gf + g'k + g''r = 0$ denklemiyle ifade edilebilir" demek matematiksel açıdan daha anlaşılır bir anlatımdır. Şükrü Bey bu teoremi *(da'vâyı)* şu şekilde ispatlamıştır:

Söz konusu üç doğrunun denklemi:

$$f = bx + cy + d$$
$$k = b'x + c'y + d$$
$$r = b''x + c''y + d''$$

ve dördüncü doğrunun denklemi

$$mx + ny + t = 0$$

şeklinde verilsin. Bu durumda

$$mx + ny + t = gf + g'k + g''r$$

eşitliğinin varlığı gösterildiğinde yukarıda verilen teorem de ispatlanmış olacaktır. Bu doğrultuda:

$$mx + ny + t = g(bx + cy + d) + g'(b'x + c'y + d') + g''(b''x + c''y + d'')$$

olur ve bu ifade düzenlendiğinde:

$$mx + ny + t = x(bg + b'g' + b''g'') + y(cg + c'g' + c''g'') + dg + d'g' + d''g'' = 0$$

elde edilir. Bu eşitliğin doğru olabilmesi için:

$$m = bg + b'g' + b''g''$$

$$n = cg + c'g' + c''g''$$

$$t = dg + d'g' + d''g''$$

eşitliklerinin olması gerekir. Bu üç doğrunun bir noktada kesişmedikleri teoremin başında kabul edildiğinden, denklemin katsayıları arasında

$$\Delta= \begin{vmatrix} b & c & d \\ b' & c' & d' \\ b'' & c'' & d'' \end{vmatrix} \neq 0$$

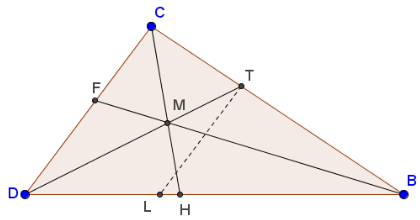
durumunun söz konusu olması gerekir. $\Delta\neq 0$ olduğundan $gf + g'k + g''r = 0$ denklemindeki g, g', g'' katsayıları için sonlu sayıdaki değer tespiti mümkün olur ve sonuç olarak, $mx + ny + t = gf + g'k + g''r$ eşitliği sağlanmış olur (Sayan, 1331/1912, s. 60-62).

Üçgenin yardımcı elemanlarının bir noktada kesiştiğini, sentetik olarak ispatlamak, Antik Çağ'dan beri yaygın olarak tercih edilmektedir. Şükrü Bey'in bu ispatları kısa ve net bir şekilde analitik olarak vermesi dikkate değerdir. İlk olarak,

> Bir müsellesin üç hatt-ı nâsıfı[111] bir noktada tekatu‘ eder (Sayan, 1331/1912, s. 70).

[111] Nâsıf (veya hatt-ı munassıf): Açı ortay (Tuncer, 1995, s. 2; Çoker & Karaçay, 1983, s. 3) [Al. Winkelhalbierer, Fr. bissetrice, İng. bisector, bisektrix].

başlığı ile DBC üçgeninin $|CH|, |DT|, |BF|$ açı ortaylarının bir M noktasında



Şekil 48

kesişmesini şu şekilde ispatlamıştır (Şekil 48 (Sayan, 1331/1912, s. 70)): $|CH|, |BF|, |DT|$ açı ortaylar ve $|CB| = d, |CD| = c, |DB| = b$ olmak üzere, $|CD|$ kenarı y ekseni, $|DB|$ kenarı x ekseni olarak kabul edilsin. Bu durumda üçgenin köşelerinin koordinatları $B(b, 0), C(0, c), D(0,0)$ olur. Ayrıca $TL /\!/ CD$ olduğundan, $(\overset{\Delta}{DLT})$, ikizkenar üçgen olur ve $|TL| = |DL|$ bulunur. Bu durumda daha önce karar verilen eksenlere göre T noktasının koordinatları birbirine eşit olacağından, TD açı ortayının denklemi

$$x - y = 0 \dots (1)$$

olur. BF açı ortayının denklemini bulmak için öncelikle üçgene açı ortay teoremi uygulandığında,

$$\frac{CF}{DF} = \frac{BC}{BD}$$

$$\frac{c - DF}{DF} = \frac{d}{b}$$

$$DF = \frac{b.c}{b + d}$$ [112]

bulunur. Bu durumda daha önce belirtildiği gibi DC y ekseni olarak kabul edildiğinde, F noktasının koordinatları $\left(0, \frac{b.c}{b+d}\right)$ olur. B ve F noktasının koordinatları bilindiğinden,

[112] Şükrü Bey, doğru parçaları için bugünkü kullanımın aksine, örneğin $|DF|$ yerine DF yazmayı tercih etmiştir. Yararlandığı yazarlarda da benzer bir durum söz konusudur (Pruvost, 1886, s. 101; Niewenglowski, 1894, s. 107).

BF açı ortay doğrusunun denklemini bulmak için iki noktası bilinen doğru denkleminden,

$$\frac{x-b}{b}=\frac{y}{-\frac{bc}{b+d}}$$

bulunur. Bu ifade düzenlendiğinde de BF açı ortay doğrusunun denklemi,

$$cx+y(b+d)-bc=0\ldots(2)$$

şeklinde elde edilir. BF'nin denkleminin elde edilmesi için takip edilen yol, CH'a da uygulandığında, CH açı ortay doğrusunun denklemi,

$$(c+d)x+by-bc=0\ldots(3)$$

olur. Son olarak $(1),(2),(3)$ denklemlerinin bir noktada kesişmesi için, bu denklemlerin katsayıları arasında Δ=0 eşitliğinin olması gerekir:

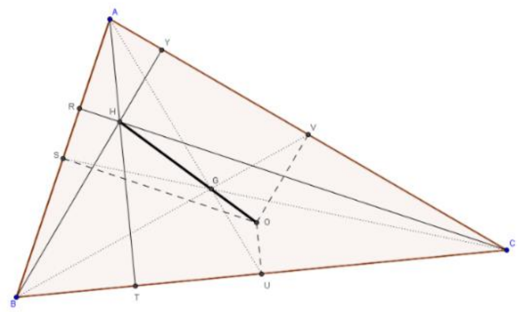
$$\Delta=\begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 \\ c & b+d & -bc \\ c+d & b & -bc \end{vmatrix}=0$$

determinantının sağlandığı görülür. Böylece bu üç açı ortay doğrusunun M noktasında kesiştiği ispatlanmış olur (Sayan, 1331/1912, s. 70-71).

Şükrü Bey, açı ortay doğrularından sonra yüksekliklerin bir noktada kesişmesini ele almıştır (Şekil 49):

> Bir müsellesin üç irtifâ‘ı[113] bir noktada tekatu‘ eder (Sayan, 1331/1912, s. 72).

[113] İrtifâ‘: Yükseklik (Tuncer, 1995, s. 303; Çoker & Karaçay, 1983, s. 316) [Al. Höhe, Fr. hauteur, İng. height].



Şekil 49

Şükrü Bey, BC kenarını x ekseni, AT yüksekliğini y ekseni olarak kabul ettiğini, ardından kenarların $|AT| = b$[114], $|CT| = d, |BT| = c$ olmak üzere, üçgenin köşelerinin koordinatlarının da $A(0, b), B(c, 0), C(d, 0)$ olduğunu belirtmiştir. Verilen bu koordinatlara göre iki noktası bilinen doğru denkleminden AC kenarının denklemi

$$bx + dy - bd = 0$$

olur ve bu doğruya dik olan BY yüksekliğinin denklemi

$$dx - by - dc = 0 \ldots (1)$$

olarak bulunur. Benzer şekilde AB kenarının denklemi

$$bx + cy - cb = 0$$

şeklinde elde edilir ve bu doğruya dik olan CR yüksekliğinin denklemi

$$cx - by - dc = 0 \ldots (2)$$

ve AT yüksekliğinin denklemi de daha önceden y ekseni olarak belirlendiği için

$$x = 0 \ldots (3)$$

şeklinde elde edilir. $(1), (2), (3)$ denklemlerinin bir noktada kesişmesi için, bu

[114] Şükrü Bey bir harf hatası sonucu $|AB| = b$ yazmıştır, doğrusu yukarda verildiği gibidir (Sayan, 1331/1912, s. 72).

denklemlerin katsayıları arasında Δ=0 eşitliğinin olması gerekir:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ d & -b & -dc \\ c & -b & -dc \end{vmatrix} = 0$$

Bu eşitlik için gerekli işlemler yapıldığında determinantın sağlandığı görülür ve böylece üç yüksekliğin H noktasında kesiştiği ispatlanmış olur. Ayrıca bu üç denklem ortak çözüldüğünde kesişim noktaları yani H noktasının koordinatları $\left(0, -\frac{dc}{b}\right)$ olarak bulunur (Sayan, 1331/1912, s. 72).

Şükrü Bey, üçgenin kenar ortaylarının G noktasında kesişeceğini

> Bir üçgenin üç kutru[115] bir noktada tekatu‘ eder (Sayan, 1331/1912, s. 73).

başlığı ile belirtmiştir (Şekil 49 (Sayan, 1331/1912, s. 72)). Bulundukları kenarların orta noktası olan S, V, U noktalarının koordinatları şu şekildedir:

$$S\left(\frac{c}{2}, \frac{b}{2}\right), U\left(\frac{c+d}{2}, 0\right), V\left(\frac{d}{2}, \frac{b}{2}\right)$$

Şükrü Bey, bu orta noktaları ile karşılarındaki köşelerin teşkil ettiği kenar ortay doğrularının denklemlerini, iki noktası bilinen doğru denkleminden faydalanarak

$$CS: bx + (2d - c)y - bd$$

$$AU: 2bx + (c + d)y - b(c + d)$$

$$BV: bx + y(2c - d) - bc$$

[115] Kutr (veya kutur): Köşegen (Tuncer, 1995, s. 164; Çoker & Karaçay, 1983, s. 192), [Fr. diagonale, İng. diagonal] veya çap (Tuncer, 1995, s. 37; Çoker & Karaçay, 1983, s. 57), [Al. Durchmesser, Fr. diamètre, İng. diameter]. Bu verilen anlamlara rağmen, *kutr* sözcüğü burada “kenar ortay” anlamında kullanılmıştır.

şeklinde bulmuştur. Bu doğruların bir noktada kesişmesi için $\Delta = 0$ olması gerektiğinden, denklemlerin katsayıları arasında

$$\Delta = \begin{vmatrix} b & 2d-c & -bd \\ 2b & c+d & -b(c+d) \\ b & 2c-d & -bc \end{vmatrix} = 0$$

eşitliği sağlanmakta ve sonuç olarak kenar ortaylar bir noktada kesişmektedir. Böylece üç kenar ortayın G noktasında kesiştiği ispatlanmış olur. Ayrıca bu üç denklem ortak çözüldüğünde G kesişim noktasının koordinatları $\left(\frac{c+d}{3}, \frac{b}{3}\right)$ olarak bulunur (Sayan, 1331/1912, s. 73).

Son olarak Şükrü Bey, kenar orta dikmelerinin O noktasında kesişeceğini

> Bir müsellesin adlâ‘-ı[116] selâsesinin muntasıf noktalarından resmedilen amûdları bir noktada tekatu‘ eder (Sayan, 1331/1912, s. 74).

şeklinde ifade etmiş, ardından kenar orta dikmelerinin denklemlerini gerekli işlemleri yaparak,

$$UO: 2x - (c-d) = 0$$

$$VO: 2dx - 2by + b^2 - d^2$$

$$LO: 2cx - 2by + b^2 - c^2$$

şeklinde tespit etmiştir. Bu doğruların bir noktada kesişmesi için $\Delta = 0$ olması gerektiğinden, denklemlerin katsayıları arasında

---

[116] Adlâ‘ (dıl'ın çoğulu): Kenar (Devellioğlu, 2012, s. 12).

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 0 & -(c+d) \\ 2d & -2b & b^2 - d^2 \\ 2c & -2b & b^2 - c^2 \end{vmatrix} = 0$$

eşitliği sağlanmaktadır. Sonuç olarak üç kenar orta dikmenin O noktasında kesiştiği ispatlanmış olur. Ayrıca bu denklemler ortak çözüldüğünde O noktasının koordinatları $\left(\frac{c+d}{2}, \frac{cd+b^2}{2b}\right)$ olarak bulunur.

Kenar ortayların kesim noktası olan $G\left(\frac{c+d}{3}, \frac{b}{3}\right)$, kenar orta dikmelerin kesim noktası olan $O\left(\frac{c+d}{2}, \frac{cd+b^2}{2b}\right)$ ve yüksekliklerin kesim noktası olan $H\left(0, -\frac{dc}{b}\right)$'nin bir doğru üzerinde bulunduğunun sentetik ispatı, geometri kitaplarında sık rastlanır bir konudur (Coxeter & Greitzer, 1967, s. 18-19). Analitik olarak bunun ispatı için de $\Delta = 0$ olması gerektiğinden:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 0 & -\frac{dc}{b} & 1 \\ \frac{c+d}{3} & \frac{b}{3} & 1 \\ \frac{c+d}{2} & \frac{cd+b^2}{2b} & 1 \end{vmatrix} = 0$$

eşitliğinin sağlandığı görülür (Sayan, 1331/1912, s. 74-75).

Şükrü Bey, sentetik olarak ispatlanmasına alışık olduğumuz (Coxeter & Greitzer, 1967, s. 19) HG ve GO uzunlukları arasındaki oranı bulmak için iki nokta arasındaki uzaklık formülünden faydalanmıştır:

$$HG = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$HG = \sqrt{\left(\frac{c+d}{3}\right)^2 + \left(\frac{b}{3} + \frac{cd}{b}\right)^2} \ldots (1)$$

bulunur. Aynı işlemler GO için yapıldığında

$$GO = \sqrt{(x_3 - x_2)^2 + (y_3 - y_2)^2}$$

$$GO = \sqrt{\left(\frac{c+d}{2} - \frac{c+d}{3}\right)^2 + \left(\frac{cd+b^2}{2b} - \frac{b}{3}\right)^2}$$

$$GO = \sqrt{\left(\frac{c+d}{6}\right)^2 + \left(\frac{cd}{2b} + \frac{b}{6}\right)^2}$$

$$GO = \frac{1}{2}\sqrt{\left(\frac{c+d}{3}\right)^2 + \left(\frac{cd}{b} + \frac{b}{3}\right)^2} \ldots (2)$$

bulunur. (1)ve (2)denklemleri tarafa tarafa oranlandığında:

$$\frac{GO}{HG} = \frac{\frac{1}{2}\sqrt{\left(\frac{c+d}{3}\right)^2 + \left(\frac{cd}{b} + \frac{b}{3}\right)^2}}{\sqrt{\left(\frac{c+d}{3}\right)^2 + \left(\frac{b}{3} + \frac{cd}{b}\right)^2}} = \frac{1}{2}$$

elde edilir. Böylece HG ve GO uzunlukları arasındaki oran $\frac{1}{2}$ olarak tespit edilmiş olur (Sayan, 1331/1912, s. 75-76).

Şükrü Bey, tüm bu ispatlardan sonra bu doğruyu Euler doğrusu olarak adlandırmıştır:

> H, O, G noktalarından mürûr eden (geçen) bu müstakîm (doğru) Öler (أوله ر)[117] nâmıyla ma‘rûfdur (meşhurdur) (Sayan, 1331/1912, s. 76).

Kitabın mukaddime kısmında Şükrü Bey, eseri kaleme alırken Pruvost ve

[117] L. Euler (1707-1783), İsviçreli matematikçi.

Niewenglowski adlı yazarların analitik geometri kitaplarından yararlandığını dile getirmişti. Euler doğru için söz konusu yazarların kitaplarına bakıldığında Niewenglowski'nin eserinde Euler adıyla bu doğrudan bahsedilmezken (Niewenglowski, 1894; Niewenglowski, 1895; Niewenglowski, 1896), Pruvost'un eserinin ilk cildinde Euler'in adını zikretmeden H, O, G noktalarının aynı doğru üzerinde olduğunu ve HG ve GO uzunlukları arasındaki oranın $\frac{1}{2}$ olduğunun ispatını Şükrü Bey'den farklı ve daha kısa bir şekilde vermiştir (Pruvost, 1891, s. 99). Pruvost'un eserinin ikinci cildinde ise bu doğru hakkında herhangi bir bilgi mevcut değildir (Pruvost, 1886). Görünen o ki, söz konusu analitik ispatı Şükrü Bey kendisi yapmıştır.

Şükrü Bey, koordinat eksenleri arasındaki açı β ve köşe koordinatları $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2), C(x_3, y_3)$ olmak üzere bir üçgenin alan formülünü

$$\mathrm{A}\left(\overset{\Delta}{ABC}\right) = \frac{1}{2}\sin\beta \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix}$$

şeklinde vermiştir (Sayan, 1331/1912, s. 85-100). Aynı formül ve benzer bir ispat tarzı Şükrü Bey'in yararlandığı yazarlardan Niewenglowski'de (Niewenglowski, 1894, s. 89-90) ve diğer analitik geometri kitaplarında da karşımıza çıkmaktadır (Siceloff, Wentworth, & Smith, 1922, s. 26).

Şükrü Bey, sentetik anlatımına alışık olduğumuz teoremlerin analitik ispatını büyük bir ustalıkla ortaya koymuştur. Çokgenler için Menelaus[118] teoremini

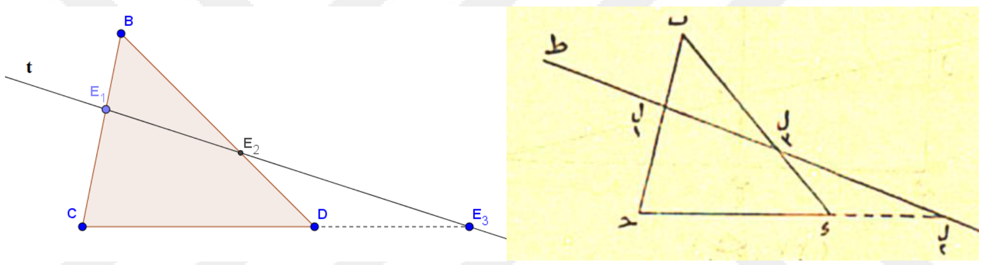
[118] İskenderiyeli Menelaus, MÖ 1.yy., Yunan matematikçi, küresel üçgenler hakkında yazdığı *Sphaerica* adlı eseri meşhurdur.

> Bir mudalla‘ın bir kattâ‘ ile kat‘ından mudalla‘-ı mezkûrun adlâ‘ndaki kısımların nisbet-i kısmîyyelerî hâsıl-ı darbı zâid-i vâhide müsâvîdir (Sayan, 1331/1912, s. 94)[119].

başlığı ile ele alan Şükrü Bey, üçgenler için Menelaus teoremini ise

> Bir müsellesin bir kattâ‘ ile kat‘ından hâsıl olan nisbet-i kısmîler hâsıl-ı darbı zâid-i vâhide müsâvîdir (Sayan, 1331/1912, s. 96)[120].

şeklinde ifade etmiş, ispatını da şu şekilde vermiştir (Şekil 50 (Sayan, 1331/1912, s. 96)):



Şekil 50

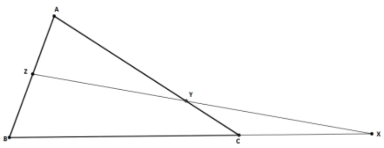
BCD üçgeninin köşelerinin koordinatları $B(x_1, y_1), C(x_2, y_2), C(x_3, y_3)$ ve t doğrusunun denklemi $bx + cy + d = 0$ olsun. Teorem gereği,

$$\frac{E_1B}{E_1C} \cdot \frac{E_3C}{E_3D} \cdot \frac{E_2D}{E_2B} = +1$$

---

[119] Mudallâ‘ (veya zû-kesir-il-adlâ‘): Çokgen (Tuncer, 1995, s. 44; İzzet & Fehmi, 1935-1936, s. 111) [İng. polygon].

[120] Üçgenler için Menelaus teoreminde, herhangi bir *ABC* üçgeninin *BC, CA* ve *AB* kenarları üzerindeki sırasıyla *X, Y, Z* noktalarının doğrusal olması için $\frac{BX}{CX}\frac{CY}{AY}\frac{AZ}{BZ} = +1$ olması gerekir

(Coxeter & Greitzer, 1967, s. 66) 

olması gerektiğinden, söz konusu doğruların denklemleri yazıldığında

$$-\frac{bx_1 + cy_1 + d}{bx_2 + cy_2 + d} \cdot \frac{bx_2 + cy_2 + d}{bx_3 + cy_3 + d} \cdot -\frac{bx_3 + cy_3 + d}{bx_1 + cy_1 + d} = +1$$

olur ve gerekli sadeleştirmeler yapıldığında eşitliğin sağlandığı görülür. Bu anlatımda, işlemlerin sonucu etkilemeyen bazı yazım ve baskı hataları yapılmıştır ancak daha sonra düzeltilmiştir (Sayan, 1331/1912, s. 96).

Menelaus teoreminden sonra Ceva[121] teoremini,

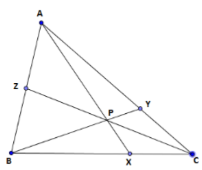
> Bir müsellesin dâhilinde alınan bir nokta ile müselles-i mezkûrun üç re’s beynine mevsûl hatlar adlâ‘-ı selâsesini kat‘ etmek üzere temdid edildiği halde (uzatıldığı halde), nisbet-i kısmiyyeleri hâsıl-ı darbı nâkıs vâhid mikdarına müsâvî olmak üzere ikişer kısma ifrâz eder (Sayan, 1331/1912, s. 97)[122].

ifadeleriyle dile getiren Şükrü Bey, Ceva’dan şu şekilde bahsetmiştir:

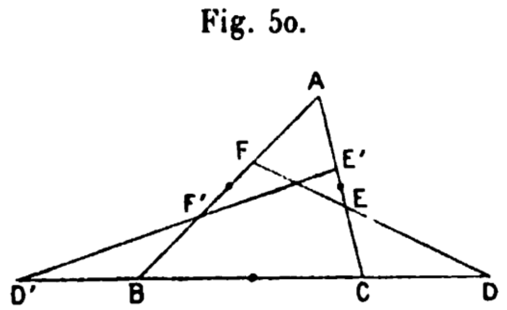
> Bu da‘vâ İtalyan mühendislerden Cevva (جه ووا) tarafından bulunduğu cihetle Cevva da‘vâsı nâmıyla ma‘rûfdur (meşhurdur) (Sayan, 1331/1912, s. 98)

121 Giovanni Ceva, İtalyan matematikçi, bu teoremi 1678 yılında yayımlamıştır.

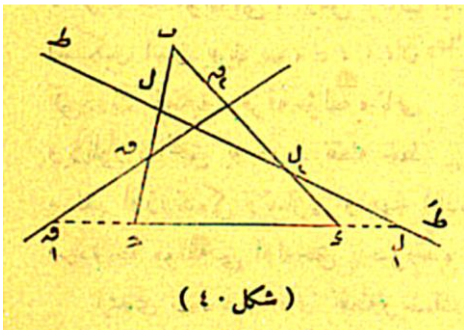
122 Bu başlıkta ele alınan Ceva teoreminin sentetik anlatımı şu şekildedir: Herhangi bir ABC üçgeninde X, Y, Z sırasıyla BC, CA, ve AB kenarları üzerinde bulunan herhangi üç nokta olsun. AX, BY, CZ doğrularının bir noktada kesişmesi veya paralel olması için gerek ve yeter şart $\frac{XB}{XC}\frac{YC}{YA}\frac{ZA}{ZB} = -1$



(Coxeter & Greitzer, 1967, s. 4).



Şekil 51



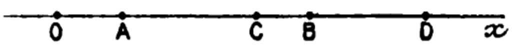
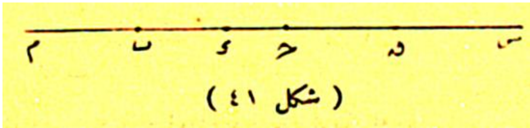
Şekil 52

Şükrü Bey ile mukaddimede faydalandığını belirttiği yazarlardan Niewenglowski'nin konuları veriş sırası ve tarzı, kullandıkları şekiller çoğu yerde örtüşmektedir. Şükrü Bey'in, *katı'-ı mütekâbileyn* (Sayan, 1331/1912, s. 99) yani "karşılıklı kesenler" başlığını Niewenglowski, aynı anlama gelen *transversales réciproques* (Niewenglowski, 1894, s. 95) başlığı ile vermiştir. Konunun anlatımı sırasında Niewenglowski de Şekil 51'i, Şükrü Bey Şekil 52'yi kullanmıştır.

Şükrü Bey'in *nisbet-i müellefe*[123], Niewenglowski'nin *division harmonique* (Niewenglowski, 1894, s. 96) olarak adlandırdığı konu "harmonik bölme"den[124] başkası değildir. Yazarların verdiği şekil ve tanımları karşılaştıracak olursak verilen şeklin, işlemlerin ve tanımların birebir örtüştüğü görülmektedir:

[123] Harmonik bölme için Şükrü Bey görüldüğü gibi *nisbet-i müellefe* ifadesini tercih etmiştir. Oysa Tuncer ve Çoker *müellef taksîm* ifadesini kullanmışlardır (Tuncer, 1995, s. 115; Çoker & Karaçay, 1983, s. 281). *Müellef taksîm* ifadesinin kavramı daha çok karşıladığını düşünmekteyiz. [Fr. division harmonique, İng. harmonic division].

[124] Harmonik bölme, çifte oranın (-1) olması halidir (Demir H. , 1991, s. 2).

Niewenglowski'de harmonik bölme	*Şükrü Sayan'da harmonik bölme*
Fig. 52.  Soient (fig. 52) A, B, C, D quatre points en ligne droite. Lorsque $\frac{CA}{CB} = -\frac{DA}{DB}$, on dit que C et D sont **conjugués harmoniques** par rapport à A et B. L'égalité précédente pouvant être mise sous la forme $\frac{AC}{AD} = -\frac{BC}{BD}$, on en conclut que A et B sont **conjugués harmoniques** par rapport à C et D. On dit encore que les quatre points A, B, C, D forment une **division harmonique** (Niewenglowski, 1894, s. 96).	 Bir hatt-ı müstakîm üzerinde bulunan Şekil (٤١) B (ب), C (ج), D (د), F (ه) gibi nokta tasavvur edelim. Eğer bu dört noktanın yek-dîgerine nazaran bu'dları mîyanında $\frac{DB}{DC} = -\frac{FB}{FC}$ nisbeti mevcûd olursa D, F noktalarına B, C noktalarıyla **müzdevice-i müellefe** teşkil etmiş denilir. Ve beynlerindeki şu nisbete de **nisbet-i müellefe** namı verilir. Fakat münasebet-i mezkûra $\frac{BD}{BF} = -\frac{CD}{CF}$ sûretinde dahi yazılabileceğinden bu hale göre B, C noktaları da D, F noktalarının **müzdevice-i müellefesi**[125] olmak icab eder (Sayan, 1331/1912, s. 99-100).

Benzer bir durum, Şükrü Bey'in *nisbet-i muzâafa* (Sayan, 1331/1912, s. 103-104), Niewenglowski'nin *rapport anharmonique* (Niewenglowski, 1894, s. 98) olarak ifade

[125] *Conjugués harmoniques* terimi için Şükrü Bey'in kullandığı *müzdevice-i müellefesi* ifadesine sözlüklerde rastlanmamıştır. *Müzdevice-i müellefesi* ifadesinin, Şükrü Bey tarafından ortaya atıldığını düşünmekteyiz.

ettiği “çifte oran”[126] konusunda da mevcuttur. Harmonik bölmeden bir sonraki başlıkta da Niewenglowski’nin

> Le rapport anharmonique des points d'intersection d'un faisceau de quatre droites concourantes par une transversale quelconque est indépendant de la position de cette transversale (Niewenglowski, 1894, s. 99).

şeklindeki ifadesini Şükrü Bey’in nerdeyse birebir çevirisi dikkat çekmektedir:

> Dört hatt-ı mütelâkiden mürekkeb bir huzmenin bir katı‘[127] ile kat‘ından hâsıl olan fasl-ı müşterek noktalarının nisbet-i muzâafeleri katı‘ın vaz‘iyyetine tâbi değildir (Sayan, 1331/1912, s. 104).

İki yazarın da ifade etmek istediği ise şudur: Dört doğrudan oluşan bir demetin bir kesen ile kesilmesinden oluşan ortak noktaların çifte oranları, kesenin durumuna bağlı değildir.

Yazarların takip eden başlıkları karşılaştırıldığında, Şükrü Bey’in bazı başlık ve şekilleri atlayarak “tam dörtgen” konusuna geçtiği görülmektedir. Şükrü Bey’in *münharif-i tâm* (Sayan, 1331/1912, s. 108), Niewenglowski ve Pruvost’un ise *quadrilatére complet* (Niewenglowski, 1894, s. 106; Pruvost, 1891, s. 100) başlığı ile verdiği “tam dörtgen”, 19. yüzyılından itibaren modern geometri kitaplarına giren bir konudur. Dört tane, üçü bir noktada kesişmeyen doğrunun meydana getirdiği, 6 köşe ve 3 köşegenden oluşan şekildir. Türk matematik literatüründe “tam dörtgen”

[126] Nisbet-i muzâafa: Çifte Oran (veya iki kat oran) (Tuncer, 1995, s. 130), harmonisiz oran (Devellioğlu, 2012, s. 983), [Fr. rapport anharmonique, İng. Crosse ratio]. Türk matematik literatüründe “çifte oran” kullanımı mevcuttur (Demir H. , 1991, s. 2; Büke, Analitik Geometri (Cilt 2), 1962, s. 71)
[127] Katı‘: Kesen (Tuncer, 1995, s. 153; Devellioğlu, 2012, s. 569), [Fr. transversale, İng. transversal].

kullanımı mevcuttur (Tuncer, 1995, s. 260; Büke, Analitik Geometri (Cilt 1), 1962, s. 358)[128].

Bir sonraki başlıkta yazarlar, Newton adından bahsetmeden, bir tam dörtgenin üç köşegeninin ortalarından geçen Newton doğrusunu (Tuncer, 1995, s. 190)[129] ele almışlardır. Niewenglowski'nin

> Les milieux des diagonales d'un quadrilatére complet sont en ligne droite (Niewenglowski, 1894, s. 106-107).

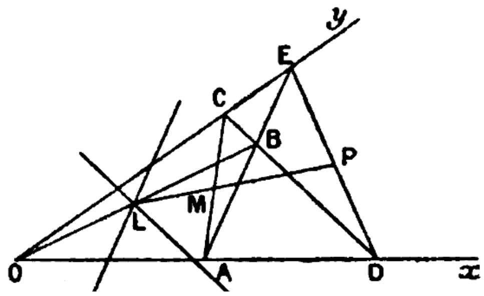
şeklindeki ifadesini, Pruvost benzer şekilde,

> Dans tout quadrilatére complet, les milieux des trois diagonales sont en ligne droite (Pruvost, 1891, s. 101).

olarak ifade etmiş ve Şükrü Bey de:

> Münharif-i tâmmın kutrlarının muntasıf noktaları bir hatt-ı müstakîm üzerinde bulunur (Sayan, 1331/1912, s. 108).

şeklinde dile getirmiştir. Yazarların doğruya ilişkin ispatlarını inceleyecek olursak Niewenglowski'nin ispatı şu şekildedir (Şekil 53 (Niewenglowski, 1894, s. 107)):



Şekil 53

$OABCDE$ tam dörtgeninde OA ve OC kenarları eksen olarak kabul edilmek üzere, OB, AC, DE köşegenlerinin orta noktaları sırasıyla L, M, P ve kenarların koordinatları $\overline{OA} = a, \overline{OC} = c, \overline{OD} = d, \overline{OE} = e$ olarak

[128] İng. complete quadrilateral.
[129] Sir Isaac Newton, 1642-1727, İngiliz matematikçi, fizikçi, gökbilimci.

alındığında M ve P'nin kooridatları $M\left(\frac{a}{2},\frac{c}{2}\right)$, $P\left(\frac{d}{2},\frac{e}{2}\right)$ olur. İki noktası bilinen doğru denkleminden MP'nin denklemi:

$$2x(c-e)-2y(a-d)+ae-cd=0\ldots(1)$$

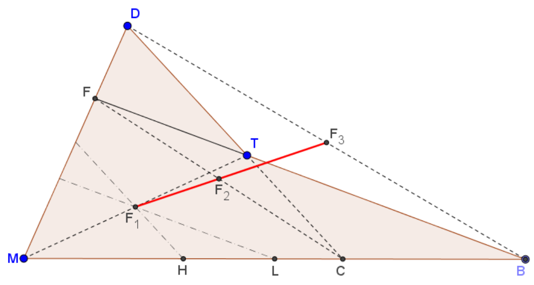
elde edilir. L noktasından geçen, AE'ye paralel olan doğru denklemi, AE'nin koordinatlarının yarısı olacağından:

$$2ex+2ay-ae=0\ldots(2)$$

olur ve benzer şekilde L noktasından geçen, bu kez de CD'ye paralel olan doğru denklemi, CD'nin koordinatlarının yarısı olacağından:

$$2cx+2dy-cd=0\ldots(3)$$

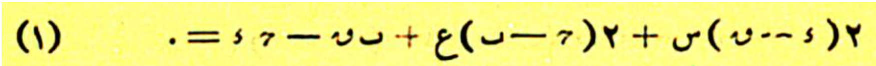
şeklinde bulunur. (2) nolu denklem (-1) ile çarpılarak (3) nolu denklem ile toplandığında yine 0 elde edilerek (1) nolu denklem elde edilir. Böylece üç doğrunun da aynı denklemle gösterildiği tespit edildiğinden teorem ispatlanmış olur (Niewenglowski, 1894, s. 107).



Şekil 54

Aynı teoreme ilişkin Şükrü Bey'in ispatına bakacak olursak (Şekil 54): $MCFBD$ tam dörtgeninin MT, FC, BD köşegenleri, M,C,B,T,F,D noktaları da köşeleri olmak üzere, MC, MF kenarları x,y eksenleri kabul edilsin. Bu durumda köşelerin koordinatları $C(c,0)$, $B(b,0)$, $F(0,f)$, $D(0,d)$ olur ve BD köşegeninin orta noktasının koordinatları $F_3\left(\frac{b}{2},\frac{d}{2}\right)$, CF köşegeninin orta noktasının koordinatları $F_2\left(\frac{c}{2},\frac{f}{2}\right)$ olur. Bu durumda iki noktası bilinen doğru denkleminden F_2F_3 doğrusunun denklemi:

$$2(d-f)x+2(c-b)y+bf-cd \ldots (1)$$


٢(د − ف)س + ٢(ح − ب)ع + ب ف − ح د = ٠ (١)

olur. İspatın bu aşamasından sonrasını Şükrü Bey şu şekilde ifade etmiştir:

> Şimdi isbat-ı da‘vâ için F_2F_3 hatt-ı müstakiminin MT kutrunun (köşegeninin) muntasıf noktası olan F_1 noktasından mürûr ettiğini (geçtiğini) isbat etmek iktizâ‘ eder (Sayan, 1331/1912, s. 109).

MB ‘nin orta noktası $L\left(\frac{b}{2},0\right)$, MC ‘nin orta noktası $H\left(\frac{c}{2},0\right)$ olmak üzere, iki noktası bilinen doğru denkleminden, BF’ye paralel çizilen LF_1 doğrusunun denklemi:

$$2fx+2by-bf=0 \ldots (2)$$

CD’ye paralel çizilen HF_1 doğrusunun denklemi:

$$2dx+2cy-cd=0 \ldots (3)$$

şeklinde elde edilir. (2) ve (3) denklemlerinin kesişim noktasından (1) doğrusunun geçmesi için, $(1),(2),(3)$ denklemlerinin katsayıları arasında $\Delta=0$ eşitliğinin olması gerekir:

$$\begin{vmatrix} 2(d-f) & 2(c-b) & bf-cd \\ 2f & 2b & -bf \\ 2d & 2c & -cd \end{vmatrix}=0$$

eşitliği sağlandığından, bu üç noktanın aynı doğru üzerinde olduğu ispatlanmış olur

(Sayan, 1331/1912, s. 108-110).

Şükrü Bey'in yararlandığı diğer bir yazar olan Pruvost'un ispatına da bakacak olursak (Şekil 54), (2) ve (3) denklemleri ortak çözüldüğünde kesişim noktasının koordinatları,

$$F_1\left(\frac{bc(f-d)}{2(fc-bd)},\frac{df(b-c)}{2(bd-cf)}\right)$$

bulunur ve diğer iki köşegenin orta noktalarının koordinatlarının da $F_3\left(\frac{b}{2},\frac{d}{2}\right)$ ve $F_2\left(\frac{c}{2},\frac{f}{2}\right)$ olduğu bilinmektedir. İki noktası bilinen doğrunun eğiminden, F_1F_2, F_2F_3 doğrularının eğimlerine bakıldığında bu iki doğrunun eğimlerinin eşit olduğu görülür. Dolayısıyla bu üç noktanın doğrusal olduğu ispatlanmıştır olur (Pruvost, 1891, s. 101).

Üç yazarın da bu doğruya ilişkin ispatları incelendiğinde, Niewenglowski ve Şükrü Bey'in ispatlarının aynı olduğu, Pruvost'un ise farklı bir yöntem izlediği görülmüştür. Ayrıca, Şükrü Bey'in $\Delta = 0$ hesabına giderek, Niewenglowski'nini ispatını daha detaylı ele aldığı, Niewenglowski'nin açıklama ihtiyacı duymadığı ayrıntıları etraflıca ortaya koymaya çalıştığı dikkate değerdir. Bunun yanında, Şükrü Bey'in bazı atlamaları dışında, iki yazarın bu bölüm için konu sıralamasının büyük ölçüde aynı olduğu görülmüştür.

Konu sıralaması için başka bir örnek vermek gerekirse, tam dörtgen konusundan sonra her iki yazar, Newton doğrusunda olduğu gibi, Desargues'ın[130] adını vermeden bu teoremi ele almışlardır. Eğer iki üçgenin bir noktaya göre perspektifi varsa bir doğruya göre de perspektifinin var olduğunu belirten Desargues

[130] Girard Desargues, 1591-1661, Fransız geometrici.

teoremi[131] için Şükrü Bey'in verdiği tanım;

> İki müsellesin dıl'ları nazîr nazîre yek-dîgerini bir hatt-ı müstakîm üzerinde vâki' noktalarda kat' ettiği takdirde, bunlara mukâbil re'sleri beynine mevsûl hatlar da yek-dîgerini bir noktada kat' eder (Sayan, 1331/1912, s. 112).

şeklindeyken, Niewenglowski *triangles homologiques* başlığı altında Desargues teoremini şu şekilde tanımlamıştır:

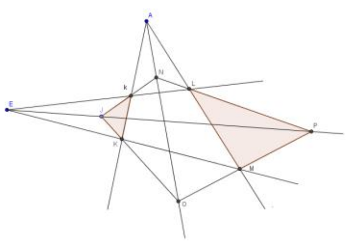
> Si les côtés de deux triangles ABC, A'B'C' se coupent deux à deux en trois points L, M, P situés en ligne droite, les droites AA', BB', CC' joignant les sommets opposés sont **concourantes**, et réciproquement (Niewenglowski, 1894, s. 107).

Desargues teoreminde, Niewenglowski'nin üç doğrunun bir noktada kesiştiğini ifade etmek için kullandığı *concourantes* sözcüğünün, Şükrü Bey'in anlatımında karşılığının olmadığı görülmektedir. Bu bağlamda bu teorem için Şükrü Bey'in anlatımının Niewenglowski'ye göre zayıf olduğu söylenebilir.

Buraya kadar ele alınan Euler ve Newton doğruları, Menelaus, Ceva ve Desargues teoremleri, sentetik geometri ile ispatlarına alışık olduğumuz, bunun yanında sentetik geometri ile kolaylıkla ispatlanabilen konulardır. Söz konusu

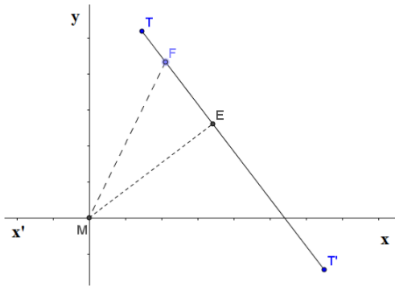
---

131



(Coxeter & Greitzer, 1967, s. 70).

başlıklar analitik geometri için önemli örnekler teşkil etmektedir.



Şekil 55

İlk bölümün dördüncü alt başlığı olarak Şükrü Bey, *hatt-ı müstakîmin kemmiyyât-ı vaz'iyye-i kutbiyeye göre nazariyye-i tahlîliyyesi* (Sayan, 1331/1912, s. 113) yani "doğrunun kutupsal koordinatlara göre incelenmesi" konusunu ele almış, *hatt-ı müstakîmin muâdele-i kutbiyyesi* başlığı ile de doğrunun kutupsal denklemini elde etmiştir (Şekil 55). xx' kutup ekseni, M kutup noktası olmak üzere, TT' doğrusunun kutupsal denkleminin elde edilmesi için, öncelikle $|ME| = c$ dikmesi çizilsin. Bu dikmenin kutup ekseni ile teşkil ettiği açı $s(\widehat{XME}) = \omega$ ve doğru üzerindeki F noktasının kutupsal koordinatları (r, α) yani $|MF| = r$ ve $s(\widehat{XMF}) = \omega$ olduğunda,

$$|ME| = c = r.\cos(\alpha - \omega)$$

yazılabilir ve buradan

$$r = \frac{c}{\cos(\alpha - \omega)}$$

olur ve toplam fark formülünden,

$$r = \frac{c}{\cos\alpha\cos\omega + \sin\alpha\sin\omega}$$

bulunur. Bu ifadede, $\cos\omega = b$, $\sin\omega = d$ ve c sabit terimler olduğundan

$$r = \frac{c}{b\cos\alpha + d\sin\alpha}$$

eşitliği TT' doğrusunun kutupsal denklemi olur (Sayan, 1331/1912, s. 113-116).

Şükrü Bey takip eden başlıklarda,

> Bir nokta-ı ma'lûmeden mürûr eden bir hatt-ı müstakîmin muâdele-i kutbiyyesi (Sayan, 1331/1912, s. 116-117).
>
> İki nokta-ı ma'lûmeden mürûr eden bir hatt-ı müstakîmin muâdele-i kutbiyyesi (Sayan, 1331/1912, s. 117-119).

konularını ele alarak ilk bölümün dördüncü alt başlığını tamamlamıştır.

İlk bölümün beşinci alt başlığı olarak Şükrü Bey, *hatt-ı müstakîm-i mevhûmun nazariyye-i tahlîliyyesi* yani "sanal doğruların analitik incelenmesi" konusunu ele almıştır (Sayan, 1331/1912, s. 119-132). Bu kısımdaki alt başlıklar, Niewenglowski'nin *points et droites imaginaires* başlığı ile ele aldığı bölüm ile örtüşmektedir (Sayan, 1331/1912, s. 112-119). Niewenglowski'nin *point imaginaire* (Niewenglowski, 1894, s. 112) dediği $x = b + c\sqrt{-1}, y = b' + c'\sqrt{-1}$ şeklindeki iki noktayı, Şükrü Bey *nokta-ı mevhûme* (Sayan, 1331/1912, s. 119) yani sanal nokta olarak aktarmıştır.

Bu kısımda ele alınan diğer bir konu da, Şükrü Bey'in *hatt-ı mecâzî*[132] *veya hatt-ı mütesâvi-el ciheh* (Sayan, 1331/1912, s. 124)[133], Niewenglowski (Niewenglowski, 1894, s. 115)[134] ve Pruvost'un (Pruvost, 1891, s. 156) *droites isotropes* olarak adlandırdığı "izotrop doğru" başlığıdır. Şükrü Bey'in tanımı şu şekildedir:

---

[132] İsotropic: eş yönlü (Çoker & Karaçay, 1983, s. 477). Hatt-ı mecâzî: İzotrop doğru. Türk matematik literatüründe "izotrop doğru" kullanımı mevcuttur (Hacısalihoğlu, Hacıyev, Kalantarov, & Sabuncuoğlu, 2009, s. 201; Tuncer, 1995, s. 140; Erim, 1935, s. 54; Büke, Analitik Geometri (Cilt 1), 1962, s. 243), [Al. Isotrope Gerade, Fr. droite isotrope, İng. isotropic line].

[133] Burada muhtemelen baskı hatası yapılmıştır, *hatt-ı mütesâvi-el cihet* olması muhtemeldir.

[134] Madde no. 167.

> Hutût-u mevhûme arasında emsâl-i zâviyeleri $\sqrt{-1}, -\sqrt{-1}$ olan bir sınıf hutût-u mevcûddur ki bunlar birtakım havâss-ı garibe (tuhaf özellik) ile muttasıf (vasıflanmış) olduklarından hatt-ı mecâzî veya hatt-ı mütesâvi-yül ciheh nâmı verilir (Sayan, 1331/1912, s. 124).

Tanımın ardından Şükrü Bey'in izotrop doğrulara ilişkin verdiği altı özellik (Sayan, 1331/1912, s. 124-132), Niewenglowski'den aynen tercüme edilmiştir (Niewenglowski, 1894, s. 116-119). Pruvost ise bu iki yazardan farklı bir anlatım şekli izlemiştir (Pruvost, 1891, s. 156-161).

İlk bölümün altıncı alt başlığı olarak, Şükrü Bey'in *kemmiyyât-ı vaz'iyye-i mütecânise*[135], Niewenglowski'nin *coordonnées homogénes* (Niewenglowski, 1894, s. 119) başlığı ile her iki yazar da izotrop doğrulardan hemen sonra "homojen koordinatları" ele almışlardır. Bir noktanın kartezyen koordinatları (x, y) ve homojen koordinatları (X, Y, Z) olmak üzere, bu koordinatlar arasında

$$x = \frac{X}{Z}, \qquad y = \frac{Y}{Z} \dots (1)$$

bağıntısının olduğu kabul edilsin. Kartezyen koordinatların $x = b,\ y = c$ gibi sabit değerlere eşit olduğunda (1) eşitliği,

$$Z = \frac{X}{x} = \frac{X}{b}\,, \qquad Z = \frac{Y}{y} = \frac{Y}{c}$$

veya,

[135] Kemmiyyât-ı vaz'iyye-i mütecânise: Homojen koordinatlar (Tuncer, 1995, s. 122), [İng. homogeneous coordinates].

$$Z = \frac{Y}{c} = \frac{X}{b}$$

olur ve bu eşitlik de λ'ya eşitlendiğinde,

$$X = b\lambda\,, Y = c\lambda\,, Z = \lambda$$

elde edilir. Bu değerler, söz konusu noktanın homojen koordinatlarıdır (Sayan, 1331/1912, s. 132-133; Niewenglowski, 1894, s. 119-120). Buradan hareketle, bir doğrunun homojen denklemi bulunmak istendiğinde, bir doğrunun

$$bx + cy + d = 0 \ldots (1)$$

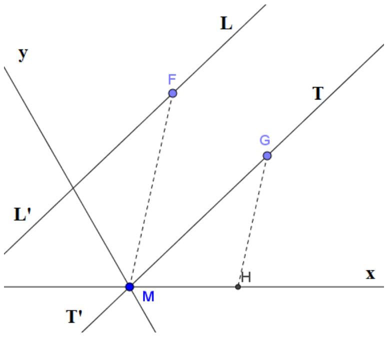
şeklindeki kartezyen denkleminde,

$$x = \frac{X}{Z}, \qquad y = \frac{Y}{Z} \ldots (2)$$

eşitlikleri yerine yazılacak olursa,

$$Xb + Yc + Zd = 0 \ldots (3)$$

olur ve böylece (1) doğrusunun homojen denklemi elde edilmiş olur. (2) eşitliğinde $Z = 1$ yazılacak olursa tekrar (2) eşitliğinin (1)'e dönüştüğü görülür (Sayan, 1331/1912, s. 133-134).



Şekil 56

Nâ-mütenâhîde vâki' nokta (Sayan, 1331/1912, s. 134) başlığı ile "sonsuzdaki nokta", homojen koordinatlar konusu içinde ele alınan diğer bir konudur. Şekil 56'da görülen LL' doğrusunun homojen denklemi $Xb + Yc + Zd = 0$, bu doğru üzerindeki hareketli F noktasının koordinatları $\left(\frac{X}{Z}, \frac{Y}{Z}\right)$

ve TT' doğrusu üzerindeki G noktasının koordinatları (b', c') olmak üzere Şükrü Bey, sonsuzdaki noktanın homojen koordinatlarına ilişkin şu ifadeleri dile getirmiştir:

> Şimdi F noktası LL' hatt-ı müstakîmi üzerinde nâ-mütenâhî (sonsuz) tebâüd (uzaklaşma) ettikçe nokta-ı mezkûranın $\left(\frac{X}{Z}, \frac{Y}{Z}\right)$ kemmiyyât-ı vaz'iyye-i mihveriyyesinin de nâ-mütenâhî tezâyüd (artma, çoğalma) etmesi iktizâ eder (gerekir). Hâlbuki (X, Y) miktarları kıyem-i mahdûdaya da (sonlu değerlere de) hâ'iz bulunmaları lazım geleceğinden o halde $\left(\frac{X}{Z}, \frac{Y}{Z}\right)$ miktarlarının nâ-mütenâhî tezâyüd edebilmeleri için Z miktarının sıfıra takarrüb etmesi (yaklaşması) icâb eder (Sayan, 1331/1912, s. 134).

$Z = 0$ olması gerekliliğine dair bu açıklamalarda bulunduktan sonra, LL' ile TT' doğruları paralel olduğu için eğimlerinin de eşit olması gerektiğini belirten Şükrü Bey,

$$\frac{Y}{X} = \frac{y}{x} = \frac{c'}{b'}$$

işlemleri ile eğimleri eşitlemiştir. Buradan,

$$X = b', \qquad Y = c'$$

bulunur ve bu eşitlik de F noktasının koordinatlarında yerine yazılırsa,

$$\frac{X}{Z} = \frac{b'}{0} = \infty$$

$$\frac{Y}{Z} = \frac{c'}{0} = \infty$$

elde edilir. Sonuç olarak F noktasının sonsuzdaki homojen koordinatları $(b', c', 0)$

olarak bulunur, yani homojen koordinatları (X, Y, Z) olan bir noktanın sonsuzda bulunması için gerek ve yeter şart $Z = 0$ olmasıdır (Sayan, 1331/1912, s. 134-136).

Sonsuzdaki noktanın homojen koordinatlarına ilişkin Şükrü Bey'in verdiği tanımın pedogojik açıdan zayıf olmasına rağmen, modern geometri olarak nitelendirebileceğimiz bu konunun kitapta yer alması dikkate değerdir.

2.3.1.2 Dairenin Analitik Olarak İncelenmesi

Kitabın ikinci ana başlığı, *dâire ve nazariyye-i tahlîliyyesi* ifadesi ile dairenin analitik incelenmesine ayrılmıştır[136]. Kitabın bir önceki bölümünde büyük ölçüde Niewenglowski'nin eserindeki sıra takip edilmişti, ancak bu kısım için aynı şeyi söylemek mümkün değildir.

Daire konusunu, 51 alt başlık 109 sayfa ayırarak detaylı bir şekilde ele alan Şükrü Bey kadar ayrıntılı inceleyen diğer bir yazar da Mehmed Fikri'dir (Santur, Hendese-i Halliyye (1. Bölüm), 1320/1902, s. 207-314). Bunun yanında, dairenin analitik denkleminin elde edilmesi (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 32-33; Sayan, 1331/1912, s. 149-151), ikinci dereceden bir denklemin daire ifade etmesi için gereken şartlar (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 60-64, 208-213; Sayan, 1331/1912, s. 151-156), dairenin kutupsal denklemi (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 256-259; Sayan, 1331/1912, s. 167-170), dairenin teğet denklemi (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 130; Sayan, 1331/1912, s. 171) gibi pek çok konuyu Şükrü Bey ve Zihnî Efendi benzer şekilde ele almışlardır. Normal doğrusunun denklemi (Sayan, 1331/1912, s. 179), teğet altı ve normal altı doğru parçalarının uzunlukları (Sayan, 1331/1912, s. 180), bir noktanın bir

[136] *Dâire ve nazariyye-i tahliliyyesi* (Sayan, 1331/1912, s. 149).

daireye olan kuvveti (Sayan, 1331/1912, s. 191) şeklindeki başlıklar Şükrü Bey'in ele aldığı diğer konulardır. Şükrü Bey,

> Hatt-ı müstakîm üzerinde hareket eden bir noktadan bir dâire-i ma'lûmeye resm olunan hatt-ı mümâssların temâs veterlerinin[137] kâffesi bir nokta-ı sabiteden mürûr eder (Sayan, 1331/1912, s. 184).

ve

> Bir müsellesin re'sleri ile müselles-i kutbiyyesinin re'sleri beynine mevsûl hatt-ı müstakîmler bir noktada tekâtu' eder (Sayan, 1331/1912, s. 198).

şeklinde teoremlerin ispatına da eserinde yer vermiştir.

Bu bölümün dikkat çeken diğer başlığı, *aks*[138] yani "evirtim" konusudur. Evirtimi, Cem Tezer şu şekilde değerlendirmiştir:

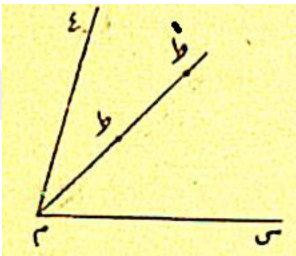
> Evirtimin yansımayla benzerlikleri mevcuttur. Gerçekten de evirtimi, bir doğruya göre değil de çembere göre yansıma olarak görmek mümkündür (dilimizdeki eski metinlerde evirtimin *akis* olarak adlandırılmasının nedeni herhalde bu) (Tezer, 1992, s. 12).

Şükrü Bey'in evirtim tanımı ise şu şekildedir (Şekil 57 (Sayan, 1331/1912, s. 244)):

> MX ve MY mihverlerine nisbet edilen bir münhanî üzerinde alınan lâ-ale't-ta'yîn bir T (ط) noktasının M (م) mebde' noktasına olan MT

[137] Veter: Kiriş (Tuncer, 1995, s. 157) [İng. chord].
[138] Aks (veya akis): Evirtim, [Al. Inversion, Fr. inversion, İn. İnversion] (Tuncer, 1995, s. 94). Türk matematik literatüründe, *inversiyon* kavramı için Kerim Erim de "evirtim" kullanımını tercih etmiştir (Blaschke, 1949, s. 125).

tûlü $MT.MT' = k$ olmak üzere bir T' (ط') noktası alınacak olursa bu T' noktasına T noktasının "aks"i denilir. İşte bu kanûn üzre münhanî-i mezkûrun bil-cümle nikatına (noktalarına)[139] birer nokta tekâbul ettirilerek istihsâl olunan ikinci bir münhanîye birinci münhanînin ma'kûsu[140] nâmı verilir. M noktasına "kutb aksi", k midar-ı sâbitine de "aksin kuvveti"[141] ta'bir edilir (Sayan, 1331/1912, s. 243).



Şekil 57

Tanımın ardından koordinatları $T(x,y), T'(x',y')$ ve bu noktaların orijine olan uzaklıklarını da $|MT| = r, |MT'| = r'$ olduğunu belirten Şükrü Bey, bu nicelikler arasında

$$\frac{x}{x'} = \frac{y}{y'} = \frac{MT}{MT'} = \frac{k}{x'^2 + y'^2} \ldots (1)$$

eşitliklerinin yazılabileceğini, buradan da

$$x = \frac{kx'}{x'^2 + y'^2} = \frac{kx'}{r'^2} \ldots (2)$$

$$y = \frac{ky'}{x'^2 + y'^2} = \frac{ky'}{r'^2} \ldots (3)$$

elde edileceğini belirtmiştir. Bu durumda $f(x,y) = 0$ eğrisinin *ma'kûsunun* yani evriğinin denklemi,

139 Nikat (نقاط): Noktalar (Develli̇oğlu, 2012, s. 979). Nukat (نقط): Noktalar (Devellioğlu, 2012, s. 988).
140 Ma'kûs: Aks olunmuş, evrik, ters (Devellioğlu, 2012, s. 665). "Evrik" kullanımı Cem Tezer'in çalışmasında da mevcuttur (Tezer, 1992, s. 12).
141 Şükrü Bey'in *aksin kuvveti* olarak ifade ettiği k sabit değerini Cem Tezer, "evirtimin kuvveti" olarak adlandırmıştır (Tezer, 1992, s. 13).

$$f\left(\frac{kx'}{x'^2+y'^2},\frac{ky'}{x'^2+y'^2}\right)=0 \dots (4)$$

olacaktır. Evirtime bu şekilde giriş yapan Şükrü Bey, bir doğrunun ve dairenin evriğini ise şu şekilde elde etmiştir:

Bir doğrunun evriğini belirlemek için, $(2),(3)$ eşitlikleri $bx+ct+d=0$ doğrusunda yerine yazılarak gerekli işlemler yapıldığında,

$$d(x'^2+y'^2)+k(bx'+cy')=0 \dots (5)$$

şeklinde orijinden geçen daire denklemi elde edilir.

Evirtim konusunun özel durumlarını da ele alan Şükrü Bey, $bx+ct+d=0$ denkleminde $d=0$ olduğunda doğrunun orijinden geçeceğini, dolayısıyla (5) denkleminin $bx'+cy'=0$ şeklinde olacağını belirtmiştir. Sonuç olarak orijinden geçen bir doğrunun evriği kendisinden ibaret olur. Diğer bir özel durum olarak, y eksenine paralel $x-b=0$ denklemi ele alınmıştır. Bu denklemin evriği de, denklemi $b(x'^2+y'^2)-kx'=0$ olan, merkezi x ekseni üzerinde bulunan bir dairedir.

Doğrudan sonra Şükrü Bey, dairenin evirtimini ele almıştır. Genel denklemi

$$x^2+y^2+2bx+2cy+d=0 \dots (6)$$

olan orijinden geçmeyen daire denkleminin evriği bulunurken, $(2),(3)$ eşitlikleri yerine yazılarak,

$$d(x'^2+y'^2)+2k(bx'+cy')+k^2=0 \dots (7)$$

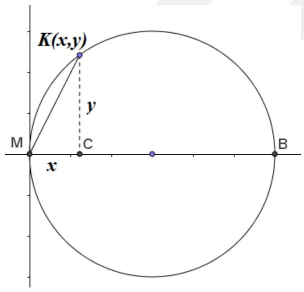
şeklinde başka bir orijinden geçmeyen daire denklemi elde edilir. Özel durum olarak, (6) denkleminde $d=0$ alındığında orijinden geçen bir daire denklemi elde edilir. Bu dairenin evriği ise, gerekli işlemler yapıldığında denklemi $2(bx' + cy') + k = 0$ olan bir doğru olur (Sayan, 1331/1912, s. 244-246).

Evirtim konusunda Şükrü Bey son olarak iki daire arasındaki açı ile bu dairelerin evrikleri arasındaki açının eşit olacağını ispatlayarak şu şekilde bir çıkarımda bulunmuştur (Sayan, 1331/1912, s. 246-247):

> …iki dâire arasındaki zâviyenin ma'kûsları beynindeki zâviyeye müsâvî olduğu anlaşılır (Sayan, 1331/1912, s. 247).

Takip eden maddede Şükrü Bey,

> Bir dâirede veter, kutr ile veterin kutr üzerindeki mürtesemi beyninde vasat-ı mütenâsibdir[142].



Şekil 58

teoremiyle, MK veterinin, $MB = 2r$ çapı üzerindeki izdüşümü MC olmak üzere, $(MK)^2 = MB.MC$ olduğunu şu şekilde ispatlamıştır: MB çapı x ekseni, daireye M noktasında teğet[143] olan doğru da y ekseni olarak kabul edildiğinde, söz konusu dairenin denklemi $x^2 + y^2 - 2rx = 0$ olur (Şekil 58). Bu denklemde K noktasının $x = MC$ ve $y = KC$ koordinatları yerine yazıldığında,

[142] **Mürtesem**: İzdüşüm (Tuncer, 1995, s. 139). **Vasat-ı mütenasib**: Tuncer (1995) geometrik orta ve orta orantılı kavramlarını farklı iki kavram gibi değerlendirmiştir (Tuncer, 1995, s. 109, 205). Ancak Altun (2008) kitabında *"Geometrik orta (orta orantılılık)"* şeklinde bir başlık kullanarak bu ikisinin aynı şey olduğunu belirtmektedir (Altun, 2008, s. 36), yaygın kullanım da bu şekildedir. İzzet & Fehmi (1935-1936) "Orta orantılı olan hattın çizilmesi" başlığı altında Şükrü Bey'in kitabındaki bu maddenin muhtevâsını aynen işlemiştir, ancak geometrik ortadan bahsetmemiştir (İzzet & Fehmi, 1935-1936, s. 85; Sayan, 1331/1912, s. 249).

[143] Muhtemelen baskı hatası ile, kitapta bu kısım "K noktasında teğet olan" şeklinde yazılmıştır (Sayan, 1331/1912, s. 249). Doğrusu yukarda verildiği gibidir.

$$(MC)^2 + (KC)^2 - 2r.MC = 0$$

ve $MB = 2r$ olduğundan,

$$(MC)^2 + (KC)^2 = MB.MC \dots (1)$$

elde edilir. $(\overset{\Delta}{MCK})$'ne Pisagor teoremi uygulandığında elde edilen

$$(MC)^2 + (KC)^2 = (MK)^2$$

sonucu (1) denkleminde yerine yazıldığında, $(MK)^2 = MB.MC$ olduğu ispatlanmış olur.

Daire konusunun dikkat çeken diğer bir başlığı da *Simson*[144] *da'vâsı* başlığıdır. Şükrü Bey'in şekil vermeden anlattığı konu için Hüseyin Demir'in verdiği tanım şu şekildedir (Şekil 59):

> Simson doğrusu (şekilde d doğrusu): Bir üçgenin çevrel çemberi üzerinde alınan bir noktanın kenar doğruları üzerindeki dik izdüşümleri doğrudaştır (Demir H. , 1992, s. 2-10).

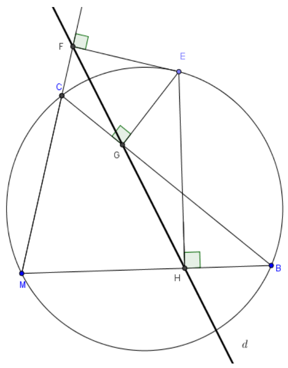
Benzer ifadeler Şükrü Bey'de de karşımıza çıkmaktadır:

> BMC müsellesinin hâricine mersûm bir dâire muhîti üzerinde alınan lâ-ale't-ta'yîn bir E noktasından müselles-i mezkûrun dıl'larına (kenarlarına) resm edilen amûdların mevki-i amûd[145] noktaları bir hatt-ı müstakîm üzerinde bulunur (Sayan, 1331/1912, s. 252).

---

[144] Robert Simson, 1687-1768, İngiliz matematikçi.
[145] Dikme ayağı (Tuncer, 1995, s. 328; Devellioğlu, 2012, s. 738).

BM, MC kenarları sırasıyla x ve y eksenleri, bu kenarlar arasındaki açı θ, M orijin, $B(b,0), C(0,c)$ olmak üzere, çevrel çemberin üzerindeki $E(x', y')$ noktasından BM kenarına indirilen dikme ayağının H değme noktasının koordinatları eğik eksenler de dikkate alındığında



Şekil 59

$$H(x' + y' \cos\theta\,, 0)$$

olur (Şekil 59). Bu durumda, iki noktası bilinen doğru denkleminden söz konusu dikmenin denklemi,

$$x + y\cos\theta - x' - y'\cos\theta = 0$$

şeklinde de elde edilir. Benzer şekilde, $E(x', y')$ noktasından MC kenarına indirilen dikme ayağının F değme noktasının koordinatları

$$F(0, y' + x'\cos\theta)$$

olacağından, iki noktası bilinen doğru denkleminden söz konusu dikmenin denklemi:

$$x\cos\theta + y - y' - x'\cos\theta = 0$$

şeklinde elde edilir (Sayan, 1331/1912, s. 252-253). Son olarak Şükrü Bey'in hiçbir ispat yapmadan sadece denklemini verdiği EG doğrusunu ele alacak olursak:

E noktasından BC'ye indirilen EG dikmesinin eğimi trigonometrik eşitlikler kullanılarak,

$$m' = \frac{c\cos\theta - b}{b\cos\theta - c}$$

olur ve eğimi ile bir noktası bilinen doğru denkleminden EG'nin denklemi

$$x(c\cos\theta - b) - y(b\cos\theta - c) - x'(c\cos\theta - b) + y'(b\cos\theta - c) = 0$$

şeklinde elde edilir. BC’nin denklemi ise iki noktası bilinen doğru denkleminden,

$$xc + yb - bc = 0$$

olur. EG ile BC doğrularının denklemleri ortak çözüldüğünde G noktasının koordinatları ise,

$$x = \frac{y'b(\cos\theta - c) - x'b(c\cos\theta - b) - bc(b\cos\theta - c)}{b^2 + c^2 - 2bc\cos\theta}$$

$$y = \frac{x'c(\cos\theta - b) - y'c(b\cos\theta - c) - bc(c\cos\theta - b)}{b^2 + c^2 - 2bc\cos\theta}$$

bulunur. H, F, G noktalarının aynı doğru üzerinde olması için koordinatlarının $\Delta = 0$ eşitliğini sağlaması gerektiğinden,

$$\begin{vmatrix} x' + y'\cos\theta & 0 & 1 \\ 0 & y' + x'\cos\theta & 1 \\ \dfrac{y'b(\cos\theta - c) - x'b(c\cos\theta - b) - bc(b\cos\theta - c)}{b^2 + c^2 - 2bc\cos\theta} & \dfrac{x'c(\cos\theta - b) - y'c(b\cos\theta - c) - bc(c\cos\theta - b)}{b^2 + c^2 - 2bc\cos\theta} & 1 \end{vmatrix} = 0$$

determinantı yazılabilir. Bu zahmetli determinantı adım adım çözen Şükrü Bey,

$$\left(x'^2 + 2x'y'\cos\theta + y'^2 - bx' - cy'\right)(bc\cos\theta^2 - bc) = 0 \ldots (1)$$

denklemini elde etmiştir. B, M, C noktalarından geçen eğik eksendeki çemberin denklemi,

$$x'^2 + 2x'y'\cos\theta + y'^2 - bx' - cy' = 0$$

olduğundan (1) nolu eşitlik sağlanmış olacaktır. Bunun yanında H, F, G noktalarından geçen d doğrusun denklemi,

$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ x' + y'\cos\theta & 0 & 1 \\ 0 & y' + x'\cos\theta & 1 \end{vmatrix} = 0$$

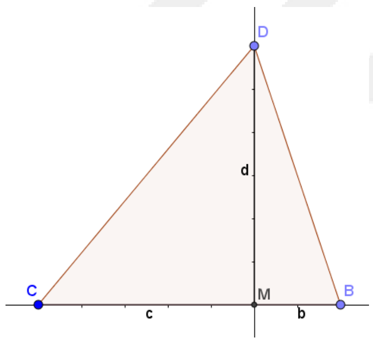
veya

$$\frac{x}{x' + y'\cos\theta} + \frac{y}{y' + x'\cos\theta} = 1$$

olarak bulunur. Bu eşitliği dik eksenlerde düşünecek olursak $\cos 90° = 0$ olacağından,

$$\frac{x}{x'} + \frac{y}{y'} = 1$$

denklemine ulaşılır. Şükrü Bey'in de ifadesiyle bu doğruya Simson doğrusu adı verilmektedir (Sayan, 1331/1912, s. 253-254).



Şekil 60

Bu bölümün son başlığında Şükrü Bey, *Euler (Öler -أوله ر)*[146] *da'vâsı* olarak tanıttığı dokuz nokta çemberini ele almıştır. Şekil 60'da (Sayan, 1331/1912, s. 254) görülen $(\overset{\Delta}{BCD})$'nde DM yüksekliği y ekseni, BC kenarı x ekseni, $|MB| = b, |MC| = c, |DM| = d$ olmak üzere, söz konusu üçgenin kenar orta noktalarının koordinatları

$$L(x_1, y_1) = L\left(\frac{b+c}{2}, 0\right)$$

$$N(x_2, y_2) = N\left(\frac{b}{2}, \frac{d}{2}\right)$$

[146] L. Euler (1707-1783), İsviçreli matematikçi.

$$K(x_3, y_3) = K\left(\frac{c}{2}, \frac{d}{2}\right)$$

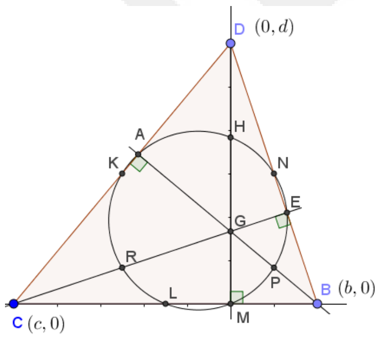
olacağından bu noktalardan geçen dairenin denklemi,

$$\begin{vmatrix} x^2+y^2 & x & y & 1 \\ \dfrac{(b+c)^2}{4} & \dfrac{b+c}{2} & 0 & 1 \\ \dfrac{b^2+d^2}{4} & \dfrac{b}{2} & \dfrac{d}{2} & 1 \\ \dfrac{c^2+d^2}{4} & \dfrac{c}{2} & \dfrac{d}{2} & 1 \end{vmatrix} = 0$$

uzun ve zahmetli determinantı çözüldüğünde,

$$x^2 + y^2 - \frac{1}{2}x(b+c) + \frac{1}{2d}y(bc - d^2) = 0 \ldots (1)$$

olarak bulunur. Benzer şekilde söz konusu üçgenin üç köşesinden indirilen dikmelerin değme noktalarının koordinatlarından (Şekil 61),



Şekil 61

$$M(x_4, y_4) = M(0,0)$$

olduğu aşikârdır. Bunun yanında, dik kesişen BD kenarı ile CE dikmesinin denklemleri,

$$BD: \frac{x}{b} + \frac{y}{d} = 1$$

$$CE: y = \frac{b}{d}(x - c)$$

ortak çözüldüğünde E noktasının koordinatları,

$$E(x_5, y_5) = E\left(\frac{b^2c + d^2b}{b^2 + d^2}, \frac{b^2d - bcd}{b^2 + d^2}\right)$$

olarak bulunur. Benzer şekilde dik kesişen CD kenarı ile BA dikmesinin denklemleri

$$CD: \frac{x}{c} + \frac{y}{d} = 1$$

$$BA: y = \frac{c}{d}(x - b)$$

ortak çözüldüğünde A noktasının koordinatları,

$$A(x_6, y_6) = A\left(\frac{bc^2 + cd^2}{c^2 + d^2}, \frac{dc^2 - bcd}{c^2 + d^2}\right)$$

şeklinde elde edilir. Burada dikkati çeken bir nokta, Şükrü Bey'in doğru ve dikmelerin denklemlerini vermeden sadece noktaların koordinatlarını vermekle yetinmesi, herhangi bir ispat yapmamış olmasıdır. Söz konusu yükseklik ayaklarından geçen dairenin denklemini elde etmek için ise

$$\begin{vmatrix} x^2 + y^2 & x & y \\ (b^2c + d^2b)^2 + (b^2d - bcd)^2 & b^2c + d^2b & b^2d - bcd \\ (bc^2 + cd^2)^2 + (c^2d - bcd)^2 & bc^2 + cd^2 & c^2d - bcd \end{vmatrix} = 0$$

determinantı çözüldüğünde bu üç noktadan geçen dairenin denklemi

$$x^2 + y^2 - \frac{1}{2}x(b + c) + \frac{1}{2d}y(bc - d^2) = 0 \ldots (2)$$

olarak bulunur. Son olarak, yüksekliklerin kesim noktasının, üçgenin köşelerine olan uzaklıklarının orta noktalarının koordinatları,

$$R(x_7, y_7) = R\left(\frac{c}{2}, -\frac{bc}{2d}\right)$$

$$P(x_8, y_8) = P\left(\frac{b}{2}, -\frac{bc}{2d}\right)$$

$$H(x_9, y_9) = H\left(0, \frac{d^2 - bc}{2d}\right)$$ [147]

şeklinde elde edilerek bu noktalardan geçen dairenin denklemi

$$\begin{vmatrix} x^2 + y^2 & x & y & 1 \\ \frac{c^2}{4} + \frac{b^2c^2}{4d^2} & \frac{c}{2} & -\frac{bc}{2d} & 1 \\ \frac{b^2}{4} + \frac{b^2c^2}{4d^2} & \frac{b}{2} & -\frac{bc}{2d} & 1 \\ \frac{\left(d^2 - bc\right)^2}{4d^2} & 0 & \frac{d^2 - bc}{2d} & 1 \end{vmatrix} = 0$$

determinantı çözüldüğünde[148],

$$x^2 + y^2 - \frac{1}{2}x(b + c) + \frac{1}{2d}y(bc - d^2) = 0 \ldots (3)$$

olarak (1) ve (2) eşitlikleri ile aynı şekilde elde edilir. Şükrü Bey tüm işlemlerin ardından, söz konusu 9 noktadan aynı dairenin geçtiğini ve bu daireye *dokuz nokta dâiresi* denildiğini belirtmiştir. Bunun yanında söz konusu üçgenin çevrel çemberinin yarıçapının, aynı üçgenin dokuz nokta çemberinin yarıçapının iki olduğunu yine analitik olarak ispatlamıştır (Sayan, 1331/1912, s. 254-257).

Simson doğrusu ve dokuz nokta çemberinin ispatına Şükrü Bey'in yararlandığı kaynaklarda rastlanmamıştır. Sentetik olarak pratik bir şekilde ispatlanabilen bu

---

[147] H'nin koordinatları paydadaki ufak bir hata ile $H\left(0, \frac{d^2-bc}{2}\right)$ şeklinde verilmiştir. Aynı hata determinant alınırken de tekrarlanmıştır (Sayan, 1331/1912, s. 256). Doğrusu yukarda verildiği gibidir, paydanın $(2d)$ olması gerekmektedir.

[148] Determinantın ikinci satırındaki c^2'yi Şükrü Bey yazım hatası ile c olarak yazmıştır, doğrusu yukarda verildiği gibidir (Sayan, 1331/1912, s. 256).

bahislerin uzun ve zahmetli ispatını Şükrü Bey'in kendisinin yaptığı düşünülmektedir. Bu ispatları yaparken ufak bir iki harf hatası dışında başarılı bir anlatım sergilediği görülmektedir.

2.3.1.3 İkinci Dereceden Eğrilerin Sınıflandırılması

Kitabın üçüncü ana başlığı, *derece-i sâniye münhaniyyâtının tasnifi* ifadesi ile ikinci dereceden eğrilerin sınıflandırılmasına ayrılmıştır[149]. Şükrü Bey'in yararlandığı yazarlardan Niewenglowski bu konuyu *courbes du second degré* (Niewenglowski, 1894, s. 215) başlığı ile ele almıştır. İki yazarın konuyu işleyiş şeklinde benzerlikler mevcuttur. Örneğin Niewenglowski türevin geometrik yorumunu,

> …le coefficient angulaire de la tangente en un point M d'un arc de courbe est égal à la dérivée de l'ordonée, prise par rapport à l'abscisse (Niewenglowski, 1894, s. 216).

şeklinde ifade ederken, benzer bir anlatım Şükrü Bey'de de karşımıza çıkmaktadır:

> …bir münhanîye bir noktadan resm olunan hatt-ı mümâssın emsâl-i zâviyesi, münhanî-i mezkûrun y tertibinin x faslasına nazaran birinci mertebeden müştakkına müsâvîdir (Sayan, 1331/1912, s. 259).

Şükrü Bey, konunun girişinde verdiği tanımlardan sonra katsayıları gerçek olan

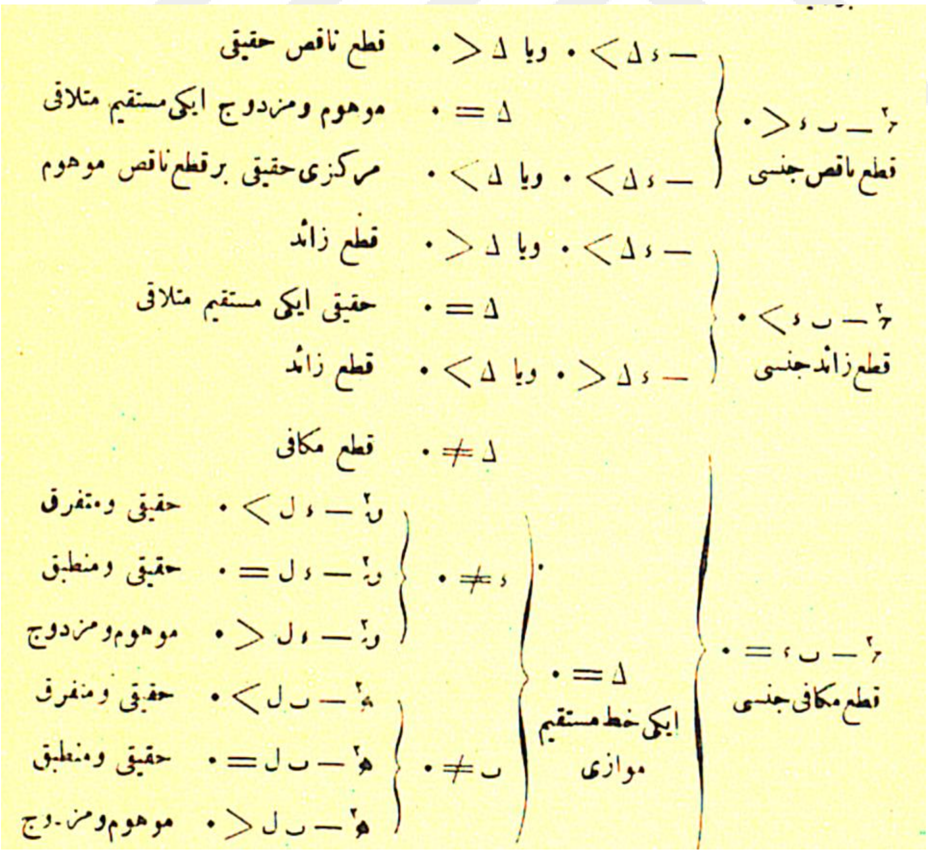
$$bx^2 + 2cxy + dy^2 + 2ex + 2vy + h = 0 \ldots (1)$$

denkleminin gösterdiği eğrileri, katsayılarının durumuna göre incelemeye almıştır. Başlıklar, şekiller ve inceleme tarzı Zihnî Efendi ile de benzerlik göstermektedir;

---

[149] *Derece-i sâniye münhaniyyâtının tasnifi* (Sayan, 1331/1912, s. 258).

örneğin her iki yazar da denklemin $d \neq 0$ halini inceleyerek konuya başlamış (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 151-176; Sayan, 1331/1912, s. 259-291), daha sonra d'nin diğer hali $d = 0$ durumu incelenmiştir (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 176-182; Sayan, 1331/1912, s. 291-297). Aslında Şükrü Bey ile Zihnî Efendi arasında konunun işlenişindeki bu benzerlik, yadsınmaması gereken bir durumdur, çünkü analitik geometri kitaplarında, özellikle koni kesitleri (1)'deki genel denklemden elde edilmekte ve hemen hepsinde bu katsayı incelenmesine ve sınıflandırmaya yer verilmektedir (Balcı, 2012, s. 129, 133, 143; Bôcher, 1915, s. 172-193). (1) denkleminin katsayı incelemelerine ilişkin Şükrü Bey'in tablosu Şekil 62 (Sayan, 1331/1912, s. 303), Niewenglowski'nin tablosu ise Şekil 63'de (Niewenglowski, 1894, s. 228) verilmiştir.



Şekil 62

$\delta > 0.$	$-C\Delta > 0,$	**ellipse réelle.**
	$\Delta = 0,$	**deux droites imaginaires conjuguées, concourant en un point réel.**
	$-C\Delta < 0,$	**ellipse imaginaire.**
$\delta < 0.$	$\Delta \neq 0,$	**hyperbole.**
	$\Delta = 0,$	**deux droites réelles concourantes.**
$\delta = 0.$	$\Delta \neq 0,$	**parabole.**
	$\Delta = 0,$ **deux droites parallèles,**	$E^2 - CF > 0 \quad D^2 - AF > 0,$ **réelles et distinctes.**
		$E^2 - CF = 0$ ou $D^2 - AF = 0,$ **confondues.**
		$E^2 - CF < 0 \quad D^2 - AF < 0,$ **imaginaires conjuguées.**

Şekil 63

İki tablodaki ufak farklılıklara rağmen, benzer ifadeler de dikkat çekmektedir. Örneğin Şekil 62 ve 63 incelendiğinde, hiperbolün (*kat'-ı zâ'id*) söz konusu olduğu maddelerde, Şükrü Bey'in $\Delta < 0, \Delta > 0$ olarak ifade ettiği başlığı, Niewenglowski $\Delta \neq 0$ olarak ifade etmiştir, anlatılmak istenen aynı şeydir.

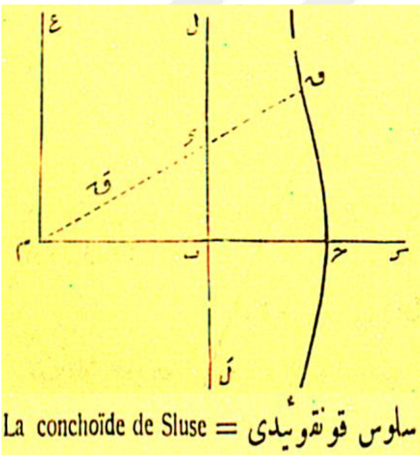
2.3.1.4 Geometrik Yer

Şükrü Bey'in *mahall-i hendesî*, Niewenglowski ve Puvost'un *lieux géométriques* (Niewenglowski, 1894, s. 196; Pruvost, 1891, s. 135) olarak ele aldığı, *locus* olarak da bilinen "geometrik yer" konusunda, her ne kadar Şükrü Bey kitabının kaynağı olarak Niewenglowski ve Pruvost'u gösterse de söz konusu yazarlar farklı konuları ele almıştır. Şükrü Bey, bu konunun önemini ve bu konunun sentetik geometri ile ele alınmasının zorluğunu şu şekilde dile getirmiştir:

> Havâss-ı müşterekeye hâiz (ortak özelliklere sahip) bulunan birtakım nukâtın hey'et-i mecmûasına mahall-i hendesî namı verilir. Mahall-i hendesî hendese-i tahlîliyyenin en mühim maksatından

> birini; ta'biri diğerle mevzû'nu teşkil eder. Hendese-i âdiyye[150] ile mahall-i hendesî taharrîsi (incelemesi) pek müşküldür. Hendese-i tahlîliyye ise bu müşkülâtı ber-taraf eder. Çünkü hendese-i tahlîliyye ile mahall-i hendesî ta'yîn etmek demek mahall-i hendesîye 'âid lâ-ale't-ta'yîn bir noktanın س ، ع (x, y) kemmiyyât-ı vaz'iyyesi miyânında bir münâsebet-i cebriyyeyi irâe iden bir muâdele ta'yîn etmekten 'ibârettir (Sayan, 1331/1912, s. 381).

Başhoca ve Zihnî Efendi'nin de yer verdiği sisoid (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 40-42; Başhoca, 1258/1842, s. 238) ve strofoid (Başhoca, 1258/1842, s. 224-226; Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 43-48) gibi eğrileri de ele alan Şükrü Bey (Sayan, 1331/1912, s. 403-421), bu eğrilerin dışında her analitik geometri kitabında karşımıza çıkmayan, "üst düzey" olarak nitelendirebileceğimiz eğrilerle birlikte, bu bölümde 44 farklı eğriyi incelemiştir. Söz konusu eğrilerden üç tanesi de *Sluse*[151], *Qülp*[152] *ve Nicoméde*[153] *konkoidi* olmak üzere, *konkoidler* başlığı altında ele alınmıştır (Sayan, 1331/1912, s. 449-468). Konkoid eğri ailesinde pek çok eğrinin bulunduğunu belirten Şükrü Bey, sadece bu üç eğriye yer vermiş, ilk olarak da *Sluse konkoidini* ele almıştır. Bu eğrinin geometrik yerini ise şu şekilde ifade etmiştir (Şekil



Şekil 64

[150] Hendese-i âdiyye: Elemanter geometri [Fr. géométrie élémentaire] (Devellioğlu, 2012, s. 411).
[151] René François de Sluse (veya Sluze) (1622-1685). Bugün Belçika sınırları içinde kalan Liége kentinin ileri gelen ailelerinden birinin üyesidir. Huygens ve Pascal ile olan yazışmalarında ortaya attığı bir dizi eğri Sluse'un adıyla anılmaktadır (Boyer C. B., 2015, s. 409).
[152] L. Arch Qülp'un 1868 tarihli, konkoidler hakkında bir yayını mevcuttur (London, R. S. (1908). *Catalogue of Scientific Papers, 1800-1900: Subject Index (Vol. 1)*. London: Cambridge at the University Press. s. 531). Yazarın adına "Külp" olarak rastlamak da mümkündür (Shikin, 1995, s. 128).
[153] Nicomedes MÖ 2.yy., Yunan matematikçi.

64 (Sayan, 1331/1912, s. 449)): c^2 sabit bir miktar olmak üzere, M (م) noktasından LL' (ل لَ) sabit doğrusuna çizilen MD (م د) keseni üzerinde

$$MD.DK = c^2 \dots (1)$$

eşitliği olacak şekilde bir K (ق) noktası varsa, MD keseninin M noktası etrafında döndürülmesi halinde K noktasının geometrik yeri Sluse konkoidini meydana getirir. Eğrinin kutupsal ve kartezyen denklemini elde ederken ilk olarak, $(\widehat{BMD}) = \alpha$ ve MB(م ب) uzunluğu b, $|MK| = r$ olmak üzere,

$$\cos\alpha = \frac{b}{MD}$$

$$MD = \frac{b}{\cos\alpha} \dots (2)$$

ve ayrıca

$$DK = MK - MD \dots (3)$$

olduğundan, (1) ve (2) eşitlikleri birlikte düşünüldüğünde,

$$DK = r - \frac{b}{\cos\alpha} \dots (3)$$

elde edilir. Bunun yanında (1) ve (2) birlikte düşünüldüğünde

$$DK = \frac{c^2\cos\alpha}{b} \dots (4)$$

eşitliği (3)'te yerine yazıldığında,

$$\mathrm{r} = \frac{c^2\cos\alpha}{b} + \frac{b}{\cos\alpha} \dots (5)$$

şeklinde, eğirinin kutupsal denklemi elde edilir. Bu denklemi kartezyen denkleme dönüştürmek için ise, K noktasının koordinatları (x, y) olmak üzere $r^2 = x^2 + y^2$ ve $\cos\alpha = \frac{x}{r}$ ifadeleri (5) eşitliğinde yerine yazılarak gerekli düzenlemeler yapıldığında,

$$c^2x^2 = b(x^2 + y^2)(x - b)^{154} \ldots (6)$$

şeklinde Sluse konkoidinin kartezyen denklemi elde edilmiş olur. Şükrü Bey'in ifadesi ile, denklem üçüncü dereceden olduğu için bu eğriye *Silus mik'abiyyesi (La cubique de Sluse)* de denilmektedir (Sayan, 1331/1912, s. 449-450). (6) eşitliği eğri için verilen modern gösterim ile örtüşmektedir (Ghersi, 2004, s. 358). Bu denklemi y değişkenine göre düzenlediğimizde şu eşitlik elde edilir:

$$y^2 = \frac{x^2(b^2 + c^2 - bx)}{b(x - b)} \ldots (7)^{155}$$

$x = b$ alındığında (7) eşitliği tanımsız, yani Şükrü Bey'in ifadesi ile, y *tertibi nâ-mütenâhî* olduğundan, $x = b$ ile gösterilen LL' doğrusu söz konusu eğrinin asimptotu olmaktadır. Ayrıca $y = 0$ alındığında,

$$x = \frac{b^2 + c^2}{b}$$

değeri MC (م ج) apsis değerine eşit olur. Şükrü Bey, eğrinin C noktasından geçerek LL' doğrusu boyunca uzandığını, ayrıca x ekseninin eğrinin simetri ekseni olduğunu şu şekilde dile getirmiştir:

Münhanî (eğri) C noktasından mürûr ederek (geçerek) LL' hatt-ı

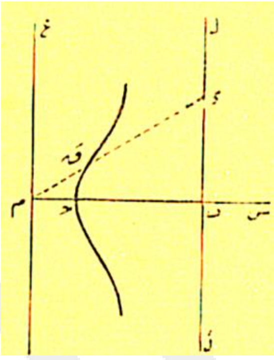
---

[154] Bu denklem modern gösterimle örtüşmektedir (Shikin, 1995, s. 129).

[155] Şükrü Bey, denklemi harf hatası ile $y^2 = \frac{x^2(b^2+c^2-bx)}{(x-b)}$ şeklinde yazmıştır (Sayan, 1331/1912, s. 451). Doğrusu yukarda yazıldığı gibidir.

mücânibi (asimptotu) istikâmetinde nâ-mütenâhî (sonsuz) imtidâd (uzama) ettiği gibi MX hattı da bir mihver-i tenâzurîsinden[156] ibarettir (Sayan, 1331/1912, s. 451).

Şükrü Bey, MD keseni üzerinde, $DK = DK'$ olacak şekilde K' noktası alındığında, bu noktanın geometrik yerinin yine Sluse konkoidinin başka bir çeşidi olacağını belirtmiş (Şekil 65 (Sayan, 1331/1912, s. 452)) ve denklemini ise ilk denklemlere göre işaret farkı ile,



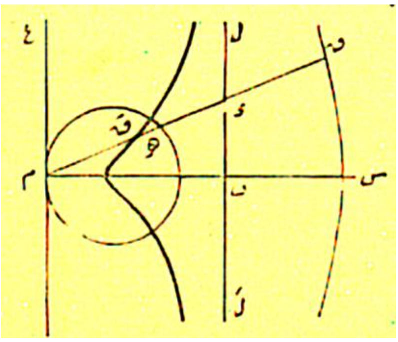
Şekil 65

$$MD.DK' = -c^2$$

$$-c^2x^2 = b(x^2 + y^2)(x - b)^{157}$$

olarak elde etmiştir (Sayan, 1331/1912, s. 451-452).

Sluse konkoidinin bu iki çeşidi için Şükrü Bey'in verdiği *usûl-ü tersîm* yani çizme yöntemi ise şu şekildedir (Şekil 66 (Sayan, 1331/1912, s. 452)): M başlangıç noktasından y eksenine teğet bir daire ile LL' sabit doğrusu alınarak, MD (م د) keseni üzerinde $DK = MH$ (د ق = م ه) ve $MK' = DH$ (م قَ = د ه) olacak şekilde belirlenen K ve K' noktalarının geometrik yeri, Sluse konkoidinin yukarıda bahsedilen iki çeşidini verir.



Şekil 66

[156] Tenâzur mihveri: Simetri ekseni [Fr. axe (ou ligne) de symétrie, İng. axis (or line) of symmetry] (Tuncer, 1995, s. 243). Tenâzurî: Simetrik (Devellioğlu, 2012, s. 1255).
[157] Bu denklem modern gösterimle örtüşmektedir (Shikin, 1995, s. 131).

$MB = b$, dairenin çapı d, $s(\widehat{BMD}) = \alpha$ olmak üzere, çapı gören çevre açı 90° olduğundan,

$$\cos\alpha = \frac{MH}{d}$$

yazılabilir. Buradan,

$$\mathrm{DK} = \mathrm{MH} = \mathrm{d}.\cos\alpha \ldots (1)$$

olur ve $(\Delta\, MBD)$ dik üçgeninde ise,

$$MD = \frac{b}{\cos\alpha} \ldots (2)$$

eşitliği (1) ile taraf tarafa çarpıldığında,

$$MD.DK = b.d \ldots (3)$$

elde edilir. (3) eşitliğinde $b.d$ sabit bir değer olduğundan $MD.DK$ de sabit bir sayı olacaktır. Eğrinin çizimi için *esâs* kabul edilen dairenin yarıçapının tespiti için ise, konkoidin geometrik yeri için en başta verilen

$$MD.DK = c^2$$

ile (3) eşitliği birlikte düşünüldüğünde,

$$c^2 = b.d \ldots (4)$$

olup, söz konusu yarıçap

$$d = \frac{c^2}{b} \ldots (5)$$

şeklinde elde edilir. Bu durumda, c^2 ve b birlikte verildiğinde dairenin çapının tespit edilebileceği anlaşılmaktadır. $x = b$ de LL' doğrusu olduğundan, eğrinin çizimi için *esâs* teşkil eden daire ve asimptot elde edilmiş olur. Bu durumda orijinden geçen söz konusu dairenin denklemi,

$$\left(x - \frac{c^2}{2b}\right)^2 + y^2 - \frac{c^4}{4b^2} = 0$$

gerekli düzenlemeler yapıldığında,

$$x^2 + y^2 - \frac{c^2}{b}x = 0 \ldots (6)$$

olarak bulunur. k evirtim kuvveti, (4) denkleminde verilen $c^2 = b.d$'ye eşit olmak üzere, (6) dairesinin evirtimini bulmak için, Şükrü Bey'in daha önce evirtim başlığında verdiği,

$$x = \frac{kx'}{x'^2 + y'^2} \ldots (7)$$

$$y = \frac{ky'}{x'^2 + y'^2} \ldots (8)$$

eşitlikleri (Sayan, 1331/1912, s. 244) (6) denkleminde yerine yazılarak gerekli sadeleştirmeler yapıldığında,

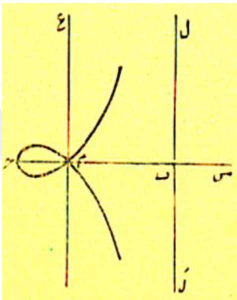
$$x' - b = 0$$

ifadesinin LL' doğru denklemi olduğu görülmektedir. Bununla birlikte,

$$x - b = 0$$

doğrusunun benzer şekilde evirtimi alındığında (6) eşitliği ile verilen daire denkleminin elde edildiği görülür (Sayan, 1331/1912, s. 452-454). Bu durum hakkında Şükrü Bey'in ifadeleri ise şu şekildedir:

> Münhanînin tersiminde esâs olan dâire ile LL' hatt-ı müstakîmi yek-dîgerinin aksi oldukları anlaşılır. O halde Silus konkoidinin tersiminde bunlardan yalnız birini ma'lûm olarak i'tâ' etmek kifâyet eder (Sayan, 1331/1912, s. 454).



Şekil 67

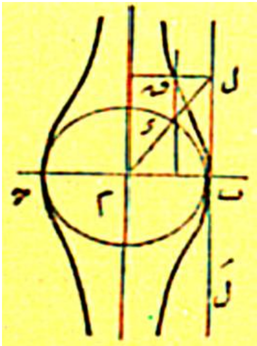
Buraya kadar anlatılanların $b^2 > c^2$ durumuna göre ele alındığını belirten Şükrü Bey, $b^2 < c^2$ olması durumunda ise, yine denklemin bir konkoid ifade edeceğini ancak görünümünün ilkinden farklı olacağını belirtmiştir (Şekil 67 (Sayan, 1331/1912, s. 454)). Özel durum olarak da, $c^2 = b^2$ olması halinde $c^2x^2 = b(x^2 + y^2)(x - b)$ Sluse konkoidi denkleminin,

$$y^2 = \frac{x^3}{b - x}$$

şekline dönüşeceğini[158] ve bunun da dik sisoid olacağını belirtmiştir (Sayan, 1331/1912, s. 454)

Eğriyi tüm detaylarıyla incelemeye devam eden Şükrü Bey, $c^2x^2 = b(x^2 + y^2)(x - b)$ denkleminde (7) ve (8) denklemlerini yerine yazarak, Sluse konkoidinin evriğini gerçek bir elips olarak belirlemiştir (Sayan, 1331/1912, s. 455).

[158] Modern kaynaklar da dik sisoidin denklemini bu şekilde vermektedir (Lockwood, 1963, s. 132).



Şekil 68

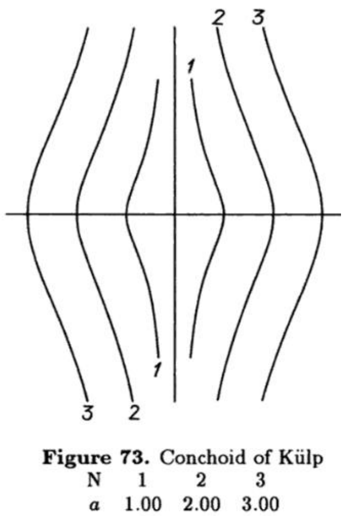
Şükrü Bey konkoid ailesinde ikinci olarak Qülp konkoidini ele almış, çizimini ise şu şekilde açıklamıştır (Şekil 68 (Sayan, 1331/1912, s. 455)): Çapı BC (ب ح) bir dairenin B noktasına teğet LL' doğrusu ile M merkezinden rastgele bir ML (لم) keseni çizilsin. Dairenin üzerindeki D (د) noktasının ordinatı ile dairenin çapına paralel çizilen LK (لن) doğrusunun kesişim yeri olan K noktasının geometrik yeri söz konusu eğriyi vermektedir (Şekil 68). Kulp konkoidinin kartezyen denklemini ise Şükrü Bey şu şekilde elde etmiştir: BC çapı x ekseni, çapa m noktasında dik doğru y ekseni, dairenin yarıçapı b, $s(\widehat{BML}) = \theta$ ve K noktasının koordinatları (x, y) olmak üzere,

$$x = \mathrm{b}.\cos\theta\,, \qquad y = b.\tan\theta$$

elde edilir. θ açısının bulunduğu üçgenler arasında benzerlik kurularak bu açı yok edildiğinde bu eğrinin denklemi modern anlatımla örtüşecek şekilde,

$$x^2y^2 = b^2(b^2 - x^2)$$

olarak elde edilir (Sayan, 1331/1912, s. 455-456)[159]. Bu eğri için günümüz kitaplarında verilen çizim Şekil 69'da verilmiştir (Shikin, 1995, s. 127).



Şekil 69

Şükrü Bey, konkoidler başlığında son olarak ele aldığı Nicomede konkoidinin, kübün hacminin iki katına çıkarılması *(taz'îf-i mik'âb)*,

[159] Artobolevskii bu eğrinin denklemini $r^2x^2 + x^2y^2 = r^4$ olarak vermiştir. $r = b$ alınarak gerekli düzenlemeler yapıldığında iki denklemin de aynı olduğu görülecektir (Artobolevskii, 1964, s. 200).

bir açının üç eşit parçaya ayrılması *(teslîs-i zâviye)* gibi problemlerin çözümünde kullanıldığını belirterek, bu eğrinin kutupsal ve kartezyen denklemlerinin ispatını Sluse ve Qülp konkoidlerine benzer şekilde elde etmiştir (Sayan, 1331/1912, s. 456-461).

Konkoid denilince akla ilk gelen Nicomede konkoidinin aksine, Qülp ve Sluse konkoidleri daha özel, kitaplarda zor bulunabilecek eğrilerdir. Şükrü Bey'in bu tip eğrilere kitabında yer vermesi konuya vakıf olduğunun bir göstergesidir.

Geometrik yer konusunda ele alınan diğer bir eğri ailesi de *mahrûtiyyâtın mihrâkî konko'îdleri: conchoïdes focales des coniques* (Sayan, 1331/1912, s. 468) başlığı ile "koni kesitlerinin kostik eğrileri" konusudur. Şükrü Bey, kitabında *mihrâk* (محراق) kelimesini bu maddede "focal" anlamında, 222. maddedeki *münhanî-i mihrâkî: caustique*[160] (Sayan, 1331/1912, s. 742) başlığında ise "caustique" anlamında kullanmıştır. Öyle görünüyor ki, yazar "focal" ve "caustique" sözcüklerini eş anlamlı görmektedir. Gerçekten de, herhangi bir yüzeyden yansıyan veya bu yüzeyden kırılarak geçen ışınlar, bir eğri boyunca toplanırsa kostik eğrileri, bir noktada toplanırsa *focus* yani odak noktasını meydana getirmektedir. Her iki sözcüğün de anlamında "yakan-yakıcı" olduğundan, *mahrûtiyyâtın mihrâkî konko'îdleri*: *conchoïdes focales des coniques* cümlesinin Fransızca karşılığındaki "focal" yerine "caustique" getirilebilir. Bu maddede ele alınan her başlığın yanına Fransızcaları da yazılmıştır:

- Kat'-ı nâkısî konko'îd: La Conchoïde focale de l'ellipse (469)
- Kat'-ı zâ'idî konko'îd: La Conchoïde focale de l'hyperbol (473)

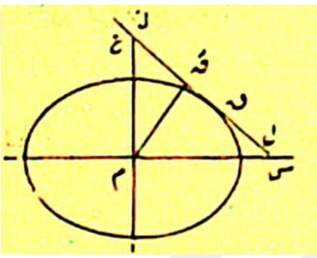
---

[160] Münhanî-i mihrâkî: Caustic veya kostik eğrileri (Hacısalihoğlu, 1983, s. 159) (Ayrıca bk. (Lockwood, 1963, s. 183; Lawrence, 1972, s. 60) [İng. caustic curves].

- Kat‘-ı mükâfî konko’îd: La Conchoïde focale de La parabole (478)

Lemniskat[161] ailesi de Şükrü Bey’in çok detaylı ele aldığı eğri ailelerinden biridir. Bu başlık altında 4 farklı eğri ele alınmıştır:

- Kat‘-ı nâkısî lemniskât: Lemniscate elliptique[162] (481)
- Kat‘-ı zâ’idî lemniskât: Lemniscate hyperbolque[163] (484)
- Bernoili lemniskatı: La Lemniscate de Bernoulli[164] (489)
- Jerono lemniskatı: Lemniscate de Gerono[165] (495)



Şekil 70

Bunlardan ilki eliptik lemniskat eğrisidir. Şükrü Bey ilk olarak, bu eğrinin çizimine esas teşkil edecek bir elips ile başlayarak eğrinin geometrik yerini şu şekilde ifade etmiştir (Şekil 70 (Sayan, 1331/1912, s. 481)):

> Münhanînin tersimine esâs olmak üzere bir kat‘-ı nâkıs alınarak buna resm olunan hatt-ı mümâsslar (teğetler) üzerine M merkezinden ikame olunan (yerleştirilen) amûdların mevki-i amûd (dikme ayağı) noktalarının mahall-i hendesîsi olan münhanîden ibarettir (Sayan, 1331/1912, s. 481).

Eğrinin kartezyen denklemi ise şu şekilde elde edilmiştir: Elips üzerinde alınan herhangi bir K' noktasının koordinatları (x', y') olsun. Bu durumda elipsin denklemi,

---

161 Lemniskat: Sonsuz sembolü şeklindeki eğri (Cajori F. , 2014, s. 224).

162 Kartezyen denklemi $(x^2+y^2)^2 = a^2x^2+b^2y^2$ olan eğriler [İng. elliptic lemniscate] (Shikin, 1995, s. 190).

163 Kartezyen denklemi $(x^2+y^2)^2 = a^2x^2-b^2y^2$ olan eğriler [İng. hyperbolic lemniscate] (Shikin, 1995, s. 221).

164 Kutupsal denklemi $r^2 = a^2\cos 2\theta$, kartezyen denklemi $(x^2+y^2)^2 = a^2(x^2-y^2)$ olan eğri [İng. lemniscate, lemniscate of Bernoulli] (Lockwood, 1963, s. 116-117; Shikin, 1995, s. 233).

165 Kartezyen denklemi $x^4 = a^2(x^2-y^2)$ olan eğri [İng. eight lemniscate or lemniscate of Gerono]. (Lawrence, 1972, s. 124-126; Shikin, 1995, s. 235; Sayan, 1331/1912, s. 496).

$$\frac{x'^2}{b^2} + \frac{y'^2}{c^2} = 1$$

$$c^2x'^2 + b^2y'^2 - b^2c^2 \ldots (1)$$

olur (Sayan, 1331/1912, s. 481). Bu denklemin x'e göre türevi alındığında, K' noktasında elipse teğet olan LL' doğrusunun eğimi bulunur. Bu değer, bir noktası ve eğimi bilinen doğru denkleminde yerine yazıldığında LL' teğetinin denklemi (Balcı, 2012, s. 80),

$$c^2x'x + b^2y'y - b^2c^2 = 0 \ldots (2)$$

olarak elde edilir. Bu teğetle eğimleri çarpımı (-1) olan MK' dikmesinin denklemi de,

$$y = \frac{b^2y'}{c^2x'}x \ldots (3)$$

olarak elde edilir. Teğet ve dikmenin denklemleri ortak çözülerek, elde edilen koordinatlar elipsin denkleminde yerine yazıldığında (x', y') değerleri yok olmaktadır. Sonuç olarak K noktasının geometrik yeri olan eliptik lemniskatın denklemi,

$$(x^2 + y^2)^2 = b^2x^2 + c^2y^2 \ldots (4)$$

olarak elde edilir. Bu denklemde,

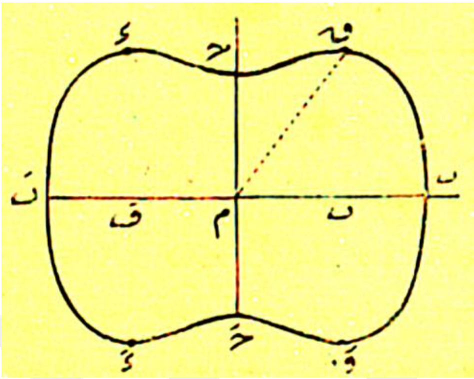
$$r^2 = x^2 + y^2, \qquad y^2 = \sin^2 \delta, \qquad x^2 = \cos^2 \delta$$

ifadeleri yerine yazıldığında eğrinin kutupsal denklemi,

$$r = \pm\sqrt{c^2 \sin^2 \delta + b^2 \cos^2 \delta}$$

olarak elde edilir. Bu denklem y^2'ye göre çözüldüğünde,

$$y^2 = -\frac{2x^2 - c^2}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{4(b^2 - c^2)x^2 + c^4} \ldots (6)$$



Şekil 71

bulunur. Bu denklemde y'nin gerçek olması için,

$$\sqrt{4(b^2 - c^2)x^2 + c^4} > 0$$

ayrıca

$$\sqrt{4(b^2 - c^2)x^2 + c^4} \geq 2x^2 - c^2 \ldots (7)$$

olması gerekir. (7) eşitliğinde her iki tarafın karesi alındığında,

$$x^2 \leq b^2 \rightarrow \mathrm{x} \leq b$$

şeklinde elde edilir. Eğrinin eksenleri kestiği noktaların tespiti için, (4) denkleminde

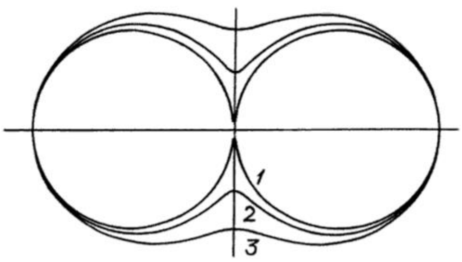
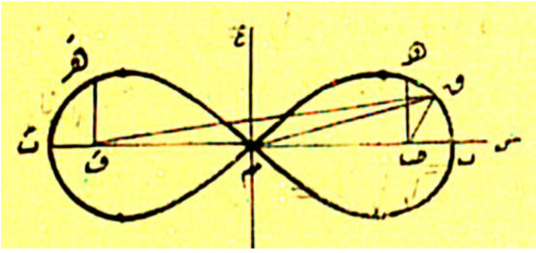


Figure 173. Elliptic lemniscate

N	1	2	3
b	0.10	0.30	0.50
a	1.00	1.00	1.00

Şekil 72

$x = 0$ değeri için $y = \pm c$ ve $x = b$ değeri için $y = 0$ elde edilir. Bu noktalar dikkate alındığında x ve y eksenlerinin her ikisinin de, eğrinin simetri eseni (*mihver-i tenâzurî*) olduğu görülmektedir (Sayan, 1331/1912, s. 481-484) (Şekil 71 (Sayan, 1331/1912, s. 483)). E. V. Shikin'in verdiği şekil ve formüller Şükrü Bey'in ifadeleri ile örtüşmektedir (Şekil 72 (Shikin, 1995, s. 191)).



Şekil 73

Benzer işlemler elips yerine hiperbol için takip edildiğinde, Şükrü Bey'in ikinci olarak ele aldığı hiperbolik limniskatın denklemi,

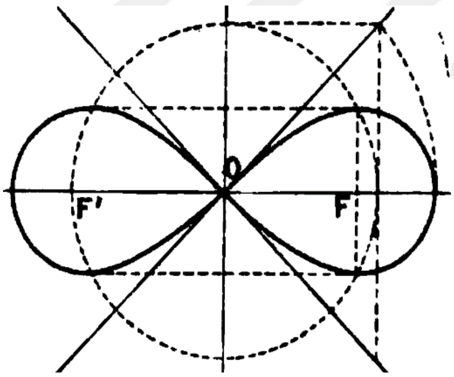
$$(x^2 + y^2)^2 = b^2x^2 - c^2y^2 \ldots (8)$$

olarak bulunur (Sayan, 1331/1912, s. 484-489).

Takip eden üçüncü başlıkta Şükrü Bey, işe ikizkenar hiperbol ile başlamıştır. (8) denkleminde,

$$b = c$$

olarak alındığında,



Şekil 74

$$(x^2 + y^2)^2 = b^2(x^2 - y^2) \ldots (9)$$

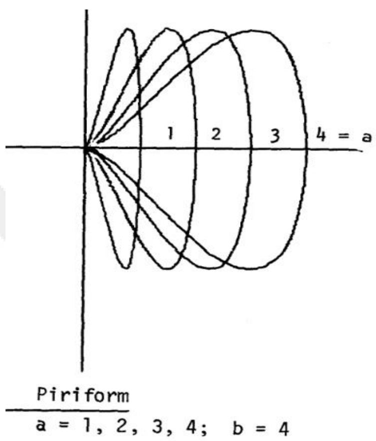
şeklindeki Bernoulli[166] lemniskatının denklemi elde edilmiş olur (Sayan, 1331/1912, s. 489) (Şekil 73 (Sayan, 1331/1912, s. 493)). Şükrü Bey'in yararlandığı kaynaklardan Niewenglowski de konu hakkında benzer bir şekle yer vermiştir (Şekil 74 (Niewenglowski, 1895, s. 133)).

J. Bernoulli, düğüm, kurdele veya "8" şeklindeki eğriler hakkında kaleme aldığı *Acta Eruditorum* adlı eseri 1694 yılında yayınlayarak, bu eğrilere "zafer çelengine bağlanmış kurdele" *(pendent ribbon, fastened to a victor's garland)*

---

[166] James Bernoulli, 1654-1705, İsviçreli matematikçi.

anlamına gelen, Latince *lemniscus* adını vermiştir. Bernoulli, Cassini ovalinin özel bir durumu olduğunu bilmediği bu eğrinin geometrik özellikleri ile ilgilenmemiş, bunun yerine eğriyi analitik olarak incelemeyi tercih etmiştir. Benoulli'nin eğrinin kiriş uzunlukları hakkındaki araştırmaları, kendisinden sonraki eliptik fonksiyonlara temel teşkil etmiştir (Lockwood, 1963, s. 116-117).



Şekil 75

Kitapta ele alınan bir diğer eğri de, Şükrü Bey'in *Armut münhanîsi: La quartique piriforme* olarak ifade ettiği eğridir. Şükrü Bey, bu eğrinin denkleminin Longchamps'ın[167] verdiği çizim yöntemi ile elde edileceğini belirtmiştir (Sayan, 1331/1912, s. 511)[168]. Bu eğrinin gerçekten de Longchamps tarafından 1886 yılında ortaya atıldığı bilinmektedir (Lawrence, 1972, s. 149). (Şekil 75 (Lawrence, 1972, s. 148)).

Şükrü Bey, eğrinin denklemini ve çizimini şu şekilde açıklamıştır (Şekil 76 (Sayan, 1331/1912, s. 512)):

> Nısf-ı kutru (yarıçapı) $\frac{b}{2}$ (ب ١/٢) ve M (م) mebde' noktasında (orijinden) y mihverine mümass (teğet) bir dâire ile $x = c$ (س = ج) muâdelesiyle (denklemiyle) iş'âr edilen CC' (ج جَ) hatt-ı müstakîmi (doğru) tasavvur edelim. İmdî: Muhît-i dâire üzerinde

[167] Gaston Albert Gohierre de Longchamps (1842-1906), Fransız matematikçi. (Ayrıca bk. (Ayme, *Gaston Albert Gohierre de Longchamps dans les journaux scientifiques*)).

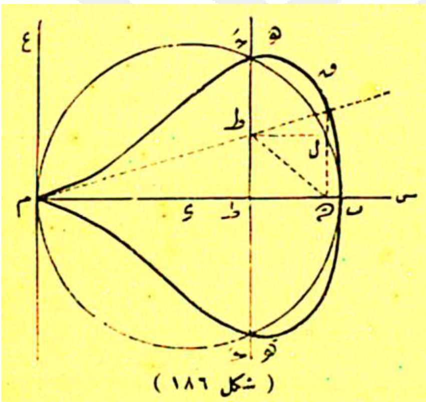
[168] The piriform, also know as the pear-shaped (armut biçimli) quartic (Lawrence, 1972, s. 149).

> bir L noktasından LN (ل ه), LT (لط) amûdları resm edilerek MT faslı ile LN amudunu kat‘ etmek üzere temdîd (uzatmak) edilecek olur ise: K (ق) tekatu‘ noktasının mahall-i hendesîsi armud münhanîsinden ‘ibârettir (Sayan, 1331/1912, s. 511-512).

Denklemini elde etmek için de L noktasının koordinatları (x, y) gösterildiğinde, çapı gören çevre açıya Öklit bağıntısı uygulandığında,

$$(LN)^2 = BN.MN \dots (1)$$

olduğundan,



Şekil 76

$$MN = x, \qquad BN = MB - MN = b - x$$

değerleri (1)'de yerine yazıldığında,

$$(LN)^2 = x(b - x) \dots (2)$$

bulunur. Halbuki:

$$LN = TT' = MT'.\tan(TMT')$$

veya,

$$TT' = c\frac{y}{x}$$

olduğundan, buradan:

$$(LN)^2 = (TT')^2 = \frac{c^2y^2}{x^2}$$

elde edilerek, bu eşitlik de (2) eşitliğinde yerine yazıldığında,

$$c^2y^2 = bx^3 - x^4 \ldots (3)$$

armut eğrisinin denklemi elde edilmiş olur (Sayan, 1331/1912, s. 512). Bu eşitlik y değişkenine göre düzenlendiğinde,

$$y = \frac{1}{c}x\sqrt{x(b-x)} \ldots (4)$$

elde edilir. Bu anlatım ve formül modern anlatımla örtüşmektedir (Fukagawa, 1987, s. 242; Lawrence, 1972, s. 148).

Şükrü Bey, eğrinin formülünün elde edilmesinden sonra çizimine geçmiştir. İlk olarak eğri denkleminin y'ye göre türevini,

$$y' = \frac{3b\sqrt{x} - 4\sqrt{x^3}}{2c\sqrt{b-x}} \ldots (5)$$

olararak bulmuştur. (4) denkleminde y'nin gerçek bir sayı olması için,

$$x(b-x) \geq 0$$

olması gerekeceğinden,

$$x \geq 0, \qquad x \leq b$$

bulunur. Bu durumda x'e $x = 0$ ve $x = b$ aralığında değerler verildiğinde, y değişkeninin değerleri de x'e eşit fakat zıt işaretli olacağından x ekseni eğrinin simetri ekseni olacaktır. Bunun yanında, $x = 0$ için $y' = 0$ olacağından, armut eğrisi için orijin, bir *nokta-ı iyâd* yani dönüm noktası (Tuncer, 1995, s. 330) teşkil etmektedir. Ayrıca $x = b$ için de payda sıfır olacağından $y' = \infty$ bulunur. Böylelikle b noktasındaki teğet de y eksenine teğet olacaktır. H, H' (ه ، هَ) noktalarının koordinatlarını bulmak için ise, $y' = 0$ olması gerektiğinden, bu noktaların apsis değeri,

$$x = \frac{3}{4}b$$

bulunur. Bu değer, eğrinin denklemi olan (3)’te yerine yazıldığında ordinat,

$$y = \pm\frac{3\sqrt{3}b^2}{16c} \dots (6)$$

elde edilir. Şükrü Bey bu değeri hatalı bir şekilde,

$$y = \pm\frac{3\sqrt{c}b^2}{16c}$$

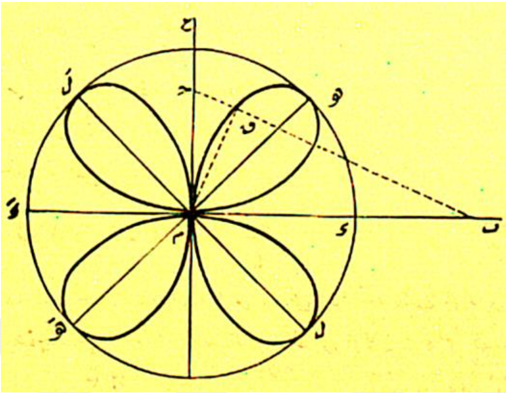
olarak bulmuştur (Sayan, 1331/1912, s. 514). Ancak, Lawrence da y değerini (6) eşitliğindeki gibi vermiştir (Lawrence, 1972, s. 150). Sonuç olarak, H, H' noktaları için $y' = 0$ değeri hesaplandığından, bu noktalardan geçen teğetler x eksenine paralel uzanmaktadırlar (Sayan, 1331/1912, s. 512-514).

Şükrü Bey’in incelediği diğer bir eğri de, *Gül (كل) münhanîsi: Rosace* başlığı ile ele aldığı eğridir. Şükrü Bey bu eğrinin geometrik yerini şu şekilde ifade etmiştir (Şekil 77 (Sayan, 1331/1912, s. 524)):

> Tûl-ü sabiti bir BC (ب ج) hatt-ı müstakîmi mx, my mihverlerine istinâden kaydırılacak olur ise; M noktasından hatt-ı müstakîmi mezkûra resm edilen MK (م ك) mevki-i amûd (dikme ayağı)

noktasının mahall-i hendesîsi de gül münhanîsinden ‘ibâret olur (Sayan, 1331/1912, s. 524).

Eğrinin denklemi ise şu şekilde elde edilmiştir: $s(\widehat{KMB}) = \alpha$, $|BC| = 2b$, mx kutup ekseni, m kutup noktası ve K noktasının koordinatları (x, y) olmak üzere, (ΔBMK) (ب م ك) ve (ΔMKC) (ب م ك) dik üçgenlerinde,



Şekil 77

$$BK = r.\tan\alpha\,, \qquad KC = r.\cot\alpha$$

eşitlikleri,

$$BK + KC = BC = 2b$$

eşitliğinde yerine yazıldığında Şükrü Bey,

$$2b = r(\tan\alpha + \cot\alpha)$$

$$r = \frac{2b}{(\tan\alpha + \cot\alpha)} \dots (1)$$

veya,

$$r = \mathrm{b}\sin 2\alpha \dots (2)$$

şeklindeki eğrinin kutupsal denklemini, gerekli düzenlemeler yapıldığında ise eğrinin kartezyen denkleminin,

$$(x^2 + y^2)^3 = 4b^2x^2y^2 \dots (3)$$

olarak elde edileceğini belirtmiştir (Sayan, 1331/1912, s. 524-525). Şükrü Bey’in atladığı işlem basamaklarını ilerletecek olursak:

$$r = \frac{2b}{\tan\alpha + \cot\alpha} \ldots (1)$$

$$r = \frac{2b}{\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} + \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}}$$

$$r = \frac{2b}{\frac{\sin^2\alpha + \cos^2\alpha}{\sin\alpha \, . \cos\alpha}}$$

$$r = \frac{2b\sin\alpha \, . \cos\alpha}{\sin^2\alpha + \cos^2\alpha}$$

eşitliğinde $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$ ve $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha \, . \cos\alpha$ eşitlikleri yerine yazıldığında,

$$r = \mathrm{b}\sin 2\alpha \ldots (2)$$

ifadesine ulaşılmış olur. Kartezyen denklem için ise,

$$r = \mathrm{b}\sin 2\alpha$$

$$r = 2b\sin\alpha\cos\alpha$$

$$r = 2b.\frac{y}{r}.\frac{x}{r}$$

$$r^3 = 2bxy$$

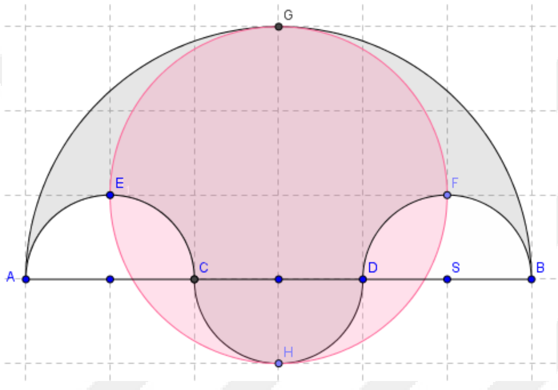
$$(r^2)^3 = 4b^2x^2y^2$$

bulunur ve $r^2 = x^2 + y^2$ olduğundan,

$$(x^2 + y^2)^3 = 4b^2x^2y^2 \ldots (3)$$

olarak eğrinin kartezyen denklemi ispatlanmış olur. Bu denklem modern kitaplarda da aynen karşımıza çıkmaktadır. Diğer eğrilerin aksine Şükrü Bey, bu eğri için herhangi bir tarihi bilgi paylaşmazken; Smith, bu eğriye *roseate curve, rosace, rhodonea* gibi adların da verildiğini (Smith, 1958, s. 330), Boyer ise eğrinin Saccheri'nin kendisi gibi

İtalyan olan öğrencisi Guido Grandi'nin (1671-1742) adıyla, "Grandi gülleri" olarak anıldığını belirtmektedir (Boyer C. B., 2010, s. 404). Şükrü Bey son olarak eğrinin Şekil 77'de verilen çizimi hakkında, (2) eşitliği ile verilen kutupsal denklemdeki α açısının 0'dan $\frac{\pi}{2}$'ye kadar artırıldığında sağ üst yaprağının, $\frac{\pi}{2}$'den π'ye kadar artırıldığında sol üst, π'den $\frac{3\pi}{2}$'ye ve $\frac{3\pi}{2}$'den 2π'ye artırıldığında ise sol ve sağ alt yapraklarının elde edileceğini belirtmiştir (Sayan, 1331/1912, s. 525).



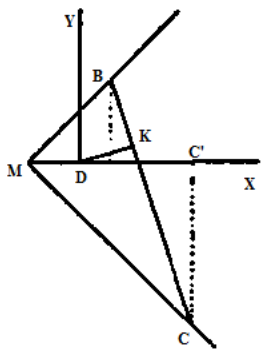
Şekil 78

Ele alınan bir diğer eğri de Şükrü Bey'in, *Böcek münhanîsi: Salinon d'Archimede veya Scrabée* (Sayan, 1331/1912, s. 527) olarak adlandırdığı, birbirine bağlı dört yarım çemberden oluşan, Şekil 78'deki $AGBFDHCE$ şeklidir. *Salinon* kelimesi Yunanca "tuzluk" anlamına gelmektedir. Archimedes, *Book of Lemmas* adlı kitabında, Salinon'un alanının, GH çaplı $GFHE$ dairesinin alanına eşit olduğunu göstermiştir (Darling, 2004, s. 282; Boyer C. B., 2015, s. 161; Lamoen, 2006). Gerçekten de $\frac{|AB|}{6} = r$ olarak alındığında $|AB|$ çaplı dairenin yarıçapı $3r$ olacağından,

$$\frac{\pi.(3r)^2}{2} - 2\frac{\pi r^2}{2} + \frac{\pi r^2}{2} \stackrel{?}{=} \pi(2r)^2$$

işlemleri yapıldığında, $4\pi r^2 = 4\pi r^2$ olduğu görülür. Şükrü Bey, eğrinin ispatına veya tarihsel arka planına yer vermemiş, geometrik yerinin tarifini ise şu şekilde ifade $\frac{\pi.(3r)^2}{2} - 2\frac{\pi r^2}{2} + \frac{\pi r^2}{2} = \pi(2r)^2$etmiştir (Şekil 79 (Sayan, 1331/1912, s. 527)):

BMC zâviye-i kaimesinin (dik açısının) dıl'larına istinâd etmek



Şekil 79

üzere tûlü sabit BC kat'-ı müstakîmesine MX hatt-ı nâsıf-ı üzerinde alınan bir D nokta-ı sabitesinden DK amûdu resm edildikte: BC hatt-ı müstakîmi MB, MC hatları üzerinde kaydırılacak olur ise; K noktasının mahall-i hendesîsi böcek münhanîsinden ibaret olur (Sayan, 1331/1912, s. 527).

Eğrinin kartezyen denkleminin elde edilmesi için öncelikle, D noktası orijin, $|MB| = b$, $|MC| = c$, $|MD| = d$ olarak kabul edilmiş, $s(\widehat{BMD}) = 45°$ olduğundan B ve C noktalarının koordinatları:

$$B\left(\frac{b\sqrt{2}}{2} - d, -\frac{b\sqrt{2}}{2}\right), \qquad C\left(\frac{c\sqrt{2}}{2} - d, \frac{c\sqrt{2}}{2}\right)$$

olarak tespit edilmiştir. Eldeki bu verilerle iki noktası bilinen doğru denkleminden BC doğrusunun denklemi:

$$\left(y - \frac{c\sqrt{2}}{2}\right)(c - b) = \left(x - \frac{c\sqrt{2}}{2} + d\right)(c + b) \ldots (1)$$

olarak bulunur. Bu doğruya dik olan ve orijinden geçen DK doğrusunun denklemi ise,

$$(b - c)x - (b + c)y = 0 \ldots (2)$$

şeklinde elde edilir. $|BC| = k$ olarak alındığında ise,

$$b^2 + c^2 = k^2 \ldots (3)$$

olur. Şükrü Bey buradan sonra, $(1), (2), (3)$ denklemlerindeki b, c değişkenlerinin yok edilmesiyle eğrinin kartezyen denklemine ulaşılacağını belirtmiş ve pek çok işlem basamağını atlayarak, tek bir rakam eksiği ile denklemi tespit etmiştir (Sayan, 1331/1912, s. 527-528). Şükrü Bey'in atladığı işlem basamakları şu şekilde ilerletilebilir:

(1) ve (2) denklemleri basit cebirsel işlemler yapılarak düzenlendiğinde,

$$\frac{c+b}{c-b}=\frac{y-\frac{c\sqrt{2}}{2}}{x-\frac{c\sqrt{2}}{2}+d}=\frac{-x}{y}$$

olur ve buradaki

$$\frac{y-\frac{c\sqrt{2}}{2}}{x-\frac{c\sqrt{2}}{2}+d}=\frac{-x}{y}$$

eşitliği düzenlendiğinde,

$$c=\frac{\sqrt{2}(x^2+y^2+xd)}{(x+y)} \ldots (4)$$

bulunur. b'yi elde etmek için ise, (2) denkleminden elde edilen,

$$b=c.\frac{(x+y)}{(x-y)}$$

eşitliğinde (4) denklemi yerine yazılacak olursa,

$$b=\frac{\sqrt{2}(x^2+y^2+xd)}{(x-y)} \ldots (5)$$

olur. (3) denkleminde (4) ve (5) eşitlikleri yerine yazılacak olursa,

$$b^2+c^2=k^2$$

$$\left(\frac{\sqrt{2}(x^2+y^2+xd)}{(x-y)}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{2}(x^2+y^2+xd)}{(x+y)}\right)^2=k^2 \dots (6)$$

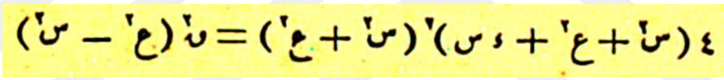
denklemine ulaşılır. (6) eşitliğindeki uzun ve zahmetli cebirsel işlemler yapıldığında, salinon eğrisinin kartezyen denklemi:

$$4(x^2+y^2+xd)^2(x^2+y^2)=k^2(y^2-x^2)^2 \dots (7)$$

olarak elde edilir.

Şükrü Bey belki baskı hatası, belki ufak bir dikkatsizlik sonucu son ifadenin karesini unutarak denklemi,

$$4(x^2+y^2+xd)^2(x^2+y^2)=k^2(y^2-x^2)$$



olarak bulmuştur (Sayan, 1331/1912, s. 528).

Salinon'un eğrisine Niewenglowski ve Pruvost'un eserlerinde rastlanmamakla birlikte, bu eğrinin kartezyen denklemine başka kaynaklardan da ulaşılamamıştır. Şükrü Bey'in eğrinin kartezyen denklemini kendisinin ispatlamış olması kuvvetli bir ihtimaldir.

Bu bölümde ele alınan, dikkate değer diğer bir eğri ailesi de Şükrü Bey'in *Episiklo'id: Epicycloïde* (Sayan, 1331/1912, s. 540-555) başlığı ile verdiği episikloidlerdir[169]. Bu eğri ailesini ilginç kılan ise, bu başlık altında incelenen eğrilere ait şekillerin ve konu anlatımının Salih Zeki'nin *Kâmûs-ı Riyâziyyât* kitabının birinci

[169] Dönel çemberin yarıçapı a, sabit çemberin yarıçapı $(m-1)a$ olmak üzere genel parametrik denklemi $x = ma\cos t - a\cos mt$, $y = ma\sin t - a\sin mt$ olan eğri (Lockwood, 1963, s. 151; Lawrence, 1972, s. 168) [İng, epicycloid].

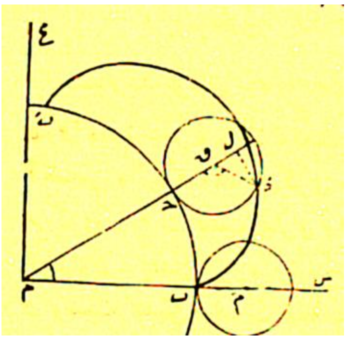
cildinde de birebir ve aynı sıra ile yer almasıdır (Salih Zeki, 1315/1897, s. 146-158). Bu benzerliklere göz atacak olursak Şükrü Bey'in episikloid tanımı,

> Sabit bir muhît-i dâire üzerinde kaymaksızın yuvarlanan diğer bir muhît-i dâirenin bir noktasının resm eylediği münhanîye denir. Ancak bu iki muhît-i dâirenin aynı müstevî üzerinde bulunması şarttır (Sayan, 1331/1912, s. 540)

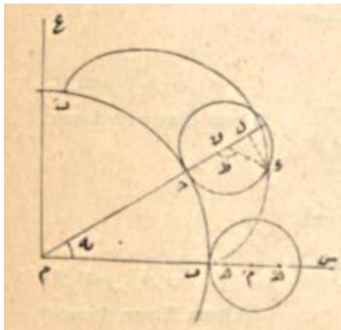
şeklindeyken, Salih Zeki'nin tanımı da benzer ifadeleri barındırmaktadır:

> Bu nâm, sabit bir muhît-i dâire üzerinde kaymaksızın hareket ettiği tasavvur olunan diğer bir muhît-i dairenin bir noktasının resm eylediği münhanîye verilmektedir…Ancak mezkûr iki muhît-i dâire yani dâire-i mütehareke ile dâire-i sabite aynı müstevî üzerinde bulunduğu surette… (Salih Zeki, 1315/1897, s. 146).

Dışsal episikloid için Şükrü Bey (Şekil 80 (Sayan, 1331/1912, s. 542)) ve Salih Zeki'nin (Şekil 81 (Salih Zeki, 1315/1897, s. 146)) verdiği şekiller harflerine kadar aynıdır:



Şekil 80



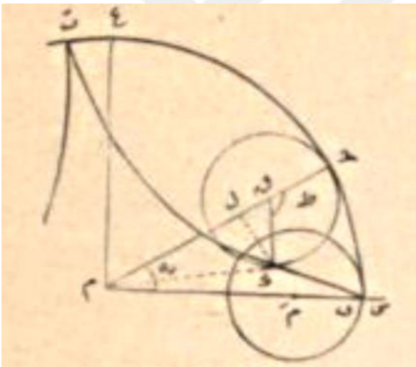
Şekil 81

Bu benzerliklere birkaç örnek daha vermek gerekirse, içsel episikloid için Şükrü Bey'in verdiği tanım,

> Episiklo'id-i dâhilî: Epicycloïde intérieure veya Episiklo'id-i

> tahtânî: hypocycloïde[170] = Dâire-i mütehareke dâire-i sabiteye dâhilen mümâss olarak yuvarlandığı tasavvur olunur ise B noktası yine bir münhanî resm eder ki, bunu diğerinden tefrîk için episiklo'id-i dâhilî nâmı verilir… Dâhilî episiklo'idin hâssa-ı âsliyyesi de dâire-i mütehareke ile dâire-i sabitenin aynı zaman zarfında yek-dîgerine tetâbuk eden (uygun düşen) kavslarının (yaylarının) birbirine müsâvî olmasından ibarettir (Sayan, 1331/1912, s. 546).

şeklindeyken, aynı eğri için Salih Zeki'nin verdiği tanım da neredeyse kelimesi kelimesine aynıdır:

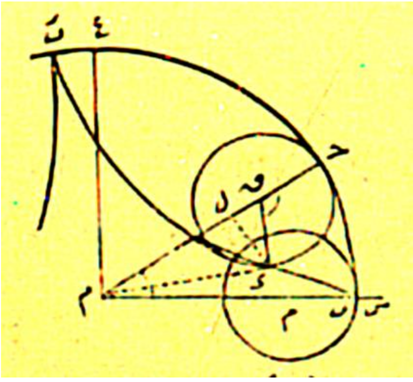

Şekil 82

> Dâire-i müteharrikenin dâire-i sabite dâhiline mümâss olarak devr ve hareket edeceği tasavvur edilecek olur ise…diğerinden tefrîk için dâhilî veya tahtânî episiklo'id nâmı verilir…Dâhilî episiklo'idin hâssa-ı âsliyyesi de yine dâire-i müteharrike ile dâire-i sabitenin aynı zaman zarfında yek-dîgerine tetâbbuk eden (uygun düşen) kavslarının (yaylarının) birbirine müsâvî olmasından ibarettir (Salih Zeki, 1315/1897, s. 149).

Bu eğri için yazarların verdiği şekiller de büyük benzerlik göstermektedir (Şekil 82 (Salih Zeki, 1315/1897, s. 149) ve Şekil 83 (Sayan, 1331/1912, s. 545)).

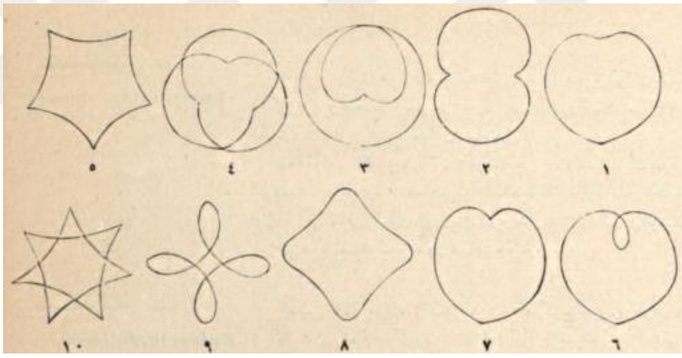
---

[170] İçsel ve altsal esisikloid veya hiposikloid, parametrik denklemi $x = na\cos t + a\cos nt$ ve $y = na\sin t - a\sin nt$ olan eğri (Lockwood, 1963, s. 151; Köten, 2009, s. 46-50) [İng. hypocycloid].


Şekil 83

Eğrinin kartezyen denklemini yine her iki yazar aynı şekilde ispatlamıştır (Salih Zeki, 1315/1897, s. 149; Sayan, 1331/1912, s. 546-547). İki yazarın tanım ve şekillerindeki benzerliklere yönelik daha pek çok örnek verilebilir.

Her iki yazar da, episikloid çeşitlerini çok detaylı ele aldıktan sonra, episikloidlerin çizimi için kullanılan bazı aletlerden bahsetmiş ve bu aletlerin kullanımı sonucu elde edilen eğrilerin şekillerine yer vermişlerdir (Şekil 84) (Salih Zeki, 1315/1897, s. 153-154; Sayan, 1331/1912, s. 552-553; Köten, 2009, s. 59-60).


Şekil 84

- 1, 2, 3, 4 (١،٢،٣،٤) → *Episiklo'id-i hâricî: Epicycloïde extérieure veya Episiklo'id-i fevkâni: Epicycloïde supérieure* yani "dışsal veya üstsel episikloid"[171]. Şükrü Bey burada 2 numaralı şekle yer vermemiştir; iki yazar arasındaki tek fark budur (Sayan, 1331/1912, s. 552).
- 5, 10 (٥،١٠) → *Episiklo'id-i dâhilî = Epicycloïde intérieure veya Episiklo'id-*

[171] Hareketli dâire ile sabit dâirenin yarıçapları oranı 1 olduğunda eğrinin kartezyen denklemi $x^2 + y^2 = 2r\left(\pm\sqrt{x^2+y^2} - x\right)$ olur (Sayan, 1331/1912, s. 544; Salih Zeki, 1315/1897, s. 148; Köten, 2009, s. 44).

i tahtânî = *hypocycloïde* yani “içsel episikloid”[172].

- 6, 9 (٦،٩) → *Episiklo’id-i memdûd* = *Epicycloïde allongée* yani “uzatılmış episikloidler”[173].
- 7, 8 (٧.٨) → *Episiklo’id-i maksûr* = *Epicycloïde raccourcie* yani “kısaltılmış episikloidler”[174].

Episikloid başlığından elde edilen genel kanı, *Hendese-i Tahlîliyye’nin* (1331/1912) ve *Kâmûs-ı Riyâziyyât’ın* (1315/1897) yayın yılları dikkate alındığında, her iki yazarın episikloid konusundaki büyük benzerliklerinden de anlaşılacağı üzere, Şükrü Bey’in Niewenglowski ve Pruvost’un dışında Salih Zeki’nin eserinden de büyük ölçüde yararlandığı görülmektedir.

2.3.1.5 (Beşinci Bölüm)

Şükrü Bey, çok farklı alanlardan konuları ele aldığı kitabının bu bölümüne başlık vermemiştir. Önceki bölümlere göre çok daha üst düzey konuları işlediği bu bölümde ele alınan başlıklar şu şekildedir:

1. Kemmiyyât-ı vazʿiyye-i kutbiyeye nazaran hatt-ı mümâss, hatt-ı nâzım, hatt-ı mücânib, aks, nazariyye-i tahlîliyyeleri (561)

---

172 İçsel ve altsal esisikloid veya hiposikloid, parametrik denklemi $\mathrm{x} = \mathrm{na}\cos t + a\cos nt$ ve $y = na\sin t - a\sin nt$ olan eğri (Lockwood, 1963, s. 151; Lawrence, 1972, s. 171). Şükrü Bey ve Salih Zeki de, sadece değişkenlere verdikleri isimler farklı olmak üzere modern gösterimle benzer şekilde eğriyi şu şekilde formülüze etmişlerdir: Sabit dairenin yarıçapı r, hareketli dairenin yarıçapı r' olmak üzere, denklemi $x = (r - r')\cos\alpha + r'\cos\left(\frac{r}{r'}\alpha - \alpha\right), y = (r - r')\sin\alpha - r'\sin\left(\frac{r}{r'}\alpha - \alpha\right)$ olan eğri (Salih Zeki, 1315/1897, s. 149; Sayan, 1331/1912, s. 547; Köten, 2009, s. 48) [İng. hypocycloid].

173 Ayrıntılı bilgi için bk. (Salih Zeki, 1315/1897, s. 153; Sayan, 1331/1912, s. 551; Köten, 2009, s. 57-58).

174 Kısaltılmış ve uzatılmış episikloidin genel denklemi $x = (r + r')\cos\alpha - d\cos\left(\frac{r}{r'}\alpha + \alpha\right)$, $y = (r + r')\sin\alpha + d\sin\left(\frac{r}{r'}\alpha + \alpha\right)$ olarak verilmiştir. Değişkenlerin durumuna göre denklemin belirttiği eğrinin de değişeceğini vurgulamışlardır (Salih Zeki, 1315/1897, s. 153; Sayan, 1331/1912, s. 552; Köten, 2009, s. 57-58).

2. Berîm Münhanîler: Les courbes spirales[175] (579)
3. Muâdele-i kutbiyyeleri ile ma'lûm olan bazı münhanilerin tetkîk ve tersîmi (616)
4. Kemmiyyât-ı vaz'iyye-i kutbiyye ile münhaniyyâtın inhidâb[176] ve inka'âr[177], nokta-ı in'itâf[178], inhinâ[179], nısf kutr-u inhinâ[180] , kemmiyyât-ı vaz'iyye-i zâtiyye[181] (633)
5. Merkez-i inhinâ[182], dâire-i inhinâ[183], dâire-i mukterine[184] (655)
6. Bâsıt[185] ve Mebsût[186] Münhanîleri (660)

---

[175] Berîm (بريم): Burgu (İng. gimlet), burgusal, burma, spiral. "Bükmek, bükülmek, dönmek, kıvrılmak" anlamlarına gelen Arapça "bereme" (İng. twist) kökünden türemiştir (Elias & Elias, 1968, s. 60-61). Türkçe matematik literatüründe bu anlamı karşılayan "spiral" kullanımı mevcuttur (Hacısalihoğlu, 1983, s. 148, 155; Schoenflies & Dehn, 1943, s. 24). Ancak Salih Zeki, spiral için *berîm* ifadesi yerine *helezon ve münhanî* ifadelerini tercih etmiştir (Salih Zeki, 1315/1897, s. 45-49). [İng. spirals].

[176] İnhidâb (انحداب): Yumrulaşma, kamburlaşma (Devellioğlu, 2012, s. 503; Tezer, 2012, s. 27). Konu anlatımında Şükrü Bey bu sözcüğün Fransızca karşılığını *inhidâb: convexité* olarak vermiştir (Sayan, 1331/1912, s. 633). Tuncer ise c*onvexité* sözcüğü için *dış bükeylik* anlamını verirken (Tuncer, 1995, s. 374), Osmanlıca karşılığı olarak da *muhaddebîyyet* ifadesini önermiştir (Tuncer, 1995, s. 58). Yazarların farklı sözcük tercihlerine rağmen kastedilen *dış bükeyliktir.* [İng. convexity]. Tezer'in bildirdiğine göre bu ifade Başhoca tarafından *MUR*'da da kullanılmıştır (Tezer, 2012, s. 27).

[177] İnka'âr (انقعار): Bu sözcüğe sözlüklerde rastlanmamıştır, ancak Tezer sözcüğün anlamının içbükeylik olduğunu belirtmektedir (Tezer, 2012, s. 27). Gerçekten de sözcüğün kökü olan (ق ع ر) ifadesine bakıldığında "to make concave" yani "iç bükey yapmak, konkavlaştırmak" anlamı karşımıza çıkmaktadır (Elias & Elias, 1968, s. 554). Konu anlatımında bu sözcüğün Fransızca karşılığı *inka'âr: concavité* olarak verilmiştir (Sayan, 1331/1912, s. 633).Tuncer, *concavité* sözcüğünün Osmanlıca karşılığı olarak *mukarribiyyet*, Türkçe anlamı olarak da *içbükeylik* ifadelerini önermiştir (Tuncer, 1995, s. 128). [İng. concavity]. Tezer'in bildirdiğine göre bu ifade Başhoca tarafından *MUR*'da da kullanılmıştır (Tezer, 2012, s. 27).

[178] Büküm noktası (Tuncer, 1995, s. 29; Devellioğlu, 2012, s. 505) [İng. point of inflection (Thomas, 2005, s. 268), inflection(al) points (Tuncer, 1995, s. 29-30)].

[179] İnhinâ: Eğrilik (Tuncer, 1995, s. 80; Çoker & Karaçay, 1983, s. 345) [İng. curvature].

[180] Nısf kutr-u inhinâ: Eğrilik yarıçapı (Blaschke, 1949, s. 40).

[181] Doğal denklemler (Biran, 1975, s. 26), tabiî denklemler (Blaschke, 1949, s. 44). İntrinsik (esas) koordinatlar (Cajori F. , 2014, s. 367) [Fr. coordonnées intrinséques (Sayan, 1331/1912, s. 651)].

[182] Merkez inhinâ: Eğrilik merkezi (Blaschke, 1949, s. 44; Hacısalihoğlu, Hacıyev, Kalantarov, & Sabuncuoğlu, 2009, s. 111; Büke, Analitik Geometri (Cilt 2), 1962, s. 194) [Fr. center de courbure, İng. center of curvature].

[183] Dâire-i inhinâ: Eğrilik dâiresinin iki boyutlu hali [Fr. cercle de courbure].

[184] Dâire-i mukterine: Eğrilik dâiresi veya oskülatör dâire (Blaschke, 1949, s. 40), eğrilik çemberi (Hacısalihoğlu, Hacıyev, Kalantarov, & Sabuncuoğlu, 2009, s. 110), eğrilik dâiresi (Büke, Analitik Geometri (Cilt 2), 1962, s. 193) [Fr. cercle osculateur, İng. circle of curvature].

[185] Bâsıt (veya münkeşîf): İnvolüt (Hacısalihoğlu, Hacıyev, Kalantarov, & Sabuncuoğlu, 2009, s. 197), açan (Tuncer, 1995, s. 1) [Al. Evolvente, Involute, İng. envolvent, involute]. Envolüt kullanımı da mevcuttur.).

[186] Mebsût (veya mekşûf): Evalüt (Hacısalihoğlu, Hacıyev, Kalantarov, & Sabuncuoğlu, 2009, s. 130), açılan (Tuncer, 1995, s. 1) [Al. Evolute, İng. evolute]. Evolüt kullanımı da mevcuttur. Bu konu Kerim Erim'in çevirdiği Blaschke'ın ve Lütfi Biran'ın eserinde "Bâsıtlar ve Mebsutlar" başlığı altında incelenmiştir (Blaschke, 1949, s. 51-53; Biran, 1975, s. 38-41). Hacısalihoğlu ise "İnvolüt (basıt) ve Envolüt (mebsut)" şeklinde parantez içinde eski dildeki karşılıklarını vermeyi tercih etmiştir (Hacısalihoğlu, 1983, s. 271). Boyer'in "involutes and evolutes" şeklindeki başlığını (Boyer C. B., 2010, s. 346) Bağcacı "düreçler ve eğeçler" olarak çevirmiştir (Boyer C. B., 2015, s. 412). Cajori'nin *History*

7. Zarflar nazariyyesi: Théorie Des enveloppes[187] (692)
8. Kemmiyyât-ı vazʿiyye-i müsellesiyye: Coordonnées trilinéaires[188] (753)
9. Kemmiyyât-ı vazʿiyye-i eskaliyye: Coordonnées baricentriques[189] (761)
10. Münhaniyyât-ı ʻâliyye: Courbes transcendant[190] (765)
11. Vahid üs-seyr münhaniyyât: Courbes unicursales[191] (781)
12. Ricliyye münhanileri: Courbes Podâires[192] (837)
13. Mümâselet: Homothétie[193] (850)

Şükrü Bey, otuzun üzerinde eğriyi incelemenin yanında, çeşitli koordinat sistemlerinden zarflar teorisine kadar pek çok üst düzey konuyu analitik olarak ele aldığı bu bölümde ilk olarak, "teğet, normal, asimptot doğrularının ve evirtimin kutupsal koordinatlara göre analitik olarak incelenmesi" konusunu ele almış, her birinin ayrı ayrı formüllerini ispatlamıştır (Sayan, 1331/1912, s. 561-579).

---

of Mathematics eserini çeviren D. İlalan evolüt için "kıvrım merkezi eğrisi" çevirisini önermiştir (Cajori F. , 2014, s. 218).

187 Zarf eğrisi (Biran, 1975, s. 14-17; Lockwood, 1963, s. 193; Hacısalihoğlu, Hacıyev, Kalantarov, & Sabuncuoğlu, 2009, s. 51-422) [Fr. enveloppe, İng. envelope].

188 Üçdoğrusal koordinatlar (Büke, Analitik Geometri (Cilt 1), 1962, s. 257), trilineer koorinatlar (Ömür, 1998).

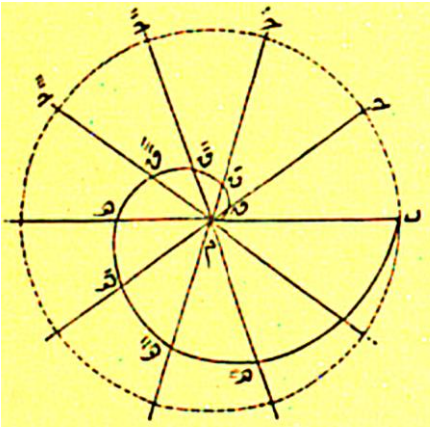
189 Kemmiyyât-ı vazʿiyye-i eskaliyye: Barisentrik koordinatlar (Hacısalihoğlu, Hacıyev, Kalantarov, & Sabuncuoğlu, 2009, s. 31), barisantrik koordinatlar (Büke, Analitik Geometri (Cilt 1), 1962, s. 189) [İng. barycentric coordinate system].

190 (Yazar bu başlığın yazımında hata yapmıştır.) Âlî münhanî (çoğulu münhaniyyât-ı ʻâliyye): Transandant eğri, denklemi cebirsel olmayan eğri (Tuncer, 1995, s. 277) [İng. transcendental curve].

191 Bir koşulu (Tuncer, 1995, s. 403). Anlatılmak istenen, tek parametreli veya değişkenli eğrilerdir.

192 Pedal curves (İng): Pedal eğrileri (Hacısalihoğlu, 1983, s. 153; Cajori F. , 2014, s. 265); ayak(lar) eğrisi (Büke, Analitik Geometri (Cilt 2), 1962, s. 207; Çoker & Karaçay, 1983, s. 17; Tuncer, 1995, s. 10; Lockwood, 1963, s. 152-155). Ricliyye sözcüğü, ricl: ayak sözcüğünden türetilmiştir (Devellioğlu, 2012, s. 1043).

193 Mümâselet: Homoteti (Tuncer, 1995, s. 123; Demir H. , 1991, s. 2-7) [İng. homothety].



Şekil 85

Beşinci bölümün ikinci başlığında *berîm münhaniler* başlığı ile 12 çeşit spiral ele alınmıştır. Geometrik yer konusunda incelenen eğrilerden farklı olarak, bu bölümde yer verilen eğrilerin formüllerinin çoğu ispatlanmamış, sadece konunun başında eğrinin formülü verilerek çizim yöntemleri ve yardımcı elemanları tanıtılmıştır. Bu kısımda, formülünün ispatı verilen az sayıdaki eğrilerden biri de Arşimet[194] spiralidir (Şekil 85 (Sayan, Hendese-i Tahlîliyye, 1331/1912, s. 580)). Şükrü Bey eğriyi, kimin bulduğunun muallak olduğunu dile getirmek adına, *Arşimed veya Conon Spirali* olarak adlandırmıştır (Sayan, 1331/1912, s. 580). Ancak Cajori, bu spiralin Archimedes'in arkadaşı Conon tarafından keşfedildiği fikrini kabul etmemekte, Arşimed'in *On Spirals* adlı kitabında kendi adıyla anılan bu spirali tanıttığını belirtmektedir (Cajori F. , 1909, s. 48). Bu eğrinin çizimi şekilde açıklanmıştır:

> M merkez ve MB (م ب) nısf-ı kutru ile resm olunan bir muhît-i dâire aksâm-ı mütesâviyyeye (eşit kısımlara) mesela c, c', c'',… (ح، حَ، حً، ...) noktalarıyla gösterildiği üzere on kısma ve MB nısf-ı kutru da aynı müsâvî aksama taksîm olunur. Ba'de M merkeziyle c, c', c'' taksîmât noktaları vasl olunarak (birleştirilerek) birinci MC nısf-ı kutru üzerinde, M merkezinden itibaren, MB nısf-ı kutrunun taksim olduğu on kısımdan bir kısma müsâvî MK (م ق), ikinci MC'

194 Archimedes, MÖ 287-212, Yunan geometricisi, fizikçisi.

nısf-ı kutru üzerinde iki kısma müsâvî MK', üçüncü nısf-ı kutru üzerinde üç kısma müsâvî MK'' ve ilâ-âhir bu‘dları kat‘ edilirse, işte kat‘ olunan MK, MK', MK'', ... şuâ‘larının nihâyet noktaları matlûb olan Arşimed münhanîsinden başka bir şey değildir (Sayan, 1331/1912, s. 581)[195].

Bu başarılı açıklamadan sonra spiralin yardımcı elemanlarından *dâire-i mesâha* tanımına yer verilmiştir (Şekil 85’deki $BCC'C''$ (ب ج، جَ، جً، ...) çemberi):

M noktası merkez olmak üzere lâ-ale‘t-ta‘yîn (rastgele) MB nısf-ı kutru ile bir dâire resm edildikte: MK şuâ‘(s)ının hareket zâviyesi iş bu dâirenin kavsları (yayları) ile mesâhâ olunabileceğinden (ölçülebileceğinden) dâire-i mezkûraya “dâire-i mesâha” namı verilir (Sayan, Hendese-i Tahlîliyye, 1331/1912, s. 580).

Görüldüğü gibi MK ışınının hareketi sırasında kat ettiği açıyı ölçmek için kullanmak üzere, “ölçüm dairesi” olarak ifade edebileceğimiz, *dâire-i mesâha* terimi açıklanmıştır. Literatürde, söz konusu bu daire için “osculating circle” kullanımı mevcuttur (Ghys, Tabachnikov, & Timorin, *Osculating curves: around the Tait-Kneser*).

Eğrinin kutupsal denkleminin ispatı içinse; $|MK| = r$, *dâire-i mesâhanın* yarıçapı $|MB| = d$, M merkezi kutup, BC (ب ج) yayını gören merkez açının ölçüsü φ olmak üzere,

$$\frac{r}{d} = \frac{\varphi}{2\pi d} \dots (1)$$

[195] Aynı tanıma Salik Zeki’de de rastlamak mümkündür (Salih Zeki, 1315/1897, s. 45-46).

olacaktır. *Dâire-i mesâhanın* çevresi 1 kabul edildiğinde,

$$\frac{1}{2\pi} = b$$

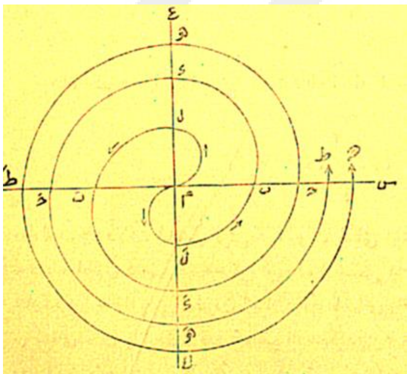
eşitliği (1) denkleminde yerine yazıldığında,

$$r = b.\varphi \dots (2)$$

Arşimet spiralinin kutupsal denklemi elde edilmiş olur (Sayan, Hendese-i Tahlîliyye, 1331/1912, s. 582).

Fermat spiralinin formülü ise ispatı yapılmadan,

$$r^2 = b^2.\varphi \dots (3)$$



Şekil 86

olarak verilmiştir (Sayan, 1331/1912, s. 593). Lawrance, *Archimedean Spirals* başlığı ile, $r^m = b^m.\varphi$ genel denkleminde $m = 1$ için (2) nolu eşitlikte verilen *Archimedes' Spiral (MÖ 225)* eğrisinin, $m = 2$ için ise (3) nolu eşitlikte verilen *Fermat's Spiral (1636)* eğrisinin elde edileceğini belirtmiştir (Lawrence, 1972, s. 186) (Şekil 86 (Sayan, 1331/1912, s. 593)). Görüldüğü gibi verilen formüller modern anlatımla örtüşmektedir.

Beşinci bölümün üçüncü başlığında, kutupsal denklemleri bilinen,

- Şeytan münhanîsi: La courebe du diable[196] (616)

[196] Kutupsal denklemi $r^2(\sin^2\theta - cos^2\theta) = a^2\sin^2\theta - b\cos^2\theta$ olan eğri. Bu eğri, İsviçreli matematikçi Gabriel Cramer tarafından 1750 yılında bulunmuştur (Lawrence, 1972, s. 151-152) [İng. Devil's curve].

- $\mathrm{r} = 1 + \cos 3\theta$ muâdelesinin dalalet eylediği münhanînin tersimi (619)[197]
- Vat münhanîsi: La courbe de Watt[198] (620)
- Kappa: Cappa veya Gutschoven[199] (625)

şeklindeki dört eğrinin çizimi, denklemlerinin elde dilmesi ve alt başlıklar halinde bu eğrilerin çeşitleri incelenmiştir.

Bu bölümün takip eden alt başlıklarında, bugün daha çok diferansiyel geometri derslerinin konusunu teşkil eden, üst düzey sayabileceğimiz, dış bükeylik, iç bükeylik, dönüm (büküm) noktası, eğrilik dairesi, eğrilik merkezi, eğrilik yarıçapı gibi konular ele alınmış, gerekli ispatlar yapılarak *tatbikât* başlığı ile örnekler çözülmüştür (Sayan, 1331/1912, s. 633-660).

Altıncı alt başlıkta ilk olarak dâire, elips, hiperbol, parabol, sikloid, astroid ve Bernoilli lemniskatı gibi eğrilerin *mebsûtu* yani involütü (envolüt) bulunmuş, ardından çeşitli *bâsıt* (evalüt, evolüt) hesaplamaları yapılmıştır (Sayan, 1331/1912, s. 660-692).

Yedinci alt başlıkta ele alınan zarflar teorisinde, Pruvost'un da bu konuya kitabında yer vermesine rağmen (Pruvost, 1886, s. 110-114), Şükrü Bey'in büyük ölçüde Niewenglowski'nin eserinden yararlandığı tespit edilmiştir (Sayan, 1331/1912, s. 692-753; Niewenglowski, 1894, s. 358-378). Örneğin Şükrü Bey'in,

Zarfın her bir noktasından kendisine mümâss olmak üzere lâ-akall

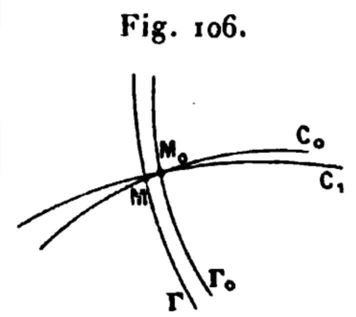
[197] Bu eğri Niewenglowski'nin eserinde aynen karşımıza çıkmaktadır (Niewenglowski, 1895, s. 171).
[198] Uçları, eşit yarıçaplı iki çemberin üzerinde hareket eden doğru parçasının orta noktasının geometrik yeri (James Watt, 1736-1819, İskoçyalı mühendis) (Lockwood, 1963, s. 162) [İng. Watt's Curve]
[199] Kartezyen denklemi $(x^2 + y^2)^2 = a^2x^2$, kutupsal denklemi $r = a \cot \beta$ olan eğri (Lawrence, 1972, s. 139-141). Gérard van Gutschoven (1615-1668) Belçika'daki Louvain üniversitesinde profesörlük yapmıştır. İlk defa Gutschoven tarafından çalışılan söz konusu eğri daha sonra Newton ve Johann Bernoulli tarafından da ele alınmıştır (Darling, 2004, s. 173).

bir mazruf mürûr eder (Sayan, 1331/1912, s. 694)[200].

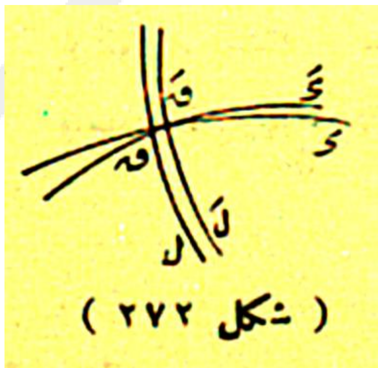
olarak ifade ettiği teoremi Niewenglowski,

Par chaque point de l’enveloppe, il passe au moins une enveloppée qui lui est tangente en ce point (Niewenglowski, 1894, s. 359).

şeklinde dile getirmiştir. Ayrıca konunun girişinde her iki yazarın verdiği formüller ve şekiller büyük benzerlik göstermektedir (Şekil 87 (Niewenglowski, 1894, s. 358) ve Şekil 88 (Sayan, 1331/1912, s. 692)). Aynı benzerlik son başlık olan homoteti konusunda da karşımıza çıkmaktadır (Sayan, 1331/1912, s. 850-864; Niewenglowski, 1894, s. 295-307).



Şekil 87



Şekil 88

Sekizinci alt başlık olan trilineer koordinatlar konusunda Şükrü Bey’in, Niewenglowski’den birebir çeviri yapmak yerine, konunun özetini aldığı görülmektedir (Niewenglowski, 1894, s. 125-138; Sayan, 1331/1912, s. 753-761).

Onuncu alt başlıkta *münhaniyyât-ı ‘âliyye: courbes transcendant*[201] başlığı ile transandant eğrilerden,

---

[200] Lâ-akallen: En azından. Mazruf: Zarf eğrisine teğet olan doğruların her biri [Fr. enveloppée, İng. enveloped].

[201] (Yazar bu başlığın yazımında yazım hatası yapmıştır.) Âlî münhanî (çoğulu münhaniyyât-ı ‘âliyye): Transandant eğri, denklemi cebirsel olmayan eğri (Tuncer, 1995, s. 277) [İng. transcendental curve].

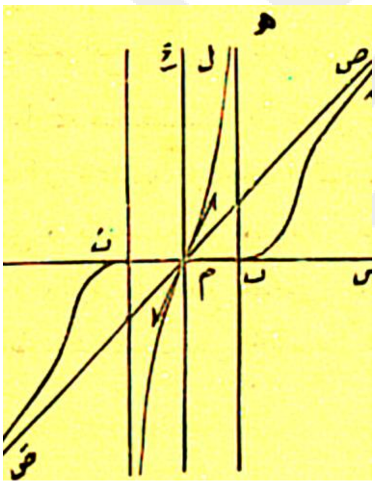
$$y = x.e^{\frac{1}{1-x^2}} \ldots (1)$$

$$y = x.e^{\frac{2}{1-x}} \ldots (2)$$

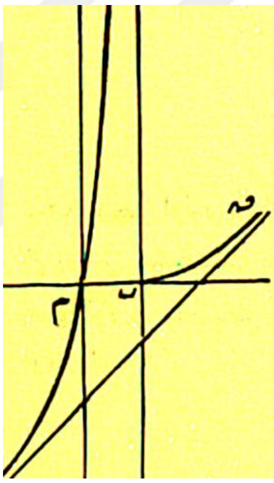
$$y = x^2.e^{\frac{1}{1-x}} \ldots (3)$$

$$y = \frac{x}{1 + e^{\frac{1}{x}}} \ldots (4)$$

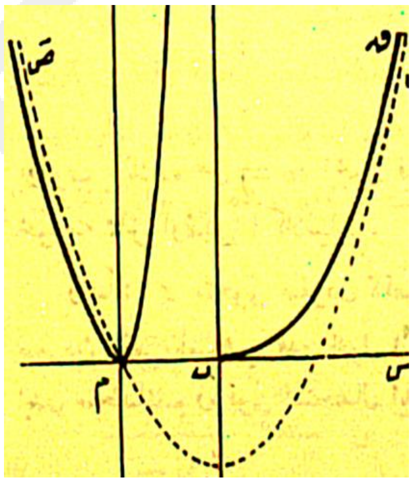
gibi denklemlerin çizimi ve incelenmesi ele alınmıştır[202]. (1) nolu denklemin grafiği Şekil 89'da (Sayan, 1331/1912, s. 770), (2) nolu denklemin grafiği Şekil 90'da (Sayan, 1331/1912, s. 774), (3) nolu denklemin grafiği Şekil 91'de (Sayan, 1331/1912, s. 776) verilmiştir.



Şekil 89



Şekil 90



Şekil 9189

Takip eden başlıklarda *vahid üs-seyr münhaniyyât: Courbes unicursales* başlığı ile ele alınan tek parametreli veya değişkenli eğrilerin ardından, pedal eğrileri ele alınarak kitabın beşinci kısmı noktalanmıştır (Sayan, 1331/1912, s. 781-850).

[202] Şükrü Bey kitabında "*e*" sembolü için ” "ـے" (ـے) işaretini kullanmıştır.

Şükrü Bey'in bu bölümde de Salih Zeki ile Niewenglowski ve Pruvost'tan büyük ölçüde yararlandığı, konuya vakıf görünen Şükrü Bey'in yeni kavramlar için yeni terimler kullandığı da görülmektedir.

2.3.1.6 Sanal Niceliklerin Gösterimine Dair Yeni Bir Yaklaşım[203]

Şükrü Bey, kendisi belirtmese de *zeyl*[204] olarak adlandırabileceğimiz kitabın sonuna eklediği bu bölümü, sayfa numaralarının yeniden başladığı müstakil bir kısım olarak ele almıştır. İçerik olarak ise x reel, y sanal eksen olmak üzere karmaşık sayıların iki boyutlu düzlemde gösterimini ele alan Argand[205] sistemine alternatif bir yöntem ortaya koymaya çalıştığını dile getirmiştir. Bilindiği gibi Gauss, Hamilton ve Vidinli Hüseyin Tevfik Paşa'nın konu hakkında orijinal çalışmaları mevcuttur. Ayrıca Salih Zeki *Kâmûs-ı Riyâziyyât'ın Argand usûlü* maddesinde söz konusu yöntemi detaylı bir şekilde açıklamıştır.

Tezin bu bölümünde Şükrü Bey'in sunduğu yaklaşım, adı geçen yazarların konuya katkıları ile karşılaştırılarak ortaya konmaya çalışılarak, elde ettiği notasyonların özgünlüğü tartışılacaktır.

Salih Zeki'nin kompleks sayıların gösterimi hakkındaki söylemleri, Şükrü Bey'i böyle bir çalışma yapmaya teşvik etmiş olabilir:

> Kemmiyyât-ı muhdese nâm-ı tahtında ma'rûf bulunan (herkesçe bilinen) ve ekseriye $b \pm c\sqrt{-1}$ işaretiyle irâe olunan (gösterilen) kemmiyyâta ise cebr-i hâzırda bir ma'nâ-ı hakiki **verilemediği**

[203] Bu bölümün "Kemmiyyât-ı mevhûmenin sûret-i irâesine dair yeni bir nazariyye" şeklindeki başlığı, "Kem Mevh." şeklinde kısaltılmıştır (Bu bölümün sayfa numarası 3'ten başlatılmıştır).
[204] Ek, ilave, bir şeyin devamı (Devellioğlu, 2012, s. 1380).
[205] Jean-Robert Argand (1768-1822), Fransız matematikçi.

> cihetle…bu nev kemmiyyât, hesâbât-ı cebriyyede tabî-î el-zuhûr (görülmesi normal) olmasıyla bazı müdekkikîn-i riyâziyyûn (matematik araştırmacıları) ‘ilm-i cebrin kemmiyyât-ı muhdeseye bir mana verememesi kemmiyyât-ı mezkûranın manasızlığından değil bilâkis cebrin bu gibi ifâdâtı tefsire mecâli olmamasından ileri geldiğine bi-hakkın (hakkıyla) zâhib (bir fikre kapılan) olarak Dekart’ın kemmiyyât-ı menfiyye hakkında kabul etmiş olduğu usûl misillû kemmiyyât-ı muhdese için de bir tarz irâe ve iş‘âr bulmak mümkün olup olmadığını sarf-ı zihin etmişlerdir (Salih Zeki, 1315/1897, s. 52).

Konuya yapılan katkılarının tarihsel açıdan doğru konumlandırılabilmesi için **kompleks sayıların grafiksel gösteriminin tarihi gelişimine** bakılacak olursa, konuya ilk dikkat çeken ve kompleks niceliklerin geometrik olarak yorumlanması gerektiğini belirten J. Wallis’in[206] başarısız çabalarından (Salih Zeki, 1315/1897, s. 52) yüz yıl sonra Henri Dominique Truel[207], sanal sayıları, reel sayıları gösteren eksene dik bir eksen üzerinde göstermiştir. $\sqrt{-1}$ ve $(a + b\sqrt{-1})$ için ilk basılı grafiksel gösterim, 1797’de C. Wessel[208] tarafından Danimarka Kraliyet Bilim ve Edebiyat Akademisi’ne sunulan ve 1799 yılının tutanaklarının V. cildinde yayımlanan “Yönün Analitik Gösterimi ile Özellikle Düzlemsel ve Küresel Çokgenlerin Belirlenmesi Uygulamaları Üzerine Rapor” içinde verilmiştir. Bu yazı, neredeyse yüz yıl

[206] J. Wallis (1606-1703), İngiliz matematikçi.
[207] Hakkında çok fazla bilgi ve herhangi bir yayını bulunmayan Truel’i, Augustin-Louis Cauchy 1847 yılında yayınladığı eserinde “mütevazi bir bilim adamı” olarak nitelendirmiştir. Ayrıca Cauchy, Truel’in 1786 gibi erken bir tarihte karmaşık sayıların grafiksel gösterim yöntemini eksenleri kullanarak gösterdiğini belirtmektedir. Bunun yanında Gauss’un el yazmalarından, 1796’dan daha erken bir tarihte Truel’in, Gauss’un karmaşık sayılar hakkındaki fikirlerine sahip olduğu anlaşılmaktadır (Nahin, 1998, s. 53-54).
[208] Caspar Wessel (1745-1822), Norveç Jonsrud’da doğmuş, uzun yıllar Danimarka Bilimler Akademi’nde araştırmacı olarak çalışmıştır.

Danimarka Akademisi'nin tutanakları içinde gömülü olarak kalmış, ancak 1897'de Danimarka Akademisi raporun Fransızca bir çevirisini yayımlamıştır.

Yıllarca fark edilmemiş olan ve $(a + b\sqrt{-1})$'nin geometrik gösterimini kapsayan dikkat çekici bir diğer çalışma, 1806'da Jean-Robert Argand tarafından yayımlanmıştır. Çalışmasının bazı kısımları Wessel'inkilere göre özentisizdir. Argand, trigonometri, geometri ve cebire ilişkin bazı çarpıcı uygulamalara yer vermiştir. $(a + ib)$ vektörünün uzunluğunu temsil eden "modüls" kelimesi Argand'a aittir. Wessel ve Argand'nın yazıları pek fark edilmeden kalınca, karmaşık sayılara olan son muhalefeti kırmak K. F. Gauss'a düşmüştür. Gauss'un 1799'da grafiksel bir gösterimi bilmesine rağmen, tamamlanmış gösterimi 1831 yılında yayınlamıştır (Cajori F. , 2014, s. 304). Bunun yanında 19. yüzyılın ilk yarısında Cauchy sayesinde, yalnızca kompleks sayılar hakkındaki Wessel-Argand-Gauss diyagramı değil, kompleks değişkenlerin temel özellikleri de tüm Avrupa'ya yayılmıştır (Boyer C. B., 2015, s. 552).

Wessel-Argand-Gauss'un grafik çizimlerinde kullanılmış olan bir kompleks sayıyı belli bir sıra içindeki reel sayılar çifti olarak algılayan yaklaşımı ilk kez açıkça ortaya koyan matematikçi William Rowan Hamilton (1805-1865) olmuştur. Hamilton, sıralı çiftlerinin düzlemdeki yönlendirilmiş birimler olarak düşünülebileceğini fark etmiş ve doğal olarak bu fikri, iki elemanlı $a + bi$ kompleks sayısından yola çıkarak ilk olarak sıralı sayı üçlüsüne, on yıl kadar sonra da sıralı sayı dörtlüsüne (quaternion) uyarlamıştır. En büyük başarısı olarak değerlendirdiği bu sistemle Hamilton, çarpmadaki yer değiştirme postulasını yok sayarak kendi içinde bütünlüklü yeni bir cebir ortaya koymuştur. Bu cebir çalışmaları içinde dörtlü sıralı sayıların (quaternion) geometri, diferansiyel denklemler ve fiziğe uyarlanması hakkındaki çalışmalarını 1853 yılında *Lectures on Quaternions* adıyla yayımlamıştır (Boyer C. B., 2015, s. 628). Salih Zeki, konuya katkısı olanlar arasında Hamilton'un yanında Vidinli Hüseyin Tevfik Paşa'yı[209] da zikretmiş:

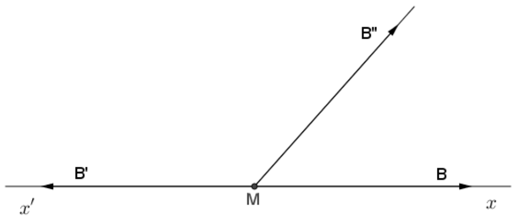
> Kemmiyyât-ı muhdesenin (sanal nicelikler) mâhiyeti hakîyyesi izâh ve kemmiyyât-ı mezkûrayı gözle görülecek bir sûrete vaz' ve ifrağ (şekle sokmak) eylediği ve bi'l-âhire bazı meşâhir riyâziyyûn vâz-ı cümle [Hamilton], [Graasmann] ve Tevfik Paşa tarafından nev usûl hendese-i tahlîliyyelerin (analitik geometri) keşfine vesîle olduğu cihetle… (Salih Zeki, 1315/1897, s. 53)

Salih Zeki'nin *Kâmûs-ı Riyâziyyât'ı* 1315/1897'de, Şükrü Bey'in ise *Hendese-i Tahlîliyye'yi* 1331/1912'de yayımladığı göz önüne alınırsa, zaman farkından dolayı Salih Zeki'nin konuya katkısı olanlar içinde Şükrü Bey'den bahsetmemiş olması olağan karşılanabilir.

Salih Zeki'nin Argand hesabından bahsettiği bir diğer eseri de 1331/1912 yılında, yani *Hendese-i Tahlîliyye* ile aynı yılda, yayınlanan *Dârü'l-fünûn Konferansları*'nın ikinci cildidir. Salih Zeki bu eserin ilk cildinde Eukleides dışı geometrileri, ikinci cildinde ise karmaşık sayıları anlatmıştır (Salih Zeki, 1331/1912). Karmaşık sayıların tarihi gelişimi hakkında ikinci cildin ilk konferansında geniş bilgi vermiş, Argand, Hamilton, Wallis, Grassmann gibi konuya katkısı olan kişileri ayrıntılı olarak ele almıştır (Salih Zeki, 1331/1912, s. 4-26). Ancak Salih Zeki, bu eserin hiçbir konferansında Şükrü Bey'in bu çalışmasından bahsetmiştir.

---

[209] Vidinli Hüseyin Tevfik Paşa (1832, Vidin- 1901, İstanbul), büyük Türk matematikçisi. *Linear Algebra* adlı eseri quaterniyonlar hakkındadır.



Şekil 91

Şükrü Bey kitabının bu bölümünde ilk olarak, Şekil 92'de (Sayan, Kem. Mevh., 1331/1912, s. 3) görülen vektörlerin büyüklüklerini, M orijin olmak üzere, $MB = +1$, $MB' = -1$ olarak kabul ettiğini belirtmiştir. $MB = +1$'den $MB' = -1$ miktarına ulaşmak için kullanılacak yöntemlerden birinin cebirsel bir yaklaşım olacağını şu şekilde dile getirmiştir:

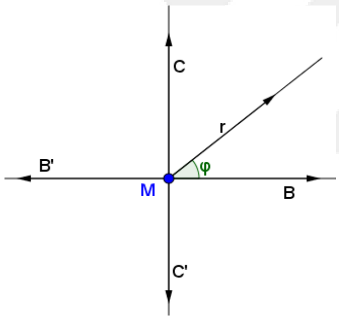
> …tarîk-i cebrîdir ki o da MB tûlünün mütevâliyen (art arda) tenâkusuyla (eksilmesiyle) sıfır olması ve ba'de (sonra) bu tenâkusta devam etmesi, ta'bîr-i âhirle tebdîl-i işâret ederek (işaret değiştirerek) tekrar tezâyüd eylemesidir (artmasıdır). Vâkıâ bu sûretle MB ile MB' tûlleri miyânındaki (arasındaki) ittisâl (bitişme, kavuşma) tezahûr ederse de bu ittisâl-i hakîkat halde (halinde) MB ile MB' hatları arasında değil, belki $+1, -1$ miktarları miyânında mevcûd ittisâl-i 'adediyyeden 'ibârettir (Sayan, Kem. Mevh., 1331/1912, s. 3).

Şükrü Bey, söz konusu vektörlerin elde edilmesi için ikinci bir yolun bu kez geometrik olabileceğini de şu şekilde dile getirmiştir:

> …hendesî bir ittisâlin (bitişme, kavuşma) vücûdu aranılacak olursa görülür ki MB hattını MB' hattına ittisâl edecek diğer bir tarîk MB hattının M noktası etrafında meselâ sağdan sola doğru devr ettirilmesiyle istihsâl olunur (elde edilir) (Sayan, Kem. Mevh., 1331/1912, s. 3).

Şükrü Bey, daha sonra söz konusu bu iki yöntemden cebirsel olanında MB hattının sayısal değerinin değişken, yönünün sabit; geometrik olarak adlandırdığı ikinci yöntemde ise MB hattının sayısal değerinin sabit, yönünün değişken olduğunu belirtmiştir. Her iki yöntemin olumlu ve olumsuz yönlerini dile getiren Şükrü Bey, geometrik olarak adlandırdığı ikinci yöntemde, MB' hattının $(\widehat{BMB'}) = \varphi$ durumuna bağlı olduğunu belirterek, bu yöntemde çeşitli zorluklarla *(müşkilât)* karşılaşılacağını vurgulamıştır:

> İşte bu müşkilât ber-vech-i âtî (aşağıda olduğu gibi) mütâlaât (tetkikler, düşünceler) ile **âciz-âne** ber-taraf edilir (Sayan, Kem. Mevh., 1331/1912, s. 4).



Şekil 92

Bu ifadeleriyle Şükrü Bey, söz konusu zorlukların nasıl ortadan kaldırılacağını *istikâmetin ifâde-i riyâziyyesi* başlığında, *âciz-âne* ifadesiyle kendi orijinal yöntemine atıfta bulunarak, şu şekilde açıklamıştır (Şekil 93 (Sayan, Kem. Mevh., 1331/1912, s. 4)):

MB, MC, MB', MC' uzunlukları b ve MB yönü pozitif, MB' yönü negatif kabul edildiği takdirde,

$$\overline{MB} = +b = (+1)b$$

$$\overline{MB'} = -b = (-1)b$$

bulunur. Bu eşitliklerde, $(+1) = (-1)^0$ ve $(-1) = (-1)^1$ ifadeleri yerine yazıldığında,

$$\overline{MB} = (-1)^0 b$$

$$\overline{MB'} = (-1)^1 b$$

elde edilir. Bu ifadelerde bulunan $(-1)^0$ ve $(-1)^1$ üslü niceliklerinin genel olarak $(-1)^x$ şeklinde bir çeşit üstel fonksiyon *(tâbi‘ üssî)* olarak ifade edilebileceğini belirten Şükrü Bey, söz konusu doğruların nasıl elde edildiğini şu şekilde açıklamıştır:

> $\overline{MB}$ hattını $\overline{MB'}$ hattına bir tarîk-i tedrîcî (derece derece) ve mütemâdî (sürekli) ile tahvîl etmek (değiştirmek) $(-1)^{\mathrm{x}}$ tâbi‘ üssiyyesinin (üstel fonksiyonunun) x üssünü sıfırdan $(+1)$ adedine (sayısına) kadar mütemâdiyen tahvîl ettirmek demek olacağı zâhir olur (Sayan, Kem. Mevh., 1331/1912, s. 5).

Şükrü Bey bu açıklamalardan sonra, x ekseni ile φ açısı teşkil eden ve *kıymet-i mutlakası* yani modülü[210] b olan $\overline{MR} = r$ doğrusunu,

$$r = (-1)^x . b \dots (1)$$

olarak ifade etmiştir. $\pi = 180°$lik açı 1 olarak kabul edildiğinde ise x değişkeninin $x = \frac{\varphi}{\pi}$ olacağını, dolayısıyla (1) eşitliğinin,

$$r = (-1)^{\frac{\varphi}{\pi}} . b \dots (2)$$

olarak ifade edilebileceğini hiçbir ispata gitmeden belirtmiştir (Sayan, Kem. Mevh., 1331/1912, s. 5-6). Burada Şükrü Bey'in atladığı ispatı şu şekilde açıklığa kavuşturmak mümkündür:

---

[210] Kıymet-i mutlaka ifadesinin anlamının mutlak değer olmasına rağmen, burada kastedilen modül yani $z = a + bi$ karmaşık sayısına ait $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$ ifadesidir (Tuncer, 1995, s. 185).

De Moivre[211] teoremi gereği,

$$r = z = b(\cos\varphi + i\sin\varphi)$$

$$r^n = z^n = b^n(\cos\varphi + i\sin\varphi)^n = b^n(\cos n\varphi + i\sin n\varphi) \ldots (3)$$

olduğu bilinmektedir. Bu ifadenin, (1) eşitliği gereği $[b^n.(-1)]$'e eşit olması için, $\sin\pi = 0, \cos\pi = -1$ olduğundan $n\varphi = \pi$ olması gerekmektedir. Buradan,

$$n\varphi = \pi$$

$$n = \frac{\pi}{\varphi}$$

$$\frac{1}{n} = \frac{\varphi}{\pi} \ldots (3)$$

olur ve

$$z^n = b^n(-1)$$

$$z = b(-1)^{\frac{1}{n}} \ldots (4)$$

ifadesinde (3) eşitliği yerine yazılırsa,

$$r = z = b(-1)^x = b(-1)^{\frac{\varphi}{\pi}} \ldots (5)$$

dolayısıyla,

$$x = \frac{\varphi}{\pi} \ldots (6)$$

olur ve böylece Şükrü Bey'in (1)'de verdiği eşitlik elde edilmiş olur.

---

[211] Abraham De Moivre (1667-1754), Fransız matematikçi. Royal Society'ye seçilmesini Bernoulliler sağlamıştır.

Elde edilen bu ifadeyi kullanarak, Şekil 93'te görülen y ekseni üzerindeki b uzunluğuna eşit MC, MC' doğrularının nasıl elde edileceği şu şekilde açıklanmıştır: MB, M noktası etrafında $\frac{\pi}{2}$ kadar döndürüldüğünde MC elde edileceğinden, (6) eşitliği gereği,

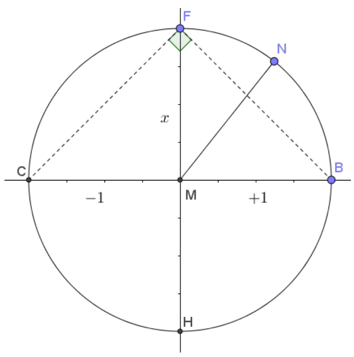
$$x = \frac{\frac{\pi}{2}}{\pi} = \frac{1}{2}$$

olduğu görülür. Bu durumda MC ışınının (5) eşitliği gereği matematiksel olarak ifadesi,

$$\overline{MC} = b(-1)^{\frac{1}{2}}$$
$$\overline{MC} = b\sqrt{-1}$$

olarak elde edilir. Şükrü Bey, elde edilen bu ifadenin Argand'nın gösterimine uygun olduğunu şu şekilde dile getirmiştir:

> $\overline{MC} = b\sqrt{-1}$ olmak iktizâ eder ki bu da Argan (آرغان) ve-sâ'ir taraflarından vaz' ve kabul olunan esasa **tamamen uygundur** (Sayan, Kem. Mevh., 1331/1912, s. 6).



Şekil 93

Şükrü Bey'in dediği gibi gerçekten de Argand söz konusu doğru için $\sqrt{-1}$ eşitliğini vermiş, ancak tamamen farklı şekilde ispatlamıştır. Salih Zeki, Argand'nın ispatında pozitif ve negatif nicelikler arasında geometrik oran[212] kullandığını şu şekilde belirtmiştir (Şekil 94 (Salih Zeki, 1315/1897, s. 53-55)):

$\overline{MF} = x$ olmak üzere, $\left(B\overset{\Delta}{M}F\right) \approx \left(F\overset{\Delta}{M}C\right)$ benzerliği dikkate alınacak olursa,

$$\frac{+1}{x} = \frac{x}{-1}$$

$$x^2 = -1$$

$$\overline{MF} = x = \sqrt{-1}$$

sonucu elde edilir. MH doğrusu da, MF'nin karşısında ve ters istikametinde bulunduğundan, Salih Zeki'nin "*Argan'a göre*" olduğunu belirterek dile getirdiği sonuç,

$$\overline{MH} = -\sqrt{-1}$$

şeklinde elde edilir (Salih Zeki, 1315/1897, s. 53-55). Aynı doğru için Şükrü Bey'in verdiği ispata bakacak olursak (Şekil 93), MC' ışını içinse söz konusu açı $\frac{3\pi}{2}$ olacağından,

$$\overline{MC'} = b(-1)^{\frac{\frac{3\pi}{2}}{\pi}}$$

$$\overline{MC'} = b(-1)^{\frac{3}{2}}$$

ayrıca

$$(-1)^{\frac{3}{2}} = (-1)^{1+\frac{1}{2}} = (-1)^1(-1)^{\frac{1}{2}} = -(-1)^{\frac{1}{2}} = -\sqrt{-1}$$

[212] Osm. Nisbet-i hendesiyye. Fr. rapport geometrique.

eşitliği gereği,

$$\overline{MC'} = -\sqrt{-1}\, b$$

elde edilir.

Görüldüğü gibi, Şükrü Bey ve Argand'nın ispat şekillerinin farklı olmasına rağmen, elde ettikleri sonuçlar aynıdır.

Şükrü Bey'in elde ettiği yöntem için verdiği örneklere dönecek olursak (Şekil 93) MB doğrusu 2π döndürülecek olursa,

$$\overline{MB} = b(-1)^{\frac{2\pi}{\pi}}$$

$$\overline{MB} = b(-1)^2 = b$$

bulunur. Konunun başında zaten $\overline{MB} = b$ olduğu kabul edildiğinden, söz konusu yaklaşımının doğruluğu bir kez daha ispatlanmış olur (Sayan, Kem. Mevh., 1331/1912, s. 6-7). Şükrü Bey'in kendi yönteminin işlerliğine dair yorumu ise şu şekildedir:

> $\overline{r} = (-1)^x.b$ ifade-i üssiyesi M noktası etrafındaki bil-cümle hutûtu (tüm doğruları) irâeye (göstermeye) kâfi bir ifade olmak üzere **kabul olunabilir** (Sayan, Kem. Mevh., 1331/1912, s. 7).

Şükrü Bey söz konusu yöntemin negatif yönlü açılar için de kullanılabildiğini bir örnekle şu şekilde dile getirmiştir: MB ile ters yönde $(-\theta)$ açı teşkil eden $\overline{MF} = \overline{r}$ ışını için x değişkeni $x = -\frac{\theta}{\pi}$ olacağından, söz konusu ışın MB ile pozitif yönde

$\left(2\pi - \frac{\theta}{\pi}\right)$ açısını teşkil edeceği açıktır. Bu ifadeyi de $(2 - x)$ şeklinde yazmak mümkün olur ve,

$$r = (-1)^x . b$$

genel ifadesi

$$r = (-1)^{2-x} . b$$

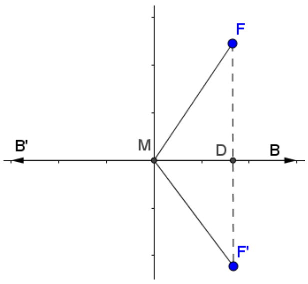
olarak yazıldığında

$$r = (-1)^2(-1)^{-x} . b$$

$$r = (+1)(-1)^{-x} . b$$

$$r = (-1)^{-x} . b \dots (1)$$

bulunur. Sonuç olarak (1) eşitliği ile söz konusu yöntemin negatif yöndeki açılar için de kullanılabildiği gösterilmiş olur (Sayan, Kem. Mevh., 1331/1912, s. 7-9).



Şekil 94

Şükrü Bey, negatif yöndeki açıların ardından MB ile pozitif yönde $60°$ açı teşkil eden ve modülü b olan $MF = r$ ışınının cebirsel olarak (Şekil 95 (Sayan, Kem. Mevh., 1331/1912, s. 9)),

$$r = (-1)^x . b = (-1)^{\frac{\theta}{\pi}} . b$$

$$r = (-1)^{\frac{\frac{\pi}{3}}{\pi}} . b = (-1)^{\frac{1}{3}} . b$$

$$r = \sqrt[3]{-1} . b \dots (1)$$

şeklinde ifade edileceğini belirtmiştir. Bu ifadedeki $\sqrt[3]{-1}$ sanal niceliğinin,

$$\sqrt[3]{-1} = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}\sqrt{-1}$$

$$\sqrt[3]{-1} = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}\sqrt{-1}$$

$$\sqrt[3]{-1} = -1$$

olarak üç farklı şekilde gösterilebileceğini belirtmiştir. Bu eşitlikleri kullanarak da (1) eşitliğinin,

$$\overline{r} = \left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}\sqrt{-1}\right).b \ldots (2)$$

$$\overline{r'} = \left(\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}\sqrt{-1}\right).b \ldots (3)$$

$$\overline{r''} = -b \ldots (4)$$

olarak ifade edilebileceğini belirtmiştir. Bu eşitliklerin ispatı için vektörel toplama işleminin kullanılacağı da şu şekilde dile getirilmiştir:

> Fi'l-hakika: Argan'a veya bi'l-cümle kemmiyyât-ı şuâiyye hesâbında (vektör hesabı) birer kıymet ve bir istikâmet ve bir de cihete ha'iz olan hutûtun cem'i hakkında mer'î olan (yürürlükte olan) kaideye tevfikân (uygun olarak)… (Sayan, Kem. Mevh., 1331/1912, s. 9)

Bu doğrultuda,

$$\overline{r} = \overline{MF} = \overline{MD} + \overline{DF}$$

şeklinde yazılabilir (Şekil 95). Ayrıca Şükrü Bey, $\overline{MD}$'nin reel eksen, kendi deyimiyle $(+1)$ ekseni üzerinde bulunduğunu, $\overline{MF}$'nin ise sanal eksen, yine kendi deyimiyle $\left(+\sqrt{-1}\right)$ ekseni üzerinde bulunduğunu belirtmiştir. Bu durumda söz konusu ışın,

$$\overline{r} = MD + DF\sqrt{-1} \dots (5)$$

şeklinde ifade edilebilir. Salih Zeki'nin aktardığı şekliyle Argand, vektörel toplama, çıkarma ve bir vektörü bileşenlerine ayırma işlemlerini Şükrü Bey ile aynı şekilde gerçekleştirmiştir (Salih Zeki, 1315/1897, s. 55-57).

Şükrü Bey'in anlatımına dönecek olursak (5) eşitliğindeki r ışınının x ekseni ile teşkil ettiği açı $60°$ olduğundan,

$$\cos 60 = \frac{MD}{b}$$

$$MD = \frac{b}{2} \dots (6)$$

olur ve benzer yaklaşımla,

$$\sin 60 = \frac{DF}{b}$$

$$DF = \frac{\sqrt{3}}{2} b \dots (7)$$

elde edilir ve $(6\ )$ ile (7) eşitlikleri (5)'de yerine yazıldığında,

$$\overline{r} = \left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}\sqrt{-1}\right) b \dots (8)$$

eşitliği bulunur (Sayan, Kem. Mevh., 1331/1912, s. 8-11). Böylece (8) ile yukarıda ispatlanmaya çalışılan (2) eşitliği elde edilmiş olmakta, ayrıca Şükrü Bey yönteminin işlerliğini bir kez daha göstermiş olmaktadır. Bunun yanında, (8) ile elde edilen sonuç, modern ders kitaplarında da yerini alan, karmaşık sayıların kutupsal gösteriminden başka bir şey değildir:

$$z = (\cos\theta + i\sin\theta)|z|$$

$$z = (\cos 60 + i\sin 60)|z|$$

$$z = \left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)|z|$$

Benzer bir ispat yaklaşımı Şekil 95'te görülen, *delîlleri* yani argümanları[213] sırasıyla $\frac{5\pi}{3}$ olan MF' ve MB' ışınları için de takip edilmiştir. İlk olarak, MB' ışınının x ekseni ile yaptığı açı π olduğundan,

$$\overline{r} = (-1)^{x}.b = (-1)^{\frac{\theta}{\pi}}.b$$

formülü gereği,

$$\overline{r''} = (-1)^{\frac{\pi}{\pi}}.b = (-1)b = -b$$

olur ve yukarıda bahsi geçen (4) eşitliği ispatlanmış olur.

MF' ışınının ise ters yönde x ekseni ile yaptığı $\left(-\frac{\pi}{3}\right)$ açısı, pozitif yönde $\frac{5\pi}{3}$ açısına tekabül edeceğinden:

---

[213] Delîl: Argüman. Bir karmaşık sayıyı gösteren vektörün pozitif yönde x ekseni ile yaptığı açı [Alm. Argument, Fr. argument] (Tuncer, 1995, s. 7-8).

$$\overline{r} = (-1)^{x}.b = (-1)^{\frac{\theta}{\pi}}.b$$

formülü gereği,

$$\overline{MF'} = \overline{r'} = (-1)^{\frac{\frac{5\pi}{3}}{\pi}}.b = (-1)^{\frac{5}{3}}.b$$

$$\overline{MF'} = \overline{r'} = \left[(-1)^{\frac{1}{3}}\right]^{5}.b = \left[\sqrt[3]{-1}\right]^{5}.b \ldots (9)$$

olur ve daha önce de bahsedilen,

$$\sqrt[3]{-1} = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}\sqrt{-1}$$

$$-1 = \left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}\sqrt{-1}\right)^{3} \ldots (10)$$

eşitlikleri (9)'da yerine yazılırsa,

$$\overline{r} = \left[\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}\sqrt{-1}\right]^{5}.b$$

$$\overline{r} = \left[\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}\sqrt{-1}\right]^{3}.\left[\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}\sqrt{-1}\right]^{2}.b$$

bulunur ve burada da (10) eşitliği gereği,

$$\overline{r} = (-1).\left[\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}\sqrt{-1}\right]^{2}.b$$

elde edilir. Gerekli cebirsel düzenlemeler yapıldığında,

$$\overline{MF'} = \overline{r'} = \left(\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}\sqrt{-1}\right).b \ldots (11)$$

bulunur ve böylece başta bahsedilen (3) eşitliği ispatlanmış olur.

Şükrü Bey bu kısımda ayrıca, $\left(-\frac{\pi}{3}\right)$ ile $\frac{5\pi}{3}$ açılarının aynı şekilde ifade edildiğini yine kendi yöntemini kullanarak şu şekilde ifade etmiştir:

$$\overline{r'} = (-1)^{-\frac{1}{3}}.b = \frac{1}{(-1)^{\frac{1}{3}}}b$$

$$\overline{r'} = \frac{1}{\sqrt[3]{-1}}b$$

olur ve daha önce de kullanılan

$$\sqrt[3]{-1} = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}\sqrt{-1}$$

ifadesi yerine yazılırsa,

$$\overline{r'} = \frac{1}{\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}\sqrt{-1}}b$$

bulunur. Bu eşitlik de paydanın eşleniği olan $\left(\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}\sqrt{-1}\right)$ ile çarpılırsa, (11) eşitliğine ulaşılır ve böylece $\left(-\frac{\pi}{3}\right)$ ile $\frac{5\pi}{3}$ açılarının aynı vektöre ait oldukları ispatlanmış olur (Sayan, Kem. Mevh., 1331/1912, s. 11-14). Bu elde edilen sonuçlar ışığında Şükrü Bey şu çıkarımda bulunmuştur:

> $x = \frac{1}{m}$ kıymeti için $\sqrt[m]{-1}$ ifadesinin m kadar kuvveti bulunmak icâb ederse de bunların her biri başka istikâmette bir şuâ‘ teşkil eder (Sayan, Kem. Mevh., 1331/1912, s. 14).

Gerçekten de $r = \sqrt[3]{-1}.b$ eşitliği için 3 farklı ışının elde edildiği son örnekte ispatlanmıştı.

Şükrü Bey, bu noktada orijinal olarak nitelendirdiği çalışması hakkında bir konuya dikkat çekmektedir: Şükrü Bey'in yönteminin Şekil 95'te görülen ışınlar arasındaki,

$$\overline{MD} + \overline{DF} = \overline{MF} \ldots (1)$$

$$\overline{MD} + \overline{DF'} = \overline{MF'} \ldots (2)$$

şeklindeki vektörel toplamaya ihtiyaç duyması, Şükrü Bey'e göre yöntemini başka bir teoreme bağlı olduğu için zayıflatmak yerine, herkesçe bilinen bir kaideyi sağladığı için güçlendirmektedir:

> …$\overline{r}$, $\overline{r'}$ gibi bir şuâ' irâe edebilmek için (1) ve (2) (eşitliklerini) olarak kabule mecbûriyyet hâsıl olmasıdır. Bu halde Argan ve-sâ'ir bu nev usûllerde hutûtun cem'-i hakkında bulunmuş olan kâ'ide bir farziyyeye[214] mübtenî (dayanan) değil, bi'l-akis cebrin bu nev kemmiyyâta tatbîkinden mütehassıl (meydana gelen) bir netice-i meşruaya (şer'en caiz) müstenid (dayanan) bulunduğu zâhir olur (Sayan, Kem. Mevh., 1331/1912, s. 15).

Şükrü Bey, bu anlatımla kompleks sayılardaki toplama ile iki boyutlu düzlemdeki vektörel toplamın aynı olduğunu dile getirmektedir.

---

[214] Varsayım [Fr. Hypothése] (Devellioğlu, 2012, s. 288).

Kendi yönteminin genel kaidelere uygulanabilirliğini her fırsatta dile getiren Şükrü Bey, bu kez de söz konusu yönteminin işlevselliğini toplam-fark formüllerinde göstermiştir:

$$\overline{r} = (-1)^{\frac{\theta}{\pi}}.b = \left(\cos\theta + \sin\theta\sqrt{-1}\right)b$$

olduğu daha önce de ele alınmıştı. Bu eşitlikteki modül b sadeleştirilirse,

$$(-1)^{\frac{\theta}{\pi}} = \cos\theta + \sin\theta\sqrt{-1} \ldots (1)$$

elde edilir. Başka bir ışın $\overline{r'}$ için benzer şekilde,

$$(-1)^{\frac{\delta}{\pi}} = \cos\delta + \sin\delta\sqrt{-1} \ldots (2)$$

yazılarak, (1) ve (2) eşitlikleri çarpıldığında,

$$(-1)^{\frac{\theta+\delta}{\pi}} = \cos\theta\cos\delta - \sin\theta\sin\delta + (\sin\theta\cos\delta + \sin\delta\cos\theta)\sqrt{-1} \ldots (3)$$

elde edilir. (1) eşitliği gereğince,

$$(-1)^{\frac{\theta+\delta}{\pi}} = \cos(\theta+\delta) + \sin(\theta+\delta)\sqrt{-1} \ldots (4)$$

olacağından, (3) ve (4) eşitliklerinin sağ taraflarının eşit olması gerekir. Bu durumda,

$$\cos(\theta+\delta) = \cos\theta\cos\delta - \sin\theta\sin\delta \ldots (5)$$

$$\sin(\theta+\delta) = \sin\theta\cos\delta + \sin\delta\cos\theta \ldots (6)$$

toplam formülleri elde edilmiş olur. Benzer şekilde fark formüllerini elde etmek için bu kez (1) ve (2) eşitlikleri taraf tarafa bölünecek olursa,

$$(-1)^{\frac{\theta-\delta}{\pi}} = \frac{\cos\theta + \sin\theta\sqrt{-1}}{\cos\delta + \sin\delta\sqrt{-1}} \dots (7)$$

olur ve bu eşitliğin pay ve paydası, paydanın eşleniği olan $(\cos\delta - \sin\delta\sqrt{-1})$ ile çarpıldığında,

$$(-1)^{\frac{\theta-\delta}{\pi}} = \frac{(\cos\theta + \sin\theta\sqrt{-1}^{215})(\cos\delta - \sin\delta\sqrt{-1})}{\cos^2\delta + \sin^2\delta}$$

bulunur. Paydaki dağılma işlemi yapılarak, $\cos^2\delta + \sin^2\delta = 1$ eşitliği yerine yazıldığında,

$$(-1)^{\frac{\theta-\delta}{\pi}} = (\cos\theta\cos\delta + \sin\theta\sin\delta) + (\sin\theta\cos\delta - \sin\delta\cos\theta)\sqrt{-1} \dots (8)$$

elde edilir. Toplam formüllerinde olduğu gibi, (1) eşitliği gereği,

$$(-1)^{\frac{\theta-\delta}{\pi}} = \cos(\theta-\delta) + \sin(\theta-\delta)\sqrt{-1} \dots (9)$$

bulunur. (8) ve (9) eşitliklerinin sağ taraflarının eşit olması gerektiğinden,

$$\cos(\theta-\delta) = \cos\theta\cos\delta + \sin\theta\sin\delta$$

$$\sin(\theta-\delta) = \sin\theta\cos\delta - \sin\delta\cos\theta$$

olur ve böylece fark formülleri de elde edilmiş olur.

Şükrü Bey aynı yaklaşımı bu kez de ifadenin her iki tarafının n. kuvvetini alarak uygulamıştır:

---

[215] $(\sin\theta)$ ifadesinin yazımı, muhtemelen baskı hatası ile belirtilen yerde unutulmuştur, ancak işlemin ilerleyen aşamalarında bu eksiklik giderilmiştir.

$$(-1)^{\frac{\theta}{\pi}} = \cos\theta + \sin\theta\,\sqrt{-1}\ \ldots (1)$$

eşitliği,

$$(-1)^{\frac{n\theta}{\pi}} = \left(\cos\theta + \sin\theta\,\sqrt{-1}\right)^n \ldots (10)$$

ifadesini (1) eşitliğini göz önüne alarak tekrar düzenlediğimizde,

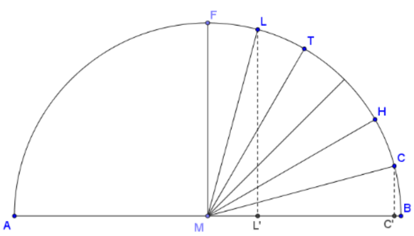
$$(-1)^{\frac{n\theta}{\pi}} = \cos n\theta + \sin n\theta\,\sqrt{-1} \ldots (11)$$

elde edilir. (10) ve (11) eşitliklerinin sağ tarafları eşit olacağından,

$$\left(\cos\theta + \sin\theta\,\sqrt{-1}\right)^n = \cos n\theta + \sin n\theta\,\sqrt{-1} \ldots (12)$$

elde edilir. Şükrü Bey'in de ifadesiyle, (12) eşitliği *Moivre* (مووار) eşitliğinden başka bir şey değildir (Sayan, 1331/1912, s. 15-18).

Argand ise aynı eşitliği "daha geometrik" olarak nitelendirebileceğimiz bir şekilde ispatlamayı tercih etmiştir (Şekil 96 (Salih Zeki, 1315/1897, s. 58)):



Şekil 95

AB çaplı çember, her birinin ölçüsü S olmak üzere $BC, CH, \ldots, TL, LF$ şeklinde n adet yaya bölünsün. Bu durumda bir sonraki başlıkta da anlatıldığı üzere, ışınların çarpımı gereğince,

$$\overline{ML} = \left[\overline{MC}\right]^n$$

yazılabilir. Bahsi geçen ışınları bileşenlerine ayıracak olursak,

$$\overline{ML} = \overline{ML'} + \overline{L'L}$$

$$\overline{MC} = \overline{MC'} + \overline{C'C}$$

olur ve bu eşitlikler (1)'de yerine yazıldığında,

$$\overline{ML'} + \overline{L'L} = \left[\overline{MC'} + \overline{C'C}\right]^n \ldots (1)$$

elde edilir. Bu ifadede,

$$\operatorname{arc} BL = n.S$$

$$\overline{MC'} = \cos S$$

$$\overline{CC'} = \pm\sqrt{-1}\sin S$$

$$\overline{ML'} = \cos n.S$$

$$\overline{LL'} = \pm\sqrt{-1}\sin n.S$$

eşitlikleri yerine yazılırsa,

$$\cos n.S \pm \sqrt{-1}\, n.S = \left(\cos S \pm \sqrt{-1}\sin S\right)^n$$

elde edilerek De Moivre eşitliği Argand usûlünce ispatlanmış olur. Argand, toplam-fark formüllerinin ispatında da benzer bir yaklaşım sergilemiştir (Salih Zeki, 1315/1897, s. 58-59).

Görüldüğü gibi, aynı formülün ispatı için Argand geometrik bir ispat tercih ederken, Şükrü Bey cebirsel bir yol izlemiştir.

Şükrü Bey daha önce de vurguladığı gibi, yönteminin herkesçe bilinen formüllerde de işe yaradığı için bu yöntemin kabul edilebilir olduğunu belirtmiştir:

> Netâic-i müstahrice (çıkarsanan sonuçlar) sıhhati kabul olunan farziyyenin (varsayımın) sıhhatine dalalet edeceğinden…farziyye-i

sâbıkanın **kabulünde isabet edilmiş olduğu** tezâhür eder (Sayan, Kem. Mevh., 1331/1912, s. 19).

İki şuâ'nın darbı yani "iki ışının çarpımı" başlığında Şükrü Bey,

$$\overline{r} = b.(-1)^{\frac{\theta}{\pi}}$$

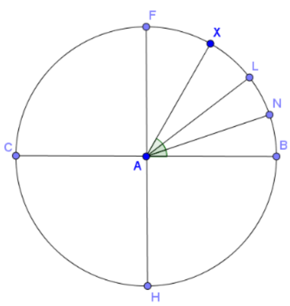
$$\overline{r'} = b'.(-1)^{\frac{\varphi}{\pi}}$$

şeklide iki ışın ele almıştır. Bu iki ışın çarpıldığında,

$$\overline{r}.\overline{r}' = b.(-1)^{\frac{\theta}{\pi}}.b'.(-1)^{\frac{\varphi}{\pi}}$$

$$\overline{r}.\overline{r}' = b.b'.(-1)^{\frac{\theta+\varphi}{\pi}} \ldots (1)$$

sonucu elde edilir ki bunun da, argümanı $(\theta + \varphi)$ ve modülü $(b.b')$ olan başka bir ışını ifade ettiği belirtilmiştir (Sayan, Kem. Mevh., 1331/1912, s. 19-20). Aynı sonucu Argand usûlünde de elde etmek mümkündür. Şöyle ki: modülleri 1 olan $\overline{AL}, \overline{AN}$ doğrularının çarpımı için benzerlikten faydalanarak (Şekil 97 (Salih Zeki, 1315/1897, s. 57)):



Şekil 96

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{AN}} = \frac{\overline{AL}}{\overline{AX}}$$

eşitliğinde $\overline{AX} = \overline{X}$ ifadesini elde etmek, çarpım sonucunu elde etmek demek olacaktır. Bu durumda,

$$\overline{AB}.\overline{X} = \overline{AN}.\overline{AL}$$

yazılır ve $\overline{AB} = +1$ olduğundan,

$$\overline{X} = \overline{AN}.\overline{AL}$$

elde edilir. Bunların yanında benzerlik gereği $(\widehat{BAN}) = (\widehat{LAX})$ olduğundan,

$$(\widehat{BAX}) = (\widehat{BAN}) + (\widehat{BAL})$$

bulunacağından, Şükrü Bey'in de belirttiği gibi çarpan durumundaki ışınların argümanları toplamı, çarpımın argümanına ve modülleri çapımı da çarpma sonucu elde edilen ışının modülüne eşittir. Görüldüğü gibi tekrar, Argand ve Şükrü Bey'in yöntemi farklı ispat tarzı ile aynı sonucu elde etmiştir, aynı durum bölmede de söz konusudur (Salih Zeki, 1315/1897, s. 57, 61).

Bir şuâ'nın murabba'ı yani "bir ışının karesi" başlığında çarpmada uygulanan yöntem bu kez $\theta = \varphi$ ve $b = b'$ için ele alınmıştır. Bu durumda da,

$$\overline{r}\,.\overline{r}' = \overline{r^2} = b^2(-1)^{\frac{2\theta}{\pi}} \ldots (1)$$

sonucuna ulaşılır. Bu eşitliğin te'yîdi için Şükrü Bey, $\theta = 0$ için söz konusu eşitliğin,

$$\overline{r^2} = b^2(-1)^{\frac{2.0}{\pi}} = b^2(-1)^0 = +b^2$$

olacağını belirterek, x ekseni ile çakışık haldeki ışının modülünün karesinin elde edileceğini vurgulamıştır. Kuşkusuz bunun nedeni argümanının 0° olmasından kaynaklanmaktadır. Benzer şekilde, $\theta = \frac{\pi}{2}$ için ise,

$$\overline{r^2} = b^2(-1)^{\frac{\pi}{\pi}} = b^2(-1)^1 = \overline{r^2} = -b^2$$

elde edilerek,

> MY cihetinde yani cihet-i mevhûme-i müsbetede (pozitif sanal nicelikler yönünde) alınan bir hattın murabba'ı (karesi) mx' cihet-i hakikiyye-i menfiyyesinde (negatif reel nicelikler yönünde) bulunan

> bir miktara müsâvî (eşit) bulunur (Sayan, Kem. Mevh., 1331/1912, s. 21).

sonucuna ulaşılır. Böylece (1) eşitliğinin işlerliği gösterilmiş olur. Şükrü Bey, konu ile ilgili iki örnek daha ele almıştır. İlk olarak, reel eksen (x) üzerinde bulunan argümanı $\theta = \pi$ olan ışın için (1) eşitliği gereği,

$$\overline{r^2} = b^2(-1)^{\frac{2.\pi}{\pi}} = b^2(-1)^2 = b^2$$

bulunur ve ikinci örnekte, sanal eksen (y) üzerinde bulunan argümanı $\theta = \frac{3\pi}{2}$ olan ışın için (1) eşitliği gereği,

$$\overline{r^2} = b^2(-1)^{\frac{6.\pi}{2\pi}} = b^2(-1)^3 = -b^2$$

sonucuna ulaşılır (Sayan, Kem. Mevh., 1331/1912, s. 20-22). Bu örnekler ışığında Şükrü Bey, genellemeye giderek şu çıkarsamada bulunmuştur:

> …murabba‘ları müsbet (pozitif) olan mekâdir-i şuâ‘ya (ışına) ale‘l-ıtlak (genel olarak) XX' mihver-i hakikiyyesi üzerinde ve murabba‘ları menfî (negatif) olan şuââtda (ışınlarda) be-heme-hâl (mutlaka) YY' mihver-i mevhûmu (sanal eksen) istikâmetinde bulunmak iktizâ eder (gerekir) (Sayan, Kem. Mevh., 1331/1912, s. 22).

Şükrü Bey bir vektörün (kompleks sayının) karesini almak için verdiği (1) eşitliğinin cebirsel olarak düzenlenmesi sonucu elde edilen,

$$\overline{r^2} = b^2(-1)^{\frac{2\theta}{\pi}} = b^2[(-1)^2]^{\frac{\theta}{\pi}} = b^2(+1)^{\frac{\theta}{\pi}} \dots (2)$$

ifadesinin kullanımından doğacak hataları örneklerle açıklayarak (2) eşitliğinin kullanılmamasını önermiştir:

> …teşvişat (karma karışık etme) mûcib (gereken) olacağından +1 isti‘mâl (kullanma) tevakki (sakınma, çekinme) eylemelidir (Sayan, Kem. Mevh., 1331/1912, s. 23).

Yönteminin kullanım alanını göstermek adına vektörel işlemlere devam eden Şükrü Bey, *iki şuâ‘nın taksîmi* yani “iki vektörün (kompleks sayının) bölümü” başlığı ile,

$$\overline{MF} = b(-1)^{\frac{\theta}{\pi}}, \qquad \overline{MF'} = b'(-1)^{\frac{\delta}{\pi}}$$

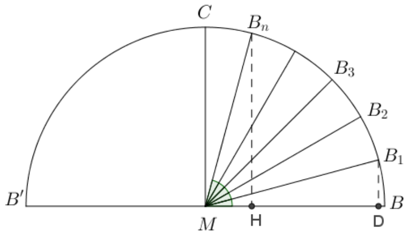
denklemleri ile verilen ışınların bölümünü,

$$\frac{\overline{MF}}{\overline{MF'}} = \frac{b(-1)^{\frac{\theta}{\pi}}}{b'(-1)^{\frac{\delta}{\pi}}} = \frac{b}{b'}(-1)^{\frac{\theta}{\pi}-\frac{\delta}{\pi}}$$

olarak vermiş ve iki ışının bölümünün sonucu yeni bir ışın olacağından,

$$\overline{MF''} = \frac{b}{b'}(-1)^{\frac{\theta-\delta}{\pi}}$$

sonucunu elde etmiştir (Sayan, Kem. Mevh., 1331/1912, s. 23-24).



Şekil 97

Son olarak ele alınan *bir şuâ‘nın kuvveti* başlığı ile, MB vektörün[216] üst tarafında $MB_1, MB_2, MB_3, \dots, MB_n$ gibi n tane, birbiriyle α açısı yapan, modülleri $|MB| = b = 1$ olan ışınlar ele alınmıştır. Bu durumda ışınların Şükrü Bey'in yöntemiyle ifadesi şu şekilde olur (Şekil 98):

$$MB_1 = \overline{MB_1} = b(-1)^{\frac{\alpha}{\pi}} = (-1)^{\frac{\alpha}{\pi}}$$

$$MB_2 = \overline{MB_1}.\overline{MB_1} = \overline{MB_1}^2 = b(-1)^{\frac{2\alpha}{\pi}} = (-1)^{\frac{2\alpha}{\pi}}$$

$$MB_3 = \overline{MB_1}.\overline{MB_1}.\overline{MB_1} = \overline{MB_1}^3 = b(-1)^{\frac{3\alpha}{\pi}} = (-1)^{\frac{3\alpha}{\pi}}$$

$$\dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots$$

$$MB_n = \overline{MB_1}.\overline{MB_1} \dots \overline{MB_1} = \overline{MB_1}^n = b(-1)^{\frac{n\alpha}{\pi}} = (-1)^{\frac{n\alpha}{\pi}}$$

ve buradan

$$\overline{MB_1} = \overline{MB_n}^{\frac{1}{n}}$$

eşitliği yazılabilir (Şekil 98 (Sayan, Kem. Mevh., 1331/1912, s. 24)). MB_1 ve MB_n x ve y eksenlerindeki bileşenlerine ayrıldığında ise,

$$x_1 + y_1 = [x_n + y_n]^{\frac{1}{n}}$$

olur ve bu eşitliğe binom açılımı uygulandığında,

[216] Şükrü Bey, MB ışınını *râsıd* (راصد) yani "gözleyen, gözetleyici" olarak adlandırmıştır. Muhtemelen, bu ışının astronomideki kullanımına atıfta bulunulmaktadır.

$$x_1 + y_1 = [x_n + y_n]^{\frac{1}{n}} = (x_n)^{\frac{1}{n}} + \frac{1}{n}(x_n)^{\frac{1}{n}-1}(y_n) + \frac{\frac{1}{n}\left(\frac{1}{n}-1\right)}{2.1}(x_n)^{\frac{1}{n}-2}(y_n)^2 + \cdots$$

buradan,

$$x_1 + y_1 = [x_n + y_n]^{\frac{1}{n}} = (x_n)^{\frac{1}{n}}\left[1 + \frac{1}{n}(x_n)^{-1}(y_n) + \frac{\frac{1}{n}\left(\frac{1}{n}-1\right)}{2.1}(x_n)^{-2}(y_n)^2 + \cdots\right]$$

$$x_1 + y_1 = [x_n + y_n]^{\frac{1}{n}} = (x_n)^{\frac{1}{n}}\left[1 + \frac{1}{n}\left(\frac{y_n}{x_n}\right) + \frac{\frac{1}{n}\left(\frac{1}{n}-1\right)}{2.1}\left(\frac{y_n}{x_n}\right)^2 + \cdots\right] \ldots (1)$$

eşitliği elde edilir. Şükrü Bey'in daha önce de belirttiği üzere (Sayan, Kem. Mevh., 1331/1912, s. 8-11, 15-18), bir ışının bileşenlerinin reel eksen ile yaptığı açı 0° ve sanal eksen ile yaptığı açı 90° olduğundan, söz konusu ışının bileşenleri,

$$x_1 = \cos\theta\,(-1)^{\frac{0}{\pi}} = \cos\theta\,(-1)^0 = \cos\theta$$

$$y_1 = \sin\theta\,(-1)^{\frac{\frac{\pi}{2}}{\pi}} = \sin\theta\,(-1)^{\frac{1}{2}} = \sin\theta\sqrt{-1}$$

olur ve n. kuvvetleri de,

$$x_n = \cos\theta\,(-1)^0 = \cos n\theta$$

$$y_n = \sin n\theta\,(-1)^{\frac{1}{2}} = \sin n\theta\sqrt{-1}$$

bulunur. Bu son eşitlikler (1)'de yerine yazılırsa,

$$\cos\theta + \sin\theta\sqrt{-1} = (\cos n\theta)^{\frac{1}{n}}\left[1 + \frac{1}{n}\left(\frac{\sin n\theta}{\cos n\theta}\sqrt{-1}\right) + \frac{\frac{1}{n}\left(\frac{1}{n}-1\right)}{2.1}\left(\frac{\sin n\theta}{\cos n\theta}\sqrt{-1}\right)^2 + \cdots\right]$$

$$= (\cos n\theta)^{\frac{1}{n}}\left[1 + \frac{1}{n}\tan n\theta\left(\sqrt{-1}\right) + \frac{\frac{1}{n}\left(\frac{1}{n}-1\right)}{2.1}\tan n\theta^2\left(\sqrt{-1}\right)^2 + \cdots\right]$$

$$= (\cos n\theta)^{\frac{1}{n}}\left[1+\frac{1}{n}\tan n\theta\left(\sqrt{-1}\right)-\frac{\frac{1}{n}\left(\frac{1}{n}-1\right)}{2.1}\tan^2 n\theta-\frac{\frac{1}{n}\left(\frac{1}{n}-1\right)\left(\frac{1}{n}-2\right)}{3.2.1}\tan^3 n\theta\left(\sqrt{-1}\right)\dots\right]^{217}$$

olur ve cebir kaideleri gereği sanal ve reel ifadeler karşılıklı olarak eşitlendiğinde,

$$\cos\theta = (\cos n\theta)^{\frac{1}{n}}\left[1-\frac{\frac{1}{n}\left(\frac{1}{n}-1\right)}{2.1}\tan^2 n\theta+\frac{\frac{1}{n}\left(\frac{1}{n}-1\right)\left(\frac{1}{n}-2\right)\left(\frac{1}{n}-3\right)}{4.3.2.1}\tan^4 n\theta\dots\right]$$

$$\sin\theta\sqrt{-1} = \left(\sqrt{-1}\right)(\cos n\theta)^{\frac{1}{n}}\left[\frac{1}{n}\tan n\theta-\frac{\frac{1}{n}\left(\frac{1}{n}-1\right)\left(\frac{1}{n}-2\right)}{3.2.1}\tan^3 n\theta\dots\right]$$

sonuçları elde edilir. Ayrıca bu eşitliklerde,

$$n\theta = x \rightarrow \theta = \frac{x}{n}$$

olarak kabul edildiğinde,

$$\cos\frac{x}{n} = (\cos x)^{\frac{1}{n}}\left[1-\frac{\frac{1}{n}\left(\frac{1}{n}-1\right)}{2.1}\tan^2 x+\frac{\frac{1}{n}\left(\frac{1}{n}-1\right)\left(\frac{1}{n}-2\right)\left(\frac{1}{n}-3\right)}{4.3.2.1}\tan^4 x\dots\right]$$

$$\sqrt{-1}\sin\frac{x}{n} = \left(\sqrt{-1}\right)(\cos x)^{\frac{1}{n}}\left[\frac{1}{n}\tan x-\frac{\frac{1}{n}\left(\frac{1}{n}-1\right)\left(\frac{1}{n}-2\right)}{3.2.1}\tan^3 x\dots\right]$$

olur ve eşitliğin her iki tarafı n ile çarpılırsa,

$$n\cos\frac{x}{n} = (\cos x)^{\frac{1}{n}}\left[n-\frac{\left(\frac{1}{n}-1\right)}{2.1}\tan^2 x+\frac{\left(\frac{1}{n}-1\right)\left(\frac{1}{n}-2\right)\left(\frac{1}{n}-3\right)^{218}}{4.3.2.1}\tan^4 x\dots\right]$$

$$n\sin\frac{x}{n} = (\cos x)^{\frac{1}{n}}\left[\tan x-\frac{\left(\frac{1}{n}-1\right)\left(\frac{1}{n}-2\right)}{3.2.1}\tan^3 x+\cdots\right]\dots(2)$$

---

217 $\left(\sqrt{-1}\right)^2 = -1, \left(\sqrt{-1}\right)^3 = -\sqrt{-1}$ olduğundan terimlerin işaretleri değişmiştir.

218 Şükrü Bey muhtemelen baskı veya yazım hatası ile buraya sadeleşmesi gereken $\frac{1}{n}$'yi yazmıştır, doğrusu burada verildiği gibidir.

elde edilir. Bu eşitliklerde, $n = \infty$ kabul edildiğinde Şükrü Bey,

$$\frac{1}{n} = \frac{1}{\infty} = 0 \ldots (3)$$

$$n \cos \frac{x}{n} = n \ldots (4)$$

$$(\cos x)^{\frac{1}{n}} = 1 \ldots (5)$$

$$n \sin \frac{x}{n} = x \ldots (6)$$

olacağını belirtmiştir (Sayan, Kem. Mevh., 1331/1912, s. 24-28). Anlatılmak isteneni modern anlatımla dile getirmek gerekirse sırasıyla:

$$\lim_{n \to \infty} \frac{1}{n} = 0 \ldots (3')$$ [219]

$$\lim_{n \to \infty} n \cos \frac{x}{n} = n \ldots (4')$$ [220]

$$\lim_{n \to \infty} (\cos x)^{\frac{1}{n}} = 1 \ldots (5')$$ [221]

$$\lim_{n \to \infty} n \sin \frac{x}{n} = x \ldots (6')$$ [222]

yazılabilir. Elde edilen $(3), (4), (5), (6)$ eşitlikleri (2)'de yerine yazılacak olursa,

---

[219] $n \to \infty$ için $\frac{1}{n} \to 0$ olduğundan ifadenin eşitliği ispatlanmış olur.

[220] $n \to \infty$ için $\frac{x}{n} \to 0$ ve $\cos 0 = 1$ olduğundan ifadenin eşitliği ispatlanmış olur.

[221] $n \to \infty$ iken $\frac{1}{n} \to 0$ ve $(\cos x)^{\frac{1}{n}} \to 1$ olacağından eşitliğin doğruluğu görülmüş olur.

[222] $x = n\theta$ olduğundan $n = \frac{x}{\theta}$ ve $\theta = \frac{x}{n}$ yazılabilir. Bu durumda, $\lim\limits_{n \to \infty} n \sin \frac{x}{n}$ ifadesi, değişken değişikliğine gidilerek $\lim\limits_{\theta \to 0} \frac{x}{\theta} \sin \theta$ olur ve $\lim\limits_{\theta \to 0} \frac{\sin \theta}{\theta} x = x \lim\limits_{\theta \to 0} \frac{\sin \theta}{\theta}$ bulunur. Burada *The sandwich theorem* gereği (Thomas, 2005, s. 105-106) $\lim\limits_{\theta \to 0} \frac{\sin \theta}{\theta} = 1$ olduğundan, $\lim\limits_{n \to \infty} n \sin \frac{x}{n} = \lim\limits_{\theta \to 0} \frac{\sin \theta}{\theta} x = x \lim\limits_{\theta \to 0} \frac{\sin \theta}{\theta} = x$ sonucuna ulaşılır.

$$n\sin\frac{x}{n} = (\cos x)^{\frac{1}{n}}\left[\tan x - \frac{\left(\frac{1}{n}-1\right)\left(\frac{1}{n}-2\right)}{3.2.1}\tan^3 x + \cdots\right] \ldots (2)$$

$$x = 1.\left[\tan x - \frac{(0-1)(0-2)}{3.2.1}\tan^3 x + \cdots\right] \ldots (2)$$

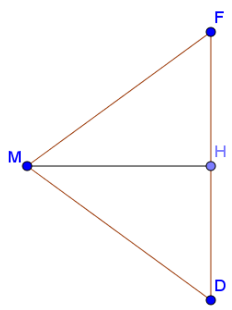
$$x = \tan x - \frac{1}{3}\tan^3 x + \frac{1}{5}\tan^5 x - \frac{1}{7}\tan^7 x \ldots$$

silsile-i meşhûrası (meşhur seri) elde edilir (Sayan, Kem. Mevh., 1331/1912, s. 24-28). Bu sonuç için Salih Zeki'nin anlatımıyla Argand da benzer bir ispat vermiştir (Salih Zeki, 1315/1897, s. 59-60).

Şükrü Bey verdiği bu örnekler ışığında, yönteminin Argand usûlüne uygulanabilirliği hakkında şunları dile getirmiştir:

> İşte buraya kadar beyân olunan misâllerden de müstebân (açık olarak anlaşılır) olacağı vechle usûl-ü mezkûra (söz konusu yöntem), Argan usûlünün tatbîk olunduğu mesâile (meselelere) tamamen **kabil-i tatbîkdir (uygulanabilir)** (Sayan, Kem. Mevh., 1331/1912, s. 29).

Şükrü Bey'in bu beyânı doğrultusunda ele aldığı son örnek Pisagor teoremidir:



Şekil 98

Modülleri $\overline{MF} = \overline{MD} = b$, argümanları $(\widehat{HMF}) = \beta$, $(\widehat{HMD}) = -\beta$ olmak üzere, $\overline{MF} = r, \overline{MD} = r'$ ışınları Şükrü Bey'in yöntemi gereğince (Şekil 99 (Sayan, Kem. Mevh., 1331/1912, s. 29)):

$$\overline{r} = b(-1)^{\frac{\beta}{\pi}}$$

$$\overline{r'} = b(-1)^{\frac{-\beta}{\pi}}$$

şeklinde ifade edilebilir. Bu ışınların bileşenlerinin MH ile yaptıkları açılar dikkate alınarak, bileşenlerin modülleri de d ve c olarak kabul edildiğinde,

$$\overline{r} = b(-1)^{\frac{\beta}{\pi}} = MH + HF = c(-1)^0 + d(-1)^{\frac{1}{2}}$$

$$\overline{r'} = b(-1)^{\frac{-\beta}{\pi}} = MH + HD = c(-1)^0 + d(-1)^{\frac{3}{2}}$$

bulunur. Bu iki eşitlik taraf tarafa çarpıldığında,

$$b^2(-1)^{\frac{\beta-\beta}{\pi}} = c^2(-1)^0 + cd(-1)^0(-1)^{\frac{1}{2}} + cd(-1)^0(-1)^{\frac{3}{2}} + d^2(-1)^{\frac{1}{2}}(-1)^{\frac{3}{2}}$$

$$b^2(-1)^{\frac{0}{\pi}} = c^2(-1)^0 + cd(-1)^{\frac{1}{2}} + cd(-1)^1(-1)^{\frac{1}{2}} + d^2(-1)^2$$

olur ve d^2nin katsayısı olan $(-1)^2$in kuvvetinin, Şükrü Bey'in $r = b(-1)^{\frac{\theta}{\pi}}$ formülü gereği $\frac{2\pi}{\pi} = 2$ olduğu görülmektedir. $360°$ dönerek tekrar başa geldiği anlaşılan bu ifadenin yerine $(-1)^0$ yazılabilineceğinden,

$$b^2(-1)^0 = c^2(-1)^0 + cd(-1)^{\frac{1}{2}} - cd(-1)^{\frac{1}{2}} + d^2(-1)^0$$

$$b^2(-1)^0 = c^2(-1)^0 + d^2(-1)^0$$

$$b^2 = c^2 + d^2$$

elde edilerek Şükrü Bey'in yöntemi ile Pisagor teoremi de ispatlanmış olur (Sayan, Kem. Mevh., 1331/1912, s. 29-30).

Aynı teorem için Salih Zeki'nin anlatımıyla Argand'nın verdiği ispata bakacak olursak (Şekil 99),

$$\overline{MF} = \overline{MH} + \overline{HF}$$

$$\overline{MD} = \overline{MH} - \overline{HF}$$

ifadeleri taraf tarafa çarpılacak olursa,

$$\overline{MF}.\overline{MD} = \overline{MH}^2 - \overline{HF}^2$$

ifadesinde

$$\overline{MF} = \overline{MD} = d, \qquad \overline{MH} = b, \qquad \overline{FH} = c$$

eşitlikleri yerine konulduğunda

$$d^2 = b^2 + c^2$$

elde edilerek Pisagor teoremi ispatlanmış olur (Salih Zeki, 1315/1897, s. 60). Daha önceki örneklerde de karşımıza çıktığı gibi Şükrü Bey'in cebirsel bir yol izlediği aşikârdır.

Şükrü Bey makalesini burada bitirerek iki boyutta Argand sistemine alternatif bir yöntem önermekle yetinmiş, üç boyutlu düzlem ile ilgili herhangi bir göndermede bulunmamıştır. Salih Zeki ise Argand sisteminin üç boyutlu düzlemde başarısız oluşunu şu şekilde ifade etmiştir:

> Argand bir müstevî üzerinde bulunan hutûtun sûret-i irâesi için vaz' ve te'sîs eylediği şu usûlü bu'd-ı mücerredde[223] vâki' bir hattın sûret-i ifadesine de ta'mîm etmek (genelleştirmek) istemiş ise de bunda **isâbet eylememiştir** (Salih Zeki, 1315/1897, s. 62).

[223] Bu'd-ı mücerred: Varsayılan uzay (Devellioğlu, 2012, s. 126); soyut uzay (Tuncer, 1995, s. 323).

Bu ifadelerinden sonra Salih Zeki, Argand sisteminin üç boyutlu düzlemde neden uygulanamadığını matematiksel olarak ispatlayarak (Salih Zeki, 1315/1897, s. 62-65) sistemin üç boyutta başarısızlığına bir kez daha değinmiştir:

> Argand'ın istihsâl eylediği (elde ettiği) şu netice hakikate **muvaffak görülemediği** cihetle kabul-ü ammîye (genel kabul) **mazhar olamamıştır** (Salih Zeki, 1315/1897, s. 64).

2.4 Diğer Yazarlar ve Kitapları

2.4.1 Mehmed Vâsıf

Yeniçeşmeli olan Mehmed Vâsıf (1323/1905'te sağ), 1892 senesinde Bahriye Mektebinden mezun olan subaylardandır. Matematiğe dair, analitik geometri kitabının dışında bir de cebir hakkında tercüme bir kitabı mevcuttur. 1907 senesinde kıdemli yüzbaşılığa terfi edip 1914'te emekliye ayrılmıştır. 1901-1908 yılları arasında Bahriye Mektebi'nde öğretmenlik yapmıştır (İhsanoğlu, Şeşen, & İzgi, 1999, s. 548; İhsanoğlu E. , Şeşen, Bekar, Gündüz, & Bulut, 2011, s. 45). Mehmed Vâsıf, Mekteb-i Bahriye'de fenn-i mesâha-i bahriye ve hendese-i halliye hocalığı yapmıştır. Askerî alanda yazılmış bir eseri vardır (İhsanoğlu E. , Şeşen, Bekar, & Gündüz, 2004, s. 242).

2.4.1.1 *Hendese-i Halliyye-i Musattaha ve Kutû'-i Mahrûtiyye* (1315/1898)

Kitabın başında kendini "*Hüsnü Paşa Vapur-ı Hümayunu Seyr-i Sefain Memuru"* şeklinde tanıtmıştır. Mukaddime kısmında, eseri II. Abdülhamit Han zamanında kaleme aldığını, kitabı İngiliz matematikçilerden Isaac Todhunter'ın[224] eserinden tercüme ederek, ayrıca Loomis[225], James Hann'un[226] kitaplarından da ilaveler yaparak toplama ve birleştirme ile bir araya getirdiğini dile getirmektedir. Dönemin Bahriye Nazırı Hasan Hüsnü Paşa'dan[227], bu kitap gibi fen ve bayındırlık kitaplarının basılmasını teşvik ettiği için övgüyle bahsetmektedir. Mukaddimenin sonunda Mehmed Vâsıf Bey, eserini fen alanındaki kitapların usûlüne uygun olarak,

---

[224] Isaac Todhunter (1820-1884), İngiliz matematikçi, Cambridge, St. John College'de çalışmıştır (Cajori F. , 1909, s. 389).

[225] Elias Loomis (1811-1889), Western Reserve College, New York ve Yale üniversitelerinde matematik ve astronomi dersleri vermiş, Halley kuyruklu yıldızının yörüngesini hesaplamıştır. Meteoroloji araştırmaları yapmış ve çok sayıda ders kitabı yazmıştır (Günergun, 2005, s. 107).

[226] James Hann (1850'de sağ), İngiliz matematikçi, *A Rudimentary Treatise on Analytical Geometry and Conic Section* (London: John Weale, 59, High Holborn, 1850) isimli bir kitabı vardır.

[227] Bozcaadalı Hasan Hüsnü Paşa (1832-1903), II. Abdülhamid döneminde uzun süre Bahriye Nazırlığı görevinde bulunmuş amiraldir.

gençlerin kolaylıkla anlayacağı şekilde kaleme aldığını dile getirmektedir (Mehmed Vâsıf, 1315/1897, s. 2-4). Kitabın içeriği ayrıntılı olarak Ek-4'te verilmiştir. Bu kısım tarafımızca oluşturulmuştur, metinde bu şekilde müstakil bir kısım yoktur.

Mehmed Vâsıf'ın *Hendese-i Halliyye* adlı eseri 291 sayfa, 2 ana bölümden oluşmaktadır. Kitabın ilk bölümünde, analitik geometri ele alınmaya başlanmadan önce, "cebrin hendeseye tatbîki" başlığı altında Başhoca ile benzer problemlere değinilmiştir (Başhoca, 1258/1842, s. 48-49; Mehmed Vâsıf, 1315/1897, s. 5-6). Ancak Başhoca'da olmayan, dik koordinatlara göre denklem yazma, iki nokta arasındaki mesafe, koniklerin analitik denklemlerinin yazılması gibi temel analitik geometri konularını Vâsıf Bey'in ele aldığı görülmektedir. Bu doğrultuda Vâsıf Bey'in kitabının Zihnî Efendi'nin kitabı ile benzer bir işleyiş tarzı ve içeriğe sahip olduğu görülmektedir.

Vâsıf Bey, kitabının son kısmında "münhaniyyât-ı 'aliyye" başlığı ile yüksek dereceden eğrileri ele almıştır. Bu başlık altında yine Zihnî Efendi ile benzer şekilde sikloid, logaritma eğrisi, Arşimed helezonu gibi az sayıda eğriyi analitik olarak incelemiştir (Mehmed Vâsıf, 1315/1897, s. 283-291).

2.4.2 Yanyalı Mehmed Esad Bülkat

Resim 2

Mehmed Esad Paşa (Resim 2 (Gövsa, 1945, s. 122)), bugün Yunanistan sınırları içinde kalan Yanya'nın belediye reisliğini yapmış olan Mehmed Emin Efendi'nin oğludur. 1862 yılında Yanya'da doğmuş, 1307/1890 yılında kurmay yüzbaşı olarak Harbiye'den mezun olmuş ve Almanya'ya gönderilmiştir. Almanya'da dört yıl okullarda ve kıtalarda çalıştıktan sonra, Harbiye'deki derslerine dönmüş ve 1899'da ders nâzırı olmuştur. Çeşitli askeri görevlerden sonra Birinci Dünya Savaş'ında Çanakkale Şimal Gurubu komutanı olarak görev almıştır. Atatürk'ün kumanda ettiği 19. Fırka onun kolordusuna bağlı bulunmaktaydı. Yine üst düzey çeşitli görevlerde bulunduktan sonra istifa edip emekliye ayrılmıştır. Bundan sonra, 1920 yılında Salih Paşa kabinesinde on beş gün kadar Bahriye nazırlığı yaptı. Harbiye Mektebi Ders Nazırı iken bir kısmı telif bir kısmı tercüme olmak üzere meydana getirdiği dört matematik kitabı vardır. 1938 yılında İstanbul'da ölmüştür (İhsanoğlu, Şeşen, & İzgi, 1999, s. 498-499; Gövsa, 1945, s. 122).

2.4.2.1 *Mebâhis-i Riyâziyye* (1316/1898)

Yanyalı Mehmed Esad kitabın mukaddime kısmında Sultan II. Abdülhamid'e övgülerde bulunmakta, ardından kitabın Erkân-ı Harbiye öğrencileri için yazıldığını belirtmektedir. Faydalandığı kaynakları ise şu şekilde dile getirmektedir:

> …Erkân-ı Harbiye namzedi şakirdanına mahsus bulunmak üzere Mayer'in Ansiklopedisi, Almanya zabıtanına mahsûs Ceyb kitabı, Meler'in Mebâhis-i Riyâziyye'si, Edhem Bey'in Cebr-i Âlâ'sı, Rıza Bey'in Hendese-i Halliyesi, merhum Nuri

> Bey'in ve Doustor nam zâtın Muayyinler Nazariyâtı, Şevki Paşa'nın Hesâb-ı Tefâzüli ve Tamâmi'si nâm âsârdan ahz ve iktibâs ederek avn-i bârî ile Mebâhis-i Riyâziyye nâmı altında şu risâleyi cem' ve tertibe muvaffak oldum (Yanyalı M. Esad B., 1316/1898, s. 4).

9 bölümden (*fasıl)* oluşan kitabın sadece 8. bölümü analitik geometriye ayrılmıştır. Diğer bölümlerde türev, integral gibi konulara yer verilmiştir.

Hendese-i halliyye adıyla analitik geometrinin işlendiği bölüm, 107-180 sayfaları arasında olup, burda konu ile ilgili 29 maddeye yer verilmiştir. Bu bölümün Zihnî Efendi'nin kitabına göre, basit düzeyde, analitik geometriyi tanıtıcı mahiyette olduğunu söylemek mümkündür. Kitapta koni kesitlerinin denklemleri ve özelliklerinin analitik olarak incelenmesi, doğru denklemlerinin eksenlere göre durumları, eğim gibi konular ele alınmıştır. Kitabın sadece analitik geometri ile ilgili olan 8. bölümünün, ayrıntılı olarak içindekilerinin dökümüne Ek-5'te yer verilmiştir. Bu kısım tarafımızca oluşturulmuştur, metinde bu şekilde müstakil bir kısım yoktur.

2.4.2.2 *Hendese-i Musattaha* (1329/1913)

Yanyalı Mehmed Esad'ın bu eseri düzlem geometri konusunda kaleme alınmıştır. İhsanoğlu vd. eserin Meler'in kitabının tercümesi olduğunu belirtmesine rağmen (İhsanoğlu, Şeşen, & İzgi, 1999, s. 499), kitabın farklı baskılarında bu yazarın adına rastlanamamıştır. Kitabın giriş kısmındaki,

> Mekâtib-i rüşdiyye-i askeriyye dördüncü senelerine mahsûs olmak üzere tertib edilmiştir (Yanyalı M. Esad B., 1329/1913, s. 1).

ifadesinden askeri liselerin dördüncü senesinde okutulduğu anlaşılmaktadır. Eserin mukaddimesinde dersin nasıl işleneceği hakkında öğrencilere bilgi verildikten sonra teorem, düzlem, cisim, hacim, daire gibi temel matematiksel kavramlar hakkında gelen tanımlar verilmiştir. Bu tanımlar içinde analitik geometri hakkında herhangi bir kavrama yer verilmemiştir (Yanyalı M. Esad B., 1329/1913, s. 2-10). Kitabın, koordinat eksenlerinin de kullanıldığı son iki bölümünde (*fasılında*), cebrin hendeseye tatbikinden şu şekilde bahsedilmektedir:

> İfade-i cebriyye ile gösterilen eşkâlin tersimi (s. 177)
>
> Dâire kavslarından müteşekkil münhaniyyât-ı müsta'mele (s. 193)
>
> (Yanyalı M. Esad B., 1329/1913)

Toplam dokuz bölümden oluşan kitabın son iki bölümünde, ele alınan konularda analitik bir anlatımın söz konusu olduğunu söylemek mümkündür. *Dâire kavslarından müteşekkil münhaniyyât-ı müsta'mele*[228] şeklindeki son başlıkta, daire yaylarından oluşmuş, eskiden beri kullanılmakta olan eğriler ele alınmıştır. Yanyalı Mehmed Esad, bu başlık altında 3 eğri incelemiştir. Bunlardan ilki, *beyzî*[229] *veya şibh-i kat'-ı nâkıs*[230] eğrisidir (Yanyalı M. Esad B., 1329/1913, s. 187-190). Bu madde Şükrü Sayan'ın kitabında 159., 160., 164. maddelerde de mevcuttur (Sayan, 1331/1912, s. 497, 502, 514). Yanyalı'nın ele aldığı ikinci eğri, *beyzî münhanisinin nısfından ibârettir* şeklinde tanımladığı *sepet kulpu münhanisidir* (Yanyalı M. Esad B., 1329/1913, s. 190-192). Son olarak, *iyonyanın münhânisi* olarak nitelendirdiği eğrinin ise, kitaptaki çizimine bakıldığında Archimedes spirali olduğu görülür. Öyle

[228] Ahmet Zihni Efendi de *münhaniyyât-ı müsta'mele* ifadesini, kullanarak benzer bir içeriği ele almıştı (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 230).

[229] Beyzî: Oval (Devellioğlu, 2012, s. 110).

[230] *Şibh* sözcüğü "benzeme, benzeyiş" anlamındadır. Devellioğlu, *şibh-i küre* ifadesinin anlamını "yuvarlağımsı" olarak vermiştir (Devellioğlu, 2012, s. 1163). Bu durumda, *şibh-i kat'-ı nâkıs* ifadesinin anlamını "elipse benzeyen" olarak düşünmek mümkündür. Bu anlam, *beyzî* yani "oval" sözcüğünün anlamını da karşılamaktadır.

görüliyor ki, "İyonya" ifadesini Yanyalı, Archimedes'e atfetmektedir. Aynı konuyu, Şükrü Bey de ele almıştır (Sayan, 1331/1912, s. 579-608). Kitabın içeriği ayrıntılı olarak Ek-6'da verilmiştir. Bu kısım tarafımızca oluşturulmuştur.

Yanyalı, *Mebâhis-i Riyâziyye'de,* analitik geometri adıyla bir bölüme yer vermesine rağmen, içeriğin basit düzeyde tutulduğu görülmektedir. Oysa düzlem geometri konulu *Hendese-i Musattaha* eserinde daha üst düzey eğrileri ele alarak bunları analitik düzlemdeki eksenlere yerleştirerek incelediği görülmektedir.

2.4.3 Mehmet Fikri Santur

Resim 3

Mehmet Fikri Santur (Resim 3 (Yüngül, 1952, s. iv)), 1293/1876 Selânik doğumludur. 1899 (1325) yılında Hendese-i Mülkiye'den mezun olarak hemen aynı okulda hocalığa başlamıştır. Uzun süre riyaziye (matematik), hidrolik ve buhar makinaları ile tahlilî hendese (analitik geometri) derslerini vermiştir. Esas branşı mukavemet ve köprü üzerinedir. Bayındırlık Bakanlığı'nda (Nafıa Nezâreti) çeşitli görevleri olmakla birlikte, Yüksek Mühendis Mektebi'nin rektörlüğünü yürütmüş ve burada hocalığa devam ederken Ord. Profesör unvanını almıştır. Bu arada vakıflar başmüdürlüğünü de yapmış, Avrupa'da birçok kongreye memleketimizi temsilen katılmıştır. 43 yıl aralıksız hocalık yaparak birçok değerli fen adamı ve mühendis yetiştirmiştir. Teknik Üniversite'nin temelinin atılmasında büyük rolü olmuştur. 1942'de yaş haddinden emekliye ayrılmış ve 1951 yılında 73 yaşında iken vefat etmiştir. 37'ye yakın kitap ve makalesi vardır. Eserlerinin hususiyeti birbirini tamamlar mahiyette olmasıdır. Adeta bir Mühendislik Ansiklopedisi meydana getirmiştir. Eserlerinin çoğu ders kitabı olarak senelerce okutulmuştur. Prof. Mustafa

Santur, Fikri Bey'in oğludur (Uluçay & Karatekin, 1958, s. 353-355; Yüngül, 1952, s. 1-18; İhsanoğlu E. , Şeşen, Bekar, Gündüz, & Bulut, 2006, s. 913-916).

Mehmet Fikri, 1908 yılında, İTÜ'nün öncü okulu olan, Mühendishâne-i Berrî-i Hümâyûn'da 3. sınıflara hendese-i halliyye, 5. sınıflara mukavemet-i ecsâm ve muvâzenet-i tersîmiyye ve eşkâli, 6. sınıflara da mebhas-ı miyân ve mukavemet-i ecsâm ve istinâd dîvârları derslerini vermiştir (Kaçar, ve diğerleri, 2012, s. 189-190). Ayrıca Mühendis Mekteb-i Alî'sinde ve Yüksek Mühendis Mektebi'nde 1909-1929 yılları arasındaki faaliyetler dikkate alındığında Fikri Bey'in verdiği dersler şu şekildedir: demir köprüler, demir ve ahşap köprüler, hendese-i tahlîliyye, kargir köprüler, köprüler, makineler, mukavemet-i ecsâm (cisimlerin mukavemeti) (Kaçar, ve diğerleri, 2012, s. 190-193). Mehmet Fikri Bey'in verdiği önemli derslerin yanında daha önce de bahsedildiği gibi yöneticilik görevleri de olmuştur: Mühendis Mekteb-i Alîsi ve Yüksek Mühendis Mektebi'nde 1927-1929 ile 1932-1935 yılları arasında müdürlük görevinde bulunmuştur (Kaçar, ve diğerleri, 2012, s. 293).

2.4.3.1 *Hendese-i Halliyye* (1320-1322/1902-1904)

IRCICA'nın *Osmanlı Matematik Literatürü Tarihi* isimli kitabında yer verilmeyen Mehmed Fikri Bey'in *Hendese-i Halliyye* isimli kitabından, sadece Yüngül'ün, Fikri Santur'un biyografisini konu alan makalesinde mahsedilmiştir (Yüngül, 1952, s. 5-6). Bu kitaba Ankara Üniversitesi DTCF kütüphanesinde "*Nadir 7454 Sencer*" kaydıyla ulaşılabilmiştir.

Kitapta, bir bütünlük ve sıra teşkil etmeyen, aslında hepsi tek başına müstakil bir kitap olan, üç farklı bölüm bulunmaktadır; bölüm başlarına yazılmış cilt ve kitap numaralarında bir düzensizlik söz konusudur. Muhtemelen bu kitap, Mehmed Fikri

Bey'in analitik geometri başlığı altında çevirdiği çeşitli eserlerin toplamından oluşan bir mecmûadır.

Mehmed Fikri, birinci bölümünün mukaddimesinde, kitabını Hendese-i Mülkiyye-i Şahane'de verdiği analitik geometri derslerinde öğrencilerin faydalanması için kaleme aldığını ifade etmektedir:

> ..hendese-i mülkiyye-i şahane talebesine âcizâne tedris etmekte olduğum hendese-i halliyye nevtlerini istifâde-i âmmeye hademat ümidiyle kitap şeklinde dâhi tab' ettirerek… (Santur, Hendese-i Halliyye (1. Bölüm), 1320/1902, s. i)

Kitabın birinci ve ikinci bölümlerinin ilk sayfasında geçen *"…hendese-i mülkiyye mekteb-i şahanesinin üçüncü senesinin programına mütabık olduğundan…"* ifadelerinden, eserin 3. sınıflarda okutulduğu anlaşılmaktadır. Yine bu iki bölümün ilk sayfasında *"Salmon nâm mü'ellifin Traité de géométrie analytique nâmındaki eserinden iktibâs*[231] *ve tercüme edilmiştir"* ifadelerinden de, George Salmon'un[232] eserinden tercüme ve alıntı yapılarak eserin kaleme alındığı anlaşılmaktadır. Mehmet Fikri Bey'in burda verdiğin kitabın adı Fransızcadır, ancak George Salmon kitaplarını İngilizce kaleme almıştır. Anlaşılan Mehmet Fikri Bey, kitapların Fransızca çevirilerini kullanarak "çevirinin çevirisi"ni yapmıştır[233].

İlk bölümün (veya cildin / kitabın) tam adı, *Hendese-i Halliyye, Birinci Kitap:*

---

[231] İktibâs: Alıntı.

[232] George Salmon (1819-1904), İngiliz geometri uzmanı, konikler, cebir ve analitik geometri hakkında mükemmel bir ders kitabı dizisi yayınlayararak, yeni cebirsel ve geometrik yöntemlerle ilgili bilgilerin yayılmasında çok etkili olmuştur (Boyer C. B., 2010, s. 510; Cajori F. , 1909, s. 363).

[233] Mehmed Fikri'nin faydalandığı kitabın künyesi şu şekildedir: Salmon, G. (1897). *Traité de Géométrie Analytique a Deux Dimensions (Section Coniques)*. (M. Resal & V. Vaucheret, Çev.) Paris: Gauthier-Vıllars Et Fils, Imprimeurs-Libraires.

Hendese-i Musattaha[234]*, Kutû'-i Mahrûtiyyât (1320/1902)* şeklindedir. Kitabın bu bölümünün içeriği, ilk baskısı 1848 yılında yapılmış olan, George Salmon'un *A Treatise on Conic Sections* (1855) eserinin içeriği ile örtüşmektedir. Adından da anlaşılacağı gibi, bu eserde daha çok düzlem geometride koni kesitleri ele alınmıştır. Bunun yanında, Ahmet Zihni Efendi'nin eserinde daha çok karşılaşılan, eksenlerin döndürülmesi, dairenin ve doğrunun analitik incelenmesi, kutupsal koordinatlar gibi temel analitik geometri konuları da vardır. Daha önce Şükrü Bey'in eserinde de görülen, Newton doğrusu, Euler doğrusu, tam dörtgen, homojen denklemler, zarflar teorisi, evalüt, eğrilik dairesi (cercle osculateur) gibi üst düzey konular da etraflıca ortaya konulmuştur. Çok detaylı bir şekilde kaleme alınan eser, 17 bölüm, 725 sayfadan oluşmaktadır. Kitabın içeriği ayrıntılı olarak Ek-7'de verilmiştir.

İkinci bölümün (veya kitabın / cildin) tam adı *Hendese-i Halliyye, İkinci Cild, Hendese-i Mücesseme*[235] *- Münhaniyyât-ı Müsteviyye (1320/1902)* şeklindedir. Kitabın bu bölümünün içeriği, George Salmon'un 1862 tarihli *A Treatise on the Analytic Geonetry of the Three Dimensions* eserinin içeriği ile örtüşmektedir[236]. 83 alt madde, 113 sayfadan oluşan bu bölümde uzay geometrisi etraflıca incelenmiştir. Üç boyutlu (x, y, z) koordinat sisteminde doğrunun, düzlemin incelenmesi, cebirsel denklemlerin geometrik anlamları, koordinatların döndürülmesi gibi konuların yanında elipsoid, paraboloid, hiperboloid gibi üç boyutlu cisimler de ele alınmıştır. Diğer analitik geometri kitaplarına göre uzay geometrisini en ayrıntılı inceleyen eserdir.

---

[234] Düzlem geometri.
[235] Uzay geometri.
[236] Salmon, G. (1862). *A Treatise on the Analytic Geonetry of the Three Dimensions.* Dublin: Hodges and Smith.

Kavramı karşılayan terim üretme konusunda Fikri Bey'in başarılı olduğu söylenebilir. Aşağıdaki tabloda Salmon'un orijinal metinde kullandığı İngilizce terimin karşılığı olarak Fikri Bey'in kullandığı Osmanlıca terim verilmiştir.

G. Salmon'un (1862) Kullandığı Terim	**M. Fikri Bey'in Kullandığı Terim (1320/1902, 2. Bölüm)**
central surfaces (s. 61)	merkezil yüzeyler (s. 89)
rectilinear generators (s. 72)	müvellid müstakimler (s. 100)
double point (s. 39)	nokta-ı muzâafe (s. 56)
harmonic means (s. 38)	vasat-ı telîf (s. 55)

Kavramlardaki hassasiyet, Fikri Bey'in Salmon'un verdiği teoremleri dikkatlice çevirmesinde de karşımıza çıkmaktadır. Örneğin Salmon'un,

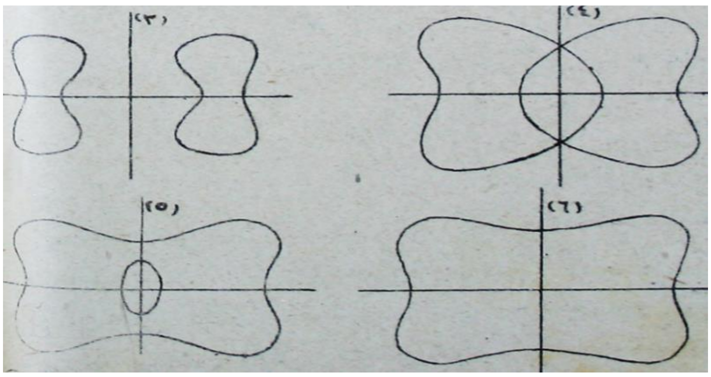
> Hence if the plane conjugate to a given direction be parallel to a second given line, the plane conjugate to the latter will be parallel to the former (Salmon G. , 1862, s. 44).

şeklindeki ifadesini, Fikri Bey bu ifadenin Fransızca karşılığından,

> Bir istikâmeti ma'lûmeye müzdevic bulunan müstevî-i kutru diğer bir istikamet-i ma'lûmeye muvâzî olursa bu ikinci istikametin müzdevici bulunan müstevî-i kutrunun da birinci istikamete muvâzî bulunacağı anlaşılır (Santur, Hendese-i Halliyye (2. Bölüm), 1320/1902, s. 63-65).

olarak çevirmiştir. Bu tip örnekleri çoğaltmak mümkündür. Kitabın içeriği ayrıntılı olarak Ek-8'de verilmiştir. Bu kısım tarafımızca oluşturulmuştur, metinde bu şekilde müstakil bir kısım yoktur.

Üçüncü bölümün (veya kitabın) tam adı, *Hendese-i Halliyye, Birinci Kitap, Hendese-i Musattaha*[237] *(1322/1904)* şeklindedir. Kitabın bu bölümünün içeriği, George Salmon'un 1852 tarihli *A Treatise on the Higher Plane Curve: İntended as a sequel to a treatise on conic section* adlı kitabının içeriği ile örtüşmektedir. Kitabın adından da anlaşılacağı gibi bu kitap, Mehmet Fikri'nin kitabının ilk bölümüne kaynak teşkil eden yine George Salmon'un *A treatise on conic section* isimli kitabının devamı niteliğindedir. Kitap 330 sayfa dört ana bölümden oluşmaktadır. Kitapta düzlemsel eğrilerin genel özellikleri, üçüncü ve dördüncü dereceden eğriler işlenmiş, üçüncü derece eğriler için *mik'abiyye*, dördüncü derece eğriler için *murabba'iyye* ifadeleri kullanılmıştır (Santur, Hendese-i Halliyye (3. Bölüm), 1322/1904, s. 7). *Kat'-ı mükâfî-i şibh-i mik'abî, kat'-ı mükâfî-i mik'abî, Diokles sissoidi* gibi eğriler ele alınan diğer konulardır (Santur, Hendese-i Halliyye (3. Bölüm), 1322/1904, s. 253-254). Yüksek dereceden eğrilerin bu kadar ayrıntılı ele alınması ile eser, Şükrü Bey'in kitabı ile benzerlik göstermektedir. Denklemi verilerek çizilen eğrilerden biri Şekil 100'de (Santur, Hendese-i Halliyye (3. Bölüm), 1322/1904, s. 66) görülmektedir. Kitabın içeriği ayrıntılı olarak Ek-9'da verilmiştir.



Şekil 99

[237] Düzlem geometri.

2.4.4 İbrahim Edhem Paşa

İbrahim Edhem Paşa, 1277/1860'de Mühendishâneden mezun olmuştur. Daha sonra Mühendishane'de yüksek matematik muallimi, kaymakam, miralay ve paşa olduktan sonra müşirlik derecesine yükseltilmiş, ardından askerî mektepler nazırı tayin edilmiştir. Matematik, mekanik ve askerlik konularında çeşitli telif ve tercüme eserleri vardır. Hendese-i Halliyye eserini topçu kaymakamı iken tercüme etmiştir (İhsanoğlu, Şeşen, & İzgi, 1999, s. 407-408). Edhem Paşa ömrünün 40 senesini Mühendishane'de, Harbiye'de, Kuleli'de, Darüşşafaka'da ve Galatasaray'da ders vererek geçirmiştir. Matematiğin farklı alanlarında pek çok eser vermiştir (Uluçay & Karatekin, 1958, s. 330). Doğum ve ölüm tarihleri hakkında çelişkili bilgiler mevcuttur: OMLT ve Gövsa, doğum tarihini 1251/1835, vefat tarihini 1905 olarak verirken (İhsanoğlu, Şeşen, & İzgi, 1999, s. 407-408; Gövsa, 1945, s. 126), Soner ile Uluçay ve Karatekin doğum tarihini 1844, vefat tarihini ise 1933 olarak vermişlerdir (Uluçay & Karatekin, 1958, s. 330).

İbrahim Edhem Paşa, Fransız matematikçilerden Charles Augustin Albert Briot'nun (1817-1882), 1854-1855 yıllarında yayımlanan *Leçons de d'algébre* adlı çalışmasını Cebr-i A'lâ (1885) adıyla ve *Leçons de Géométrie Analytique* (1865) adlı eserini *Hendese-i Halliyye* adıyla Türkçeye çevirmiş, ama birincisini bastırdığı halde ikincisini bastıramamıştır (Demir R. , 2004, s. 27). Ergün ve Duman, söz konusu analitik geometri kitabının Mühendishâne-i Berrî-i Hümâyûn'da okutulduğunu belirtmektedir (Ergün & Duman, 1996, s. 3).

İbrahim Edhem kitabının önsözünde, Fransızca olan kitabın sadece ilk yazarı olan Charles Augustin Albert Briot'a atıfta bulunmuşur (İbrahim Edhem Paşa, 19. yy., s. i). Oysa Jean Claude Bouquet (1819-1885) kitabın ikinci yazarıdır. Bu iki Parisli yazar, $y^4 - x^4 + ay^2 + bx^2 = 0$ denklemli "şeytan" eğrisini incelemiş (Cajori F. , 2014, s. 278-279), diferansiyel denklemler, kuvvet serileri, eliptik fonksiyonlar hakkında çalışmaları olmuştur (Cajori F. , 2014, s. 432, 436, 435, 468).

İbrahim Edhem Paşa'nın hayatı hakkında ilginç olan bir durum, yaklaşık aynı dönemde, aynı isme ve benzer özelliklere sahip üç farklı şahsiyetin yaşamış olmasıdır (Sonar, 1964, s. 155). İlki, yukarada bahsedilen analitik geometri kitabı tercüme eden İbrahim Edhem Paşadır.

İkinci İbrahim Edhem Paşa (1818-1893), Sakız'lı, çocuk yaşta Fransa'da bulunmuş, maden mühendisi olmuş, sadrazamlık ve nazırlık görevlerini yürütmüştür. Müzeci ve arkeolog Halil Edhem Eldem'in (1861-1933) ve müzeci ressam Hamdi'nin (1842-1910) babasıdır (Sonar, 1964, s. 154).Tanzimat meclisinde aza olmuş, 1876 yılında Berlin elçiliği görevini yürütmüş, ardından Viyana Elçiliği Dâhiliye Nazırlığı'na tayin edilmiştir (Gövsa, 1945, s. 125, 126).

Üçüncü İbrahim Edham Paşa'nın takribî doğum ve ölüm tarihi 1785-1865'dir. Mısır Mühendishanesi'nde hocalık yaparak burda geometri dersi vermiş, Mısır'da köprü ve harita çizmiyle görevlendirilmiştir. Ayrıca III. Selim zamanında Mühendishane'de ikinci halifelik görevini yürütmüştür. Legendre'nin *Eléments de Géométrie* (1794) adlı eserini *Usulü'l Hendese* (1836) adıyla çevirmiştir. Logaritma ve geometriye dair eserleri de mevcuttur (Sonar, 1964, s. 154; Dosay, 1996; İhsanoğlu, Şeşen, & İzgi, 1999, s. 337-338).

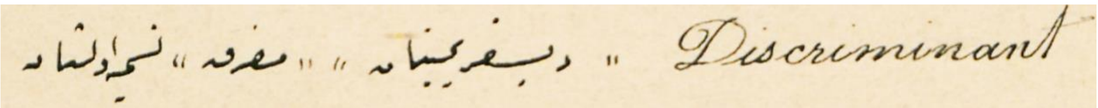
2.4.4.1 *Hendese-i Halliyye* (Abdülhamid Devri)

İbrahim Edhem kitabının önsözünde, devrin padişahına övgülerde bulunmakta, ardından kendini Mühendishane-i Berrî-i Hümâyûn'da yüksek matematik hocası olarak tanıtarak, Mühendishane öğrenclerinin hendese-i halliyye derslerinde okutulmak üzere kitabı kaleme aldığını belirtmektedir (İbrahim Edhem Paşa, 19. yy., s. i). Kitabın ilk sayfasında analitik geometriyi ve kitabın maksadını şu şeklinde dile getirmektedir:

> Hendese-i halliyye muâmelât-ı hesâbiyye yahud…cebr iânesiyle (yardımıyla) eşkâli husule getiren bir ilimdir. Eşkâlin işârâtı cebriyye vasıtasıyla irâe ve iş'ârına riyâziyyûndan Dekart (ده قارت) muvaffak olup ondan mesâili hendesenin cem'i için âtîde görüleceği üzere umûmi bir usûl vücuda getirmiştir. Zîrde (aşağıda) beyân olunduğu üzre evvela eşkâl-i müsteviyye yahud iki mihverliler ve saniyen bu'd-u mücerredde (uzayda) olan eşkâl yahud üç mihverliler zikir ve beyân olunacaktır (İbrahim Edhem Paşa, 19. yy., s. 1).

Kartezyen, kutupsal koordinatlar ve bunların birbirine dönüştürülmesi, doğrunun analitik incelenmesi, ikinci derece eğrilerin sınıflandırılması ve özellikleri gibi diğer kitaplarda da karşımıza çıkan temel analitik geometri konularının ele alınması ile kitaba başlayan İbrahim Edhem, daire ve koni kesitlerini ayrıntılı olarak incelemiştir. Uzay geometrisine ayrı bir bölüm ayırmış, Fikri Santur kadar olmasa da, silindir gibi konuları üç boyutlu koordinat sisteminde ele almıştır. Sissoid, strofoid, konkoid gibi Başhoca dâhil hemen tüm yazarların ele aldığı eğrilerin yanında, Şükrü Bey'in kitabında karşımıza çıkan Pascal limasonu, dört yapraklı gül eğrisi gibi özel konuları da ele almıştır, ancak ele aldığı bu tip eğrilerin sayısı fazla değildir. Geometrik yer konusuna kitabının sonunda değinen İbrahim Edhem'in, bu bölümü *tenbîh, mesele, netice* şeklinde anlatmayı tercih ettiği görülmektedir.

İbrahim Edhem'in kullandığı terminolojiye örnek vermek gerekirse, Şekil 101'de (İbrahim Edhem Paşa, 19. yy., s. 141) görüldüğü gibi, *"discriminant"* ifadesini Latin alfabesiyle yazarak yanına bu sefer eski harflerle *"diskriminant, müferrik*



Şekil 100

tesmiyye olunan…" şeklinde bir açıklama eklemiştir. Diskiriminant (Δ)[238] için, Şükrü Sayan ve M. Fikri Santur *kasıma* sözcüğünü (Santur, Hendese-i Halliyye (1. Bölüm), 1320/1902, s. 680; Santur, Hendese-i Halliyye (3. Bölüm), 1322/1904, s. 321), İbrahim Edhem ise Zihnî Efendi gibi *müferrik* (مفرق) (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 186-189) yani "tefrîk eden, ayıran" sözcüğünü kullanmıştır (Devellioğlu, 2012, s. 831). Gerçekten de, Çoker & Karaçay'ın Δ için önerdiği "ayırgaç" (Çoker & Karaçay, 1983, s. 17) ile Balcı'nın verdiği "ayıraç" (Balcı, 2012, s. 130) sözcüğü "*müferrik*" yani "ayıran" anlamını karşılamaktadır.

İbrahim Edhem'in, yararlandığı Briot ve Bouquet'ın eserinin tamamını çevirmediği, özellikle sonlara doğru bazı kısımları atladığı, görülmektedir. Bunun yanında, ele aldığı yerlerde ise birebir çeviri yaptığı, Briot ve Bouquet'ın verdiği ifadelere, şekillere ve bu şekillerin sırasına sâdık kaldığı görülmektedir.

Kitap el yazması rik'a ile 304 sayfadır. Kitabın içeriği ayrıntılı olarak Ek-10'da verilmiştir. Bu kısım tarafımızca oluşturulmuştur, metinde muhtevayı içeren müstakil bir kısım yoktur.

---

[238] Kasıma ("ka" uzun okunur): Diskriminant, $ax^2 + bx + c = 0$ denkleminin katsayılarından elde edilen $\Delta = b^2 - 4ac$ sayısı (Hacısalihoğlu, Hacıyev, Kalantarov, & Sabuncuoğlu, 2009, s. 92)[İng. discriminant].

2.4.5 *Hendese-i Halliyye: Geometrie Analytique*

Kitapta yazar, basım yeri ve yılı hakkında herhangi bir bilgi mevcut değildir. Sadece kitabın iç sayfalarında *"Darülfunûn müderrislerinden Seydişehirli Mahmud Esad Efendi merhumun ailesi tarafından İstanbul Üniversitesine hediye edilmiştir*" bilgisi mevcuttur (Hendese-i Halliyye: Geometrie Analytique, s. 6, 7). Kitabın başında müstakil bir içindekiler kısmı vardır ve bölüm başlıkları ve sayfa numaraları itinayla oluşturulmuştur, ancak kitabın içindeki bazı bölümler atlanmış, içindekiler kısmına alınmamıştır. Öyle görülüyor ki kitap, herhangi bir analitik geometri dersinde alınan notların ötesindedir. Ayrıca el yazması olan bu eserde çoğu başlığın yanına Fransızca karşılıkları da yazılmıştır, Fransızca bir kaynaktan kitabın tercüme edildiği düşünülmektedir.

Kitap düzlem ve uzay geometri olmak üzere iki ana bölümden oluşmaktadır. Her iki bölümde sayfa numaraları yeniden başlatılmıştır. Düzlem geometri kısmı yaklaşık yüz sayfadır. Bu bölümde, kartezyen ve kutupsal koordinatlar, daire ve koni kesitlerinin analitik incelenmesi, sissoid, strofoid, limason gibi Şükrü Bey, M. Fikri Santur, İbrahim Edhem'in kitaplarında da karşımıza çıkan temel analitik geometri konuları bulunmaktadır. İkinci bölüm olan uzay geometri ise 21 sayfadan oluşmaktadır. Bu kısımda da, üç boyutlu koordinatlar ile doğru ve düzlemin incelenmesi, koordinat dönüşümleri gibi temel düzeyde konular ele alınmıştır. Bu eser, içerik olarak basit düzeyde bir kitap olarak değerlendirilebilir.

Kitabın içeriği ayrıntılı olarak Ek-11'de verilmiştir. Kitabın sonunda verilen içindekiler tarafımızca translitere edilmiştir. Kitabın içinde olup, içindekiler kısmında yer almayan bölümler bu transliterasyona eklenmiştir.

2.4.7 Kerim Erim

Türkiye'nin ilk matematik doktoru ve ilk matematik doktorası yöneten bilim adamı olan Kerim Erim (Bahadır, 2006, s. 11, 67), 1 Şubat 1894'te İstanbul'da doğdu. Orta öğrenimini Halep'te tamamlayan Kerim Bey, Mühendis Mektebi'ne girdi ve 1914 yılında Mühendislik Mektebi'ndeki eğitimini tamamladıktan sonra matematik eğitimi görmek amacıyla Berlin'e gitti. Berlin Üniversitesi'ndeki matematik eğitiminden sonra, 1919'da ünlü matematikçi Hurwitz'in yönetiminde çalışarak Erlangen Üniversitesi'nden matematikte doktora derecesini aldı. 1919 yılında doktora eğitimini tamamlayarak ülkesine dönen Kerim Erim, Mühendis Mektebi'nde hesab-ı nazari (teorik hesap) ve tahlil-i hendese (analitik geometri) derslerini verdi. 1929'da müderrisliğe (bugünkü karşılığı profesörlük) yükseltilirken, 1933 Üniversite Reformu'nda Fen Fakültesi Dekanlığı'na getirildi. Kerim Erim'in yönetimindeki bu enstitüye daha sonra İngiliz geometrici Patrick Du Val ve İskoç uygulamalı matematikçisi Rankin'in de gelmesiyle Fen Fakültesi Türkiye'de çağdaş matematik lisans öğretiminin kurumlaştığı bir merkez olmaya başladı. 1952 yılı Ağustos ayında İstanbul'da toplanan Uluslararası Mekanik Kongresi'ne öncülük eden Kerim Erim, 28 Aralık 1952 tarihinde İstanbul'da vefat etmiştir. Fizik, modern fizik, matematik felsefesi, fizik felsefesi ve modern matematik üzerine birçok makale ve kitap yayınlayan Kerim Bey, Einstein'ın izafiyet teorisinin gerek bilimsel gerekse felsefî sonuçlarına çok önem vermiş ve bu konuda çok sayıda makale kaleme almıştır. Ayrıca Kerim Bey, 1930 yılında Berlin'de Einstein ile bir görüşme yapmış ve bu görüşme ile ilgili izlenimlerini Mühendis Mektebi Mecmuası'nın Kasım 1930 tarihli 42. sayısında "Einstein ile Bir Saat" adıyla yayınlamıştır (Bahadır, 2006, s. 13, 19, 59).

2.4.7.1 *Hendese-i Tahlîliyye* (1935)

Kerim Erim'in eserleri hakkında yapılan araştırmalara bakıldığında, herhangi bir analitik geometri kitabının olmadığı görülmektedir (Bahadır, 2006, s. 55-59; Akbaş, 2003). Anlaşılan o ki söz konusu araştırmacılar, Kerim Erim'in el yazması analitik geometri kitabından haberdar değillerdir. Bu durumda, tarafımızca ortaya çıkarılan bu kitapla, Kerim Erim'in eserlerine bir katkı sağlanmış olmaktadır. Esere, Atatürk Üniversitesi Merkez Kütüphane Seyfettin Özege Salonu'nda "45888 NE" yer numarası ve "0166692" demirbaş numarası ile "Hendese-i Tahliye[239]/Doktor Kerim" şeklinde ulaşmak mümkündür.

Kitap, ilki 50, ikincisi 152 sayfa olmak üzere, toplamda 2 bölüm ve 202 sayfadan oluşmaktadır. Eser, gelişi güzel oluşturulmuş notlardan çok, sayfa ve bölüm numaraları özenle oluşturulmuş, belki ilerde basımı düşünülen, bir kitap ciddiyetiyle kaleme alınmıştır. Harf İnkılabı'ndan sonra kaleme alınmış olmasına rağmen, eski ve yeni alfabe aynı anda kullanılmıştır, ancak eserde ağırlıklı olarak Osmanlıca tercih edilmiştir. Önsözden anlaşıldığı kadarıyla eser teliftir yani herhangi bir eserden çeviri değildir.

Kerim Erim, kitabın özsözünde analitik geometrinin tarifini şu şekilde yapmıştır:

> Tahlilî hendese, hendese meselelerinin cebir vasıtasıyla hallidir. Yani cebrin hendeseye tatbîkidir. Cebri hendeseye tatbîk etmemizin nedeni müsebbibi cebrin tahlilî bir karaktere hâiz olmasındandır.

---

[239] Muhtemelen kütüphaneciler tarafından kitabın adı yanlış okunmuştur.

> Herhangi bir cebir meselesini muâdele haline koymak meseleyi kısmen olsun hal etmek demektir (Erim, 1935, s. 1).

Analitik geometrinin tarihinden ve pür geometri ile farkından bahseden Kerim Erim, analitik geometri tarihine kısaca değinmiş, Eukleides geometrisine ve aksiyomlarına atıfta bulunmuştur (Erim, 1935, s. 2-3).

Eser içerik olarak, temel düzeydeki analitik geometri konularının yanında, Şükrü Bey'in eserinde olduğu gibi, üst düzey konuları da ele almıştır. Matrisler, homojen koordinatlar, üç boyutlu uzayda analitik geometri, zarflar teorisi, evirtim, affin dönüşümler, Kerim Bey'in ele aldığı modern analitik geometri konularından birkaçıdır. Bu eserle birlikte Türkiye'de modern analitik geometri konularının yakalandığı görülmektedir. Kitabın içeriği ayrıntılı olarak Ek-12'de verilmiştir. Bu kısım tarafımızca oluşturulmuştur, metinde bu şekilde müstakil bir kısım yoktur.

2.4.8 Diğer Yazarlar

Bu bölümde,

1. Çeşitli kaynaklarda analitik geometri konusunda kitap veya kitap bölümü kaleme aldığı söylenen, ancak böyle bir eseri tarafımızca tespit edilemeyen, Hasan Tahsin, Dâniş Bey ve Ali Rıza Bey'in hayatına değinilecek,

2. Tarafımızca incelenen 30 adet *hendese-i musattaha* yani "düzlem geometri" kitabında yöntemsel olarak analitik geometri kullandığı tespit edilen Mehmed Fuad'ın eserinden bahsedilecek,

3. Analitik geometri kitabı olmayan ancak bu dersi okuttuğu bilinen Vidinli Hüseyin Tevfik Paşa, Salih Zeki gibi şahsiyetler ile bu dersi verdikleri okullar ele alınacaktır.

İlk olarak, analitik geometri konusunda kitap veya kitap bölümü kaleme aldığı söylenen, ancak böyle bir eseri tarafımızca tespit edilemeyen, Hasan Tahsin, Dâniş Bey ve Ali Rıza Bey ele alınacaktır.

Hasan Tahsin (1310/1892 yılı civarında sağ) Harbiye'nin piyade sınıfından 1303/1886 yılında mezun olmuştur. Kolağası iken Toptaşı Rüşdiye-i Askeriyesi'nde daha sonra Mülkiye'de matematik hocalığı yapmıştır. Matematik hakkında çeşitli kitaplar kaleme almıştır (İhsanoğlu, Şeşen, & İzgi, 1999, s. 373-374). Ayrıca Mühendis Mekteb-i Alî'sinde ve Yüksek Mühendis Mektebi'nde 1909-1929 yılları arasındaki faaliyetler dikkate alındığında Hasan Tahsin'in analitik geometri dersi verdiği görülmektedir (Kaçar, ve diğerleri, 2012, s. 191).

Hasan Tahsin, R. Plat'tan tercüme ettiği *Muhtıra-ı Riyaziye* adlı kitabının iç kapağında kitapta işlenecek konuları şu şekilde sıralar: Osmanlı Devleti'nin çeşitli yerleriyle Avrupa'da kullanılan ölçüler, hesap, cebir, yüksek cebir, düzlem geometri, uzay geometrisi, analitik geometri, trigonometri, küresel trigonometri, makine, hikmet, kimya, kozmoğrafya, topoğrafya, entegral, inşaat, arzda mevcut meşhur ülkelerin nüfusu ile tûl ve arz coğrafyaları (Hasan Tahsin, 1310/1892, s. 1). Analitik geometri işlenecek konular arasında olmasına rağmen, söz konusu kitap ayrıntılı incelendiğinde böyle bir bölüme rastlanmamıştır. Aynı durum, integral hesap için de söz konusudur (Kökçü, 2014, s. 122).

Kitapta ele alınan bazı başlıklar şu şekildedir: uzunluk ve ağırlık ölçüleri, üslü sayılar, kareköklü sayılarda işlemler, faiz, logaritma, ikinci derece denklemler, türev, üçgenin alanı gibi temel geometrik konular, daire ve çevresi, düzlemde alan hesabı, hacim, trigonometri, küresel trigonometri (Hasan Tahsin, 1310/1892).

Ali Haydar Dâniş Bey (öl. 1304/1887), İstanbul'un Fatih semtindendir. 1289/1872 yılında Harbiye'den, 1291/ 1874 yılında kurmay kısmından mezun olmuştur. *OMLT*'de yazarın analitik geometri konulu bir kitabından bahsedilmemekte (İhsanoğlu, Şeşen, & İzgi, 1999, s. 359), ancak Bursalı Mehmed Tahir, Dâniş Bey'in *Hesab-ı Tamâmî ve Tefâzulî* basılmış, *Hendese-i Halliyye* basılmamış olmak üzere matematik alanında iki kitabı olduğunu (Bursalı Mehmet, 1342/1926, s. 268) belirtmektedir. Ancak *Hendese-i Halliyye* kitabının herhangi bir nüshasına ulaşılamamıştır.

Dâniş Bey'in, Devlet eliyle kurulan sivil mühendis okulu Darülfünün-ı Sultanî Turuk-u Maabir Mektebi'nde 1876-1877 yılında birinci sınıflara, 1875-1876 ve 1876-1877 yıllarında ikinci sınıflara analitik geometri dersi verdiği bilinmektedir (Kaçar, ve diğerleri, 2012, s. 147; İshakoğlu-Kadıoğlu, 1998, s. 54). Ayrıca 1879 yılında Mekteb-i Mülkiye-i Şâhâne'nin idadî sınıflarına İlm-i Riyâziye dersi vermiştir (Kökçü, 2014, s. 159).

Ali Rıza Bey (1326/1908'de sağ) 1289/1881 yılında Harbiye'yi, 1300/1883 yılında kurmay kısmını bitirerek 1303/1886 yılında yarbay, 1311/1893 yılında albay rütbelerine yükselmiştir. Harbiye'de riyaziye hocası iken makine ve analitik geometri dersleri vermiştir. Arazi taksimi sahasında öğrenim yapmak üzere Paris'e harita ve alet yapımı için gönderilmiştir. 1313/1895 yılında Erkân-ı Harbiye Harita Komisyonu'nda görev alarak Ankara ve Eskişehir bölgelerinde harita yapımlarında bulunmuştur. 1326/1908 yılında mirliva olmuş, aynı yıl Konya tümeni komutanlığı görevindeyken emekliye ayrılmıştır. *OMLT*'de yer alan bilgiye göre matematik alanında, *Fevâ'id-i Umûmiye, Hendese-i Halliyye, Hesab-i Temâmî ve Tefâzulî ve Hesab-ı Zihnî ve Amelî* olmak üzere dört kitabı bulunmaktadır (İhsanoğlu, Şeşen, & İzgi, 1999, s. 413-414). Ali Rıza Bey'in analitik geometri konulu bir kitabı olduğunu belirten diğer bir kaynak olan Yanyalı Mehmed Esad, *Mebâhis-i Riyâziye* adlı eserini kaleme alırken Rıza Bey'in *Hendese-i Halliyye* adlı eserinden yararladığını şu şekilde dile getirmektedir:

> …Erkân-ı Harbiye namzedi şakirdanına mahsus bulunmak üzere Mayer'in Ansiklopedisi…Rıza Bey'in Hendese-i Halliyesi…nâm âsârdan ahz ve iktibâs ederek avn-i bârî ile Mebâhis-i Riyâziyye nâmı altında şu risâleyi cem' ve tertibe muvaffak oldum. (Yanyalı M. Esad B., 1316/1898, s. 4)

Tüm bunların yanında *Osmanlı Astronomi Tarihi Literatürü* ve *Mir'at-ı Mekteb-i Harbiye*, Ali Rıza Bey'in eserlerini sayarken *Hesab-i Temâmî ve Tefâzulî* adlı eserinden bahsetmiş ancak *Hendese-i Halliyye* adlı eserinden bahsetmemişlerdir (İhsanoğlu, Şeşen, İzgi, Akpınar, & Fazlıoğlu, 1997, s. 692-693; Mehmed Esad, 1315, s. 570-571). Tarafımızca, *Hendese-i Halliyye* adlı esere ulaşılamadığı gibi, Kökçü de *Hesab-i Temâmî ve Tefâzulî* adlı esere ulaşılamadığını belirtilmektedir (Kökçü, 2014, s. 180).

Eseri tespit edilemeyen yazarların ardından ikinci olarak, tarafımızca incelenen 30 adet *hendese-i musattaha* yani "düzlem geometri" kitabında yöntemsel olarak sadece Mehmed Fuad'ın bazı eğrileri ele alırken analitik geometri kullandığı tespit edilmiştir.

Mehmed Fuad (1338/1920'de sağ), *Yeni Hendese-i Musattaha* adlı kitabının başında kendini *"şehr-emâneti ihsâiyyat ve tercüme kalemi mümeyyizi"* yani *"belediye istatistik ve tercüme kalemi düzeltme kâtibi"* olarak tanıtmıştır. Kitap, sultanî 8. sınıf öğrencileri için kaleme alınmıştır (Mehmed Fuad, 1336/1917-1338/1919, s. 2). Eser Maarif-i Umumiye Nezareti Telif ve Tercüme Kütüphanesi'nden çıkmıştır (İhsanoğlu E. , Şeşen, Bekar, Gündüz, & Bulut, 2011, s. 85-86). Adından da anlaşılacağı gibi aslında düzlem geometri kitabı olan eser, Carlo Borlet'in[240] *Éléments de géométrie: géométrie plane géométrie dans l'espace* (1908) adlı kitabının 3. ve 4. bölümünün tercümesidir. Kitabın sonunda bir de Carlo Bourlet'in kitabında olmayan koni kesitleri ve eğriler hakkında bir bölüm mevcuttur. Bu bölümde koni kesitleri, konkoid ve sissoid gibi eğriler analitik düzleme yerleştirilmiş ve analitik geoemetri yardımıyla ele alınmıştır (Mehmed Fuad, 1336/1917-1338/1919, s. 100-120). İlk kitap 3 bölümden müteşekkil olup, burada öteleme, yansıma, dönme, çember, daire, üçgen çizimleri, paralelkenar, eşkenar dörtgen gibi konular işlenmiştir. İkinci kitap da üç bölümden oluşmaktadır. Analitik geometri bahsi, ikinci kitabın son bölümünde olduğu için değerlendirmeye sadece ikinci kitap alınmıştır. Bu bölümün içeriği ayrıntılı olarak Ek-13'te verilmiştir. Bu kısım tarafımızca oluşturulmuştur, metinde bu şekilde müstakil bir kısım yoktur.

Son olarak, analitik geometri kitabı olmayan ancak bu dersi okuttuğu bilinen şahsiyetler şu şekildedir:

1874 yılında kurulan Darülfünün-ı Sultanî Turuk-u Maabir Mektebi'nin 1. ve 2. senesinde okutulan analitik geometri dersini 1874-1875, 1878-1879, 1879-1880

[240] Carlo Borlet, Fransız matematikçi (1866-1913), soyut geometri, 2 ve 3 boyutlu geometri hakkında çalışmaları mevcuttur.

yıllarında birinci sınıflara **Rauf Efendi** vermiştir. 1875-1876 ve 1876-1877 yıllarında da aynı dersi, aynı okulda birinci ve ikinci sınıflara Dâniş Bey'in verdiği görülmektedir (Kaçar, ve diğerleri, 2012, s. 142, 147; İshakoğlu-Kadıoğlu, 1998, s. 2).

Ergün ve Duman, 1875 yılında kurulan ve 1888 yılında müfredatı düzenlenen Erkân-ı Harbiye'de (Harp Akademisi) **Refet Bey**'in Hendese-i Halliyye adlı kitabının okutulduğunu belirtmektedir (Ergün & Duman, 1996, s. 12). Refet Bey'in hayatı hakkında detaylı bilgiye ulaşılamamıştır. Sadece İhsanoğlu, XX. asırda yaşamış, *Hicaz Demiryolu Şebekesi ve Hama Civarı Şirketi Hududunu İrae Eden Harita* adlı eserin yazarı Mühendis Refet adlı bir zâttan söz etmektedirler (İhsanoğlu E. , Şeşen, Bekar, Gündüz, & Bulut, 2011, s. 214). Ancak bu şahsın analitik geometri dersi veren Refet Bey ile aynı kişi olduğuna dair elimizde bir bilgi yoktur.

Vidinli Hüseyin Tevfik Paşa (1832-1901), Harbiye Mektebi'nde Tahir Paşa'nın öğrencisi ve asistanı olmuş, sonra da bu okulda Tahir Paşa'nın ölümünden sonra yüksek sınıflara cebir, yüksek cebir, analitik geometri, diferansiyel ve integral hesap ve mekanik dersleri vermiştir (Bahadır, 2006, s. 13; Polat, 2014, s. 1). Ayrıca Polat'ın bildirdiğine göre Vidinli, *Mebahis-i İlmiye* dergisinin 2. cildinde yayınlanan "Hataeyn Tarikine Dair Haşiye" adlı makalesinde, bugün çift yanlış hesabı, "false position" veya "regula falsi" olarak da bilinen yöntemin ispatını analitik geometri kullanarak yapmıştır (Polat, 2014, s. 140). Vidinli'nin analitik geometriyi çalışmalarında kullandığı görülmektedir.

Salih Zeki (1864-1921), *teslis-i zâviye* yani bir açının üç eşit parçaya bölünmesi konusundaki çözümünü, *Resimli Gazete'nin* "Hendese" bölümünde dokuz sayı halinde yayınlamıştır. Salih Zeki, açıyı üç eşit parçaya bölme meselesini doğru ve daire gibi basit eğriler çizerek çözmenin mümkün olamayacağını, öncelikle geometriye cebirsel işlemler uygulayarak ve ikincisi analitik geometriden yararlanarak kanıtlamıştır (Bir & Kaçar, 2005). Vidinli gibi çözdüğü problemlerde analitik geometri kullanan Salih Zeki, analitik geometri dersi de vermiştir. Darülfünûn-ı Şahane'de 1904-1905 yıllarından II. Meşrutiyet'in ilan edilmesine kadar geçen süre ile (İshakoğlu-Kadıoğlu, 1998, s. 55-56), 1908-1909 ders yılından itibaren Darülfünûn-ı Osmanî Fen Medresesi Ulûm-ı Riyâziye Kısmı'nda "Daire-i İlmiye azası Salih Zeki Bey" olarak, birinci sınıflara haftada iki saat olarak hendese-i tahlîliyye (analitik geometri) vermiştir. Kısa bir süre sonra da analitik geometri dersini müderris Şükrü Bey'e devretmiştir (Dölen, 2005, s. 125-126; İshakoğlu-Kadıoğlu, 1998, s. 7, 56). Bahsi geçen Şükrü Bey, daha önce kitabını incelediğimiz Şükrü Sayan'dan başkası değildir.

Kaçar vd., Mühendis Mekteb-i Alî'sinde ve Yüksek Mühendis Mektebi'nde 1909-1929 yılları arasındaki faaliyetler dikkate alındığında Mehmet Fikri Santur ve Hasan Tahsin ile birlikte **Misbah Efendi, Rüştü Bey, Mustafa Hulusi Bey, Abdülkerim Efendi**'lerin de hendese-i tahlîliyye (analitik geometri) dersi verdiğini bildirmektedir. Misbah Efendi dışında, diğer isimlerin hayatları hakkında herhangi bir bilgiye ulaşılamamıştır (Kaçar, ve diğerleri, 2012, s. 190-192).

Resim 4

Mühendis Misbah Efendi (Resim 4 (Kaçar, ve diğerleri, 2012, s. 199)), Mühendis Mekteb-i Alî'sinde ve Yüksek Mühendis Mektebi'nde 1909-1929 yılları arasında analitik geometri dersinin dışında, cebir, cebr-i adi (temel cebir), hendese tatbikatı, hesap ve geometri dersleri de vermiştir (Kaçar, ve diğerleri, 2012, s. 190-192). Kendisini *mühendis mektebi muallimlerinden* şeklinde tanıtarak, "Darülfünûn Fünûn Fakültesi Mecmuası'nda" 1916-1917 yıllarında sekiz adet makale yayınlamıştır (Günergun, 1995). Bu makalelerden analitik geometri ile ilgili olanların ilki "Münhaniyat-ı Ricliye[241]" adlı makaledir. Bu eserde, analitik düzlemdeki riclî eğrilerin ne olduğu ve önemi incelendikten sonra bu tür eğrilerin oluşturduğu denklemlerin cebirsel ve geometrik incelemesi yapılmıştır (Günergun, 1995, s. 317). Söz konusu eğriyi Şükrü Bey, *Ricliyye münhanileri: Courbes Podâires* başlığı ile ele almıştır (Sayan, 1331/1912, s. 837). Misbah Efendi, analitik geometri hakkındaki ikinci makalesi olan "Mikabiyelerin Nukad-ı İnitafı[242]" adlı çalışmada, bir cebirsel eğrinin initaf (büküm) noktalarının incelenmesini yapmış, konunun geometrik çizimlerinin yanında cebirsel analizini de ele almıştır (Günergun, 1995, s. 320). Misbah Efendi'nin hayatı hakkında detaylı bilgiye ulaşılamamıştır. Sadece İhsanoğlu vd.'nin, 1914'te sağ olduğunu bildirdiği, *al-Durus al-Cuğrafiya* adlı Arapça coğrafya eserinin yazarı Misbah al-Nahhas adlı bir zâttan söz etmektedirler (İhsanoğlu E. , Şeşen, Bekar, Gündüz, & Bulut, 2011, s. 207), ancak bu şahsın analitik geometri dersi veren Misbah Efendi ile aynı kişi olduğuna dair elimizde bir bilgi yoktur.

Cumhuriyet Dönemi'nde, analitik geometri dersini Dârü'l-Fünûnun'da 1920-1933 yılları arasında Şükrü Sayan (İshakoğlu-Kadıoğlu, 1998, s. 13-64)[243], Üniversite Reformu'ndan sonraki dönemde ise İstanbul Üniversitesi Fen Fakültesi 1941-1942 Yaz Sömestre Tedrisat Programı'na göre Ali Yar (İshakoğlu-Kadıoğlu, 1998, s. 44),

[241] Pedal curves (İng): Pedal eğrileri (Hacısalihoğlu, 1983, s. 153; Cajori F. , 2014, s. 265); ayak(lar) eğrisi (Büke, Analitik Geometri (Cilt 2), 1962, s. 207; Çoker & Karaçay, 1983, s. 17; Tuncer, 1995, s. 10; Lockwood, 1963, s. 152-155). Ricliyye sözcüğü, ricl: ayak sözcüğünden türetilmiştir (Devellioğlu, 2012, s. 1043).
[242] Kübik yani üçüncü dereceden eğrilerin büküm noktaları.
[243] Ayrıntılı bilgi için bk. bu tez Şükrü Sayan bölümü.

1944-1945 Kış Sömestresi Tedrisat Programı’na göre Patrick Du Val (İshakoğlu-Kadıoğlu, 1998, s. 47) bu dersi vermiştir.

Patrick Du Val, 1903 İngiltere doğumludur. Londra Üniversitesi, Trinity College, Princeton gibi çeşitli üniversitelerde öğrenimini tamamlamıştır. II. Dünya Savaşı sırasında Ord. Prof. unvanı ile İstanbul Üniversitesi Fen Fakültesi Geometri kürsüsüne getirilmiştir. Fen Fakültesi’nde kaldığı 8 yıl boyunca derslerini Türkçe okutmuştur. 1949 yılında ise İstanbul Üniversitesi’nden istifa etmiştir. Türkiye’den ayrıldıktan sonra Georgia, Bristol, Londra Üniversitelerinde görev yapmıştır. Ardından tekrar Türkiye’ye gelen Du Val, 1970-1979’da tekrar İstanbul Üniversitesi’nde görev yapmıştır. Matematiğin çeşitli alanlarında orijinal çalışmaları olan Du Val’in, üç kitabından biri Türkçe yazılmıştır (İshakoğlu-Kadıoğlu, 1998, s. 211-223).

Rusya doğumlu olan **Ali Yar** (1884-1965), 1908 yılında Galatasaray Lisesi’nden, 1901 yılında da Paris Üniversitesi’nden mezun olmuştur. Yurda döndükten sonra Galatasaray Lisesi’nde matematik hocalığı, ardından 1915’te cebr-i âlâ muallim muavinliğine tayin edilen Ali Yar, 1924’te müderris unvanını kazanmış, 1933 Üniversite Reformu’ndan sonra da Fen Fakültesi’nde kadroda kalan Türk öğretim üyelerinden biri olmuştur (İshakoğlu-Kadıoğlu, 1998, s. 316).

SONUÇ

İbrahim Müteferrika, Kâtip Çelebi'nin *Cihannüma* adlı eserini 3 Temmuz 1732 yılında basarken, bu kitaba gök mekaniğinden bahseden bir ek yazmış ve burada Descartes'tan bahsetmiştir (Şen, 1995, s. 41; Kalaycıoğulları, 2003, s. 44, 70). **Başhoca İshak Efendi**'de de benzer bir durum söz konusudur; matematikle ilgili olan *MUR* 2. ciltte Descartes'ın adı hiç geçmezken, 4. ciltte astronomi başlığı altında adı şu şekilde zikredilmektedir:

> Kârtestînin (Descartes) sebeb-i harekete da'ir olan mesleği beyânındadır (Başhoca, 1261/1845, s. 319).

Görünen o ki, Osmanlılar Descartes'ı analitik geometri ile değil de astronomi hakkındaki çalışmalarıyla tanımıştır. Buradan çıkan bir diğer sonuç da, Başhoca'nın Descartes'ın analitik geometri çalışmalarından haberdar olmadığıdır.

Müstakil bir analitik geometri kitabı olmayan *MUR*'un hiçbir yerinde, Osmanlılar'da analitik geometri için kullanılan *hendese-i tahlîliyye* veya *hendese-i halliye* ifadelerine yer verilmemiştir; ancak bu ifadelere çok benzeyen ***hall-i hendesî*** ifadesi kitabın içinde iki yerde geçmektedir (Başhoca, 1258/1842, s. 35-58). Geometrik problemlerin çözümünde cebirsel yöntemlerin kullanılmasını *hall-i hendesî* olarak isimlendiren Başhoca'nın bu ifadeyle, kendisinden sonra yazılmış olan analitik geometri kitaplarının başlığına benzer bir ifade kullanarak "yerinde" bir terminoloji tercih ettiği görülmektedir.

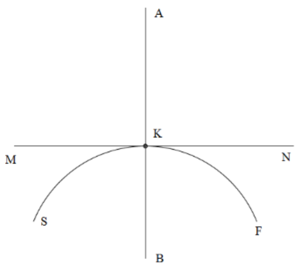
Başhoca'nın *MUR'da,* "cebirsel geometri" kullanarak cebirsel eşitlikleri geometrik yapılara uyguladığı, ayrıca "geometrik cebir" ile de geometrik problemlerin çözümünde cebirsel yöntemlere başvurduğu tespit edilmiştir. Her ne kadar Başhoca, Descartes'ın *La Géométrie* eserine atıfta bulunmamış olsa da, Antik Çağ'da ve Orta Çağ İslam matematiğinde karşımıza çıkan, analitik geometrinin de öncüsü kabul ettiğimiz "cebirsel geometri" ve "geometrik cebir" çalışmalarına MUR'da yer vermiştir.

Tam da bu noktada Descartes'ın hakkının teslim edilmesi gerekmektedir: Antik Çağ'ın matematikçilerinin ve dolayısıyla Başhoca'nın aksine Descartes'ın amacı, geometrinin cebire indirgenmesi değil, cebirsel işlemleri geometrik geri planla besleyerek yeni bir geometrik yapının kurgulanmasıydı (Boyer C. B., 2015, s. 371). Dolayısıyla Başhoca'nın "yeni bir geometrik yapı kurgulama" güdüsünden uzak olduğunu söylemek mümkündür.

Leibniz 1692 yılında kartezyen koordinat sistemindeki X/Y koordinat eksenlerini tanıtmış, bu eksenlere göre konum belirlemiştir (Cajori F. , 2014, s. 209). Bu doğrultuda, MUR'daki analitik geometrinin varlığına dair en büyük bulgulardan biri, eksen kullanımıdır. Başhoca, koordinat sistemindeki XX' (س سَ), YY' (ع'ع) eksenlerinin tanımını şu şekilde yapmaktadır:

> İşbu fende hatt-ı tertibler Y harfiyle ve faslalar X harfiyle ve muhtelif olarak iki hatt-ı tertib YY', ve iki fasla XX harfiyle işa'r ve ifade olunmak… (Başhoca, 1258/1842, s. 91, 96)

Bu tanımda olduğu gibi, MUR'da düşey mesafe için Y, yatay mesafe için X ifadesinin kullanıldığı doğru örneklerin varlığına rağmen (Başhoca, 1258/1842, s. 129, 189), kitabın geneline baktığımızda standart bir eksen adlandırması yoktur. Örneğin tam tersi olması gerekirken, düşey mesafeyi x ile göstererek *fasla*, yatay mesafeyi de y ile göstererek *tertib* olarak adlandırdığı pek çok örnek mevcuttur (Başhoca, 1258/1842, s. 91-93, 99, 109, 110, 116, 125, 208). Söz konusu çelişkili kullanıma rağmen, eksenlerin varlığı MUR'da analitik geometri varlığına dair güçlü bir delildir. Başhoca'dan sonraki Osmanlıca analitik geometri kitabı yazan tüm yazarlar şekillerini standart bir isme sahip x/y eksenlerine yerleştirerek işlem yapmışlardır.



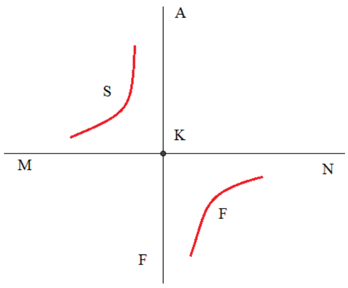
Şekil 102

Başhoca'nın, analitik geometriye yanlış da olsa yaklaştığı diğer bir nokta da eksen olarak kabul ettiği doğrulara göre işaret incelemesidir. Örneğin Şekil 103'te (Başhoca, 1258/1842, Şekil 118):

> …KB faslaları mevcûd olmuş[244] olmakla münhanînin KF ve KS kısımları olarak bir faslaları mevcûd olan KM tarafında ve diğer faslaları menfî (negatif) olan KN tarafında vaki' olur (Başhoca, 1258/1842, s. 190).

ifadeleriyle, yukarıda da belirtildiği gibi, düşey doğrultuya ordinat yani tertib demesi gerekirken fasla yani apsis demesi ve sayı doğrusunun alt kısmını pozitif olarak nitelemesi hatalıdır. Yine bugünkü kullanımın aksine Başhoca pozitif (x^+) olarak kabul ettiğimiz $|KN|$ kısmını negatif ve negatif (x^-) olan $|KM|$ kısmını pozitif, onun ifadesiyle *mevcûd* olarak kabul etmiştir. Başhoca'nın benzer şekilde bugünkü kullanımın tersine yatay doğrultuyu tertîb yani ordinat olarak ifade ettiği başka örnekler de mevcuttur (Başhoca, 1258/1842, s. 190, Şekil 120).

[244] Pozitif olan değerler kastediliyor.



Şekil 103

Analitik geometri varlığına güçlü bir delil teşkil etmesine rağmen, işaret incelemede benzer hataların yapıldığı bir diğer yer (Şekil 104'te (Başhoca, 1258/1842, Şekil 122), *F kısmı olub faslaları ve tertibleri müsbet (pozitif) olur* (Başhoca, 1258/1842, s. 194) ifadesidir. Bugün bu eğrinin işaretlerini, apsisleri (fasla) pozitif, ordinatları (tertîb) negatif olur şeklinde ifade ediyoruz. Benzer hatalı anlatımlar takip eden şekillerde de mevcuttur (Başhoca, 1258/1842, s. 194, Şekil 123, 124).

Başhoca'daki analitik geometriye dair başka bir ipucu da, çeşitli teoremleri ifade ederken, *"K noktası faslaların mebde'i…* (Başhoca, 1258/1842, s. 198)*"* ve *"A noktası faslaların mebde'i farz olunsa…* (Başhoca, 1258/1842, s. 199)*"* gibi ifadelerle orijin yani $(0{,}0)$ başlangıç noktasının tanımlanmasıdır. Ancak bugünkü kullanımın aksine standart bir harf kullanımı tercih edilmemiştir.

Yüksek geometriye baktığımızda Başhoca'nın, koni kesitlerinin bugün de kullandığımız analitik denklemini verdiği görülmektedir. Söz konusu denklemlerin birkaç yerde kullanılması, modern analitik geometri adına kayda değer bir bulgudur.

Başhoca, hiperbolün üzerindeki bir noktanın tertiblerini (ordinatlarını) mücâniblere yani asimptotlara göre belirlemiştir (Başhoca, 1258/1842, s. 147). Benzer şekilde, Apollonius da eğri üzerindeki bir nokta ile eğriye sonsuzda teğet olan doğru yani asimptot arasındaki ilişkiyi inceleyerek asimptotu eksen olarak kabul etmiştir. Heath bu yaklaşımı, geometrik işlemleri cebirsel yöntemlerle yapmanın dışında, modern analitik geometriye yakın olarak değerlendirmektedir (Heath, 2004, s. cxvi). Başhoca'da da görülen, asimtotların eksen olarak kullanılması hakkında Boyer'in yorumu şu şekildedir:

> Apollonius'un koniklerde kullandığı yöntemler modern yaklaşımlara öylesine yakındır ki sanki 1800 yıl sonra Descartes'ın ortaya koyacağı analitik geometriyi tahmin etmiş ve ona göre davranmış gibidir…Referans doğrularının kullanımı…bizim kullandığımız koordinat düzleminden temelde farklı değildir (Boyer C. B., 2015, s. 185).

MUR'da yüksek dereceli eğriler için analitik geometri kullanımına bir örnek daha vermek gerekirse Başhoca, $y^2 = \frac{c^2x^2-b^2c^2}{b^2}$ gibi (Başhoca, 1258/1842, s. 197) bazı denklemleri ele almış, x'e değer verip y'nin, y'ye değer verip x'in değerini bularak suretiyle, söz konusu denklemlerin grafiğini çizmiştir. Verilen bir denklemin grafiğini çizmek bugün de analitik geometride sıklıkla başvurulan bir yöntemdir.

MUR'da modern analitik geometriye dair kayda değer başka bir bulguda da, Başhoca'nın cebirsel ifadeler birinci dereceden olur ise doğruları, ikinci dereceden olursa dairelerde bulunan çizgileri, ikinci derecenin üstünde olduğunda ise çeşitli eğrileri ifade ettiğini belirtmesidir (Başhoca, 1258/1842, s. 34-35). Benzer bir durum Descartes'da de karşımıza çıkmaktadır: Descartes'ın Yunan geleneğinden ayrıldığı önemli noktalardan biri, Yunanlar'ın birer alan ve hacim ifadesi olarak aldığı x^2 ve x^3'ü de eğri / çizgi (line) olarak irdelemesidir (Boyer C. B., 2010, s. 312).

Başhoca'nın kullandığı yegâne matematiksel araçlar: içler dışlar çarpımı ile orta orantı (vasat-ı mütenâsib), diskiriminant $\left(\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\right)$, benzer üçgenler, Thales teoremi, Pisagor teoremi, iki kare farkı gibi çeşitli özdeşlikler ve logaritmadır. Başhoca, analitik geometrinin en temel konularından olan geometrik yer konusunu, sisoid, Hippias'ın quadratrixi, Arşimet spirali ve konkoid gibi eğrilerde irdelerken, söz konusu araçları kullanmıştır. Başhoca'nın bu inceleme sırasında, zaman zaman elementer (adî) geometri kullandığı, zaman zaman da sadece sözel ifadeleri kullandığı görülmektedir.

İlk defa Başhoca'da karşılaşılan matematiksel terimler şu şekildedir:

- Başhoca, koniklerin tepe noktasını ***nokta-ı muhdese***[245] olarak isimlendirmiştir (Başhoca, 1258/1842, s. 90). Başka herhangi bir kaynakta bu kullanıma rastlanmamıştır. Bilindiği gibi kompleks sayılar da, *muhdes aded* (Tuncer, 1995, s. 328) olarak isimlendirilmektedir. Görünen o ki Başhoca, sonradan "ihdas edilmiş" yani kurulmuş herhangi bir şey için *muhdes* sözcüğünü tercih etmektedir.
- Başhoca'nın konkoid için kullandığı ***münhanî-i m'izâvî*** (منحني معزاوي) veya ***münhanî-i mezâvî*** (منحنيء مزاوي) ifadeleriyle sadece *MUR*'da karşılaşılmıştır.

Başhoca'nın diğer yazarlarla ortak kullandığı kavramlarla karşılaşmak da mümkündür. Örneğin, odak noktası için yaygın kullanım olan *mihrâk* (محراق) ifadesi yerine (Sayan, Hendese-i Tahlîliyye, 1331/1912, s. 468; Tuncer, 1995, s. 328; Devellioğlu, 2012, s. 751), Başhoca ve Admed Zihnî Efendi, Arapça aynı kökten türemiş, tutuşup yanma anlamına gelen, *ihtirâk* (احتراق) (Devellioğlu, 2012, s. 483) sözcüğünü kullanmışlardır (Başhoca, 1258/1842, s. 96, 113-114, 121; Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 33, 37-38, 232).

Tüm bu veriler ışığında, Başhoca'nın *MUR* adlı eseri hakkında söylenebilecek en genel çıkarım, eserde Descartes'ın geometri çalışmalarından bahsedilmemesine

---

[245] Muhdese (محدثه): Muhdes'in müennesi. İhdas edilmiş, sonradan meydana gelmiş, eskiden olmayan (Devellioğlu, 2012, s. 783).

rağmen, analitik geometrinin mevcut olduğudur. İntegral kalkülüste olduğu gibi, analitik geometriyi Osmanlılar'a iptidai düzeyde ilk defa tanıtan Başhoca İshak Efendi olmuştur. Ancak şu konunun da belirtilmesi gerekir ki, bugün analitik geometri kitaplarında karşılaştığımız, iki noktadan geçen doğru denklemi, eğimi ve bir noktası bilinen doğru denklemi, vektör hesabı gibi konular *MUR*'da mevcut değildir. Bu konuların *La Géométrie*'de de olmadığı unutulmamalıdır. Ayrıca Başhoca dışında, Osmanlıca analitik geometri kitabı kaleme almış diğer tüm yazarlarda bugün kullanıldığı anlamda analitik geometri mevcuttur.

Tarafımızca içeriğinde analitik geometri tespit edilen *MUR*'un müstakil bir analitik geometri kitabı olmadığı daha önce belirtilmişti. Bu durumda akla gelen ilk soru, Osmanlılar'da yazılan ilk analitik geometri kitabının kimin tarafından kaleme alındığıdır. Çeşitli kaynaklarda analitik geometri konusunda eser kaleme aldığı belirtilen ancak böyle bir kitabı tespit edilemeyen yazarlar şu şekildedir:

- 1289/1872 yılında Harbiye'den, 1291/1874 yılında kurmay kısmından mezun olan Dâniş Bey'in (öl. 1304/1887), *Hendese-i Halliyye* adlı bir eserinin olduğu *OMLT'de* belirtilmemesine rağmen (İhsanoğlu, Şeşen, & İzgi, 1999, s. 359), Bursalı Mehmed Tahir, Dâniş Bey'in böyle bir eserinin olduğunu dile getirmektedir (Bursalı Mehmet, 1342/1926, s. 268). Söz konusu kitabının herhangi bir nüshasına ulaşılamamıştır.
- 1303/1886 yılında yarbay, 1311/1893 yılında albay rütbelerine yükselen Ali Rıza Bey (1326/1908'de sağ) Harbiye'de riyaziye hocası iken makine ve analitik geometri dersleri vermiştir. *OMLT'de,* kitabın varlığından bahsedilmesine rağmen yazarın *Hendese-i Halliyye (1305/1888)* adlı eserine

ulaşılamamıştır (İhsanoğlu, Şeşen, & İzgi, 1999, s. 413).

Ahmed Zihnî Efendi'nin *Hendese-i Halliyye* adlı eseri ilk baskısını 1310/1892 tarihinde yapmıştır. Bu bağlamda, ulaşılabilen kaynakların içinde Ahmed Zihnî Efendi'nin bu eseri, Osmanlılar'da yazılmış ilk analitik geometri kitabıdır.

Analitik geometrinin Descartes'ın 1637 yılında yayımlanan *La Géométrie* adlı eserinde ilk defa ortaya çıktığı düşünüldüğünde, *Hendese-i Halliyye'nin* (1310/1892) geç tarihli bir eser olduğu aşikârdır. Buna rağmen, Zihnî Efendi'nin vektörler gibi konuları ele alarak modern analitik geometri anlatımını yakaladığı, ayrıca işlem hatalarından uzak ve anlaşılır bir dile sahip olduğu görülmüştür. Matematiksel terminoloji açısından ise, Zihnî Efendi bazen Başhoca'da da görülen terimleri kullanmış (*ihtirâk, mihver-i kebir, mihver-i sagîr* gibi), bazen de muhtemelen Fransızcaya vâkıf olduğu için, terimin Fransızca anlamını da içeren Osmanlıca bir sözcük önermiştir (*mihver-i mürebbî, müferrik* gibi). Ayrıca *Hendese-i Halliyye'de,* ileri tarihli Osmanlıca analitik geometri kitaplarındaki terimlerle de karşılaşmak mümkündür.

Eldeki veriler ışığında Başhoca ile analitik geometrinin Osmanlılar'a girdiği düşünüldüğünde, Zihnî Efendi'nin Başhoca'nın çok ötesinde analitik geometriye vakıf olduğu söylenebilir. Ayrıca, kitabın başında bügün analitik geometri kitaplarının girişinde de karşımıza çıkan vektörel işlemlerin yer alması, eserin modern analitik geometri anlatımını yakaladığını göstermektedir.

Şükrü Sayan, Dârü'l-Fünûn'da Salih Zeki, Hüsnü Hamid, Ali Yar, Mehmet Nadir gibi döneminin önemli matematikçileri ile birlikte 10 yılı aşkın süre ders vermiştir (İshakoğlu-Kadıoğlu, 1998, s. 12, 13, 17, 22, 24). Bununla birlikte, Salih

Zeki'nin Dârü'l-Fünûn'da vermekte olduğu analitik geometri dersini Şükrü Bey'e devretmesi, Şükrü Bey'in ise eserinin başında Salih Zeki'ye teşekkür etmesi ikilinin yakın ilişki içinde olduğunu göstermektedir. Bu bağlamda, Şükrü Sayan'ın Osmanlı son dönemi bilimine yön veren camianın içinde yer aldığı rahatlıkla söylenebilir.

Yeni bilimleri ülkeye aktarma gayretinde olan söz konusu bilim camiasının en büyük telaşı, bu aktarımı tercüme ve telif eserlerle hızlı ve doğru bir şekilde gerçekleştirmekti. Çeviriler yapılırken karşılaşılan problemlerden biri şüphesiz Batı dillerindeki kavramların Osmanlıca'ya kazandırılması olmuştur. İlginç bir şekilde, kavramları karşılayan doğru terim bulma çabası Salih Zeki ve Vidinli Hüseyin Tevfik Paşa'nın ilk karşılaşmasına konu teşkil etmiştir. Salih Zeki, Vidinli'ye ait hatıralarını kaleme aldığı bir yazıda, Paşa ile ilk karşılaşmalarını şu şekilde aktarmaktadır:

> –Salih Zeki: Müsaade buyrulursa zâti âlilerine bir şey sormak isterim.
>
> –Vidinli Hüseyin Tevfik Paşa: Buyrunuz.
>
> –S. Z.: Mihanikteki enerji kelimesine mukabil ne demeli?
>
> Bu sözü işidince nazarını bir kerre bana dikerek kendine mahsus bir tavır ile baktı.
>
> –V.H.T.: Bunun için ben bir kelime tasarladım. Fakat siz bir kelime bulabildiniz mi?
>
> –S. Z.: Ben kudret kelimesini münasip görüyorum, fakat…
>
> –V. H. T.: Enerjiyi nasıl tarif ediyorsunuz?
>
> –S. Z.: Bir saha-i kuvvet dâhilinde bulunan bir cismin bir işi yapabilmek hususunda haiz olduğu kabiliyet ki yapabileceği işin mecmu-u miktarı (toplam miktarı) ile takdir olunur.
>
> –V. H. T.: Bu tabire nerede tesadüf ettiniz?

−S. Z.: Elektirik’in Nazariye-i Riyaziyesi’nde

−V. H. T.: İsminiz?

Sa…. demeğe vakit kalmadı.

−V. H. T.: Paris’ten bana mektup yazan değil mi?

−S. Z.: Evet.

−V. H. T.: Teşekkür ederim, aman görüşelim…Önümüzdeki Cuma günü hiçbir işim yoktur. Beklerim.

İşte Paşa ile son on beş sene devam eden münasebetimiz bu suretle başlamıştır (Çeçen, 1988, s. 26-27).

İçinde bulunduğu bilim camiasının kavramı karşılayabilen Osmanlıca terim üretme çabalarını, Şükrü Bey’in *Hendese-i Tahlîliyye* adlı eserinde de görmek mümkündür. İlk defa bu eserde karşılaşılan Osmanlıca matematik terimleri şu şekildedir:

- Niewenglowski (Niewenglowski, 1894, s. 115) ve Pruvost’un (Pruvost, 1891, s. 156) *droites isotropes* olarak adlandırdığı “izotrop doğruyu”, Şükrü Bey ***hatt-ı mecâzî*[246] *veya hatt-ı mütesâvi-el ciheh*[247]** olarak aktarmıştır. “İsotropic” sözcüğü için Karaçay’ın önerdiği “eş yönlü” ifadesi Şükrü Bey’in kullandığı *hatt-ı mütesâvi-el ciheh* terimini karşılamaktadır.
- **Berîm(بريم):** Burgu (İng. gimlet), burgusal, burma, spiral. “Bükmek, bükülmek, dönmek, kıvrılmak” anlamlarına gelen Arapça “bereme” (İng. twist) kökünden türemiştir (Elias & Elias, 1968, s. 60-61). Türkçe matematik literatüründe bu anlamı karşılayan “spiral” kullanımı mevcuttur

[246]İsotropic: eş yönlü (Çoker & Karaçay, 1983, s. 477) Türk matematik literatüründe “izotrop doğru” kullanımı mevcuttur (Hacısalihoğlu, Hacıyev, Kalantarov, & Sabuncuoğlu, 2009, s. 201; Tuncer, 1995, s. 140; Büke, Analitik Geometri (Cilt 1), 1962, s. 243; Erim, 1935, s. 54) [Al. Isotrope Gerade, Fr. droite isotrope, İng. isotropic line].

[247] Burada muhtemelen baskı hatası yapılmıştır, *hatt-ı mütesâvi-el cihet* olması muhtemeldir. (Sayan, 1331/1912, s. 124)

(Hacısalihoğlu, 1983, s. 148, 155; Schoenflies & Dehn, 1943, s. 24). Ancak Salih Zeki, spiral için berîm ifadesi yerine *helezon* ve *münhanî* ifadelerini tercih etmiştir (Salih Zeki, 1315/1897, s. 45-49). [İng. spirals].

- **Müzdevice-i müellefe (مزدوجة مؤلفه):** Niewenglowski'nin *conjugués harmoniques* (Niewenglowski, 1894, s. 96), Şükrü Bey'in *müzdevice-i müellefe* (Sayan, 1331/1912, s. 99-100) şeklinde ifade ettiği, harmonik bölme teşkil eden ikişer noktaya karşılık gelen "harmonik eşlenik" kavramına sözlüklerde ve o dönem yazılmış diğer analitik geometri eserlerinde rastlanmamıştır. Bu ifadenin Şükrü Bey tarafından ortaya atıldığını düşünmekteyiz.

Bu örneklerin dışında terim türetme konusunda Şükrü Bey'in çok da başarılı sayılamayabileceği tek durumla karşılaşılmıştır: Harmonik bölme için Şükrü Bey, *nisbet-i müellefe* ifadesini tercih ederken (Sayan, 1331/1912, s. 99-100), Tuncer ve Çoker *müellef taksîm* ifadesini kullanmışlardır (Tuncer, 1995, s. 115; Çoker & Karaçay, 1983, s. 281). *Müellef taksîm* ifadesinin harmonik bölme için daha uygun bir ifade olduğunu düşünmekteyiz.

Şükrü Bey'in literatüre yeni kazandırdığı ifadelerin yanında, kendisinden önce kullanılan terimlerle de karşılaşmak mümkündür. Örneğin, Şükrü Sayan'ın koni kesitlerini anlatırken kullandığı terminolojiye bakacak olursak, elipsin asal eksenini yani büyük eksenini *mihver-i kebir* (Başhoca, 1258/1842, s. 113-115; Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 215; Sayan, 1331/1912, s. 6), elipsin yedek eksenini yani küçük eksenini ise *mihver-i sagîr*[248] olarak ifade etmiştir; aynı terminoloji Zihnî Efendi ve Başhoca'da

[248] Sagîre: Küçük (Devellioğlu, 2012, s. 1063) anlamında olduğundan, *mihver-i sagîre* için küçük eksen denilebilir (Başhoca, 1258/1842, s. 118; Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 215; Sayan, 1331/1912, s. 6),

da karşımıza çıkmaktadır. Bu benzerlik her terim için söz konusu değildir. Örneğin, parabolün doğrultman doğrusu[249] için, Zihnî Efendi (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 37-38, 232) *mihver-i mürebbi* ifadesini tercih ederken, Şükrü Sayan (Sayan, 1331/1912, s. 13) ve Mehmed Fikri Santur (Santur, Hendese-i Halliyye (1. Bölüm), 1320/1902, s. 414) doğrultman için *müveccih* (موجه) kelimesini kullanmıştır. Osmanlı analitik geometri kaynaklarında da, doğrultman doğrusu için yaygın kullanım bu şeklindedir (Nazmi & Hilmi, 1933, s. 16; Tuncer, 1995, s. 64, 330; Çoker & Karaçay, 1983, s. 95). İfadenin yazımı hakkında ihtilaflı bir durum söz konusudur: tek harf farkıyla Devellioğlu, *müveccih* ifadesini "موجخ" olarak yazmıştır (Devellioğlu, 2012, s. 926). Ancak, *müveccih* sözcüğünün, tevcîh (توجيه): çevirme, yöneltme, döndürme (Devellioğlu, 2012, s. 1282) kökünden türediği düşünüldüğünde, Devellioğlu'nun yazımının hatalı olduğu düşünülmektedir.

İncelediğimiz analitik geometri kitaplarında matematiksel terminoloji açısından tartışılması gereken bir diğer sözcük de diskriminant (Δ)[250] anlamında kullanılan *kasıma* (قاسمه) ifadesidir. Δ yani diskiriminant için, Şükrü Sayan ve M. Fikri Santur (Sayan, 1331/1912, s. 371; Santur, Hendese-i Halliyye (1. Bölüm), 1320/1902, s. 680; Santur, Hendese-i Halliyye (3. Bölüm), 1322/1904, s. 321) *kasıma* sözcüğünü tercih etmişlerdir, sözlüklerdeki kullanımı da bu şekildedir (Çoker & Karaçay, 1983, s. 17; Devellioğlu, 2012, s. 567). Ancak A. Zihnî Efendi (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 186-189) ve İbrahim Edhem (İbrahim Edhem Paşa, 19. yy., s. 141), diskiriminant için *müferrik* (مفرق) yani "tefrîk eden, ayıran" sözcüğünü (Devellioğlu, 2012, s. 831) kullanmıştır. Gerçekten de, Çoker & Karaçay'ın Δ için önerdiği diğer bir kelime olan

[249] [Al. Direktrix, İng. directrix].
[250] $ax^2 + bx + c = 0$ denkleminin katsayılarından elde edilen $\Delta = b^2 - 4ac$ sayısı (Hacısalihoğlu, Hacıyev, Kalantarov, & Sabuncuoğlu, 2009, s. 92) [İng. discriminant].

“ayırgaç” (Çoker & Karaçay, 1983, s. 17) ve Balcı’nın verdiği “ayıraç” (Balcı, 2012, s. 130) ifadeleri, *müferrik* yani “ayıran” anlamını karşılamaktadır.

MUR müstakil bir analitik geometri kitabı olmadığından dışarıda bırakılarak, Şükrü Bey ile Zihnî Efendi’nin eserleri karşılaştırıldığında, iki eserde de doğrunun, dairenin ve koni kesitlerinin analitik incelenmesi gibi temel konuların benzer bir anlatıma sahip olduğu, bunun yanında Şükrü Bey’in hesaplamaları hem eğik hem dik koordinatlara göre yaparken, Zihnî Efendi’nin sadece dik koordinatları kullandığı görülmektedir.

Şükrü Bey, Başhoca ve Zihnî Efendi’nin de yer verdiği sisoid (Başhoca, 1258/1842, s. 238) ve strofoid (Başhoca, 1258/1842, s. 224-226) gibi eğrilerin dışında “üst düzey” olarak nitelendirebileceğimiz yüze yakın eğriyi incelemiştir. Örneğin, konkoid denilince akla ilk gelen Nicomede konkoidinin aksine, Qülp ve Sluse konkoidleri gibi daha özel, kitaplarda dahi rastlamanın zor olduğu eğrilere Şükrü Bey’in kitabında yer vermesi konuya vakıf olduğunun bir göstergesidir. Başka bir örnek vermek gerekirse, Salinon’un eğrisine Niewenglowski ve Pruvost’un eserlerinde rastlanmamakla birlikte, bu eğrinin kartezyen denklemine muhtelif kaynaklardan da ulaşılamamıştır. Şükrü Bey’in eğrinin kartezyen denklemini kendisinin ispatlamış olması kuvvetli bir ihtimaldir.

Şükrü Bey ayrıca, homojen koordinat sistemleri, izotrop doğrular, sonsuzdaki nokta, zarflar teorisi, evirtim, “teğet, normal, asimptot doğrularının ve evirtimin kutupsal koordinatlara göre analitik olarak incelenmesi” gibi üst düzey konuları ele almış, her birinin ayrı ayrı formüllerini ispatlamıştır.

Hendese-i Tahlîliyye’nin dikkat çeken yanlarından biri, 9 nokta çemberi, Simson ve Euler doğruları, Menelaus, Ceva ve Desargues teoremleri gibi sentetik ispatları ile meşhur konuların (Cajori F. , 2014, s. 327-351), Şükrü Bey'in yararlandığı kaynaklarda yer almamasına rağmen, eserde analitik olarak başarılı bir şekilde ispatlanmasıdır. Bu uzun ve zahmetli ispatları Şükrü Bey'in kendisinin yaptığı düşünülmektedir.

Newton doğrusuna ilişkin söz konusu yazarların ispatları incelendiğinde, Niewenglowski ve Şükrü Bey'in ispatlarının aynı olduğu, Pruvost'un ise farklı bir yöntem izlediği görülmüştür. Ayrıca, Şükrü Bey'in $\Delta = 0$ hesabını kullanarak, Niewenglowski'nin ispatını daha detaylı ele alması, Niewenglowski'nin açıklama ihtiyacı duymadığı ayrıntıları etraflıca ortaya koymaya çalışması dikkate değerdir. Bunun gibi pek çok örnekle karşılaşmak mümkündür. Bu örnekler ışığında, Niewenglowski ve Şükrü Bey'in bazı konu başlıklarının ve içeriklerinin büyük ölçüde aynı olduğu, Pruvost'un ise farklı içerikleri ele aldığı tespit edilmiştir. Hatta Şükrü Bey'in Niewenglowski'den birebir çevirdiği kısımlar da söz konusudur. Bu bağlamda, Şükrü Bey'in daha çok Niewenglowski'den yararlandığı söylenebilir.

Söz konusu üç eserin farklı içerikli bölümlerine rastlamak da mümkündür: Şükrü Bey'in *mahall-i hendesî*, Niewenglowski ve Pruvost'un *lieux géométriques* (Niewenglowski, 1894, s. 196; Pruvost, 1891, s. 135) olarak ele aldığı, *locus* olarak da bilinen "geometrik yer" konusunda, Şükrü Bey, söz konusu yazarlardan farklı başlıkları ele almıştır.

Bu eserlerin dışında *Hendese-i Tahlîliyye'nin*, Şükrü Bey'in önsözde sadece teşekkür etmekle yetinerek kaynakları arasında zikretmediği Salih Zeki'nin *Kâmûs-ı Riyâziyyât* kitabının birinci cildi ile de bazı paralellikleri tespit edilmiştir. Örneğin, *Hendese-i Tahlîliyye'de* (1331/1912) *Episiklo'id: Epicycloïde* (Sayan, 1331/1912, s. 540-555) başlığı altında incelenen eğrilere ait şekillerin ve konu anlatımının Salih Zeki'nin *Kâmûs-ı Riyâziyyât* (1315/1897) kitabının birinci cildi ile nerdeyse birebir aynı olduğu görülmektedir. Bu eserlerin yayın yılları dikkate alındığında, Şükrü Bey'in Niewenglowski ve Pruvost'un dışında Salih Zeki'nin eserinden de büyük ölçüde yararlandığı söylenebilir.

Tüm bu değerlendirme ve karşılaştırmalar ışığında, Şükrü Bey'in Zihnî Efendi ve Başhoca'nın çok ötesinde ve ileri düzeyde analitik geometri bilgisine sahip olduğunu söylemek mümkündür. İçinde bulunduğu bilim camiasının şiarı doğrultusunda, modern analitik geometrinin ülkeye aktarılabilmesi için üst düzey bir eser ortaya koyduğu aşikârdır.

Hendese-i Tahlîliyye'nin asıl dikkate değer kısmı, kitabın sonuna eklenmiş **"Kemmiyyât-ı Mevhûmenin Sûret-i İrâesine Dair Yeni Bir Nazariyye"** başlıklı kısımdır. Bu bölüm ile Şükrü Bey, sanal niceliklerin gösterimine ilişkin, Argand sistemine alternatif yeni bir yaklaşım ortaya koymaktadır. Bu yaklaşımı gerekli ispatları yaparak,

$$r = (-1)^x . b = (-1)^{\frac{\varphi}{\pi}} . b \dots (1)$$

şeklinde formülleştirmiştir. Şükrü Bey söz konusu formülün geçerliliğini ve işlevselliğini, Salih Zeki'nin *Kâmûs-ı Riyâziyyât* adlı eserinin "Argand Usûlü" maddesinde ele aldığı bazı örnekleri kendi yöntemiyle başarılı bir şekilde ispatlayarak göstermiştir. Şükrü Bey'in bu yöntemi, Argand'nın "geometrik" olarak nitelendirebileceğimiz ispat ve anlatımına göre, "cebirsel" olduğu görülmektedir. Bunun yanında Şükrü Bey, 1747 yılında Euler'in ortaya attığı meşhur

$$e^{i\pi} = -1 \ldots (2)$$

eşitliğine (Boyer C. B., 2010, s. 413) herhangi bir atıfta bulunmamıştır. Oysa bu iki eşitlik arasında bir ilişki kurmak mümkündür; (1) formülünde (2) eşitliği yerine yazıldığında,

$$(-1)^{\frac{\varphi}{\pi}} = \left(e^{i\pi}\right)^{\frac{\varphi}{\pi}} = e^{i\varphi} = \cos\varphi + i\sin\varphi \ldots (3)$$

elde edilir. (3) eşitliği, Argand sisteminin temelinde yatan, kompleks sayıların geometrik gösterimine dair temel ifadelerden biridir. (1) ve (2) formülleri karşılaştırıldığında görüldüğü gibi Şükrü Bey, o dönem için mahiyeti çok da bilinmeyen ve irrasyonel bir sayı olan i ifadesinin kullanımını ortadan kaldırmıştır.

Argand sisteminin iki boyutlu düzlemde sanal niceliklerin gösterimini konu aldığı düşünüldüğünde, Şükrü Bey'in Argand'nın sistemine alternatif bir yöntem önererek yine iki boyutta çalıştığı, üçüncü boyuta dair ise hiçbir göndermede bulunmadığı görülmektedir. Oysa W. R. Hamilton, Vidinli Hüseyin Tevfik Paşa gibi konu hakkında çalışan matematikçiler, Argand sisteminin üç ve dört boyutlu düzlemde uygulanabilirliği üzerine araştırma ve tartışmalarını yürütmekteydiler.

Salih Zeki'nin hatıralarından ve *Linear Algebra*'nın ikinci baskısının önsözünden anlaşıldığı kadarıyla Vidinli, Hamilton'un Quaternion'undan farklı bir yaklaşımla Argand sistemini üç boyutlu uzaya uygulamaya çalışmıştır (Çeçen, 1988, s. 26, 38-39; Hussein Tevfik Pacha, 1892, s. 2-3). Bunun yanında Polat'ın aktardığına göre, Erdal İnönü 2005 yılında yaptığı bir konuşmada, *Linear Algebra'nın* aslında bir analitik geometri kitabı olduğunu belirtmiştir (Polat, 2014, s. 26, 38-39). Bu bağlamda

Şükrü Bey'in, analitik geometri kitabının içinde söz konusu makaleyi yayımlaması olağan bir durumdur.

Son dönem Osmanlı matematikçilerinde görülen temel eğilimlerden biri, Avrupa'daki meslektaşları gibi "yeni bir şey ortaya koyma" gayretinde olmaları, kendilerinde bu selâhiyyeti bulmalarıdır. Bu doğrultuda, Vidinli Tevfik Paşa'nın *Linear Algebra* adlı eseriyle güncel matematik tartışmalarının içinde yer aldığını, Tezer şu şekilde belirtmektedir:

> *Linear Algebra* adlı kitabını, matematik olarak henüz beliryemediğimiz ehemmiyeti dışında, Vidinli'nin bugün bazı tarihçilerin biraz müstehzi bir abartmayla "quaternionlar savaşı" ismini verdiği çatışmadan haberdar, hatta bir ölçüde içinde bulunduğunu gösteren bir delil olarak görebiliriz (Tezer, 2010, s. 9).

Benzer şekilde, Şükrü Bey'in de tıpkı Vidinli gibi ortaya attığı bu yeni gösterim şekliyle, matematik tartışmaları içinde kendi orijinal yaklaşımını ortaya koymaya çalıştığı görülmektedir. Başhoca İshak Efendi'nin, pek çok otorite tarafından başarılı bulunan "aktarıcılığının" aksine, Şükrü Bey ve Salih Zeki'nin de benzer bir "yeni bir şey ortaya koyma" isteğinden söz etmek mümkündür.

Şükrü Sayan ile Tevfik Paşa'nın yaklaşımları arasında başka benzerlikler de mevcuttur: Şükrü Bey'in ilgili makalesinin Pisagor teoremini ele aldığı kısımında, cebirsel bir anlatımla konuya başladığı, ancak daha sonra geometrik bir eşitlik olan $a^2 + b^2 = c^2$ ifadesini elde ettiği görülmektedir (Sayan, Kem. Mevh., 1331/1912, s. 29-30). Benzer bir yaklaşım, Vidinli Tevfik Paşa'nın *Linear Algebra*'sında, üç boyutlu bir cebir teşkil edecek şekilde bir "hypercomplex" sayı sistemi ihdas etmesi ve bu sayı sistemini geometriye tatbik etmesi şeklinde karşımıza çıkmaktadır (Tezer, 2010, s. 8-9).

Bu noktadan sonra, kendi iddiasının yanında, Şükrü Bey'in çalışmasının literatürde kabul görüp görmediği, çalışmanın orijinalliği açısından önemli kriterlerden biridir. Bu doğrultuda Salih Zeki'nin eserlerine bakacak olursak, 1315/1897 yılında yazılan *Kâmûs-ı Riyâziyyât*, 1331/1912 tarihli *Hendese-i Tahlîliyye*'den daha önce yazıldığı için göz ardı edilebilir. *Dârü'l-fünûn Konferansları* (cilt 2, 1331/1912) ise *Hendese-i Tahlîliyye* ile aynı tarihte yazılmıştır. Bu durumda iki ihtimal söz konusudur. İlk ihtimal, ay farkıyla *Dârü'l-fünûn Konferansları* daha önce yazıldığı için Salih Zeki, Şükrü Bey'in çalışmasından haberdar olmamıştır. İkinci ihtimal ise, Salih Zeki bu çalışmadan haberdardır ancak atıf yapacak derecede Şükrü Bey'in çalışmasını orijinal bulmamıştır. Sonuç olarak, Salih Zeki'nin Argand hesabından bahsettiği eserlerinde, iş arkadaşı olan Şükrü Bey'in bu çalışmasına hiç değinmediği görülmektedir.

Şükrü Bey'in çalışmasının literatürde kabul görüp görmediğine dair kesin bir hükme varmak için, Salih Zeki'nin eserlerinin haricinde, analitik geometrinin de dışına çıkarak, örneğin Mehmed Fikri'nin Argand sistemi hakkındaki 1908 ve 1910 tarihli çalışmalarını da içine alan (Yüngül, 1952, s. 7-8), Osmanlılar'da kompleks sayılarla ilgili, daha geniş kapsamlı bir araştırmanın yapılması gerekmektedir.

Osmanlı'daki analitik geometri konulu **tüm kitaplara genel olarak** bakacak olursak, şu şekilde bir tablo elde etmek mümkündür:

Yazarlar	**Eserler**	**Yararlanılan Kaynaklar**
Başhoca İshak Efendi	*Mecmûa-i Ulûm-ı Riyâziye,* 2. cilt, 1842	Fransız matematikçi Étienne Bézout.
Ahmed Zihî Efendi	*Hendese-i Halliyye,* 1892	(Kaynak belirtilmemiştir. Eserin toplama yoluyla bir araya getirildiği dile getirilmiş. Ancak eserde Fransız etkisinin izleri mevcuttur.)
Mehmed Vâsıf	*Hendese-i Halliyye-i Musattaha ve Kutû'-i Mahrûtiyye*, 1898	İngiliz matematikçiler Isaac Todhunter, Elias Loomis, James Hann
Mehmed Fikri Santur	*Hendese-i Halliyye,* 1902, 1904	İngiliz matematikçi G. Salmon'un eserinin, MM. H. Resal ve V. Vaucheret tarafından Fransızca'ya çevrilen nüshası
İbrahim Edhem Paşa	*Hendese-i Halliyye*(II. Abdülhamit devri)	Fransız matematikçi Ch. Augustin Briot
Şükrü Sayan	Hendese-i Tahlîliyye, 1331/1915	Fransız matematikçiler Niewenglowski ve Pruvost
Yanyalı Mehmed Esad Bülkat	*Hendese-i Musattaha içinde Hendese-i Halliyye*, 1316/1898	Yerli ve yabancı sekiz farklı kaynaktan bahsedilmiştir.
(Tespit edilememiştir)	*Hendese-i Halliyye*	(Kaynak belirtilmemiştir. Başlıkların yanında Fransızca karşılıkları mevcuttur.)
Kerim Erim	*Hendese-i Tahlîliyye,* 1935	Telif eser

Tabloda da görüldüğü gibi, tespit edilebilen dokuz yazardan sadece Mehmet Vâsıf'ın faydalandığı kaynak İngiliz bir yazara aittir. Diğer yazarlara baktığımızda, faydalanılan kaynakların ağırlıklı olarak Fransızca eserler olduğu görülmektedir. Ayrıca, Fikri Santur, G. Salmon'un İngilizce kaleme aldığı kitabının Fransızca tercümesinden faydalandığı için bu eser de, kaynağı Fransızca olan eserler arasında değerlendirilebilir.

Tüm bu veriler doğrultusunda, Fransız matematikçilerin, Türk matematik geleneği üzerindeki etkisi açık bir biçimde karşımıza çıkmaktadır. Öyleyse Fransız edebiyatı kadar, Fransız bilimi de Türk düşüncesi üzerinde etkili olmuştur (Demir R. , 2004, s. 27). Batı bilim ve teknolojisinin Osmanlı İmparatorluğu'na transferinde Fransa'nın etkili olduğuna dair ilk bilgi, 18. yüzyılda Fransa'da kurulan mühendis okulları ya da askerî teknik eğitim veren kuruluşların, örneğin Paris, Ecole Royale d'Artillerie (Paris Kraliyet Topçu Okulu, kuruluşu1748) ders kitaplarının Osmanlıca'ya çevrilerek ders kitabı olarak okutulmasıdır. Özellikle Fransa'nın büyük okullarında matematik hocalığı yapmış olan Jacques Ozanam (16 June 1640, Sainte-Olive, Ain - 3 April 1718, Paris) Bernard Forest de Bélidor ve Étienne Bézout gibi matematikçilerin kitaplarının da Osmanlı Mühendishâneleri'nin kütüphanelerinde bulunması, Osmanlı askerî teknik eğitiminde Fransız etkisini açıkça gösterir. Mühendishâne öğrencileri tarafından kullanılan bu kitapların birçoğu halen İstanbul Teknik Üniversitesi, Mustafa İnan Kütüphanesi, Nadir Eserler Koleksiyonu'nda yer almaktadır (Kaçar, ve diğerleri, 2012, s. 25).

Çeşitli kaynaklarda analitik geometri kitabı kaleme aldığı söylenen ancak tarafımızca ulaşılamayan en erken tarihli kitapların yazarları Ali Rıza Bey ve Ali Haydar Dâniş Bey'dir. Söz konusu yazarlar askerî okullardan mezun olmuşlardır. Ulaşabildiğimiz ve tez kapsamında incelenen analitik geometri kitaplarının yazarlarına bakılacak olursa, toplamda dokuz yazardan Şükrü Sayan, Mehmed Fikri Santur ve Kerim Erim olmak üzere üçünün sivil mühendishanelerden mezun veya bu tip okullarda görev yapmış olduğu, geriye kalan altı yazarın ise askeriye kökenli oldukları tespit edilmiştir. Sonuç olarak toplamda on bir yazarın sekizi askerî, üçü sivil kökenlidir. Bu doğrultuda, modern bir bilim olan analitik geometrinin askerî şahsiyetler vasıtasıyla Osmanlılar'a aktarıldığını söylemek mümkündür. Demir'in de belirttiği gibi, Osmanlılar'da askerî bürokrasi en önde gelen modernleştirici güç olarak karşımıza çıkmaktadır (Demir R. , 2017, s. 73-74).

Bu tez çalışmasıyla Osmanlı matematik literatürüne sağlanan katkılardan biri de Kerim Erim'in analitik geometri kitaplarının gün yüzüne çıkarılmasıdır. Kerim Erim hakkında kaleme alınan biyografi çalışmalarında bu kitaptan bahsedilmemiştir.

Başhoca İshak Efendi'den başlayarak Kerim Erim'e kadar kaleme alınmış ulaşabildiğimiz tüm analitik geometri kitapları bu tez çalışması kapsamında incelenmiştir. Yaklaşık iki yüz yıllık bu süreçte, Osmanlılar'ın analitik geometriyi kuramsal ve kılgısal olarak büyük ölçüde aktarmayı başardıkları görülmektedir. Bu konudaki en kapsamlı ve üst düzey kitabı Şükrü Sayan ve Mehmed Fikri Satur'un kaleme aldığı tespit edilmiştir. Şükrü Bey'in eseri, karmaşık sayılarla ilgili "yeni bir yaklaşım" ortaya koyma iddiasında olduğu için de ayrıca büyük önem arz etmektedir. Fikri Santur ise eserini analitik geometriye teorik olarak önemli katkıları olan George Salmon'un eserinden çevirdiği için diğer kitaplar arasında ayrı bir yere sahiptir. Cumhuriyet'in on ikinci yılında kaleme alınan ve analitik geometri alanındaki ilk telif kitap olan Kerim Erim'in *Hendese-i Tahlîliyye* adlı eserinde, matematiğin bu dalının Türkçe'ye tüm olgunluğu ile aktarıldığı görülmektedir.

Bilimsel bir alanın aktarılmasında karşılaşılan en büyük sorun, daha önce de değinildiği üzere, terminolojinin kavramı karşılayabilen terimlerle aktarılması sorunudur. Söz konusu yazarların eserlerine bakıldığında, Osmanlı matematikçilerinin bu sorunu aşmak için büyük bir gayret sarf ettikleri görülmektedir. Ayrıca yazarların, bilimsel bilginin kendisinden aktarıldığı dil olarak Fransızca'yı, bilimsel bilginin kendisine aktarılan dil olarak da, dönemin dil anlayışı gereği, Arapça kökenli sözcükleri tercih ettikleri görülmektedir. Bu yaklaşım, Osmanlı bilim adamlarının Arap bilim dilinin de terminolojik olarak geliştirilmesine katkıda bulunduklarının kanıtıdır. Osmanlılar yeni bilimleri aktarırken Arapça'yı da zenginleştirmişlerdir.

Zihnî Efendi'den Kerim Erim'e kadar, yaklaşık elli yıllık süreçte, çok hızlı bir şekilde analitik geometri bilgisinin ülkeye girdiği ve bilginin muhtevasının ve seviyesinin zaman ilerledikçe hızlı bir şekilde arttığı, geliştiği görülmektedir. *La Géoémtrie*'den başlatacak olursak, Batı'nın yaklaşık üç yüz elli yıllık analitik geometri birikiminin, elli yıl gibi kısa bir sürede üniversitelerimizde işlenir hale geldiği görülmektedir. Elbette bu bilginin ne kadar içselleştirildiği tartışmaya açık bir konudur.

EKLER

Ek-1: Başhoca İshak Efendi, *MUR cilt 2* (1842) İçindekiler

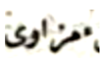
Cild-i Sânî

[251] Tesviye: Düzleme, düz etme (Devellioğlu, 2012, s. 1273).
[252] İstenen bir eşyanın düzleme aktarılması hakkındadır.
[253] Kalenin sağlam olmasının bağlı olduğu bazı geometrik işlemler hakkındadır.

[254] Koni kesitlerinde bulunan orantılar hakkındadır.
[255] Mersûm: Resim olunmuş, çizilmiş (Devellioğlu, 2012, s. 722)
[256] Elipsin özelliklerinin perspektif ilmine (perspektif ilminin özelliklerine) uygulanması. Menâzır: Perspektif (Tuncer, 1995, s. 217) [İng: perspective].
[257] Hiperbolün iki asimptotu.
[258] Hiperbolün, perspektifte ışığın kırılması konusunda kullanımına dair.

[259] Müteşâbih: Birbirine benzeyen (Devellioğlu, 2012, s. 917).
[260] Tâk: Bina kemeri (Devellioğlu, 2012, s. 1195).
[261] Gayr-ı mahdûd: Sınırsız, belirsiz (Devellioğlu, 2012, s. 323).
[262] Müteallik: İlgili, ilişiği olan (Devellioğlu, 2012, s. 889).
[263] Asamm İrrasyonel (Tuncer, 1995, s. 137).

---

[264] Eğrinin adının yazımı şu şekildedir: 

[265] 3.1 ve 3.2 nolu son iki başlığın alt başlıkları anlitik geometri ile ilgili olmadığı için verilmemiştir.

Ek-2: Ahmed Zihnî Efendi, *Hendese-i Halliyye* (1310/1892) İçindekiler

---

[266] İrtisâmât: İrtisâm'ın çoğulu. İrtisâm: Resim çıkma, resmolma, izdüşüm (Devellioğlu, 2012, s. 516). İzdüşürüm (Tuncer, 1995, s. 140). Tezin ilerleyen sayfalarında bahsedilecek olan Şükrü Sayan'ın Hendese-i Tahlîliyye adlı kitabının 127. maddesinde "mürtesem" kelimesi geçmektedir. Talat Tuncer Matematik Terimleri sözlüğünde bu iki sözcüğün matematik açısından Osmanlılar'da farklı anlamlara sahip olduğunu belirtmiştir; mürtesem: izdüşüm, irtisam: izdüşürüm (Tuncer, 1995, s. 139140). Oysa Devellioğlu irtisâm (s. 516) ve mürtesem (s. 861) kelimelerinin her ikisi için de "izdüşüm" anlamını vermiştir (Devellioğlu, 2012).

[267] Kıtaât: Kıt'a'nın çoğulu (Devellioğlu, 2012, s. 595). Kıt'a-i müstekîme: Doğru parçası (Devellioğlu, 2012, s. 595; Tuncer, 1995, s. 65). O halde, kıtaât-ı müstekîme: Doğru parçaları.

[268] Zevâyâ: Zâviyenin yani açının çoğulu (Devellioğlu, 2012, s. 1378).

[269] Nasıl isterse, istediği gibi (Devellioğlu, 2012, s. 590).

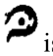
[270] İrtisâm-ı kaim-üt tasvir: Dik izdüşüm (Tuncer, 1995, s. 325).

[271] Mümârese: Alışma, alışıklık, el yatkınlığı (Devellioğlu, 2012, s. 844). Burada alıştırmalar anlamında kullanılmıştır.

[272] Düzlem geometri (Devellioğlu, 2012, s. 802; Tuncer, 1995, s. 325) [Fr. géométrie plane].

---

[273] Açılar ve uzunluklar.

[274] Bu maddenin 108 nolu alt maddesinde, x'e bağlı n. dereceden $f(x) = 0$ cebirsel denklemi, tamamı y eksenine paralel olmak üzere gerek gerçek, gerekse sanal n tane doğruyu gösterdiği; benzer şekilde 109 nolu alt maddede, y'ye bağlı n. dereceden $f(y) = 0$ cebirsel denkleminin, tamamı x eksenine paralel, gerek gerçek gerekse sanal n tane doğruyu gösterdiği anlatılmaktadır. 110'nuncu alt maddede ise x ve y'ye bağlı n'ninci dereceden mütecanis (homojen) $f(x, y) = 0$ cebirsel denklemi, gerek gerçek gerekse sanal n tane, başlangıç noktasından geçen doğruyu gösterdiği ifade edilmektedir. Görünen o ki, *hatt-ı müstakîm hey'eti* ifadadesiyle, *doğruların durumları, halleri, çeşitleri* kastedilmekte; x ve y eksenlerine paralel doğrularla orijinden geçen doğrular anlatılmaktadır. (Ahmed Zihnî kitabında, bir denklemin derecesini  işaretiyle ifade etmiştir, bunun günümüz notasyonlarındaki karşılığı n'ninci dereceden denklemdir. Benzer kullanım Şükrü Sayan'ın kitabında da mevcuttur.)

[275] İrcâ': İndirgeme (Tuncer, 1995, s. 135); eski haline çevirme (Devellioğlu, 2012, s. 512).

[276] Müsta'mele: Kullanılmış, kullanılan, eski, köhne (Devellioğlu, 2012, s. 872).

[277] Genel olarak koni kesitlerinin denklemleri.

Hendese-i Mücesseme[278]

[278] Uzay geometri (Devellioğlu, 2012, s. 823).
[279] Genel bilgi(ler).
[280] Bu başlık altında üç boyutlu kartezyen koordinat sisteminden bahsedilmektedir. Eksenler س سَ (xx'), ع′ع (yy') ve ص ص′ (zz') şeklinde adlandırılmıştır.

Ek-3: Şükrü Sayan, *Hendese-i Tahlîliyye* (1331/1912) İçindekiler.

Kitabın ayrıntılı bir şekilde içinde yer alan başlıklar şu şekildedir:

[281] Kitapta bu kısmın üst başlığına yer verilmemiştir.

[282] Kemmiyyât-ı vaz‘iyye-i mihverî: Kartezyen koordinat sistemi.
[283] Hatt-ı müstakîm: Doğru (Tuncer, 1995, s. 63) [Al. gerade Linie, Fr. ligne droite, İng. straight line].
[284] Bu bölümde koordinat eksenleri açıklanmış; apsis için fasla, ordinat için tertîb kelimeleri kullanılmıştır. xx′ eksenleri س س′ şeklinde, yy′ eksenleri ع ع′ şeklinde gösterilmiştir.
[285] Bir dâirenin kartezyen koordinat sisteminde denklemi. İkinci madde atlanmıştır.
[286] Katʿ-ı nâkıs: Elips.
[287] Katʿ-ı zâid: Hiperbol.
[288] Katʿ-ı mükâfî: Parabol.
[289] Kemmiyyât-ı vazʿiyye-i kutbiyye: Kutupsal koordinat sistemi.

---

290 Koordinat dönüşümleri (Balcı, 2012, s. 111). Tahvîl: Dönüşüm (Tuncer, 1995, s. 360; Çoker & Karaçay, 1983, s. 332). Aynı başlığı Ahmed Zihnî Efendi de ele almıştır (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 48).

291 Bu‘d: Uzaklık, boyut.

292 Müveccih: Doğrultman (Tuncer, 1995, s. 64)

293 Mebde’: Orijin, başlangıç noktası (Tuncer, 1995, s. 14; Çoker & Karaçay, 1983, s. 28).

294 Doğrunun analitik incelenmesi.

295 Emsâl-i zâviye (veya zâviyevî emsâl): Eğim (Tuncer, 1995, s. 2) [Al. Winkelkoeffizient, Fr. coefficient angulaire, İng. gradient]

296 Bir doğrunun eğimi, orijinden söz konusu doğruya paralel çizilen doğrunun eğimine eşittir.

297 (Birbirine) dik çizgiler.
298 Bilinen bir noktadan geçen bir doğrunun genel denklemi.
299 Fasl-ı müşterek: Kesişim (veya arakesit) (Tuncer, 1995, s. 154; Çoker & Karaçay, 1983, s. 185). Burada kastedilen, iki doğrunun ortak nokta veya noktalarıdır [İng. intersection].
300 Nokta-ı telâki (veya tekâtu‘): Kesişme (veya kesim) noktası (Tuncer, 1995, s. 154; Çoker & Karaçay, 1983, s. 185) [Fr. point d’intersection, İng. intersection point].
301 Mütehavvil-i mutavassıt: Parametre (Devellioğlu, 2012, s. 901).

[302] “Bir doğru denklemindeki katsayılar birinci dereceden parametreler içerirse, doğrular sabit noktadan geçer” demek, matematiksel açıdan daha doğru bir anlatımdır. Bu başlığın açıklamasında, doğru demetini oluşturan doğruların sabit bir noktadan geçmesi anlatılmaktadır.

[303] “$f=0, k=0, r=0$ birinci dereceden, bir noktada kesişmeyen üç doğruyu göstermektedir. Bu doğrularla aynı düzlemde bulunan diğer dördüncü bir doğru, g, g', g'' birer katsayı olmak üzere, $gf+g'k+g''r=0$ denklemiyle ifade edilebilir” demek matematiksel açıdan daha anlaşılır bir anlatımdır.

[304] Bu başlığın açıklamasında, bir doğrunun bulunduğu düzlemi iki bölgeye ayırdığı, bu bölgelerden birine mıntıka-ı müsbet, diğerine mıntıka-ı menfî denildiği anlatılmaktadır.

[305] Nâsıf (veya hatt-ı munassıf): Açı ortay (Tuncer, 1995, s. 2; Çoker & Karaçay, 1983, s. 3) [Al. Winkelhalbierer, Fr. bissetrice, İng. bisector, bisektrix]

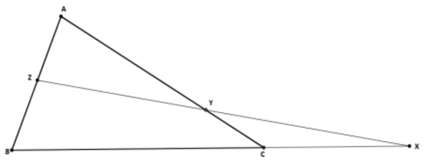
[306] İrtifâ‘: Yükseklik (Tuncer, 1995, s. 303; Çoker & Karaçay, 1983, s. 316) [Al. Höhe, Fr. hauteur, İng. height].

[307] Kutr (veya kutur): Köşegen (Tuncer, 1995, s. 164; Çoker & Karaçay, 1983, s. 192) [Fr. diagonale, İng. diagonal] veya çap (Tuncer, 1995, s. 37; Çoker & Karaçay, 1983, s. 57), [Al. Durchmesser, Fr. diamètre, İng. diameter]. Bu verilen anlamlara rağmen, kutr sözcüğü burada “kenar ortay” anlamında kullanılmıştır.

[308] Adlâ‘ (dıl’ın çoğulu): Kenar (Devellioğlu, 2012, s. 12).

---

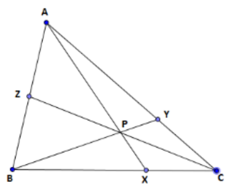
309 Kat‘-ı müstakîme (veya kıt‘a-i müstakîm): Doğru parçası (Tuncer, 1995, s. 65) [Al. Strecke, Fr. segment, İng. line segment]
310 İfrâz: Parçalara bölme.
311 İstikâmet muhrecesi: Uzantısı doğrultusunda. (Muhrece: Tr. uzatmak, İng. excluded).
312 Re’s: Köşe (Tuncer, 1995, s. 164) [Al. Eckpunkt, Fr. sommet, İng. vertex].
313 Bu başlıkta üçgenin alanını bulmak için, bir önceki maddeye alternatif ikinci bir yöntem anlatılmıştır.
314 Mudallâ‘ (veya zû-kesir-il-adlâ‘): Çokgen (Tuncer, 1995, s. 44; İzzet & Fehmi, 1935-1936, s. 111) [İng. polygon].
315 Bu başlıkta çokgenler için Menelaus teoremi anlatılmıştır (İskenderiyeli Menelaus, MÖ 1.yy., Yunan matematikçi, küresel üçgenler hakkında yazdığı *Sphaerica* adlı eseri meşhurdur).
316 Bu başlıkta üçgenler için Menelaus teoremi anlatılmıştır; herhangi bir ABC üçgeninin BC, CA ve AB kenarları üzerindeki sırasıyla X, Y, Z noktalarının doğrusal olması için $\frac{BX}{CX}\frac{CY}{AY}\frac{AZ}{BZ} = +1$ olması gerekir



(Coxeter & Greitzer, 1967, s. 66)

---

317 Bu başlıkta Ceva teoremi anlatılmıştır; herhangi bir ABC üçgeninde X, Y, Z sırasıyla BC, CA, ve AB kenarları üzerinde bulunan herhangi üç nokta olsun. AX, BY, CZ doğrularının bir noktada kesişmesi veya paralel olması için gerek ve yeter şart $\frac{XB}{XC}\frac{YC}{YA}\frac{ZA}{ZB} = -1$ (Giovanni Ceva, İtalyan matematikçi, bu teoremi 1678 yılında yayımlamıştır) (Coxeter & Greitzer, 1967, s. 4)



318 Karşılıklı kesenler.

319 Nisbet-i müellefe: Harmonik bölme, çifte oranın (-1) olması halidir (Demir H. , 1991, s. 2).

320 Nisbet-i muzâafa: Çifte Oran (veya ikikat oran) (Tuncer, 1995, s. 130), harmonisiz oran (Devellioğlu, 2012, s. 983) [Fr. rapport anharmonique, İng. Crosse ratio]. Türk matematik literatüründe "çifte oran" kullanımı mevcuttur (Demir H. , 1991, s. 2; Büke, Analitik Geometri (Cilt 2), 1962, s. 71) Şükrü Bey'in yararlandığını belirttiği Niewenglowski, kitabında bu konuyu "rapport anharmonique" başlığı ile ele alınmıştır (Niewenglowski, 1894, s. 98).

321 Katı': Kesen (Devellioğlu, 2012, s. 569; Tuncer, 1995, s. 153) [Fr. transversale, İng. transversal].

322 Dört doğrudan oluşan bir demetin bir kesen ile kesilmesinden oluşan ortak noktaların çifte oranları kesenin durumuna bağlı değildir.

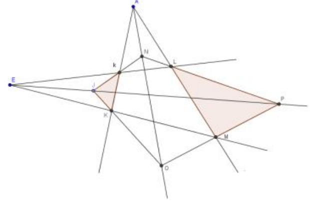
323 Bir üçgenin herhangi bir kenarı diğer iki kenarıyla, söz konusu kenarın karşısındaki iç ve dış açı ortayları harmonik olarak böler.

324 Münharif-i tâm: Tam dörtgen. 19. yüzyılından itibaren modern geometri kitaplarına giren bir konudur. Dört tane, üçü bir noktada kesişmeyen doğrunun meydana getirdiği, 6 köşe ve 3 köşegenden

oluşan şekildir. Türk matematik literatüründe "tam dörtgen" kullanımı mevcuttur (Büke, Analitik Geometri (Cilt 1), 1962, s. 358; Tuncer, 1995, s. 260), [İng. complete quadrilateral]. Şükrü Bey'in yararlandığı Niewenglowski'nin kitabında bu konu "quadrilatére complet" başlığı ile ele alınmıştır (Niewenglowski, 1894, s. 106).

325 Bu maddede Newton doğrusu anlatılmaktadır. Newton doğrusu; bir tam dörtgenin üç köşegeninin ortalarından geçen doğrudur (Sir Isaac Newton, 1642-1727, İngiliz matematikçi, fizikçi, gökbilimci) (Tuncer, 1995, s. 190).

326 Bu maddede Desargues teoremi anlatılmaktadır; eğer iki üçgen bir noktaya göre perspektifi varsa bir doğruya göre de perspektifi mevcuttur (Girard Desargues, 1591-1661, Fransız geometrici) (Coxeter & Greitzer, 1967, s. 70). Şükrü Bey'in yararlandığı Niewenglowski'nin kitabında bu konu ele alınmıştır



(Niewenglowski, 1894, s. 107).

327 Mevhûm: Kompleks, sanal (Tuncer, 1995, s. 230) [Fr. imaginaire, İng. imaginary].

64. Nokta-ı hakikiyye, nokta-ı mevhûme, nukât-ı mevhûme-i müzdevice[328]……..119

65. Her bir hatt-ı müstakîm yek-dîgerinin ikişer ikişer müzdevici[329] bulunan nâ-mütenâhî[330] nukât-ı mevhûmeden mürûr eder[331] …………………………..…120

66. Hatt-ı müstakîm-i mevhûm[332]………………...…………………….…..…..122

67. Her bir hatt-ı müstakîm-i mevhûm üzerinde yalnız bir nokta-ı hakikiyye vardır[333]………………………………………………………………………122

68. Mevhûm ve müzdevic iki noktadan mürur eden hat bir hatt-ı müstakîm-i hakikidir[334]…………………………………………………..……………....123

69. Hatt-ı mecâzî[335] veya hatt-ı mütesâvi-el ciheh[336] ……..……….………...…124

1. Bir hatt-ı mecâzînin muâdelesi mihverlerin vaz‘iyyetine tâbi‘ değildir[337].124

2. Bir hatt-ı mecâzî kendi istikâmetine ‘amûddur[338]…………………...126

3. Mihverîn müstevîsi[339] üzerinde vâki‘ bir noktanın bir hatt-ı mecâzîye olan bu‘du nâ-mütenâhî veyâhud gayr-i muayyendir[340]…...………………………….127

4. Bir hatt-ı mecâzî üzerinde alınan iki nokta miyânındaki bu‘d sıfırdır[341]..128

5. Bir hatt-ı mecâzînin lâ-ale‘t-ta‘yîn[342] diğer bir hatt-ı müstakîm-i hakiki ile

---

328 Bu madde, Niewenglowski (1894), c. 1, s. 112, madde no. 159 ile örtüşmektedir. Nukât-ı mevhûme-i müzdevice: Eşlenik sanal noktalar, (a+bi) ve (a-bi) eşlenik sanal noktalardır.
329 Müzdevic: Eşlenik (Tuncer, 1995, s. 90) [Al. Implikationskonjugierte, İng. conjugate].
330 Nâ-mütenâhî: Sonsuz (Tuncer, 1995, s. 247) [Al. unendlich, İng. infinite].
331 Bu madde, Niewenglowski (1894), c. 1, s. 112, madde no. 160 ile örtüşmektedir.
332 Bu madde, Niewenglowski (1894), c. 1, s. 113, madde no. 161 ile örtüşmektedir.
333 Bu madde, Niewenglowski (1894), c. 1, s. 113, madde no. 162 ile örtüşmektedir.
334 Bu madde, Niewenglowski (1894), c. 1, s. 113, madde no. 163 ile örtüşmektedir.
335 Hatt-ı mecâzî: İzotrop doğru (Hacısalihoğlu, Hacıyev, Kalantarov, & Sabuncuoğlu, 2009, s. 201; Tuncer, 1995, s. 140), isotropic: eş yönlü (Çoker & Karaçay, 1983, s. 477) Türk matematik literatüründe “izotrop doğru” kullanımı mevcuttur (Büke, Analitik Geometri (Cilt 1), 1962, s. 243; Blaschke, 1949, s. 54) [Al. Isotrope Gerade, Fr. droite isotrope, İng. isotropic line].
336 Bu madde, Niewenglowski (1894), c. 1, s. 115, madde no. 167 ile örtüşmektedir.
337 Bu madde, Niewenglowski (1894), c. 1, s. 116, madde no. 167/1 ile örtüşmektedir.
338 Bu madde, Niewenglowski (1894), c. 1, s. 117, madde no. 167/2 ile örtüşmektedir.
339 Mihverîn müstevî: Koordinat düzlemi.
340 Bu madde, Niewenglowski (1894), c. 1, s. 118, madde no. 167/3 ile örtüşmektedir.
Gayr-i muayyen: Belirsiz.
341 Bu madde, Niewenglowski (1894), c. 1, s. 118, madde no. 167/4 ile örtüşmektedir.
342 Lâ-ale‘t-ta‘yîn: Rastgele, herhangi bir.

---

[343] Bu madde, Niewenglowski (1894), c. 1, s. 118, madde no. 167/5 ile örtüşmektedir.
[344] Bu madde, Niewenglowski (1894), c. 1, s. 119, madde no. 167/6 ile örtüşmektedir.
[345] Kemmiyyât-ı vazʿiyye-i mütecânise: Homojen koordinatlar (Tuncer, 1995, s. 122) [İng. homogeneous coordinates].
[346] Münhanî: Eğri (Tuncer, 1995, s. 79) [Fr. courbe, İng. curve].
[347] Bu madde, Niewenglowski (1894), c. 1, s. 121-123, madde no. 169 ile örtüşmektedir.
[348] Hat: Çizgi (Tuncer, 1995, s. 43) [İng. line].
[349] Hatt-ı müstakîm huzmeleri: Doğru demetleri.

---

[350] Müzdevice-i müellefe: Harmonik eşlenik.
[351] Dâirenin yarıçapının geometrik olarak çizimi.
[352] Kaim: Dik (Tuncer, 1995, s. 60) [İng. orthogonal]. Mihverîn kaimi: Dik eksenler.
[353] Nısf kutr (nısf-ı kutr veya nısıf kutur): Yarıçap (Tuncer, 1995, s. 301) [Al. Halbmesser, İng. radius].
[354] Eksenlerin dikliklerine göre dâirenin merkezinin ve yarıçapının belirlenmesi.
[355] Dâirenin genel denklemi.
[356] Bu başlığın açıklamasında, bir dâirenin bulunduğu düzlemi iki bölgeye ayırdığı, bu bölgelerden birine mıntıka-ı müsbet, diğerine mıntıka-ı menfî denildiği anlatılmaktadır; bir dâirenin içi ve dışı kastedilmektedir.

[357] Mümâss: Teğet (Tuncer, 1995, s. 266) [İng, tangent].
[358] Nâzım: Normal (Tuncer, 1995, s. 330; Hacısalihoğlu, Hacıyev, Kalantarov, & Sabuncuoğlu, 2009, s. 289) [İng. Normal].
[359] Taht-ı mümâss: Teğet altı (Tuncer, 1995, s. 266) [Fr. sous-tangente, İng. subtangent].
[360] Taht-ı nâzım: Normal altı (Tuncer, 1995, s. 193) [Fr. sous-normale, İng. subnormal].
[361] Veter: Kiriş (Tuncer, 1995, s. 157) [İng. chord].
[362] Muhît-i dâire: Dâirenin çevresi (Tuncer, 1995, s. 40) [Fr. Circonférence, İng. circumference].
[363] Kutp: Kutup (Tuncer, 1995, s. 166) [Fr. pôle, İng. pole].
[364] Hatt-ı kutbî (veya kutbiyye): Kutup doğrusu (Tuncer, 1995, s. 166) [Fr. polaire, İng. polar, polar line].
[365] Maddeler numaralandırılırken hata yapılmıştır; 101. maddeden sonra 102 gelmesi gerekirken tekrar 101 yazılmıştır. Benzer şekilde iki tane 103 ve iki tane 107 numaralı madde vardır ve 109. madde yoktur.

366 George Salmon (1819-1904), İrlandalı matematikçi, cebirsel geometri hakkında çalışmaları mevcut.
367 İki dâirenin benzerlik merkezi (veya homoteti merkezi/merkezleri).
368 Mihver-i cezrî: Kuvvet ekseni, [Al. Radikalachse chordale, İng. radical axis]. Kuvvet ekseni için literatürdeki diğer kullanımlar şu şekildedir: 1. Kuvvet mihveri (Tuncer, 1995, s. 168) 2. Cezrî mihver (Nazmi & Hilmi, 1933, s. 13) 3. Cezr-i mihver (Devellioğlu, 2012, s. 157).
369 Bu bölümün açıklamasında kuvvet merkezinden bahsedilmektedir. Kuvvet merkezi: Cezrî merkez (Nazmi & Hilmi, 1933, s. 13) [İng. radical center].
370 Devâ’ir: Dâireler.
371 Geometrik yer: Mahall-i hendesî (Develioğlu, 2012, s. 650). Hendesî mahall (Nazmi & Hilmi, 1933, s. 13), [Fr. lieu géométrique, İng. locus].

---

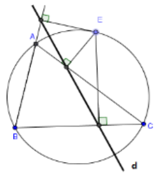
[372] Kitapta bu madde şu şekilde açıklanmıştır: Üç dâireye dik olan bir dâire, bu üç dâirenin denklemlerinin toplanması sonucu elde edilen dâireye de diktir.

[373] Aks (veya akis): Evirtim, [Al. Inversion, Fr. inversion, İn. İnversion]. Evirtimin yansımayla benzerlikleri mevcuttur. Gerçekten de evirtimi, bir doğruya göre değil de çembere göre yansıma olarak görmek mümkündür (dilimizdeki eski metinlerde evirtimin akis olarak adlandırılmasının nedeni herhalde bu) (Tezer, 1992, s. 12-16). Türk matematik literatüründe, "*inversiyon*" kavramı için "evirtim" kullanımına başka kaynaklarda da rastlamak mümkündür (Blaschke, 1949, s. 125).

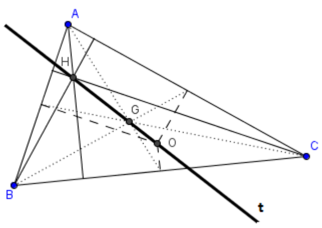
[374] Mürtesem: İzdüşüm (Tuncer, 1995, s. 139). Vasat-ı mütenasib: Tuncer, geometrik orta ve orta orantılı kavramlarını iki farklı kavram gibi değerlendirmiştir. (Tuncer, 1995, s. 109, 205). Ancak Altu, "geometrik orta (orta orantılılık)" şeklinde bir başlık kullanarak bu ikisini farklı iki kavram olarak değerlendirmiştir (Altun, 2008, s. 36), yaygın kullanım da bu şekildedir. İzzet ve Fehmi, "orta orantılı olan hattın çizilmesi" başlığı altında Şükrü Bey'in kitabındaki bu maddenin muhtevâsını aynen işlemiştir ancak geometrik ortadan bahsetmemiştir (İzzet & Fehmi, 1935-1936, s. 85).

[375] Aynı yayı gören çevre açıların ölçüsü eşittir.

[376] Simson doğrusu (şekilde d doğrusu): Bir üçgenin çevrel çemberi üzerinde alınan bir noktanın kenar doğruları üzerindeki dik izdüşümleri doğrudaştır (Demir H. , 1992, s. 2-10). (Robert Simson, 1687-1768, İngiliz Matematikçi)



[377] Euler doğrusu (şekilde t doğrusu): Bir üçgende yüksekliklerin kesim noktası H, kenar ortayların kesim noktası G ve dış çevrel çemberin merkezi O, Euler doğrusu üzerinde bulunur (Coxeter & Greitzer, 1967, s. 19) (Leonhard Euler, 1707-1783, İsviçreli matematikçi).



[378] Bu başlık altında $f(x,y)=bx^2+2cxy+dy^2+2ex+2fy+g=0$ denkleminin çözümleri incelenmiştir.
[379] **Mütehavvil:** Değişken (Tuncer, 1995, s. 51) [İng. variable]. **İttihâz:** Alma, kabul etme. Bu başlık altında bir önceki 133. maddede incelenen denklemin özel çözümlerinden bazıları (elips, hiperbol, prabol) incelenmiştir.
[380] Mücânib: Asimptot (Tuncer, 1995, s. 252; Devellioğlu, 2012, s. 821) [İng. asymptote].

381 İkinci dereceden genel denklemin birinci dereceden (denklemlerin) kareleri toplamına ayrılması suretiyle sınıflandırılması.

382 Kasıma (قاسمه) (“ka” uzun okunur): Diskriminant, $ax^2 + bx + c = 0$ denkleminin katsayılarından elde edilen $\Delta = b^2 - 4ac$ sayısı (Hacısalihoğlu, Hacıyev, Kalantarov, & Sabuncuoğlu, 2009, s. 92) [İng. discriminant]. Δ yani diskiriminant için, Şükrü Sayan (Sayan, 1331/1912, s. 371) ve M. Fikri Santur (Santur, Hendese-i Halliyye (1. Bölüm), 1320/1902, s. 680; Santur, Hendese-i Halliyye (3. Bölüm), 1322/1904, s. 321) *kasıma* sözcüğünü tercih etmişlerdir, sözlüklerdeki kullanımı da bu şekildedir (Çoker & Karaçay, 1983, s. 17; Devellioğlu, 2012, s. 567). Ancak A. Zihnî Efendi (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 186-189) ve İbrahim Edhem (İbrahim Edhem Paşa, 19. yy., s. 141) Δ işareti için *müferrik* (مفرق) yani “tefrîk eden, ayıran” sözcüğünü kullanmıştır (Devellioğlu, 2012, s. 831). Gerçekten de, Çoker & Karaçay’ın Δ için önerdiği diğer bir kelime olan “ayırgaç” (Çoker & Karaçay, 1983, s. 17) ve Balcı’nın verdiği “ayıraç” (Balcı, 2012, s. 130) ifadeleri, *müferrik* yani “ayıran” anlamını karşılamaktadır.

383 Bir doğru ikinci dereceden eğriyi gerçek (veya) sanal ve eşlenik birbirine uygun iki noktada keser.

[384] Yazar Şükrü Bey, bu bölümde her eğrinin yanına Fransızca karşılıklarını da yazmıştır.
[385] (Dik) Sissoid: Kutupsal denklemi r = 2a(sec θ -cos θ) veya r=2asin$^2\theta$ /cos θ; kartezyen denklemi $y^2(2a-x) = x^3$ olan eğri (Lockwood, 1963, s. 132) [İng. cissoid, cissoid of Diocles]. Diocles sissoidi olarak da bilinir; bu maddenin açıklamasında Şükrü Bey, eğrinin Dioclés tarafından bulunduğunu söylemektedir (Diocles, MÖ 2. yy. sonu, MÖ 1. yy. başı, Yunan matematikçi).
[386] Eğik sissoid (Lockwood, 1963, s. 131) [İng. oblique cissoid].
[387] Dik Strofoid: Kutupsal denklemi r = a(sec $\theta \mp$ tan θ); kartezyen denklemi $y^2(2a-x)=x(x-a)^2$ olan eğri (Lockwood, 1963, s. 96) [İng. the right strophoid].
[388] Eğik strofoid: Kutupsal denklemi r = a$(cos\alpha \mp sin\theta)(\theta - \alpha)$ olan eğri (Lawrence, 1972, s. 101) [İng. oblique strophoid].
[389] Agnesi eğrisi (veya Versiera eğrisi): Kartezyen koordinatları $x^2y = 4a^2(2a-y)$ olan eğri (Maria Gaetana Agnesi, 1718-1799, İtalyan matematikçi, 1748 yılında *Instituzioni Analitiche* adında kitabı basılmıştır), [İng. witch of Agnesi].
[390] Kartezyen denklemi $(x+a)y^2 = x^2(3a-x)$ olan eğri (Lockwood, 1963, s. 155), [İng. The Trisectrix of Maclaurin]. (Calin Maclaurin, 1698-1746, İskoçyalı matematikçi ve fizikçi, Newton'un çalışmalarını gelişletmiştir.)
[391] Şükrü Bey kitapta bu eğriyi şu şekilde açıklanmıştır; $y^2 = 3x^2+bx$ hiperbolünün birim çembere göre evirtimidir.
[392] Kartezyen denklemi $x^3+y^3=3axy$ olan eğri (Lawrence, 1972, s. 106-109), [İng. folium of Descartes]. (René Descartes, 1595-1650, analitik geometrinin kurucusu, Fransız matematikçi, filozof).

---

[393] Şükrü Bey’in kitabında bu maddenin çok sayıda alt maddesi vardır, bu alt maddelerden ikisinde eğik ve dik folium parabolique incelenmiştir.

[394] Bu maddenin Şükrü Bey’in kitabında konkoidler hakkında çok sayıda ikinci, üçüncü ve dördüncü düzey alt maddesi vardır, burada sadece ikinci seviyeden alt maddelere yer verilmiştir.

[395] Şükrü Bey kitabında bu eğrinin denklemini $b(x-b)(x^2+y^2)=c^2x^2$ olarak vermiştir (René François de Sluze -veya Sluse-, 1622-1685, Fransız matematikçi).

[396] Kartezyen denklemi $r^2x^2 + x^2y^2 = r^4$ olan eğri (Artobolevskii, 1964, s. 200) L. Arch Külp’un 1868 tarihli, konkoidler hakkında bir yayını mevcuttur (London, 1908, s. 531) [İng. Kulp’s or Külp’s conchoid].

[397] Kutupsal denklemi r = asec θ+k, kartezyen denklemi $k^2x^2 = (a-x)^2(x^2+y^2)$ olan eğri, konkoid olarak da bilinir [İng. conchoid of Nicomedes, conchoid] (Nicomedes MÖ 2. yy., Yunan matematikçi) (Lawrence, 1972, s. 137-139; Lockwood, 1963, s. 128-129).

[398] Şükrü Bey kitabında “mihrâk (محراق)” kelimesini bu maddede “focal” yerine, 222. maddede (s. 742) “caustique” kelimesi yerine kullanmıştır. Öyle görünüyor ki, yazar bu iki kelimeyi eş anlamlı görmektedir. Gerçekten de, herhangi bir yüzeyden yansıyan veya bu yüzeyden kırılarak geçen ışınlar bir eğri boyunca toplanırsa kostik eğriler, bir noktada toplanırsa focus yani odak noktası meydana kullanılabilir. Her iki sözcüğün de anlamında “yakan-yakıcı” olduğundan, bu cümlenin Fransızca karşılığında “focal” yerine “caustique” getirilebilir. Bu maddeyle söylenmek istenen, koni kesitlerinin kostik eğrileridir.

[399] Kartezyen denklemi $(x^2 + y^2)^2 = a^2x^2 + b^2y^2$ olan eğriler [İng. elliptic lemniscate] (Shikin, 1995, s. 190).

[400] Kartezyen denklemi $(x^2 + y^2)^2 = a^2x^2 - b^2y^2$ olan eğriler [İng. hyperbolic lemniscate] (Shikin, 1995, s. 221)

---

[401] Kutupsal denklemi $r^2 = a^2 \cos 2\theta$, kartezyen denklemi $(x^2 + y^2)^2 = a^2(x^2 - y^2)$olan eğri (Shikin, 1995, s. 233). James Bernoulli, 1654-1705, İsviçreli matematikçi, "8" şeklindeki eğriler hakkında kaleme aldığı *Acta Eruditorum* adlı eseri 1694 yılında yayımlanmıştır. Bu eğri Cassini ovalinin özel bir durumudur [İng. lemniscate, lemniscate of Bernoulli] (Lockwood, 1963, s. 116-117).

[402] Kartezyen denklemi $x^4 = a^2(x^2 - y^2)$ olan eğri [İng. eight lemniscate or lemniscate of Gerono]. (Shikin, 1995, s. 235; Lawrence, 1972, s. 124-126).

[403] Kutupsal denklemi r^4-$2a^2r^2\cos2\theta$=b^4-a^4 olan eğri (G. Dominico Cassini, 1625-1712, İtalyan matematikçi) (Lawrence, 1972, s. 153-155; Lockwood, 1963, s. 187) [İng. the ovals of Cassini].

[404] Denklemi $[b(x^2 + y^2 + 1)-2cx]^2 = 2c(x^2 + y^2 +1)-4bx-1$ olan eğri (Lawrence, 1972, s. 157; Lockwood, 1963, s. 188) [İng. the ovals of Descartes veya Cartesian oval].

[405] $(x^2+2ay-a^2)^2 = y^2(a^2-x^2)$ denkleminin geometrik yeri olan eğri (Lawrence, 1972, s. 147) [İng. bicorn].

[406] Denklemi x=a.sin(nt+d)ve y=b.sint olan eğri (Lawrence, 1972, s. 178) [İng. Bowditch curve, the curve of Lissajous]

[407] Quartique piriforme: Denklemi $x^4 - Ax^3 + B^2y^2 = 0$ olan eğri (Fukagawa, 1987). Piriforme: Kartezyen denklemi $a^4y^2 = b^2x^3(2a - x)$ olan eğri. De Longchamps tarafından 1886 yılında bulunmuştur (Lawrence, 1972, s. 149). Şükrü Bey de konu anlatımı sırasında bu isme atıfda bulunmuştur.

[408] Folia eğri ailesinin genel kutupsal denklemi r = $\cos\theta(4a\sin^2\theta$-b) ve orijin (b,0) olmak üzere; $b \geq 4a$ olduğunda tek yapraklı veya yumurta şekilinde eğri **(madde 164)** [İng. simple folium or ovoid], b=0 olduğunda iki yapraklı eğri **(madde 165)** [İng. double folium veya bifolium], $0 < b < 4a$ olduğunda üç yapraklı eğri elde edilir **(madde 167)** [İng. trifolium] (Lawrence, 1972, s. 151; Lockwood, 1963, s. 155).

[409] Bifolium'un özel halidir. Şükrü Bey kitabında bu eğriyi, y eksenine göre simetrik iki yaprak olarak tasvir etmiştir [İng. right double folium veya right bifolium].

[410] Kartezyen denklemi $(x^2 + y^2)^3 = 4b^2x^2y^2$ olan eğridir (Smith, 1958, s. 330).

---

[411] Kutupsal denklemi $r=acos3\theta$ olan eğri (Lawrence, 1972, s. 175).
[412] Bu eğri hakkında ayrıntılı bilgi için bk. (Darling, 2004; Lamoen, 2006). [İng. Salinon].
[413] Kartezyen denklemi $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{2}{3}}$ olan eğriler (Lockwood, 1963, s. 60) [İng. astroid].
[414] Sikloidin genel parametrik denklemi $x = at+hsint, y = a\text{-}hcost$ şeklindedir. Bu denklemde, $a = h$ olduğunda bu maddede bahsedilen adi sikloid elde edilir (Lawrence, 1972, s. 195; Lockwood, 1963, s. 87) [İng. cycloid, ordinary cycloid].
[415] Sikloidin genel parametrik denkleminde, $h < a$ olduğunda kısaltılmış sikloid elde edilir (Lawrence, 1972, s. 196; Lockwood, 1963, s. 146) [İng. curtate cycloid].
[416] Sikloidin genel parametrik denkleminde, $h > a$ olduğunda uzatılmış sikloid (Lawrence, 1972, s. 195; Lockwood, 1963, s. 146) [İng. prolate cycloid].
[417] Dönel çemberin yarıçapı a, sabit çemberin yarıçapı (m-1)a olmak üzere genel parametrik denklemi x = macost-acosmt, y = masint-asinmt olan eğri (Lockwood, 1963, s. 151) [İng, epicycloids]. (Bu başlığın alt maddelerinde incelenen başlıklar, Salih Zeki'nin *Kâmûs-ı Riyâziyyât kitabının* birinci cildinde incelenmiştir.)
[418] Dışsal veya üstsel episikloid. Ayrıca bk. (Köten, 2009, s. 40-46).
[419]Denklemi $(x^2 + y^2 - 4a^2)^3 = 108a^4y^2$olan eğri (Lawrence, 1972, s. 170) (Christiaan Huygens, 1629-1695, Hollandalı matematikçi, fizikçi), [İng. nephroid].
[420] İçsel ve altsal esisikloid veya hiposikloid, parametrik denklemi $\mathrm{x} = \mathrm{na}\cos t + a\cos nt$ ve $y = na\sin t - a\sin nt$olan eğri (Lockwood, 1963, s. 187; Köten, 2009, s. 46-50) [İng. hypocycloid].

---

421 Üç köşeli episikloid veya içsel üç köşeli episikloid veya içsel üçgensel episikloid adı verilir. Kartezyen denklemi $(x^2+y^2)^2+8r(3y^2-x^2)x+18r^2(y^2-x^2)-27r^4=0$ şeklindedir (Köten, 2009, s. 50-52).

422 İçsel dört köşeli episikloid. Kartezyen denklemi $x^{\frac{2}{3}}+y^{\frac{2}{3}}=r^{\frac{2}{3}}$ şeklindedir (Köten, 2009, s. 54-57) Bu eğri aynı zamanda astroid olarak da adlandırılır (Lawrence, 1972, s. 173).

423 Uzatılmış episikloid (Köten, 2009, s. 57)

424 Denklemi $x=(r+r')\cos\alpha-d\cos\left(\frac{r}{r'}\alpha+\alpha\right)$, $y=(r+r')\sin\alpha+d\sin\left(\frac{r}{r'}\alpha+\alpha\right)$ olan eğri (Zeki, 1315/1897, s. 153; Sayan, 1331/1912, s. 552; Köten, 2009, s. 58-61).

425 Kartezyen denklemi $\pm x'=c\ \mathrm{ch}^{-1}\left(\frac{c}{y'}\right)-\sqrt{(c^2-y'^2)}$ olan eğri (Lockwood, 1963, s. 123) [İng. tractrix].

426 Nısf kutr-u şuâ' (veya şuâ'-i nısf-ı kutr): Yarıçap vektörü (Devellioğlu, 2012, s. 1169).

427 İsim yanlış yazılmıştır; doğrusu A. Peaucellier, Fransız mühendis, 1864 yılında bahsi geçen evirtim aletini icat etmiştir (Lockwood, 1963, s. 179, 196).

428 Berîm: Burgu, burgusal, burma, spiral.

[429] Kutupsal denklemi r = aθ olan eğri (Lockwood, 1963, s. 173). Archimedes, MÖ 287-212, Yunan geometricisi, fizikçisi. *On Spirals* adlı kitabında kendi adıyla anılan bu spirali tanıtmaktadır. [İng. the spiral of Archimedes].

[430] Kutupsal denklemi r$\theta = a$ olan eğri (Lockwood, 1963, s. 175), [İng. the reciprocal or hyperbolic spiral].

[431] Kutupsal denklemi $r = ae^{\theta cot\alpha}$ olan eğri (Lockwood, 1963, s. 108), [İng. the equiangular or logarithmic spiral].

[432]Denklemi $\rho = \frac{\alpha}{\varphi^2}$ olan spiral (Rovenski, 2000, s. 71) (Galileo Galilei, 1564-1642, İtalyan fizikçi, matematikçi, astronom), [İng. Galileo's spiral] (Şükrü Bey burada Galileo'nun adının Fransızcasını yanlış yazmıştır).

[433] Kutupsal denklemi $r^2 = a^2\theta$ olan eğri (Lockwood, 1963, s. 175) (Pierre de Fermat, 1601-1665, Fransız matematikçi), [İng. Fermat's spiral].

[434] Kutupsal denklemi rcoshnθ=a ve rsinhnθ=a olan eğri (Lawrence, 1972, s. 192), [İng. Pinsot's spirals].

[435] Kutupsal denklemi $(r-a)^2 = b^2\theta$ olan eğri (Lockwood, 1963, s. 175), [İng. the parabolic spiral].

[436] Kutupsal denklemi $r^2\theta = a^2$ olan eğri. "Lituus" terimini Maclaurin *Harmonia Mensurarum* adlı eserinde 1722 yılında kullanmıştır (Lockwood, 1963, s. 175), [İng. the lituus].

---

[437] Diferensiyel denklemi modern biçimde Jean Bernoulli tarafından $\theta = r^4 + \frac{r^2}{\left(\frac{dr}{d\theta}\right)^2}$ şeklinde verilen eğri. Bu eğri hakkında, Fransız matematikçi Paul Varignon (1704) ve İngiliz matematikçi Roger Cotes'in (1682-1716) çalışmaları vardır (Gowing, 1983, s. 59-60), [İng. Spiral tractrix].

[438] Kutupsal denklemi $r^2 = a^n cosn\theta$olan eğri (Lockwood, 1963, s. 175), [İng. the sinusoidal spirals].

[439] Kutupsal denklemi rθ = asinθ olan eğri (Lawrence, 1972, s. 192), [İng. cochleoid].

[440] Kutupsal denklemi $r^2(\sin^2\theta - cos^2\theta) = a^2\sin^2\theta - b\cos^2\theta$ olan eğri. Bu eğri, İsviçreli matematikçi Gabriel Cramer tarafından 1750 yılında bulunmuştur (Lawrence, 1972, s. 151-152), [İng. Devil's curve].

[441]Uçları, eşit yarıçaplı iki çemberin üzerinde hareket eden doğru parçasının orta noktasının geometrik yeri (James Watt, 1736-1819, İskoçyalı mühendis) (Lockwood, 1963, s. 162), [İng. Watt's Curve].

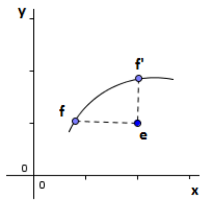
[442] Kartezyen denklemi $(x^2 + y^2)^2 = a^2x^2$, kutupsal denklemi $r = \cot\theta$ olan eğri (Lawrence, 1972, s. 139-141). Gérard van Gutschoven (1615-1668) ilk defa Gutschoven tarafından çalışılan bu eğri daha sonra Newton ve Johann Bernoulli tarafından da çalışılmıştır (Darling, 2004, s. 173).

[443] İnhidâb (انحداب): Yumrulaşma, kamburlaşma (Devellioğlu, 2012, s. 503; Tezer, 2012, s. 27). Konu anlatımında Şükrü Bey bu sözcüğün Fransızca karşılığını *inhidâb: convexité* olarak vermiştir (Sayan, 1331/1912, s. 633). Tuncer ise c*onvexité* sözcüğünün Türkçe karşılığı olarak *dış bükeylik* ifadesini (Tuncer, 1995, s. 374), Osmanlıcası içinse *muhaddebîyyet* ifadesini önermiştir (Tuncer, 1995, s. 58). Yazarların farklı sözcük tercihlerine rağmen kastedilen *dış bükeyliktir*. [İng. convexity]. Tezer'in bildirdiğine göre bu ifade Başhoca tarafından *MUR*'da da kullanılmıştır (Tezer, 2012, s. 27).

[444] İnka'âr (انقعار): Bu sözcüğe sözlüklerde rastlanmamıştır, ancak Tezer sözcüğün anlamının içbükeylik olduğunu belirtmektedir (Tezer, 2012, s. 27). Gerçekten de sözcüğün kökü olan (ق ع ر) ifadesine bakıldığında "to make concave" yani "iç bükey yapmak, konkavlaştırmak" anlamı karşımıza çıkmaktadır (Elias & Elias, 1968, s. 554). Konu anlatımında bu sözcüğün Fransızca karşılığı *inka'âr: concavité* olarak verilmiştir (Sayan, 1331/1912, s. 633). Tuncer, *concavité* sözcüğünün Osmanlıca karşılığı olarak *mukarribiyyet*, Türkçe anlamı olarak da *içbükeylik* ifadelerini önermiştir (Tuncer, 1995, s. 128). [İng. concavity]. Tezer'in bildirdiğine göre bu ifade Başhoca tarafından *MUR*'da da kullanılmıştır (Tezer, 2012, s. 27).

---

[445] Büküm noktası (Tuncer, 1995, s. 29; Devellioğlu, 2012, s. 505). [İng. point of inflection (Thomas, 2005, s. 268), inflection(al) points (Tuncer, 1995, s. 29-30)].
[446] İnhinâ: Eğrilik (Tuncer, 1995, s. 80; Çoker & Karaçay, 1983, s. 345) [İng. curvature].
[447] Nısf kutr-u inhinâ: Eğrilik yarıçapı (Blaschke, 1949, s. 40).
[448] Doğal denklemler (Biran, 1975, s. 26); tabiî denklemler (Blaschke, 1949, s. 44).
[449] Sonsuz küçük ff' eğri yayın uzunluğu d(g) ile gösterilirse fe, f'e uzunlukları d(x), d(y) olacağından $d(g)^2=d(x)^2+d(y)^2$ olur. Şükrü Bey'in kitapta verdiği şekil şu şekildedir;



[450] Cümlenin devamında uzun bir anlatımla formül ispatı yapılmakta, bu maddenin açıklamasında ise parametrik eğriler anlatılmaktadır. Parametrik eğriler (Hacısalihoğlu, 1983, s. 349) [İng. parametric curves].
[451] Bu tatbikât yani uygulamalar, nısf-ı kutr-u inhinâ yani eğrilik yarıçapı hakkındadır.
[452] Doğal denklemler (Biran, 1975, s. 26); tabî denklemler (Erim, 1935, s. 44).
[453] **Merkez inhinâ**: Eğrilik merkezi (Blaschke, 1949, s. 40; Hacısalihoğlu, Hacıyev, Kalantarov, & Sabuncuoğlu, 2009, s. 111; Büke, Analitik Geometri (Cilt 2), 1962, s. 194), [Fr. center de courbure, İng. center of curvature]. **Dâire-i inhinâ**: Eğrilik dâiresinin iki boyutlu hali [Fr. cercle de courbure]. **Dâire-i mukterine**: Eğrilik dâiresi veya oskülatör dâire (Blaschke, 1949, s. 40), eğrilik çemberi (Hacısalihoğlu, Hacıyev, Kalantarov, & Sabuncuoğlu, 2009, s. 110), eğrilik dâiresi (Büke, Analitik Geometri (Cilt 2), 1962, s. 193), [Fr. cercle osculateur, İng. circle of curvature].

---

[454] Bir eğrinin eğrilik merkezi, eğri üzerinde birbirine sonsuz yakın olan iki noktanın normal doğrusunun kesişiminin limitidir. **Gaye:** Limit (Tuncer, 1995, s. 176) [İng. limit].

[455] **Bâsıt (veya münkeşîf):** İnvolüt (Hacısalihoğlu, Hacıyev, Kalantarov, & Sabuncuoğlu, 2009, s. 197), açan (Tuncer, 1995, s. 1) [Al. Evolvente, Involute, İng. envolvent, involute]. Envolüt kullanımı da mevcuttur. **Mebsût (veya mekşûf):** Evalüt (Hacısalihoğlu, Hacıyev, Kalantarov, & Sabuncuoğlu, 2009, s. 130), açılan (Tuncer, 1995, s. 1) [Al. Evolute, İng. evolute]. Evolüt kullanımı da mevcuttur. Bu konu Kerim Erim ve Lütfi Biran tarafından "Bâsıtlar ve Mebsutlar" başlığı altında incelenmiştir (Blaschke, 1949, s. 51-53; Biran, 1975, s. 38-41). Hacısalihoğlu ise "İnvolüt (basıt) ve Envolüt (mebsut)" şeklinde parantez içinde eski dildeki karşılıklarını vermeyi tercih etmiştir (Hacısalihoğlu, 1983, s. 271).

[456] Kutupsal denklemi $r = 2a(1\text{-}\cos\theta)$ olan eğri (Lockwood, 1963, s. 40), [İng. cardioid].

---

457 **Tefâzul**: Fark (Tuncer, 1995, s. 332; Devellioğlu, 2012, s. 1232). **Kavs (veya kavis)**: Yay (Tuncer, 1995, s. 303; Devellioğlu, 2012, s. 572), [İng. arc].

458 Zarf eğrisi (Biran, 1975, s. 14-17; Lockwood, 1963, s. 193; Hacısalihoğlu, Hacıyev, Kalantarov, & Sabuncuoğlu, 2009, s. 51, 422), [Fr. enveloppe, İng. envelope].

459 **Lâ-akallen**: En azından. **Mazruf:** Zarf eğrisine teğet olan doğruların her biri [Fr. enveloppée, İng. enveloped].

460 Cümlenin devamında uzun bir anlatımla formül ispatı yapılmakta, zarf denkleminin nasıl bulunacağı anlatılıp konu hakkında birkaç örnek çözülmektedir. Benzer yaklaşım madde 218, 219 ve 220'de de kullanılmıştır. Bu maddelerde belirli bir başlık bulunmamaktadır.

[461] Bu bölümün "zarflar terorisi" ilgili ilgili 20 alt başlığı vardır. Bast: Uzun uzadıya anlatma. Derc: İçine almak, kitaba koymak.

[462] Münhanî-i mihrâkî: Caustic veya kostik eğrileri (Hacısalihoğlu, 1983, s. 159; Lockwood, 1963, s. 183; Lawrence, 1972, s. 60), [İng. caustic curves].

[463] Üçdoğrusal koordinatlar (Büke, Analitik Geometri (Cilt 1), 1962, s. 257), trilineer koorinatlar (Ömür, 1998).

[464] Bir nokta ve normalinin koordinatları arasındaki ilişki.

[465] Kemmiyyât-ı vazʿiyye-i eskaliyye: Barisentrik koordinatlar (Hacısalihoğlu, Hacıyev, Kalantarov, & Sabuncuoğlu, 2009, s. 31), barisantrik koordinatlar (Büke, Analitik Geometri (Cilt 1), 1962, s. 189), [İng. barycentric coordinate system].

[466] Âlî münhanî (çoğulu münhaniyyât-ı 'âliyye): Transandant eğri, denklemi cebirsel olmayan eğri (Tuncer, 1995, s. 277), [İng. transcendental curve]. Yazar, eğrinin Fransızca adını yanlış yazmıştır.

[467] Şükrü Bey kitabında "e" sembolü için " "ے" işaretini kullanmıştır.

[468] Bir koşulu (Tuncer, 1995, s. 403). Anlatılmak istenen, tek parametreli veya değişkenli eğrilerdir.

[469] Pedal curves (İng): Pedal eğrileri (Hacısalihoğlu, 1983, s. 153); ayak(lar) eğrisi (Büke, Analitik Geometri (Cilt 2), 1962, s. 207; Çoker & Karaçay, 1983, s. 17; Tuncer, 1995, s. 10; Lockwood, 1963, s. 152-155), Ricaliyye sözcüğü, ricl: ayak sözcüğünden türetilmiştir.

[470] Mümâselet: Homoteti (Tuncer, 1995, s. 123; Demir H. , 1991, s. 2-7) [İng. homothety]

[471] 4. Madde eksiktir.

[472] Kâbil-i tatbik: Uygulanabilir, yapılabilir.

Ek-4: Mehmed Vâsıf, *Hendese-i Halliyye-i Musattaha ve Kutû'-i Mahrûtiyye* (1315/1898) İçindekiler.

[473] Mâ-ba'd: Sonra, sonraki, alttaki (Devellioğlu, 2012, s. 642).

[474] Kutb ve kutbiyye konusunda Şükrü Sayan'ın kitabında 102. maddede 102 (sayfa 193) ayrıntılı bilgi mevcuttur.

[475] Üçüncü ve daha yüksek dereceden denklemlerin gösterdiği çizgiler.

[476] Bu bölümde sikloid (cycloid, s. 284) gibi yüksek dereceden eğrilerden birkaçı incelenmiştir.

Ek-5: Yanyalı Mehmed Esad, *Mebâhis-i Riyâziyye* (1316/1898) İçindekiler.

---

477 Zû-hudûd-u selâse: Trinom, üç terimden oluşan cebirsel nicelik (Tuncer, 1995, s. 278).
478 Zû-haddeyn: Binom (Tuncer, 1995, s. 20), iki terimli (Devellioğlu, 2012, s. 1388) [Fr. binôme].
479 Müsellesât-ı küreviyye: Küresel trigonometri (İhsanoğlu, Şeşen, & İzgi, 1999, s. 364). Müsellesât-ı küreviyye adıyla kitabı basılmış yazarlar şunlardır: Bekir Sıtkı Efendi (1307/1889 sağ) (İhsanoğlu, Şeşen, & İzgi, 1999, s. 364), Kazım Efendi (1310/1892 sağ) (İhsanoğlu, Şeşen, & İzgi, 1999, s. 378) Mustafa Savfet Paşa (öl. 1329/1911) (İhsanoğlu, Şeşen, & İzgi, 1999, s. 423), Ziya Paşa (öl. 1338/1919) (İhsanoğlu, Şeşen, & İzgi, 1999, s. 457); Mehmed Kazım (19./20. asır) (İhsanoğlu, Şeşen, & İzgi, 1999, s. 526).
480 Müştakk: Türev (Tuncer, 1995, s. 329).
481 Tâbi': Fonksiyon (Tuncer, 1995, s. 99).
482 Tevsî': Genişletme (Devellioğlu, 2012, s. 1286).
483 Altıncı fasılda $\frac{0}{0}, \frac{\infty}{\infty}, 0 \times \infty$ ifadeleri *gayr-i muayyen* yani "belirsizlik" olarak ifade edilmiştir, o halde *mebhas-ı muayyen* için "belirli durumlar" denilebilir.
484 Şürû': Başlama (Devellioğlu, 2012, s. 1173).
485 İcmâlen: Kısaltarak, özetleyerek (Devellioğlu, 2012, s. 469).
486 Ber-vech-i-zîr: Aşağıda olduğu gibi (Devellioğlu, 2012, s. 101).

[487] Bu maddede birinci dereceden $bx + cy + d = 0$ denkleminden bahsedilmektedir. İlerleyen maddelerde de bu denklemin katsayılarının alacağı değerlere göre doğrunun durumu incelenmektedir.
[488] Bu maddede denklemi $y = mx$ olan, x eksenine paralel doğrular anlatılmaktadır.
[489] İ'tâ': Verme, verilme, ödeme (Devellioğlu, 2012, s. 536).
[490] Bu madde de orijinden geçen doğru denklemlerinden bahsedilmektedir.

[491] Bu madde de eksenleri iki noktada kesen doğru denkleminden bahsedilmektedir.

Ek-6: Yanyalı Mehmed Esad, *Hendese-i Musattaha* (1329/1913) İçindekiler.

[492] Zû-erbaati'l-adlâ': Dörtgen (Devellioğlu, 2012, s. 1387).
[493] Zû-kesîr-il adlâ: Çokgen (Tuncer, 1995, s. 334).
[494] Müteâdil: Birbirine denk gelen, mütekabil (Devellioğlu, 2012, s. 888).

Ek-7: Mehmet Fikri, *Hendese-i Halliyye* (1. Bölüm) (1320/1902) İçindekiler.

Birinci Kitap, Hendese-i Musattaha[495], Kutû'-i Mahrûtiyyât

1. Birinci Bâb: Nokta

1.1. Kemmiyyât-ı Vazʿiyye-i Müstakîme

1.2. Kemmiyyât-ı Vazʿiyye Mihverlerinin Tebdîli

1.3. Kemmiyyât-ı Vazʿiyye-i Kutbiyye

[495] Düzlem geometri.

[496] Mehmed Fikri Bey kitabın 4. sayfasında, kemmiyyât-ı vazʿiyye ve vazʿiyye kelimelerini aynı anlamda kullanacağını belirtmiştir.

2.İkinci Bâb: Hatt-ı Müstakîm

2.1. Mahall-i Hendesîler

2.2 Hatt-ı müstakîm muâdelesi ve eşkâl-i husûsiyyesi

[497] Sunûf: sınıflar.
[498] Nasıl rast gelirse.
[499] Miktarlar, kısımlar.
[500] İndirilen.
[501] Kurulan, oluşturulan.

2.3. Hutût-u müstakîmenin suver-i muhtelifede[502] usûl-ü ta'yinleri. Deâvî[503]. Hatt-ı müstakîmin muâdele-i kutbiyyesi

[502] Suver-i muhtelife: Çeşitli sûretlerde.
[503] Da'vâlar, teoremler.
[504] Orta, orta nokta (Tuncer, 1995, s. 328).
[505] Meydana gelen.
[506] Muhaddeb: Dış bükey, konveks (Tuncer, 1995, s. 328). Mudalla'-ı muhaddeb: Konveks çokgen.

3. Üçüncü Bâb: Hatt-ı Müstakîme Dair Mesâ’il

4. Dördüncü Bâb: Eşkâl-i Muhtasara Usulünün Hatt-ı Müstakîm Muâdelesine Tatbikî[512]

---

[507] Kullanma.
[508] Kât‘ı: Kesen.
[509] Emsile: Örnekler.
[510] Müteharrik: Hareket eden.
[511] Münasebet-i hattiyye: Lineer ilişki
[512] Mehmed Fikri’nin yararlandığı eserde bu ifade Fransızca olarak şu şekilde dile getirilmiştir: “Applications de la méthode des notations abrégées o l’équation de la ligne droite” (Salmon G. , Traité de Géométrie Analytique a Deux Dimensions (Sections Coniques), 1897). G. Salmon’un asıl eserinde

ise bu ifade İngilizce olarak şu şekilde ifade edilmiştir: "Aplication of abridged notation to the equation of the right line" (Salmon G. , A Treatise on Conic Sections , 1855, s. 51).

513 Nisbet-i muzâafa: İki kat oran. Şükrü Sayan'ın kitabında 54. Madde ve dipnotunda ayrıntılı bilgi mevcuttur.

514 İkiz, eş, benzer, mümasil (Devellioğlu, 2012, s. 1283) yani homotetik ile eş anlamlı.

515 Tam dörtgen. (Ayrıntılı bilgi için bk. Şükrü Sayan'ın kitabında madde 57)

516 Ortak tabanlı üçgenler.

517 Bu maddede Newton doğrusu anlatılmaktadır. (Ayrıntılı bilgi için bk. Şükrü Sayan'ın kitabında madde 58.)

5. Beşinci Bâb: Birinci Derecenin Fevkinde Olup Hatt-ı Müstakîm İş‘ar Eden Muâ‘delât

6. Altıncı Bâb: Dâire

---

[518] Hârice mersûm dâire: Çevrel çember (Tuncer, 1995, s. 324). Bu maddede Euler doğrusundan bahsedilmektedir. Şükrü sayan'ın kitabında 131. Madde aynı konu hakkındadır.

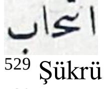
[519] Mazrûbata kâbil-i tefrîk: Çarpanlarına ayrılabilen. Mazrûbata tefrîk: Çarpanlara ayırma (Tuncer, 1995, s. 327).

[520] Homojen denklemler. Bu konu Şükrü Sayan'ın kitabının 132. Sayfasında işlenmiştir.

[521] Merkezdeş (Tuncer, 1995, s. 330), eş merkezli, merkezdaş.

[522] Bahsedilen nokta.
[523] Müellefe: Harmonik.

8. Sekizinci Bâb: İki veya İkiden Ziyâde Dâireden Müteşekkil Dâire Takımlarının Havâsı

[524] Mutavassıta: Orta, otalama (Devellioğlu, 2012, s. 807-808).
[525] İâne: Yardım.
[526] İst‘imâl: Kullanma, faydalanma.
[527] Şükrü Sayan, madde 110’da da bu başlık işlenmiştir.
[528] Bu ifade sözlüklerde bulunamamıştır. Yazımı şu şekildedir:

[529] Şükrü Sayan, madde 111’da da bu başlık işlenmiştir.
[530] Gaye: Limit.

[531] İki dâirenin benzerlik merkezi. Şükrü sayan madde 108.
[532] Bu kitabın 4. bâbında aynı ifade geçmektedir. (*Eşkâl-i muhtasara* ifadesinin Fransızca ve İngilizce karşılığı için bk. 4. bâb dipnotu).
[533] Bir çokgenin dışına çizilen dâirenin denklemi.

Münhanîlerin Tasnifi ile Havâs-ı Müşterekeleri

---

[534] Mustatiller: Dikdörtgen.

11. On Birinci Bâb: Katʿ-ı nâkıs, Katʿ-ı zâ'id

11.1 İkinci Derece Muâdele-i 'Umûmiyyesinin İhtisârı[535]

---

[535] İhtisâr: Kısaltma, özetleme.

[536] Asimptot doğruları.

[537] Ters, zıt.

[538] Kutr-u müzdevic: Eşlenik çap. [İng. conjugate diameter, Fr. diamétre conjugué (Hacısalihoğlu, Hacıyev, Kalantarov, & Sabuncuoğlu, 2009, s. 123)]. Literatürde "eşlenik çap" kullanımı da mevcuttur (Balcı, 2012, s. 86).

[539] Ordinat.

[540] Eş merkezli.

---

541 Haric an-il merkezziyet: Dışmerkezlik (Tuncer, 1995, s. 324).
542 İkizkenar hiperbol (Tuncer, 1995, s. 134)
543 Mütemmim: Bütünler (Devellioğlu, 2012, s. 910).

[544] Teğet altı ve normal altı.
[545] Odaklarda son bulmuş yani odaklarda toplanmış ışınlar.
[546] Hareket-i mütemadiyye: Sürekli hareket.
[547] Birleşik odak.

[548] Bu terimin anlamı sözlüklerde bulunamamıştır. Yazımı şu şekildedir:

وسطیٔ تألیفلری

---

549 Uzaklaşma, ayrı düşme.
550 Teğet altı, ordinatın iki katıdır. (Zıʻf: İki kat).
551 Denklik.

13. On üçüncü Bâb: Kutû'-i Mahrûtiyyâta Müteallik[552] Da'vâ ve Mesâ'il

13.1 Mesâ'il-i mütenevvi[553]

[552] İlgili, ilişkin.
[553] Çeşitli, türlü türlü.

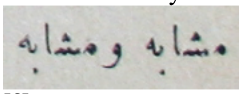
13.2 Haric An-il Merkezlik[555] Zâviyesi

13.3 Kutû‘-i Mahrûtiyyâtda Müşâbihet[556]

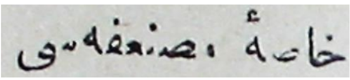
[554] Doğrultman.
[555] Dış merkezlilik.
[556] Benzerlik (Tuncer, 1995, s. 329).

[557] Merâtib: Mertebe'nin çoğulu, dereceler.
[558] Zı‘f: İki kat (Devellioğlu, 2012, s. 1381)
[559] Eğrilik dâiresi. (Sükrü Sayan'ın kitabında 205. madde ve dip notunda ayrıntılı bilgi mevcuttur).
[560] Eğrilik yarıçapı. (Şükrü Sayan'ın kitabında 199. madde ve dip notunda ayrıntılı bilgi mevcuttur).
[561] Eğrilik merkezi. (Şükrü Sayan'ın kitabında 205. madde ve dip notunda ayrıntılı bilgi mevcuttur).
[562] Evalüt. (Şükrü Sayan'ın kitabında 5.2. madde ve dip notunda ayrıntılı bilgi mevcutur).
[563] Kitapta, 14.2 başlığı verilmiş ancak, 14.1 nolu başlık atlanmıştır.

[564] Bu ifadenin yazımı şu şekildedir:

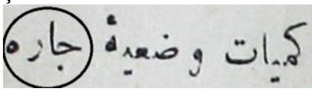


[565] Bu terimin anlamı sözlüklerde bulunamamıştır. Yazımı şu şekildedir:

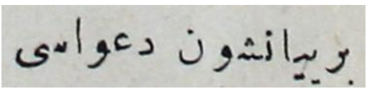


[566] Genelleştirilmesi.

[567] Cârre (خاره): çeken sürükleyen veya câr (خار): komşu (Devellioğlu, 2012, s. 142). İfadenin yazımı şu şekildedir:



568 (Bk. bu kitap, madde 14.1.12, s. 557).
569 (Bk. bu kitap, madde 14.1.12, s. 557).
570 Muhtemelen özel bir isim olan ifadenin yazımı şu şekildedir:


بريانشون دعواسى

571 Jakob Steiner (1796-1863), “Eukleides’ten sonra yaşamış en büyük geometrici” olarak da anılan İsviçreli geometrici (Cajori F. , 1909, s. 343).
572 Yardımıyla.

573 Karşılıklı.
574 (Bk. bu kitap, madde 14.1.12, s. 557).
575 (Bk. bu kitap, madde 14.1.12, s. 557).

---

[576] Söz konusu ifadenin anlamı sözlüklerde bulunamamıştır. Yazımı şu şekildedir.

[577] Sarılıp devşirilme, katlanıp sarılma, dürülme (Devellioğlu, 2012, s. 508).

[578] Mahrût: Koni (Tuncer, 1995, s. 327). Makta‘: Kesit (Tuncer, 1995, s. 327).

[579] Bir konide, paralel düzlemlerin oluşturduğu kesitler benzerdir.

[580] Kaide: Taban (Devellioğlu, 2012, s. 554).
[581] Lazare Nicholas Marquerite Carnot (1753-1823), Fransız matematikçi (Cajori F. , 1909, s. 336).
[582] Eş odaklı, birleşik odaklı.

Tekmile[584]

1. Zarf münhanileri

---

[583] Adem-i inkıtâ: Kesilmezlik (Devellioğlu, 2012, s. 10). Talat Tuncer süreksizlik noktasınının Osmanlıcasını “inkıtâ noktası” olarak vermiş (Tuncer, 1995, s. 254). *Adem-i inkıtâ* bu iki yazarın tanımlarından hareketle “süreklilik” olarak düşünülebilir.

[584] İlave, ek.

[585] Kasıma (قاسمه) (“ka” uzun okunur): Diskriminant, $ax^2 + bx + c = 0$ denkleminin katsayılarından elde edilen $\Delta = b^2 - 4ac$ sayısı (Hacısalihoğlu, Hacıyev, Kalantarov, & Sabuncuoğlu, 2009, s. 92) [İng. discriminant]. Δ yani diskiriminant için, Şükrü Sayan (Sayan, 1331/1912, s. 371) ve M. Fikri Santur (Santur, Hendese-i Halliyye (1. Bölüm), 1320/1902, s. 680; Santur, Hendese-i Halliyye (3.

Bölüm), 1322/1904, s. 321) *kasıma* sözcüğünü tercih etmişlerdir, sözlüklerdeki kullanımı da bu şekildedir (Çoker & Karaçay, 1983, s. 17; Devellioğlu, 2012, s. 567). Ancak Zihnî Efendi (Ahmed Zihnî, 1310/1892, s. 186-189) ve İbrahim Edhem (İbrahim Edhem Paşa, 19. yy., s. 141) Δ işareti için *müferrik* (مفرق) yani “tefrîk eden, ayıran” sözcüğünü kullanmıştır (Devellioğlu, 2012, s. 831). Gerçekten de, Çoker & Karaçay’ın Δ için önerdiği diğer bir kelime olan “ayırgaç” (Çoker & Karaçay, 1983, s. 17) ve Balcı’nın verdiği “ayıraç” (Balcı, 2012, s. 130) ifadeleri, *müferrik* yani “ayıran” anlamını karşılamaktadır.

[586] Veya sünâiyyet. İkilik ilkesi (Tuncer, 1995, s. 132, 325).

[587] (Bk. bu kitap, madde 14.1.18, s. 563).

Ek-8: Mehmet Fikri, *Hendese-i Halliyye* (2. Bölüm) (1320/1902) İçindekiler.

İkinci Cild, Hendese-i Mücesseme[588] – Münhaniyyât-ı Müsteviyye[589]

A. Hendese-i Mücesseme[590]

Birinci Bâb: Nokta

[588] Uzay geometri.
[589] Bu bölümde, 2., 25., 26., 29. nolu maddeler yazar tarafından atlanmıştır.
[590] Hendese-i mücesseme 2. bölümde, münhaniyyât-ı müsteviyye ise 3. bölümde incelenmiştir.
[591] Kastedilen $0x, 0y$ eksenleridir.
[592] Bu'd-i mücerred: Varsayılan uzay (Devellioğlu, 2012, s. 126), soyut uzay (Tuncer, 1995, s. 323).
[593] Bu maddede, uzayda bir noktanın yerini belirlemek için üçüncü bir eksene ihtiyaç duyulduğu anlatılmakta, $0x, 0y, 0z$ eksenleri tanıtılmaktadır.
[594] Tahaddüs: Yok iken peydâ olma, ortaya çıkma.
[595] Ta-ceyb: Tamam-ı ceyb yani kosinüs.
[596] Sath-ı müstevî: Düzlem.

[597] Binâberin: Bundan dolayı, bu sebepten.

Kemmiyyât-ı Vazʿiyye Mihverlerinin Tebdîli

İkinci Bâb: Muâ‘delât-ı Cebriyyenin Ma‘nâ-ı Hendesiyyesi

Üçüncü Bâb: Sath-ı Müstevî ve Hatt-ı Müstakîm

[598] Müttehid el-vakt: Aynı zamanda.

[599] İki doğru arasındaki en kısa mesafenin belirlenmesi.
[600] Bu bölüm, G. Salmon'un *A Treatise on the Analytic Geometry of Tree Dimensions* (1862) kitabının "Properties common to all surcafces of the second degree" (s. 35) bölümüyle aynıdır, sadece M. Fikri konu başlıklarını 9 madde geriden takip etmektedir. Örneğin M. Fikri'nin kitabının 50. maddesinin içeriği Salmon'un kitabında 59. maddeye karşılık gelmektedir.
[601] Bu denklem on terim içerir. Hadd: Terim (Tuncer, 1995, s. 324).

için x, y, z yerine $r\ \cos\theta, r\ \cos\gamma, r\ \cos\varphi$ vaz‘ etmek kifâyet eder……………….50

48. Evvela mebde’nin sathın üzerinde olması yani $t = 0$ bulunması halini nazar-ı i‘tibâra alalım. Bu halde madde-i sabıkadaki muâdelenin cezrlerinden biri $r = 0$’dan ‘ibâret olur…………………………………………………………….………..51

49. Kemmiyyât-ı vaz‘iyye mihverlerinin tebdîli sayesinde sath üzerinde alınan lâ-ale‘t-ta‘yîn bir noktadaki sath-ı mümâssın muâdelesini yazmak kâbil olur………..52

50. Sath üzerinde olmayan bir (x, y, z, f) noktasından resm edilen hatt-ı mümâssın veya müstevî-i mümâssın nokta-ı temâsını ta‘yîn etmek....................................…54

51. Müstevî-i kutbiyye kutb noktasından resm edilen hatt-ı şuâ‘ların vasat-ı te’lîfîlerinin[602] mahall-i hendesîsi nazarıyla da bakılabilir………………………...55

52. b noktasının müstevî-i kutbiyyesi c noktasından geçer ise bi’l-mukabele c noktasının müstevî-i kutbiyyesi de b noktasından geçer……………………………56

53. İkinci derece muâdele-i ‘umûmiyyesinde $t = 0$ olduğundan başka $g = 0, m = 0, n = 0$ olursa mebde’den geçen müstevî-i mümâssın nâmını ahz[603] edebilecek hiçbir müstevî bulunamaz. Fi’l-vâki‘ bu takdirce mebde’den resm edilen hatt-ı şuâ‘nın vaz‘iyyeti her ne olursa olsun r’nin emsâli sıfıra müsâvî olacağından mebde’den resm edilen müstakîmlerin kâffesi sathı muntabık iki noktada kat‘ ederler. Bu halde mebde’, nazar-ı i‘tibâre alınan sathın bir nokta-ı muzâafesidir[604] denir…………….56

54. İkinci derece muâdele-i ‘umûmiyyesinin bir mahrûtiyye irâe eylemesi için lazım gelen şartı ta‘yîn etmek kolyadır…………………………………………….....58

55. Mebde’ noktasından geçmek ve mebde’nin müstevî-i kutbiyyesine muvâzî bir

---

[602] M. Fikri, G. Salmon’un “harmonic means” olarak kullandığı ifadeyi “vasat-ı telîf” şeklinde tercüme etmiştir (Salmon G. , 1862, s. 32). [Tr. Harmonik ortalama, Fr. moyenne harmonique, İng. harmonic means (Tuncer, 1995, s. 116).

[603] Ahz: Alma kabul etme (Devellioğlu, 2012, s. 18).

[604] M. Fikri, Salmon’un “double point” olarak kullandığı ifadeyi “nokta-ı muzâafe” şeklinde aktarmıştır (Salmon G. , 1862, s. 39). Muzâaf: İki kat, katmerli (Devellioğlu, 2012, s. 814).

[605] Bu madde için Salmon’un kullandığı ifade şu şekildedir: “Hence if the plane conjugate to a given direction be parallel to a second given line, the plane conjugate to the latter will ve parallel to the former” (Salmon G. , 1862, s. 44)
[606] Bu madde için Solmon’un kullandığı ifade şu şekildedir: “A quadric has in general tree principal diametral planes” (Salmon G. , 1862, s. 45).

[607] İnkılap eden, dönen, değişen (Devellioğlu, 2012, s. 796).
[608] İfnâ': Yok etme (Devellioğlu, 2012, s. 474); eleme (Tuncer, 1995, s. 83)
[609] M. Fikri, G. Salmon'un "central surfaces" olarak kullandığı ifadeyi "merkezil yüzeyler" olarak aktarmıştır (Salmon G. , 1862, s. 61).

70. Yek-diğerine ʻamûd olan üç kutrun maʻkûslarının[610] murabbaʻları mecmûu sabittir……………………………………………………………………………….93

71. Yek-diğerine ʻamûd olan üç müstevî-i mümâssa mebde'den resm edilen ʻamûdların murabbaʻlarının mecmû sabit olduğunu müşâbih bir sûretde isbât edilir……………………………………………………………………………………94

Maktaʻ-ı Dâirevî

72. Şimdi bir katʻ-ı nâkıs-ı mücessem[611] üzerinde taʻyîn eylediği maktaʻ bir dâireden ʻibâret olacak sûretde bir müstevînin imrârı[612] kabil olup olmayacağını taharri edeceğiz, bunun için evvela merkezden geçen müstevileri nazar-ı iʻtibâre alacağız.95

73. Biri bir takımdan diğeri diğer takımdan olmak üzere alınan iki dâirevî maktaʻ aynı bir küreye aitdir……………………………………………………………………..98

Müvellid[613] Müstakîmler[614]

74. (Madde 63, 64) deki mülâhazâya mürâcaat ederek ikinci dereceden bir sathın merkezinden geçen bir maktaʻnın katʻ-ı nâkısdan ʻibâret olması halinde bu maktaʻ(y)a muvâzî bi'l-cümle maktaʻların da katʻ-ı nâkıs olacağı ve bu müstevîye muvâzî olan müstevî-i mümâssın ikinci derece sathı üzerinde bir katʻ-ı nâkıs zâil[615] taʻyîn eyleyeceği görülür……………………………...………………………..100

75. Tek bisâtlı katʻ-ı zâ'id-i mücessemin[616] muâdelesini $\frac{x^2}{b^2} - \frac{z^2}{d^2} = 1 - \frac{y^2}{c^2}$ şekline vazʻ

[610] Maʻkûs: Evrik, ters (Devellioğlu, 2012, s. 665); ters, zıt (Tuncer, 1995, s. 327).
[611] Elipsoit (Tuncer, 1995, s. 326).
[612] İmrâr: Geçirme, geçirilme (Devellioğlu, 2012, s. 499)
[613] Doğuran, doğurtan, doğurtuş, ebe (Devellioğlu, 2012, s. 926).
[614] M. Fikri, Salmon'un "rectilinear generators" olarak kullandığı ifadeyi, "müvellid mütakîmler" şeklinde tercüme etmiştir (Salmon G. , 1862, s. 72).
[615] Sona eren, devamlı olmayan, geçen (Devellioğlu, 2012, s. 1359).
[616] Katʻ-ı zâ'id-i mücessem (bir bisâtlı): Hiperboloit (bir yaygılı) (Tuncer, 1995, s. 326).

ederek $\frac{x}{b} - \frac{z}{d} = \lambda\left(1 - \frac{y}{c}\right), \lambda\left(\frac{x}{b} + \frac{z}{d}\right) = 1 + \frac{y}{c}$ müstevilerinin fasl-ı müştereği bu sath üzerinde bulunacağı görülür………………………………………………102

76. Muhtelif iki takıma ait lâ-ale't-ta'yîn iki müstakîm aynı bir müstevî dâhilindedir……………………………………………………………………..….103

77. Ber-vech-i bâla zikir edilen mülâhazâtdan anlaşılmıştır ki tek bisâtlı kat'-ı zâ'id-i mücessemin lâ-ale't-ta'yîn bir müstevî-i mümâssının bu sath ile olan fasl-ı müştereği nokta-ı temasda tekâtu' eyleyen iki müstakîmden 'ibâret olup bu müstakimlerden birisinden lâ-ale't-ta'yîn bir diğer müstevî imrâr edilirse bu müstevî sathı yine bir müstakîm imtidâdınca[617] kat' eder ve binâberîn bu iki müstakîmin tekâtu' noktasından satha mümâss olur…………………………….…………………104

78. Müstevî-i mümâss ile kat'-ı zâ'id-i mücessemin fasl-ı müştereğinden 'ibâret bulunan müstakîmlerin müstevî-i mümâssa muvâzî olmak ve merkezden geçmek üzere ahz[618] edilen makta'nın hatt-ı mücâniblerine muvâzî olacağı ispat edilmiş idi (madde: 74). Bu mücânibler sathın mahrût mücânibine ait müvellidlerden 'ibâret olacağı cihetle kat'-ı zâ'id-i mücessem üzerine vaz' edilebilen bi'l-cümle müstakîmlerin mahrût mücanibinin bir müvellidine muvâzî olacağı görülür...………………….... 105

79. Bâlâda (madde 76) birinci takıma ait lâ-ale't-ta'yîn bir müstakîmin ikinci takıma ait müstakîmlerin kâffesini kat' eylediği ispat edilmiş idi. Bi'l-mukabele kat'-ı zâ'id-i mücessemin sabit birkaç müstakîme istinâden hareket eden bir müstakîmin hareketiyle tevellüd[619] eylediği fazr edilebilir. (Bir müstakîmin hareketiyle tevellüd eden bir satha **sath-ı muntazam** namı verilir. Ve bu müstakîm **müvellid** namını ahz eder. Eğer her

---

[617] İmtidâd: Uzam (Tuncer, 1995, s. 325); uzama, uzanma (Devellioğlu, 2012, s. 499).
[618] Ahz: Alma, kabul etme (Devellioğlu, 2012, s. 22).
[619] Doğma, doğum.

Merkezsiz Sathlar

[620] Kabil-i inkişâf: Bir yanından kesilip bir düz üzerine tatbik olunduğu zaman, yırtılmadan, bükülmeden bir satıhları bir düz haline gelebilen, şekiller, cisimler (Devellioğlu, 2012, s. 547).
[621] Yesârî: Bir düzlem içinde bulunmayan şekil (Devellioğlu, 2012, s. 1353); uzay, uzaysal (Tuncer, 1995, s. 333).
[622] Katʿ-ı mükâfî-i mücessem: Paraboloit (Tuncer, 1995, s. 336).
[623] Basımda hata yapılmış olabilir, muhtemelen “tasavvur” yazılmak istenmiştir.
[624] Hudut ta‘yîn etme, sınır çizme, sınırlama (Devellioğlu, 2012, s. 1188).

Ek-9: Mehmet Fikri, *Hendese-i Halliyye* (3. Bölüm) (1322/1904) İçindekiler.

Birinci Kitap, Hendese-i Musattaha[625]

B. Münhaniyyât-ı Müsteviyye

[625] Kitabın bu bölümün iç ve dış kapağı olmadığından eserin matbaa bilgisine ulaşılamamıştır. Ancak, Kaçar vd.'nin bildirdiğine göre, Mehmet Fikri Hendese-i Halliyye kitabının tamamını Mühendis-hâne-i Berrî-i Hümâyûn Matbaası'nda yayınlatmıştır (Kaçar, ve diğerleri, 2012, s. 194).
[626] Bu başlık altında 3. derece eğriler için "mik'abiyye", 4. derece eğriler için "murabba'iyye" ifadeleri kullanılmıştır (Santur, Hendese-i Halliyye (3. Bölüm), 1322/1904, s. 7).
[627] Tekrarlı, tekrarlanmış, tekrar olunmuş (Devellioğlu, 2012, s. 838).
[628] Bu başlık altında ele alınan bazı konular şu şekildedir: nokta-i müzdevice: eşlenik nokta, nokta-i iyâd: dönüm noktası (Tuncer, 1995, s. 330), nokta-i tevafuk: karşılaşma noktası (Santur, Hendese-i Halliyye (3. Bölüm), 1322/1904, s. 22), münhaniyyât-ı mutarride (Santur, Hendese-i Halliyye (3. Bölüm), 1322/1904, s. 33) (mutarrid: bir düziye, devamlı, aynı şekilde olan (Devellioğlu, 2012, s. 806)), nokta-i münferide: tekil nokta (Tuncer, 1995, s. 329; Santur, Hendese-i Halliyye (3. Bölüm), 1322/1904, s. 37), nokta-i in'itâf: bükülme noktası (Tuncer, 1995, s. 325; Santur, Hendese-i Halliyye (3. Bölüm), 1322/1904, s. 41), nokta-i temevvüc (Santur, Hendese-i Halliyye (3. Bölüm), 1322/1904, s. 47) (temevvüc: dalgalanma, dalgalı olma (Devellioğlu, 2012, s. 1251)).
[629] Mütekabile: Karşıt (Devellioğlu, 2012, s. 903).
[630] Bu başlık altında ele alınan konular şu şekildedir: Mahrûtiyye-i kuriyye: koniklerin çapları (Santur, Hendese-i Halliyye (3. Bölüm), 1322/1904, s. 168), münhanî-i kutrîler: eğrilerin çapları (Santur, Hendese-i Halliyye (3. Bölüm), 1322/1904, s. 131)

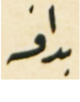
[631] Bu başlık altında ele alınan bazı konular şu şekildedir: kat‘-ı mükâfî-i şibh-i mik‘abî, kat‘-ı mükâfî-i mik‘abî, Diokles sissoidi (Santur, Hendese-i Halliyye (3. Bölüm), 1322/1904, s. 253-254)

[632] 4.1 numaralı başlığa yer verilmemiştir.

[633] Kasıma (قاسمه) (“ka” uzun okunur): Diskriminant, $ax^2 + bx + c = 0$ denkleminin katsayılarından elde edilen $\Delta = b^2 - 4ac$ sayısı (Hacısalihoğlu, Hacıyev, Kalantarov, & Sabuncuoğlu, 2009, s. 92) [İng. discriminant].

Ek-10: İbrahim Edhem Paşa, *Hendese-i Halliyye* (Abdülhamid devri) İçindekiler

[634] Bu başlık altında, fasla (apsis), tertib (ordinat), mihverler (eksenler) tanıtılmaktadır.
[635] İki kutuplu koordinat sistemi.
[636] İfadenin bu kısmı okunamamıştır. İlgili metin şu şekildedir:



[637] İkizkenar hiperbol.

---

[638] İbrahim Edhem'in çevirdiği kaynakta bu ifade şu şekilde verilmiştir: *Transformation des coordonnées* (Briot & Bouquet, 1865, s. 378).

[639] İbrahim Edhem'in çevirdiği kaynakta bu ifade şu şekilde verilmiştir: *Formules D'Euler* (Briot & Bouquet, 1865, s. 381).

[640] İbrahim Edhem'in çevirdiği kaynakta bu ifade şu şekilde verilmiştir: *Transformation des coordonnées rectilignes en coordonnées polaires* (Briot & Bouquet, 1865, s. 385).

[641] İbrahim Edhem'in çevirdiği kaynakta bu ifade şu şekilde verilmiştir: *Distance de deux points* (Briot & Bouquet, 1865, s. 386).

[642] İbrahim Edhem'in çevirdiği kaynakta bu ifade şu şekilde verilmiştir: *Construction de l'equation du premier degré* (Briot & Bouquet, 1865, s. 387).

[643] İbrahim Edhem'in çevirdiği kaynakta bu ifade şu şekilde verilmiştir: Conditions pour que les deux plans soient paralléles (Briot & Bouquet, 1865, s. 389).

[644] “İki müstevî beyninde olan bu‘d” olması gerekir, burada yazım hatası yapılmıştır.
[645] Üstvâne: Silindir (Tuncer, 1995, s. 333; Devellioğlu, 2012, s. 1316). Sütûh-u üstvâne ile kastedilen silindirik yüzeylerdir.

[646]Bu bölümde, herhangi bir konu başlığı verilmeden, "tenbîh, mesele, netice" gibi küçük yan başlıklara geometrik yer konusu ele alınmıştır.

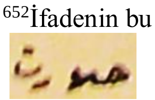
Ek-11: ***Hendese-i Halliyye: Geometrie Analytigue*, İçindekiler.**

[647] Bu konu başlığı kitabın içindekiler kısmında olmasına rağmen, kitabın 11. sayfasında böyle bir başlık yoktur.

[648] Bâb ve fasl numaralarında hatalar yapılmıştır. Örneğin bu bölüm kitapta “bâb-ı râbi‘” olarak geçmektedir, ikinci ve üçüncü bâb’a kitapta yer verilmeden atlanmıştır.
[649]Bu bölüm ve sonrası kitabın başındaki içindekiler kısmında yer almamaktadır.

650 (Katʿ-ı zâ'idin) hatt-ı mücanibler (i): (Hiperbol için) asimptotlar.
651 Kitabın içinde böyle bir başlık mevcut değildir, ancak kitabın mukaddime kısmında önce düzlemsel geometrinin (hendese-i musattaha) ardından uzay geometrisinin (hendese-i mücesseme) ele alınacağı anlatılmıştır. Bu bölümün içeriğinde de üç boyutlu kartezyen koordinat sistemi açıklanmıştır. Bu doğrultuda bu bölüm için "hendese-i mücesseme" başlığının konulması uygun görülmüştür.

[652]İfadenin bu kısmı okunamamıştır. İlgili metin şu şekildedir:



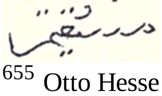
Ek-12: Kerim Erim, *Hendese-i Tahlîliyye*, (1935) İçindekiler.

1. Birinici Fasıl

1.1 (Giriş)[653]

[653] Bu bölüme yazar tarafından genel bir başlık verilmemiştir.

654 İfadenin okunamayan kısmı şu şekildedir:



655 Otto Hesse (1811-1874), Almanyalı matematikçi. (Ayrıntılı bilgi için bk. (Cajori F. , 1909, s. 360-362).

İkinci Fasıl

[656] İhtisâr: Kısaltma, sadeleştirme, basitleştirme (Develloğlu, 2012, s. 483).

---

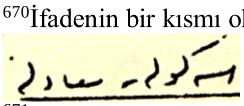
[657] Mükerrer: Tekrarlanmış, tekrarlı (Devellioğlu, 2012, s. 838).
[658] Muzâaf: İki kat (Devellioğlu, 2012, s. 814).
[659] Bu başlık Şükrü Bey'de "*vahid üs-seyr münhaniyyât: Courbes unicursales"* başlığı ile ele alınmıştır (Sayan, 1331/1912, s. 781-850). İşin ilginç yanı, Kerim Erim yabancı terimleri genelde Latin alfabesi ile yazmayı tercih ederken, burada okunduğu şekliyle yazmayı tercih etmiştir.
[660] Nâzım: Normal (Hacısalihoğlu, Hacıyev, Kalantarov, & Sabuncuoğlu, 2009, s. 289; Tuncer, 1995, s. 330), [İng. Normal].

661 Silindir (Devellioğlu, 2012, s. 1316; Tuncer, 1995, s. 333).
662 Koni (Tuncer, 1995, s. 327).
663 Bu konu Şükrü Bey'in eserinde "*Zarflar nazariyyesi: Théorie Des enveloppes*" başlığı ile ele alınmıştır (Sayan, 1331/1912, s. 692).
664 Evirtim. Bu konuyu Şükrü Bey de ele almıştır (Sayan, 1331/1912, s. 243).
665 İnhinâ: Eğrilik (Tuncer, 1995, s. 80; Çoker & Karaçay, 1983, s. 354), [İng. curvature].
666 Benzer bir konuyu Şükrü Bey, *"Bir münhanînin müteâkıb mebsûtlerı ve nısf kutr-u inhinâları: Développées successives et rayons de courbure"* şeklinde ele almıştır (Sayan, 1331/1912, s. 689).

[667] Maktâ‘: Kesit (Tuncer, 1995, s. 327).
[668] Deverânî satıh: Dönel yüzey (Tuncer, 1995, s. 323).
[669] Bu bölümde, "elipsoide, hyperboloïde, paraboloïgue elliptique, paraboloïgue hyperbolique" gibi konular ele alınmıştır.

İlave

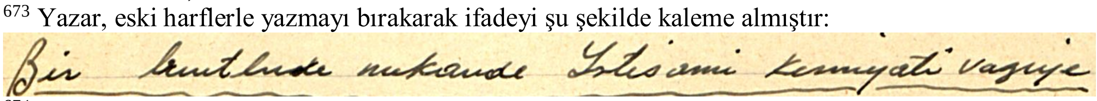
[670]İfadenin bir kısmı okunamamıştır. İlgili metin şu şekildedir:



[671] Kanonik gönderdim: Doğal gönderim. Sezgisel olarak, bir matematik yapının özellikleri doğal bir biçimde kullanılarak tanımlanan özel bir gönderim (Hacısalihoğlu, Hacıyev, Kalantarov, & Sabuncuoğlu, 2009, s. 94, 206).

[672] Konunun ilerleyen satırlarında Kerim Erim, *gayr-ı mütehavvilleri* ifadesini "invariante" olarak açıklamıştır. Gerçekten de Tuncer "invariante" sözcüğü için "değişmez" anlamını vermektedir (Tuncer, 1995, s. 387, 425).

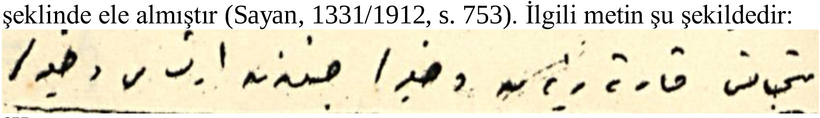
[673] Yazar, eski harflerle yazmayı bırakarak ifadeyi şu şekilde kaleme almıştır:



[674] Bu başlığın içinde, Şükrü Bey'in de ele aldığı Pappus ve Desargues teoremlerini ele almıştır.

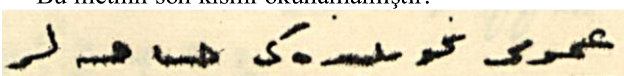
[675] Düzlem üzerinde izdüşümsel koordinatlar.

[676] Bu madde okunamamıştır. Bu başlığın içinde yeni harflerle "coordonnies trilineaire" ifadesi yer almaktadır. Şükrü Bey bu maddeyi, *kemmiyyât-ı vaz'iyye-i müsellesiyye: coordonnées trilinéaires* şeklinde ele almıştır (Sayan, 1331/1912, s. 753). İlgili metin şu şekildedir:

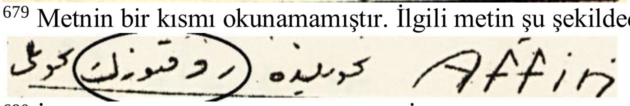


[677] Bu maddenin içinde "affine", "Euler", "transformation" gibi başlıklar Latin harfleriyle yazılarak açıklanmıştır.

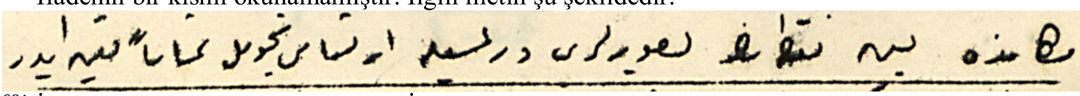
[678] Bu metnin son kısmı okunamamıştır:



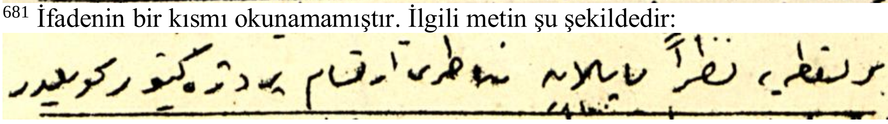
[679] Metnin bir kısmı okunamamıştır. İlgili metin şu şekildedir:



[680] İfadenin bir kısmı okunamamıştır. İlgili metin şu şekildedir:



[681] İfadenin bir kısmı okunamamıştır. İlgili metin şu şekildedir:



Ek-13: Mehmed Fuad *Yeni Hendese-i Musattaha* (İkinci Kitap) (1336/1917-1338/1919) İçindekiler.

[682] Verilen bir dipnotta, kitabın bu son 40 sayfasını Kabataş Sultanîsi matematik öğretmeni Fehmi Bey ve İstanbul Sultanîsi matematik öğretmeni Süleyman Sırrı Bey'in tercüme ettiği belirtilmiştir (Mehmed Fuad, 1336/1917-1338/1919, s. 121).
[683] Müselles-i kaim-üz-zâviye: Dik üçgen (Tuncer, 1995, s. 329).
[684] Düzgün çokgen.

KAYNAKÇA

A. Yazma Eserler

Hendese-i Halliyye: Geometrie Analytique. (tarih, yazar yok). İstanbul Üniversitesi Edebiyat Fakültesi Kütüphanesi (IUEFK), Nadir Eserler, Yer No: 2007-607.

Erim, K. (1935). *Hendese-i Tahlîliyye.* Karafakı: Atatürk Üniversitesi, Seyfettin Özege Salonu, Yer No: 45888 NE.

İbrahim Edhem Paşa. (II. Abdülhamid devrinde istinsah edilmiştir, 19. yy). *Hendese-i Halliyye*. İstanbul Üniversitesi, TY, nr. 416 (rik'a ile).

B. Basma Eserler

Adıvar, A. (1982). *Osmanlı Türklerinde Bilim.* İstanbul: Remzi Kitapevi.

Ahmed Zihnî. (1310/1892). *Hendese-i Halliye* (1. b.). İstanbul: Mühendishâne-i Berrî-i Hümayun Matbaası.

Ahmed Zihnî. (1317/1900). *Hendese-i Halliyye* (2. b.). İstanbul: Mühendishâne-i Berrî-i Hümayun Matbaası.

Akbaş, M. (2003). Einstein'ın Görelilik Teorisini Türkiye'ye Tanıtanlar (I): Mehmed Refik Fenmen ve Kerim Erim. *Osmanlı Bilimi Araştırmaları, IV*(2), 29-59.

Altun, M. (2008). *Matematik Öğretimi.* Bursa: Aktüel.

Altunya, N. (2006). *Gazi Eğitim Enstitüsü Gazi Orta Öğretmen Okulu ve Eğitim Enstitüsü (1926-1980).* Ankara: Gazi Üniversitesi Yayını.

Arslan, A. (1995). *Darül Fünun'dan Üniversiteye.* İstanbul: Kitabevi.

Artobolevskii, I. I. (1964). *Mechanisms for the Generation of Plane Curves.* (R. D. Wills, Çev.) London: Pergamon Press.

Ayme, J.-L. (tarih yok). *Gaston Albert Gohierre de Longchamps dans les journaux scientifiques.* 11 13, 2016 tarihinde http://jl.ayme.pagesperso-orange.fr/: http://jl.ayme.pagesperso-orange.fr/Docs/Transversale%20reciproque.pdf adresinden alındı

Baga, E. (2012). *Osmanlı Klasik Döneminde Cebir.* İstanbul: Marmara Üni. Sosyal Bilimler Enst. (Yayınlanmamış Doktora Tezi).

Bahadır, O. (2006). *Matematikte Bir Öncü Kerim Erim.* İstanbul: Anahtar Kitaplar Yayınevi.

Balcı, M. (2012). *Analitik Geometri.* İstanbul: Sürat.

Başhoca, İ. E. (1257/1841). *Mecmûa-i Ulûm-ı Riyâziye* (Cilt 1). Mısır: Bulak Matbaası.

Başhoca, İ. E. (1258/1842). *Mecmûa-i Ulûm-ı Riyâziye* (Cilt 2). Mısır: Bulak Matbaası.

Başhoca, İ. E. (1260/1844). *Mecmûa-i Ulûm-ı Riyâziye* (Cilt 3). Mısır: Bulak Matbaası.

Başhoca, İ. E. (1261/1845). *Mecmûa-i Ulûm-ı Riyâziye* (Cilt 4). Mısır: Bulak Matbaası.

Baykal Yelli, B., & Kişi, E. (2015). *İlköğretim Matematik 8. Sınıf Ders Kitabı.* Ankara: MEB.

Beydilli, K. (1995). *Türk Bilim Ve Matbaacılık Tarihinde Mühendishane-Mühendishane Matbaası ve Kütüphanesi (1776-1826).* İstanbul: Eren Yayıncılık.

Bézout, E. (1764-1769). *Cours de mathématiques a l'usage des gardes du povillon et de la marine, 3.nde partie.* Paris: Bibliotheque Royale.

Bézout, E. (1815). *Cours de mathématiques a l'usage de la marine et de l'artillerie, 1.nde partie.* Avignon: Bibliotheque.

Binark, İ. (2004). *Türk Parlemento Tarihi TBMM-VI. Dönem (3 Nisan 1939-15 Ocak 1943)* (Cilt IV). Ankara: Türkiye Büyük Millet Meclisi Vakfı Yayınları.

Bir, A., & Kaçar, M. (2005). Salih Zeki'nin "Teslis-i Zaviye" Konusundaki "Bir Hendese Meselesi" Adlı Yazı Dizisi. *Osmanlı Bilimi Araştırmaları, VII*(1), 45-66.

Biran, L. (1975). *Diferansiyel Geometri Dersleri.* İstanbul: İstanbul Üniversitesi Fen Fakültesi Yayınları.

Blaschke, W. (1949). *Diferensiyel Geometri Dersleri.* (K. Erim, Çev.) İstanbul: İstanbul Üniversitesi Yayınları-Şirketi Mürettibiye Basımevi.

Bôcher, H. (1915). *Plane Analytic Geometry.* Newyork: Henry Holt and Company.

Bourlet, C. (1908). *Éléments de géométrie: géométrie plane géométrie dans l'espace.* Paris: Librairie hachete and Cie.

Boyer, C. B. (1968). *A History of Mathematics.* USA: John Wiley & Sons.

Boyer, C. B. (2004). *History of Analytic Geometry.* New York: Dover Publications.

Boyer, C. B. (2010). *A History of Mathematics.* Canada: Jhon Wiley.

Boyer, C. B. (2015). *Matematiğin Tarihi.* (S. Bağcacı, Çev.) Ankara: Doruk Yayınları.

Briot, C. A., & Bouquet, J. C. (1865). *Leçons de Géométrie Analytique.* Paris: Fd Tandou et Cie.

Bursalı Mehmet, T. (1342/1926). *Osmanlı Müellifleri* (Cilt 3). İstanbul: Matbaa-ı Amire.

Büke, M. (1962). *Analitik Geometri (Cilt 1).* İstanbul: İstanbul Üniversitesi Yayınları-Mürettebiyye Basımevi.

Büke, M. (1962). *Analitik Geometri (Cilt 2).* İstanbul: İstanbul Üniversitesi Yayınları-Şirketi Mürettebiye Basımevi.

Cajori, F. (1909). *A History Of Mathematics.* New York: The Macmillan Company.

Cajori, F. (2014). *Matematik Tarihi.* (D. İlalan, Çev.) Ankara: ODTÜ yayıncılık.

Cengiz, V. (1969). *René Descartes'ın La Geometrie Adlı Eserinin Tahlil ve Tanıtılması.* Ankara: Ankara Üni. Dil ve Tarih-Coğrafya Fakültesi (Yayınlanmamış Mezuniyet Tezi, Tezi Veren: Ord. Prof. Dr. Aydın Sayılı).

Cevdet, A. (1301/1884). *Tarih-i Cevdet.* İstanbul: Matba-ı Osmaniyye.

Cevizci, A. (2010). *Felsefe Sözlüğü.* İstanbul: Paradigma Yayıncılık.

Cevizci, A. (2013). *17. Yüzyıl Felsefesi.* İstanbul: Say Yayıncılık.

Coolidge, J. L. (1936, January). The Origin of Analytic Geometry. *Osiris, I*, 231-250. 22 1, 2017 tarihinde http://www.jstor.org/stable/301607 adresinden alındı

Coxeter, H. S., & Greitzer, S. L. (1967). *Geometry Revisited.* Washington: The Mathematical Association of America.

Çeçen, K. (1988). *Hüseyin Tevfik Paşa ve "Linear Algebra".* İstanbul: İstanbul Teknik Üniversitesi Bilim ve Teknoloji Tarihi Araştırma Merkezi.

Çoker, D., & Karaçay, T. (1983). *Matematik Terimleri Sözlüğü.* Ankara: Türk Dil Kurumu Yayınları-Sevinç Basımevi.

Darling, D. (2004). *The Universal Book of MAthematics from Abracadabra to Zenon's Paradoxes.* United states of America: Wiley.

Demir, H. (1991). Homoteti ve Benzerlik. *Matematik Dünyası*(4), 2-7.

Demir, H. (1992). Karmaşık Düzlemde Analitik Geometri. *Matematik Dünyası*(3), 2-10.

Demir, R. (2004). Çağdaş Matematiğin Türkiye'ye Girişi. S. Zeki içinde, *Âsar-ı Bâkiye-Bilginlerin Yaşamları ve Yapıtları* (M. Dosay Gökdoğan, R. Demir, & M. Kılıç, Çev., Cilt 3, s. 1-45). Ankara: Babil.

Demir, R. (2017). Hayatî Soru: Bilim ve Teknolojide Neden Geri Kaldık? *Bilim ve Ütopya*(273), 73-74.

Descartes, R. (1954). *La Geometrie.* New York: Dover Publication.

Descartes, R. (2014). *Aklın Yöntemi İçin Kurallar.* (E. Sunar, Çev.) İstanbul: Say Yayınları.

Descartes, R. (2015). *Yöntem Üzerine Konuşma.* (M. Erşen, Çev.) İstanbul: Say Yayınları.

Devellioğlu, F. (2012). *Osmanlıca-Türkçe Ansiklopedik Lûgat.* Ankara: Aydın Kitapevi.

Dosay, M. (1991). *Kerecî'nin "'İlel Hesab El-Cebr Ve'l-Mukâbele" Adlı Eseri.* Ankara: Atatürk Kültür Merkezi Yayını.

Dosay, M. (1996). *İbrahim Edhem Paşa.* 28 6, 2015 tarihinde Ankara Üniversitesi Dergiler Veri Tabanı: http://dergiler.ankara.edu.tr/dergiler/19/912/11371.pdf adresinden alındı

Dosay, M. (2002). Mecmûa-i Ulûm-i Riyâziye. *Düşünen Siyaset*(16), 209-229.

Dosay, M., & Akın, Ö. (1994). *Beş Büyük Cebir Bilgini.* İstanbul: Milli Eğitim Basımevi.

Dosay, M., & Sayılı, A. (1991, Ocak). Hârezmi ile Abdülhamid İbn Türk ve Orta Asya'nın Bilim ve Kültür Tarihindeki Yeri. *Erdem, VII*(19), 101-215.

Dölen, E. (2005). Salih Zeki ve Darülfünun. *Osmanlı Bilimi Araştırmaları, VII*(1), 123-135.

Dönmez, A. (2005). *Matematiğin Öyküsü ve Serüveni* . İstanbul: Toplumsal dönüşüm Yayınları.

Elias, E. A., & Elias, E. E. (1968). *Elias' Modern Dictionary Arabic-English.* Cairo, U. A. R.: Elias' Modern Press.

Ergün, M., & Duman, T. (1996). *19. Yüzyılda Osmanlı Askeri Okullarının Ders Programları ve Ders Kitapları.* 16 2, 2017 tarihinde http://mustafaergun.com.tr/wordpress/wp-content/uploads/2015/11/dersprog2.pdf adresinden alındı

Erim, K. (1935). *Hendese-i Tahlîliyye.* Karafakı: Atatürk Üniversitesi, Seyfettin Özege Salonu, Yer No: 45888 NE.

Erkek, M. S. (2013). II. Meşrutiyet dönemi Maarif Nazırları. *Tarih İncelemeleri Dergisi, XXVIII*(2), 385-416.

Esad, M. (1249/1833). Fünûn. *Takvîm-i Vekâyi'*(69), s. 4, sütun 1.

Esad, M. (1312/1894). *Mirât-ı Mühendishâne-i Berrî-i Hümâyûn.* İstanbul: Karabet Matbaası.

Fukagawa, H. (1987). Algebraic Curves in Japan during the Edo Period. *Historia Mathematica*(14), 235-242.

Ghersi, I. (2004). *Matematica Dilettevole e Curiosa.* Milano (İtaly): Hoepli.

Ghys, E., Tabachnikov, S., & Timorin, V. (tarih yok). *Osculating curves: around the Tait-Kneser.* 27 11, 2016 tarihinde Penn State Department of Mathematics: https://www.math.psu.edu/tabachni/prints/GTT2.pdf adresinden alındı

Gowing, R. (1983). *Roger Cotes-Natural Philosopher.* Cambridge: Cambridge University Press.

Gövsa, İ. A. (1945). *Türk Meşhurları.* İstanbul: Yedigün Neşriyat.

Grabiner, J. V. (1970). E. Bezout. E. C. Gillispie içinde, *Dictionary of Scientific Biography* (Cilt 1, s. 111). New York: Charles Scribner's Sons.

Günergun, F. (1995). Darülfünun Fünun (Fen) Fakültesi Mecmuası (1916-1933). *Osmanlı Bilimi Araştırmaları*(1), 285-349.

Günergun, F. (2005). Salih Zeki ve Astronomi. *Osmanlı Bilimi Araştırmaları, VII*(1), 97-122.

Gür, B. S. (2011). *"Matematik Belası" Üzerine: Matematik Felsefesinde Köşe Taşları.* İstanbul: Nesin Yayıncılık.

Hacısalihoğlu, H. H. (1983). *Diferensiyel Geometri.* Ankara: Gazi Üniversitesi Basın-Yayın Yüksekokulu Basımevi.

Hacısalihoğlu, H. H. (2005). *2 ve 3 Boyutlu Uzaylarda Analitik Geometri.* Ankara: Hacısalihoğlu Yayınları.

Hacısalihoğlu, H. H., Hacıyev, A., Kalantarov, V., & Sabuncuoğlu, A. (2009). *Matematik Terimleri Sözlüğü.* İstanbul: Türk Dil Kurumu Yayınları.

Hasan Tahsin. (1310/1892). *Muhtıra-ı Riyaziye.* İstanbul: Artin Asaduryan Matbaası.

Heath, T. L. (1921). *A History of Greek Mathematics* (Cilt 1). Oxford: Oxford University Press.

Heath, T. L. (1956). *The Thirteen Books of Euclid's Elements* (Cilt 1). Newyork: Dover Publication.

Heath, T. L. (2004). *Apollonius of Perga (Edited in Modern Notation).* Cambridge: Cambridge: At the university press.

Hendese-i Halliyye: Geometrie Analytique. (tarih yok). İstanbul Üniversitesi Edebiyat Fakültesi Kütüphanesi (IUEFK), Nadir Eserler, Yer No: 2007-607.

Hilmi, A. N. (1933). *Hendese Dersleri* . İstanbul: Devlet Matbaası.

Hussein Tevfik Pacha. (1892). Linear Algebra 2. Ed. K. Çeçen içinde, *Hüseyin Tevfik Paşa ve "Linear Algebra"* (s. 1-185). İstanbul: İstanbul Teknik Üniversitesi Bilim ve Teknoloji Tarihi Araştırma Merkezi.

İbrahim Edhem Paşa. (19. yy.). *Hendese-i Halliyye*. İstanbul Üniversitesi, TY, nr. 416; rik'a ile 304 sayfa.

İhsanoğlu, E. (1989). *Başhoca İshak Efendi (Türkiye'de Modern Bilimin Öncüsü).* Ankara: Kültür Bakanlığı Yayınları.

İhsanoğlu, E., Şeşen, R., & İzgi, C. (1999). *Osmanlı Matematik Literatürü Tarihi.* İstanbul: IRCICA.

İhsanoğlu, E., Şeşen, R., Bekar, M., Gündüz, G., & Bulut, V. (2006). *Osmanlı Tabii ve Tatbiki Bilimler Literatürü Tarihi* (Cilt II). İstanbul: IRCICA.

İhsanoğlu, E., Şeşen, R., Bekar, S. M., & Gündüz, G. (2004). *Osmanlı Askeri Literatürü Tarihi* (Cilt 1). İstanbul: IRCICA.

İhsanoğlu, E., Şeşen, R., Bekar, S., Gündüz, G., & Bulut, V. (2011). *Osmanlı Bilim Literatürü Tarihi Zeylleri* (Cilt 2). İstanbul: IRCICA.

İhsanoğlu, E., Şeşen, R., İzgi, C., Akpınar, C., & Fazlıoğlu, İ. (1997). *Osmanlı Astronomi Literatürü Tarihi.* İstanbul: IRCICA.

İshakoğlu-Kadıoğlu, S. (1998). *İstanbul Üniversitesi Fen Fakültesi Tarihçesi (1900-1946).* İstanbul: İ. Ü. Basımevi ve Film Merkezi.

İzzet, M., & Fehmi, H. (1935-1936). *Yeni Hendese* (3. b.). İstanbul: Kanaat Kitapevi.

Kaçar, M., Zorlu, T., Barutçu, B., Bir, A., Ceyhan, C., & Neftçi, A. (2012). *İstanbul Teknik Üniversitesi ve Mühendislik Tarihimiz.* İstanbul: Mehmet Karaca.

Kalaycıoğulları, İ. (2003). *Katip Çelebi'nin Cihannuma Adlı Eserine İbrahim Müteferrika'nın Yaptığı Ekler Doğrultusunda Çağdaş Bilimlerin Türkiye'ye Girişi.* Ankara: Ankara Üni. Sosyal Bilimler Enst. (Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi).

Kasir, D. (1998). The Algebra of Omar Khayyam. F. Sezgin içinde, *Islamic Mathematics and Astronomy* (Cilt 45, s. 261-392). Frankfurt: Institute for the History of Arabic-Islamic Science.

Katz, V. (1998). *A History of Mathematics.* USA: Addison Wesley.

Kökçü, A. (2014). *Osmanlılar'da Diferensiyel İntegral Hesap ve Eğitimdeki Yeri.* Ankara: Ankara Üni. Sosyal Bilimler Enst. (Yayımlanmamış Doktora Tezi).

Köten, H. (2009). *Salih Zeki'de Modern Matematik Kavramları Analizi.* Ankara: Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enst. (Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi).

Lamoen, F. V. (2006). Archimedean Adventures. *Forum Geometricorum*(6), 79-96.

Lawrence, J. D. (1972). *A Catalog of Special Plane Curves.* Newyork: Dover.

Lockwood, E. H. (1963). *A Book Of Curves.* Cambridge: Cambridge At The University Press.

London, R. S. (1908). *Catalogue of Scientific Papers, 1800-1900: Subject Index* (Cilt 1). London: Cambridge at the University Press.

Mankiewicz, R. (2002). *Matematiğin Tarihi.* (G. Ezber, Çev.) İstanbul: Güncel Yayıncılık.

Mehmed Esad. (1315). *Mir'at-ı Mekteb-i Harbiye.* İstanbul: Artin Asaduryan Matbaası.

Mehmed Fuad. (1336/1917-1338/1919). *Yeni Hendese-i Musattaha İkinci Kitap.* İstanbul: Matbaa-i Âmire.

Mehmed Vâsıf. (1315/1897). *Hendese-i Halliye-i Musattaha ve Kutû'-i Mahrûtiye.* İstanbul: Mahmud Bey Matbaası.

Mlodinow, L. (2016). *Öklid'in Penceresi.* (S. Eraltan, Çev.) İstanbul: Say Yayınları.

Nahin, P. J. (1998). *An İmaginary Tale.* ABD: Princeton University Press.

Nazmi, A., & Hilmi. (1933). *Hendese Dersleri.* İstanbul: Devlet Matbaası.

Niewenglowski, B. A. (1894). *Cours de Géométrie Analytique* (Cilt 1). Paris: Gauthier-Villars et fils.

Niewenglowski, B. A. (1895). *Cours de Géométrie Analytique* (Cilt 2). Paris: Gauthier-Villars et fils.

Niewenglowski, B. A. (1896). *Cours de Géométrie Analytique* (Cilt 3). Paris: Gauthier-Villars et fils.

Ömür, N. (1998). *Üçgen Geometrisinde Trilineer Koordinatların Uygulamaları ve Bazı Bağıntılar.* Kocaeli: Kocaeli Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü (Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi).

Polat, A. (2014). *19. Yüzyıl Osmanlı Bilim Hayatında Öncü Bir Matematikçi: Vidinli Hüseyin Tevfik Paşa.* İstanbul: İstanbul Üni. Sosyal Bilimler Enst. (Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi).

Pruvost, E. (1886). *Leçons de Géométrie Analytique* (Cilt 2). Paris: Paul Dupont.

Pruvost, E. (1891). *Leçons de Géométrie Analytique* (Cilt 1). Paris: Paul Dupont.

Rovenski, V. (2000). *Geometry of Curves and Surfaces with Maple.* United States of America: Birkhauser.

Salih Zeki. (1315/1897). *Kâmûs-ı Riyâziyyât* (Cilt 1). İstanbul: Karabet Matbaası.

Salih Zeki. (1331/1912). *Dârü'l-fünûn Konferansları* (Cilt 2). İstanbul: Matbaa-i Âmire.

Salih Zeki. (2004). *Âsar-ı Bâkiye-Bilginlerin Yaşamları ve Yapıtları* (Cilt 3). (M. Dosay Gökdoğan, R. Demir, & M. Kılıç, Dü) Ankara: Babil.

Salmon, G. (1852). *A Treatise on the Higher Plane Curve: İntended as a sequel to a treatise on conic section.* Dublin: Hodges and Smith.

Salmon, G. (1855). *A Treatise on Conic Sections* . London: Longman Brown.

Salmon, G. (1862). *A Treatise on the Analytic Geometry of Three Dimensions.* Dublin: Hodges and Smith.

Salmon, G. (1897). *Traité de Géométrie Analytique a Deux Dimensions (Sections Coniques).* (M. Resal, & V. Vaucheret, Çev.) Paris: Gauthier-Vıllars Et Fils, Imprimeurs-Libraires.

Sami, Ş. (1306/1889). *Kâmus-ül 'Âlâm.* İstanbul: Mihrân Maba'sı.

Santur, M. F. (1320/1902). *Hendese-i Halliyye (1. Bölüm).* İstanbul: Mühendishâne-i Berrî-i Hümâyûn Matbaası.

Santur, M. F. (1320/1902). *Hendese-i Halliyye (2. Bölüm).* İstanbul: Mühendishâne-i Berrî-i Hümâyûn Matbaası.

Santur, M. F. (1322/1904). *Hendese-i Halliyye (3. Bölüm).* İstanbul: Mühendishâne-i Berrî-i Hümâyûn Matbaası.

Sayan, Ş. (1331/1912). *Hendese-i Tahlîliyye.* İstanbul: Matbaa-i Amire.

Sayan, Ş. (1331/1912). Kemmiyyât-ı mevhûmenin sûret-i irâesine dair yeni bir nazariyye. Ş. Sayan içinde, *Hendese-i Tahlîliyye* (s. 1-30 kitabın sonunda). İstanbul: Matbaa-i Amire.

Sayılı, A. (1962). *Abdülhamit İbn Türk'ün Katışık Denklemlerde Mantıkî Zaruretler Adlı Yazısı ve Zamanın Cebri.* Ankara: Türk Tarih Kurumu Basımevi.

Sayılı, A. (1991, Ocak). Al-Khwârazmî, 'Abdul'l-Hamîd ibn Türk and the Place of Central Asia in the History of Science and Culture. *Erdem, VII*(19), 1-100.

Sayılı, A., Dosay, M., & Baloch, N. (1989). *Al-Khwârazmî's Algebra.* Islamabad: Hijra Council of Pakistan.

Schoenflies, A., & Dehn, M. (1943). *Analitik Geometri.* (O. H. Alisbah, Çev.) Ankara: Ankara Maarif Matbaası.

Shikin, E. V. (1995). *Handbook and Atlas of Curves.* Florida: CRC Press.

Siceloff, L. P., Wentworth, G., & Smith, D. (1922). *Analytic Geometry.* USA: Ginn and Company.

Smith, D. E. (1958). *History of Mathematics* (Cilt 2). Newyork: Dover Publication.

Sonar, S. (1964). İbrahim Edhem Paşa'nın Usûli'l Hendese'si Hakkında. *Araştırma, II*, 145-178.

Struik, D. J. (2011). *Kısa Matematik Tarihi.* (Y. Silier, Çev.) İstanbul: Doruk.

Süreyya, M. (1308/1891). *Sicil-i Osmanî* (Cilt 1). İstanbul: Mihran Matbaası.

Şen, A. (1995). *İbrahim Müteferrika ve Usûlü'l-Hikem fî Nizâmi'l-Ümem.* Ankara: Türkiye Diyanet Vakfı Yayınları.

Şeşen, R., Bekar, S., Gündüz, G., Bulut, V., & İhsanoğlu, E. (2006). *Osmanlı Tabii Ve Tatbiki Bilimler Literatürü Tarihi.* İstanbul: IRCICA.

Tahir, B. (1342/1926). *Osmanlı Müellifleri* (Cilt 3). İstanbul: Matbaa-ı Amire.

Tahsin, H. (1310/1892). *Muhtıra-ı Riyaziye.* İstanbul: Artin Asaduryan Matbaası.

Tezer, C. (1992). Evirtim (I). *Matematik Dünyası*(1), 12-16.

Tezer, C. (2010). *Vidinli Hüseyin Tevfik Paşa.* 22 12, 2015 tarihinde Türk Matematikçileri: A. Sinan Sertöz Home Page: http://sertoz.bilkent.edu.tr/turk/VIDINLI.pdf adresinden alındı

Tezer, C. (2012). Başhoca İshak Efendi ve Mecmu'a-yı 'Ulûm-ı Riyâziye. *Dört Öğe*(2), 67-106.

Thomas, J. (2005). *Thomas' Calculus* (11. b.). USA: Pearson Education.

Topdemir, H. G., & Unat, Y. (2009). *Bilim Tarihi.* Ankara: Pegem Akademi.

Tosun, A. R. (2007). *Hüseyin Rıfkı Tamani'nin Çalışmaları Işığında Öklit Geometrisinin Türkiye'ye Girişi.* Ankara: Ankara Üni. Sosyal Bilimler Enst. (Yayımlanmamış Doktora Tezi).

Tuncer, T. (1995). *Matematik Sözlüğü.* İstanbul: İstanbul Üniversitesi Fen Fakültesi Döner Sermaye İşletmesi Prof. Dr. Nasım Terzioğlu Basım Atölyesi.

Uluçay, Ç., & Karatekin, E. (1958). *Yüksek Mühendis Okulu (Yüksek Mühendis ve Yüksek Mimar Yetiştiren Müesseselerin Tarihi).* İstanbul: Berksoy Matbaası.

Vasıf, M. (1315/1897). *Hendese-i Halliye-i Musattaha ve Kutû'-i Mahrûtiye*. İstanbul: Mahmud Bey Matbaası.

Woepcke, F. (1851). *L'algébre D'omar Alkhayyam.* Paris: Benjamin Duprant.

Yanyalı M. Esad B. (1316/1898). *Mebâhis-i Riyâziye.* İstanbul: Mekeb-i Fünûn-u Harbiye Matbaası.

Yanyalı M. Esad B. (1329/1913). *Hendese-i Musattaha* (3. b.). İstanbul: Mekteb-i Fünûn-i Harbiye Matbaası.

Yayın Kurulu. (1943). Değerli Matematikçimiz Şükrü Sayan'ın Ölümü. *Ankara Üniversitesi Dil ve Tarih-Coğrafya Fakültesi Dergisi, I*(5), 194.

Yıldırım, C. (2010). *Matematiksel Düşünme.* İstanbul: Remzi Kitabevi.

Yüngül, N. (1952). Ord. Prof. Fikri Santur, Hayatı-Şahsiyeti-Eserleri. *Ord. Prof. Fikri Santur'un (1878-1951) Hatırasına*, 1-18.

Zeki, S. (1315/1897). *Kâmûs-ı Riyâziyyât* (Cilt 1). İstanbul: Karabet Matbaası.

Zeki, S. (1331/1912). *Dârü'l-fünûn Konferansları* (Cilt 2). İstanbul: Matbaa-i Âmire.

Zeki, S. (2004). *Âsar-ı Bâkiye-Bilginlerin Yaşamları ve Yapıtları* (Cilt 3). (M. Dosay Gökdoğan, R. Demir, & M. Kılıç, Dü) Ankara: Babil.

ÖZET

Osmanlılar'da 18. yüzyılda başlayan modernleşme hareketleri, her alanda olduğu gibi bilimsel alanda da kendini göstermiştir. Son dönem Osmanlı aydınlarının en büyük çabası, Batı'daki modern bilimlerin ülkeye aktarılması olmuştur. Modern matematiğin en temel uğraş alanlarından biri olan analitik geometri, Osmanlı Modernleşme Dönemi'nde ülkeye aktarılan bilim dallarından biridir.

Analitik geometri hariç, Osmanlıca'ya aktarılan bilimsel çalışmalar hakkında çeşitli araştırmalar yürütülmüştür. Ancak Osmanlılar'da analitik geometri, hiçbir araştırmaya konu teşkil etmediğinden, aydınlatılması gereken bir alan olarak karşımıza çıkmaktadır. Söz konusu eksikliği gidermek adına, Osmanlıca yazılmış dokuz farklı yazarın, biri telif olmak üzere, toplamda onbir eseri tespit edilerek incelenmiştir. Başhoca İshak Efendi, Ahmed Zihnî Efendi ve Şükrü Sayan'ın eserleri, öne çıkan bazı özelliklerinden dolayı daha ayrıntılı incelenmiştir.

Modern matematiğin Osmanlılar'a girdiği ilk kaynak olma özelliğine sahip, Başhoca İshak Efendi'nin *Mecmûa-i Ulûm-ı Riyâziye* (1842) adlı eserinde Descartes'ın geometri çalışmalarından bahsedilmemesine rağmen, analitik geometrinin kullanıldığı tarafımızca tespit edilmiştir. İntegral kalkülüste olduğu gibi, analitik geometriyi de Osmanlılar'a ilk tanıtan Başhoca olmuştur.

Ahmed Zihnî Efendi'nin *Hendese-i Halliyye* (1892) adlı eseri, Osmanlılar'da yazılmış ilk analitik geometri kitaplarından biridir. Bu eserin modern analitik geometri anlatımını yakaladığı, işlem hatalarından uzak ve anlaşılır bir dile sahip olduğu görülmüştür. Zihnî Efendi'nin Başhoca'nın çok ötesinde analitik geometriye vakıf olduğu söylenebilir.

Osmanlıca kaleme alınmış en üst düzey analitik geometri kitaplarından biri, Şükrü Sayan'ın Fransız kaynaklardan yararlanarak kaleme aldığı *Hendese-i Tahlîliyye* (1915) adlı eseridir. Ayrıca kitabının sonuna eklediği makaleyle Şükrü Bey, Argand sistemine alternatif "yeni bir yaklaşım" ortaya koyduğunu belirtmektedir.

Tüm kitaplar dikkate alındığında, yazarların askerî kökenli, faydalanılan kaynakların ise ağırlıklı olarak Fransızca olduğu belirlenmiştir.

ABSTRACT

Modernization movements that started in the 18th century in the Ottoman Empire also manifested itself in the scientific field as it did in every field. The greatest endeavor of late Ottoman intellectuals was the transfer of the modern sciences from the West to the country. Analytical geometry, which is one of the most important fields of work in modern mathematics, is one of the branches of science transferred to the Ottomans in the Modernization Period.

Except for analytical geometry, various researches have been carried out so far about scientific studies transferred to the Ottoman Empire. However, since analytical geometry does not constitute a subject for any research in the Ottomans, it is an antagonism as an area that needs to be elucidated. In this paper, in order to make up for the shortcoming therein, eleven works in total are examined including nine works written in Ottoman language and one work in copyright. The works of Başhoca İshak Efendi, Ahmed Zihni Efendi and Şükrü Sayan are examined in more detail due to some of their prominent features.

Despite the fact that Descartes's geometry studies were not mentioned in Başhoca İshak Efendi's work titled *Mecmûa-i Ulûm-ı Riyâziye* (1842), which is the first source of modern mathematics in the Ottoman Empire, we found out that analytical geometry was used during the time. As it happened with integral calculus, Başhoca took the first step to introduce analytical geometry to the Ottoman Empire.

One of the first analytic geometry books of the Ottomans is *Hendese-i Halliyye* (1892) which was written by Ahmed Zihnî Efendi. It has been found out that this work captured modern analytical geometry, and had a clear manner of telling and included

no calculation errors. It can be argued that Zihni Efendi was far beyond Başhoca in terms of his knowledge for analytical geometry.

One of the top-level analytical geometry books in Ottoman history is *Hendese-i Tahlîliyye* (1915) written by Şükrü Sayan with the usage of French sources. In addition, in his article added to the end of the book, Şükrü Bey stated that he had put forward a ‘’new approach’’ alternative to the Argand system.

When all the books are taken into consideration, it has been determined that the authors were of military origin and the resources used were predominantly French.