

Ankara Üniversitesi
ZİRAAT FAKÜLTESİ

Yayın No: 1541
Deer Kitabı: 494

AKIŞKANLAR MEKANİĞİ

(Gözden geçirilmiş 2. baskı)

Prof. Dr. Rahmi KESKİN

Prof. Dr. Metin GÜNER

Ankara Üniversitesi Ziraat Fakültesi
Tarım Makinaları Bölümü

ANKARA
2004

Ankara Üniversitesi
ZİRAAT FAKÜLTESİ

Yayın No: 1541
Ders Kitabı: 494

AKIŞKANLAR MEKANİĞİ

(Gözden geçirilmiş 2. baskı)

Prof. Dr. Rahmi KESKİN

Prof. Dr. Metin GÜNER

Ankara Üniversitesi Ziraat Fakültesi
Tarım Makinaları Bölümü

ANKARA

2004

İÇİNDEKİLER

	SAYFA
ÖNSÖZ	
İÇİNDEKİLER	i
ŞEKİLLER DİZİNİ	iii
ÇİZELGELER DİZİNİ	v
1. AKIŞKANLARIN TEMEL ÖZELLİKLERİ	1
1.1. Giriş	1
1.2. Boyutlar ve Birimler	2
1.3. Kütle ve Ağırlık İlişkileri	5
1.4. İdeal Gaz Kanunu	6
1.5. Viskozite	7
1.6. Reoloji	17
1.7. Elastislik Modülü	19
1.8. Ses Hızı ve Mach Sayısı	21
1.9. Buhar Basıncı	21
1.10. Yüzey Gerilmesi	22
1.11. Akışkanların Temel Özellikleriyle İlgili Uygulama Örnekleri	27
2. AKIŞKAN STATİĞİ	41
2.1. Bir Noktadaki Basınç	41
2.2. Hidrostatik Temel Denge Denklemi	43
2.3. Basınç Değişimi	44
2.4. Atmosfer Sıcaklığı ve Atmosfer Basıncının Değişimi	46
2.5. Basıncın Ölçümü	47
2.6. Düzlemsel Yüzeylere Etkiyen Hidrostatik Kuvvet	52
2.7. Eğrisel Yüzeylere Etkiyen Hidrostatik Kuvvet	57
2.8. Kaldırma Kuvveti	59
2.9. Blok Halinde Sabit İvme ile Hareket Eden Akışkanlar	60
2.10. Akışkan Statığıyla İlgili Uygulama Örnekleri	61
3. AKIŞKAN DİNAMİĞİ	81
3.1. Newton'un İkinci Kanunu	81
3.2. Akım Çizgisi	82
3.3. Akım Çizgisi Boyunca Bernoulli Eşitliği	83
3.4. Akım Çizgisine Dik Yönde Bernoulli Eşitliği	84
3.5. Statik, Dinamik, Ölü Nokta ve Toplam Basınç	85
3.6. Süreklilik Denklemi	88
3.7. Bernoulli Eşitliğinin Uygulama Alanları	88
3.7.1. Orfisi (Sukbe)	89
3.7.2. Sifon	91
3.7.3. Verdi ölçümü	92
3.8. Enerji Çizgisi ve Hidrolik Eğim Çizgisi	95
3.9. Bernoulli Eşitliğinin Uygulama Kısıtları	97
3.10. Akışkan Dinamiği ve Bernoulli Eşitliğiyle İlgili Uygulama Örnekleri	99

	SAYFA
4. AKIŞKANLARIN KİNEMATİĞİ	119
4.1. Hız Alanı	119
4.2. Lagrange ve Euler Akış	119
4.3. Bir, İki ve Üç Boyutlu Akımlar	120
4.4. Akım Çizgisi, Yörünge ve Çıkış Çizgisi	121
4.5. Düzenli, Düzensiz, Homojen ve Homojen Olmayan Akımlar	121
4.6. Maddesel Türev	122
4.7. Akım Çizgisi Koordinatları	125
4.8. Silindirik (polar) Koordinatlar	126
4.9. Akışkanların Kinematığıyla İlgili Uygulama Örnekleri	127
5. BORULARDAKİ VISKOZ (SÜRTÜNME) AKIM	143
5.1. Boru Akımının Genel Özellikleri	143
5.2. Akım Tipleri	143
5.3. Giriş Bölgesi ve Tam Gelişmiş Akım	144
5.4. Tam Gelişmiş Laminer Akım	146
5.5. Tam Gelişmiş Türbülans Akım	149
5.6. Moody Diyagramı	157
5.7. Şekil (yersel) Kayıpları	162
5.8. Dairesel Olmayan Borulardaki Kayıplar	168
5.9. Sürtünme Kayıplarının Ampirik (DeneySEL) Formüllerle Hesaplanması	170
5.10. Boru Sistemleri Çözüm Yöntemleri	173
5.11. Boruların Kolları Ayrılması	174
5.12. Pompa Bulunan Boru Hatları	177
5.13. Borularda Veri Ölçümleri	178
5.14. Borularda Viskoz (Sürtünmeli) Akım ile İlgili Uygulama Örnekleri	181
6. AÇIK KANAL AKIMLARI (SERBEST YÜZEYLİ AKIMLAR)	207
6.1. Giriş	207
6.2. Açık Kanal Akımlarının Genel Özellikleri	207
6.3. Yüzey Dalgaları	210
6.4. Açık Kanallarda Enerji	213
6.5. Uçgen ve Yamuk Bıçimli Kanallarda Kritik Derinlik ve Kritik Hız	220
6.6. Üniform Derinlikteki Kanal Akımları	224
6.6.1. Chezy ve Manning eşitlikleri	224
6.6.2. En uygun kesitin saptanması	226
6.7. Hidrolik Sıçrama	232
6.8. Keskin Kenarlı Savaklar	237
6.9. Geniş Kenarlı Savaklar	241
6.10. Kapaktar	243
6.11. Açık Kanal Akımlarıyla İlgili Uygulama Örnekleri	245
KAYNAKLAR	255
INDEX	259

Ö N S Ö Z

Bu kitap Ankara Üniversitesi Ziraat Fakültesi öğrencilerinin eğitim ve öğretim gereksinimlerini karşılamak amacıyla hazırlanmış bir ders kitabıdır. Kitap hazırlanırken Akışkanlar Mekaniği(M.M. Soğukoğlu), Hidrolik(B.M. Sümer, İ. Ünsal ve M. Bayazıt) ve Fundamental of Fluid Mechanics(B.R. Munson, D.F. Young ve T.H. Okishi) adlı eserler temel alınmıştır. Bunun yanında A.Ü.Z.F. Tarım Makinaları Bölümü'nde verilen akışkanlar mekaniği ders notları ve kaynak bölümünde verilen literatürlerden yararlanılmıştır. Akışkanlar Mekaniği Kitabı 6 bölümden meydana gelmiştir. Her bölümün sonunda öğrencinin konuyu daha iyi anlaması ve öğrendiğini pratiğe aktarabilmesi için çözümlü uygulamalar örnekleri verilmiştir. Kitabın I. bölümünde akışkanların temel özellikleri, II. Bölümünde akışkan statik, III. bölümde akışkan dinamiği, IV. bölümde akışkanların kinematiği, V. bölümde borulardaki sürtümlü akım ve son bölüm olan VI. bölümde açık kanal akımları incelenmiştir.

Kitabın yazımındaki yardımlarından ötürü Uzman Mücahit ŞAR'a ve çözümleri yapan Teknik Ressam Mehmet Doğan İLERİ'ye teşekkür ederiz.

Kitabın öğrencilere ve ilgililere yardımcı olmasını diler, saygılar sunarız.

Prof. Dr. Rahmi KESKİN

Prof. Dr. Metin GÜNER

ŞEKİLLER DİZİNİ

	SAYFA
Şekil 1.1.	İki paralel plaka arasındaki akışkan hareketi
Şekil 1.2.	Bazı akışkanların viskozitelerinin sıcaklıkla değişimi
Şekil 1.3.	Döner viskozimetre
Şekil 1.4.	Akma yöntemi
Şekil 1.5.	Doğadaki materyallerin reolojik davranışları
Şekil 1.6.	Sıvı içerisinde (a) ve havayla temasta (b) bulunan moleküle etkili kuvvetler
Şekil 1.7.	Sıvı damlasının yarsına etkili olan kuvvetler
Şekil 1.8.	Kılcal borularda sıvının yükselmesi ve alçalması
Şekil 2.1.	Üçgen akışkan taneciği
Şekil 2.2.	Düşey doğrultuda basıncın değişimi
Şekil 2.3.	Su cenderesi
Şekil 2.4.	Yüksekliğe bağlı olarak sıcaklık ve basınç değişimi
Şekil 2.4.	Basınç çeşitleri
Şekil 2.6.	Barometre (a.kuru tip, b. cıvalı)
Şekil 2.7.	Kuru tip manometre
Şekil 2.8.	Piyezometre borusu
Şekil 2.9.	U-manometresi
Şekil 2.10.	Eğimli manometre
Şekil 2.11.	Eğimli yüzeyde basınç kuvveti ve konumu
Şekil 2.12.	Bazı geometrik şekiller ve özellikleri
Şekil 2.13.	Düşey dikdörtgen yüzeydeki basınç prizması
Şekil 2.14.	Serbest sıvı yüzeyinden aşağıdaki dikdörtgen yüzeyin basınç prizması
Şekil 2.15.	Eğimli dikdörtgen yüzeyin basınç dağılımı
Şekil 2.16.	Eğrisel yüzeye gelen hidrostatik kuvvet
Şekil 2.17.	Sabit ivmeli düzgün harekette serbest sıvı yüzeyi
Şekil 2.18.	Cebri vortekste serbest sıvı yüzeyi
Şekil 3.1.	Akım çizgisi ve tanecek hareketi
Şekil 3.2.	Basıncın ölçümü
Şekil 3.3.	Statik pitot tüpü
Şekil 3.4.	Tank tabanına açılmış orifisten sıvı akışı
Şekil 3.5.	Keskin kenarlı orifte büzülme etkisi
Şekil 3.6.	Değişik orfis düzenlemeleri ve büzülme katsayıları
Şekil 3.7.	Sifon
Şekil 3.8.	Borulardaki verdi ölçülmesinde kullanılan ölçüm cihazları
Şekil 3.9.	Açılır-kapanır kapı
Şekil 3.10.	Savaklarda verdi ölçümü
Şekil 3.11.	Enerji (EÇ) ve hidrolik eğim (HEÇ) çizgisi
Şekil 4.1.	Akışkan taneciğinin (t) anındaki konumu ve hızı
Şekil 4.2.	Akım çizgisi koordinatları
Şekil 4.3.	Silindirik (polar) koordinatlar
Şekil 5.1.	Akım tipleri ve zamana bağlı hız değişimi
Şekil 5.2.	Borudaki akım bölgeleri

Şekil 5.3.	Yatay boruda basınç dağılımı	146
Şekil 5.4.	Borudaki kayma gerilmesi dağılımı ve hız profilleri	147
Şekil 5.5.	Borudaki akışkanda akım tipleri	151
	SAYFA	
Şekil 5.6.	Türbülans akımda hızlar	151
Şekil 5.7.	Türbülans akımın yapısı	152
Şekil 5.8.	Boruda türbülans hız dağılımının yapısı	156
Şekil 5.9.	Re sayısına bağlı n değerleri	156
Şekil 5.10.	Moody diyagramının şematik resmi	159
Şekil 5.11.	Moody diyagramı	161
Şekil 5.12.	Girişler ve r/D oranına bağlı şekil katsayıları	163
Şekil 5.13.	Çıkışlar	164
Şekil 5.14.	Boruda çap değişikliği nedeniyle oluşan kayıplar	165
Şekil 5.15.	90°'lik dirsek ve şekil katsayıları	166
Şekil 5.16.	Seri (a) ve paralel (b) boru sistemleri	175
Şekil 5.17.	Düğüm noktalı çoklu boru sistemi	176
Şekil 5.18.	Üç depolu boru sistemi	177
Şekil 5.19.	Pompa bulunan boru sistemi	178
Şekil 5.20.	Orifis metre	179
Şekil 5.21.	Orifis metre verdi katsayısı	179
Şekil 5.22.	Lüleler ve lüle verdi katsayısı	180
Şekil 5.23.	Venturimetre ve verdi katsayıları	181
Şekil 6.1.	Açık kanal akımları	208
Şekil 6.2.	Küçük eğimli kanalda basınç dağılımı	210
Şekil 6.3.	Sürekli (sinüzoidal) yüzey dalgalanmaları	211
Şekil 6.4.	Dalga boyuna bağlı dalga hızı	212
Şekil 6.5.	Sıvı ve dalga hızı	212
Şekil 6.6.	Açık kanalda yükseklikler	213
Şekil 6.7.	Verdi sabit iken özgül enerji-derinlik ilişkileri	215
Şekil 6.8.	Özgül enerji sabit iken verdi-derinlik ilişkileri	216
Şekil 6.9.	Üçgen kesitli kanal	222
Şekil 6.10.	Yamuk kesitli kanal	223
Şekil 6.11.	Açık kanalda üniform akımdaki kontrol hacmi	224
Şekil 6.12.	Yamukta en uygun kesit ölçüleri	231
Şekil 6.13.	Dairesel kesitli kanal (a) ve maksimum verdigranlığı (b)	232
Şekil 6.14.	Hidrolik sıçrama	233
Şekil 6.15.	Akma zıt (tıçrama önündeki) Froude sayısının (Fr_1) fonksiyonu olarak hidrolik sıçramadaki derinlik oranları	235
Şekil 6.16.	Akma zıt (tıçrama önündeki) Froude sayısının (Fr_1) fonksiyonu olarak hidrolik sıçramadaki boyutsuz yük kaybı	235
Şekil 6.17.	Değişik hidrolik sıçramalar	237
Şekil 6.18.	Keskin kenarlı savak geometrisi	237
Şekil 6.19.	Keskin kenarlı savak çeşitleri	238
Şekil 6.20.	Savakta kabul edilen akışın yapısı	239
Şekil 6.21.	Üçgen savakta savak katsayısı (C_d)	241
Şekil 6.22.	Geniş kenarlı savak geometrisi	241
Şekil 6.23.	Kapı çeşitleri	243
Şekil 6.24.	Verdi katsayıları	244
Şekil 6.25.	Düşey kapakta batmış akım	244

ÇİZELGELER DİZİNİ

		<u>SAYFA</u>
Çizelge 1.1.	Temel fiziksel büyüklükler ve boyutları	3
Çizelge 1.2.	Bazı büyüklükler ve birimler	4
Çizelge 1.3.	Birimler ve dönüşümler	4
Çizelge 1.4.	Bazı sıvı akışkanlarının fiziksel özellikleri	7
Çizelge 1.5.	Bazı gaz akışkanlarının fiziksel özellikleri	7
Çizelge 1.6.	Bazı akışkanların yoğunluk ve kinematik viskoziteleri	13
Çizelge 5.1.	Boruların muşak pürüzlülük değerleri	162
Çizelge 5.2.	Yardımcı boru parçalarında şekil katsayısı(K)	167
Çizelge 5.3.	Laminer akımda dairesel olmayan borulardaki sürtünme katsayısı	169
Çizelge 5.4.	Williams-Hazen formülü için W katsayısı	171
Çizelge 5.5.	Blair formülleri için boru tiplerinin sınıfları	172
Çizelge 6.1.	Bazin formülündeki Bz katsayısı	226
Çizelge 6.2.	Ganguillet ve Kutter formülündeki N katsayısı	227
Çizelge 6.3.	Kutter formülündeki m katsayısı	227
Çizelge 6.4.	Suyun iletiminde Manning katsayısı	229
Çizelge 6.5.	Hidrolik sıramaların sınıflandırılması	236

1. AKIŞKANLARIN TEMEL ÖZELLİKLERİ

1.1. Giriş

Fizik doğada karşılaşılan her çeşit olayı inceleyen bilim dalıdır ve beş bölümden oluşmaktadır. Bunlar; ışık, ısı, elektrik, ses ve mekaniktir. Işık, cisimleri görmeyi, renkleri ayırt etmeyi sağlayan, ısı ise bir cismin uzamasına, erimesine, genişlemesine, buharlaşmasına, sıcaklığının artmasına, bir iş yapmasına neden olan fiziksel enerjidir. Elektrik, maddenin elektron, proton gibi parçacıklarının hareketiyle ortaya çıkan enerji çeşididir. Kulağın duyabildiği titreşimlere ses denir. Mekanik, kuvvetlerin etkisi altında cisimlerin denge veya hareket koşullarını inceleyen bilim dalıdır. Mekanik üç kısımdan meydana gelmektedir;

- Katı cisimler mekaniği
- Şekli bozulabilen cisimler mekaniği
- Akışkanlar mekaniği

Akışkanlar mekaniği durgun ve hareket halindeki gazların ve sıvıların davranışlarını inceleyen, uygulamalı bilim dalıdır. Vücudumuzdaki kan damarlarından petrol boru hatlarına kadar geniş bir alanı kapsamaktadır. Akışkanın bulunduğu her yerde akışkanlar mekaniği vardır. Akışkanlar bulunduğu gibi gaz ve sıvılardan oluşmaktadır. Akışkan, kuvvet (kayma gerilmesi) uygulandığında sürekli deformasyona uğrayan bir maddedir. Akışkanlar mekaniği genel olarak;

- Akışkan statik
- Akışkan dinamik
- Akışkan kinematik

bölümlerinden oluşmaktadır. Akışkan statik akışkanların hareketsiz durumdaki mekaniğiyle ilgilenmektedir. Denge koşullarını ve denge halindeki hareketsiz akışkanlara etki eden kuvvetleri ele almaktadır. Akışkanların hızları ve akım çizgileriyle ilgilenen bölüm ise akışkan kinematiktir. Akışkan dinamikinde akışkanların hızları ve ivmeleri arasındaki ilişkiler ve hareket halindeki akışkanların üzerine gelen kuvvetler incelenir. Akışkanlar mekaniğinin sıvılarla ilgilenen bölümü teorik ve deneysel (ampirik) olmak üzere iki kısımda incelenir. Akışkanlar mekaniğinin sıvılarla ilgilenen deneysel kısmına hidrolik adı verilmektedir. Hidrolik, akışkanlar mekaniğinin akışkanlamayan akışkanlara (sıvılar) ait deneysel esaslara dayalı tekniktir. Uygulamasıdır ya da durgun ve hareket halinde bulunan sıvıların hareketlerini ve bunların ilgili tesislerle olan karşılıklı ilişkilerini inceleyen bilim dalıdır.

Katılarla akışkanlar arasındaki en temel farklılık katıların sert ve kolayca deforme olmamasıdır. Gerçek katı cisimler, üzerine uygulanan kuvvetin yarattığı kayma gerilmesinin etkisiyle biçim değiştirir. Gerilmenin belli bir değerine kadar cisim esnektir ve kuvvetin etkisi kalkınca eski biçimine geri döner. Ancak gerilme belli bir değeri aşınca esneklik kalmaz.

ve cisim eski durumuna dönme özelliğini kaybeder ve akmaya başlar. Akışkanlar ise değeri ne kadar küçük olursa olsun kayma gerilmesi yaratan kuvvetin etkisinde kalır. Dolayısıyla akışkan en küçük bir kuvvetin etkisinde, uygulanan kuvvet kayma gerilmesi yaratıyorsa hemen biçim değiştirir ve akmaya başlar. Bu nedenle duran bir akışkan hiçbir zaman kayma gerilmesi taşıyamaz. Akışkanlar içerisinde sıvılar bulundukları kabın şeklini alırlar. Moleküller arasındaki çekim kuvvetleri sıvıları bir arada tutar. Ancak belli bir şekil almasını sağlayamaz. Moleküller arası bağlayıcı kuvvet nedeniyle atmosfer ile serbest yüzey oluştururlar. Gazlar bulundukları kabı doldurur ancak belirli bir hacim ve şekil meydana getiremezler. Moleküller daima hareket halinde ve çarpışarak birbirlerinden uzaklaşma eğilimindedirler. Kokunun yayılması buna güzel bir örnektir. Gazların üzerindeki basınç kaldırılınca sürekli genişlerler ve bu nedenle gazlar hiçbir zaman serbest yüzey veya atmosferik yüzey oluşturamazlar. Ancak bir sıvı veya katı ile ortak yüzey oluşturabilirler. Sıvılar sıkıştırılmayan ya da çok az sıkıştırılabilen akışkanlardır. Çok büyük basınçlar altında hacimlerinde çok küçük bir değişme meydana gelir. Gazlar ise kolay sıkıştırılabilirler. Gaz, üzerine uygulanan basıncın durumuna göre kolayca sıkışıp, genişleyebilir.

1.2. Boyutlar ve Birimler

Boyut fiziksel bir değişkeni miktar olarak ifade eden bir ölçüdür. Birim ise boyut miktarına bir sayı atfetmenin özel bir yoludur. Boyut "Boyut Analizi" gibi teknikle büyük katkıları olan bir yaklaşım yönteminin geliştirilmesini sağlayan kavramdır. Birimler ise büyüklüklere ya da boyutlara anlam kazandırılır.

Akışkanlar mekaniğinde tüm boyutlar 4 esas boyuttan türetilmiştir. Bunlar; kütle (M), uzunluk (L), zaman (T) ve sıcaklık (θ) dir. Sıcaklığı sabit alırsak esas boyutlar üçe iner. Elektromanyetik etkilerin önemli olduğu bazı akışkanlar mekaniği problemlerinde esas boyut sayısını elektrik akımı olan I'yı da ilave ederek beşe çıkarmak olanaklıdır. Ancak akışkanlar mekaniği dersinde sıcaklık sabit kabul edilerek, üç esas boyut kullanılacaktır.

MLT ve FLT olmak üzere iki boyut sistemi vardır. MLT sisteminde temel boyut kütle (M), FLT sisteminde temel boyut kuvvet (F) alınmış olup diğer iki boyut (uzunluk ve zaman) aynıdır. Newton'un ikinci yasasına göre kütle ile ivmenin çarpımı kuvveti vermektedir. Bu nedenle FLT sisteminde kütlelerin boyutu; $M = FL^{-1}T^2$;MLT sistemindeki kuvvetin boyutu ise; $F = MLT^{-2}$ ile gösterilir. Tüm büyüklüklerin boyutları o büyüklüğün tanımından elde edilebilir. Hangi sistemin kullanıldığı önemli değildir. Çizelge 1.1'de FLT ve MLT sistemindeki büyüklük ve boyutlar verilmiştir. Bugün uygulamada yaygın olarak 3 birim sistemi kullanılmaktadır. Bunlar;

- CGS
- SI
- Teknik ölçü sistemidir.

CGS birim sisteminde kuvvet veya ağırlık türetilmiş birim olup " gcm.s^{-2} " veya kısaca " dyn " ile ifade edilmektedir. Kütle birimi gram (g)'dir. SI birim sisteminde kütle birimi kg olup kuvvet ve ağırlık birimleri türetilmiştir.

Kuvvet ve ağırlığın birimi kg.m.s^{-2} ya da Newton (N)'dur. Teknik ölçü birim sistemi ise FLT boyut sistemine dayalı birim sistemidir. Kütle yerine asal birim olarak ağırlık ya da kuvvet alınmış olup kilopond (kp) ile gösterilmektedir. Kütle birimi türetilmiş olup birimi $\text{kp.m}^{-1}\text{s}^{-2}$ 'dir. SI ve teknik ölçü birim sistemlerinde kütle ve kuvvetin geçmediği birimler aynı olup, kütle ve kuvvetin geçtiği birimlerde ise yerçekimi ivmesi ($g = 9,81 \text{ m/s}^2$) kadar bir farklılık bulunmaktadır. $1 \text{ kp} = 9,81 \text{ kgm.s}^{-2} = 9,81 \text{ N}$ alındığında birimler arasında kolayca uyum sağlanmış olur. Çizelge 1.2'de bazı büyüklüklerin birimleri ve çizelge 1.3'de ise birimler arasındaki dönüşümler verilmiştir.

Çizelge 1.1. Temel fiziksel büyüklükler ve boyutları

Büyüklük	Boyutlar	
	FLT	MLT
İvme	LT^{-2}	LT^{-2}
Açı	$\text{F}^0\text{L}^0\text{T}^0$	$\text{M}^0\text{L}^0\text{T}^0$
Açısal ivme	T^{-2}	T^{-2}
Açısal hız	T^{-1}	T^{-1}
Alan	L^2	L^2
Özgül kütle	FL^{-1}T^2	ML^{-3}
Enerji	FL	ML^2T^{-2}
Kuvvet	F	MLT^{-2}
Frekans	T^{-1}	T^{-1}
Isı	FL	ML^2T^{-2}
Uzunluk	L	L
Kütle	FL^{-1}T^2	M
Elastiklik modülü	FL^{-2}	$\text{ML}^{-1}\text{T}^{-2}$
Kuvvet momenti	FL	ML^2T^{-2}
Alan atalet momenti	L^4	L^4
Kütle atalet momenti	FLT^2	ML^2
Momentum	FT	MLT^{-1}
Güç	FLT^{-1}	ML^2T^{-3}
Basınç	FL^{-2}	$\text{ML}^{-1}\text{T}^{-2}$
Özgül ısı	$\text{L}^2\text{T}^{-2}\text{g}^{-1}$	$\text{L}^2\text{T}^{-2}\text{g}^{-1}$
Özgül ağırlık	FL^{-3}	$\text{ML}^{-3}\text{T}^{-2}$
Uzama	$\text{F}^0\text{L}^0\text{T}^0$	$\text{M}^0\text{L}^0\text{T}^0$
Gerilme	FL^{-2}	$\text{ML}^{-1}\text{T}^{-2}$
Yüzey gerilmesi	FL^{-1}	MT^{-2}
Sıcaklık	θ	θ
Zaman	T	T
Tork ya da moment	FL	ML^2T^{-2}
Hız	LT^{-1}	LT^{-1}
Dinamik viskozite	FL^{-1}T	$\text{ML}^{-1}\text{T}^{-1}$
Kinematik viskozite	L^2T^{-1}	L^2T^{-1}
Hacim	L^3	L^3
İş	FL	ML^2T^{-2}

Çizelge 1.2. Bazı büyüklükler ve birimler

Büyüklik	Birim		
	CGS	SI	Teknik Ölçü
Kütle (m)	g	kg	kp.s ¹ /m
Uzunluk (L)	cm	m	m
Zaman (t)	s	s	s
Kuvvet (F)	(gcm/s ²) dyn	Newton (kgm/s ²)	kp
Alan (A)	cm ²	m ²	m ²
Hacim (V)	cm ³	m ³	m ³
Hız (V)	cm/s	m/s	m/s
İvme (a)	cm/s ²	m/s ²	m/s ²
Basınç (P)	dyn/cm ²	N/m ²	kp/m ²
Enerji (E)	dyn.cm	N.m	kp.m
Dinamik viskozite (μ)	dyn.s/cm ² (g/cm.s)	N.s/m ² (Pa=kg/m.s)	kp.s/m ²
Kinematik viskozite (ν)	cm ² /s	m ² /s	m ² /s
Özgül kütle (ρ)	g/cm ³	kg/m ³	kp.s ³ /m ⁴
Özgül ağırlık (γ)	dyn/cm ³	N/m ³	kp/m ³
Güç (N)	Erg/s	N.m/s	kp.m/s

Çizelge 1.3. Birimler ve dönüşümler

Büyüklik	Dönüşüm
Uzunluk	1 m= 100 cm= 39,37 inç= 3,281 ft
Alan	1 m ² = 1.10 ⁴ cm ² = 1.10 ⁻² ar= 1.10 ⁻⁴ ha= 1.10 ⁻⁶ km ² = 1550 inç ² = 10,76 ft ²
Hacim	1 dm ³ (L)= 0,001 m ³ = 1000 cm ³ = 61,02 inç ³ = 3,532.10 ⁻³ ft ³
Kütle	1 kg= 1000 g= 2,205 lb (pound)= 0,102 kp.s ¹ /m
Kuvvet	1 N= 1.10 ⁻⁵ dyn= 0,102 kp
Basınç	1 Pa= 1 N/m ² = 1.10 ⁻⁵ bar= 0,102 kp/m ² = 10 dyn/cm ² = 0,7501.10 ⁻³ mmHg= 10,25.10 ⁻³ mSS= 0,9859.10 ⁻⁵ atm = 1,0197.10 ⁻⁵ at
Güç	1 kW= 1000 W= 1,36 BG(PS)= 1,34 HP= 102 kpm/s = 0,239 kcal/s
İş ve enerji	1 J= Nm= 0,102 kpm= 2,778.10 ⁻⁷ kWh= 3,777.10 ⁻⁷ BGh = 2,388.10 ⁻⁴ kcal= 1.10 ⁷ erg
Hız	1 km/h= 0,2778 m/s= 16,67 m/min
Kütleysel veri	1 kg/s= 3600 kg/h= 3,6 t/h
Hacimsel veri	1 m ³ /s= 3600 m ³ /h= 3,6.10 ³ dm ³ /s
Moment	1 Nm= 1.10 ⁷ dyncm= 10200 gcm= 0,102 kpm
Açısal hız	rad/s= 2πn/60 n= min ⁻¹
Dinamik viskozite	1 Pas= 1 N.s/m ² = 1 kg/m.s= 10 poise (g/cm.s= dyn s/cm ²) = 1000 cp (centipoise)= 0,102 kp.s/m ²
Kinematik viskozite	1 m ² /s= 1.10 ⁴ st(stoke= cm ² /s)= 1.10 ⁶ cst (centistoke= mm ² /s)= 3,6.10 ³ m ² /h
Yüzey gerilimi	N/m= 1000 dyn/cm= 0,102 kp/m

1.3. Kütle ve Ağırlık İlişkileri

Kütle: Bir cismin ağırlığının yerçekimi ivmesine bölümüne eşittir. Skaler bir büyüklüktür. Bir cismin madde miktarıyla ilgili bir özelliğidir. Birimi SI birim sisteminde kg'dır. Kütle terazisi ile ölçülür. Her yerde aynıdır, değişmez. Sıcaklığı +4 °C ve 760 mmHg basıncında 1 cm³ saf suyun kütlesine 1 g denmiştir. Aynı koşullarda 1 dm³ saf suyun kütlesi de 1 kg'dır. Ancak su buharlaşacağı için tanımlanan su kütlesine eşit kütlede Platin-İridyum alaşımından yapılmış bir silindir alınmakta ve Paris yakınlarındaki Uluslararası Ağırlık ve Ölçüler Bürosu'nda saklanmaktadır.

$$m = \frac{W}{g} \text{ (kg)}$$

Ağırlık: Bir cisme yarı uyguladığı çekim kuvvetidir. Kütle sabit olmasına karşılık ağırlık değişkendir. Bunun nedeni çekim alanının sabit olmamasıdır. Bu nedenle vektörel bir büyüklüktür. Birimi kuvvet biriminin aynısı olup N'dur. Ağırlık dinamometre ile ölçülür. Cismin ağırlığı bulunduğu yere göre değişir. Örneğin bir cismin aydaki ağırlığı dünyadaki ağırlığının altıda biridir. Yine 1 kg lık bir kütleye etkiyen çekim kuvveti Kuzey kutbunda 9,832 N, İstanbul'da 9,80 N, Ankara'da 9,79 N ve Ekvator'da 9,78 N olarak ölçülür. Ekvatordan kutuplara gidildikçe çekim alan şiddeti büyür.

$$W = m \cdot g \text{ (N)}$$

Özgül(Öz) Kütle: Birim hacimdeki madde miktarıdır ve ρ (rho) ile gösterilir. Cisimler için ayırt edici özelliklerden birisidir. Bir bardak yağ ile bir tenake yağın hacim ve kütleleri farklı olmasına rağmen ikisi de aynı tür maddedir. Eğer özdeş iki bardağa yağ konulursa iki örneğinde kütleleri eşit olur. Düzgün demir çubuktan kesilen birer cm uzunluğundaki parçaların kütlelerinin eşit olduğu görülür. Buna göre aynı tür maddelerin birim hacimlerinde eşit miktarda madde bulunur. Her maddenin birim hacminin kütlesi birbirinden farklıdır. Birimi kg/m³'dür. Çizelge 1.4'de bazı sıvıların ve çizelge 1.5'de bazı gaz akışkanların özgül kütle ve diğer fiziksel özellikleri verilmiştir. Kütle sabit kalmak koşuluyla özgül kütle hacimle ters orantılıdır. Hacim arttıkça özgül kütle azalır.

$$\rho = \frac{m}{V} \text{ (kg/m}^3\text{)}$$

Özgül hacim: Birim madde miktarının hacmi olup özgül kütleye bağlı olarak aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$u = \frac{1}{\rho} \text{ (m}^3\text{/kg)}$$

Özgöl Ağırlık: Birim hacimdeki cismin ağırlığına özgöl ağırlık denir ve γ (gamma) ile gösterilir. Birimi N/m^3 'dir. Özgöl ağırlık ile özgöl kütle arasındaki ilişki aşağıdaki gibidir.

$$\gamma = \rho \cdot g = \frac{W}{V}$$

Yoğunluk: Cismin özgöl kütesinin $+4\text{ }^\circ\text{C}$ 'deki damıtık suyun özgöl kütesine oranına ya da bir cismin birim hacim ağırlığının aynı hacimdeki ve $+4\text{ }^\circ\text{C}$ 'deki suyun ağırlığına oranına denir. Özgöl kütle veya özgöl ağırlığın oranı olması nedeniyle yoğunluk birimsiz olup SG ile gösterilmektedir.

$$SG = \frac{\rho}{\rho_{su}}$$

Yukarıdaki eşitliklerde;

m : kütle (kg), W : ağırlık (N), V : hacim (m^3), g : $9,81\text{ } (m/s^2)$, ρ : özgöl kütle (kg/m^3), SG : Yoğunluk (-), ρ : Akışkanın özgöl kütesi (kg/m^3), ρ_{su} : Suyun özgöl kütesi (kg/m^3) dir.

1.4. İdeal Gaz Kanunu

Gaz akışkanlar, sıvı akışkanlarla karşılaştırıldıklarında yüksek oranda sıkıştırılabilirler. Gaz akışkanlar sıkıştırıldıklarında özgöl kütlelerinde, basınçlarında ve sıcaklıklarında değişimler meydana gelir. Bu değişimler;

$$P = \rho \cdot R \cdot T$$

bağıntısıyla ifade edilir. Bu eşitliğe "ideal" ya da "mükemmel" gaz kanunu ya da ideal gazın "durum" eşitliği denir. Yukarıdaki eşitlikte;

P : Mutlak basınç (Pa)
 ρ : Özgöl kütle (kg/m^3)
 T : Mutlak sıcaklık (K)
 R : Gaz sabiti ($J/kg \cdot K$)'dir.

Gaz sabiti, universal gaz sabiti olan M_R yardımıyla bulunabilir. $M_R = 8312\text{ } (Nm) / (kg \cdot mol \cdot K)$ olduğundan

$$R = \frac{8312}{M(kg/mol)} \text{ elde edilir. Buradaki } M, \text{ bağıl molekül kütesi}$$

olup hava için 29, karbon monoksit için 28,00; helyum için 4,00; hidrojen için 2,02; nitrojen için 28,00; oksijen için 32,00 ve su buharı için 18,00 alınabilir.

Çizelge 1.4. Bazı sıvı akışkanların fiziksel özellikleri

Akışkan	Özgül kütle ρ (kg/m^3)	Özgül ağırlık γ (kg/m^3)	Dinamik viskozite μ (Pase)	Kinematik viskozite ν (m^2/s)	Yüzey gerilimi (σ) (N/m)	Buhar basıncı P_v (N/m ²) (mutlak)	Elastisite modülü, (b) E_v (N/m ²)
Karbon Tetrahidrid (20 °C)	1590	15,6	$9,58 \cdot 10^{-4}$	$6,03 \cdot 10^{-7}$	$2,68 \cdot 10^{-2}$	$1,3 \cdot 10^5$	$1,31 \cdot 10^8$
Etil alkol (20 °C)	789	7,74	$1,19 \cdot 10^{-3}$	$1,51 \cdot 10^{-6}$	$2,26 \cdot 10^{-2}$	$6,9 \cdot 10^3$	$1,06 \cdot 10^8$
Gazyağı(c) (15,6 °C)	680	6,67	$3,1 \cdot 10^{-3}$	$4,6 \cdot 10^{-6}$	$2,2 \cdot 10^{-2}$	$6,5 \cdot 10^3$	$1,3 \cdot 10^8$
Glsen(20 °C)	1260	12,4	$1,50 \cdot 10^{-3}$	$1,19 \cdot 10^{-6}$	$6,33 \cdot 10^{-2}$	$1,4 \cdot 10^5$	$4,52 \cdot 10^8$
Civa(20 °C)	13600	133	$1,67 \cdot 10^{-3}$	$1,15 \cdot 10^{-7}$	$4,68 \cdot 10^{-2}$	$1,6 \cdot 10^5$	$2,85 \cdot 10^8$
Yağı(c) (SAE 30) (15,6 °C)	912	8,95	$3,6 \cdot 10^{-3}$	$4,2 \cdot 10^{-6}$	$3,6 \cdot 10^{-2}$	-	$1,5 \cdot 10^8$
Deniz suyu(15,6 °C)	1030	10,1	$1,20 \cdot 10^{-3}$	$1,17 \cdot 10^{-6}$	$7,34 \cdot 10^{-2}$	$1,77 \cdot 10^5$	$2,34 \cdot 10^8$
Tatlı su (15,6 °C)	999	9,80	$1,12 \cdot 10^{-3}$	$1,12 \cdot 10^{-6}$	$7,34 \cdot 10^{-2}$	$1,77 \cdot 10^5$	$2,15 \cdot 10^8$

a : Havayla temas koşulunda

b : Ses hızından hesaplanan izoentropik elastisite modülü

c : Elde edilen petrolün özelliğine göre değişebilir.

Çizelge 1.5. Bazı gaz akışkanların fiziksel özellikleri

Gazlar	Özgül kütle (ρ) (kg/m^3)	Özgül ağırlık γ (N/m ³)	Dinamik viskozite μ (Pase)	Kinematik viskozite ν (m^2/s)	Gaz sabiti R^* (J/kg K)	Özgül ısı oranı (γ)**
Hava (standart) (15 °C)	1,23	$1,20 \cdot 10^1$	$1,79 \cdot 10^{-4}$	$1,45 \cdot 10^{-6}$	$2,889 \cdot 10^3$	1,4
Karbondioksit (20 °C)	1,83	$1,80 \cdot 10^1$	$1,47 \cdot 10^{-4}$	$8,03 \cdot 10^{-7}$	$1,889 \cdot 10^3$	1,30
Helium(20 °C)	$1,66 \cdot 10^{-1}$	1,63	$1,94 \cdot 10^{-4}$	$1,15 \cdot 10^{-6}$	$2,077 \cdot 10^3$	1,60
Hidrojen(20 °C)	$8,38 \cdot 10^{-2}$	$8,22 \cdot 10^0$	$8,84 \cdot 10^{-4}$	$1,05 \cdot 10^{-6}$	$4,124 \cdot 10^3$	1,41
Metan (Doğal gaz) (20 °C)	$8,67 \cdot 10^{-1}$	8,54	$1,10 \cdot 10^{-4}$	$1,65 \cdot 10^{-6}$	$5,183 \cdot 10^3$	1,31
Nitrojen(20 °C)	1,18	$1,14 \cdot 10^1$	$1,75 \cdot 10^{-4}$	$1,52 \cdot 10^{-6}$	$2,968 \cdot 10^3$	1,40
Oksijen(20 °C)	1,33	$1,30 \cdot 10^1$	$2,04 \cdot 10^{-4}$	$1,53 \cdot 10^{-6}$	$2,996 \cdot 10^3$	1,40

*: Gaz sabitleri sıcaklıktan bağımsızdır.

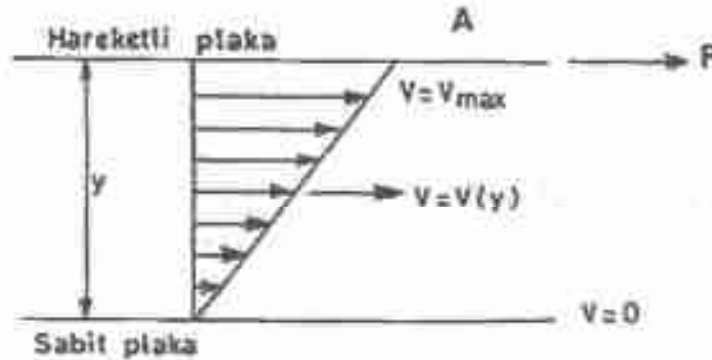
**: Özgül ısı oranı az miktarda sıcaklığa bağlıdır.

1.5. Viskozite

Özgül kütle ve özgül ağırlık akışkanların ayırt edici özelliklerindendir. Ancak akışkanların akış karakteristiklerini bu iki özellikle belirlemek her zaman olanaklı değildir. Özgül kütlesi birbirine çok yakın olup da tamamen farklı akış karakteristiklerine sahip olan akışkanlar bulunmaktadır. Örneğin su (1000 kg/m^3) ve yağ (912 kg/m^3). Bu nedenle akışkanların birbiriyle olan

farklılıklarını ortaya koyabilmek için ilave özelliklere gereksinim vardır. Bu özelliklerden birisi de viskozitedir.

Viskozite, akışkanların akıcılığı karşı gösterdikleri dirençtir. Viskoziteyi açıklarken bir sabit değeri hareketli iki plaka arasındaki akışkan gözönüne alınır (şekil 1.1). Plakalar arasındaki düşey uzaklık y (m), plaka arasındaki akışkan hızı V (m/s), üst hareketli plakaya uygulanan teğetsel kuvvet F (N), üst hareketli plakanın alanı A (m²) olarak tanımlanırsa bu sistemde uygulanan kuvvetin plaka alanına bölümü (F/A) ile hız gradyenti (hız eğimi, kayma hızı, dv/dy) arasında aşağıdaki ilişkinin olduğu görülür. Bu ilişki laminar akımda geçerlidir. Maksimum hızın olduğu akış noktasından uzaklaştıkça; y artar, V azalır ve dv/dy negatif olur.



Şekil 1.1. İki paralel plaka arasındaki akışkan hareketi

$$\tau = \frac{F}{A} = \mu \frac{dv}{dy}$$

Burada;

- τ : Kayma (kesme) gerilmesi (N/m²),
- μ : Dinamik (mutlak) viskozite (Ns/m²),
- $\frac{dv}{dy}$: Hız eğimi ya da kayma hızı (s⁻¹)'dir.

İki plaka arasındaki akışkanın hızı sabit plakada sıfır olmakta hareketli plakaya yaklaştıkça artmaktadır. Hareketli plakada maksimuma ulaşmaktadır. Bu hız dağılımı şekil 1.1'de görülmektedir. İki plaka arasındaki hız eğiminin bulunabilmesi için plaka arasındaki uzaklıklara bağlı hız profil denkleminin bulunması gerekmektedir. Ancak çoğu zaman plakalar arasında uzaklık çok küçük (mm düzeyinde) olduğundan hız dağılımı homojen kabul edilmekte ve viskozite ile kayma gerilmesi arasındaki ilişki aşağıdaki gibi olmaktadır.

$$\tau = \frac{F}{A} = \mu \frac{V}{y}$$

Akışkan moleküller sürekli gelişigüzel hareket etseler de akışa neden olacak bir basınç uygulanmadığı sürece belirli yöndeki bileşke akışkan hızı sıfır olacaktır. Akışkanı belirli bir hızda hareket ettirmek için gerekli olan kuvvetin büyüklüğü akışkanın viskozitesiyle ilgilidir. Akış, akışkan moleküllerinin yer değiştirilmesiyle meydana gelir. Akışta bir birine bitişik moleküller arasında bir hız farkı ya da hız eğimi vardır. Akış doğrultusuna paralel herhangi bir düzlemdeki moleküller, kendilerinden daha hızlı hareket etmesini sağlayan kuvvete karşı bir direnç gösterirler. İşte akışa ya da deformasyona karşı oluşan bu dirence *kayma gerilmesi* denir. Kayma gerilmesi moleküllerin birbirine geçişini sağlayan gerilmedir. Hız eğimi bir molekülün geçiş hızını gösterir ve bu nedenle *kayma hızı* adı da verilir. Hız eğiminin hesaplandığı mesafenin başlangıç noktası hızın maksimum olduğu akış alanındaki noktadır. Bu nedenle y mesafesi bu noktadan uzaklaştıkça artar, V hızı azalır ve böylece hız eğimi negatif olur.

Kayma gerilmesi ile kayma hızı arasındaki ilişkinin doğrusal olmadığı *Non-Newtonyen* akışkanlarda akışı karakterize eden iki önemli eşitlik vardır. Bunlar Üs Kanunu ve Herschel-Bulkley modelidir. Üs Kanununda

$$\tau = K \left(\frac{dv}{dy} \right)^n = K(\delta)^n = [K(\delta)^{n-1}] \delta$$

ve Herschel-Bulkley modelinde

$$\tau = \tau_0 + K(\delta)^n$$

$$\tau - \tau_0 = [K(\delta)^{n-1}] \delta$$

ilişkileri vardır. Bu bağıntılarda;

τ : kayma gerilmesi(Pa)

K : Koyuluk, kıvam ya da yoğunluk indeksi (Pa s)ⁿ

$\delta = \frac{dv}{dy}$:Kayma hızı ya da hız eğimi (s⁻¹)

n :Akım davranış indeksi (-)

τ_0 : Akışın başlaması için gerekli olan ön kayma gerilmesi (Pa)'dır.

Non-Newtonyen akışkanlarda kayma gerilmesinin (τ), kayma hızına

$(\delta = \frac{dv}{dy})$ oranı olan görünür viskozite (μ_{sp}) aşağıdaki gibi bulunabilir.

$$\mu_{sp} = \frac{K(\delta)^n}{\delta} = K(\delta)^{n-1}$$

$$\mu_{sp} = \frac{\tau}{\delta}$$

$$\mu_{sp} = \frac{(\tau - \tau_0)}{\delta}$$

Görünür viskozitenin birimi dinamik viskozite biriminin aynıdır. Ancak değeri kayma hızına bağlıdır ve bu nedenle görünür viskoziteden bahsederken belirleme koşulları tanımlanmalı ya da verilmelidir. Görünür viskozite formülünde ($n < 1$) ise kayma hızının artmasıyla görünür viskozitenin azalacağı anlaşılar. Bu tip akışkanlar pseudoplastik davranış gösterir. Bu davranış çoğunlukla emülsiyon ve süspansiyonlarda görülür. Akma sınırına kadar katı gibi davranır, akma sınırından sonra ise gerçek akışkan gibidir. Eğer akım davranış indeksi birden büyükse ($n > 1$) görünür viskozite kayma hızının artışıyla artar ve bu özellik dilatant akışkanlarda görülür. Dilatant akışkanlara gıda sanayisinde rastlanmaz. Kil, balçık ve yüksek moleküllü ağır organik polimerlerde görülür. Gerilme arttıkça katı gibi davranmaya, katılaşılmaya başlarlar.

Viskozite sıcaklıkla değişmektedir. Şekil 1.2'de bazı akışkanların sıcaklıkla viskoziteleri arasındaki ilişkileri görülmektedir. Sıcaklık arttıkça viskozite, gazlarda artmakta sıvılarda azalmaktadır. Viskozitenin sıcaklıkla gazlarda artarken sıvılarda azalması molekül yapılarıyla ilgilidir. Sıcaklık artarken sıvılardaki kohezi (iç) kuvvetlerin harekete karşı gösterdikleri direnç azaldığından viskozite de azalmaktadır. Gazlarda moleküller arasındaki aralıklar daha geniştir ve iç molekül kuvvetleri ihmal edilebilir. Bu durumda birbirine bittişik moleküller arasındaki gaz moleküllerinin momentumunun değişimiyle bağlı harekete karşı direnç meydana gelir. Gazların sıcaklığı artarken, artan molekül hareketi viskozitede artışa neden olur. Sıcaklığın viskozite üzerindeki etkisi; gaz akışkanlar için SUTHERLAND eşitliği ve ÖSS kanunu, sıvılar için ANDRADE eşitliği kullanılarak incelenebilir.

ÖSS kanunu:

$$\mu = \mu_0 (T/T_0)^n$$

SUTHERLAND eşitliği:

$$\mu = \mu_0 (T/T_0)^{3.8} (T_0 + S)/(T + S)$$

Burada;

- μ : İstenen sıcaklıktaki viskozite (Pas)
- μ_0 : T_0 (273 K) mutlak sıcaklığındaki bilinen viskozite değeri (Pas)
- T : Viskozitesi bulunmak istenen sıcaklık (K)
- n ve S : Sabitler olup hava için $n = 0.67$ ve $S = 110$ K alınabilir.

ANDRADE eşitliği:

$$\mu = D \cdot e^{A/T}$$

Burada;

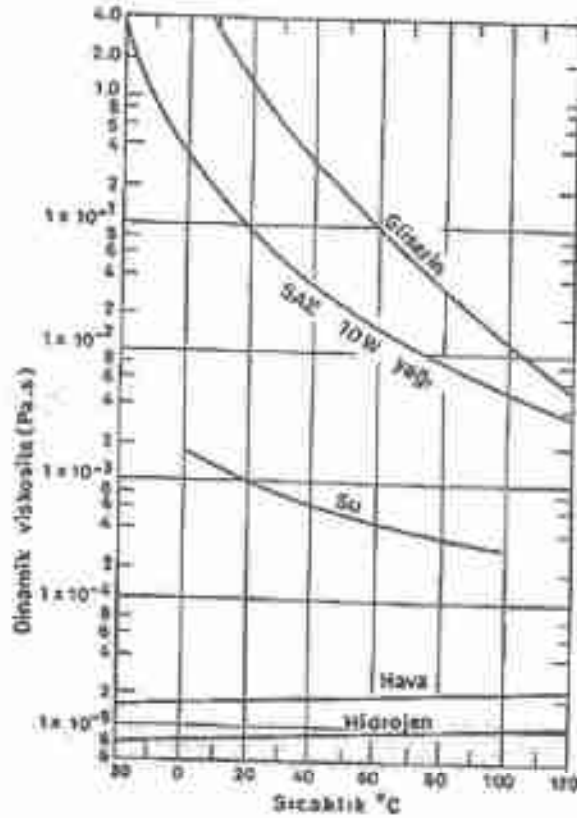
- μ : İstenen sıcaklıktaki viskozite değeri (Pas)
D ve B : Sabit
T : Viskozitesi bulunmak istenen mutlak sıcaklık (K) tr.

Su için sıcaklıkla viskozite arasındaki ilişki aşağıdaki iki bağıntıyla verilebilir.

$$\ln \frac{\mu}{\mu_0} = a + b \left(\frac{T_0}{T} \right) + c \left(\frac{T_0}{T} \right)^2$$

Burada;

- μ : İstenen sıcaklıktaki viskozite (Pas)
 μ_0 : T_0 (273 K) mutlak sıcaklığındaki bilinen viskozite değeri (Pas) olup 0,001792 Pas alınabilir.
a, b, c sabit olup $a = -1,94$, $b = -4,80$ ve $c = 6,74$ alınabilir.



Şekil 1.2. Bazı akışkanların viskozitelerinin sıcaklıkla değişimi

Sıvılar için verilen ve POISEUILLE adı verilen eşitlik ise,

$$\mu = \frac{\mu_0}{1 + a.t + b.t^2}$$

ile tanımlanmaktadır.

Burada;

μ : İstenen sıcaklıktaki viskozite değeri (Pas),

μ_0 = Sıcaklık 0 iken viskozite katsayısı

t : Sıcaklık olup birimi °C'dir

Su için $\mu_0=0.0179$ Poise(p) =0,00179 kg / m s (Pas), $a = 0.033368$ ve $b = 0.000221$ alınabilir.

Mutlak (dinamik) viskozitenin içerisindeki kütle birimi yok edilerek aşağıdaki gibi elde edilen viskoziteye kinematik viskozite denir.

$$\delta = \frac{\mu}{\rho}$$

Burada;

δ : Kinematik viskozite (m^2/s)

μ : Mutlak (dinamik) viskozite (Pas)

ρ : Özgül kütle (kg/m^3)

Çizelge 1.6'da bazı akışkanların sıcaklığa bağlı yoğunluk ve kinematik viskoziteleri verilmiştir. Sıvıların viskozitelerinin ölçülmesinde;

- Döner viskozimetre,
- Kılcal viskozimetre,
- Akma yönteminden yararlanılmaktadır.

Döner viskozimetrelerde Şekil 1.3'de görüldüğü gibi döner bir küçük silindir, daha büyük silindir içerisindeki sıvıya daldırılır. Döner silindire uygulanan moment sıvı tarafından dengelenir. Sıvının dinamik viskozitesi aşağıdaki bağıntı ile hesaplanır.

$$\mu = \frac{M.(R-r)}{2\pi.r^2.h.w}$$

Burada;

μ : Dinamik viskozite (Pas),

M : Küçük silindire uygulanan moment (Nm),

h : Küçük silindirin büyük silindire girme uzunluğu (m),

w : Küçük silindirin açısal hızı (rad/s),

r : Küçük silindirin yarıçapı (m),

R : Büyük silindirin yarıçapı (m)

Döner viskozimetrelerde duvar kayma gerilmesi (τ_w) ve kayma hızı (δ_w) aşağıdaki bağıntılarla hesaplanabilir.

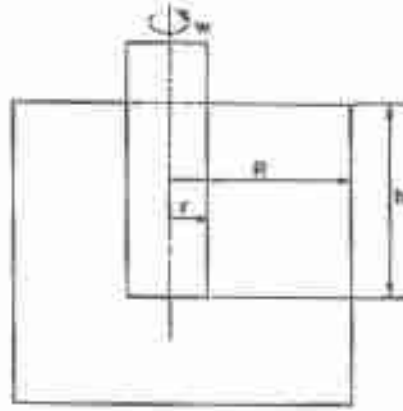
$$\tau_w = \frac{M}{r^2(2\pi h)}$$

$$\delta_v = \frac{2\pi r n}{(R-r)60}$$

Çizelge 1.6. Bazı akışkanların yoğunluk ve kinematik viskoziteleri

Akışkan	Yoğunluk	Viskozite (cst= mm ² /s)
Freon	1.37-149 (21 °C)	0.27-0.32 (21 °C)
Propilen	1.038 (20 °C)	52 (21 °C)
Trietilen	1.125 (20 °C)	40 (21 °C)
Dietilen	1.12 (16 °C)	32 (21 °C)
Etilen	1.125 (16 °C)	17.8 (21 °C)
Hidroklorik asit (% 100)	1.05 (20 °C)	1.9 (20 °C)
Karbolik asit	0.95-1.08 (16 °C)	11.7 (18 °C)
Kemik yağı	0.918 (16 °C)	47.5 (54 °C) 11.6 (100 °C)
Balık yağı	0.928 (16 °C)	32.1 (38 °C) 19.4 (54 °C)
Domuz yağı	0.912-0.925 (16 °C)	41-47.5 (38 °C) 23.4-27.1 (54 °C)
Ringa balık yağı	0.933 (16 °C)	29.8 (38 °C) 18.2 (54 °C)
Sığır parçasından alınan kesele için kullanılan yağ	0.917 (16 °C)	49.7 (38 °C) 27.5 (54 °C)
İspermeçet yağı	0.883 (16 °C)	23.0 (38 °C) 15.2 (54 °C)
Balina yağı	0.925 (16 °C)	35-39.5 (38 °C) 19.9-23.4 (54 °C)
SAE 10 yağı	0.880-0.935 (16 °C)	35.4-51.9 (38 °C) 18.2-25.3 (54 °C)
SAE 20 yağı	0.880-0.935 (16 °C)	51.9-66.6 (38 °C) 25.3-39.9 (54 °C)
SAE 30 yağı	0.880-0.935 (16 °C)	86.6-125.5 (38 °C) 39.9-55.1 (54 °C)
SAE 40 yağı	0.880-0.935 (16 °C)	125.5-205.6 (38 °C) 55.1 (54 °C) 15.6 (99 °C)
SAE 50 yağı	0.880-0.935 (16 °C)	205.6-352 (38 °C) 15.6-21.6 (99 °C)
SAE 60 yağı	0.880-0.935 (16 °C)	352-507 (38 °C) 21.6-26.2 (99 °C)
SAE 70 yağı	0.880-0.935 (16 °C)	507-682 (38 °C) 26.2-31.8 (99 °C)
SAE 80 yağı	0.880-0.935 (16 °C)	22,000 (0 °C)
SAE 90 yağı	0.880-0.935 (16 °C)	173.2-324.7 (38 °C) 64.5-108.2 (54 °C)
SAE 140 yağı	0.880-0.935 (16 °C)	205.6-507 (54 °C) 25.1-42.9 (99 °C)

SAE 250 yağı	0,880-0,935 (16 °C)	>507 (54 °C) >42,9 (99 °C)
Benzin	0,68-0,74 (16 °C)	0,46-0,88 (16 °C) 0,40-0,71 (38 °C)
Hint yağı	0,95 (20 °C)	259,8-324,7 (38 °C) 97,4-129,9 (54 °C)
Cin ahşap yağı	0,943 (20 °C)	308,5 (21 °C) 125,5 (38 °C)
Hindistan cevizi yağı	0,925 (20 °C)	29,8-31,6 (38 °C) 14,69-15,7 (54 °C)
Mısır yağı	0,924 (20 °C)	28,7 (54 °C) 8,59 (100 °C)
Pamuk tohumu yağı	0,88-0,925 (20 °C)	37,6 (38 °C) 20,6 (54 °C)
Keten tohumu yağı	0,925-0,939 (20 °C)	30,5 (38 °C) 18,94 (54 °C)
Zeytin yağı	0,912-0,918 (20 °C)	43,2 (38 °C) 24,1 (54 °C)
Hurma yağı	0,924 (20 °C)	47,8 (38 °C) 26,4 (54 °C)
Yarfatığı yağı	0,920 (20 °C)	42 (38 °C) 23,4 (54 °C)
Kolza tohumu yağı	0,919 (20 °C)	54,1 (38 °C) 31 (54 °C)
Reçine yağı	0,980 (16 °C)	324,7 (38 °C) 129,9 (54 °C)
Reçine	1,09 (16 °C)	108,2-4400 (93 °C) 216,4-11000 (88 °C)
Susam yağı	0,923 (16 °C)	39,6 (38 °C) 23 (54 °C)
Soya yağı	0,927-0,98 (16 °C)	35,4 (38 °C) 19,64 (54 °C)
Terebentin	0,86-0,87 (16 °C)	2,11 (16 °C) 2,0 (38 °C)
Mısır şurubu	1,4-1,47 (16 °C)	1100-110000 (38 °C) 324,7-13200 (54 °C)
Glikoz	1,35-1,44 (16 °C)	7700-22000 (38 °C) 880-2420 (66 °C)
Bal (işlenmemiş)	-	73,6 (38 °C)
Yazıcı mürekkebi	1,00-1,38 (16 °C)	550-2200 (38 °C) 238,1-680 (54 °C)
Mum yağı	0,918 (16 °C)	9,07 (100 °C)
Süt	1,02-1,05 (16 °C)	1,13 (20 °C)
Ağaç verniği	0,9 (16 °C)	313 (20 °C) 143 (38 °C)



Şekil 1.3. Döner viskozimetre

Kılcık viskozimetrelerde kılcık boruya konan sıvının içinde madeni kürenin inmesi esası kullanılarak sıvının viskozitesi hesaplanmaktadır. Bu yöntemde sıvı ortam içerisinde limit hızı ile düşen küreye etki eden direnç kuvvetinden yararlanılmaktadır.

$$\mu = \frac{2}{9} \frac{g}{V} R^2 (\rho_{ku} - \rho_{sıvı})$$

Burada,

$$\mu: \text{Dinamik viskozite} \left(\frac{g}{cm \cdot s} = \frac{dyn \cdot s}{cm^2} = \text{poise} \right) (\text{Pas})$$

g : $981 \text{ (cm/s}^2\text{)} (9.81 \text{ m/s}^2\text{)}$,

V : Kürenin limit hızı $(\text{cm/s}) (\text{m/s})$,

R : Kürenin yarıçapı $(\text{cm}) (\text{m})$,

ρ_{ku} : Kürenin özgül kütlesi $(\text{g/cm}^3) (\text{kg/m}^3)$,

$\rho_{sıvı}$: Sıvının özgül kütlesi $(\text{g/cm}^3) (\text{kg/m}^3)$ dir.

Dinamik viskozitenin bulunmasında kullanılan 3. yöntem olan akma yönteminde belirli bir çaptan akan sıvının akma süresi yardımıyla viskozite hesaplanmaktadır. Şekil 1.4'deki sistemde borudan akan sıvının viskozitesi aşağıdaki bağıntı yardımıyla hesaplanmaktadır.

$$\mu = \frac{\pi R^4}{8 L Q} (P_1 - P_2)$$

Burada,

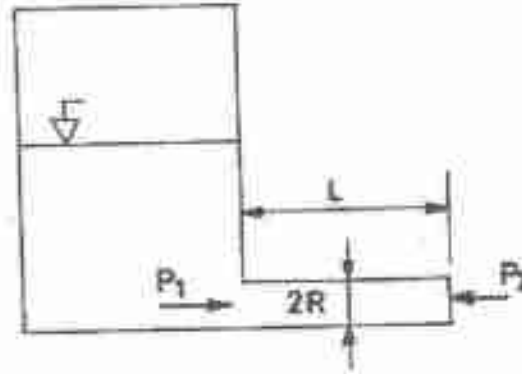
μ : Dinamik viskozite (Pa.s),

R : İnce borunun yarıçapı (m),

L : İnce borunun uzunluğu (m),

Q : İnce borudan akan sıvının debisi (m^3/s) ,

P_1 : İnce boruya girişteki sıvı basıncı (Pa),
 P_2 : İnce boruda sıvının çıktığı noktadaki basınç (Pa).



Şekil 1.4. Akma yöntemi

Akma yönteminde viskozitenin saptanmasında yararlanılan kılcal viskozimetrelerde yukarıdaki formül kullanılabileceği gibi Newtoniyen akışkanlar için aşağıdaki formül de kullanılabilir,

$$\mu = \frac{\Delta P R^2}{8LV}$$

Burada $\Delta P = P_1 - P_2 = \rho gh$ alınabilir. Kılcal viskozimetredeki akışkan yüksekliği h'dır. Viskozimetredeki, akışkanın h yüksekliğini akma zamanı (t), kılcal boru uzunluğunu (L) ve akışkanın ortalama hızı (V) gösterirsek aşağıdakiler yazılabilir.

$$V = \frac{L}{t}$$

$$\mu = \frac{\Delta P R^2}{8LV} = \frac{\rho gh R^2}{8L^2} t$$

$$\frac{\mu}{\rho} = \frac{ghR^2}{8L^2} t = k, t$$

Buradaki $\frac{ghR^2}{8L^2} = k$, faktörüne viskozimetre sabiti denir.

Kılcal viskozimetrelerde boru duvarındaki kayma hızı (δ_w) , Newtoniyen akışkanlarda

$$\delta_w = \frac{4V}{R}$$

ve Non-Newtoniyen akışkanlarda

$$\delta_w = \frac{4V}{R} \left[\frac{3}{4} + \frac{1}{4n} \right] \text{ bağıntısıyla bulunur. Burada } R, \text{ boru yarıçapıdır.}$$

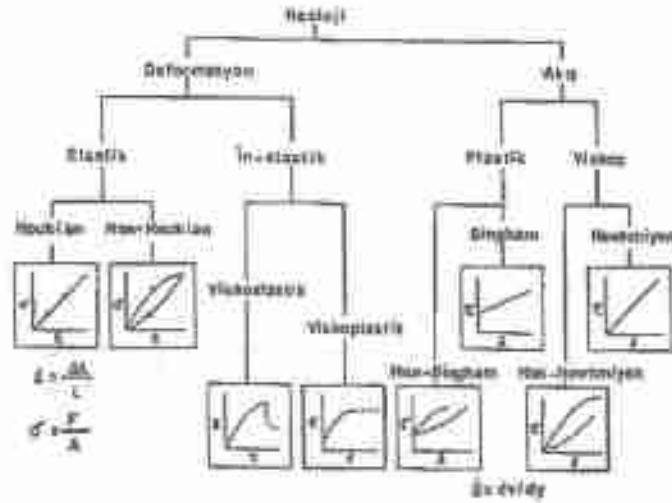
1.6. Reoloji

Çelik ve diğer metallere belirli bir kuvvet uygulandığında biraz deformasyon olabilmektedir. Ancak bu deformasyon sürekli olmamaktadır. Su, yağ ve hava gibi akışkanlar kuvvet altında sürekli deformasyona uğramaktadırlar. Dış macunu, dondurma, reçel, katran gibi bazı akışkanlar küçük kuvvet altında katı gibi davranırken kuvvet artındığında akışkan gibi davranabilmektedirler. İşte doğadaki tüm maddelerin (katı-sıvı-gaz) davranışları reoloji bilimi altında incelenmektedir. Reoloji cisimlerin kuvvet-zaman-deformasyon ilişkilerini inceleyen bilim dalıdır. Reoloji bilminde cisimlerin davranışları şekil 1.5'de gösterilen davranış gruplarından birisine girmektedir.

Kayma gerilmesi ile hız eğimi arasındaki ilişkinin doğrusal olduğu akışkanlara Newtoniyen akışkanlar, kayma gerilmesi ile hız eğimi arasındaki ilişkinin doğrusal olmadığı akışkanlara Non-Newtoniyen akışkanlar denildiğini biliyoruz. Kayma (kesme) gerilmesinin hız eğimine oranına *görünür viskozite* (μ_{app}) denir. Görünür viskozite Newtoniyen akışkanlarda dinamik viskoziteye eşittir. Newtoniyen olmayan akışkanlarda ise sabit kalmamakta ve kayma gerilmesinin bir fonksiyonu olarak değişmektedir.

Kayma gerilmesi ile hız eğimi arasındaki eğrinin kayma gerilmesi eksenine göre konveks olduğu *pseudoplasitik* akışkanlarda görünür viskozite kayma gerilmesinin artmasıyla azalmaktadır. Örneğin kauçuğun hammaddesinden yapılan boyalar fırçadan damlamazlar. Çünkü kayma hızları küçüktür ve görünür viskoziteleri büyüktür. Bununla birlikte duvarda düzgün bir şekilde yayılırlar çünkü duvar ve fırça arasındaki ince boya tabakası, büyük kayma hızına (dv/dy büyük olduğu için) ve çok küçük görünür viskoziteye sahiptir.

Kayma gerilmesi ile hız eğimi arasındaki eğrinin kayma gerilmesi eksenine göre konkav olduğu *dilatant* akışkanlarda görünür viskozite kayma gerilmesinin artmasıyla artar. Buna örnek olarak su-mısır nişastası karışımı ve su-kum karışımı verilebilir. Su-kum karışımından bir cismi çekip çıkarmak için gerekli olan kuvvet çekme hızı arttıkça artar.



Şekil 1.5. Doğadai materyallerin reolojik davranışları

Hookian davranışta gerilme (σ) ile şekil değiştirme (ϵ) doğru orantılıdır. Akma sınırına kadar cisim üzerindeki yük kaldırıldığında uzama ortadan kalkmakta ve materyal kuvvet uygulanmadan önceki konumuna gelmektedir (örneğin çelik). Tarım ürünlerinde bu davranış görmek olanaksızdır.

Non – Hookian ürünlerde; deformasyon; gerilmeyle uzama arasında doğrusal olmayan bir ilişkiyle meydana gelmektedir. Kuvvet kaldırıldığında eski konumuna bir eğri izleyerek dönmektedir. Kauçukta bu davranış görülür.

Viskoelastik ürünlerde birim uzama (ϵ) zamanın bir fonksiyonudur. Gerilme-uzama ilişkisi zamana bağlıdır. Gerilmenin neden olduğu uzama yük kaldırılrsa bile ortadan kalkmamaktadır. Denemeler tarımsal ürünlerin visko-elastik yapıya sahip olduğunu göstermiştir.

Viskoplastik davranışta viskoelastikliğe göre biraz daha doğrusallık vardır. Eğri düzgün artmakta ve belli bir noktadan sonra eğride eğilme ya da kırılma olmamaktadır.

Newtoniye sıvılarda kayma gerilmesiyle hız gradyenti arasındaki ilişki doğrusaldır. Eğri düz bir doğru olup orijinden geçmektedir. Eğrinin eğimi viskoziteyi vermektedir.

Non-Newtoniye sıvılarda kayma gerilmesiyle hız gradyenti arasındaki ilişki doğrusal değildir. Bu tip sıvılarda pseudoplastik ve dilatant olmak üzere iki tip eğri vardır. Yarı viskoz akış olarak adlandırılmaktadır. Eğriler orijinden geçer ancak kayma gerilmesiyle hız gradyenti arasındaki ilişki doğrusal değildir.

Bingham davranışta akışın oluşması için başlangıçta bir gerilmeye ihtiyaç vardır. Bu eğri pseudoplastik viskoziteyi kanşımı kabul edilmektedir. Diğ macunu, yağlı boy, elma ve domates püresi ve mayonez Binghamdır. Yani artışı bir direnç göstermekte ancak geri dönüşsüz bir eğri çizmektedir. İdeal plastik davranış göstermektedir. Ne katı ne de sıvıdır. Böyle materyaller hareket etmeden belli bir kayma gerilmesine dayanabilir. Çünkü akışkan değiller. Ancak belli bir noktadan sonra akarlar. Çünkü katı değiller.

Non-Bingham eğrisi yarı-plastik akış biçimini temsil etmektedir. Doğrusal bir ilişki yoktur. Tereyağı Non-Binghamdır. Non-Bingham (yarı plastik) ve Non-Newtoniyen (yan viskoz) eğri arasındaki fark, Non-Bingham eğrisinde akış olmadan önce bir kayma gerilmesine gereksinim olmasıdır.

Elma suyu (berrak), üzüm suyu ve konsantresi, armut suyu ve konsantresi, portakal suyu, domates suyu, Newtoniyen, krema, çikolata, süt, tereyağı, yoğurt, dondurma kanşimleri, süttozu Newtoniyen olmayan akışkanlardır. Elma ve domates püresi plastik davranış gösterir. Yani akışın başlaması için başlangıç gerilmesine gereksinim vardır.

1.7. Elastiklik Modülü

Akışkanların sıkıştırılabilirliğinin bir ölçüsü olan elastiklik modülü akışkanların basınç değişimiyle hacminin ya da özgül kütlelerinin nasıl değiştiğini vermektedir. Sıvılarda elastiklik modülü,

$$E_v = -V_0 \frac{dP}{dV} = -V_0 \frac{(P - P_0)}{(V - V_0)}$$

ile hesaplanmaktadır. Eşitlikteki eksi (-) işareti basıncın artmasıyla hacmin azaldığını göstermektedir. Hacimdeki azalış özgül kütlede artışa neden olmaktadır. Buna göre elastiklik modülü aşağıdaki biçimde tekrar düzenlenebilmektedir.

$$E_v = \rho \frac{dP}{d\rho}$$

Yukarıdaki bağıntılarda;

E_v : Elastiklik modülü (Pa),

V_0 : Başlangıçtaki toplam hacim (m^3),

V : Akışkanın sıkıştırıldıktan sonraki hacmi (m^3),

dP : dV hacmi kadar değişimi meydana getiren basıncıdaki diferansiyel değişim (Pa),

dV : Hacimdeki diferansiyel değişim (m^3),

ρ : Akışkanın özgül kütlesi (kg/m^3),

$d\rho$: Özgül kütledeki değişim (kg/m^3),

P : Sıkıştırıldıktan sonraki basınç (Pa),

P_0 : Başlangıçtaki basınç (Pa)'tır.

Gaz akışkanlarda sıkıştırma ya da genişleme sırasında basınç ve özgül kütle arasındaki ilişki işlemin türüne bağlıdır. Eğer sıkıştırma ya da genişleme sabit sıcaklıkta (izotermal koşul) meydana gelirse $P = \rho R T$ bağıntısından

$$\frac{P}{\rho} = \text{sabit}$$

elde edilir. Eğer sıkıştırma ya da genişleme sürtünmesiz ortamda gerçekleşiyor ve çevreyle ısı alışverişli olmuyorsa (izentropik koşul)

$$\frac{P}{\rho^k} = \text{sabit} \quad \text{ve} \quad \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{k}{k-1}} = \left(\frac{\rho_2}{\rho_1}\right)^k = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)$$

yazılabilir. Burada;

k : Sabit basınçta özgül ısıların (c_p) sabit hacimdeki özgül ısıya (c_v) oranıdır (adyabatik 05).

$$k = \frac{c_p}{c_v}$$

Bu iki özgül ısı gaz sabiti ile ilgilidir. İki özgül ısı arasındaki fark sabittir ve ideal koşullarda R 'ye eşittir.

$$R = c_p - c_v \quad c_p = \frac{Rk}{k-1} \quad c_v = \frac{R}{k-1}$$

Sabit basınçta özgül ısı (c_p), sabit basınçtaki gazın sıcaklığını 1 °C artırmak için birim gaz kütlesine verilen ısı miktarıdır. Sabit hacimdeki özgül ısı (c_v) ise sabit hacimdeki gazın sıcaklığını 1 °C artırmak için birim gaz kütlesine verilen ısı miktarıdır.

Gaz akışkanlarda elastiklik modülünün bulunabilmesinde sıvılar için verilen elastiklik modülü bağıntısında yukarıdaki ilişkiler yerine konursa izotermal koşul için elastiklik modülü

$$P.dV + V.dP = 0 \Rightarrow -\frac{dV}{V} = \frac{dP}{P} \quad \text{bulunur.} \quad \text{Sıvılar için verilen}$$

elastiklik modülünü burada yerine koyar ve gerekli düzenlemeleri yaparsak $E_v = P$ elde edilir.

İzentropik koşulda $P.V^k$ sabit olup bu ifadenin diferansiyel alınırsa elastiklik modülü

$$P.k.V^{k-1}.dV + V^k.dP = 0$$

$$P.k.V^{k-1}.dV - V^k.E_v \frac{dV}{V} = 0 \Rightarrow E_v = kP \quad \text{bulunur.}$$

Gaz akışkanlar için yukarıdaki bağıntılarda mutlak basınç değeri kullanılmalıdır. Yukarıdaki bağıntılarda P: Pa, ρ : kg/m³, c_p ve c_v : J/kgK ve R: J/kgK alınacaktır.

1.8. Ses Hızı ve Mach Sayısı

Akışkanlardaki düzensizliklerin yayılma yada sinyal iletim hızına ses hızı denir. Ses hızı basıncıdaki ve özgül kütledeki değişimle ifade edilmektedir.

$$C = \sqrt{\frac{dP}{d\rho}} = \sqrt{\frac{E_s}{\rho}}$$

Burada,

- C : Ses hızı (m/s),
- dP : Basıncıdaki değişim (Pa),
- dρ : Özgül kütledeki değişim (kg/m³),
- E_s : Elastiklik modülü (Pa),
- ρ : Özgül kütle (kg/m³).

İzoentropik koşul gözönüne alındığında gaz akışkanlar için ses hızı

$$C = \sqrt{\frac{k.P}{\rho}} = \sqrt{k.R.T}$$

olmaktadır. Burada T sıcaklık olup birimi K'dir. İzotermal koşul için ses hızı

$$C = \sqrt{\frac{P}{\rho}} \text{ ile hesaplanır.}$$

Normal hızın ses hızına oranına Mach sayısı denir ve aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$Ma = \frac{V}{C} = V \sqrt{\frac{\rho}{E_s}}$$

Mach sayısı 1'den küçük olduğunda (Ma<1) subsonik hızdan, 1'den büyük olduğunda ise (Ma>1) süpersonik hızdan söz edilir.

1.9. Buhar Basıncı

Atmosferle ortak yüzeyi (serbest sıvı yüzeyi) bulunan tüm sıvılarda yüzeyden ayrılan moleküllerin atmosfere geçmesi olayına buharlaşma denir. Buharlaşma sıvının sıcaklığına bağlıdır. Ancak sıvının sıcaklığı ne olursa olsun her sıcaklıkta buharlaşma olacaktır. Tüm sıvıların sıvı halden gaz haline geçme özelliği bulunmaktadır. Her sıcaklık derecesinde sıvı yüzeyindeki sıvı moleküllerinin bir kısmı sürekli atmosfere geçerler. Bu şekilde atmosfere geçen moleküller atmosfer basıncından ayrı

olarak sıvı yüzeyine basınç uygularlar. Tamamen kapalı bir kap içerisinde bulunan sıvıda da buharlaşma meydana gelir. Sıvı yüzeyinden kopan moleküllerin artmasıyla sıvı üzerindeki basınç da artar. Ancak kapalı kap olması nedeniyle sıvıdan ayrılan moleküllerin bir kısmı tekrar sıvıya döner. Sonunda denge durumuna ulaşılır. Yani sıvıdan ayrılanla sıvıya geri dönenler eşitlenir. Bu durumdaki basınca *doymuş buhar basıncı* ya da *buharlaşma basıncı* denir. Buharlaşma basıncı sıcaklığa bağlıdır. Sıcaklık arttıkça sıvı moleküllerinin kinetik enerjisi dolayısıyla hareketliliği artacağından buharlaşma basıncı da artar.

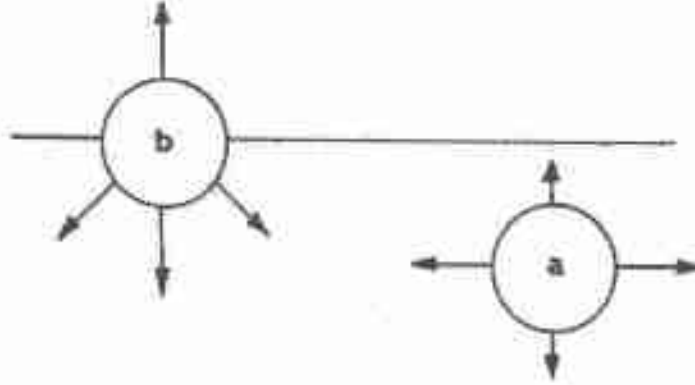
Belirli bir sıcaklıkta, sıvı üzerindeki basınç doymuş buhar basıncının altına düşerse *kaynama* denilen çabuk buharlaşma olayı başlar. Buna göre dış basınç belirli bir sıcaklık derecesindeki doymuş buhar basıncına eşit veya daha küçük olursa sıvı bu sıcaklık derecesinde kaynar. Bundan da anlaşılacağı gibi sıvıların kaynama noktası birincil olarak "basınca" bağlıdır. Örneğin atmosferle temas halinde bulunan suyun üzerindeki basınç (mutlak) 98100 N/m^2 'dir. 100°C 'deki suyun doymuş buhar basıncı da 98100 N/m^2 olduğundan su 100°C sıcaklık derecesinde kaynamaya başlar (Not: Standart atmosfer= atm= 101330 Pa = $10,33 \text{ mSS}$, teknik ya da metrik atmosfer= at= 98100 N/m^2 = 10 mSS alınacaktır). Öte yandan 80°C sıcaklıkta atmosferle temas halinde bulunan su üzerindeki basınç normal koşullarda yine 98100 N/m^2 'dir. Ancak 80°C sıcaklıkta suyun doymuş buhar basıncı 47340 N/m^2 olduğundan kaynama görülmez. Bu sıcaklıkta kaynamanın oluşabilmesi için su üzerindeki basıncın 47340 Pa ya da altına düşmesi gerekir. Bu nedenle doymuş buhar basıncına aynı zamanda *kaynama basıncı* da denir.

Kapalı boru sistemlerinde diğer bir deyimle basınçlı akımlarda sıvının herhangi bir noktasında veya bölgesindeki basınç, sıvının o andaki sıcaklık derecesindeki buharlaşma basıncının altına düşerse bu nokta veya bölgede buharlaşma başlar. Bu olay bütün boru şebekelerinde ve su çıkartma makinalarında oldukça önemlidir. Bunun sonucu *kavilasyon* meydana gelmektedir. Bu nedenle boru akımlarında sıvı basıncının buharlaşma basıncının altına düşmesini önlemek gerekir.

1.10. Yüzey Gerilmesi

Hareketsiz durgun halde bulunan sıvıların atmosferle temasta bulunan serbest sıvı yüzeyleri ya da birbirine değmeyen iki sıvının dokunma yüzeyleri sanki ince bir zar ile kaplanmış gibidir. Bu zarı delmek, yarmak için bir kuvvet harcamak gerekir. Harcanan kuvvet sıvının cinsine ve özeliğine bağlıdır. Sıvıların yüzeyinde bulunan bu zarın varlığını deneyle kanıtlamak olanaklıdır. Örneğin ince bir kağıt üzerine toplu iğne konursa, zamanla kağıdın batmasına rağmen iğnenin batmadan sıvı yüzeyinde kaldığı görülecektir. Küçük bir olva damlası düzgün bir yüzeye konduğunda küre biçimini alacaktır. Çünkü yüzeydeki kohezif (iç) kuvvetler moleküllerin tamamının kompakt biçim almasını sağlayacaktır. Yine su damlası mumlu yüzeye düştüğünde aynı nedenle küresel yapıya dönüşecektir. Bunu biraz daha açalım ve şekil 1.7'deki a ve b moleküllerini

ele alalım. A molekülü her yönden diğer sıvı molekülleri tarafından çekildiğinden dengededir.



Şekil 1.6. Sıvı içerisinde (a) ve havayla temasta (b) bulunan molekülle etkili kuvvetler

Sıvının serbest yüzeyinde bulunan b molekülü (sa yanlarındaki sıvı molekülleri tarafından daha çok, üst kısmında bulunan hava molekülleri tarafından daha az bir kuvvetle çekildiğinden bu moleküle etki eden bileşke kuvvet aşağıya doğrudur. Bu nedenle sıvının serbest yüzeyi üzerindeki moleküller, sıvıyı aşağıya doğru bastırıyor gibi bir durum meydana getirirler. Bir sıvının serbest yüzeyini gergin bir zar haline getiren neden budur. Bir başka ifadeyle maddenin iç kısmındaki bir atom, komşu atomlar tarafından her yönden eşit bir kuvvetle çekilir. Böylece iç kısımdaki bir atoma etki eden tüm kuvvetler dengede olur ve atomlar arası mesafe sabit kalır. Ancak bu durum maddenin yüzeyinde değişir. Yüzeydeki bir atoma içerideki atomlar tarafından uygulanan çekme kuvveti, yüzey üzerindeki gaz ortamının atomları tarafından dengelenemez. Bunun sonucunda yüzeydeki atomlarda içerideki komşu atomlar arasındaki mesafe azalır ve dengelenmemiş kuvvetlerden doğan bir enerji fazlalığı ortaya çıkar. Bu olaya yüzey gerilmesi denir. Bu gerilme dengelenmemiş kuvvetlerin bileşkesine eşittir. Sıvı yüzeyindeki atomların, iç kısımlardaki atomlar tarafından büyük bir kuvvetle çekilmesi sonucu sıvı yüzeyi adeta bir zar gibi gerilir.

Sıvıların kararlı halde olabilmesi için yüzey alanının minimum olması gerekir. Bütün maddeler minimum enerji seviyesinde bulunmak ister. Katılar ve sıvılar buldukları ilk fırsatta yüzey alanlarını küçültürerek yüzey geriliminden doğan enerji fazlalığını minimuma indirmek isteyecektir. Bir katı cisimde asılı kalan veya bir damlalıktan aşağıya düşen su damlacığının şekli küreseldir. Zira, sıvının belirli bir hacmi için en küçük yüzey o sıvının küre şeklinde bir hacim doldurduğu zaman sahip olduğu yüzeydir. Diğer bir deyişle aynı hacimde en küçük yüzey küre biçiminde olan cisimde bulunur.

Ortak yüzeyin birim alanını meydana getirmek amacıyla yeterli sayıdaki molekülün sıvının içinden ortak yüzeye getirilmesi için yapılan işe *yüzey gerilimi* denir. Yüzey gerilimi σ (sigma) ile gösterilir. Yüzey gerilimi

sıvıların bir özelliğidir, sıcaklığa ve sıvıların cinsine bağlıdır. Yüzey geriliminin boyutu MT^{-2} olup birimi SI sisteminde N/m, CGS sisteminde dyn/cm ve teknik ölçü sisteminde g/cm'dir. Yüzey gerilimi sıcaklık arttıkça azalmaktadır.

Bir akışkan damlasının içindeki basınç, şekil 1.8'deki serbest cisim diyagramını kullanarak hesaplanabilir. Damla tam ortadan şekilde görüldüğü gibi kesilirse damlanın kenarında yüzey gerilimi nedeniyle meydana gelen basınç kuvveti $2\pi R\sigma$ olacaktır.

Dairesel alan πR^2 üzerine etkili iç (P_i) ve dış (P_e) basınçları arasındaki fark basınç (ΔP) tarafından yukarıda belirtilen yüzey gerilim kuvveti dengelenmek zorundadır. Yani;

$$2\pi R\sigma = \Delta P \cdot \pi R^2 \quad \text{ya da}$$

$$\Delta P = P_i - P_e = \frac{2\sigma}{R} \quad \text{olmalıdır.}$$

Bu bağıntıdan da anlaşılacağı gibi damlanın içindeki basınç damlanın dışındaki basınçtan daha büyüktür. Bu bağıntıya *Laplace denklemi* denir. Herhangi bir sıvı için yüzey gerilimi sabittir. Buna göre Laplace denkleminden küçük yarıçaplı bir sabun köpüğünü şişirmek için gereken basınç farkının, büyük yarıçaplı sabun köpüğünü şişirmek için gereken basınç farkından daha büyük olduğu görülür. Yani küçük bir küreyi bir birim genişletmek için gereken basınç farkı daha büyüktür.



Şekil 1.7. Sıvı damlasının yarıma etkili olan kuvvetler

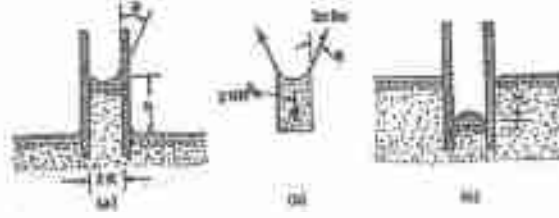
Sıvılarda yüzey gerilimini en iyi, sıvıya batırılmış ince "kılcal" borularda gözlemleyebiliriz. Çapı milimetre veya daha küçük olan ince borulara "Kılcal Borular" denmektedir. Bu tip boruların bir sıvı içerisine daldırılmasıyla sıvı bileşik kaplar kuralına uymayarak alçalmakta ya da yükselmektedir. Örneğin kılcal borunun cıva içerisine daldırılması durumunda boru içinde seviye alçalmakta, suya daldırılması halinde seviye yükselmektedir (şekil 1.9). Buna göre kılcal borularda su gibi "ıslatan sıvılar" yükselmekte, cıva gibi "ıslatmayan sıvılar" ise alçalmaktadır.

Kılcal borularda sıvıların yükselmesi, sıvı moleküllerinin kend aralarında kohezyon (iç çekim) denilen çekme kuvvetleriyle, sıvı ve cam gibi farklı moleküller arasındaki adhezyon (dış çekim) kuvvetlerinden ileri gelmektedir. İster katı, ister sıvı ve isterse gaz olsun bir maddenin atomları

arasında birbirlerine karşı kuvvet etkileşimleri vardır. Aralarında uygun mesafe bulunan iki atom arasında çekme kuvvetleri etkilidir. Eğer iki atom çekme kuvvetinin etkisiyle birbirine çok yaklaşırsa bu defa birbirlerini itmeye başlarlar. İtme ve çekme kuvvetlerinin dengelendiği mesafede atomlar en kararlı konumlarda bulunur. Bir atomu kararlı konumdan ayırmak yani diğer atoma yaklaştırmak veya ondan uzaklaştırmak için enerjiye ihtiyaç vardır. Gerekli olan bu enerji katı cisimler için büyük, sıvılar için küçük, gazlar için ise ihmal denebilecek kadar azdır. Bir maddenin atomları arasındaki bu çekme kuvvetlerine *kohezyon* denir. Atomlar arası kuvvetler yalnızca aynı madde içerisinde etki etmezler. Bir maddenin atomu ile diğer bir maddenin atomu arasında da çekme kuvvetleri mevcuttur ve buna da *adhezyon* denir.

Bir bardak içerisindeki suyu ele aldığımızda, su moleküllerinin kendi aralarındaki çekme kuvvetleri kohezyon, bardak molekülleri ile su molekülleri arasında çekim kuvvetleri ise adhezyondur. Kohezyon ve adhezyon kuvvetleri, bir sıvının, bulunduğu ortamdaki davranışını belirler. Sıvının kohezyonu bulunduğu kabın uyguladığı adhezyondan büyükse, sıvı, kabın çeperine yapışmaz yani kabı ıslatmaz. Bunun aksi durumda yani adhezyon kohezyondan büyük olduğunda sıvı kaba yapışır ve içinde yükselir. Islatan sıvılarda cam molekülleri ile sıvı molekülleri arasındaki adhezyon kuvveti, sıvı moleküllerinin kendi aralarındaki kohezyon kuvvetinden büyüktür. Islatmayan sıvılarda örneğin cıvada ise kohezyon kuvveti, adhezyon kuvvetinden daha büyük olduğundan cama yakın moleküller sıvı molekülleri tarafından daha büyük kuvvetle çekilerek kılcal boru içinde alçalırlar (şekil 1.8.c). Eğer suyun kohezyonu cıva gibi yüksek olsaydı, su vücudumuzu ıslatmazdı. Teknolojik uygulamalarda çeşitli katkı maddeleri ile sıvının veya kabının özelliklerini değiştirerek kohezyon ve adhezyon kuvvetlerinin büyüklüğünü değiştirmemiz olanaklıdır. Suyun cıva gibi davranarak ıslatmadığı maddeler de vardır. Böyle maddelere su sevmeyen *hidrofob* maddeler, su tarafından ıslatan maddelere ise suyu seven *hidrofil* maddeler adı verilir. Bu olaydan yararlanarak kontak lensler göz küresi üzerinde durmaktadır. Kontak lensler göz yaşını seven maddeden yapıldığından kornea tarafından çekilerek gözyaşı film tabakasında yüzer durumda durur. Su örümceği, su üzerinde yüzey geriliminden dolayı oluşan zarın üzerinde yürür. Su üzerine yapışıp kalmaması için ayaklarının ucunda hidrofob balmumuna bulanmış kıllardan oluşan kadifemsi sık bir örgü bulunur.

Kılcal borularda yükselen ya da alçalan sıvının yüksekliği (h), yüzey gerilmesi (σ), boru yarıçapı (R), sıvının özgül ağırlığı (γ), sıvı ile boru arasındaki dokunma açısına (θ) bağlıdır. Kılcal boruda sıvıya etkiyen iki kuvvet vardır. Bunlardan birincisi sıvının kılcal boruda yükselmesini ya da alçalmasını sağlayan yüzey gerilim kuvveti olan $2\pi R\sigma\cos\theta$ ve ikincisi kılcal boruda suyun ağırlığıdır ($\gamma\pi R^2h$). Yüzey gerilim kuvveti kılcal boru çevresi ($2\pi R$), birim yüzey gerilimi (σ) ve $\cos\theta$ 'nin çarpımıdır. Bu iki kuvvet dengede olmak zorundadır.



Şekil 1.8. Kılcal borularda sıvının yükselmesi ve alçalması (a: ıslatan sıvılarda sıvının yükselişi, b: hesaplanan sıvının yükseldiğinin serbest cisim diyagramı, c: ıslatmayan sıvılarda sıvının alçalışı)

Suyun ağırlığı= yüzey gerilim kuvveti

$$\gamma \cdot \pi \cdot R^2 \cdot h = 2 \cdot \pi \cdot R \cdot \sigma \cdot \cos \theta$$

$$h = \frac{2 \cdot \sigma \cdot \cos \theta}{\gamma \cdot R}$$

elde edilir. Bu bağında; $\gamma = \rho \cdot g$ olduğundan özgül kütleye bağlı olarak tekrar düzenlenebilir.

$$h = \frac{2 \cdot \sigma \cdot \cos \theta}{\rho \cdot g \cdot R}$$

Pozitif değer yükselmeyi, negatif değer ise alçalmayı ifade etmektedir. Burada; θ açısı dokunma (temas) açısı olup sıvı ile borunun cinsine bağlıdır. Örneğin temiz cam boru ve su için $\theta = 0$ ve temiz cam boru ile cıva için $\theta = 130^\circ$ dir. Yukarıdaki bağıntılarda;

- h : Sıvının yükselme veya alçalma miktarı (m),
- σ : Yüzey gerilimi (N/m),
- θ : Dokunma (temas) açısı ($^\circ$),
- R : Kılcal borunun yarıçapı (m),
- γ : Sıvının özgül ağırlığı (N/m³),
- ρ : Sıvının özgül kütlesi (kg/m³),
- g : Yerçekimi ivmesi (9.81 m/s²)'dir.

Kılcal borularda suyun yükselmesi toprak-su ilişkileri bakımından oldukça önemlidir. Toprak içerisindeki yer altı su seviyesinden suyun bitki kök bölgesine yükselmesi, alt toprak katmanlarındaki nemin toprak yüzeyine yükselerek buharlaşması olayı da kılcallıkla ilgilidir. Yine ağaç dallarında suyun dolaşımı kılcallıkla açıklanabilir. Pülverizatörlerde damla oluşumunda yüzey gerilimi azaldıkça sıvı daha küçük çaplı damlalara ayrılabilir ve bitki yüzeyine daha iyi yayılabilir. Bu şekilde değme çapı büyür, değme açısı küçülür ve kaplama oranı artar. Bu nedenlerle bazen ilaç içerisinde yüzey gerilimini azaltıcı (surfaktan) maddeler kabılır.

1.11. Akışkanların Temel Özellikleriyle İlgili Uygulama Örnekleri

ÖRNEK-1.1: V: hızı, L: uzunluğu, W: ağırlığı ve μ dinamik viskoziteyi gösterdiğine göre aşağıdakilerin boyutlarını MLT sisteminde bulunuz.

- a) $\frac{V L W}{\mu}$
- b) $W \mu L$
- c) $\frac{V \mu}{L}$
- d) $\frac{V L^2 \mu}{W}$

Çözüm: Önce verilenlerin boyutlarını yazalım.

$$V = L T^{-1} \quad L = L, \quad W = M L T^{-2}, \quad \mu = M L^{-1} T^{-2}$$

$$a) \frac{V L W}{\mu} = \frac{(L T^{-1}) (L) (M L T^{-2})}{M L^{-1} T^{-2}} = L^4 T^{-2}$$

$$b) W \mu L = (M L T^{-2}) (M L^{-1} T^{-2}) L = M^2 T^{-4} L$$

$$c) \frac{V \mu}{L} = \frac{(L T^{-1}) (M L^{-1} T^{-2})}{L} = M L^{-1} T^{-3}$$

$$d) \frac{V L^2 \mu}{W} = \frac{(L T^{-1}) (L^2) (M L^{-1} T^{-2})}{M L T^{-2}} = L$$

ÖRNEK-1.2: Bir tanka 70 °C'de 8 kg hava sıkıştırılmıştır. Sıkıştırılan havanın manometreden okunan basıncı 400 kPa olduğuna göre tankın hacmini hesaplayınız. Havanın gaz sabiti R= 288,9 J/kg-K

Çözüm:

$$P = \rho R T$$

$$\rho = \frac{P}{R T} = \frac{(400\,000 \text{ Pa} + 101\,330 \text{ Pa})}{\left(288,9 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}\right) (273 + 70) \text{ K}} = 5,09 \text{ kg/m}^3$$

$$\rho = \frac{m}{V}$$

$$V = \frac{m}{\rho} = \frac{(8 \text{ kg})}{\left(5,09 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right)} = 1,57 \text{ m}^3$$

ÖRNEK-1.3: Gaz sabiti $R= 518,5 \text{ J/kg.K}$ olan 40°C 'deki metanın $8,3 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ mutlak basınç altındaki özgül kütlesini ve özgül hacmini bulunuz?

Çözüm:

$$P = \rho \cdot R \cdot T$$

$$\rho = \frac{P}{R \cdot T} = \frac{(8,3 \cdot 10^5 \text{ Pa})}{\left(518,5 \frac{\text{J}}{\text{kg.K}}\right) (273 + 40) \text{ K}}$$

$$\rho = 5,11 \text{ kg/m}^3$$

$$\text{Özgöl hacim} = u = \frac{1}{\rho} = \frac{1}{5,11} = 0,116 \text{ m}^3/\text{kg}$$

ÖRNEK-1.4: Bir boruda akan sıvının viskozitesi $\mu = 3,1 \cdot 10^{-4} \text{ Pas}$ ve yoğunluğu $0,68$ 'dir. Sıvının borudaki hız dağılımı $V = 1,125 - 200 \cdot (0,075 - y)^2$ ile verilmektedir. Bu eşitlikte $V(\text{m/s})$ hızı ve $y(\text{m})$ boru duvarından olan uzaklığı vermektedir. Boru çeperinden (duvarından) itibaren $0,025 \text{ m}$, $0,050 \text{ m}$ ve $0,075 \text{ m}$ uzaklıkların hangisinde kayma gerilmesi sıfırdır.

Çözüm:

$$V = 1,125 - 200 \cdot (0,075 - y)^2$$

$$\frac{dv}{dy} = 400 \cdot (0,075 - y) = 30 - 400 \cdot y$$

$y \text{ (m)}$	$V(\text{m/s})$	$dv/dy \text{ (s}^{-1}\text{)}$	$\tau = \mu \frac{dv}{dy} \text{ (Pa)}$
0	0	30	$9,3 \cdot 10^{-3}$
0,025	0,625	20	$6,2 \cdot 10^{-3}$
0,050	0,880	10	$3,1 \cdot 10^{-3}$
0,075	1,125	0	0

$y = 0,075 \text{ m}$ uzaklıkta kayma gerilmesi sıfırdır. Hız değişiminin sıfır olduğu noktalarda kayma gerilmesi de sıfır olacaktır.

ÖRNEK-1.5: Sabit bir levhadan $h = 0,8 \text{ mm}$ uzakta, kare şeklinde ve kenar uzunluğu 100 mm olan hareketli bir levhayı $V = 0,5 \text{ m/s}$ hızla hareket ettirebilmek için $F = 1 \text{ N}$ 'luk bir kuvvet gerektğine göre levhalar arasına konan yağlama yağının mutlak viskozitesini,

- SI birim sisteminde,
- Teknik ölçü sisteminde,
- CGS birim sisteminde bulunur?

Çözüm: Mutlak viskozite

$$\mu = \tau \frac{dy}{dv} = \frac{F \cdot h}{A \cdot V} = \frac{\tau \cdot h}{V}$$

ile hesaplanmaktadır.

Burada;

- A : Levhanın yüzey alanı (m²),
- V : Hareketli levhanın hızı (m/s),
- F : Levhaya uygulanan kuvvet (N),
- h : Levhalar arası uzaklık (m),
- τ : Kayma gerilmesi (N/m²),
- μ : Mutlak viskozitedir (Ns/m²).

- SI birim sisteminde mutlak viskozite

$$\mu = \frac{F \cdot h}{A \cdot V} = \frac{(1 \text{ N}) \cdot (0,0008 \text{ m})}{(0,01 \text{ m}^2) \cdot (0,5 \text{ m/s})} = 0,16 \left(\frac{\text{Ns}}{\text{m}^2} = \text{Pa.s} \right)$$

- Teknik ölçü sisteminde mutlak viskozitenin birimi kp.s/m² dir.

Newton = N = 0,102 kp olduğundan $\mu = (0,16 \text{ Pas}) \cdot (0,102 \text{ kp}) = 0,01632 \frac{\text{kp.s}}{\text{m}^2}$ dir.

- CGS sisteminde mutlak viskozite dyn.s/cm²= g/cm.s= poise olarak ifade edilir.

kp.s/m²= 98,04 dyn.s/cm² dir.

$\mu = (0,01632) \cdot (98,04) = 1,6$ poise saptanır. Veya

$\frac{\text{Ns}}{\text{m}^2} = \text{Pa.s} = 10 \text{ poise}$ olduğundan $\mu = 0,16 \cdot 10 = 1,6$ poise elde edilir.

ÖRNEK-1.6: Çapı d= 50 mm olan bir mil, çapı D= 50,2 mm olan ve L= 50 mm genişliğinde bir yatak içerisinde eksenel doğrultuda F= 50 kp'luk bir kuvvetle V= 0.01 m/s'lik hızla hareket ettirilebiliyor.

- Mil ile yatak arasındaki yağlama yağının mutlak viskozitesini hesaplayınız.
- Aynı mil teğetsel doğrultuda aynı çevresel hızla döndürebilmek için döndürme momenti ne olmalıdır?

Çözüm:

(a) Yatakle mil arasındaki h açıklığı:

$$h = \frac{D - d}{2} = \frac{(50,2 \text{ mm}) - (50 \text{ mm})}{2} = 0,1 \text{ mm'dir.}$$

Millin yatağı içerisinde kalan kısmının yüzey alanı:

$$A = 2\pi r L = \pi d L = (\pi) (50 \text{ mm}) (50 \text{ mm})$$

$$A = 7854 \text{ mm}^2 \text{ bulunur.}$$

Mutlak viskozite:

$$\tau = \mu \frac{V}{h} \quad \mu = \frac{\tau h}{V} = \frac{F}{A} \cdot \frac{h}{V}$$

bağıntısı ile saptanır.

$$F = 50 \text{ kp} = 490,5 \text{ N}$$

$$h = 0,1 \text{ mm} = 1 \cdot 10^{-4} \text{ m}$$

$$A = 7854 \text{ mm}^2 = 7,854 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$$

$$V = 0,01 \text{ m/s} \text{ olduğuna göre}$$

$$\mu = \frac{(490,5 \text{ N}) \cdot (1 \cdot 10^{-4} \text{ m})}{(7,854 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2) \cdot (0,01 \text{ m/s})} = 624,52 \text{ Pa.s'dir.}$$

b) Mill çevresel olarak aynı hızda döndürmek için gerekli olan moment:

$$M = \frac{F \cdot d}{2} \text{ dir.}$$

Buradaki F kuvveti teğetsel doğrultudaki kuvvettir ve hesaplanması gerekir.

$$M = \frac{(490,5 \text{ N}) \cdot (0,05 \text{ m})}{2} = 12,26 \text{ N.m} \text{ hesaplanır.}$$

ÖRNEK-1.7: Havanın 20°C deki mutlak viskozitesi $18 \cdot 10^{-6} \text{ (N.s/m}^2 \text{)}$ ise 800°C deki viskozitesini;

a) OSS kanununa göre

b) Sutherland kanununa göre hesaplayınız.

Çözüm:

Gazların viskozitesi sıcaklıkta artmaktadır. Bu artışın bulunmasını sağlayan OSS kanunu ve Sutherland kanunu sırasıyla aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\text{OSS kanunu} \Rightarrow \mu = \mu_0 \left(\frac{T}{T_0} \right)^n$$

$$\text{Sutherland kanunu} \Rightarrow \mu = \mu_0 \left(\frac{T}{T_0} \right)^{3/2} \frac{(T_0 + S)}{(T + S)}$$

Burada;

μ_0 : T_0 (genellikle 273 K) mutlak sıcaklıkta bilinen viskozite,

n ve S : Sabitler olup hava için $n = 0,67$ ve $S = 110$ K alınabilir.

a) Önce 0 °C (273 K) deki viskoziteyi bulalım.

$$\mu = \mu_0 \left(\frac{T}{T_0} \right)^n \Rightarrow \mu_0 = \frac{\mu}{\left(\frac{T}{T_0} \right)^n} = \frac{(1,8 \cdot 10^{-3} \text{ N.s/m}^2)}{\left(\frac{293 \text{ K}}{273 \text{ K}} \right)^{0,67}}$$

$$\mu_0 = 1,72 \cdot 10^{-3} \text{ N.s/m}^2$$

Bu değeri aynı formülde yerine koyarak 800 °C'de viskozite hesaplanır.

$$\mu = \mu_0 \left(\frac{T}{T_0} \right)^n = (1,72 \cdot 10^{-3} \text{ N.s/m}^2) \left(\frac{(800 + 273) \text{ K}}{273 \text{ K}} \right)^{0,67}$$

$$\mu = 4,3 \cdot 10^{-3} \text{ N.s/m}^2 \text{ dir.}$$

b) Sutherland kanununa göre yine öncelikle 0 °C'deki viskozite hesaplanmalıdır.

$$\mu_0 = \frac{\mu(T + S)}{\left(\frac{T}{T_0} \right)^{3/2} (T_0 + S)}$$

$$\mu_0 = \frac{(1,8 \cdot 10^{-3} \text{ Pa.s}) \cdot (293 \text{ K} + 110 \text{ K})}{(293 \text{ K} / 273 \text{ K})^{3/2} \cdot (273 \text{ K} + 110 \text{ K})} = 1,703 \cdot 10^{-3} \text{ Pa.s}$$

0 °C'de bulunan viskozite değeri 800 °C için kullanılır.

$$\mu = \mu_0 \frac{\left(\frac{T}{T_0} \right)^{3/2} (T_0 + S)}{(T + S)}$$

$$\mu = \frac{(1,703 \cdot 10^{-6} \text{ Pa.s})(1073 \text{ K}/273 \text{ K})^{82} \cdot (273 \text{ K} + 110 \text{ K})}{(1073 \text{ K} + 110 \text{ K})} = 4,296 \cdot 10^{-5} \text{ Pa.s}$$

ÖRNEK-1.8: Yatay düzlem üzerinde akan yağsız sütün viskozitesi $\mu = 1,37$ cp olup hız dağılımı $V = y^2 - 0,30y$ olarak verilmiştir. Burada, V , m/s olarak hızı ve y ise m olarak düşey mesafeyi göstermektedir. Bu verilere göre $y = 0,20$ m'deki kayma gerilmesini hesaplayınız.

Çözüm:

Kayma gerilmesi bilindiği gibi

$$\tau = \mu \frac{dv}{dy} \text{ ile hesaplanmaktadır.}$$

$$V = y^2 - 0,30y$$

$$\frac{dv}{dy} = 2y - 0,30 \text{ (hızın } y \text{ ye göre kısmi türevini aldık.)}$$

$y = 0,20$ m için açısal deformasyon (hız eğimi)

$$\frac{dv}{dy} = 2(0,20) - 0,30 = 0,1 \text{ rad/s bulunur.}$$

Buna göre kayma gerilmesi:

$$\tau = \mu \frac{dv}{dy} = (1,37 \cdot 10^{-3} \text{ Pa.s})(0,1 \text{ rad/s})$$

$$\tau = 1,37 \cdot 10^{-4} \text{ Pa}$$

ÖRNEK-1.9: Çapı $d = 1,2$ mm ve özgül kütlesi $\rho = 7,8$ g/cm³ olan bir çelik küre, özgül kütlesi $\rho = 1,5$ g/cm³ olan bir sıvı içinde $V = 5$ mm/s'lik bir limit (terminal) hızla düşmektedir. Kılcal viskozimetrede bulunan sıvının kinematik viskozitesini cst olarak hesaplayınız.

Çözüm:

Kılcal viskozimetrede limit hızla düşen bir sıvının dinamik (mutlak) viskozitesi CGS birim sisteminde aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır.

$$\mu = \frac{2}{9} \frac{\eta}{V} R^2 (\rho_{\text{cis}} - \rho_{\text{sıvı}})$$

R : Kürenin yarıçapı (0,06 cm).

ρ_{cis} : Kürenin özgül kütlesi (=7,8 g/cm³).

ρ_{sivi} : Sıvının özgül kütlesi ($\approx 1,5 \text{ g/cm}^3$),
 V : Kürenin hızı ($0,5 \text{ cm/s}$).

$$\mu = \frac{2}{9} \cdot \frac{(981 \text{ cm}^2/\text{s}) \cdot (0,06 \text{ cm})^2 \cdot (7,8 - 1,5) \text{ g/cm}^3}{(0,5 \text{ cm/s})}$$

$$\mu = 9,9 \text{ (g/cm.s = poise)}$$

kinematik viskozite:

$$\nu = \frac{\mu}{\rho_{\text{sivi}}} = \frac{(9,9 \text{ g/cm.s})}{(1,5 \text{ g/cm}^3)} = 6,6 \frac{\text{cm}^2}{\text{s}}$$

$$\nu = \left(6,6 \frac{\text{cm}^2}{\text{s}} \right) \left(100 \frac{\text{cst}}{\frac{\text{cm}^2}{\text{s}}} \right) = 660 \text{ cst}$$

saptanır.

ÖRNEK-1.10: Döner viskozimetrede iç silindirin yarıçapı 100 mm olup iç silindirin dış silindir arasındaki açıklık 2,5 mm'dir. Sıvı olarak gliserin kullanılmakta olup gliserinin viskozitesi 0,407 Pas dir. İç silindirin 180 min^{-1} hızla dönebilmesi için gerekli moment ve gücü bulunuz. Dış silindir sabittir ve iki silindir arasındaki hız dağılımı doğrusaldır. İç silindirin uzunluğu 150 mm olup tamamı sıvı içerisinde.

Çözüm:

$$M = \frac{2\pi r^3 h \mu \omega}{R - r} \quad \omega = \frac{2\pi n}{60} = \frac{2\pi \cdot 180}{60} = 6\pi \text{ rad/s}$$

$$M = \frac{2\pi (0,1 \text{ m})^3 (0,15 \text{ m}) (0,407 \text{ Pa.s}) (6\pi \text{ s}^{-1})}{(0,0025 \text{ m})} = 2,892 \text{ Nm}$$

$$\text{Güç} = N = \frac{M\omega}{9550} \text{ (kW)}$$

$$N = \frac{(2,892 \text{ Nm}) (180 \text{ min}^{-1})}{9550} = 0,0545 \text{ kW}$$

$$N = 54,5 \text{ W}$$

ÖRNEK-1.11: Kener uzunlukları 15 cm olan bir küpün ağırlığı 500 N'dur. Bu küp eğimi 30° olan bir eğik düzlem üzerinde $V = 0,5 \text{ m/s}$ hızla kendi ağırlığıyla kaymaktadır. Eğik düzlem ile küp arasında dinamik viskozitesi 0,800 Pas olan bir yağ bulunmaktadır. Bu küp ile yüzey arasındaki hız dağılımı homojen ise yağın kalınlığını bulunuz?

Çözüm:

$$\tau = \mu \frac{dv}{dy} = \mu \frac{V}{y}$$

$$y = \frac{\mu V}{\tau} = \frac{\mu V}{\frac{F}{A}} = \frac{\mu V A}{F}$$

$$y = \frac{\mu V A}{F}$$

$\mu = 0.800 \text{ Pas}$

$V = 0.5 \text{ m/s}$

$A = \text{Eğik düzleme dokunan yüzey} = 0.15 \text{ m} \cdot 0.15 \text{ m} = 0.0225 \text{ m}^2$

$F = \text{Küpün hareket yönündeki ağırlık bileşenidir.}$

$F = F_x = 500 \text{ N} \cdot \sin 30 = 250 \text{ N}$

$$y = \frac{(0.800 \text{ Pa} \cdot \text{s}) (0.5 \text{ m/s}) (0.0225 \text{ m}^2)}{250 \text{ N}} = 0.000036 \text{ m} = 0.036 \text{ mm}$$

ÖRNEK-1.12: Silindirik bir kaba bağlı borunun girişindeki sıvıya $P_1 = 500\,000 \text{ Pa}$ 'lık sabit bir basınç etki etmektedir. Bu borunun uzunluğu $L = 1 \text{ m}$ ve çapı $d = 2 \text{ mm}$ 'dir. Borunun diğer ucunun basıncı $P_2 = 101\,325 \text{ Pa}$ olup atmosfere açıktır. Bu koşullarda bu borudan geçen sıvının hızı $V = 0.08 \text{ m/s}$ 'dir. Sıvının mutlak viskozitesini saptayınız?

Çözüm: Bu tip problemlerde uygulanacak bağıntı;

$$Q = \frac{\pi R^4}{8\mu L} (P_1 - P_2) \text{ olmaktadır.}$$

Bu bağıntıda;

Q : Borudan akan vardi (m^3/s)

R : Borunun yarıçapı $= \frac{d}{2} = 1 \text{ mm} (= 1 \cdot 10^{-3} \text{ m})$

μ : Sıvının mutlak viskozitesi (Pas)

P_1 : Birinci basınç (Pa) = $500\,000 \text{ Pa}$

P_2 : Atmosfer basıncı (Pa) = $101\,325 \text{ Pa}$

Debi, ince borunun kesit alanı ve bu borudan geçen sıvının hızından yararlanılarak bulunabilir.

$$Q = A \cdot V = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot V = \frac{\pi \cdot (2 \cdot 10^{-3} \text{ m})^2}{4} (0.08 \text{ m/s}) = 2.51 \cdot 10^{-7} \text{ m}^3/\text{s}$$

$$\mu = \frac{\pi R^4}{8 \cdot Q \cdot L} (P_1 - P_2) = \frac{\pi \cdot (1 \cdot 10^{-3} \text{ m})^4 (500\,000 - 101\,325) \text{ Pa}}{8 \cdot (2.51 \cdot 10^{-7} \text{ m}^3/\text{s}) \cdot 1 \text{ m}}$$

$$\mu = 0,624 \text{ Pas}$$

ÖRNEK-1.13: Suyun elastiklik modülünün $E_v = 2,2 \text{ GPa}$ olduğu koşula hacminde % 0,5'lik bir azalma meydana getirebilmek için gerekli olan basınç değişimini bulunuz?

Çözüm:

$$V_0 = 100 \text{ cm}^3$$

$$V = 99,5 \text{ cm}^3$$

$$E_v = -\frac{dP}{\frac{dV}{V_0}}$$

$$dP = -E_v \frac{dV}{V_0} = -2,2 \text{ GPa} \cdot \frac{(99,5 \text{ cm}^3 - 100 \text{ cm}^3)}{100 \text{ cm}^3} = -0,011 \text{ GPa}$$

$$= 11 \text{ MPa} = 11 \cdot 10^6 \text{ Pa}$$

Alternatif çözüm;

$$\% 0,5'lik \text{ azalması} \quad \frac{V - V_0}{V_0} = \frac{0,5}{100} = 0,005$$

$$E_v = \frac{dP}{\frac{dV}{V_0}} = \frac{dP}{\frac{V - V_0}{V_0}} \quad dP = E_v \cdot 0,005$$

$$dP = 11 \cdot 10^6 \text{ Pa}$$

ÖRNEK-1.14: 0,4 MPa mutlak basıncındaki havanın izotermal elastiklik modülü nedir?

Çözüm:

Izotermal koşulda

$$E_v = P \text{ dir.}$$

$$E_v = 0,4 \text{ Mpa}$$

ÖRNEK-1.15: Bir silindire 50 C° 'de $2,78 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ mutlak basınç altında $0,35 \text{ m}^3$ hava vardır. Hava $0,071 \text{ m}^3$ 'e kadar sıkıştırılıyor.

- Izotermal koşullarda yeni basıncı ve elastiklik modülünü bulunuz.
- Izocentrik koşullarda son basıncı, sıcaklığı ve elastiklik modülünü bulunuz. $k = 1,4$ alınacaktır.

Çözüm:

a) İzotermal koşul için;

$$P_1 V_1 = P_2 V_2$$

$$(2,76 \cdot 10^5 \text{ Pa}) (0,35 \text{ m}^3) = P_2 (0,071 \text{ m}^3)$$

$$P_2 = 1\,360\,563,4 \text{ Pa}$$

$$E_v = P_2 = 1\,360\,563,4 \text{ Pa}$$

b) İzoentropik koşullarda;

$$P_1 V_1^k = P_2 V_2^k$$

$$(2,76 \cdot 10^5 \text{ Pa}) (0,35 \text{ m}^3)^{1,4} = P_2 (0,071 \text{ m}^3)^{1,4}$$

$$P_2 = 2\,575\,387,93 \text{ Pa}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{k-1}{k}}$$

$$\frac{T_2}{(273 + 50) \text{ K}} = \left[\frac{(2\,575\,387,93 \text{ Pa})}{(2,7 \cdot 10^5 \text{ Pa})} \right]^{\frac{1,4-1}{1,4} (=0,2857)}$$

$$T_2 = 615,233 \text{ K} = 342,233 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$E_v = k P_2 = 1,4 \cdot 2\,575\,387,93 \text{ Pa} = 3\,605\,543,102 \text{ Pa}$$

ÖRNEK-1.16: Bir silindire sıkıştırılmış sıvının $1 \cdot 10^6 \text{ Pa}$ basınçtaki hacmi 2000 cm^3 ve $2 \cdot 10^6 \text{ Pa}$ basınçtaki hacmi ise 1990 cm^3 olarak verilmektedir.

a) Sıvının elastiklik modülü,

b) Sıvının özgül ağırlığı $10104,3 \text{ N/m}^3$ ise ses hızını hesaplayınız?

c) Aynı silindire normal koşullardaki su olduğu kabul edilirse suyun ses hızının sıvının ses hızına oranı nedir?

Çözüm:

$$\text{a) } E_v = -V \frac{dP}{dV} = (-2000 \text{ cm}^3) \cdot \frac{(2 \cdot 10^6 - 1 \cdot 10^6) \text{ Pa}}{(1990 - 2000) \text{ cm}^3} = 2 \cdot 10^8 \text{ Pa}$$

$$b) \rho = \frac{\gamma}{g} = \frac{10104,3 \text{ N/m}^3}{9,81 \text{ m/s}^2} = 1030 \text{ kg/m}^3$$

$$C = \left(\frac{E_s}{\rho} \right)^{1/2} = \left(\frac{2,10^8 \text{ Pa}}{1030 \text{ kg/m}^3} \right)^{1/2} = 440,65 \text{ m/s}$$

c) Su için ses hızı (C_s)

$$C_s = \left(\frac{2,10^8 \text{ Pa}}{1000 \text{ kg/m}^3} \right)^{1/2} = 447,2 \text{ m/s}$$

$$\frac{C_s}{C} = \frac{447,21 \text{ m/s}}{440,65 \text{ m/s}} = 1,0148$$

ÖRNEK-1,17: $R=1$ mm yarıçaplı cam borudaki 20°C 'deki su ve 15°C 'deki civa için yükselme miktarlarını bulunuz?

Çözüm:

20°C 'deki su için alınması gerekli sabitler,

$$\theta = 0^\circ, \sigma = 0,075 \text{ N/m}, \rho = 1000 \text{ kg/m}^3$$

15°C 'deki civa için alınması gerekli sabitler,

$$\theta = 130^\circ, \sigma = 0,487 \text{ N/m}, \rho = 13600 \text{ kg/m}^3$$

$$h_{su} = \frac{2\sigma \cdot \cos\theta}{R \cdot \rho \cdot g} = \frac{2(0,075 \text{ N/m}) \cdot \cos 0^\circ}{(1 \cdot 10^{-3} \text{ m}) \left(1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right) (9,81 \text{ m/s}^2)} = 0,01529 \text{ m}$$

$$h_{su} = 15,29 \text{ mm}$$

$$h_{cva} = \frac{2\sigma \cdot \cos\theta}{R \cdot \rho \cdot g} = \frac{2(0,487 \text{ N/m}) \cdot \cos 130^\circ}{(1 \cdot 10^{-3} \text{ m}) \left(13600 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right) (9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})} = -4,693 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$h_{cva} = -4,693 \text{ mm}$ bulunur. Buradaki eksi (-) işareti civanın boru içerisinde yükselmediği alçaldığı anlamına gelmektedir.

ÖRNEK-1.18: Non-newtoniyen bir akışkan çapı 7,5 mm, uzunluğu 300 mm olan bir boruda 50 cm³/s debiyle akarken 700 Pa'lık bir basınç düşümü meydana getiriyor,

a) Laminer akımda Newtoniyen akışkanlarda kullanılan basınç düşümü formülünü kullanarak görünür viskoziteyi,

b) Aynı akışkan çapı yine 7,5 mm, uzunluğu 200 mm olan boruda 100 cm³/s debiyle akarken 800 Pa'lık basınç düşümü meydana getirirse akışkanın akım davranış ve koyuluk indeksini bulunuz.

c) 50 cm³/s ve 100 cm³/s debilerdeki duvar kayma gerilmelerini bulunuz.

Çözüm:

$$a) R = \frac{0,0075m}{2} = 0,00375m = 3,75mm \quad L=0,3m \quad \Delta P=700Pa$$

$$V = \frac{4Q}{\pi D^2} = \frac{4(50 \cdot 10^{-6})}{\pi(2 \cdot 0,00375)^2} = 1,1318 \frac{m}{s}$$

$$\mu_{app} = \frac{\Delta P R^2}{8LV} = \frac{700 \cdot 0,00375^2}{8 \cdot 0,3 \cdot 1,1318} = 0,003624 Pa \cdot s$$

$$b \text{ ve } c) V = \frac{4Q}{\pi D^2} = \frac{4(100 \cdot 10^{-6})}{\pi(2 \cdot 0,00375)^2} = 2,2635 \frac{m}{s}$$

$$\mu_{app2} = \frac{\Delta P R^2}{8LV} = \frac{800 \cdot (0,00375)^2}{8 \cdot (0,2) \cdot (2,2635)} = 0,003106 Pa \cdot s$$

50 cm³/s için (1), 100 cm³/s için de (2) indisini kullanalım.

$$\frac{\mu_{app1}}{\mu_{app2}} = \frac{K(4\phi/R)^{n-1} V_1^{n-1}}{K(4\phi/R)^{n-1} V_2^{n-1}} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{n-1}$$

$\log \frac{\mu_{app1}}{\mu_{app2}} = \log \left(\frac{V_1}{V_2}\right)$ buradan gerekli değerler yerine konursa $n=0,777$ bulunur.

$$\phi = 0,75 + \frac{0,25}{0,777} = 1,072 \text{ elde edilir.}$$

50 cm³/s için

$$\delta_w = \frac{4V\phi}{R} = \frac{4.1,1317.1,072}{0,00375} = 1294 \text{ s}^{-1}$$

$$K = \frac{\mu_{app}}{\delta^{n-1}} = \frac{0,003624}{1294^{0,777-1}} = 0,0179 \text{ Pa s}^n$$

$$\tau_w = K(\delta)^n = 0,0179.(1294)^{0,777} = 4,686 \text{ Pa}$$

100 cm³/s için

$$\delta_w = \frac{4V\phi}{R} = \frac{4.2,2635.1,072}{0,00375} = 2588,24 \text{ s}^{-1}$$

$$K = \frac{\mu_{app}}{\delta^{n-1}} = \frac{0,003106}{2588,24^{0,777-1}} = 0,0179 \text{ Pa s}^n$$

$$\tau_w = K(\delta)^n = 0,0179.(2588,24)^{0,777} = 8,03 \text{ Pa}$$

ÖRNEK-1.19: Kılcal viskozimetre, viskozitesi 10 santipoise olan bir akışkan için kullanılıyor ve akışkanın 1,5 min akması sağlanıyor. Aynı viskozimetre başka bir akışkan için kullanıldığında o akışkanın viskozimetredeki ölçüm süresi 2,5 min bulunuyor. Her iki akışkanın özgül kütleleri aynı ise ikinci akışkanın viskozitesini bulunuz.

Çözüm:

$$k_v = \frac{\mu_1}{\rho t} = \frac{10}{1,5 \rho}$$

$$\mu_2 = \rho \left[\frac{10}{1,5 \rho} \right] 2,5 = 16,67 \text{ santipoise}$$

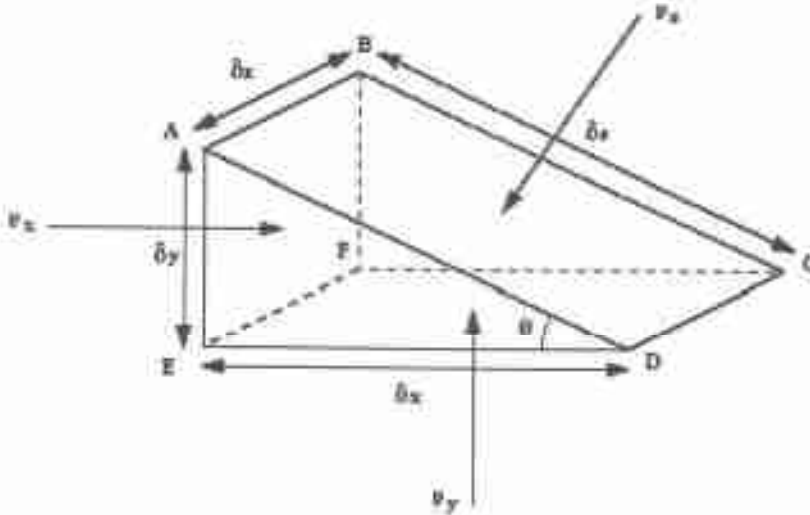
2. AKIŞKAN STATİĞİ

2.1. Bir Noktadaki Basınç

Hareketli ve durgun akışkanın herhangi bir noktasındaki basınç, viskoz kuvvetlerin olmaması (kayma gerilmesinin ihmal edilmesi) koşulunda, hareket doğrultusundan bağımsızdır. Yani bir nokta etrafındaki basınçlar, doğrultunun fonksiyonu olmayıp, her doğrultuda birbirine eşittir. x , y ve z Kartezyen koordinatlarındaki basınçlar sırasıyla P_x , P_y ve P_z olmak üzere bir noktadaki basınç,

$$P_x = P_y = P_z$$

olmaktadır. Bunu göstermek için üçgen prizma şeklinde küçük bir akışkan taneciği ele alalım. Bu üçgen prizmaya x eksenini doğrultusunda P_x , y eksenini doğrultusunda P_y ve eğim yüzeyine dik P_s basınçları etkili olsun.



Şekil 2.1. Üçgen akışkan taneciği

Akışkan statik olup kayma gerilmeleri yoktur ve tüm kuvvetler ilgili yüzeylere dik gelmektedir. Yani

P_x , ABCD yüzeyine

P_y , ABFE yüzeyine

P_z , FECD yüzeyine diktir.

Ayrıca tanecik dengede olduğundan her yöndeki kuvvetlerin bileşkesi sıfırdır. X eksenini doğrultusundaki kuvvetleri topladığımızda P_x basıncı nedeniyle ortaya çıkan kuvvet (F_{x_1}),

$$F_{x_1} = p_x \times A(ABFE) = p_x \delta_x \delta_y$$

p_x basıncı nedeniyle ortaya çıkan kuvvet F_{x_1} ,

$$F_{x_1} = -p_x \times A(ABCD) \times \sin \theta = -p_x \delta_x \delta_y \frac{\delta_y}{\delta_x} = -p_x \delta_x \delta_z$$

$$(\sin \theta = \frac{\delta_y}{\delta_x})$$

p_y basıncı nedeniyle ortaya çıkan kuvvet F_{y_1} ,

$$F_{y_1} = 0$$

Hareket olmadığından denge koşulu aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$F_{x_1} + F_{x_2} + F_{x_3} = 0$$

$$p_x \delta_x \delta_y + (-p_x \delta_y \delta_z) = 0$$

$$F_{x_1} = F_{x_2}$$

Benzer şekilde y eksenini için kuvvetlerin toplamı,

$$F_{y_1} = p_y \times A(EFCD) = p_y \delta_x \delta_z$$

p_z basıncı nedeniyle ortaya çıkan kuvvet F_{z_1} ,

$$F_{z_1} = -p_z \times A(ABCD) \times \cos \theta = -p_z \delta_x \delta_y \frac{\delta_x}{\delta_z} = -p_z \delta_x \delta_z$$

$$(\cos \theta = \frac{\delta_x}{\delta_z})$$

p_x basıncı nedeniyle ortaya çıkan kuvvet F_{x_2} ,

$$F_{x_2} = 0$$

Tanecikğin ağırlığı nedeniyle meydana gelen kuvvet,

Ağırlık kuvveti= özgül ağırlık x tanecik hacmi = $-\rho g \times \frac{1}{2} \delta x \delta y \delta z$

Hareket olmadığından denge koşulu aşağıdaki gibi yazılabilir.

$F_{yx} + F_{xy} + F_{zx} + \text{ağırlık kuvveti} = 0$

$$p_x \delta_x \delta_y + (-p_x \delta_x \delta_z) + (-\rho g \frac{1}{2} \delta_x \delta_y \delta_z) = 0$$

Tanecik elementi yani $\delta_x, \delta_y, \delta_z$ çok küçük olduğundan $\delta_x \delta_y \delta_z$ ihmal edilebilir.

Bu nedenle

$$P_x = P_y$$

yazılır. Böylece

$P_x = P_y = P_z$ elde edilir. Buna göre bir noktadaki basınç tüm yönlerde aynıdır ve bu ifadeye statik akışkanlara uygulanan *Pascal kanunu* denir.

Eğer sıvı akışkan hareket ettirilirse bir noktadaki ortalama basınç

$$P = \frac{P_x + P_y + P_z}{3} \text{ olur.}$$

2.2. Hidrostatik Temel Denge Denklemi

Akışkanlarda basınç dağılımının belirlenmesinde kullanılan kayma gerilmesiz koşuldaki hidrostatik temel denge denklemi aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$-\nabla P - \gamma \vec{k} = \rho \vec{a}$$

$$\nabla P = \frac{\partial P}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial P}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial P}{\partial z} \vec{k} = \frac{\delta \vec{F}_s}{\delta x \delta y \delta z}$$

Burada;

- ∇P : Basınç gradyenti ya da birim hacimdeki bileşke yüzey (basınç) kuvveti (N/m^3),
- γ : Akışkanın özgül ağırlığı ya da birim hacimdeki akışkanın kütle kuvveti (N/m^3),
- ρ : Akışkanın özgül kütlesi (kg/m^3),
- $\delta \vec{F}_s$: Akışkan taneciğine etkiyen toplam bileşke kuvveti (N),
- $\vec{a}$: Akışkanın ivmesi (m/s^2),
- $\delta x, \delta y, \delta z$: Akışkan taneciğinin x, y, z koordinatlarındaki birim kenar uzunlukları (m).

2.3. Basınç Değişimi

Akışkanlarda basıncın yükseklikle değişimi diferansiyel eşitlik olarak

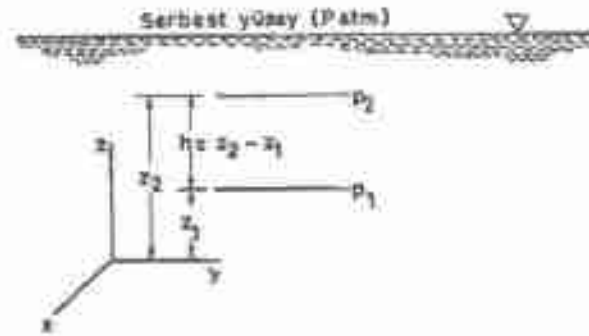
$$dP = -\gamma \cdot dz$$

biçiminde gösterilebilir. Bu eşitlikteki (-) işareti basıncın akışkan içerisinde yukarı çıkıkça azaldığını göstermektedir.

Sıkıştırılamayan akışkanlarda (sıvılarda) dikey doğrultuda iki nokta arasındaki basınç farkı; bu noktalar arasındaki uzaklığın ($z_2 - z_1$), akışkanın özgül ağırlığıyla (γ) çarpımına eşittir.

$$P_1 - P_2 = \gamma \cdot (z_2 - z_1) = \gamma \cdot h$$

$$P_1 = P_2 + \gamma \cdot h$$



Şekil 2.2: Dikey doğrultuda basıncın değişimi

Buradaki P_1 ve P_2 , z_1 ve z_2 yüksekliklerindeki basınçları göstermektedir (şekil 2.2).

Sıvılarla çalışmada referans eksenini olarak serbest sıvı yüzeyi alınır ve sıvının herhangi bir noktasındaki mutlak basınç,

$$P = \gamma \cdot h + P_{atm}$$

ile bulunur. Eğer bulunacak basıncın manometrik olması gerekiyorsa sıvının herhangi bir noktasına etkiyen basınç aşağıdaki bağıntıyla elde edilir.

$$P = \gamma \cdot h$$

Gazlarda basıncın hesaplanmasında da küçük yüksekliklerde yukarıdaki basınç formülleri kullanılabilir. Ancak yüksekliğin fazla olduğu koşullarda bir noktaya etkiyen basınç aşağıdaki gibi hesaplanabilir.

$$P_2 = P_1 \cdot e^{A \cdot (z_2 - z_1)}$$
$$A = -g / (R \cdot T_a)$$

Bu bağintıda;

- P_1 ve P_2 : z_1 ve z_2 noktalarındaki mutlak basınçları (Pa),
 z_1 ve z_2 : Basınç farkının hesaplanacağı ilgili noktaları (m),
 R : Gaz sabitesi (J/kgK),
 T_0 : Hava sıcaklığını (K) göstermektedir.

Akışkanların üzerine etkiyen kuvvetleri her yönde iletmeleri, aynı yükseklikteki basınçların birbirine eşit olması, basıncın kabin boyut ve biçimine bağlı olmaması krikolarda, kaldırıcılarda, hidrolik frenlerde, preslerde ve ağır iş makinelerinde önemli olmaktadır.

Kapalı bir kabi tamamen dolduran sıvının herhangi bir noktasından yapılan basınç sıvı tarafından kendine dokunan bütün yüzeylere dik olarak aynen iletilir. Sıvılar kuvveti değil de basıncı aynen iletirler. Şekil 2.3'de görülen su cenderesinde bu durum aşağıdaki gibi gözlenilebilir.

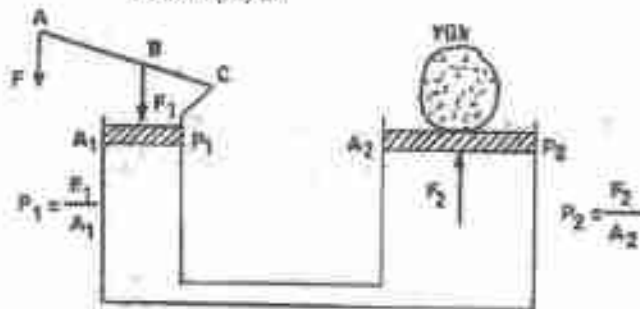
$$P_1 = P_2$$

$$\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$$

$$F_1 = F \cdot \frac{|AC|}{|BC|}$$

Burada;

- P_1 ve F_1 : Sırasıyla birinci alana etkiyen basınç (Pa) ve kuvvet (N),
 P_2 ve F_2 : Sırasıyla ikinci alana etkiyen basınç (Pa) ve kuvvet (N),
 A_1 ve A_2 : Sırasıyla birinci ve ikinci yüzey alanı (m^2),
 F : Kaldırıcı etkiyen kuvvet (N),
 $|AC|$ ve $|BC|$: Sırasıyla A ve C ile B ve C noktaları arasındaki uzaklık (m)'tir.



Şekil 2.3. Su cenderesi

2.4. Atmosfer Sıcaklığı ve Atmosfer Basıncının Değişimi

Yeryüzünden yükseklere çıkıldıkça basınçta ve sıcaklıkta değişimler meydana gelir. Şekil 2.4'de görüldüğü gibi yeryüzeyine yakın bölgede (troposphere) yüksekliğe bağlı olarak sıcaklık azalmakta, bir sonraki tabaka olan stratosphere'de hemen hemen sabit kalmakta ve daha sonraki tabakada tekrar artmaktadır. Yeryüzeyinden yaklaşık 11 km yüksekliğe kadarki (troposphere) bölgede hava sıcaklığı aşağıdaki eşitlik ile bulunabilmektedir.

$$T = T_0 - \beta z$$

Burada;

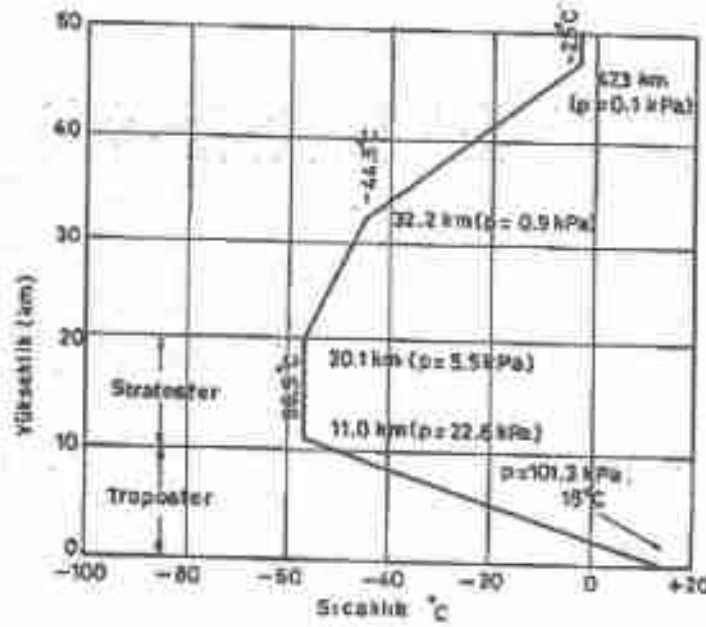
- T : İstenilen yükseklikteki hava sıcaklığı (K),
- T_0 : Deniz seviyesindeki hava sıcaklığı (K),
- β : 0,00650 K/m,
- z : Sıcaklığı bulunmak istenen yükseklik (m).

Yeryüzünden 11 km yüksekliğe kadar ki bölgede atmosfer basıncındaki değişimi

$$P = P_0 \left(1 - \frac{\beta z}{T_0} \right)^{z/(R/\beta)}$$

ile bulunur. Burada;

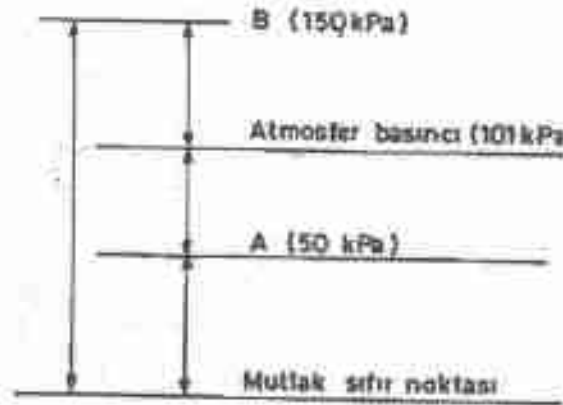
- P : İstenilen noktanın mutlak basıncı (Pa),
- P_0 : Standart atmosfer basıncı (101330 Pa),
- T_0 : Deniz seviyesindeki hava sıcaklığı (288,15 K),
- β : 0,00650 K/m,
- z : Basıncı bulunmak istenen noktanın yeryüzeyine olan uzaklığı (m),
- g : 9.81 m/s²
- R : Gaz sabiti (286,9 J/kg.K)'dir.



Şekil 2.4. Yüksekliğe bağlı olarak sıcaklık ve basınç değişimi

2.5. Basıncın Ölçümü

Akışkan içerisindeki bir noktadaki basıncın ifadesinde mutlak basınç ve manometrik basınç olmak üzere iki basınç kullanılmaktadır. Basıncın mutlak mı, manometrik mi olduğu, göz önüne alınan referans eksenine bağlıdır. Basıncın mutlak sıfır noktasına (havasız alınmış ortama) göre ölçülüp ifade edilmesine mutlak basınç, atmosfer basıncı eksenine göre ölçülüp ifade edilmesine manometrik (relatif, bağlı, gösterge) basınç denir (şekil 2.5). Örneğin şekilde

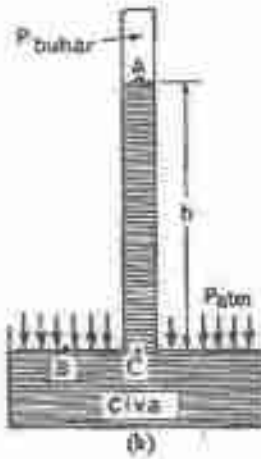
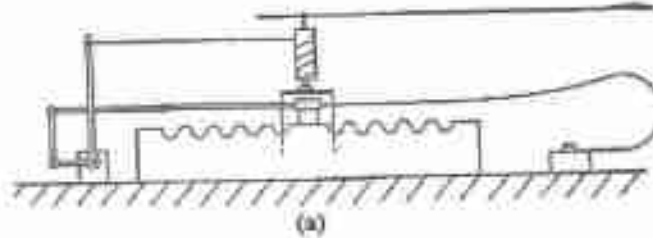


Şekil 2.5. Basınç çeşitleri

(A) noktasının mutlak basıncı $P_A = 50$ kPa iken manometrik basıncı $P_A = -(101-50) = -51$ kPa'dır. Yine (B) noktasının mutlak basıncı 150 kPa iken manometrik basıncı $(150-101) = 49$ kPa olacaktır. Atmosfer basıncının kendisi de mutlak basınçtır. Mutlak basınç her zaman pozitif iken manometrik basınç negatif de olabilmektedir. Uygulamadaki basınç ölçerler manometrik basıncı göstermektedirler. Mutlak basınçla manometrik basınç arasında aşağıdaki ilişki yazılabilir.

$$P_{\text{mutlak}} = P_{\text{manometrik}} + P_{\text{atmosfer}}$$

Atmosfer basıncının ölçümünde kuru (şekil 2.6a) ve sıvı (civalı) (şekil 2.6b) barometreler kullanılmaktadır. Civalı barometrede, bir kab içerisindeki cıvaya havası alınmış ince boru, ters çevrilerek daldırılırsa cıvanın ince boruda yükseldiği görülür. Eş basınç düzlemlerindeki basınçlar eşit olduğundan şekil 2.6b'de görüldüğü gibi atmosfer basıncı boruda yükselen cıvanın yapmış olduğu basınçla, borudaki buhar basıncının toplamından oluşmaktadır.



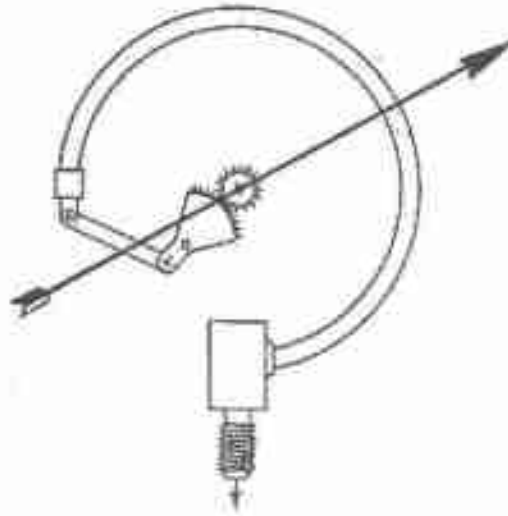
Şekil 2.6. Barometre (a.kuru tip, b. civalı)

$$P_b = P_{\text{atm}} = P_c = P_{\text{buhar}} + \gamma \cdot h$$

Buhar basıncı (P_{buhar}) çok küçük olduğundan çoğunlukla ihmal edilmekte ve atmosfer basıncı boruda yükselen sıvının basıncına eşit olmaktadır. Cıvayla yapılan deneylerde deniz seviyesinde cıvanın 760 mm yükseldiği görülmüştür.

Açık hava basıncının ölçülmesinde kullanılan cihazlarda (barometre) sıvı akışkanın yüksekliğini; kullanılan akışkanın özgül ağırlığı, ortam sıcaklığı, deneyin yapıldığı yer ve boru içindeki sıvının üst kısmındaki hava etkilemektedir. Toricelli deneyinde, kalcal boruda cıva yerine başka bir sıvı örneğin su kullanılsaydı, sıvının borudaki yüksekliği değişirdi. Çünkü açık hava basıncı aynı olacağından kullanılan sıvının özgül ağırlığına bağlı olarak h yüksekliği artacak ya da azalacaktır. Su kullanımı durumunda h yüksekliği artacak ve 10,33 m'ye kadar çıkabilecektir. Ortamın sıcaklığının değişmesi, h yüksekliğini değiştirir. Sıcaklık arttıkça yükseklik artar, sıcaklık azaldıkça yükseklik azalır. Yer yüzeyinden her 10,5 m yukarıya çıkıldıkça, h yüksekliği 1 mm düşer. Fazla yukarıya çıkıldıkça bu oran değişir. Bundan yararlanılarak yükseklik ölçülür. Yükseklik ölçen cihazlara *altimetre* denir.

Borulardaki basınç ölçümünde kullanılan cihazlara manometre denir. Kuru ve sıvı tip olmak üzere iki tipir. Şekil 2.7'de kuru tip bir manometre verilmiştir. Akışkan oval kesitli eğrisel kısma etki ederek genişleye zorlar ve bu eğri kısma bağlı ok ucu hareket ederek skalada basınç değerini gösterir. Kuru (madensel) manometrelerle, atmosfer basıncından büyük ve küçük basınç değerlerini ölçmek olanaklıdır.



Şekil 2.7. Kuru tip manometre

Sıvı manometreler kullanıldıkları amaç ve yerlere göre 3'e ayrılırlar.

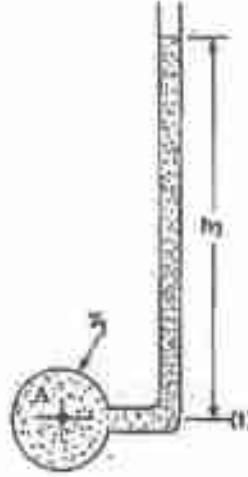
- Piyezometre borusu
- U manometresi
- Eğimli manometre

Borulardaki küçük basınçların ölçülmesinde kullanılan oldukça hassas olan piyezometre borusunun üstü atmosfere açık ve alt tarafı basıncı ölçülecek boruya bağlı ince bir borudur (şekil 2.8). Piyezometre borusundaki basınç değeri manometrik olarak

$$P_A = \gamma_1 h_1$$

bağıntısıyla hesaplanır. Burada;

- P_A : Basıncı ölçülecek A noktasının basıncı (Pa),
 γ_1 : Piyezometre borusundaki akışkanın özgül ağırlığı (N/m^3),
 h_1 : Piyezometredeki akışkan yüksekliği (m)'dir.



Şekil 2.8. Piyezometre borusu

Piyezometre borusunda basıncı ölçülecek akışkan ile piyezometredeki akışkan aynıdır. Yüksek basınçların ölçülmesinde piyezometrenin boyu çok uzun ve buna bağlı olarak da kullanımı pratik olmayacaktır. Piyezometrenin bu sakıncası U-manometresinde giderilmiş ve basıncı ölçülecek akışkan ile manometredeki akışkan birbirinden farklı alınmıştır. U-manometresi birleşik kapların özelliklerinden yararlanılarak yapılmıştır (şekil 2.9). Bu manometrede A noktasının basıncının ölçülmesinde iki yöntem uygulanabilir.

Birinci yöntemde manometre akışkanının alt seviyesinden geçen bir eşbasınç düzlemi kabul edilerek bunun üstündeki (2) ve (3) noktalarındaki basınçlar birbirine eşitlenir.

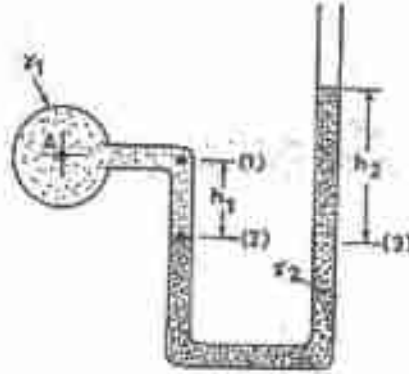
$$P_2 = P_A + \gamma_1 h_1$$

$$P_2 = \gamma_2 h_2$$

$$P_2 = P_3$$

$$P_A + \gamma_1 h_1 = \gamma_2 h_2$$

$$P_A = \gamma_2 h_2 - \gamma_1 h_1 \quad \text{elde edilir.}$$



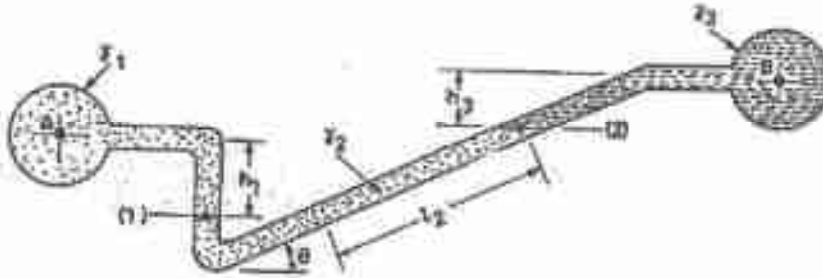
Şekil 2.9. U-manometresi

İkinci yöntemde, manometrenin yerleştirildiği sistemdeki basıncı ölçülecek noktadan başlanarak akışkan içinde yükseldikçe basıncın azaldığı, alçaldıkça basıncın arttığı kuralı kullanılarak serbest yüzeye kadar gidilir.

$$P_A + \gamma_1 \cdot h_1 - \gamma_2 \cdot h_2 = 0$$

$$P_A = \gamma_2 \cdot h_2 - \gamma_1 \cdot h_1$$

Eğimli manometreler küçük basınçların daha duyarlı okunmalarında kullanılır. Manometre belirli bir eğim açısıyla (θ) yerleştirilmiştir. Çok küçük basınçlar eğimli manometrede büyütülerek okunmaktadır (şekil 2.10).



Şekil 2.10. Eğimli manometre

Şekil 2.8'de A ve B noktaları arasındaki basınç farkı, A noktasından başlanarak B noktasına gidildiğinde aşağıdaki gibi bulunur.

$$P_A + \gamma_1 h_1 - \gamma_2 L_2 \sin \theta - \gamma_3 h_3 + P_B = 0$$

$$P_A - P_B = -\gamma_1 h_1 + \gamma_2 L_2 \sin \theta + \gamma_3 h_3$$

ile bulunmaktadır. Eğer basıncı ölçülecek akışkan gaz ise h_2 ve h_1 yükseklikleri ihmal edilebilir. Bu durumda yukarıdaki eşitlik,

$$P_A - P_B = \gamma L_2 \sin \theta$$

dönüşür. Eğimli manometrede düşey bulunacak yükseklik $(1/\sin\theta)$ kadar büyütülerek okunmaktadır.

Manometrelerin seçiminde bazı faktörlerin göz önünde bulundurulması gerekir. Bunlar,

- 1) Sık değişen basınçlara hemen tepki veremezler, bu nedenle basınç değişiminin yavaş olduğu yerlerde tercih edilirler.
- 2) U-manometresinde aynı anda iki ölçüm değerinin okunması gerekir.
- 3) Basıncıdaki küçük değişimler duyarlı olarak belirlenemez. Bunun için eğimli manometre kullanmak gerekir, ancak eğimli manometrelerin de büyük basınçların ölçülmesinde kullanılması önerilmez.
- 4) Çok doğru sonuçların elde edilmesi için sıcaklık, sıcaklık-özellik kütlesi ilişkilerinin bilinmesi gerekir.
- 5) Çok iyi bağlanmaları gerekir aksi durumda yanlış sonuçlara neden olurlar.
- 6) Yukarıdaki dezavantajlarının yanında manometreler çok basittirler.
- 7) Kalibrasyona ihtiyaçları yoktur.

2.6. Düzlemsel Yüzeylere Etkiyen Hidrostatik Kuvvet

Yatay bir düzleme bir akışkanın uyguladığı kuvvet $F_R = P.A$ bağıntısıyla bulunur. Burada;

- F_R : Yatay düzleme uygulanan hidrostatik kuvvet (N),
 P : Yatay yüzeye sıvının uyguladığı basınç (Pa),
 A : Yatay düzlemin alanı (m^2)'dir.

Hidrostatik kuvvetin etki ettiği noktaya **BASINÇ MERKEZİ** denir. Yatay düzlemde ağırlık merkezi ile basınç merkezi birbiriyle çakışır. Hidrostatik kuvvetin ağırlık merkezine göre belirlenmesi istendiğinde düzlemsel yüzeylerde genel bir formül verilebilmektedir.

$$F_R = \gamma \cdot h_c \cdot A$$

Bu bağıntıda;

- F_R : Bileşke hidrostatik kuvvet (N),
 γ : Sıvının özgül ağırlığı (N/m^3),
 h_c : Ağırlık merkezinin serbest sıvı yüzeyine olan düşey uzaklığı (m),
 A : Yüzey alanı (m^2)'dir.

I_{xyc} : Çarpım atalet momenti ya da ağırlık merkezinden geçen bir ortagonal koordinat sisteminin atalet momenti ile x-y koordinat sisteminin meydana getirdiği atalet momentinin çarpımıdır (m^4),
 y_c : Ağırlık merkezinin serbest sıvı yüzeyine olan yatay uzaklığı (m),
 A : Basıncın etki ettiği cismin yüzey alanı (m^2),
 x_c : Ağırlık merkezinin y koordinatına olan uzaklığı (m)'dir.

Şekil 2.12'de gösterilen geometrik şekillerin bazı özellikleri aşağıdaki gibi yazılabilir.

Dikdörtgen (a)

$$A = b \cdot a$$

$$I_{xc} = \frac{1}{12} b a^3$$

$$I_{yc} = \frac{1}{12} a b^3$$

$$I_{xyc} = 0$$

Daire (b)

$$A = \pi R^2$$

$$I_{xc} = I_{yc} = \frac{\pi R^4}{4}$$

$$I_{xyc} = 0$$

Yarım daire (c)

$$A = \frac{\pi R^2}{2}$$

$$I_{xc} = 0,1098R^4$$

$$I_{yc} = 0,3927R^4$$

$$I_{xyc} = 0$$

Üçgen (d)

$$A = \frac{ab}{2}$$

$$I_{xc} = \frac{b a^3}{36}$$

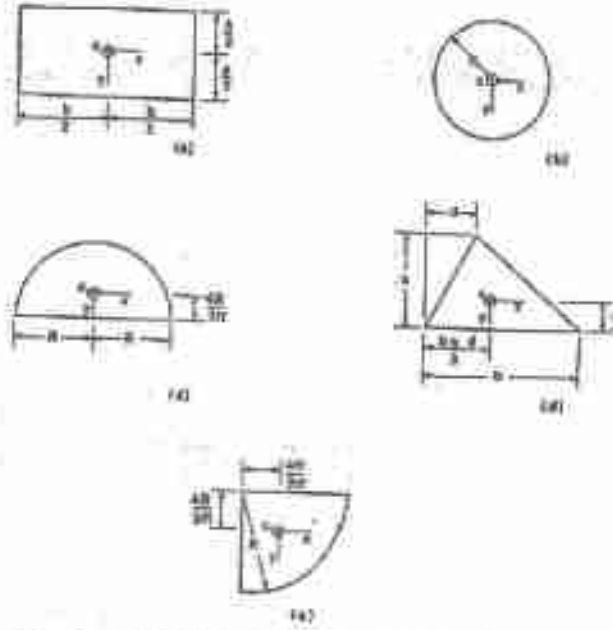
$$I_{xyc} = \frac{b a^2}{72} (b - 2d)$$

Çeyrek daire (e)

$$A = \frac{\pi R^2}{4}$$

$$I_{xc} = I_{yc} = 0,05488R^4$$

$$I_{xyc} = -0,01647R^4$$



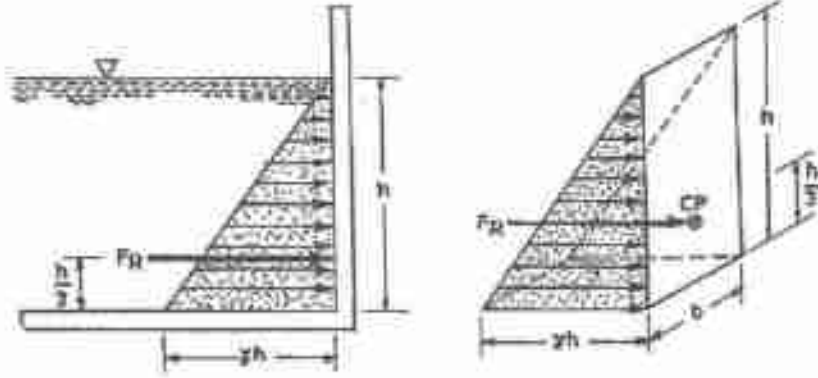
Şekil 2.12. Bazı geometrik şekiller ve özellikleri (a: dikdörtgen, b: daire, c: yarım daire, d: üçgen, e: çeyrek daire)

Düzlensel yüzeylere etkiyen hidrostatik kuvvetin bulunmasında yararlı ve etkili bir sistem olan basınç prizması, serbest sıvı yüzeyinden başlanarak aşağıya inildikçe basınç artışının diyagramla gösterilmesi esasına dayanır. Bu yöntemde basınç dağılımıyla ortaya çıkan basınç prizmasının hacmi hidrostatik kuvvete eşittir. Örneğin dikdörtgen şeklindeki bir yüzey serbest sıvı yüzeyinden başlıyorsa bu dikdörtgen yüzeye etkiyen hidrostatik kuvvet şekil 2.13'den yararlanılarak şu şekilde yazılabilir:

$$\text{Üçgen prizmanın hacmi} = F_R = \frac{1}{2} (\gamma \cdot h) \cdot (b \cdot h) = \gamma \left(\frac{h}{2} \right) \cdot A$$

Burada;

- F_R : Hidrostatik kuvvet (N),
- γ : Sıvı akışkanın özgül ağırlığı (N/m^3),
- h : Basınç prizmasının ya da dikdörtgen cismin serbest sıvı yüzeyinden olan düşey uzaklığı (m),
- b : Dikdörtgen cismin genişliği (m),
- A : Dikdörtgen yüzeyin alanı (m^2)'dir.



Şekil 2.13. Düzey dikdörtgen yüzeydeki basınç prizması

Eğer dikdörtgenin üst kısmı serbest sıvı yüzeyinden aşağıdaysa şekil 2.14'deki gibi basınç prizması elde edilir. Bu basınç prizması bir yamuktur ve yamuğun hacmi kuvveti vermektedir.

$$\text{Yamuğun hacmi} = F_R = \left(\frac{\gamma h_1 + \gamma h_2}{2} \right) h b$$

Üçgen basınç prizmasında bileşke kuvvetin uygulanma noktası yani basınç merkezi basınç prizmasının merkezinden geçmektedir. Bu da üçgenin tabanından $h/3$ ve tepesinden $2h/3$ uzaklığındadır. Yamuk basınç prizmasında kuvvetin etkidiği nokta (y_A) A noktasına göre moment alarak bulunabilir.

$$F_R \cdot y_A = F_1 \cdot y_1 + F_2 \cdot y_2$$

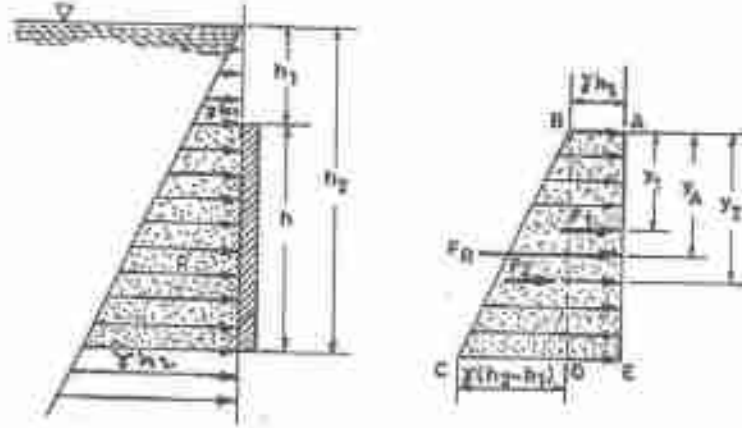
$$y_A = \frac{F_1 y_1 + F_2 y_2}{F_R}$$

$$F_1 = \gamma \cdot h_1 \cdot h \cdot b \quad y_1 = \frac{h}{2}$$

$$F_2 = \gamma \cdot h_2 \cdot \frac{h}{2} \cdot b \quad y_2 = \frac{2}{3} h \quad \text{ise}$$

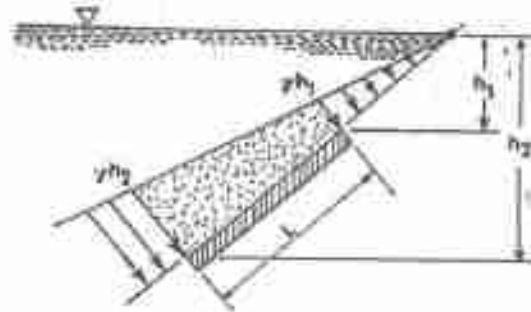
$$y_A = \frac{\gamma \cdot h_1 \cdot \frac{h^2}{2} \cdot b + \gamma \cdot \frac{h^3}{3} \cdot b}{\frac{1}{2} \cdot \gamma (h_1 + h_2) \cdot h \cdot b}$$

yazılabilir.



Şekil 2.14. Serbest sıvı yüzeyinden aşağıdaki dikdörtgen yüzeyin basınç prizması

Yine serbest sıvı yüzeyinden aşağıda, ancak eğimli olan bir dikdörtgen yüzeye gelen basınç kuvvetini bulalım. Şekil 2.15'te eğimli yüzeye gelen basınç dağılımı gösterilmiştir. Bu cisimdeki hidrostatik kuvvet, oluşan yamuk basınç prizmasının hacmidir.



Şekil 2.15. Eğimli dikdörtgen yüzeyin basınç dağılımı

$$F_R = \left(\frac{\gamma h_1 + \gamma h_2}{2} \right) L b$$

2.7. Eğrisel Yüzeyle Etkiyen Hidrostatik Kuvvet

Eğrisel yüzeylere etkiyen hidrostatik kuvvet akışkanın dengesi prensibine dayanarak, akışkanın içinde bir hacim veya bölge kablagtnlararak yani katı cisim kabul edilerek bu hacme etki eden kuvvetlerin her yöndeki cebirsel toplamları dengede oldukları için, sıfıra eşitleyerek hesaplanmaktadır. Şekil 2.16'deki BC yüzeyine gelen kuvvet aşağıdaki gibi bulunur.

$$F_H = F_z$$

$$F_R = F_H + W$$

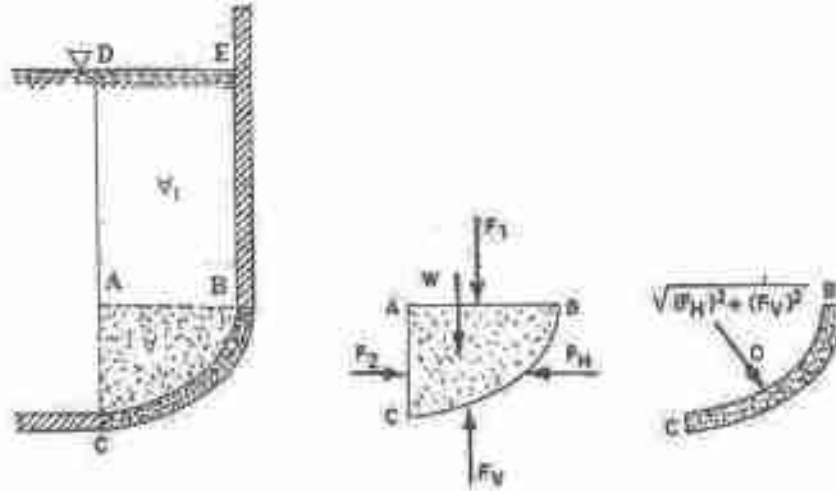
$$F_R = ((F_H)^2 + (F_V)^2)^{1/2}$$

Burada,

- F_H : Yatay bileşke kuvveti (N),
- F_2 : Sıvının eğik yüzeye uyguladığı yatay kuvvet (N),
- F_V : Düşey bileşke kuvveti (N),
- F_1 : Sıvının eğik yüzeye uyguladığı düşey kuvvet (N),
- W : Eğik yüzey üzerindeki sıvının ağırlığı (N),
- F_R : Eğik yüzeye etkiyen hidrostatik kuvvet (N).

Bileşke hidrostatik kuvvet (F_R), şekil 2.16'deki (O) noktasına etkir ve bu nokta belli bir noktaya moment alınarak bulunur. Burada, F_2 kuvveti düzlemsel yüzeylere gelen kuvvetler gibi hesaplanır. Yani $F_2 = \gamma \cdot h_c \cdot A = \gamma \left(AD + \frac{AC}{2} \right) \cdot A$ 'dır.

Eğrisel yüzey üzerindeki F_1 kuvveti ise $F_1 = \gamma \cdot V_1$ ile bulunur. Bu formüldeki V_1 : eğik yüzey üzerindeki sıvının hacmidir. Eğik yüzeydeki sıvının ağırlığı, hacmi V ise $W = \gamma \cdot V$ ile hesaplanır.



Şekil 2.16: Eğrisel yüzeye gelen hidrostatik kuvvet

Akışkan, eğrisel yüzeyin altında ise F_2 yatay kuvveti yine düşey düzlemde eğrisel yüzeyin projeksiyonu alanına etkiyen bileşke basınç kuvvetidir. Düşey kuvvetler (W ve F_1) ise yukarıda bahsedildiği gibi eğrisel yüzeyin üzerindeki sıvının ağırlığına eşittir. Sonuç olarak sıvı eğrisel yüzeyin altında ya da sağında ise meydana gelen bileşke kuvvet, sıvının eğrisel yüzeyin solundaki bileşke kuvvetin hesaplandığı gibi hesaplanır. Ancak kuvvetlerin yönleri ters olur.

2.8. Kaldırma Kuvveti

Akışkan tarafından batmış ya da yüzen bir cisme uygulanan yukarı yönlü kuvvete kaldırma kuvveti denir ve yalnızca akışkanın özgül ağırlığıyla cismin batan hacminin çarpımına eşittir. Kaldırma kuvveti; cismin sıvı içindeki derinliğine, sıvının azlığına ya da çokluğuna ve hacimleri eşit ise cismin şekline bağlı değildir. Kaldırma kuvveti aşağıdaki gibi formülize edilebilir.

$$F_B = \gamma \cdot V$$

Burada;

- F_B : Kaldırma kuvveti (N),
- V : Cismin batan kısmının hacmi (m^3),
- γ : Akışkanın özgül ağırlığı (N/m^3)'dir.

Kaldırma kuvvetini; cisim tarafından yer değiştirilen akışkan hacminin ağırlığı ya da cismin taşıdığı sıvının ağırlığı olarak da tanımlayabiliriz. Dalmış bir cisme etki eden kaldırma kuvvetinin uygulama noktası daima cismin hacim merkezi(sentroid)'dir. Bu nedenle dalmış cisimlerde hacim merkezi aynı zamanda ağırlık merkezi olmaktadır. Yüzen cisimlerde ise kaldırma kuvveti, cismin dalmış kısmının hacim merkezinden geçmektedir. Ancak cismin hacim merkezi ağırlık merkezi olmamaktadır. Cismin havadaki ağırlığı ile sıvıdaki ağırlığı arasındaki fark kaldırma kuvvetine eşittir ($F_B = W_a - W_s$). Sıvının kaldırma kuvveti, cismin ağırlığından büyük ise, cisim su üzerinde yüzer ($F_B > W_{cs}$ ya da $\gamma_{sm} > \gamma_{ss}$). Sıvının kaldırma kuvveti ile cismin ağırlığı birbirine eşit ise, cisim sıvı içinde bırakıldığı yerde askıda kalır ($F_B = W_{cs}$ ya da $\gamma_{sm} = \gamma_{ss}$). Sıvının kaldırma kuvveti cismin ağırlığından küçük ise, cisim dibе batır ($F_B < W_{cs}$ ya da $\gamma_{sm} < \gamma_{ss}$). Yüzen ve sıvı içinde ağırlıksız dengede olan cisimler için aşağıdaki eşitlik yazılabilir.

Cismin ağırlığı=Yeri değişen (taşan) sıvının ağırlığı=Sıvının kaldırma kuvveti

Hava ortamında cisimlere hava tarafından bir kaldırma kuvveti uygulanır. Bu kaldırma kuvvetinin değeri cismin hacmi kadar hacimdeki havanın ağırlığına eşittir. Bu nedenle bir cismin havadaki ağırlığı, gerçek ağırlığından havanın kaldırma kuvveti kadar daha azdır. Bu kaldırma kuvveti nedeniyle hidrojen gibi havadan hafif olan gazlarla doldurulmuş bir balon havada yükselir.

- Cismin ağırlığı havanın kaldırma kuvvetinden büyükse o cisim yere düşer.
- Cismin ağırlığı havanın kaldırma kuvvetine eşitse o cisim bıraktığı noktada havada dengede kalır.
- Cismin ağırlığı havanın kaldırma kuvvetinden küçükse o cisim havada yükselir.
- Havasız ortamda havanın kaldırma kuvveti sıfırdır.
- Hacmi büyük olan cisme hava daha fazla kaldırma kuvveti uygular.

2.9. Blok Halinde Sabit İvme İle Hareket Eden Akışkanlar

Blok halinde sabit ivme ile hareket eden sıkıştırılmaz akışkanların (sıvılar) iki tipi vardır. Bunlar sabit ivmeli düzgün hareket ve düşey bir eksen etrafında dönme hareketi (cebrî vorteks)'dir.

Sabit ivmeyle bir blok halinde yatay yönde hareket eden bir sıvının yüzeyinde eş basınç eğrileri oluşur ve hareket yönünde serbest yüzeyi eğimlenir (şekil 2.17). Bu harekette serbest sıvı yüzeyinin eğimi aşağıdaki gibi bulunabilir.

$$\frac{dz}{dy} = -\frac{a_y}{g + a_z}$$

Burada:

- dz/dy : Sıvının serbest yüzeyinin eğimi (-),
- a_y : Sıvının yatay doğrultudaki ivmesi (m/s^2),
- g : $9.81 m/s^2$,
- a_z : Sıvının düşey doğrultudaki ivmesi (m/s^2)'dir.

Formüldeki (-) işareti eğimin hareket doğrultusunda aşağı yönlü olduğunu göstermektedir.

Sabit ivmeli düzgün harekette yatay ve düşey düzlemldeki iki nokta arasındaki basınç farkı (dp) ise,

$$dp = -\rho a_y dy - \rho (g + a_z) dz$$

bağıntısıyla bulunur.

İçerisinde sıvı bulunan döner bir silindirde dönme ekseninden (r) uzaklığındaki bir sıvı tanecığının ivmesi a_r olup $r.\omega^2$ değerine eşittir ve yönü de eksenle doğrudur. Bu taneciğe etki eden basınç, eksenle olan uzaklığın (r) ve serbest sıvı yüzeyine olan düşey uzaklığın (z) fonksiyonudur (şekil 2.18). Basınç farkı aşağıdaki gibi hesaplanabilir:

$$dp = \rho.r.\omega^2.dr - \gamma.dz$$

Serbest sıvı yüzeyinin denklemi ise;

$$\frac{dz}{dr} = \frac{r.\omega^2}{g}$$

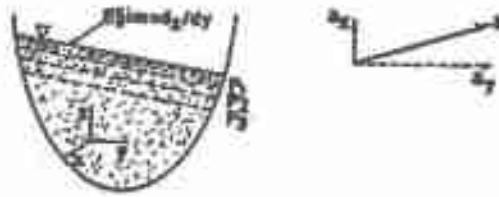
olup, bu eşitliğin integrali alındığında

$$z = \frac{\omega^2.r^2}{2.g} + \text{sabit}$$

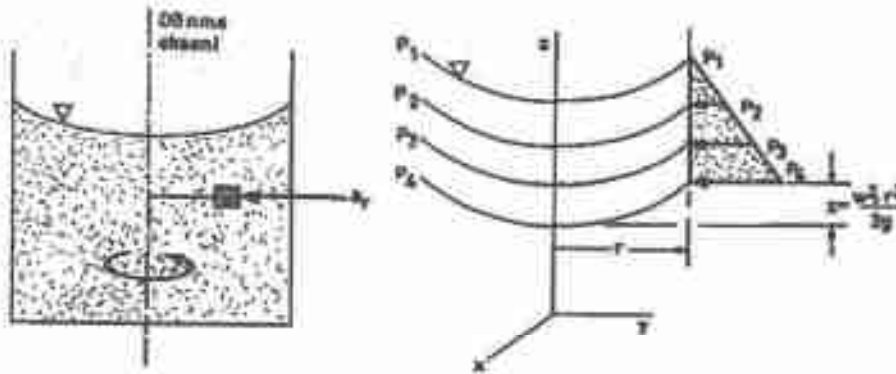
bulunur. Buradaki;

z : Serbest sıvı yüzeyinin maksimum ve minimum noktaları arasındaki yükseklik farkıdır. Eğer referans noktası serbest sıvı yüzeyinin minimum noktası seçilirse sabit sıfır değerini alır. Cebri vortekste yüzey denklemi bir paraboloiddir ve döner bir paraboloidin hacmi o paraboloidin dışına çizilen silindirin hacminin yarısına eşittir.

Döner bir kaptaki sıvının dökülmeden meydana getirdiği paraboloidin maksimum ve minimum noktaları, sıvının dönmeye başlamadan önceki serbest yüzeyine eşit uzaklıktadır.



Şekil 2.17. Sabit ivmeli düzgün harekette serbest sıvı yüzeyi



Şekil 2.18. Cebri vortekste serbest sıvı yüzeyi

2.10. Akışkan Statikliği İlgili Uygulama Örnekleri

ÖRNEK-2.1: Hidrostatik temel denge denklemini kullanarak statik sıvı ve gaz akışkanlarında basınç eşitliğini bulunuz.

Çözüm:

$$-\vec{\nabla}P - \gamma\vec{k} = \rho\vec{a}$$

$\vec{a} = 0$ olduğundan (hareket yok)

$$\vec{\nabla}P - \gamma\vec{k} = 0$$

$$\vec{\nabla}P = -\gamma \vec{k}$$

$$\frac{\partial P}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial P}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial P}{\partial z} \vec{k} = -\gamma \vec{k}$$

yazılabilir. Buradan vektörlerin eşitliğinden şunlar yazılabilir.

$$\frac{\partial P}{\partial x} = 0 \quad \frac{\partial P}{\partial y} = 0 \quad \frac{\partial P}{\partial z} = -\gamma$$

Bu sonuca göre yatay düzlemde statik akışkanda basınç bir noktadan diğer noktaya değişmemektedir. Basınç yalnızca z'ye bağlı olmakta yani yükseklikle değişmektedir. Bu nedenle basınç eşitliği diferansiyel formda yazılabilir.

$$\frac{dP}{dz} = -\gamma$$

$$dP = -\gamma dz$$

Bu denklem basıncın yükseklikle nasıl değiştiğini göstermektedir. Düşey doğrultuda basınç gradyentinin (eğiminin) negatif olduğu yani akışkan içerisinde yukarı çıkıldıkça basıncın azaldığı anlaşılmaktadır. Bu bağlamda özgül ağırlığın sabit ya da değişken olması önemli değildir. Bu nedenle formül sıvı ve gazların, küçük yüksekliklerinde kullanılabilir. Ancak gazların büyük yüksekliklerinde özgül ağırlıktaki değişim dikkate alınmalıdır. Gazlardaki ideal gaz kanunu dikkate alındığında çok büyük yüksekliklerdeki basınç değişimi aşağıdaki gibi bulunabilir.

$$P = \rho R T$$

$$\frac{dP}{dz} = -\gamma$$

$$\frac{dP}{dz} = -\frac{gP}{R T}$$

$$\frac{dP}{P} = -\frac{g}{R T} dz$$

Yükseklikte sıcaklığın sabit kaldığı değişmediği kabul edilir ve sıcaklık T_0 olarak alınırsa;

$$P_2 = P_1 e^{\left(\frac{-g(z_2 - z_1)}{R T_0} \right)} \quad \text{yazılabilir,}$$

ÖRNEK-2.2: Kapalı bir tankta 3 m yüksekliğinde özgül kütlesi 1260 kg/m^3 olan gliserin vardır. Gliserinin üzerinde hava olup, bu havanın basıncı $41\,370 \text{ Pa}$ 'dır.

- Tankın tabanına yapılan basıncı,
- Tankın tabanındaki basınç yükünü,
- Tankın tabanındaki $50 \text{ cm} \times 50 \text{ cm}$ 'lik kare kapağa gelen hidrostatik basınç kuvvetini bulunuz?

Çözüm:

- a) Tankın tabanındaki basınç gliserinin ve havanın yapmış olduğu basınçların toplamıdır.

$$P = P_0 + \gamma \cdot h$$

$$P = 41370 \text{ Pa} + \left(1260 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right) \left(9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right) (3\text{m})$$

$$P = 78\,451.8 \text{ Pa}$$

- b) Basınç yükü yükseklik birimiyle ifade edilir.

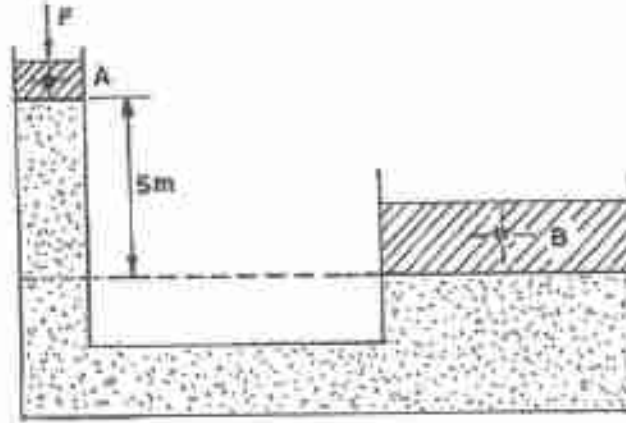
$$h = \frac{P}{\gamma_m} = \frac{78\,451.8 \text{ Pa}}{9810 \text{ N/m}^3}$$

$$h = 7.997 \text{ m}$$

- c) $F = P \cdot A = (78\,451.8 \text{ Pa}) \cdot (0.5 \text{ m} \cdot 0.5 \text{ m})$

$$F = 19\,612.95 \text{ N}$$

ÖRNEK-2.3: Şekilde A pistonu ile B pistonunun alanları sırasıyla 0.004 m^2 ve 0.4 m^2 'dir. B pistonunun ağırlığı $40\,000 \text{ N}$ olup kap ve ara bağlantılar 0.75 yoğunluklu yağ ile doldurulmuştur. A pistonunun ağırlığını ihmal ederek denge için gerekli F kuvvetini bulunuz?



Çözüm:

B pistonuna etkiyen basınç, A pistonuna etkiyen basınçla 5 m'lik yağın yapmış olduğu basınca eşittir.

$$P_A + \rho \cdot g \cdot h = \frac{W_B}{A_B}$$

$$P_A = \frac{W_B}{A_B} - \rho \cdot g \cdot h$$

$$P_A = \frac{40\,000 \text{ N}}{0,4 \text{ m}^2} - \left(0,75 \cdot 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right) \left(9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right) (5 \text{ m})$$

$$P_A = 63\,212,5 \text{ Pa}$$

$$F = P_A \cdot A_A = (63\,212,5 \text{ Pa}) \cdot (0,004 \text{ m}^2)$$

$$F = 252,85 \text{ N}$$

ÖRNEK-2.4: Yerden 11 km yükseklikte stratosphere tabakasının başlangıcındaki mutlak basınç 22 600 Pa olup sıcaklık stratosphere tabakasının bitim noktası olan 20,1 km'ye kadar $-56,5^\circ\text{C}$ 'de sabit kalmaktadır. Stratosphere tabakasının 15. km'deki havanın mutlak basıncını ve özgül kütlesini bulunuz. $g = 9,77 \text{ m/s}^2$ ve $R = 286,9 \text{ J/kg}\cdot\text{K}$ alınacaktır.

Çözüm:

$$P_2 = P_1 \cdot e^{\left(\frac{-g(x_2 - x_1)}{\pm T_0}\right)}$$

$$P_2 = (22\,600 \text{ Pa}) \cdot e^{\frac{8,77 \text{ m/s}^2 (1000 - 1100) \text{ m}}{286,9 \text{ J/kg} \cdot \text{K} (273 - 56,5) \text{ K}}}$$

$$P_2 = 12\,046,6 \text{ Pa}$$

$$\rho = \frac{P_2}{R \cdot T_2} = \frac{12\,046,6 \text{ Pa}}{\left(286,9 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}\right) (273 - 56,5) \text{ K}}$$

$$\rho = 0,194 \text{ kg/m}^3$$

ÖRNEK-2.5: Yüksekliği 300 m olan bir binanın tepesi ile tabanı arasındaki basınç oranını (P_2/P_1) havayı a) Sıkıştırılabilir, b) Sıkıştırılmaz kabul ederek bulunuz. Hava sıcaklığı 15°C 'de sabit olup havanın özgül ağırlığı 12 N/m^3 , atmosfer basıncı 101330 Pa ve gaz sabiti $286,9 \text{ J/kg} \cdot \text{K}$ alınacaktır.

Çözüm:

$$\text{a) } \frac{P_2}{P_1} = e^{\left(\frac{-g(z_2 - z_1)}{R \cdot T_g}\right)} \quad \frac{P_2}{P_1} = e^{\frac{-8,81 \text{ m/s}^2 (300 \text{ m})}{286,9 \text{ J/kg} \cdot \text{K} (273 + 15) \text{ K}}}$$

$$\frac{P_2}{P_1} = 0,965$$

b) Havayı sıkıştırılmaz alırsak yani sıvı gibi kabul edersek ve binanın tabanındaki basıncı P_1 dersek;

$$P_1 = P_2 + \gamma(z_2 - z_1)$$

yazabiliriz. Buradan basınç oranı (P_2/P_1)

$$\frac{P_2}{P_1} = 1 - \frac{\gamma(z_2 - z_1)}{P_1}$$

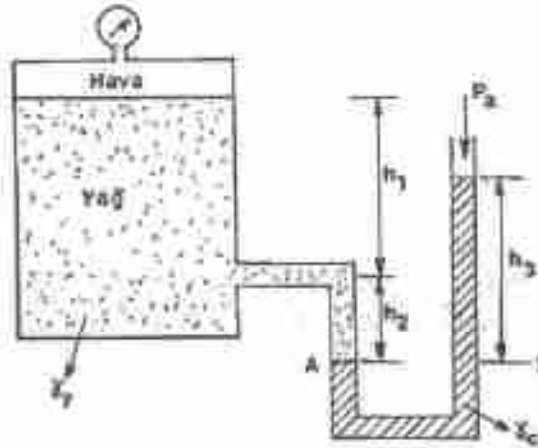
$$\frac{P_2}{P_1} = 1 - \frac{(12 \text{ N/m}^3) \cdot (300 \text{ m})}{101\,330 \text{ Pa}}$$

$$\frac{P_2}{P_1} = 0,9644$$

Yukarıdaki iki sonuç arasındaki farkın küçük olduğu görülmektedir. Yani binanın tabanı ile tavanı arasındaki basınç farklığı çok küçüktür. Bu da havanın özgül kütfesindeki değişimin az olduğunu sıkıştırılabilir ve sıkıştırılmaz akışkanların aynı sonucu verdiğini gösterir. Böylece metrelerle ifade edilebilen yükseklikler

için sıvılarda kullanılan basınç formülü gazlar için de kullanılabilir, basınç farklılıkları ihmal edilebilir demektir.

ÖRNEK-2.6: Şekilde görülen tankta hava yağ tarafından tankın üstüne doğru sıkıştırılmıştır. Tankta bulunan U-manometresinde $h_1 = 1$ m, $h_2 = 0,2$ m, $h_3 = 0,3$ m'dir. Yağın özgül ağırlığı 9153 N/m^3 , manometrede yükselen cıvanın özgül ağırlığı $133\,416 \text{ N/m}^3$ ise tankta bağlı manometredeki basıncı bulunuz.



Çözüm:

A ve B noktalarında basınçları birbirlerine eşitleyelim.

$$P_A = P_{\text{hava}} + \gamma_y (h_1 + h_2)$$

$$P_B = P_2 + \gamma_c h_3$$

$$P_A = P_B \text{ 'den}$$

$$P_{\text{hava}} = P_2 + \gamma_c h_3 - \gamma_y (h_1 + h_2)$$

elde edilir. Biz manometrik basıncı bulacağımızdan atmosfer basıncı $P_2 = 0$ alınır.

$$P_{\text{hava}} = 0 + \left(133\,416 \frac{\text{N}}{\text{m}^3}\right)(0,3 \text{ m}) - \left(9153 \frac{\text{N}}{\text{m}^3}\right)(1 \text{ m} + 0,2 \text{ m})$$

$$P_{\text{hava}} = 29041,2 \text{ Pa}$$

ÖRNEK-2.7: Bir tankta bulunan havanın basıncı manometreyle ölçülmüş ve yerel atmosfer basıncı 760 mm Hg iken 530 000 Pa bulunmuştur. Yerel atmosferik basınç 773 mm Hg olduğunda manometredeki okunan basınç ne olur?

Çözüm:

Tanktaki mutlak basıncın her iki koşulda da birbirine eşit olması gerekir.

$$P_{1mut} = P_{2mut}$$

$$P_{1mut} = P_{1atm} + P_{1man}$$

$$P_{2mut} = P_{2atm} + P_{2man}$$

Bu eşitlikten

$$P_{1man} = P_{1atm} + P_{1man} - P_{2man}$$

$$P_{2man} = 760 \text{ mmHg} + 530\,000 \text{ Pa} - 773 \text{ mmHg}$$

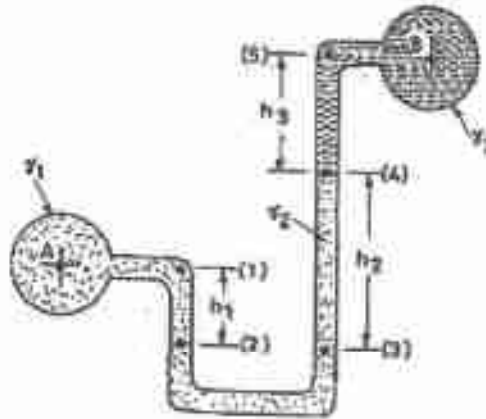
$$P_{2man} = 630\,000 \text{ Pa} - 13 \text{ mmHg}$$

$$P_{2man} = 530\,000 \text{ Pa} - \frac{13 \text{ mmHg}}{7,501 \cdot 10^{-3} \frac{\text{mmHg}}{\text{Pa}}}$$

$$P_{2man} = 528\,267 \text{ Pa}$$

$$1 \text{ Pa} = 7,501 \cdot 10^{-3} \text{ mmHg} \text{ alınmıştır.}$$

ÖRNEK-2.8: Aşağıdaki şekilde verilen A ve B borularındaki basınç farkını bulunuz.



Çözüm:

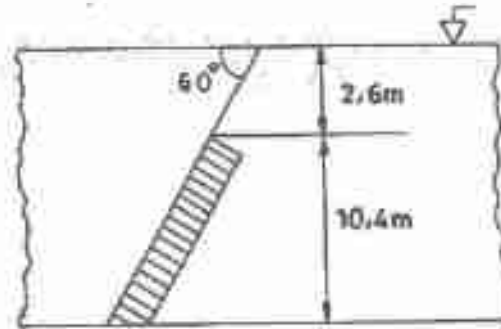
A ve B noktaları arasındaki basınç farkını bulmak için A noktasından başlayarak basınçları yazalım. Aşağı indikçe basıncı pozitif, yukarı çıktıkça basıncı negatif alalım.

$$P_A + \gamma_1 h_1 - \gamma_2 h_2 - \gamma_3 h_3 = P_B$$

$$P_A - P_B = \gamma_2 h_2 + \gamma_3 h_3 - \gamma_1 h_1 \text{ bulunur.}$$

ÖRNEK-2.9: Bir kapak şeklinde gösterildiği gibi 60° eğimli olarak baraj tabanına yerleştirilmiştir. Barajın derinliği 13 m, baraj suyunun özgül ağırlığı 9810 N/m^3 , kapakın genişliği 5 m ve $l \times c = 720 \text{ m}^2$ olarak verilmiştir.

- Kapağa etki eden sıvı basınç kuvvetini,
- Basınç kuvvetinin etki ettiği basınç merkezinin serbest sıvı yüzeyine olan yatay ve düşey mesafesini
- Ağırlık merkezi ile basınç merkezi arasındaki uzaklığı bulunuz.



Çözüm:

Kapakın tabanından serbest sıvı yüzeyine olan yatay uzaklığına X , kapakın tepesinin serbest sıvı yüzeyine olan yatay uzaklığına X_1 ve kapakın uzunluğuna L diyelim.

$$X = \frac{(10,4 \text{ m} + 2,6 \text{ m})}{\sin 60} = 15 \text{ m}$$

$$X_1 = \frac{2,6}{\sin 60} = 3 \text{ m}$$

$$L = X - X_1 = 15 \text{ m} - 3 \text{ m} = 12 \text{ m}$$

- Basınç prizması yöntemini kullandığımızda, meydana çıkan şekli bir yamuk olup yamuğun hacmi sıvı basınç kuvvetine eşittir.

$$F_R = \left(\frac{\gamma(10,4 \text{ m} + 2,6 \text{ m}) + \gamma(2,6 \text{ m})}{2} \right) L \cdot b$$

$$F_R = \left(\frac{\left(\frac{9810 \text{ N}}{\text{m}^3} \right) (10,4 \text{ m} + 2,6 \text{ m} + 2,6 \text{ m})}{2} \right) (2 \text{ m} \cdot 5 \text{ m})$$

$$F_R = 4591080 \text{ N} \text{ bulunur.}$$

Basınç kuvvetinin bulunmasında ağırlık merkezinin serbest sıvı yüzeyi olan h_c yüksekliğini kullanırsak da aynı sonucu buluruz.

$$F_R = \gamma \cdot h_c \cdot A = \left(\frac{9810 \text{ N}}{\text{m}^3} \right) ((6 \text{ m} + 3 \text{ m}) \cdot \sin 60) \cdot (5 \text{ m} \cdot 12 \text{ m})$$

$$F_R = 4591080 \text{ N}$$

- b) Basınç kuvvetinin etkiği basınç merkezinin serbest sıvı yüzeyine olan yatay (y_R) ve düşey (h_R) uzaklıklar aşağıdaki gibi bulunur.

$$y_R = \frac{I_{xc}}{y_c \cdot A} + y_c$$

Burada;

y_c : Ağırlık merkezinin serbest sıvı yüzeyine olan yatay uzaklığı olup $6+3=9$ m'dir.

I_{xc} : Atalet momenti olup 720 m^4 olarak verilmiştir.

$$y_R = \frac{720 \text{ m}^4}{(9 \text{ m}) \cdot (12 \text{ m} \cdot 5 \text{ m})} + 9 \text{ m}$$

$$y_R = 10,3333 \text{ m}$$

$$h_R = y_R \cdot \sin 60 = (10,3333 \text{ m}) \cdot (\sin 60)$$

$$h_R = 8,9489 \text{ m}$$

- c) Basınç merkezi (y_R) ile ağırlık merkezi (y_c) arasındaki uzaklık (e);

$$e = y_R - y_c = 10,3333 \text{ m} - 9 \text{ m}$$

$$e = 1,3333 \text{ m}$$

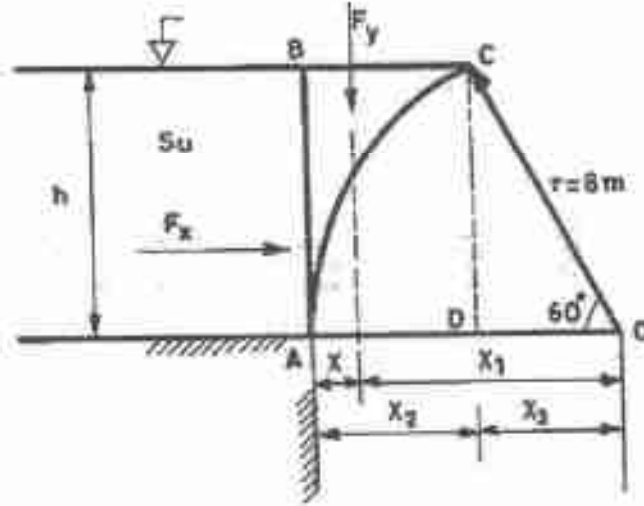
bulunur. Ya da (y_R) bağıntısından

$$e = y_R - y_c = \frac{I_{xc}}{y_c A} = \frac{720 \text{ m}^4}{9 \text{ m} \cdot (12 \text{ m} \cdot 5 \text{ m})}$$

$$e = 1,3333 \text{ m}$$

elde edilir.

ÖRNEK-2.10: Şekilde görülen AC kapağın yarıçapı $r = 8 \text{ m}$, genişliği yani şekil düzlemine dik boyutu $b = 12 \text{ m}$ olduğuna göre kapağa suyun yaptığı basınç kuvvetinin yatay ve düşey bileşenleri ile bu bileşenlerin A noktasına olan uzaklıklarını bulunuz. Suyun özgül ağırlığı 9810 N/m^3 alınacaktır.



Çözüm:

AC radyal kapağa etki eden hidrostatik basıncın yatay bileşeni, bu yüzeyin düşey düzlem üzerindeki izdüşümüne gelen basınç kuvvetine eşittir. Buna göre AB düzlemine gelen basınç kuvvetinin hesaplanması gerekmektedir.

$$F_x = \frac{1}{2} \cdot \gamma \cdot h^2 \cdot b = \frac{1}{2} \left(9810 \frac{\text{N}}{\text{m}^3} \right) (8 \text{ m} \cdot \sin 60^\circ)^2 \cdot (12 \text{ m})$$

$$F_x = 2\,825\,280 \text{ N}$$

F_x başka bir yöntemle aşağıdaki gibi bulunabilir.

$$F_x = \gamma \cdot h_c \cdot A = \left(9810 \frac{\text{N}}{\text{m}^3} \right) \left(\frac{8 \text{ m} \cdot \sin 60^\circ}{2} \right) (8 \text{ m} \cdot \sin 60^\circ \cdot 12 \text{ m})$$

$$F_x = 2\,825\,280 \text{ N}$$

Radyal kapağa etki eden hidrostatik basınç kuvvetinin düşey bileşeni ise bu yüzeyin üzerinde bulunan sıvının ağırlığına eşittir.

$$F_y = \gamma V$$

$$F_y = \gamma A \cdot b$$

A alanı aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$A = ABC = (ABCD + CDO) - ACO$$

$$A = ABC = \left[(r - r \cos 60)h + \left(\frac{1}{2} r \cos 60 \cdot h \right) \right] - \left(\pi r^2 \frac{60}{360} \right)$$

$$A = ABC = \left[(8 - 8 \cdot 0,5)8 \cdot \sin 60 + \left(\frac{1}{2} \cdot 8 \cdot \cos 60 \cdot 8 \cdot \sin 60 \right) \right] - \left(\pi \cdot 8^2 \cdot \frac{60}{360} \right)$$

$$A = ABC = 8,058 \text{ m}^2$$

$$F_y = \left(9810 \frac{\text{N}}{\text{m}^3} \right) (8,058 \text{ m}^2) (12 \text{ m})$$

$$F_y = 948\,587,76 \text{ N}$$

Yatay bileşen kuvvetinin (F_x) uygulama noktasının A noktasına olan uzaklığı $h/3$ olup sayısal değeri;

$$\frac{h}{3} = \frac{8 \text{ m} \cdot \sin 60}{3}$$

$$\frac{h}{3} = 2,31 \text{ m}$$

Düşey bileşen kuvvetinin uygulama noktasının A noktasına olan uzaklığı ise bu iki bileşenin 0 noktasına göre momentlerinin alınmasıyla hesaplanır.

$$F_x \cdot \frac{h}{3} - F_y \cdot x_1 = 0$$

$$x_1 = \frac{F_x \cdot h}{3 \cdot F_y} = \frac{(2\,825\,280 \text{ N}) \cdot (8 \text{ m} \cdot \sin 60)}{(3) \cdot (948\,587,76 \text{ N})}$$

$$x_1 = 6,88 \text{ m}$$

F_y kuvvetinin A noktasına olan uzaklığı (x):

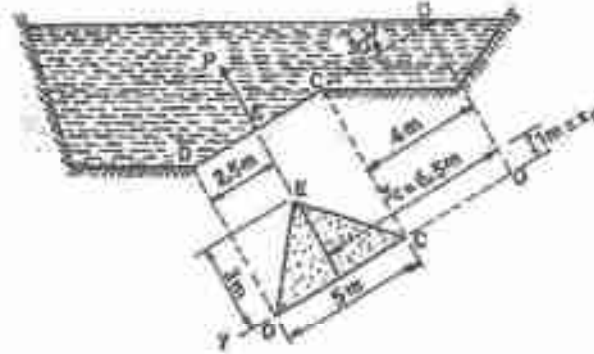
$$x = r - x_1 = 8 \text{ m} - 6,88 \text{ m}$$

$$x = 1,12 \text{ m}$$

elde edilir.

ÖRNEK-2.11: Üçgen bir kapı (CDE), CD kenarından bağlı olup, bu kenardan açılıp kapanabilmektedir. Kapının açılması için gerekli olan kuvvet E noktasından uygulanmakta ve P ile gösterilmektedir. Aşağıdaki şekilde görülen depoda yoğunluğu SG= 1,0 olan bir sıvı bulunmakta ve deponun üstü atmosfere açıktır. Kapının ağırlığını ihmal ederek;

- Kapıya yağın uyguladığı basınç kuvvetini ve bu kuvvetin uygulama noktasını (y_R , x_R) bulunuz.
- Kapının açılabilmesi için gerekli olan P kuvvetini hesaplayınız.



Çözüm:

$$a) \quad F_R = \gamma \cdot h_c \cdot A = \left(9810 \frac{\text{N}}{\text{m}^3} \right) (6,5 \text{ m} \cdot \sin 30) \left(\frac{1}{2} \cdot 5 \text{ m} \cdot 3 \text{ m} \right)$$

$$F_R = 191295 \text{ N}$$

$$y_R = \frac{I_{xc}}{y_c \cdot A} + y_c$$

$$I_{xc} = \frac{b \cdot a^3}{36} = \frac{(5 \text{ m}) \cdot (3 \text{ m})^3}{36}$$

$$I_{xc} = 375 \text{ m}^4$$

$$A = \frac{1}{2} b \cdot h = \frac{1}{2} \cdot 5 \text{ m} \cdot 3 \text{ m}$$

$$A = 7,5 \text{ m}^2$$

$$y_c = 6,5 \text{ m}$$

$$y_R = \frac{3,75 \text{ m}^4}{(6,5 \text{ m}) \cdot (7,5 \text{ m}^2)} + 6,5 \text{ m}$$

$$y_R = 6,58 \text{ m}$$

$$x_R = \frac{I_{xyc}}{y_c \cdot A} + x_c$$

$$I_{xyc} = \frac{b \cdot a^3}{72} (b - 2d) = \frac{5 \text{ m} \cdot (3 \text{ m})^3}{72} (5 \text{ m} - 2 \cdot 2,5 \text{ m}) = 0$$

$$x_c = \frac{a}{3} = \frac{3 \text{ m}}{3} = 1 \text{ m}$$

$$x_R = \frac{0}{6,5 \text{ m} \cdot 7,5 \text{ m}^2} + 1 \text{ m}$$

$$x_R = 1 \text{ m}$$

Basınç merkezi ile ağırlık merkezi aynı çizgi üzerinde ancak $e = y_R - y_c = 0,08 \text{ m}$ aşağıdadır.

- b) Kapının açılması için gerekli olan P kuvvetini hesaplamak amacıyla CD eksenine göre moment alalım.

$$P \cdot 3 \text{ m} = F_R \cdot 1 \text{ m}$$

$$P = \frac{(F_R) \cdot (1 \text{ m})}{3 \text{ m}} = \frac{(191295 \text{ N}) \cdot (1 \text{ m})}{3 \text{ m}}$$

$$P = 63765 \text{ N}$$

ÖRNEK-2.12: Çapı 1 m ve kütlesi m olan bir silindir şeklide görüldüğü gibi 2 m genişliğinde ve 4 m yüksekliğinde bir kapıya bağlanmıştır. Kapı, su seviyesi $h = 2,5 \text{ m}$ 'nin altına düştüğü anda açılacaktır. Sürtünmeleri ihmal ederek silindirin m kütlesini bulunuz.

$$F_B = \gamma \cdot V_b = \gamma \left(\frac{\pi D^2}{4} \right) (h - 1 \text{ m})$$

$$F_B = \left(9810 \frac{\text{N}}{\text{m}^3} \right) \left(\frac{\pi \cdot 4^2}{4} \right) (2,5 \text{ m} - 1 \text{ m})$$

$$F_B = 11557,13 \text{ N}$$

$$W = 11557,13 \text{ N} + 12773,44 \text{ N}$$

$$W = 24330,57 \text{ N}$$

$$m = \frac{W}{g} = \frac{24330,57 \text{ N}}{9,81 \text{ m/s}^2} = 2480,18 \text{ kg}$$

ÖRNEK-2.13: Özgöl ağırlığı ölçülmek istenen mısırın havadaki ağırlığı $W_h = 0,044 \text{ N}$ olup özgül ağırlığı 9810 N/m^3 olan suya batırılıyor. Mısırın sudaki ağırlığı $W_s = 0,011 \text{ N}$ ölçüldüğüne göre denemeye alınan mısırın hacmini (V_m) ve özgül ağırlığını (γ_m) bulunuz.

Çözüm:

Mısır suya batırıldığında kaldırma kuvveti mısır kaldırmaya çalışacak yani onu hafifletecektir. Sudaki mısıra etkiyen kaldırma kuvvetine göre mısırın havadaki ağırlığı sudaki ağırlığı ile kaldırma kuvvetinin (F_B) toplamına eşittir.

$$W_h = W_s + F_B$$

$$F_B = W_h - W_s = 0,044 \text{ N} - 0,011 \text{ N}$$

$$F_B = 0,033 \text{ N}$$

Kaldırma kuvveti bilindiği gibi cismin taşıdığı sıvının ağırlığıdır. Ya da cismin sıvıya batan kısmının hacmi ile sıvının özgül ağırlığının çarpımıdır.

$$F_B = \gamma \cdot V_m$$

$$V_m = \frac{F_B}{\gamma} = \frac{0,033 \text{ N}}{9810 \frac{\text{N}}{\text{m}^3}}$$

$$V_m = 3,36391 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3$$

mısırın özgül ağırlığı (γ_m)

$$\gamma_m = \frac{W_k}{V_m} = \frac{0,044N}{3,36391.10^{-6}m^3}$$

$$\gamma_m = 13.080 \frac{N}{m^3}$$

ÖRNEK-2.14: Yüksekliği 1,2 m, uzunluğu 3 m ve genişliği 2 m olan dikdörtgen prizması biçimindeki depo 0,8 m yüksekliğinde özgül ağırlığı 11 772 N/m³ olan bir yağ ile doludur. Bu yağ deposunun yatay doğrultuda 2 m/s²'lik sabit ivme ile çekilmesi durumunda;

- Yağ yüzeyinin yatayla yaptığı açıyı,
- Deponun hareket doğrultusundaki yüzeylerine etki eden bileşke basınç kuvvetlerini bulunuz.

Çözüm:

- Yağ yüzeyinin yatayla yaptığı açı (θ);

$$\frac{dz}{dy} = \tan \theta = \frac{a_y}{g + a_x}$$

düşey doğrultuda bir hareket olmadığı için $a_x = 0$ alınır.

$$\tan \theta = \frac{a_y}{g}$$

$$\tan \theta = \frac{2 m/s^2}{9,81 m/s^2}$$

$$\theta = 11,52^\circ$$

- Deponun hareket halindeki şematik resmini çizelim



Depo hareket halinde iken yağın etki ettiği yan yüzeyler PB ve RC olmaktadır. Bu iki yüzeye gelen yağ basıncı kuvvetini yağın statik kabul ederek bulabiliriz. Önce uzunlukları bulalım.

$$|AP| = |DR| = |OA| \cdot \tan \theta$$

$$|AP| = |DR| = \frac{|BC|}{2} \cdot \tan 11,52$$

$$|AP| = |DR| = 0,306 \text{ m}$$

$$|PB| = |AP| + |AB| = 0,306 \text{ m} + 0,8 \text{ m}$$

$$|PB| = 1,106 \text{ m}$$

$$|CR| = |DC| - |DR| = 0,8 \text{ m} - 0,306 \text{ m}$$

$$|CR| = 0,494 \text{ m}$$

BP yüzeyine gelen kuvvet (F_{BP}),

$$F_{BP} = \frac{1}{2} \gamma |PB| |PB| b$$

$$F_{BP} = \frac{1}{2} \left(11772 \frac{\text{N}}{\text{m}^3} \right) (1,106 \text{ m})^2 (2 \text{ m})$$

$$F_{BP} = 14400 \text{ N}$$

CR yüzeyine gelen kuvvet (F_{CR}),

$$F_{CR} = \frac{1}{2} \gamma |CR|^2 h = \frac{1}{2} \cdot 11772 \frac{\text{N}}{\text{m}^3} (0,494 \text{ m})^2 \cdot 2 \text{ m}$$

$$F_{CR} = 2872,8 \text{ N}$$

F_{BP} ve F_{CR} kuvvetlerini aşağıdaki yöntemle de bulabiliriz.

$$F_{BP} = \gamma \cdot h_s \cdot A$$

$$A = |PB| \cdot b$$

$$h_s = \frac{|PB|}{2} \text{ dir.}$$

$$F_{BF} = \left(11772 \frac{N}{m^3} \right) \left(\frac{1,106 m}{2} \right) (1,106 m \cdot 2 m)$$

$$F_{BF} = 14400 N$$

$$F_{CR} = \gamma \cdot h_s \cdot A$$

$$A = |CR| \cdot b$$

$$h_s = \frac{|CR|}{2} \text{ dir,}$$

$$F_{CR} = \left(11722 \frac{N}{m^3} \right) \left(\frac{0,494 m}{2} \right) (0,494 m \cdot 2 m)$$

$$F_{CR} = 2872,8 N$$

ÖRNEK-2.15: Yarıçapı $r = 0,30$ m ve yüksekliği $H = 0,90$ m olan üstü atmosfere açık silindir şeklindeki kap $h = 0,70$ m yüksekliğine kadar su ile doludur. Suyun serbest yüzeyine ait paraboloidin kabın tabanına teğet olması için silindir kabın z düşey ekseninde hangi sabit ω açısal hızı ve hangi sabit n devir sayısı ile döndürülmesi gerektiğini ve bu durumda silindirden atılan suyun hacmini hesaplayınız.

Çözüm:

Suyun serbest yüzeyine ait paraboloidin kabın tabanına teğet olması demek su yüksekliği ya da suyun tepesi noktası ile en alt noktası olan z 'nin kabın yüksekliğine eşit olması demektir.

$$Z = H = 0,90 m$$

Cebri vortekste sıvı serbest yüzeyinin denklemini yazalım.

$$z = \frac{\omega^2 r^2}{2g}$$

$$\omega = \left(\frac{z \cdot 2 \cdot g}{r^2} \right)^{1/2} = \left(\frac{(0,90 m) \cdot (2) \cdot (9,81 m/s^2)}{(0,30)^2} \right)^{1/2}$$

$$\omega = 14 \text{ rad/s}$$

Açısal hız denkleminde de devir sayısı bulunur.

$$\omega = \frac{2\pi n}{60}$$

$$n = \frac{60 \omega}{2\pi} = \frac{60 \cdot (14 \text{ rad/s})}{2\pi}$$

$$n = 133,69 \text{ min}^{-1}$$

Silindirden atılan su miktarını bulmak için başlangıçta kaptaki bulunan sudan, son durumda kaptaki kalan su miktarını çıkartınız.
Başlangıçtaki su miktarı:

$$V_1 = \pi r^2 h = \pi (0,30 \text{ m})^2 (0,70 \text{ m}) = 0,1979 \text{ m}^3$$

Döndürüldükten sonra kaptaki kalan su miktarı (V_2):

$$V_2 = \frac{1}{2} \pi r^2 h = \frac{1}{2} \pi (0,30 \text{ m})^2 (0,90 \text{ m}) = 0,1272 \text{ m}^3$$

Kaptan atılan su miktarı:

$$V = V_1 - V_2 = 0,1979 \text{ m}^3 - 0,1272 \text{ m}^3 = 0,0707 \text{ m}^3 \text{ 'dür.}$$

ÖRNEK-2.16: Çapı 1 m olan bir tankın, düşey simetri eksenini etrafında sabit bir ω açısal hızı ile dönmesi halinde paraboloid sıvı yüzeyinin tepe noktası ile en alt (taban) noktası arasındaki mesafenin $z = 0,40 \text{ m}$ olabilmesi için;

- ω açısal hızını ve n devir sayısını,
- Tankın dönmeye başlamadan önce tamamen dolu olması halinde, tankın eksenini etrafında dönerek aynı paraboloidin meydana gelebilmesi için tanktan atılması gerekli sıvı hacmini hesaplayınız.

Çözüm:

- Sıvı serbest yüzeyinin denklemini yazalım.

$$z = \frac{\omega^2 r^2}{2g}$$

$$\omega = \left(\frac{2gz}{r^2} \right)^{1/2} = \left(\frac{(2) \cdot (9,81 \text{ m/s}^2) \cdot (0,40 \text{ m})}{(0,5 \text{ m})^2} \right)^{1/2}$$

$$\omega = 5,60 \text{ rad/s}$$

Açısal hız denkleminde devir sayısı bulunur.

$$\omega = \frac{2\pi n}{60}$$

$$n = \frac{60 \cdot \omega}{2 \cdot \pi} = \frac{60 (5,60 \text{ rad/s})}{2 \cdot \pi}$$

$$n = 53,48 \text{ min}^{-1}$$

- b) Tanktan atılan sıvı hacmini bulmak için $z = 0,40 \text{ m}$ olan paraboloidin hacmini bulmak yeterlidir. Çünkü atılan su meydana gelen paraboloid hacmi kadardır. Paraboloid hacmi ise bu paraboloidde teğet olan silindirin hacminin yarısına eşittir. Burada meydana gelen silindirin yarıçapı $r = 0,50 \text{ m}$, yüksekliği, $z = 0,40 \text{ m}$ 'dir. Buna göre atılan su hacmi (V)

$$V = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot z = \frac{1}{2} \cdot \pi (0,50\text{m})^2 (0,40\text{m})$$

$$V = 0,157 \text{ m}^3 \text{ 'dür.}$$

3. AKIŞKAN DİNAMİĞİ

3.1. Newton'un İkinci Kanunu

Bir akışkan taneciği bir noktadan başka bir noktaya giderken pozitif ya da negatif ivmeyle hareket etmekte ve bu süreçte, üzerine $\vec{F} = m\vec{a}$ kuvveti etmektedir. Bu eşitliğe Newton'un ikinci kanunu (yasası) denmektedir. Akışkan taneciğine bu kanunu uygularken akışkan viskozitesiz kabul edilir. Yani akışkanda ısı iletimi sıfırdır ve viskoz kuvvetler yoktur.

Akışkana yalnızca basınç(P) ve yerçekimi kuvvetlerinin(W) etkiğini kabul ederek Newton'un ikinci kanununu bir akışkan taneciğine uyguladığımızda;

$$W+P = m\vec{a}$$

elde edilir. Akışkan dinamiğinde değişik akım tipleri vardır. Bunlar aşağıdaki gibi tanımlanabilir.

Homojen(Uniform) akım: Bu tip akışta akış hızının doğrultusu ve değeri akışkanın her noktasında değişmez, aynıdır.

Homojen olmayan akım(Non-uniform): herhangi bir anda akış hızı her noktada aynı değildir, değişir. Pratikte viskoz alt tabakadaki akışkan her zaman homojen olmayan akımdır. Ancak, akışkan demetinin boyutu ve kesit alanı değişmiyorsa akım homojen kabul edilebilir.

Kararlı (düzenli) akım rejiminde akım alanı içerisinde herhangi bir noktadaki akış hızının büyüklük ve yönü zamanla değişmez. Akım alanı içerisindeki farklı noktalarda yani farklı yerlerde hızlar farklı olabilir. Ancak hızın her noktasındaki büyüklüğü ve yönü zamana göre sabittir. Özetle bu akım biçiminde ölçüt olarak zaman göz önüne alınmaktadır.

Kararsız (düzensiz) akımlar, akışkan içerisinde her hangi bir noktadaki koşulların zamanla değiştiği akımlardır. Uygulamada her zaman hız ve basınçta küçükte olsa değişimler vardır. Ancak ortalama değerler sabit ise o akım kararlı kabul edilebilir.

Kararlı homojen akım: Akım içerisinde koşulların zamanla ve konumla değişmediği akım tipidir. Örneğin sabit çaplı boruda sabit hızla akan suyun akışı bu tip akıma örnek verilebilir.

Kararlı homojen olmayan akım: Koşulların bir noktadan diğer noktaya değiştiği ancak zamanla sabit kaldığı akılardır. Örneğin gittikçe daralan boruda sabit hızla boruya giren akışkanın, çıkışa doğru hızının değişmesi.

$\left(\frac{\partial V}{\partial s}\right)$: Hızın (s) koordinatı üzerindeki yola göre kısmi türevi (s^{-1}),

$\left(\frac{ds}{dt}\right)$: (s) koordinatı üzerindeki yolun zamana göre türevi (m/s),

a_s : (n) koordinatı üzerindeki akışkan taneciği ivmesi (m/s^2),

V : Tanecik hızı (m/s),

R : Akışkan taneciğinin eğrilik yarıçapı (m)'dir.

3.3. Akım Çizgisi Boyunca Bernoulli Eşitliği

Bir akışkan taneciğine $\vec{F} = m\vec{a}$ eşitliğini uygularken akım çizgisine dik ($\vec{n}$) ve akım çizgisi boyunca olan ($\vec{s}$) birim vektörleri ve koordinatları göz önüne alındığında akışkan taneciğine akım çizgisi boyunca yalnızca basınç ve ağırlık kuvvetlerinin etkili olduğu kabul edilir. Viskoz kuvvetler ihmal edildiğinde akım çizgisi boyunca etkili olan kuvvetler $\vec{F} = m\vec{a}$ eşitliği yardımıyla aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$-\gamma \sin \theta - \frac{\partial P}{\partial s} = \rho V \frac{\partial V}{\partial s}$$

Burada;

$\gamma \sin \theta$: Akışkan tanecik ağırlığının akım çizgisi boyunca oluşan bileşeni (N/m^3). Akım çizgisi yataysa $\theta = 0$ alınır.

$\frac{\partial P}{\partial s}$: Akışkan taneciğine (s) koordinat doğrultusunda etkili olan basınç gradyenti (N/m^3),

ρ : Akışkanın özgül kütlesi (kg/m^3),

$V \frac{\partial V}{\partial s}$: (s) koordinat doğrultusundaki tanecik ivmesi (m/s^2)'dir.

Yukarıdaki bağıntıda akışkan taneciğinin hızında meydana gelen değişikliği, basınç gradyenti ve tanecik ağırlığının meydana getirdiği görülmektedir. Sabit (statik) akışkanlarda basınç ve ağırlık kuvvetleri birbirini dengelemekte ve hareket olmamaktadır. Halbuki hareketli akışkanlarda burada olduğu gibi basınç ve ağırlık kuvvetleri birbirini dengeleyememekte ve ivme meydana gelmektedir.

Yukarıdaki eşitlik bir takım kabulienmelerden sonra aşağıdaki biçime dönüştürülebilir.

$$P + \frac{1}{2} \rho V^2 + \gamma z = \text{sabit}$$

Bu eşitliğe Bernoulli eşitliği denir ve akım çizgisi boyunca kullanılır ve aşağıdaki koşullarda geçerlidir.

- a) Viskoz kuvvetler ihmal edilmeli,
- b) Akış kararlı akım alınmalı,
- c) Akışkan sıkıştırılmaz kabul edilmelidir.

Bernoulli eşitliğinin her terimini özgül ağırlığa (γ) böldüğümüzde bir başka kullanımı elde edilmektedir. Bu da;

$$\frac{P}{\gamma} + \frac{V^2}{2g} + z = \text{sabit}$$

şeklinde ifade edilir.

Bu eşitlik Bernoulli eşitliğinin hareketli ideal akışkanlarda enerji toplamının sabit olduğunu gösterir. Sıkıştırılmaz akışkanların, yükseklik ve basınç enerjisi ile kinetik enerji gibi 3 çeşit enerjisi vardır. Eşitlikteki terimler akışkanın birim ağırlığına düşen enerjiler olduğundan her terim uzunluk boyutundadır.

Yukarıdaki bağıntılarda;

P : Ele alınan noktanın basıncı olup birimi Pa'dır,

ρ : Akışkanın özgül kütlesi (kg/m^3),

V : Akışkanın hızı (m/s),

γ : Akışkanın özgül ağırlığı (N/m^3),

z : Ele alınan noktanın referans eksenine uzaklığı (m) ya da seviye yükü olup potansiyel enerjiyi gösterir(m).

$\frac{P}{\gamma}$ = Basınç yükü (enerjisi) olup P basıncının üretilmesi için gerekli akışkan yüksekliğini verir(m).

$\frac{V^2}{2g}$ = Hız yükü (kinetik enerji) olup akışkanın V hızına ulaşabilmesi için sürtünmeli ortamda serbest düşme yüksekliğini verir(m).

3.4. Akım Çizgisine Dik Yönde Bernoulli Eşitliği

Pratikte akışlar çoğunlukla akım çizgisi boyuncadır ve bir boyutludur. Ancak bazı durumlarda iki boyutlu akış da önemli olmakta ve kullanılmaktadır. Akım çizgisine dik hareket eden bir akışkan tanecikğine etkili olan basınç ve ağırlık kuvvetleri ile Newton'un ikinci kanunu arasındaki ilişki aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$-\gamma \frac{dz}{dn} - \frac{\partial P}{\partial n} = \rho \frac{V^2}{R}$$

Burada,

- γ : Akışkanın özgül ağırlığı (N/m^3),
 $\frac{dz}{dn} = \cos\theta$: Akışkan taneciğinin göz önüne alınan noktadaki akım çizgisine dik doğrultuyla yaptığı açının kosünüsü (-),
 $\frac{\partial P}{\partial n}$: Akım çizgisine dik yöndeki basınç gradyenti (N/m^3),
 ρ : Akışkanın özgül kütlesi (kg/m^3),
 V : Akışkan taneciğinin hızı (m/s),
 R : Eğrilik yarıçapı (m)'dir.

Yukarıdaki eşitlik bize, bir akışkan taneciğinin akışa dik doğrultudaki değişiminin basınç gradyenti ve akım çizgisine dik ağırlık kuvvetleri tarafından gerçekleştirildiğini göstermektedir. Ağırlık kuvvetleri ihmal edilirse ya da akış yatay bir düzlemde yani $dz/dn = \cos\theta = 0$ ise formül aşağıdaki biçime dönüşür.

$$\frac{\partial P}{\partial n} = -\frac{\rho V^2}{R}$$

Bu da eğriliğin merkezinden uzaklaştıkça basıncın arttığını göstermektedir.

Akım çizgisine dik yönde Bernoulli eşitliğini yukarıdaki eşitliklerden bazı kabullenmeler yaparak aşağıdaki biçimde yazabiliriz.

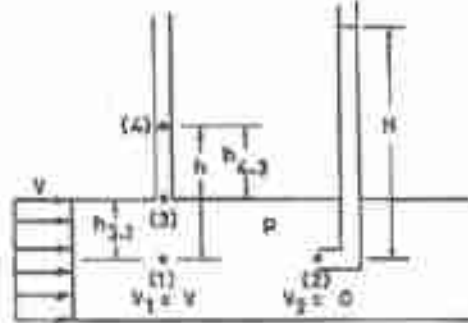
$$P + \rho \int \frac{V^2}{R} dn + \gamma z = \text{sabit}$$

Akım çizgisine dik yönde Bernoulli eşitliği de akım çizgisi boyunca oluşan Bernoulli eşitliği gibi kararlı akım, viskozitesiz akım ve sıkıştırılmaz akım koşullarında geçerlidir.

3.5. Statik, Dinamik, Ölü Nokta ve Toplam Basınç

Bernoulli eşitliğiyle ilgili önemli bir kavram da ölü nokta (kabarma basıncı, durma noktasındaki basınç) ve dinamik basınçtır. Bu basınçlar hareketli akışkanın durdurulması sırasında kinetik enerjinin basınç yüksekliğine dönüşmesiyle meydana gelir. Bernoulli eşitliğindeki P , hareketli akışkanın gerçek termodinamik basıncıdır ve akıma dik yönde boru çevresinde ölçüldüğü

için statik basınç adını alır (şekil 3.2). Bernoulli eşitliğindeki $\frac{1}{2}\rho V^2$ 'ye dinamik basınç denmektedir.



Şekil 3.2. Basıncın ölçümü

Bu basınç şekil 3.2'deki gibi akışkanın ortasına yerleştirilmiş pitot tüpü ile ölçülebilmektedir. Şekildeki boruda akan akışkan tüp içerisinde H yüksekliğine kadar çıkmaktadır. Pitot tüpü içerisindeki akışkan statiktir ve $V_2 = 0$ 'dır. İşte bu (2) noktasındaki basınca ölü nokta basıncı denir. Ölü nokta basıncı borunun çevresine açılan bir delik yardımıyla ölçülen statik basınç (P) ve dinamik basıncın ($P_d = \frac{1}{2} \rho V^2$) toplamından oluşmaktadır. (2) noktasındaki ölü nokta basıncı (P_2), (1) ve (2) noktalarına Bernoulli denklemini uygulayarak bulunmaktadır.

$$P_2 = P_1 + \frac{1}{2} \rho V_1^2$$

Görüldüğü gibi ölü noktadaki basınç (P_2), statik basınçtan (P_1), dinamik basınç ($P_d = \frac{1}{2} \rho V^2$) kadar daha büyüktür. Dinamik basınç bu bağıntıdan;

$$P_1 = \gamma h$$

$$P_2 = \gamma H$$

$$P_d = \frac{1}{2} \rho V_1^2 = P_2 - P_1 = \gamma (H - h)$$

ile elde edilmektedir. Yani bir boruya bir piyezometre borusu ve bir de pitot tüpü yerleştirildiğinde bu borularda yükselen sıvı seviyeleri arasındaki fark sıvının özgül ağırlığıyla çarpılarak dinamik basınç bulunabilir. Borudaki akışkanın hızı (V) ise dinamik basınçtan yararlanılarak belirlenir.

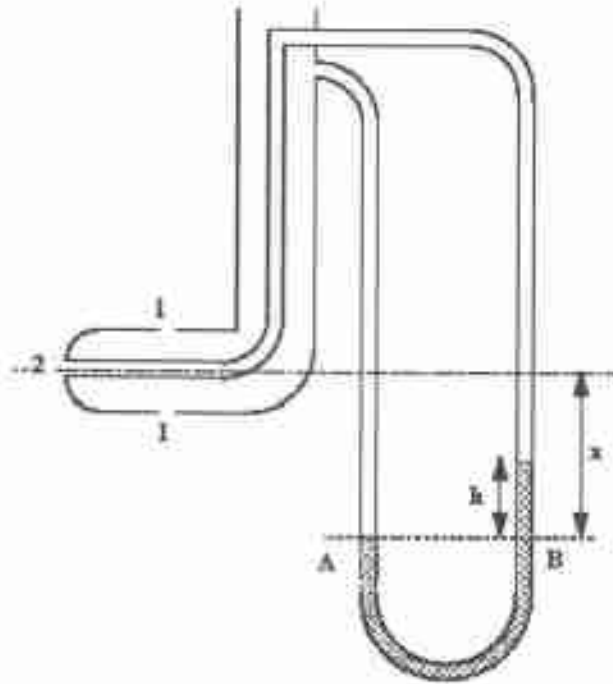
$$V_1 = V = \sqrt{2g(H - h)}$$

Bernoulli denklemindeki γz terimi hidrostatik basınçtır. Bu terim gerçekte bir basınç değildir. Yükseklik değişiminin neden olduğu akışkanın potansiyel enerjisini göstermektedir.

Statik, dinamik ve hidrostatik basınçların toplamına toplam basınç (P_T) denir.

$$P_T = P + \frac{1}{2} \rho V^2 + \gamma z = \text{sabit}$$

Bir akışkanda statik ve ölü nokta basınçlarının bilinmesiyle akışkanın hızı saptanabilir. Ancak bunun için bir piyezometre ve bir pitot tüpüne ihtiyacın olması ve iki farklı yerde okumanın yapılması gerekir. Bunun yerine aşağıdaki şekilde (şekil 3.3) görülen *statik pitot tüpü* kullanılarak tek bir okumayla basınç bulunabilmekte ve hız kolayca hesaplanabilmektedir. Statik pitot tüpünün her iki tarafındaki delikler manometrenin bir ucuna bağlı olup statik basıncı, ortasındaki delikte manometrenin diğer ucuna bağlı olup ölü nokta basıncını göstermektedir.



Şekil 3.3. Statik pitot tüpü

Statik pitot tüpün merkez çizgisini göz önüne alarak A ve B noktalarındaki basınçları eşitleyelim.

$$P_A = P_1 + \rho g x$$

$$P_B = P_1 + \rho g (x - h) + \rho_{\text{man}} g h$$

$$P_A = P_B$$

$$P_1 + \rho g x = p_1 + \rho g(x - h) + \rho_{man} g h$$

$P_2 = P_1 + \frac{1}{2} \rho V_1^2$ olduğu yukarıda bulunmuştur. Buna göre borudaki akışkanın hızı statik pitot tüp yardımıyla aşağıdaki gibi bulunur.

$$P_1 + h g (\rho_{man} - \rho) = P_1 + \frac{\rho V_1^2}{2}$$

$$V_1 = \sqrt{\frac{2 g h (\rho_{man} - \rho)}{\rho}}$$

yukarıdaki formüllerde ρ_{man} manometredeki akışkanın özgül kütlesini ve ρ borudaki akışkanın özgül kütlesini göstermektedir.

3.6. Süreklilik Denklemi

Sıkıştırılmaz akışkanlarda sisteme giren ve sistemden çıkan akım miktarı (verdi) sabit kabul edilmektedir. Buna kütlenin korunumu denir ve süreklilik denklemiyle ifade edilir.

$$Q_1 = Q_2$$

$$A_1 \cdot V_1 = A_2 \cdot V_2$$

Bu bağıntıda;

- Q_1 ve Q_2 : Sırasıyla sisteme giren ve sistemden çıkan verdiler (m^3/s),
- A_1 : Birinci durumdaki kesit alanı (m^2),
- V_1 : Birinci kesitteki akışkan hızı (m/s),
- A_2 : İkinci durumdaki kesit alanı (m^2),
- V_2 : İkinci kesitteki akışkanın hızı (m/s)'dir.

3.7. Bernoulli Eşitliğinin Uygulama Alanları

Bernoulli eşitliği sürtünmesiz, sıkıştırılmaz ve düzenli akım koşullarında, pratikte, değişik ortamlarda kullanılabilir. Bu kullanım alanlarından bazıları aşağıdaki gibidir.

3.7.1. Orifis (sukbe)

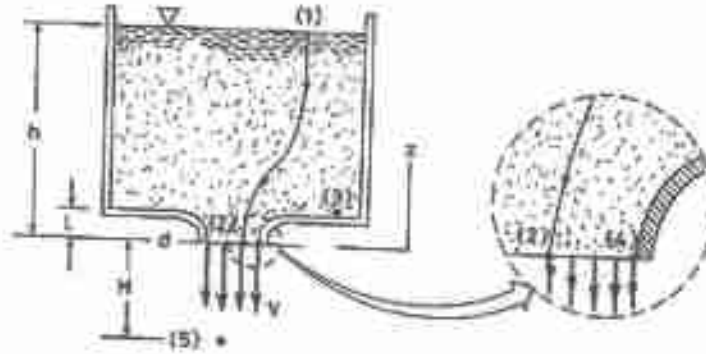
Bir deponun yüzeyine açılan ve sıvının dışarı çıkmasını sağlayan çevresi kapalı olan açıklıklara orifis denir. Şekil 3.4'de verilen bir deponun tabanına açılan orifisin (2) ve (5) noktalarındaki teorik akışkan hızı (V_t) Bernoulli eşitliğini kullanarak aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$V_{2t} = (2gh)^{1/2}$$

$$V_{5t} = (2g(h+H))^{1/2}$$

Bu bağırıtlarda;

- V_{2t} : Orifis çıkışındaki teorik akışkan hızı (m/s),
- h : Orifisin orta noktasının depodaki serbest sıvı yüzeyine olan uzaklığı (m),
- V_{5t} : Orifis dışında (5) noktasındaki teorik akışkan hızı (m/s),
- H : Orifis dışındaki (5) noktasının orifis orta noktasına (2) olan uzaklığı (m)'dir.



Şekil 3.4. Tank tabanına açılmış orifisten sıvı akışı

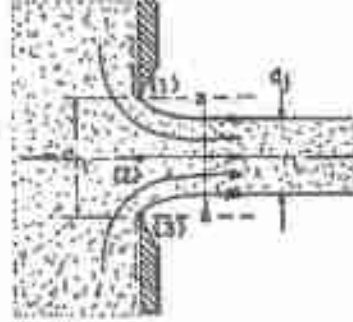
Orifis düz değilse, iyi taşlanmamışsa Şekil 3.5'de görüldüğü gibi orifisten çıkan sıvıda bir daralma meydana gelir. Yani orifisin çapı (d_o), orifisten çıkan sıvının çapından (d_j) daha büyüktür ($d_o > d_j$). Bu farklılığa büzülme etkisi (vena contracta) denir ve orifis kesit alanı (A_o) ile sıvı kesit alanı (A_j) arasındaki ilişkiyi göstermektedir.

$$C_c = \frac{A_j}{A_o} = \left(\frac{d_j}{d_o} \right)^2 = \frac{\text{Sıvı jetin alanı}}{\text{orifis alanı}}$$

Bu eşitlikte;

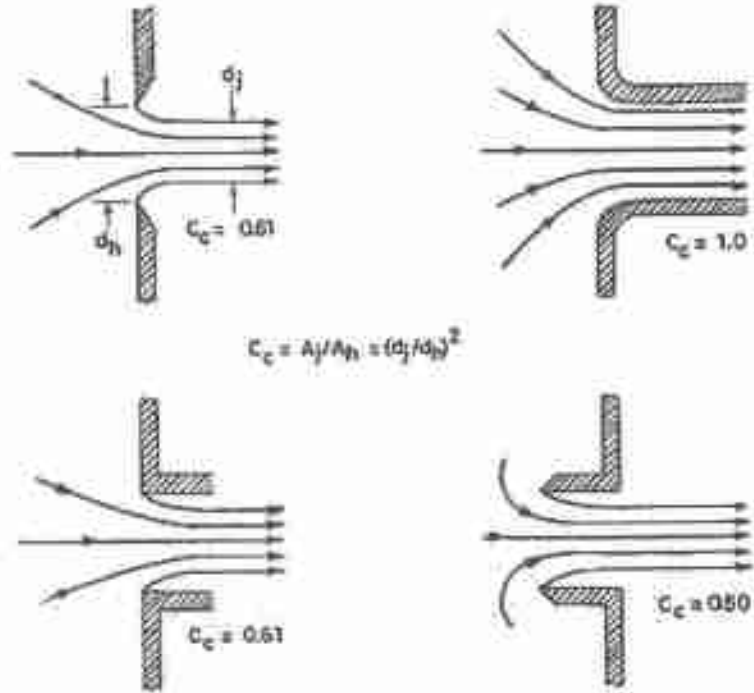
- A_j : Orifisten çıkan sıvı jetinin kesit alanı (m^2),
- A_o : Orifis kesit alanı (m^2),
- C_c : Büzülme katsayısı olup Şekil 3.6'da bazı orifisler için verilmiştir.

d_j : Sıvı jetinin çapı (m),
 d_o : Orifisin çapı (m)'dir.



Şekil 3.5. Keskin kenarlı orifiste büzülme etkisi

Şekil 3.5'de (2) noktasındaki hız, (1) noktasındaki hızdan büyük, (3) noktasındaki hızdan küçüktür. Orifisten çıkan sıvının hızını (2) noktasındaki ortalama hız olarak kabul etmezsek bir hız katsayısını tanımlamamız gerekir.



Şekil 3.6. Farklı orifis düzenlemeleri ve büzülme katsayıları (C_c)

Bu hız katsayısını (C_v) kullanarak orifisten çıkan sıvının gerçek hızı bulunabilir.

$$V_g = C_v (2gh)^{1/2}$$

Burada;

V_g : Orifisten çıkan sıvının pratikteki (gerçek) hızı (m/s),

C_v : Orifisin değişik noktalarındaki hızların farklılığından kaynaklanan

hız katsayısı olup $C_v = \frac{\text{gerçek hız}}{\text{teorik hız}}$ ile bulunur.

Yukarıdaki verilere göre bir orifisten akan sıvının verdisi aşağıdaki gibi bulunur.

$$Q = AV$$

$$Q = A_1 V_1$$

$$Q = C_c A_h V_0$$

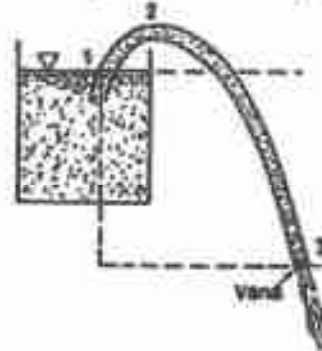
$$Q = C_c A_h C_v (2gh)^{1/2}$$

Eğer hız katsayısı C_v bilinmiyorsa, hız katsayısı (C_v) ile bütölme katsayısının (C_c) çarpımından oluşan verdi katsayısı (C_d) kullanılabilir ve verdi

$$\text{katsayısı } C_d = \frac{\text{gerçek debi}}{\text{teorik debi}} = C_c C_v = 0,62 \text{ kabul edilebilir.}$$

3.7.2. Sifon

Depoları, yan yüzeylerinde bir delik açmadan yukarıdan daldırılan bir boru yardımıyla boşaltmak da olanaklıdır. Sıvıya daldırılan borunun bir kısmının, sıvı seviyesinin üstünde kalmasıyla oluşan düzeneğe sifon denir (şekil 3.7).



Şekil 3.7. Sifon

Şekil 3.7'deki sifon borusunun (3) noktasındaki sıvının çıkış hızı, (1), (2) ve (3) noktalarına Bernoulli eşitliğini, (2) ile (3) noktasına da süreklilik denklemini uygulayarak aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$V_3 = (2 \cdot g \cdot (z_1 - z_3))^{1/2}$$

Burada;

V_3 : Sifonun çıkışındaki sıvı hızı (m/s),

g : 9,81 m/s²

$z_1 - z_3$: Depodaki su düzeyi ile (3) noktası arasındaki dikey uzaklık (m).

Bu uzaklıkları belirlerken deponun tabanı referans eksenini kabul edilecektir. Bu durumda z_1 pozitif, z_3 ise negatif ve $z_1 - (-z_3) = z_1 + z_3$ olacaktır. Sifonlarda da, daha önceki sıvı akışının sürtünmesiz, düzenli ve sıkıştırılmaz kabullemeleri geçerlidir.

Sifon içerisinde en düşük basınç (2) noktasında elde edilecektir. (2) noktasındaki basınç negatif olup atmosfer basıncından daha küçüktür. Bu noktadaki basınç (P_2), (1) ve (2) noktalarındaki Bernoulli eşitliğinden;

$$P_2 = \gamma \cdot (z_1 - z_2) - \frac{1}{2} \rho \cdot V_2^2$$

bağıntısıyla bulunabilir.

Burada;

P_2 : Sifonun (2) noktasındaki basınç (Pa),

γ : Sıvının özgül ağırlığı (N/m³),

z_1 : Depodaki serbest sıvı yüzeyinin depo tabanına uzaklığı (m),

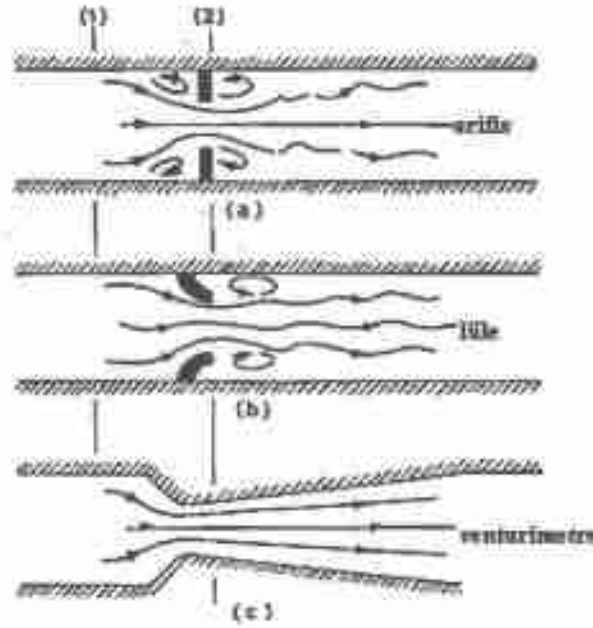
z_2 : (2) noktasının depo tabanına olan uzaklığı (m),

ρ : Sıvının özgül kütlesi (kg/m³),

V_2 : Sifonun (2) noktasındaki sıvı hızı (m/s)'dir.

3.7.3. Verdi ölçümü

Bernoulli eşitliğinden yararlanılarak akışkanların verdilerini ölçmede kullanılan pek çok cihaz vardır. Bunlardan bazıları pilot tüpü, orifis ve sifondur. Verinin borularda ölçülmesinde bu yöntemlerden başka en etkin ve en basit yöntem boruya bir engel takarak düşük hızı-yüksek basınçlı (1) bölge ile yüksek hızı-düşük basınçlı (2) bölge arasındaki basınç farkını belirlemektir (şekil 3.8). Şekilde bu esasa dayalı üç değişik verdi ölçüm cihazı (orifis, lüle ve



Şekil 3.8. Borulardaki verdirnin ölçülmesinde kullanılan ölçüm cihazları (a: orifis, b: lüle, c: venturimetre)

venturimetre) görülmektedir. Bu cihazların ortak yanı hız artmasıyla basıncın azalmasıdır. Akışı sürtünmesiz, düzenli, sıkıştırılmaz ve yatay ($z_1=z_2$) kabul ederek (1) ve (2) noktalarına Bernoulli eşitliği ve süreklilik denklemini uyguladığımızda, yine (1) ve (2) noktalarındaki hız dağılımını homojen aldığımızda borudan geçen akışkan verdisini veren formül aşağıdaki gibi bulunur.

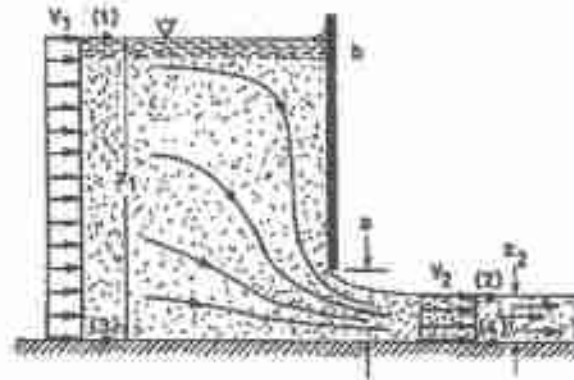
$$Q = A_2 [V_2]^{1/2} = A_2 \left[\frac{2(P_1 - P_2)}{\rho \left(1 - \left(\frac{A_2}{A_1} \right)^2 \right)} \right]^{1/2}$$

Burada;

- Q : Borudan geçen akışkan verdisi (m^3/s),
- A_2 : (2) kesitinin alanı (m^2),
- A_1 : (1) kesitinin alanı (m^2),
- P_1 : (1) noktasındaki basınç (Pa),
- P_2 : (2) noktasındaki basınç (Pa),
- ρ : Akışkanın özgül kütlesi (kg/m^3).

Bu formüle göre A_1 ve A_2 kesitlerindeki basınç farkı (P_1-P_2) ölçüldüğünde akışkan verdisi kolaylıkla bulunabilmektedir. Burada ölçülen veri teorik veridir. Gerçek veri bundan % 2 ile % 40 daha küçüktür.

Açık kanallara Bernoulli eşitliğini uygulayarak verinin ölçülmesinde kullanılan en önemli iki vardi ölçer: savaklar ve açılır-kapanır kapılardır. Şekil 3.9'da görülen açılır-kapanır kapıda (1) ve (2) noktalarına Bernoulli ve süreklilik denklemlerini uyguladığımızda kapıdan geçen akışkan verdisi (Q);



Şekil 3.9. Açılır-kapanır kapı

$$Q = z_2 \cdot b \left(\frac{2g(z_1 - z_2)}{1 - (z_2/z_1)^2} \right)^{1/2} \text{ bulunur.}$$

Bu formülden;

- Q : Kapıdan geçen akışkan verdisi (m^3/s),
- z_2 : Kapıdan geçen akışkanın referans eksenine olan uzaklığı (m),
- z_1 : Depodaki akışkanın serbest sıvı yüzeyinin depo tabanı olan referans eksenine olan uzaklığı (m),
- b : Kapı genişliği (m)'dir.

Eğer z_2 , z_1 'e göre çok küçükse veri denklemini aşağıdaki biçimde sadeleşir.

$$Q = z_2 \cdot b \cdot (2g \cdot z_1)^{1/2}$$

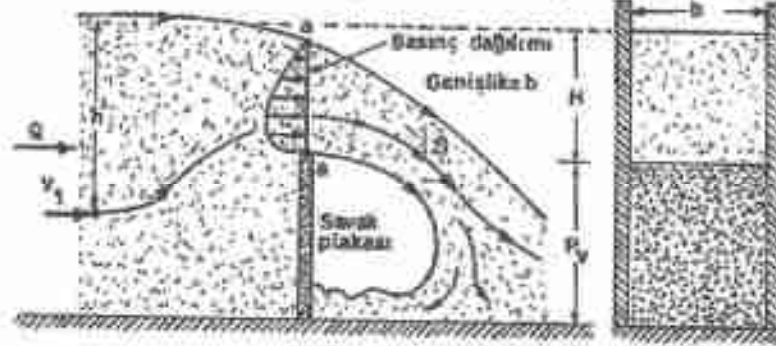
Bu son eşitlikten z_2/z_1 oranının çok büyük olduğu, depodaki sıvının kinetik enerjisinin ihmal edildiği, sıvı hızının $z_1-z_2 \approx z_1$ 'den dolayı $V_2 = (2g \cdot z_1)^{1/2}$ değerine düştüğü sonucu çıkarılabilir.

Verdi hesabında dikkat edilirse kapı açıklığı (a) yerine, çıkan sıvının akış derinliği (z_2) kullanılmıştır. Açılır-kapanır kapılarda da veri hesabı yapılırken büzülme katsayısının tanımlanması gerekir. Buna göre büzülme katsayısı (C_d)

$$C_v = \frac{z_2}{a}$$

olup, daima birden küçüktür. Eğer $0 < \frac{a}{z_1} < 0,2$ ise büzülme katsayısı $C_v = 0,61$ alınabilir. $\frac{a}{z_1}$ 'in 0,2'den büyük değerleri için büzülme katsayısı çok büyümektedir.

Açık kanallarda verdi ölçülmesinde kullanılan diğer bir verdi ölçer de savaklardır. Şekil 3.10'da dikdörtgen bir savak göstermiştir. Savaklarda



Şekil 3.10. Savaklarda verdi ölçümü

akan akışkanın verdisi savak yüksekliğine (P_v), savak genişliğine (b) ve savak üzerinde akan akışkan yüksekliğine (H) bağlıdır. Şekildeki savak için verdi (Q)

$$Q = C_1 H b (2gH)^{1/2}$$

$$Q = C_1 b H^{3/2} (2g)^{1/2}$$

bulunur. Burada;

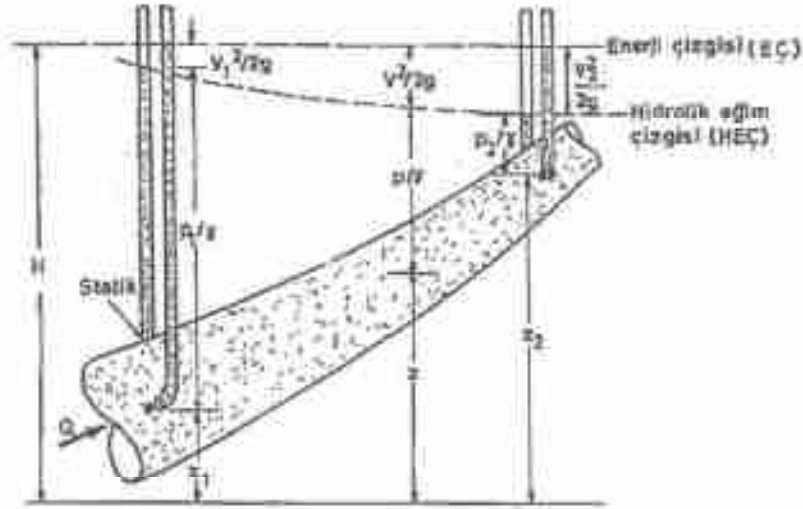
- Q : Savaktan geçen akışkan verdisi (m^3/s),
- C_1 : Sabit olup denemelerle bulunur,
- H : Savaktan geçen akışkan yüksekliği (m),
- b : Savak genişliği (m)'dir.

Bulunan bu verdi teorik verdidir. Her savak tipi için deneysel yöntemlerle elde edilen veriler gerçek verdilerin bulunmasında kullanılabilir.

3.8. Enerji Çizgisi ve Hidrolik Eğim Çizgisi

Bilindiği gibi Bernoulli eşitliği bir akışkandaki toplam enerjiyi göstermekte ve sürtünmesiz, sıkıştırılmaz, düzenli akım koşullarında sabit kalmaktadır. Bernoulli eşitliği yardımıyla hidrolik eğim çizgisi (HEÇ), enerji

çizgisi (EÇ) tanımlanmakta ve pek çok problemin çözümüne yardımcı olmaktadır (şekil 3.11).



Şekil 3.11. Enerji (EÇ) ve hidrolik eğim (HEÇ) çizgisi

Bernoulli eşitliğinin her terimi yükü ifade etmektedir. Bu yükler pitot tüpü ve piyezometre borusu ile şekil düzleminde tanımlanmaktadır. Akış boyunca farklı noktalarda bulunan pitot tüplerindeki ölçülen basınç noktalarından geçen çizgiye enerji çizgisi (EÇ) denir ve ideal akışkanlarda kıyas düzlemine paralel kalır. Enerji çizgisi Bernoulli eşitliğindeki her bir yükün toplanmasıyla elde edilir.

$$H = z + \frac{p}{\gamma} + \frac{V^2}{2g} = \text{sabit}$$

Burada;

- H : Toplam yük (m).
- z : Potansiyel yük (m).
- $\frac{p}{\gamma}$: Basınç yükü (m).
- $\frac{V^2}{2g}$: Hız yükü (m)'dür.

Hidrolik eğim çizgisi ($z + p/\gamma$) terimine karşılık gelen statik yük, piyezometrik yük ya da hidrolik yükü içermektedir. Borunun dış kenarına yerleştirilen piyezometre borusunda yükselen akışkan seviyesinden geçen çizgiye hidrolik eğim çizgisi (HEÇ) denir. HEÇ, akışkanın hızına bağlı olduğundan sabit kalmamakta akış boyunca değişebilmektedir. Enerji çizgisini oluşturan pitot tüpündeki yükselen akışkan seviyesi ile piyezometre borusunda

yükselen akışkan seviyesi arasındaki fark, hız yoksa kadardır. Eğer akım pratikte olduğu gibi sürtünmeli kabul edilirse enerji çizgisi sabit kalmaz, akış boyunca değişebilir.

3.9. Bernoulli Eşitliğinin Uygulanma Kısıtları

Akışkanlar mekanikinde temel kabullenmelerden bir tanesi de akışkanın sıkıştırılamaz kabul edilmesidir. Bu kabullenme çoğu sıvılar için doğrudur, ancak gazlar için bazı durumlarda büyük yanlışlıklara neden olmaktadır. Çünkü uygulamada özgül kütle, sıcaklık, basınç her zaman değişir. Ölü nokta basıncının bulunmasında eğer sıcaklığı sabit, özgül kütle $\rho = \frac{P}{RT}$ alır ve Bernoulli eşitliğini izotermal koşul için yazarak

$$\frac{V_1^2}{2g} + z_1 + \frac{RT}{g} \ln\left(\frac{P_1}{P_2}\right) = \frac{V_2^2}{2g} + z_2$$

formülünü sıkıştırılamaz akışkanlar için yazabiliriz. İdeal gazın sıkıştırılabilir, düzenli akışı ve izoentropik koşulu için ise aşağıdaki bağıntı yazılabilir.

$$\left(\frac{k}{k-1}\right) \frac{P_1}{\rho_1} + \frac{V_1^2}{2} + g z_1 = \left(\frac{k}{k-1}\right) \frac{P_2}{\rho_2} + \frac{V_2^2}{2} + g z_2$$

Bu denklemi, Mach sayısına bağlı olarak boyutsuz formda şu şekilde düzenleyebiliriz.

$$\frac{P_2 - P_1}{P} = \left[\left(1 + \frac{k-1}{2} Ma_1^2 \right)^{\frac{k}{k-1}} - 1 \right]$$

Bu denklemde (1) indisi normal akım koşullarını, (2) indisi ise ölü nokta koşullarını gösterir, $z_1 = z_2$ ve Mach (mak) sayısı $Ma_1 = V_1/C_1 = V_1/(kRT_1)^{1/2}$ alınmıştır.

Yukarıdaki denkleme benzer şekilde sıkıştırılamaz akışkanlar için de aşağıdaki boyutsuz denklem yazılabilir.

$$\frac{P_2 - P_1}{P_1} = k \frac{Ma_1^2}{2}$$

Yukarıdaki sıkıştırılabilir ve sıkıştırılamaz akışkanlar için yazılan boyutsuz denklemler bir grafiğe işlenirse Mach sayısının 0,3 değerine kadar birbirinin aynısı olduğu görülür. Bu nedenle genel bir kural olarak ideal gazların akışı Mach sayısının 0,3 ve daha küçük olduğu koşullarda sıkıştırılamaz kabul

edilebilir. Bir başka ifadeyle havanın 102 m/s'ye kadarki hızlarında hava sıkıştırılmaz kabul edilebilir.

Bernoulli eşitliğinin uygulanabilmesi için koşullardan bir tanesi de akımın düzenli olması gerektirir. Düzenli akımlarda hız, akım çizgisi üzerindeki uzaklığın (s) bir fonksiyonuydu ($V=V(s)$). Düzensiz (kararsız) akımda ise akım çizgisi boyunca oluşan hız, uzaklığın yanı sıra zamanın da bir fonksiyonudur. Yani $V=V(t)$ 'dir. Buna göre akım çizgisi boyunca düzenli akımlardaki ivme;

$$a_s = V \cdot \frac{\partial V}{\partial s}$$

düzensiz akımlardaki ivme ise;

$$a_s = \frac{\partial V}{\partial t} + V \cdot \frac{\partial V}{\partial s}$$

olmaktadır. Newton'un ikinci kanununu akım çizgisi boyunca kararsız akım için uygularsak Bernoulli eşitliği aşağıdaki gibi elde edilir.

$$P_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho_1 V_1^2 + \gamma z_1 = \rho \int_1^2 \frac{\partial V}{\partial t} ds + P_2 + \frac{1}{2} \cdot \rho V_2^2 + \gamma z_2$$

Bu eşitlik Bernoulli eşitliğinin düzensiz akışlar için genel formudur ve düzensiz, sıkıştırılmaz ve sürtünmesiz akımlar için geçerlidir. Düzensiz akım için yazılan Bernoulli eşitliği düzenli akım için yazılandan integral terimi kadar daha fazladır. Genelde bu integrali çözmek olanaksızdır. Çünkü akım çizgisi boyunca $\partial V / \partial t$ değişimi bilinmemektedir. Bazı durumlarda düzensiz (kararsız) akışlar yan karartı ya da yarı düzenli kabul edilerek çözülebilmektedir.

Bernoulli eşitliğinin kullanımını sınırlandıran diğer bir kısıt Bernoulli eşitliğinin akım çizgisine dik yönde her zaman kullanılamayacağıdır. Eğer akışkanın basınç çizgileri akım çizgisine dik yönde homojen değilse, Bernoulli eşitliğinin uygulanması büyük hatalara yol açar.

Bernoulli eşitliğini sınırlandıran bir diğer faktörde akışkanın viskoz olmamasıdır. Eğer viskoz kuvvetleri önemliyse bu durumda bir sürtünme ortaya çıkacak ve Bernoulli eşitliği doğru sonuç vermeyecektir.

3.10. Akışkan Dinamiği ve Bernoulli Eşitliğiyle İlgili Uygulama Örnekleri

ÖRNEK-3.1: Yatay boruda akım çizgisi boyunca özgül ağırlığı 8829 N/m^3 olan bir yağa 7 m/s^2 lik bir ivme kazandırabilmek için basınç gradyenti ($\partial P/\partial s$) ne olmalıdır?

Çözüm:

Akım çizgisi boyunca hareket eden akışkana gelen kuvvetler aşağıdaki gibi yazılabilir,

$$-\gamma \sin \theta - \frac{\partial P}{\partial s} = \rho \cdot V_s \frac{\partial V}{\partial s}$$

Yatay boruda akım çizgisi de yatay olduğundan ağırlık kuvvetinin akım çizgisi boyunca bileşeni yoktur. Yani $\theta = 0$ olup $\gamma \sin \theta = 0$ 'dır.

$$-\frac{\partial P}{\partial s} = \rho \cdot V_s \frac{\partial V}{\partial s}$$

$$\gamma = \rho g$$

$$\rho = \frac{\gamma}{g}$$

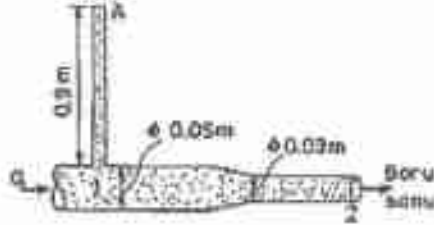
$$V_s \frac{\partial V}{\partial s} = 7 \text{ m/s}^2$$

$$-\frac{\partial P}{\partial s} = \frac{8829 \text{ N/m}^3}{9,81 \text{ m/s}^2} \cdot 7 \text{ m/s}^2$$

$$\frac{\partial P}{\partial s} = -6300 \text{ N/m}^3 (= \text{Pa/m})$$

Buradaki (-) işareti basıncın uzaklıkla azaldığını göstermektedir.

ÖRNEK-3.2: Su, düzenli (kararlı) ve sürtünmesiz olarak aşağıdaki şekilde görülen boruda akmaktadır. Suyun düşey olarak yerleştirilmiş piyezometre borusundan (A noktasından) taşmaması koşuluyla borudan geçen maksimum akışkan verisini bulunuz?



Çözüm:

Piyezometrenin bulunduğu borunun orta noktası (1) ile boru sonu (2)'ne Bernoulli eşitliğini uygulayalım. (1) noktasındaki basınç (P_1),

$$P_1 = \left(9810 \text{ N/m}^3 \right) \left(0,9 + \frac{0,03 \text{ m}}{2} \right)$$

$$P_1 = 9\,074,25 \text{ Pa}$$

(2) noktasındaki basınç atmosfere açıldığından sıfırdır. Yani $P_2 = 0$ alınacaktır. Borunun orta eksen referans alınırsa $z_1 = z_2$ olur. Buna göre Bernoulli eşitliğini yazalım.

$$P_1 + \frac{1}{2} \rho V_1^2 + \gamma z_1 = P_2 + \frac{1}{2} \rho V_2^2 + \gamma z_2$$

$$P_1 + \frac{1}{2} \rho V_1^2 = P_2 + \frac{1}{2} \rho V_2^2$$

süreklilik denklemini de (1) ve (2) noktalarına uygulayalım.

$$Q_1 = Q_2$$

$$A_1 V_1 = A_2 V_2$$

$$V_2 = \left(\frac{D_1}{D_2} \right)^2 V_1$$

Burada bulunan V_2 değerini yukarıdaki Bernoulli eşitliğinde yerine koyalım.

$$P_1 + \frac{1}{2} \rho V_1^2 = P_2 + \frac{1}{2} \rho \left(\frac{D_1}{D_2} \right)^4 V_1^2$$

$$V_1^2 \left(\frac{1}{2} \rho - \frac{1}{2} \rho \left(\frac{D_1}{D_2} \right)^4 \right) = P_2 - P_1$$

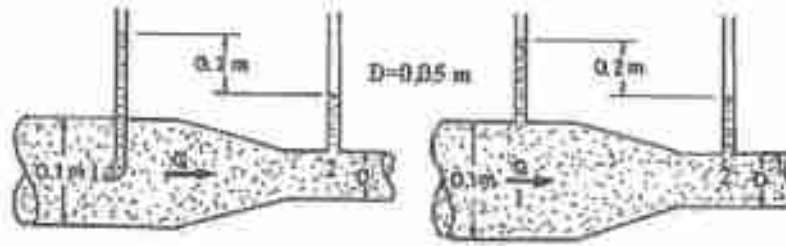
$$V_1^2 = \frac{P_2 - P_1}{\frac{1}{2} \rho \left(1 - \left(\frac{D_1}{D_2} \right)^4 \right)} = \frac{0 - 9.074,25 \text{ N}}{\frac{1}{2} \cdot 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \left(1 - \left(\frac{0,05 \text{ m}}{0,03 \text{ m}} \right)^4 \right)}$$

$$V_1 = 1,644 \text{ m/s}$$

$$Q = A_1 \cdot V_1 = \frac{\pi (0,05 \text{ m})^2}{4} \cdot 1,644 \text{ m/s}$$

$$Q = 3,228 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$$

ÖRNEK-3.3: Su, aşağıdaki borularda akmaktadır. Borulara pitot tüpü ve piyezometre boruları bağlanmıştır. Şekildeki verilere göre borulardan geçen verileri hesaplayınız.



Çözüm:

- a) Pitot tüpünün bağlı olduğu boruyu alalım. Bu boruda pitot tüpü ile piyezometre borusundaki su seviyeleri arasındaki fark (0,2 m) dinamik basınca $\left(\frac{1}{2} \rho V_1^2 \right)$ eşittir. Bunu (1) ve (2) noktalarına Bernoulli eşitliğini uygulayarak da görebiliriz.

$$P_1 + \frac{1}{2} \rho V_1^2 + \gamma z_1 = P_2 + \frac{1}{2} \rho V_2^2 + \gamma z_2$$

$$z_1 = z_2$$

$$P_1 - P_2 = \frac{1}{2} \rho (V_2^2 - V_1^2)$$

(1) noktasındaki akışkan hızı sıfırdır. Çünkü pitot tüpünün önü ölü noktadır ve ölü noktadaki hız sıfırdır.

$$V_1 = 0$$

$$P_1 - P_2 = \frac{1}{2} \rho V_2^2$$

$$\gamma (0,2 \text{ m}) = \frac{1}{2} \rho V_2^2$$

$$V_2^3 = \frac{2 \gamma (0,2)}{\rho} = \frac{2 \rho g (0,2 \text{ m})}{\rho}$$

$$V_2^2 = 2g (0,2 \text{ m})$$

$$V_2 = 1,98 \text{ m/s}$$

$$Q = A_2 \cdot V_2$$

$$Q = \frac{\pi D_2^2}{4} \cdot V_2 = \frac{\pi (0,05 \text{ m})^2}{4} \cdot 1,98 \text{ m/s}$$

$$Q = 3,88 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$$

Pitot tüpü ile piyezometre sıvı seviyeleri arasındaki farka (h) der ve bu işlemleri formülize edersek,

$$Q = A_2 \cdot V_2$$

$$Q = \frac{\pi D_2^2}{4} (2gh)^{1/2}$$

$$Q = 3,48 D_2^2 h^{1/2}$$

yazılabilir,

- b) Bu şıkta iki piyezometrenin bağlandığı ikinci boruyu ele alalım. Bu boruda da birinci piyezometrenin bağlandığı kısım borunun ortasına (1), ikinci piyezometrenin bağlandığı kısım borunun ortasına (2) diyerek Bernoulli ve süreklilik denklemlerini uygulayalım.

$$P_1 + \frac{1}{2} \rho V_1^2 + \gamma z_1 = P_2 + \frac{1}{2} \rho V_2^2 + \gamma z_2$$

$$z_1 = z_2 \text{ olduğundan}$$

$$P_1 - P_2 = \frac{1}{2} \rho (V_2^2 - V_1^2)$$

$$\gamma(0,2\text{ m}) = \frac{1}{2} \rho (V_2^2 - V_1^2)$$

$$Q_1 = Q_2$$

$$A_1 V_1 = A_2 V_2$$

$$V_2 = \frac{A_1}{A_2} V_1$$

$$V_2 = \left(\frac{D_1}{D_2} \right)^2 V_1 = \left(\frac{0,1\text{ m}}{0,05\text{ m}} \right)^2 V_1$$

$$V_2 = 4 V_1$$

$$0,2\gamma = \frac{1}{2} \rho (16 V_1^2 - V_1^2)$$

$$0,2\gamma = \frac{1}{2} \rho (15 V_1^2)$$

$$V_1^2 = \frac{2 \cdot 0,2 \gamma}{\rho \cdot 15} = \frac{2(0,2\text{ m})(9810\text{ N/m}^3)}{1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 15}$$

$$V_1 = 0,51\text{ m/s}$$

$$Q = A_1 V_1 = \frac{\pi D_1^2}{4} V_1$$

$$Q = \frac{\pi (0,1\text{ m})^2}{4} \cdot 0,51\text{ m/s}$$

$$Q = 0,004\text{ m}^3/\text{s}$$

Bu verdiyi formüle edelim. Yine sıvı yükseklik farkına h diyelim.

$$Q = \frac{\pi D_1^2}{4} V_1$$

$$V_1 = \left(\frac{2h\gamma}{15\rho} \right)^{1/2} = \left(\frac{2h\rho g}{15\rho} \right)^{1/2} = \left(\frac{2hg}{15} \right)^{1/2}$$

$$Q = \frac{\pi D_1^2}{4} \left(\frac{2hg}{15} \right)^{1/2}$$

$$Q = 0.898 D_1^2 h^{1/2}$$

ÖRNEK-3.4: Özgöl ağırlığı 9810 N/m^3 olan su bir boru içerisinde 9 m/s^2 lik ivmeyle hareket ediyor;

- a) Akış yukarı yönlü (dik).
b) Akış aşağı yönlü ise basınç gradyentini ($\partial P / \partial s$) bulunuz.

Çözüm:

- a) Akış yukarı yönlü ise ağırlık kuvvetleri akışa karşı koyacak ve $\theta = 90^\circ$ alınacaktır.

$$\rho V \frac{\partial V}{\partial s} = -\gamma \sin \theta - \frac{\partial P}{\partial s}$$

$$\frac{\partial P}{\partial s} = -\rho V \frac{\partial V}{\partial s} - \gamma \sin \theta$$

$$\frac{\partial P}{\partial s} = \left((-1000 \text{ kg/m}^3)(9 \text{ m/s}^2) - \left(9810 \frac{\text{N}}{\text{m}^3} \sin 90 \right) \right)$$

$$\frac{\partial P}{\partial s} = -18810 \frac{\text{Pa}}{\text{m}}$$

- b) Akış aşağı yönlü ise yerçekiminden kaynaklanan ağırlık kuvveti bileşeni ($\gamma \sin \theta$) pozitif olacak, akışa yardımcı olacaktır.

$$\rho V \frac{\partial V}{\partial s} = \gamma \sin \theta - \frac{\partial P}{\partial s}$$

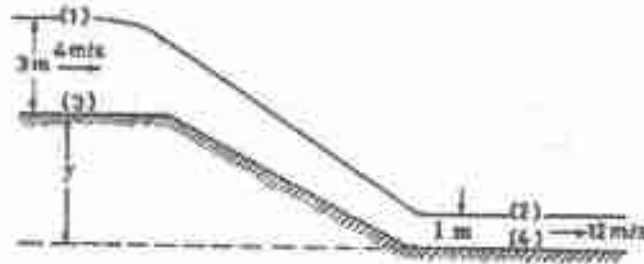
$$\frac{\partial P}{\partial s} = \gamma \sin \theta - \rho V \frac{\partial V}{\partial s}$$

$$\frac{\partial P}{\partial s} = \left(9810 \frac{\text{N}}{\text{m}^3} \sin 90 \right) - \left(1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right) (9 \text{ m/s}^2)$$

$$\frac{\partial P}{\partial n} = 810 \text{ Pa/m}$$

ÖRNEK-3.5: Su, şekilde görülen açık kanalda akmaktadır. (1) noktasındaki su derinliği 3 m, su hızı 4 m/s, (2) noktasındaki su derinliği 1 m ve su hızı 12 m/s'dir. Akışı düzenli, sürtünmesiz kabul ederek;

- y uzaklığını,
- (3) ve (4) noktalarındaki basınçları hesaplayınız.



Çözüm:

- (4) noktasını referans eksenini alarak (1) ve (2) noktalarına Bernoulli eşitliğini uygulayalım. Manometrik basınç esas alındığında $P_1 = P_2 = 0$ 'dır.

$$z_1 = y + 3 \text{ m}$$

$$z_2 = 1 \text{ m}$$

$$V_1 = 4 \text{ m/s}$$

$$V_2 = 12 \text{ m/s}$$

$$P_1 + \frac{1}{2} \rho V_1^2 + \gamma z_1 = P_2 + \frac{1}{2} \rho V_2^2 + \gamma z_2$$

$$\gamma z_1 = \frac{1}{2} \rho (V_2^2 - V_1^2) + \gamma z_2$$

$$\gamma z_1 = \frac{1}{2} \left(1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right) \left((12 \text{ m/s})^2 - (4 \text{ m/s})^2 \right) + (1 \text{ m}) \cdot (\gamma)$$

$$z_1 = \frac{64000 \text{ kg/m}^2 \cdot \text{s}^2}{\gamma} + \frac{\gamma}{\gamma} \cdot 1 \text{ m} = \frac{64000 \text{ kg/m}^2 \cdot \text{s}^2}{9810 \text{ N/m}^3} + 1 \text{ m}$$

$$z_1 = 7,524 \text{ m}$$

$$y + 3 \text{ m} = 7,524 \text{ m}$$

$$y = 4,524 \text{ m}$$

- b) Akıma dik yönde (1) ve (3) ile (2) ve (4) noktalarına Bernoulli eşitliğini uygulayalım.

$$P + \rho \int \frac{V^2}{R} dn + \gamma z = \text{sabit}$$

eşitliğinde eğrilik yarıçapı ($R=\infty$) olduğundan

$$\rho \int \frac{V^2}{R} dn = 0$$

alınır ve eşitlik şu hale gelir.

$$P + \gamma z = \text{sabit}$$

Buna göre (1) ve (3) noktaları için eşitliği yazalım.

$$P_1 + \gamma z_1 = P_3 + \gamma z_3$$

$$P_3 = P_1 + \gamma(z_1 - z_3) = 0 + \left(9810 \frac{\text{N}}{\text{m}^3}\right)(3\text{m})$$

$$P_3 = 29\,400 \text{ Pa}$$

Aynı şekilde (2) ve (4) noktalarına Bernoulli eşitliği uygulanırsa;

$$P_2 + \gamma z_2 = P_4 + \gamma z_4$$

$$P_4 = P_2 + \gamma(z_2 - z_4) = \left(0 + 9810 \frac{\text{N}}{\text{m}^3}\right)(1\text{m})$$

$$P_4 = 9810 \text{ Pa}$$

ÖRNEK-3.6: 100 mm çaplı bir orifisten çıkan sıvı jetinin daralmış kısmındaki gerçek hız $h=4$ m yüksekliğinde 6,56 m/s'dir.

- a) Hız katsayısını,
b) Ölçülen gerçek verdi 40 l/s olduğunu göre daralma (büzülme) ve verdi katsayılarını hesaplayınız.

Çözüm:

- a) Orifisten çıkan sıvı jetinin gerçek hızı (V_g);

$$V_g = C_v(2gh)^{1/2}$$

$$C_v = \frac{V_g}{(2gh)^{1/2}} = \frac{6,56 \text{ m/s}}{\left(2,9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 4 \text{ m}\right)^{1/2}}$$

$$C_v = 0,740$$

b) Gerçek verdi = $Q = C_v \cdot C_d \cdot A_n \cdot (2gh)^{1/2}$

$$A_n = \frac{\pi D^2}{4}$$

$$C_d = C_v \cdot C_c$$

$$C_d = \frac{Q}{A_n (2gh)^{1/2}} = \frac{0,040 \text{ m}^3/\text{s}}{\frac{\pi (1 \text{ m})^2}{4} \left(2,9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 4 \text{ m}\right)^{1/2}}$$

$$C_d = 0,574$$

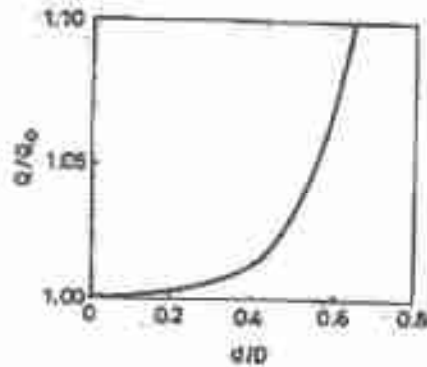
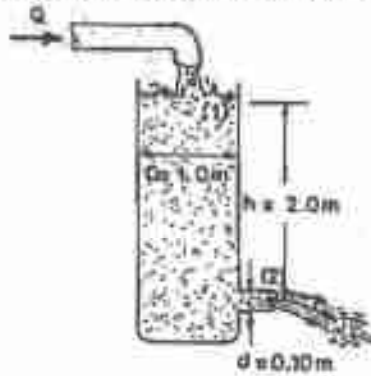
$$C_d = C_v \cdot C_c$$

$$C_c = \frac{C_d}{C_v} = \frac{0,574}{0,740}$$

$$C_c = 0,776$$

Hız katsayısı = $C_v = 0,740$
 Büzülme katsayısı = $C_c = 0,776$
 Verdi katsayısı = $C_d = 0,574$

ÖRNEK-3.7: Aşağıdaki şekilde görülen depodan su çapı $d = 0,10 \text{ m}$ olan içüden dışarı akmaktadır. Depodaki su yüksekliğinin $h = 2 \text{ m}$ olarak kalması için depoya verilecek Q verisini bulunuz.



Çözüm:

Akışı düzenli, sürtünmesiz ve sıkıştırılmaz kabul ederek (1) ve (2) noktalarına Bernoulli eşitliğini uygulayalım.

$$P_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho_1 \cdot V_1^2 + \gamma \cdot z_1 = P_2 + \frac{1}{2} \cdot \rho_2 \cdot V_2^2 + \gamma \cdot z_2$$

Burada;

$$P_1 = P_2 = 0$$

$$\rho_1 = \rho_2 = \rho = \text{sabit}$$

$$z_1 = h$$

$z_2 = 0$ (referans eksenini alındığından)

$$\frac{1}{2} \cdot V_1^2 + g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot V_2^2$$

elde edilir. Her ne kadar depodaki su seviyesi sabit kabul edilse de depoya sürekli su akmasından dolayı (1) kesitinde ortalama bir (V_1) hızı oluşacaktır. Düzenli ve sıkıştırılmaz akım olduğundan süreklilik denklemini kullandığımızda

$$Q_1 = Q_2$$

$$A_1 V_1 = A_2 V_2$$

$$V_1 = \left(\frac{d}{D} \right)^2 \cdot V_2$$

elde edilir. Yukarıdaki bağıntılar birleştirildiğinde (2) noktasındaki yani tüledeki hız bulunur.

$$V_2 = \left(\frac{2 \cdot g \cdot h}{1 - \left(\frac{d}{D} \right)^4} \right)^{1/2} = \left(\frac{2 \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 2 \text{ m}}{1 - \left(\frac{0,1}{1} \right)^4} \right)^{1/2}$$

$$V_2 = 6,26 \text{ m/s}$$

$$Q = A_2 \cdot V_2 = \frac{\pi}{4} \cdot (0,1 \text{ m})^2 \left(6,26 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)$$

$$Q = 0,0492 \frac{m^3}{s}$$

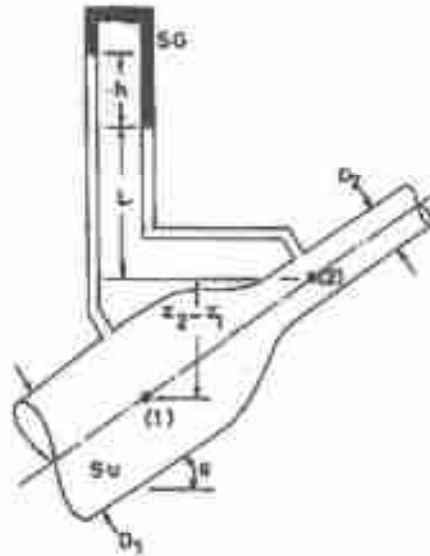
septanın. Burada depodaki suyun kinetik enerjisini ihmal etmedik, yani $V_1 \neq 0$ aldık.

Eğer depo çapı lülenin çapına göre çok büyük kabul edilirse ($D \gg d$), $V_1 \ll V_2$ olur ve $V_1 \approx 0$ alınabilir. Bu kabullenmenin meydana getirdiği hata aşağıdaki gibi bulunabilir.

$$\frac{Q}{Q_0} = \frac{V_2}{V_{2/D=0}} = \frac{(2gh/(1-(d/D)^4))^{1/2}}{(2gh)^{1/2}} = \frac{1}{\left(1-\left(\frac{d}{D}\right)^4\right)^{1/2}}$$

bulunur. Q/Q_0 oranını yukandaki şekilde görüldüğü gibi grafiğe dökersek $0 < d/D < 0.4$ için $1 < Q/Q_0 \leq 1.01$ olduğunu görürüz. Görüldüğü gibi $V_1 = 0$ alınmasıyla hata oranı % 1 olmaktadır. Bu da çok küçüktür ve $V_1 = 0$ alınabilir.

ÖRNEK-3.8: Su aşağıdaki şekilde görülen kesiti değişen boruda akmaktadır. (1) ve (2) noktalarındaki statik basınçlar U-manometresiyle okunmaktadır. Manometrede yağ kullanılmakta olup, yoğunluğu SG ile gösterilmektedir. U-manometresindeki h yüksekliğini bulunuz.



Çözüm:

Akışı düzenli sıkıştırılmaz ve sürtünmesiz kabul ederek (1) ve (2) noktalarına Bernoulli ve süreklilik denklemini uygulayalım.

$$P_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V_1^2 + \gamma z_1 = P_2 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V_2^2 + \gamma z_2$$

$$A_1 V_1 = A_2 V_2$$

Bu iki eşitliği birleştirelim.

$$P_1 - P_2 = \gamma(z_2 - z_1) + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V_2^2 \left(1 - \left(\frac{A_2}{A_1} \right)^2 \right) \quad (1)$$

Buradaki basınç farkını ($P_1 - P_2$), (1) noktasından başlayıp (2) noktasına giderek manometreden okuyalım.

$$P_1 - \gamma(z_2 - z_1) - \gamma(L + h) + SG \cdot \gamma h + \gamma L = P_2$$

SG = yağın yoğunluğudur.

$$P_1 - P_2 = \gamma(z_2 - z_1) + (1 - SG) \cdot \gamma h \quad (2)$$

Yukarıdaki (1) ve (2) eşitliklerini birleştirdiğimizde;

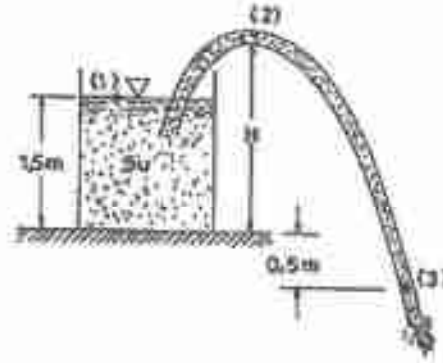
$$(1 - SG) \cdot \gamma h = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V_2^2 \left(1 - \left(\frac{A_2}{A_1} \right)^2 \right)$$

elde edilir. $V_2 = Q/A_2$ alındığında;

$$h = \left(\frac{Q}{A_2} \right)^2 \cdot \frac{(1 - (A_2/A_1)^2)}{(2 \cdot g \cdot (1 - SG))}$$

bulunur. Manometredeki (h) yüksekliğinin hesaplanmasında ($z_2 - z_1$) yüksekliğine ihtiyaç yoktur. Çünkü Bernoulli eşitliğinde yükseklik terimi elimine edilmektedir. Bununla birlikte basınç farkı ($P_1 - P_2$), (θ) açısına bağlıdır. Ancak manometredeki (h) yüksekliği (θ)'dan bağımsızdır.

ÖRNEK-3.9: Sıcaklığı 20°C olan su büyük bir tanktan (yüksekliği 1.5 m), çapı sabit bir boruyla boşaltılmaktadır. Borunun alt ucu ile depo tabanı arasında 0.5 m yükseklik farkı vardır. Atmosfer basıncı 101 330 Pa alınacaktır. Suyun boruyla (sifon) kavitasyon meydana gelmeden boşaltılabilmesi için şekilde görülen H yüksekliği ne olmalıdır.



Çözüm:

Akışı sürekli (düzenli), sürtünmesiz ve sıkıştırılmaz kabul ederek (1), (2) ve (3) noktalarına Bernoulli eşitliğini uygulayalım.

$$P_1 + \frac{1}{2} \rho V_1^2 + \gamma z_1 = P_2 + \frac{1}{2} \rho V_2^2 + \gamma z_2 = P_3 + \frac{1}{2} \rho V_3^2 + \gamma z_3 \quad (1)$$

Tank tabanını referans eksenini alalım. Buna göre; $z_1 = 1,5$ m, $z_2 = H$ ve $z_3 = -0,5$ m'dir. Tank büyük olduğu için $V_1 = 0$ alınabilir. Tank açık olduğu için $P_1 = 0$ ve sıvı (3) noktasında atmosfere açıldığı için $P_3 = 0$ 'dır. Süreklilik denkleminde $A_1 V_1 = A_2 V_2 = A_3 V_3$ alınır. Hortum çapı sabit olduğundan $A_2 = A_3$ ve $V_2 = V_3$ 'dir. Buna göre hortumdaki akışkan hızı yukarıdaki (1) nolu eşitlikten aşağıdaki gibi saptanır,

$$V_3 = \{2 \cdot g \cdot (z_1 - z_3)\}^{1/2} = \{2 \cdot (9,81 \text{ m/s}^2) \cdot (1,5 \text{ m} - (-0,5 \text{ m}))\}^{1/2}$$

$$V_3 = 6,264 \text{ m/s}$$

$$V_2 = V_3$$

Yine (1) nolu eşitlikten P_2 basıncı bulunur.

$$P_2 = P_1 + \frac{1}{2} \rho V_1^2 + \gamma z_1 - \frac{1}{2} \rho V_2^2 - \gamma z_2$$

$$P_2 = \gamma (z_1 - z_2) - \frac{1}{2} \rho V_2^2 \quad (2)$$

Suyun 20 °C'deki buhar basıncı tablolardan 233,8 Pa bulunur. Bu nedenle kaviteasyonun oluşması için en düşük basınç (boru içindeki) $P = 233,8$ Pa olmalıdır. (2) nolu eşitlik ve şekil incelendiğinden en düşük basıncın borunun (2) noktasında oluşacağı görülür. (1) noktasında manometrik basıncı kullandığımızdan ($P_1 = 0$), (2) noktasında da manometrik basıncı kullanmalıyız. Buna göre,

$$P_2 = 233,8 \text{ Pa} - 101.330 \text{ Pa}$$

$$\frac{P_2 - P_1}{P_1} = \left[\left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} (0,1361)^2 \right) - 1 \right]$$

$$\frac{P_2 - P_1}{P_1} = 0,01303$$

$$P_2 - P_1 = 0,01303 P_1$$

Buradaki P_1 (1) noktasındaki atmosfer basıncı olup $P_1 = 70\,120$ Pa olarak verilmiştir. Buna göre basınç farkı aşağıdaki gibidir.

$$P_2 - P_1 = 0,01303 (70\,120 \text{ Pa})$$

$$P_2 - P_1 = 914 \text{ Pa}$$

Bu problemi havayı sıkıştırılmaz olarak çözeysydik $P_2 - P_1 = 909$ Pa bulurduk. Buna göre havayı sıkıştırılabilir (914 Pa) ve sıkıştırılmaz (909 Pa) almakla $914 - 909 = 5$ Pa'lık bir fark oluşmaktadır. Bu da ihmal edilebilecek bir değerdir ve Mach sayısının 0,3'den küçük olduğu koşullarda ($M_\infty < 0,3$) gazlar hem sıkıştırılabilir ve hem de sıkıştırılmaz kabul edilebilir.

ÖRNEK-3.12: Bir Boing 747 uçağı 10 km yükseklikte 0,82 Mach sayısında uçmaktadır. Uçağın kanadındaki ölü nokta basıncını

- Sıkıştırılmaz akış,
- Sıkıştırılabilir (izentropik) akış koşulu için hesaplayınız. 10 000 m yükseklikteki atmosfer koşullarında hava sıcaklığı $-49,9^\circ\text{C}$, mutlak basınç 26500 Pa, özgül kütle $0,414 \text{ kg/m}^3$ ve $\gamma = 1,4$ 'dür.

Çözüm:

- Akışı sıkıştırılmaz kabul edersek aşağıdaki formülü kullanabiliriz.

$$\frac{P_2 - P_1}{P_1} = \frac{\gamma (M_\infty)^2}{2}$$

$$\frac{P_2 - P_1}{P_1} = \frac{1,4 (0,82)^2}{2}$$

$$\frac{P_2 - P_1}{P_1} = 0,471$$

$$P_2 - P_1 = 0,471 P_1$$

$$P_2 - P_1 = 0,471 (26\,500 \text{ Pa})$$

$$P_2 - P_1 = 12\,481,5 \text{ Pa}$$

- c) Akışı sıkıştırılabilir yani izentropik koşul olarak ele alırsak şu eşitliği kullanırız.

$$\frac{P_2 - P_1}{P_1} = \left[\left(1 + \frac{k-1}{2} (M_{a1})^2 \right)^{\frac{k}{k-1}} - 1 \right]$$

$$\frac{P_2 - P_1}{P_1} = \left[\left(1 + \frac{1.4-1}{2} (0.82)^2 \right)^{1.04/(1.4-1)} - 1 \right]$$

$$\frac{P_2 - P_1}{P_1} = 0.555$$

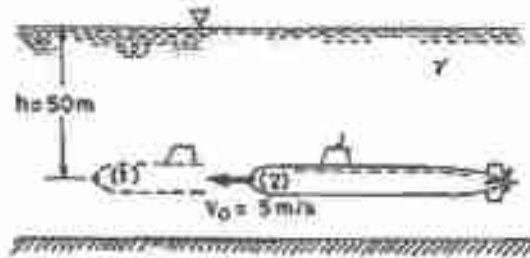
$$P_2 - P_1 = 0.555 P_1$$

$$P_2 - P_1 = 0.555 (26\,500 \text{ Pa})$$

$$P_2 - P_1 = 14\,707.5 \text{ Pa}$$

Görüldüğü gibi Mach sayısının 0.82 yani 0.3'den büyük olduğu koşulda sıkıştırılabilirlik faktörünün etkisi büyüktür. Akışı sıkıştırılabilir akış olarak aldığımızdaki basınç, sıkıştırılamaz koşulundaki basınçtan yaklaşık 14 707,5 Pa/12 481,5 Pa= 1,178 kat daha büyüktür. Bu oran bazı durumlarda önemli olabilir. Mach sayısının 1'den büyük ($M_{a1} > 1$) olduğu koşullarda sıkıştırılabilir ve sıkıştırılamaz akışkan sonuçları arasındaki farklılıklar sadece miktar yönünden değil içerik yönünden de önem kazanmaktadır.

ÖRNEK-3.13: Bir denizaltı aşağıda görüldüğü gibi yoğunluğu $\text{SG}=1.03$ olan suda $V_0=5 \text{ m/s}$ hızla 50 m derinlikte hareket etmektedir. Ölü nokta olan (2) noktasındaki basıncı bulunuz.



Çözüm:

Yere bağlı koordinat sisteminde akışkan düzensiz (kararsız)'dır. Örneğin (1) noktasındaki su hızı, denizaltı 2 de iken, sıfırdır ki bu nokta denizaltının başlangıç noktasıdır. Ancak (2) noktası yani denizaltının burnu (1) noktasına geldiğinde $\vec{V}_1 = -\vec{V}_0$ olacaktır. Buna göre hızın zamana göre kısmi türevi olan

$\frac{\partial V_1}{\partial t} = 0$ 'dır ve akım katarsız yani düzensizdir. (1) ve (2) noktalarına düzenli akımlarda kullanılan Bernoulli eşitliğini uyguladığımızda bizi yanlışla götüren şu eşitliği elde ederiz.

$$P_1 = P_2 + \frac{\rho}{2} V_0^2$$

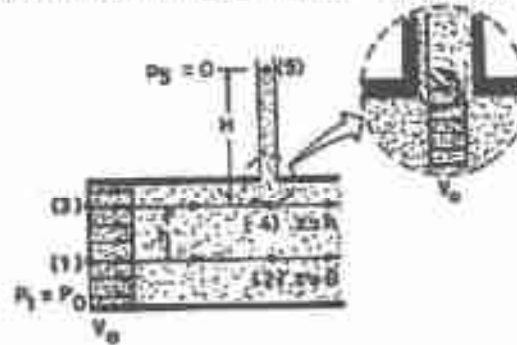
Bu sonuca göre statik basınç (P_1) ölü nokta basıncından (P_2) daha büyük olacaktır. Bu Bernoulli eşitliğinin yanlış kullanımına tipik bir örnektir.

Bu örneğe düzenli akım koşullarını uygulayalım ve koordinat sistemini denizaltıya bağlayalım. Bu durum bize akışın düzenli olmasını verir ve doğru yöntem de budur. Bu durumda Bernoulli eşitliğini uyguladığımızda;

$$P_2 = \frac{\rho V_1^2}{2} + \gamma h = \frac{(1030 \text{ kg/m}^3)(5 \text{ m/s})^2}{2} + \left(10094 \frac{\text{N}}{\text{m}^3}\right)(50 \text{ m})$$

$$P_2 = 517900 \text{ Pa}$$

ÖRNEK-3.14: Aşağıdaki şekilde boruda homojen bir akış vardır. Bernoulli eşitliğinin (1)-(2), (3)-(4) ve (4)-(5) noktalarına uygulanışını inceleyiniz. Sıvıya bağlı düşey piyezometre borusu sabittir, hareket etmemektedir.



Çözüm:

Eğer akım düzenli, sürtünmesiz ve sıkıştırılmaz kabul edilirse Bernoulli eşitliği (1) ve (2) noktalarına aşağıdaki gibi uygulanabilir.

$$P_1 + \frac{\rho}{2} V_1^2 + \gamma z_1 = P_2 + \frac{\rho}{2} V_2^2 + \gamma z_2 = C_{12} = \text{sabit}$$

$$V_1 = V_2 = V_0$$

$z_1 = z_2 = 0$ olduğundan $P_1 = P_2 = P_0$ 'dır. Buna göre Bernoulli sabiti (C_{12}):

$$C_{12} = \frac{1}{2} \rho V_0^2 + P_0$$

Akım boyunca (3) ve (4) noktalarında

$$V_3 = V_4 = V_0$$

$$Z_3 = Z_4 = h$$

olur ve $P_3 = P_4 = P_0$ elde edilir. Çünkü akım çizgileri düz ve yataydır. Yukarıda verilenler birleştirildiğinde ya (3) ile (4) noktalarına uygulandığında $P_3 = P_4$ olduğu anlaşılır ve (3)-(4) arasındaki Bernoulli sabiti (1)-(2) arasındaki Bernoulli sabitine eşittir.

$$C_{34} = C_{12}$$

ya da

$$P_3 + \frac{1}{2} \rho V_3^2 + \gamma z_3 = P_4 + \frac{1}{2} \rho V_4^2 + \gamma z_4 = C_{34} = C_{12}$$

Şekildeki herhangi bir akım çizgisi boyunca oluşan Bernoulli sabitleri birbirine eşittir. Bu nedenle;

$$P + \frac{1}{2} \rho V^2 + \gamma z = \text{sabitir.}$$

Ayrıca;

$$P_4 = P_3 + \gamma H$$

$$P_4 = 0 + \gamma H$$

$$P_4 = \gamma H$$

olduğu görülür. Eğer Bernoulli eşitliğini akım çizgisine dik yönde yani (4) ve (5) noktalarına uyguladığımızda yanlış sonuç bulunur ve

$$H = \frac{P_4}{\gamma} + \frac{V_4^2}{2g}$$

elde edilir. Halbuki doğru sonuç

$$H = \frac{P_4}{\gamma} \text{ dir.}$$

Yukarıdaki sonuca göre Bernoulli eşitliğini akım çizgisi boyunca uygulayabiliriz (1-2 ve 3-4). Akım çizgisine dik yönde yani (4)-(5) noktaları arasına uygulayamayız. Bunun nedeni akımın boru boyunca dönmemesi fakat piyezometre tüpü ile akan akışkan arasında bir dönme etkisinin bulunmasıdır.

Boruya dik doğrultudaki homojen hız profili nedeniyle borudaki akışkan hareket ederken dönmemektedir. Fakat piyezometrenin bağı olduğu bölümde (4) ile (5) arasında çok ince bir kesme (kayma) tabakası vardır ve birbirine komşu olan tanecekler birbirlerini etkiler ve dönme meydana gelir. Dönmenin meydana geldiğı akımlara Bernoulli eşitliğı uygulanamaz.

4. AKIŞKANLARIN KİNEMATİĞİ

4.1. Hız Alanı

Akışkanların akım çizgileri, bu çizgiler üzerindeki hızları ve ivmeleriyle ilgilenen bilim dalına kinematik denir. Kinematik akışkan kütesinin hareketini etkileyen kuvvetler göz önüne alınmadan hareket halindeki akışkan taneciklerinin zaman boyutundaki hız değişimlerini inceleyen bilim dalıdır. Akışkan taneciklerinin yer ve zamana göre hızı ile ilgili ilişkiler incelenir. Akışkanların hareketi akışkan taneciklerinin hızı ve ivmesiyle tanımlanır. Belli bir zamanda bir akışkanın özgül kütle, hız ve ivme gibi özellikleri akışkanın konumunun bir fonksiyonu olarak verilebilir. Akışkan parametrelerinin uzay koordinatlarının fonksiyonu olarak gösterimi akışkanın *alan gösterimi* olarak adlandırılır. Ancak yalnızca uzay koordinatlarıyla parametrenin tanımı yeterli olmamakta zamanında gözönüne alınması gerekmektedir. Bir odanın sıcaklığı uzay koordinatları yanında zamana da bağımlı olarak $T = T(x, y, z, t)$ biçiminde tanımlanmalıdır. Akışkan değişkenlerinin en önemlilerinden birisi hız alanıdır. Hız alanı aşağıdaki gibi formülize edilebilir;

$$\vec{V} = u(x, y, z, t)\vec{i} + v(x, y, z, t)\vec{j} + w(x, y, z, t)\vec{k}$$

Burada;

u, v ve w : Hız vektörünün sırayla x, y ve z bileşenleridir. Bir akışkan taneciğinin hızı o taneciğin konum vektörünün zamana göre türevidir.

Koordinat sistemine göre A taneciğinin konumu onun "konum vektörüyle" ($\vec{r}_A$) verilmektedir. Konum vektörü tanecik hareket ediyorsa zamanın bir fonksiyonudur. Bu konumun zamana göre türevi bize taneciğin hızını verir.

$$\frac{d\vec{r}_A}{dt} = \vec{V}_A$$

Hız vektörel bir büyüklük olduğundan hem doğrultusu ve hem de değeri vardır. Hız vektörünün skaler değeri;

$$V = |\vec{V}| = (u^2 + v^2 + w^2)^{1/2}$$

eşitliği ile bulunur.

4.2. Lagrange ve Euler Akış

Akışkanların kinematikinde akım sorunlarının çözümünde Lagrange ve Euler olmak üzere iki yöntem vardır. Euler yönteminde bireysel akışkan taneciğinin hareketi izlenmemekte, akım alanı içerisinde sabit bir noktadan geçen akışkan taneciklerinin parametrelerinin zamana göre değişimleri gözönüne alınmaktadır. Akışkan içerisinde koordinatları belli olan herhangi bir

$A(x, y, z)$ noktası ele alınır ve bu noktadaki hız, basınç ve benzer özellikler incelenir.

Lagrange yönteminde gözönüne alınan akışkan taneciğinin yörüngesi boyunca olan hareketi incelenir. Akım içerisinde sabit noktalar alınmaksızın her bireysel akışkan taneciğinin hareketi izlenmekte ve her an akışkan taneciğinin ortamdaki konumu belirlenmektedir. Buna göre akım alanı içerisinde akışkan taneciğinin koordinatları zamanın fonksiyonu olarak sürekli değişmektedir. Lagrange yöntemi ile sürekli bir akıma ait akışkan taneciklerinin gözönüne alınan belli bir zaman içindeki yörünge, hız ve ivmeleri saptanır.

Euler ve Lagrange yöntemleri arasındaki farklılığı ortaya koymak için bir bacadan çıkan dumanı ıdeleyelim. Euler yönteminde bacanın bir noktasına bir termometre yerleştirilir ve bu noktadaki sıcaklık zamana bağlı olarak ölçülür. Farklı zamanlarda termometreden farklı akışkan taneciklerinin sıcaklığı ölçülür. $T = T(x, y, z, t)$ bulunur. Lagrange yönteminde, termometre bir akışkan taneciğine bağlanır ve taneciğin hareketi süresince sıcaklığı okunur. Buna göre taneciğin sıcaklığı zamanın fonksiyonu olarak $T = T(t)$ şeklinde elde edilir. Euler ve Lagrange yöntemleri arasında geçiş yapılabilir. Euler yöntemi daha kolay ve daha kullanışlıdır. Ancak bazı durumlarda Lagrange yöntemini kullanmak gerekir. Örneğin x ışınlarını kullanarak damarlardaki kanın akışı ve kanın hareketi Lagrange yöntemiyle izlenebilir. Pompa ve türbin gibi makinelerdeki akışkan hareketinin konumlanmasında Lagrange yöntemini kullanmak gerekebilir. Her yıl göç eden binlerce kuş hakkında bilgi edinmede bu yöntemler örnek verilebilir. Örneğin belli bir yerden bir saatte geçen kuş sayısının bulunması Euler yöntemine uymaktadır. Bir kuşun izlediği yolun belirlenmesinde kuş etiketlenir ve radyo dalgalarıyla hareketi göç sırasında izlenir. Bu da Lagrange yönteminin uygulanışına tipik bir örnektir.

4.3. Bir, İki ve Üç Boyutlu Akımlar

Akış yalnızca bir yönde ise ve ayrıca basınç, hız, ivme ve özgül kütle gibi büyüklükler ele alınan bir eksenin ve zamanın fonksiyonu olarak belirtilebiliyorsa bu akış bir boyutlu akıştır. Örneğin Kartezyen koordinatlarında x eksen yönündeki akış bir boyutludur. Tek boyutlu akışta hız $\vec{V} = u\vec{i}$ ile gösterilir.

İki boyutlu akış, akım çizgilerinin bir düzlem içinde bulunması ve birbirlerine paralel düzlem serileri biçiminde olması halinde meydana gelmektedir. Kartezyen koordinatlarında x ve y eksenleri yönündeki akış iki boyutlu akıştır. Böyle bir akışta akım çizgileri birbirine paralel düzlemler meydana getirirler. İki boyutlu akım hızı $\vec{V} = u\vec{i} + v\vec{j}$ biçiminde gösterilir.

Akışkan taneciklerinin Kartezyen koordinatlarında x , y ve z eksenleri yönündeki akımı üç boyutlu akım olarak adlandırılmaktadır. Akışkan taneciklerinin her üç eksen yönünde hız bileşenleri vardır. $\vec{V} = u\vec{i} + v\vec{j} + w\vec{k}$

Uygulamada çoğunlukla hız üç boyutludur. Ancak pek çok durumda sonucu fazla etkilemeden problemin çabuk ve kolay çözümlenmesi için akış bir ya da iki boyutlu kabul edilmektedir.

4.4. Akım Çizgisi, Yörünge ve Çıkış Çizgisi

Herhangi bir t anında ardı ardına sıralanmış olan noktadaki hız vektörlerine çizilen teğetlere akım çizgisi denir. Hızlar akım çizgisine teğettir, hızın akım çizgisine dik yönde bir bileşkesi yoktur. Akım çizgileri birbirlerini kesmezler. Akım çizgileri hız alanına teğet olan vektörleri tanımlayan eşitliğin integrali alınarak analitik olarak bulunabilir. Üç boyutlu akımda bu eşitlik aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\frac{dx}{u} = \frac{dy}{v} = \frac{dz}{w}$$

Bir akışkan tanecığının t_1 ile t_2 zaman aralığında üzerinde hareket ettiği yola yörünge denir. Düzenli akımlarda akım çizgisi ile yörünge üst üste çakışmaktadır. Başlangıcı r_0 'da olan bir tanecığın yörüngesi $\vec{r} = \vec{r}(\vec{r}_0, t)$ ile gösterilir.

Herhangi bir t anında uzayda herhangi bir noktadan geçen akışkan tanecikleri dizisine çıkış (sınır, ihrac) çizgisi denir. Başka bir ifadeyle verilen herhangi bir noktadan geçen akışkan taneciklerinin bir t anındaki yerlerini birleştiren çizgiye çıkış çizgisi denir. Bir akışkana verilen sıvı boya dağılmadan hareket ederse, bu boya tamamen bir çıkış çizgisini temsil eder. Hız alanı zamanın fonksiyonu olmadığında yani akım düzenli olduğunda akım çizgileri, yörünge ve çıkış çizgileri aynı bir denklemle ifade edilebilir ve birbirleriyle çakışır.

4.5. Düzenli, Düzensiz, Homojen ve Homojen Olmayan Akımlar

Akım alanı içerisinde herhangi bir noktadaki akım hızının büyüklük ve yönünün zamanla değişmediği akımlara düzenli akım denir. Akım alanı içerisinde farklı noktalarda hızlar farklı olabilir ancak hızın her noktasındaki büyüklüğü ve yönü zamana göre sabittir. Özetle bu akımda zaman göz önüne alınmamaktadır. Uzayda herhangi bir noktanın yeri zamanla değişmez. Aynı şekilde özgül kütle (ρ), basınç (P) ve sıcaklık (T) gibi diğer özelliklerde de zamana göre bir değişme meydana gelmez. Bu özellikler düzenli akım koşulu için matematiksel olarak;

$$\frac{\partial V}{\partial t} = 0, \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0, \quad \frac{\partial P}{\partial t} = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial t} = 0,$$

biçiminde yazılabilir. Düzenli akıma kararlı, stasyoner dsimi akım da denmektedir.

Akım alanı içerisinde herhangi bir noktadaki akım hızının büyüklük ve yönünün zamanla değiştiği akımlara düzensiz akım denir. Bu akımda hız,

$$\frac{\partial V}{\partial t} \neq 0$$

olarak gösterilebilir. Düzensiz akımda akım çizgilerinin konumları sabit olmayıp zamana bağlı olarak değişmektedir. Düzensiz akımı incelemek zordur. Bu nedenle düzenli akım kabulü yapmak her zaman işlemleri kolaylaştırmaktadır. Düzensiz akımlar periyodik olmayan, periyodik ve gerçek rastgele akım olarak üçe ayrılabilir. Periyodik olmayan akıma akmakta olan suyun bir vanayla önünün kesilmesi örnek verilebilir. Benzin-hava karışımının karbüratöre alınması periyodik bir akıştır. Turbulent akımda düzensiz akım karakteri rastgeledir ve pratikte en fazla bu akışla karşılaşılar. Rüzgarın düzensiz rastgele esmesi buna bir örnektir.

Akım alanı içerisinde her noktadaki akım hızının büyüklük ve yönünün sabit olduğu akımlara homojen (uniform) akım denir. Hızın değeri ve yönü her noktada aynıdır ve;

$$\frac{\partial V}{\partial s} = 0$$

yanılabılır. Burada "s" mesafeyi göstermektedir. Uzun ve düz boruda akan su bu akım tipine örnek verilebilir.

Akım hızının büyüklük ve yönünün herhangi bir zamanda bir yerden başka bir yere değişiklik gösterdiği akımlara homojen olmayan (non-uniform) akım denir ve;

$$\frac{\partial V}{\partial s} \neq 0$$

şeklinde tanımlanabilir. Daralan kesitte veya eğri boruda suyun akımı homojen olmayan akıdır.

4.6. Maddesel Türev

Çok az kullanılan Lagrange yönteminde akışkanın ivmesi katı cisim dinamiğinde olduğu gibi $a = a(t)$ ile belirlenmektedir. Euler yönteminde ise ivme taneciğin konumuna ve zamana bağlı olarak ivme alanı ile ifade edilmektedir.

Şekil 4.1'de görüldüğü gibi hızı $\vec{V}_A$ olan bir akışkan taneciğinin hız konumun ve zamanın bir fonksiyonudur.

$$\vec{V}_A = \vec{V}_A(\vec{r}_A, t) = \vec{V}_A[x_A(t), y_A(t), z_A(t), t]$$

Burada, $x_A = x_A(t)$, $y_A = y_A(t)$, $z_A = z_A(t)$ hareket eden tanecik'in konumunu vermektedir. Hız, hem zamanın ve hem de konumun fonksiyonu olduğundan zamanla konumda meydana gelen değişim nedeniyle değişecektir. A tanecik'in ivmesi,

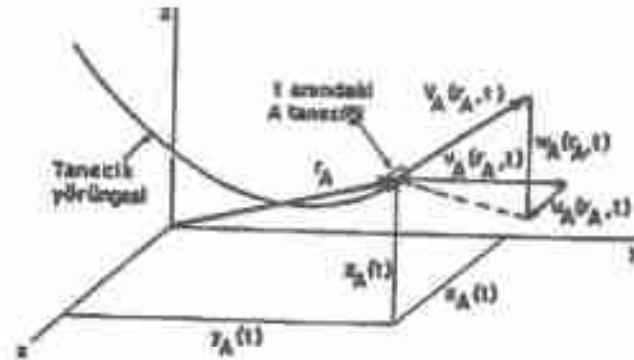
$$\vec{a}_A(t) = \frac{d\vec{V}_A}{dt} = \frac{\partial \vec{V}_A}{\partial t} + \frac{\partial \vec{V}_A}{\partial x} \frac{dx_A}{dt} + \frac{\partial \vec{V}_A}{\partial y} \frac{dy_A}{dt} + \frac{\partial \vec{V}_A}{\partial z} \frac{dz_A}{dt}$$

Tanecik'in hız bileşenleri;

$$u_A = \frac{dx_A}{dt} \quad v_A = \frac{dy_A}{dt} \quad w_A = \frac{dz_A}{dt}$$

olduğundan ivme eşitliği aşağıdaki biçime dönüşür.

$$\vec{a}_A = \frac{\partial \vec{V}_A}{\partial t} + u_A \frac{\partial \vec{V}_A}{\partial x} + v_A \frac{\partial \vec{V}_A}{\partial y} + w_A \frac{\partial \vec{V}_A}{\partial z}$$



Şekil 4.1. Akışkan taneciklerinin (t) anındaki konumu ve hız

Bir tanecik için yazılan bu eşitliği genel eşitlik biçimine dönüştürdüğümüzde;

$$\vec{a} = \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + u \frac{\partial \vec{V}}{\partial x} + v \frac{\partial \vec{V}}{\partial y} + w \frac{\partial \vec{V}}{\partial z}$$

şeklini alır. Vektörel formdaki bu ifadeyi skaler formda yazdığımızda;

$$a_x = \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z}$$

$$a_y = \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z}$$

$$a_x = \frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \text{ eşitlikleri elde edilir.}$$

Burada a_x , a_y ve a_z sırasıyla ivmenin x, y ve z koordinat bileşenleridir. Yukarıdaki eşitlikler Maddesel Türev olarak adlandırılır ve kısa formda aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\vec{a} = \frac{D\vec{V}}{Dt}$$

Bu maddesel türevdeki operatör (işlemci) $D(\)/Dt$ aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\frac{D(\)}{Dt} = \frac{\partial(\)}{\partial t} + u \frac{\partial(\)}{\partial x} + v \frac{\partial(\)}{\partial y} + w \frac{\partial(\)}{\partial z}$$

$$\frac{D(\)}{Dt} = \frac{\partial(\)}{\partial t} + (\vec{V}\vec{\nabla})(\)$$

Buradaki vektör işlemcisi $\vec{\nabla}(\)$:

$$\vec{\nabla}(\) = \frac{\partial(\)}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial(\)}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial(\)}{\partial z} \vec{k}$$

biçimindedir. Yukarıdaki bağntıdaki $(\vec{V}\vec{\nabla})$ ise aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\vec{V}\vec{\nabla}(\) = u \frac{\partial(\)}{\partial x} + v \frac{\partial(\)}{\partial y} + w \frac{\partial(\)}{\partial z}$$

Yukarıdaki ivme bağıntılarında hızın zamana göre değişimini ifade eden $\partial\vec{V}/\partial t$ 'ye "Lokal ivme" denir. Herhangi bir t anında hareket doğrultusunda noktadan noktaya hızın değişimine "konvektif ivme" denir ve bileşenleri aşağıdaki gibidir.

$$\text{Konvektif ivme} = u \frac{\partial\vec{V}}{\partial x} + v \frac{\partial\vec{V}}{\partial y} + w \frac{\partial\vec{V}}{\partial z}$$

Hareket halindeki akışkanın ivmesi lokal ve konvektif ivmelerden oluşur. Eğer akım düzenli ise lokal ivme sıfırdır.

Maddesel türev yalnızca ivmenin değil diğer akışkan özelliklerinin de analizinde çok yararlıdır. Herhangi bir değişkenin maddesel türevi; o değişkenin zamanla değişiminin bir hızıdır. Örneğin bir akışkanda sıcaklık alanı $T = T(x, y, z, t)$ olsun. Bu sıcaklık alanı içerisinde bir akışkan tanecığının (A) sıcaklığının

değişim hızının bulunması istensin. Eğer hız alanı $\vec{V} = \vec{V}(x, y, z, t)$ biliniyorsa, sıcaklığın değişim hızı aşağıdaki eşitliklerden bulunabilir.

$$\frac{\partial T_A}{\partial t} = \frac{\partial T_A}{\partial t} + \frac{\partial T_A}{\partial x} \frac{dx_A}{dt} + \frac{\partial T_A}{\partial y} \frac{dy_A}{dt} + \frac{\partial T_A}{\partial z} \frac{dz_A}{dt}$$

$$\frac{DT}{Dt} = \frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} + w \frac{\partial T}{\partial z}$$

$$\frac{DT}{Dt} = \frac{\partial T}{\partial t} + \vec{V} \cdot \nabla T$$

Yine örnek olarak özgül kütledeki değişim maddesel türeve bağlı olarak aşağıdaki gibi verilebilir,

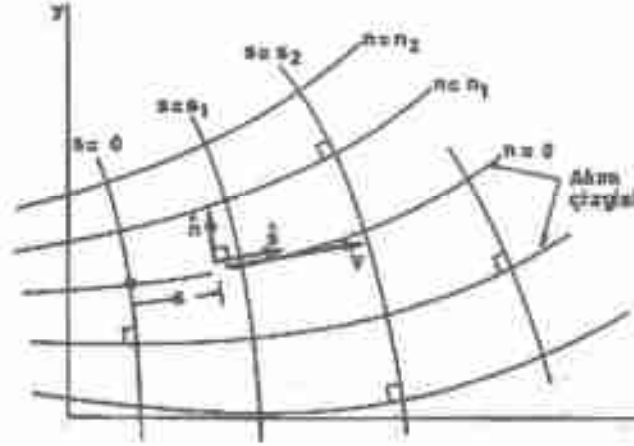
$$\frac{D\rho}{Dt} = \frac{\partial \rho}{\partial t} + u \frac{\partial \rho}{\partial x} + v \frac{\partial \rho}{\partial y} + w \frac{\partial \rho}{\partial z}$$

Buradaki, $D\rho/Dt$; herhangi bir tanecik'in akım alanından geçerken özgül kütlelerinin maddesel türevi olarak isimlendirilir. Eşitliğin sağ tarafındaki son üç terim herhangi bir t anında hareket doğrultusunda özgül kütleinin değişimini ifade ettiğinden konvektif değişim, ilk terim ise herhangi bir noktada zaman değişimi içerisinde özgül kütle değişimini ifade ettiğinden lokal değişim adını alır.

Maddesel türev hareket eden tanecik'in herhangi bir özelliğinin zamanla değişimini bulmak için kullanılması yanında diğer alanlarda da kullanılabilir. Maddesel türevin herhangi bir alana uygulanabilmesi için iki koşul vardır. Bunlar, ele alınan parametrenin, alan tanımı ile hız alanı tanımıdır.

4.7. Akım Çizgisi Koordinatları

Pek çok akışta, akışın akım çizgileriyle ilgili koordinat sistemini kullanmak gerekebilir. Buna bir örnek olarak şekil 4.2'de gösterilen düzenli, iki boyutlu akım verilebilir. Bu tür akımlar Kartezyen koordinatlarıyla, r ve θ 'yı içeren kutupsal koordinatlarla ya da akım çizgisi koordinatlarıyla gösterilebilir. Akım çizgisi koordinat sisteminde akım çizgisi boyunca (s) ve akım çizgisine dik (n) sembolüyle akış tanımlanır. Şekilde bu yöndeki birim vektörler ($\hat{s}$) ve ($\hat{n}$) ile gösterilmiştir. Koordinat uzaklığını gösteren (s) ile birim vektör olan ($\hat{s}$) birbirine diktir. Ancak sabit (n) ve sabit (s) çizgileri düz değildir. Akım çizgisi koordinatlarının en büyük yararı hızın sürekli (s) doğrultusuna teğet kalmasıdır. Yani $\vec{V} = V\hat{s}$ 'dir. Bu, akışkanın tanecik ivmesini tanımlamada ve akımla ilgili problemleri çözmeye kolaylık sağlar. Örneğin düzenli ve iki boyutlu akımda ivme aşağıdaki gibi yazılabilir.



Şekil 4.2. Akım çizgisi koordinatları

$$\vec{a} = \frac{D\vec{V}}{Dt} = a_s \vec{s} + a_n \vec{n}$$

$$\vec{a} = V \frac{\partial V}{\partial s} \vec{s} + \frac{V^2}{R} \vec{n}$$

Skaler formda ise

$$a = (a_s^2 + a_n^2)^{1/2}$$

$$a_s = V \frac{\partial V}{\partial s} \text{ ve } a_n = \frac{V^2}{R}$$

biçiminde yazılabilir. Burada; R eğrilik yarıçapıdır. İvmenin ilk terimi akım çizgisi boyunca oluşan konvektif ivmeyi, ikinci terim (V^2/R) ise akışkan hareketine dik santrifüj ivmeyi verir. Birim vektör ($\vec{n}$)'ın akım çizgisinden eğrinin merkezine doğru yöneldiği unutulmamalıdır.

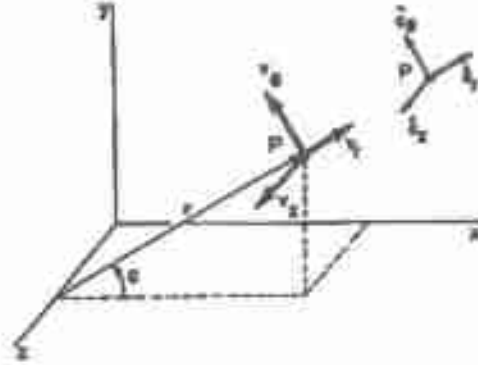
4.8. Silindirik (polar) Koordinatlar

Silindirik koordinatlarda r , θ ve z koordinatları kullanılır (şekil 4.3). Şekilde;

r = z ekseninden olan radyal uzaklık.

θ = x eksenine paralel bir çizgiyle r arasındaki açı

z = z eksen boyunca ölçülen uzaklıktır.



Şekil 4.3. Silindirik koordinatlar

Şekildeki P noktasının hızı v ; radyal hız v_r , teğetsel hız v_θ ve aksiyal hız bileşeni olmak üzere aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\vec{V} = v_r \vec{e}_r + v_\theta \vec{e}_\theta + v_z \vec{e}_z$$

Buradaki, $\vec{e}_r$, $\vec{e}_\theta$ ve $\vec{e}_z$ ilgili birim vektörlerdir. Silindirik koordinatlardaki maddesel türev;

$$\frac{D\vec{V}}{Dt} = \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \frac{\partial \vec{V}}{\partial r} v_r + \frac{1}{r} \frac{\partial \vec{V}}{\partial \theta} v_\theta + \frac{\partial \vec{V}}{\partial z} v_z$$

olarak yazılabilir.

4.9. Akışkanların Kinematikiyle İlgili Uygulama Örnekleri

ÖRNEK-4.1: Üç boyutlu bir akımda hız bileşenleri $u = 4x$, $v = 4y$ ve $w = -8z$ olarak verilmiştir.

- Bu akım düzenli akım mıdır?
- A(2, 4, 6) noktasındaki hız ve ivme bileşenleri ile bileşke hız ve ivme değerlerini bulunuz.

Çözüm:

- Bir akımın düzenli akım olabilmesi için hız bileşenlerinin zamana göre kısmi türevlerinin sıfır olması gerekmektedir. Yani;

$$\frac{\partial u}{\partial t} = 0 \quad \frac{\partial v}{\partial t} = 0 \quad \frac{\partial w}{\partial t} = 0$$

olmalıdır.

$$\frac{\partial (4x)}{\partial t} = 0 \quad \frac{\partial (4y)}{\partial t} = 0 \quad \frac{\partial (-8z)}{\partial t} = 0$$

olduğundan akım düzenlidir.

b) A(2, 4, 6) noktasında $x=2$, $y=4$ ve $z=6$ 'dır.
Hız bileşenleri;

$$u = 4x = 4(2) = 8 \text{ m/s}$$

$$v = 4y = 4(4) = 16 \text{ m/s}$$

$$w = -8z = -8(6) = -48 \text{ m/s}$$

Bileşke hız değeri (V);

$$V = (u^2 + v^2 + w^2)^{1/2}$$

$$V = (8^2 + 16^2 + (-48)^2)^{1/2}$$

$$V = 51,22 \text{ m/s}$$

İvme bileşenleri;

$$x = 2, y = 4 \text{ ve } z = 6$$

$$a_x = u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial u}{\partial t}$$

$$a_x = 4x.4 + 4y.0 + (-8z).0 + 0$$

$$a_x = 32 \text{ m/s}^2$$

$$a_y = u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial v}{\partial t}$$

$$a_y = 4x.0 + 4y.4 + (-8z).0 + 0$$

$$a_y = 64 \text{ m/s}^2$$

$$a_z = u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial t}$$

$$a_z = 4x.0 + 4y.4 + (-8z).0 + 0$$

$$a_z = 384 \text{ m/s}^2$$

Bileşke ivme (a);

$$a = (a_x^2 + a_y^2 + a_z^2)^{1/2} = (32^2 + 64^2 + 384^2)^{1/2}$$

$$a = 390,61 \text{ m/s}^2$$

ÖRNEK-4.2: Titreşimli yağmurlama başlığından çıkan suyun hızı

$$\vec{V} = u_0 \sin \left[w \left(t - \frac{y}{v_0} \right) \right] \vec{i} + v_0 \vec{j}$$

ile verilmektedir. Burada u_0 , w ve v_0 sabitlerdir. (y) eksenindeki hız bileşeni sabit kalmaktadır ($v=v_0$). Hızın (x) bileşeni ($y=0$ 'da) $u=u_0 \sin(w.t)$ olmaktadır.

- $t=0$ ve $t=\pi/2.w$ 'da orijinden geçen akım çizgilerini saptayınız.
- $t=0$ ve $t=\pi/2.w$ 'da orijinden geçen taneciklerin yörüngelerini bulunuz.

Çözüm:

- $u = u_0 \sin \left(w \left(t - \frac{y}{v_0} \right) \right)$ ve $v = v_0$ olduğundan akım çizgilerinin bulunması için kullanılan denklemi yazalım;

$$\frac{dy}{dx} = \frac{v}{u}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{v_0}{u_0 \cdot (\sin(w(t - y/v_0)))}$$

Herhangi bir (t) zamanı için bu denklemin integrali alınırsa;

$$u_0 \left(\frac{v_0}{w} \right) \cos \left[w \left(t - \frac{y}{v_0} \right) \right] = v_0 \cdot x + c \quad (1)$$

elde edilir.

Burada;

c : Sabittir. Orijinde ($x=0$ ve $y=0$) ve $t=0$ anında geçen akım çizgisi için, (c) nin değeri ilgili değerleri yerine koyarak (1) nolu eşitlikten;

$$c = \frac{u_0 \cdot v_0}{w}$$

olarak bulunur. Bu nedenle bu koşuldaki akım çizgisi için akım çizgisi eşitliği aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$x = \frac{u_0}{w} \left[\cos \left(\frac{w \cdot y}{v_0} \right) - 1 \right] \quad (2)$$

Benzer şekilde $t = \pi/2.w$ için de orijinden geçen akım çizgisi için (c) sabiti (1) eşitliğinden sıfır bulunur.

$$c = 0$$

Buna göre orijinden geçen bu akım çizgisi için eşitlik

$$x = \frac{u_0}{w} \cos \left[w \left(t - \frac{y}{v_0} \right) \right] \quad \text{ya da}$$

$$x = \frac{u_0}{w} \cos \left(\frac{\pi}{2} - \frac{w.y}{v_0} \right)$$

$$x = \frac{u_0}{w} \sin \left(\frac{w.y}{v_0} \right) \quad \text{.....(3)}$$

bulunur. Yukarıda bulduğumuz iki akım çizgisi aynı değildir. Çünkü akım düzensizdir. Örneğin orijinde ($x = 0$ ve $y = 0$) ve $t = 0$ 'da hız $\vec{V} = v_0 \hat{i}$ olurken $t = \pi/2.w$ 'daki hız $\vec{V} = u_0 \hat{j} + v_0 \hat{i}$ olmaktadır. Buna göre orijinden geçen akım çizgisinin açısı zamana göre değişmektedir.

- b) Bir taneciğin yörüngesi yani zamana bağlı olarak konumu, hız alanından ve hızın tanımından bulunabilir;

$$u = \frac{dx}{dt}$$

$$v = \frac{dy}{dt}$$

$$\frac{dx}{dt} = u_0 \sin \left[w \left(t - \frac{y}{v_0} \right) \right]$$

$$\frac{dy}{dt} = v_0$$

bağıntılarını buluruz. Buradaki son eşitliği entegre edelim.

$$y = v_0 t + c_1 \quad \text{.....(4)}$$

Burada;

c_1 : Sabittir. (y)'nin değerini yukarıda yerine koyalım.

$$\frac{dx}{dt} = u_0 \sin \left[w \left(t - \frac{v_0 t + c_2}{v_0} \right) \right]$$

$$\frac{dx}{dt} = -u_0 \sin \left(\frac{c_1 w}{v_0} \right)$$

bulunur. Bu eşitlik yörüngenin (x) bileşenini bulmak için entegre edilir.

$$x = - \left[u_0 \sin \left(\frac{c_1 w}{v_0} \right) \right] t + c_2 \quad (5)$$

Burada;

c_2 : Sabittir. Orijinde ($x=y=0$), $t=0$ anında (4) ve (5) eşitliklerinden $c_1=c_2=0$ bulunur. Buna göre yörünge;

$$x=0 \text{ ve } y=v_0 t \quad (6)$$

bulunur. Benzer şekilde $t=\pi/2.w$ 'de orijindeki tanecik için (4) ve (5) eşitliklerinden;

$$c_1 = -\frac{\pi v_0}{2.w}$$

$$c_2 = -\frac{\pi u_0}{2.w}$$

bulunur. Buna göre bu tanecığın yörüngesi;

$$x = u_0 \left(t - \frac{\pi}{2.w} \right)$$

$$y = v_0 \left(t - \frac{\pi}{2.w} \right) \quad (7)$$

biçimindedir. Bu eşitlikteki (t)'yi elimine ederek ya da $t \geq 0$ alarak x(t) ve y(t)'nin konumu yardımıyla yörünge çizilir.

$$y = \frac{v_0}{u_0} x \quad (8)$$

Akışkan düzensiz olduğundan akım çizgileri ve yörüngeler üst üste çakışmazlar.

ÖRNEK-4.3: Bir akışkan hareketinde hız alanı bileşenleri ($t \geq 0$) için $u = xe^{-t}$ ve $v = y$ ve $w = 0$ olarak verilmiştir.

- a) Akım çizgisi denklemini bulunuz.
b) Taneciğin yörünge denklemini çıkarınız.

Çözüm:

$$\frac{dx}{dy} = \frac{u}{v}$$

$$\frac{dx}{dy} = \frac{xe^{-t}}{y}$$

$$\frac{dx}{xe^{-t}} = \frac{dy}{y}$$

$$\ln y = e^t \ln x + c$$

$$\ln y - e^t \ln x = c$$

$$\ln y \cdot e^{e^t} = 0$$

bulunur.

- c) Yörünge denklemleri tanecik koordinatlarının zamanın fonksiyonu olduğu gözönünde bulundurularak integral alınarak elde edilir.

$$u = \frac{dx}{dt} = xe^{-t}$$

$$v = \frac{dy}{dt} = y$$

$$\frac{dx}{x} = e^{-t} dt$$

$$\ln x = -e^{-t} + c$$

$$\frac{dy}{y} = dt$$

$$\ln y = t + c$$

ÖRNEK-4.4: Düzenli, iki boyutlu bir akışkanın hız alanı;

$$\vec{V} = \left(\frac{v_0}{L} \right) (x\vec{i} - y\vec{j})$$

olarak verilmiştir. Bu alanın ivme alanını bulunuz.

Çözüm:

$$\vec{a} = \frac{D\vec{V}}{Dt} = \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \nabla)(\vec{V})$$

$$\vec{a} = \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + u \frac{\partial \vec{V}}{\partial x} + v \frac{\partial \vec{V}}{\partial y} + w \frac{\partial \vec{V}}{\partial z}$$

Hız alanından;

$$u = \left(\frac{v_0}{L} \right) x$$

$$v = \left(-\frac{v_0}{L} \right) y$$

elde edilir. Düzenli akışta $\partial(\cdot)/\partial t = 0$ 'dır. İki boyutlu akımda $w=0$ ve $\partial(\cdot)/\partial z = 0$ 'dir.

Buna göre;

$$\vec{a} = u \frac{\partial \vec{V}}{\partial x} + v \frac{\partial \vec{V}}{\partial y}$$

$$\vec{a} = \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) \vec{i} + \left(u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) \vec{j}$$

$$\vec{a} = \left[\left(\frac{v_0}{L} \right) (x) \left(\frac{v_0}{L} \right) + \left(-\frac{v_0}{L} \right) (y) (0) \right] \vec{i} + \left[\left(\frac{v_0}{L} \right) (x) (0) + \left(-\frac{v_0}{L} \right) (y) \left(-\frac{v_0}{L} \right) \right] \vec{j}$$

$$a_x = \frac{v_0^2}{L^2} x$$

$$a_y = \frac{v_0^2}{L^2} y$$

Akışkanın (x) ve (y) doğrultusunda ivmesi vardır. Akış düzenli olduğundan lokal ivme yoktur ve verilen noktadan akışkanın hızı zamanla değişmez, sabittir. Bununla birlikte, taneciklerin yörüngesi boyunca bir noktadan diğer noktaya hız değişimi nedeniyle konvektif ivme vardır. Hız vektöriyel büyüklük olduğundan hem yönü ve hem de değeri vardır. Bu akımda akışkanın hız değeri ve doğrultusu konuma bağlı olarak değişir.

Bu akışta ivmenin değeri orijindeki merkezi daireselerde sabittir. Bu durum aşağıdaki formülden de görülebilir:

$$a = |\vec{a}| = (a_x^2 + a_y^2 + a_z^2)^{1/2}$$

$$a = \left(\frac{v_0}{L} \right)^2 (x^2 + y^2)^{1/2}$$

Aynı zamanda ivme vektörü x ekseninden belirli bir (θ) açıyla tanımlanır:

$$\theta = \arctan \theta \left(\frac{a_y}{a_x} \right) = \arctan \left(\frac{y}{x} \right) \text{ 'dir.}$$

ÖRNEK-4.5: Bir müteşebbis bir fabrikada kolay bozulabilen bir ürün imal etmektedir. Fabrikanın konumu $x=0$ ve ürünün dağıtılacağı bölgeler $x>0$ ile gösterilmektedir. Ürünün satış fiyatını (P); imal tarihinden itibaren geçen süre (t) ve ürünün dağıtılacağı bölgenin fabrikadan olan uzaklığı (x) belirlemektedir. Yani $P=P(x, t)$ 'dir. Herhangi bir yerleşimde ürünün fiyatı zamanla azalmakta olup bu azalış;

$$\frac{\partial P}{\partial t} = -c_1$$

ile gösterilmektedir. Burada (c_1) pozitif bir sabittir (dolar/saat). Malın gemiyle iletimine bağlı olarak malın satış fiyatı (P),

$$\frac{\partial P}{\partial x} = +c_2$$

formülüne göre artmaktadır. (c_2) sabit olup (dolar/km) ile tanımlanmaktadır. Eğer üretici dağıtım güzergahı boyunca malını hep aynı fiyatta satmak isterse hangi hızla gitmelidir.

Çözüm:

Verilen bir grup mal için fiyatın zamanla değişimi maddesel türev kullanılarak aşağıdaki gibi elde edilebilir.

$$\frac{DP}{Dt} = \frac{\partial P}{\partial t} + \vec{V} \cdot \vec{\nabla} P = \frac{\partial P}{\partial t} + u \frac{\partial P}{\partial x} + v \frac{\partial P}{\partial y} + w \frac{\partial P}{\partial z} = \frac{\partial P}{\partial t} + u \frac{\partial P}{\partial x}$$

Burada hareketin bir boyutlu olduğunu kabullendik ve $\vec{V} = u\vec{i}$ aldık. u : Ürünün taşındığı güzergahtaki hızdır. Eğer ürünün dağıtım güzergahı boyunca fiyatı sabit kalacaksa $DP/Dt = 0$ olmalıdır. Ya da

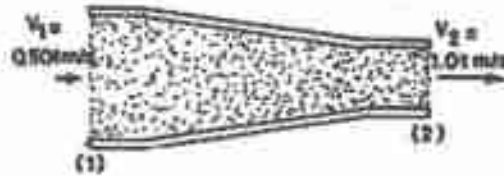
$$\frac{\partial P}{\partial t} + u \frac{\partial P}{\partial x} = 0$$

olur. Buna göre dağıtım hızı (u);

$$u = - \frac{\partial P / \partial t}{\partial P / \partial x} = - \frac{c_1}{c_2}$$

bulunur. Burada lokal etkinin ($\partial P / \partial t$) neden olduğu fiyat azalması, konvektif etki ($u \partial P / \partial x$) tarafından neden olunan fiyat artışıyla dengelenir. Daha hızlı yapılan bir dağıtım ürünün fiyatında artışa neden olacaktır ($DP/Dt > 0$ olup ürün bozulmadan satış merkezine ürün daha erken ulaşacaktır). Daha düşük hız ise ürünün daha düşük fiyatla satılmasına neden olacaktır (Bu durumda $DP/Dt < 0$ olup fabrikadan uzak olan yerlerdeki fiyat artışı bozulmanın meydana gelmesiyle azalacaktır).

ÖRNEK-4.6: Aşağıdaki şekilde verilen boruda $V_1 = 0.50$ t (m/s) ve $V_2 = 1.0$ t (m/s) olup t(s) zamanı göstermektedir. (1) ve (2) noktalarındaki lokal ivmeyi bulunuz. İki nokta arasındaki konvektif ivmenin işaretini açıklayınız.



Çözüm:

Lokal ivme $a = \partial V / \partial t$ 'dir.

(1) noktası için;

$$a_1 = \frac{\partial(0.50 t)}{\partial t} = 0.5 \text{ m/s}^2$$

(2) noktası için;

$$a_2 = \frac{\partial(1.0 t)}{\partial t} = 1 \text{ m/s}^2$$

Akışkan (1)'den (2)'ye akarken hızı artmakta ve (V_1) , (V_2) 'ye yükselmektedir. Bu bölgede $\partial V / \partial t$ sıfır olsa bile (ki burada sıfır değildir) akışkan taneçicilerinin bir ivmesi vardır yani $a_x = \partial u / \partial x$ 'dir. (1) ile (2) arasında hızın artması yani a_x ivmesinin büyümesi için $\partial u / \partial x > 0$ 'dir. Yani pozitif ve akışkanın ivmesi artar.

ÖRNEK-4.7: Bir küle akışkanı doğrusal olarak (V_1) 'den (V_2) 'ye çıkaracak şekilde tasarlanmıştır. Yani hızın denklemi $V = ax+b$ şeklindedir. Hız $x_1 = 0$ 'da $V_1 = 10$ m/s ve $x_2 = 1$ m'de $V_2 = 25$ m/s olarak verilmiştir.

- Lokal ve konvektif ivmeyi,
- (1) ve (2) noktalarındaki akışkan ivmesini bulunuz,
- Eğer akım düzensiz ($\partial V / \partial t \neq 0$) ise ve $\partial V_1 / \partial t = 20$ m/s², $\partial V_2 / \partial t = 60$ m/s² olarak verilmişse (1) ve (2) noktalarındaki ivmeleri bulunuz.

Çözüm:

- $x_1 = 0$, $V_1 = 10$ m/s ve $V = ax+b$ 'den $b = 10$

$x_2 = 1$ m, $V_2 = 25$ m/s ve $V = ax+b$ 'den $a = 15$ bulunur. Buna göre hız alanı;

$$\vec{V} = (15x + 10)\vec{i} \Rightarrow \vec{u} = (15x + 10)\vec{i}$$

elde edilir. Akım düzenli olduğu için $\partial u / \partial t = 0$ 'dir.

$$\text{Konvektif ivme} = u \frac{\partial u}{\partial x} = (15x + 10) \frac{\partial (15x + 10)}{\partial x} = (15x + 10) \cdot (15)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} = 225x + 150$$

- (1) noktasındaki ivme;

$$x_1 = 0$$

$$a_1 = 225(1) + 150$$

$$a_1 = 150 \text{ m/s}^2$$

- (2) noktasındaki ivme;

$$x_2 = 1 \text{ m}$$

$$a_2 = 225(2) + 150$$

$$a_2 = 375 \text{ m/s}^2$$

c) Akım düzensiz olduğundan ivmenin değeri aşağıdaki gibidir.

$$a = \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x}$$

(1) noktası için;

$$a_1 = 20 + 150$$

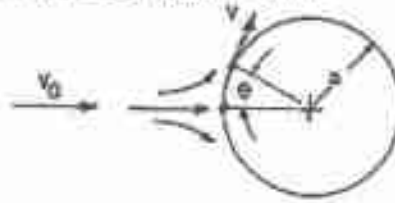
$$a_1 = 170 \text{ m/s}^2$$

(2) noktası için;

$$a_2 = 50 + 375$$

$$a_2 = 425 \text{ m/s}^2$$

ÖRNEK-4.8: Bir akışkan (V_0) yaklaşma hızıyla şekilde görülen (a) yarıçaplı bir kürenin etrafından akmaktadır. Kürenin yüzeyindeki akışkanın hızı $V = 2 \cdot V_0 \cdot \sin\theta$ bağıntısıyla verilmektedir. Silindirin yüzeyindeki yatay ve düşey ivme bileşenlerini (a_x) ve (a_y)'ya bağlı olarak bulunuz.



Çözüm:

Problemin çözümünde silindirik koordinatlardan yararlanalım.

$$a = \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial V}{\partial r} \cdot v_r + \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \theta} \cdot v_\theta + \frac{\partial V}{\partial x} \cdot v_x$$

Akım düzenlidir ve bu nedenle $\partial V / \partial t = 0$ 'dır. Hız denklemi yalnızca (θ)'ya bağımlı olduğundan $\partial V / \partial r$ ve $\partial V / \partial z$ değerleri sıfırdır.

$$a = \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \theta} \cdot v_\theta$$

Yatay bileşen (a_x);

$$a_x = \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \theta} \cdot v_{\theta x}$$

$$r = a \cdot \cos \theta$$

$$\frac{\partial V}{\partial \theta} = 2 \cdot V_0 \cdot \cos \theta$$

$$v_{\theta x} = V \cdot \cos(90 - \theta)$$

$$v_{\theta x} = V \sin \theta$$

$$v_{\theta x} = 2 \cdot V_0 \sin^2 \theta$$

$$a_x = \frac{1}{a \cos \theta} (2 \cdot V_0 \cdot \cos \theta) (2 \cdot V_0 \sin^2 \theta)$$

$$a_x = \frac{4 \cdot V_0^2}{a} \sin^2 \theta$$

İymenin düşey bileşeni (a_y):

$$a_y = \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \theta} \cdot v_{\theta y}$$

$$r = a \cdot \cos \theta$$

$$\frac{\partial V}{\partial \theta} = 2 \cdot V_0 \cdot \cos \theta$$

$$v_{\theta y} = V \cdot \sin(90 - \theta)$$

$$v_{\theta y} = V \cdot \cos \theta$$

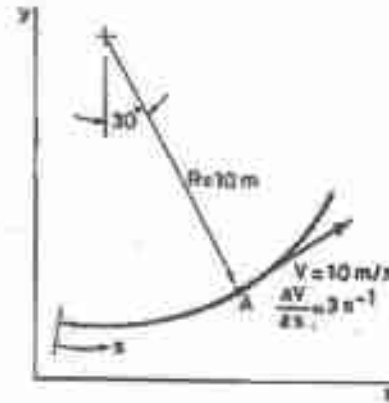
$$v_{\theta y} = 2 \cdot V_0 \sin \theta \cos \theta$$

Buna göre;

$$a_y = \frac{1}{a \cos \theta} (2 \cdot V_0 \cdot \cos \theta) (2 \cdot V_0 \sin \theta \cos \theta)$$

$$a_y = \frac{4 V_0^2}{a} \text{ bulunur.}$$

ÖRNEK-4.9: Bir akışkan şekilde görüldüğü gibi akım çizgisi boyunca akmaktadır. $\partial V / \partial s = 3 \text{ s}^{-1}$, $V = 10 \text{ m/s}$, $R = 10 \text{ m}$ olarak verildiğine göre (A) noktasının ivmesini bulunuz. İvmenin eğimini ve x-ekseniyle yaptığı açığı bulunuz.



Çözüm:

Akım çizgisi koordinatlarında ivmenin değeri akım çizgisi boyunca $a_s = V(\partial V / \partial s)$, akım çizgisine dik yönde $a_n = V^2/R$ 'dir.

$$a_s = V \cdot \frac{\partial V}{\partial s}$$

$$a_s = (10 \text{ m/s}) \cdot (3 \text{ s}^{-1})$$

$$a_s = 30 \text{ m/s}^2$$

$$a_n = \frac{V^2}{R} = \frac{(10 \text{ m/s})^2}{10 \text{ m}}$$

$$a_n = 10 \text{ m/s}^2$$

$$a = (a_n^2 + a_s^2)^{1/2}$$

$$a = ((10 \text{ m/s}^2)^2 + (30 \text{ m/s}^2)^2)^{1/2}$$

$$a = 31,62 \text{ m/s}^2$$

$$\text{ivmenin eğimi} = \tan \theta = \frac{a_x}{a_y} = \frac{10}{30}$$

$$\theta = 18.43^\circ$$

(x) ekseniiyle yaptığı açı = $18.43 + 30 = 48.43^\circ$ olur.

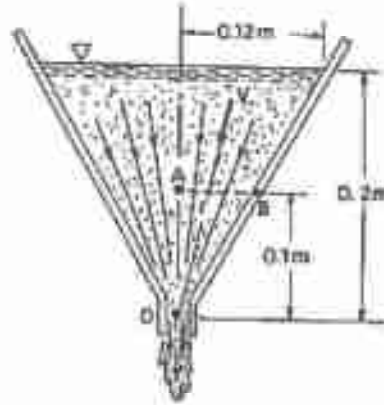
ÖRNEK-4.10: Aşağıdaki şekilde görülen hunide su akmaktadır. Hunideki akış yakaşık olarak radyal olup (O) noktasından dik geçmektedir. Hız alanı $V = c/r^2$ ile verilmektedir.

Burada:

c : Sabit,

r : Radyal koordinattır.

Eğer hız $V = 0.4 \text{ m/s}$ ve $r = 0.1 \text{ m}$ alınırsa (A) ve (B) noktalarının ivmeleri ne olur?



Çözüm:

Silindirik koordinatlarda ivmenin değerini yazalım.

$$a = \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial V}{\partial r} v_r + \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \theta} v_\theta + \frac{\partial V}{\partial z} v_z$$

$$a = 0 + \frac{\partial V}{\partial r} v_r + 0 + 0$$

$$a = \frac{\partial V}{\partial r} v_r$$

(c) sabitini bulalım

$$V = \frac{c}{r^2}$$

$$c = V_r r^2$$

$$c = (0,4 \text{ m/s}) (0,1 \text{ m})^2$$

$$c = 4 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$$

$$\frac{\partial V}{\partial r} = \frac{\partial (c/r^2)}{\partial r}$$

$$\frac{\partial V}{\partial r} = -\frac{2c}{r^3}$$

$$V_r = c/r^2$$

Buna göre (A) noktasının ivmesi (a_A)

$$a_A = \frac{\partial V}{\partial r} v_r$$

$$a_A = -\frac{2c}{r^3} \frac{c}{r^2} = -\frac{2c}{r^5} = \frac{-2(4 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s})}{(0,1 \text{ m})^5}$$

$$a = -3,2 \text{ m/s}^2$$

(B) noktasının ivmesi (a_B)

önce $|OB| = r$ uzaklığını bulalım.

$$\tan \theta = \frac{0,12 \text{ m}}{0,2 \text{ m}}$$

$$\theta = 30,964^\circ$$

$$r = \frac{0,1 \text{ m}}{\cos(30,964)}$$

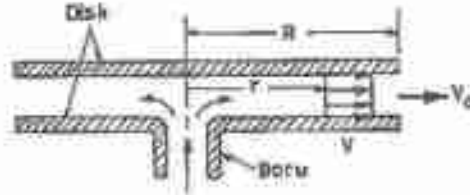
$$r = 0,11662 \text{ m}$$

$$a_B = \frac{\partial V}{\partial r} v_r$$

$$a_B = \frac{-2 \cdot c^2}{r^5} = \frac{-2(4 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s})^2}{(0,11662 \text{ m})^5}$$

$$a_B = -1,48 \text{ m/s}^2$$

ÖRNEK-4.11: Hava aşağıdaki şekilde görülen bir boruyla iki disk arasında verilmekte ve $V = V_0 R/r$ hızıyla almaktadır. R : diskin yarıçapı, r : radyal koordinat ve V_0 : diskin sonundaki akışkan hızıdır. Eğer $r = 1\text{ m}$, 2 m ve 3 m iken $V_0 = 5\text{ m/s}$ ve $R = 3\text{ m}$ koşulundaki akışkan ivmesini bulunuz.



Çözüm:

Silindirik koordinatlardaki ivmeyi yazalım.

$$a = \frac{\partial V}{\partial t} + V_r$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} = -\frac{V_0 R}{r^2}$$

$$V_r = V_0 R / r$$

$$a = \left(-\frac{V_0 R}{r^2} \right) \left(V_0 \frac{R}{r} \right)$$

$$a = -\frac{V_0^2 R^2}{r^3}$$

$$r = 1\text{ m için } a = -\frac{(5\text{ m/s})^2 (3\text{ m})^2}{(1\text{ m})^3} = -225\text{ m/s}^2$$

$$r = 2\text{ m için } a = -\frac{(5\text{ m/s})^2 (3\text{ m})^2}{(2\text{ m})^3} = -28,125\text{ m/s}^2$$

$$r = 3\text{ için } a = -\frac{(5\text{ m/s})^2 (3\text{ m})^2}{(3\text{ m})^3} = -8,333\text{ m/s}^2$$

5. BORULARDAKİ VİSKOZ (SÜRTÜNMELİ) AKIM

5.1. Boru Akımının Genel Özellikleri

Bu konuda; kütle, momentum, enerji ve diğer temel eşitliklerin borulardaki ve kanallardaki viskoz sıkıştırılmaz akışkanlara uygulanmasını göreceğiz. Borulardaki viskoz akım vücudumuzdaki damarlarda akan kandan, petrol boru hatlarındaki petrole kadar pek çok alanda kendini göstermektedir. Sulama ve içme sularının iletimi, kalorifer sularının dolaşımı gibi konular viskoz akımın ilgi alanına girmektedir.

Borulardaki viskoz akım incelenirken boru yuvarlak ve tam dolu kabul edilir. Uygulamada kullanılan borular geneelde yuvarlak olur. Yuvarlak olmayan borular çoğunlukla ısıtma ve hava iklimlendirme borulardır. Tam dolu borularda akışkanı ivmelendiren, boruda meydana gelen basınç farkıdır. Tam dolu olmayan borulardaki akış açık kanal akımıdır ve hareketi sağlayan kuvvet yerçekimi kuvvetidir.

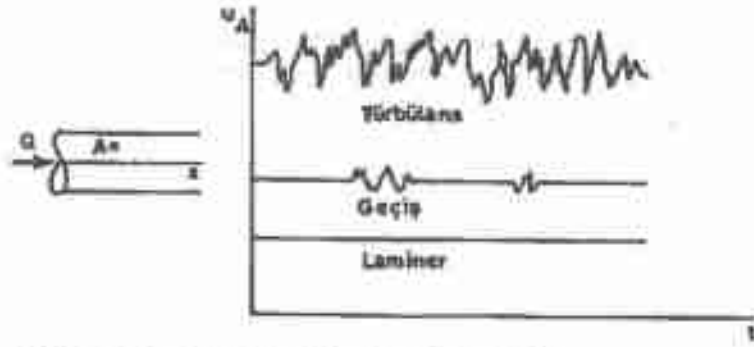
5.2. Akım Tipleri

İngiliz bilim adamı ve matematikçisi olan Osborne Reynolds (1842-1912) akımı üçe ayırmıştır. Bunlar laminar, Geçiş ve Türbülans akımlardır. Akımın tipini belirlerken bir boruda akan akışkanın verisini ve dolayısıyla hızını değiştirerek, akışkana verilen boyanın zamana göre gelişimini incelemiştir. laminar akımda sıvıya verilen boya maddesinin şekli zamanla bozulmamış bir iplikçik gibi kalmıştır. Geçiş akımında borudaki akışkan verisi biraz arttığında boyanın izlediği yörüngede hafif değişimler gözlenmiş, verdi daha da arttığında boyanın hemen dağıldığı ve rastgele (gelişigüzel) bir hareket yaptığı ve türbülans akımının oluştuğu görülmüştür.

Laminar akımda hızın tek bir bileşeni vardır. O da yatay bileşendir ($\vec{V} = u\vec{i}$). Türbülans akımda üç ekseninde hız bileşeni vardır ve bu akımı gözümüzle takip etmek zordur. Tamamen gelişigüzel, düzensiz akım olup nasıl bir hareket yapacağı bilinmemektedir (şekil 5.1).

Geçiş akımı laminar da olabilir türbülans da. İki akım tipi arasındadır. Laminar ve de türbülans olarak değerlendirilebilir.

Laminar akımda bir noktadaki akış karakteristikleri (hız, ivme, basınç, kayma gerilmesi v.b) zamanla sabittir. Laminar akım birbiri üzerinde kayan tabakalar halinde oluşan ve tabakalar arasında momentum alışverişi bulunmayan çalkantısız akımdır. Türbülans akım ise tabakalar arasında momentum alışverişinin bulunduğu çalkantılı akım olarak tanımlanabilir. Akımın tipini yalnızca hız belirlemez, özgül kütle, viskozite ve boru çapının da etkisi vardır. Reynolds akım tipinin belirlenmesinde; boyutsuz bir parametre tanımlamıştır. Bu parametre atalet kuvvetlerinin viskoz kuvvetlere bölünmesiyle elde edilen "Reynolds Sayısı" dır.



Şekil 5.1. Akım tipleri ve zamana bağlı hız değişimi

$$\text{Reynolds sayısı} = Re = \frac{\text{Atalet kuvvetleri}}{\text{Viskoz (sürtünme) kuvvetleri}} = \frac{\rho \cdot V \cdot D}{\mu} = \frac{V \cdot D}{\nu}$$

Burada;

- Re : Reynolds sayısı (-),
- ρ : Akışkanın özgül kütlesi (kg/m^3),
- V : Akışkanın hızı (m/s),
- D : Boru çapı (m),
- μ : Akışkanın dinamik (mutlak) viskozitesi (Pa.s),
- ν : Akışkanın kinematik viskozitesi (m^2/s)'dir.

Reynolds sayısının büyüklüğüne göre akım tipi aşağıdaki gibi belirlenir.

Reynolds Sayısı	Akım Tipi
$Re < 2100$	Laminer
$2100 < Re < 4000$	Geçiş
$Re > 4000$	Türbülans

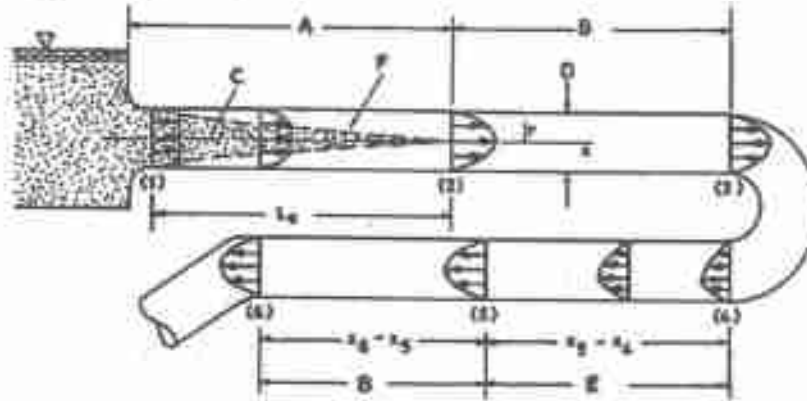
Non-Newtoniyen akışkanlarda Reynolds Sayısı akım davranış indeksi (n) ve koyuluk indeksine (K) bağlı olarak aşağıdaki gibi bulunur.

$$Re = \frac{8(V^{2-n})(D/2)^n \rho}{K \left(\frac{3n+1}{n} \right)^n}$$

5.3. Giriş Bölgesi ve Tam Gelişmiş Akım

Bir depodan bir boruya akışkanın girişinde hız profili hemen hemen homojendir (şekil 5.2'de 1). Akışkan boruda ilerledikçe sürtünme nedeniyle

çeperlerin durdurma etkisi katmandan katmana geçerek boru içinde yayılmaya ve çeperlere yakın akışkan tanecikleri yavaşlamaya başlar. Bu nedenle boru merkezine yakın orta bölgelerde hız artar ve bu durum şekil 5.2'de gösterildiği gibi parabolik hız dağılımı (2) sağlanıncaya kadar devam eder. Parabolik hız dağılımının sağlanmasına kadar geçen bölgeye "Giriş Bölgesi (A)" denir. Giriş bölgesinde hız profili henüz sabit bir profil haline gelmemiştir. Bu bölgede akım sürtünme etkileri olmayan merkezi bir "sürtünmesiz çekirdek (C)" ve bu çekirdekten boru çeperine doğru uzanan "sınır tabakası (F)" bölgelerinden oluşur. Sınır tabakası boru girişinde çok ince olmakta ve (2) noktasında boru çapını tamamen kaplayacak biçimde genişlemektedir. Bu noktada (2) hız profili tam bir paraboldür. Bu noktadan sonra hız profili değişmez, sabit kalır. Giriş bölgesinde hız profili ve basınç dağılımı sürekli değişmektedir. "Tam gelişmiş akım bölgesinde (B)" yani (2) noktasından sonraki hız profilinin tam parabol olduğu bölgede akışkan hızı yalnızca boru merkezinden olan (r) uzaklığına bağlıdır. Akışkan hızı yatay boru uzunluğundan (x) bağımsızdır. Burada vana, dirsek gibi yardımcı parçalar bulunursa akım kötüleşir (3-4) ve daha sonra tekrar tam gelişmiş akım olmaya çalışır. İşte akımın yön değiştirmelerden kaynaklanan tam gelişmiş akım olmaya çalıştığı bölgeye "Gelişmekte olan akım (E)" bölgesi denir (4 ve 5).



Şekil 5.2. Borudaki akım bölgeleri (A: giriş bölgesi, B: tam gelişmiş akım bölgesi, C: sürtünmesiz çekirdek bölgesi, D: boru çapı, E: gelişmekte olan akım bölgesi, F: sınır tabakası)

Giriş bölgesi uzunluğu akımın tipine göre değişir. Laminer akımda

$$\frac{L_e}{D} = 0,06 Re, \text{ türbülans akımda ise } \frac{L_e}{D} = 4,4(Re)^{1/4} \text{ ilişkisi verilir. Çok küçük}$$

Reynolds sayılarında ($Re \leq 10$) giriş uzunluğu oldukça küçüktür ve $\frac{L_e}{D} = 0,6$ 'dır.

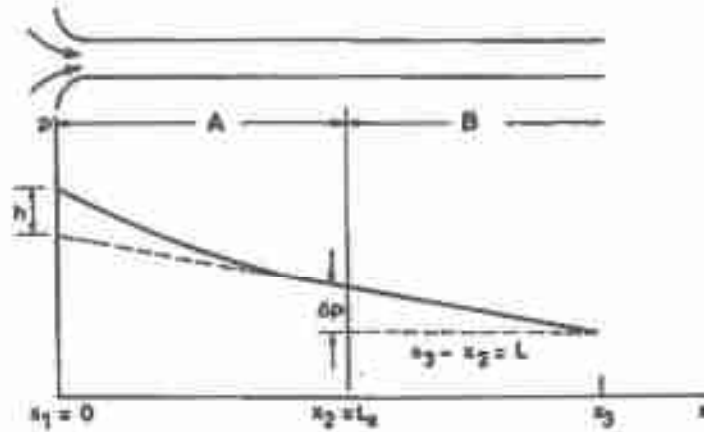
Halbuki büyük Re sayılarında giriş bölgesinin sonuna gelmeden giriş uzunluğu boru çapına eşit ve daha büyük olabilir. Örneğin $Re = 2000$ için $L_e = 120 D$ alınabilir. Pratikte mühendislik hesaplamalarında $10^4 < Re < 10^5$ için $200 < L_e < 300$ kullanılabilir.

Tam gelişmiş düzenli akışta (sabit çaplı boruda) akışkanın harekete geçiren ya hidrostatik basınç (γD) ya da basınç farkıdır ($\Delta P = P_1 - P_2$). Eğer boru

yataysa hidrostatik basınç ihmal edilir. Giriş bölgesindeki basınç gradyenti ($\partial P/\partial x$), tam gelişmiş akım bölgesindeki basınç gradyentinden daha büyüktür. Tam gelişmiş akım bölgesinde ise basınç gradyenti sabit olup;

$$\frac{\partial P}{\partial x} = -\frac{\Delta P}{L} < 0$$

İlişkisi vardır. Yatay borudaki basınç dağılımı Şekil 5.3'de verilmiştir.



Şekil 5.3. Yatay boruda basınç dağılımı (A: giriş bölgesi, B: tam gelişmiş akım bölgesi, h: giriş basıncı düğümü)

5.4. Tam Gelişmiş Laminer Akım

Tam gelişmiş akım bölgesinde bilindiği gibi hız profili her yerde sabittir. Hız profilinin bilinmesi basınç durumu, yük kaybı, verim v.b karakteristiklerin bilinmesine neden olur. Laminer akımda tam gelişmiş akım bölgesi için pek çok analiz yöntemi geliştirilmiştir. Bunları şöyle sıralamak olanaklıdır.

- F=ma'nın doğrudan akışkan elementine uygulanması,
- Navier-Stokes hareket denklemleri,
- Boyutsuz analiz yöntemi.

F= ma'nın doğrudan akışkan elementine uygulanmasıyla hem laminer ve hem de türbölans akımda bir borudaki akışa aşağıdaki denklemler uygulanabilir.

$$\frac{\Delta P}{L} = \frac{2\tau}{r}$$

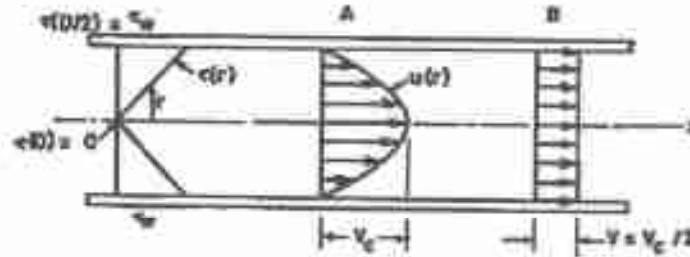
$$\tau = \frac{2\tau_w r}{D}$$

$$\Delta P = \frac{4L\tau_w}{D}$$

Bu eşitliklerde;

- ΔP : Basınç düşümü (Pa),
- L : İlgili boru uzunluğu (m),
- τ : Borudaki kayma gerilmesi (Pa),
- r : Boru merkezinden boru duvarına (çeperine) olan radyal uzaklık olup boru merkezinde $r = 0$ ve boru duvarında $r = D/2$ 'dir,
- τ_w : Boru duvarındaki ($r = D/2$) duvar (çeper) kayma gerilmesidir (Pa),
- D : Boru çapı (m)'dir.

Borudaki akımın durumu, akımın tipine dolayısıyla kayma gerilmelerinin farklılığına bağlıdır. Laminer akımdaki kayma gerilmesi moleküller arasındaki momentum transferinden kaynaklanırken, türbülans akımda kayma gerilmesi sonlu küçük aloşkan tanecek demetleri arasındaki momentum transferinden meydana gelmektedir. Eşitliklerde görüldüğü gibi kayma gerilmesi boru merkezinden boru duvarına olan radyal uzaklıkta (r) doğru orantılıdır. Bu durum Şekil 5.4'de görülmektedir. Yine şekil 5.4'de laminer hız profili ile ideal (sürtünmesiz) hız profili verilmiştir.



Şekil 5.4. Borudaki kayma gerilmesi dağılımı ve hız profilleri (A: laminer hız profili, B: ideal hız profili, V_c : maksimum hız, V : ortalama hız)

Newtoniye laminer akışkanda daha önceki konularda da incelendiği gibi kayma gerilmesi,

$$\tau = -\mu \frac{dv}{dr}$$

ile bulunur. Negatif işaret $\tau > 0$ ve $dv/dr < 0$ olduğunu göstermek içindir. Yani hız borunun merkezinden borunun duvarına doğru azalmaktadır. Hız azalırken kayma gerilmesi artmakta ve her zaman pozitif olmaktadır. Laminer akımdaki hız profilinin denikemi aşağıdaki gibidir.

$$u(r) = \left(\frac{\Delta P D^2}{16 \mu L} \right) \left[1 - \left(\frac{2r}{D} \right)^2 \right] = V_c \left[1 - \left(\frac{2r}{D} \right)^2 \right]$$

Bu denklemde görüldüğü gibi boru merkezindeki akışkan hızı (V_c):

$$V_c = \frac{\Delta P D^2}{16 \mu L}$$

ile hesaplanmaktadır. Hız dağılımı duvar kayma gerilmesine bağlı olarak da yazılabilir.

$$u(r) = \frac{\tau_w D}{4 \mu} \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right]$$

Bu eşitlikte, $R = D/2$ 'dir ve boru yarıçapıdır.

Bu hız profili denkleminin çizimi şekil 5.4'de verilmiştir. Boru duvarında hız minimumdur. Yaklaşık olarak sıfırdır. Eğer ortalama hız (V), verinin kesit alanına bölümüyle elde edersek aşağıdaki eşitlikleri yine laminar akım için yazabiliriz.

$$V = \frac{\pi R^2 V_c}{2 \pi R^2} = \frac{V_c}{2} = \frac{\Delta P D^2}{32 \mu L}$$

$$Q = \frac{\pi D^4 \Delta P}{128 \mu L}$$

Bu son eşitliğe "Poiseuille kanunu" denir.

Bu formüllerde görüldüğü gibi, ortalama hız (V), maksimum hızın (V_c) yarısıdır ($V = V_c/2$). Yukarıda sıraladığımız formüllerde, laminar akım için şu özellikler sıralanabilir. Yatay boruda veri:

- Basınç düşümüyle doğru orantılıdır,
- Viskoziteyle ters orantılıdır,
- Boru uzunluğuyla ters orantılıdır,
- Boru çapının 4. üssüyle doğru orantılıdır.

Diğer tüm parametreler sabit iken boru çapındaki 2 kat artış veriyi 16 kat artıracaktır.

Buraya kadar verdiğimiz formüller yatay boru akımı içindir. Eğer boru eğimli ise yerçekimi kuvveti ($\gamma L \sin \theta$) etkisini gösterir. Buna göre, hem laminar ve hem türbülans akım için;

$$\frac{\Delta P \pm \gamma L \sin \theta}{L} = \frac{2\tau}{r}$$

yazılabilir. Yine yalnızca laminar akım için ise şu eşitlikler yazılabilir;

$$V = \frac{(\Delta P \pm \gamma L \sin \theta) D^3}{32 \mu L}$$

$$Q = \frac{\pi (\Delta P \pm \gamma L \sin \theta) D^4}{128 \mu L}$$

Bu formüllerden görüldüğü gibi eğimli boruda akışkanı harekete geçiren iki kuvvet vardır. Bunlar basınç düşümü (ΔP) ve akış yönündeki ağırlık bileşenidir ($-\gamma L \sin \theta$). Eğer akış aşağı yönlü ise yerçekimi, akışa yardım eder ve daha küçük basınç düşümü gereklidir ($\sin \theta < 0$). Eğer akış yukarı yönlü ise yerçekimi akışa karşı koyar ve daha büyük basınç düşümü gereklidir ($\sin \theta > 0$). Anadaki işaret, yukarı yönlü iletimde (+), aşağı yönlü iletimde (-) alınmalıdır. Şu bilinmelidir ki;

$$\gamma L \sin \theta = \gamma \Delta z$$

olup, Δz : Yükseklikteki değişimdir ve $\gamma \Delta z$: Hidrostatik basınç terimidir. Eğer akış yoksa yani $V = 0$ ise;

$$\Delta P = \gamma L \sin \theta = \gamma \Delta z$$

yazılabilir. Yatay boruda laminar akımdaki basınç düşümü;

$$\Delta P = f \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{\rho V^2}{2}$$

ile de hesaplanabilir. Ancak buradaki f sürtünme katsayısının hesaplanması gerekir. Sürtünme katsayısı (f), Re sayısına ve duvar kayma gerilmesine bağlı olarak aşağıdaki gibi bulunabilir;

$$f = \frac{64}{Re}$$

$$f = \frac{8\tau_w}{\rho V^2}$$

5.5. Tam Gelişmiş Türbülans Akım

Uygulamada akım tipi genellikle türbülanstır. Bu nedenle laminar akımda yapılan analizin türbülans akımda da yapılması gerekir. Türbülans akım

için $Re > 4000$ 'den büyüktür. Ya da laminar akım $Re > 2100$ olduğunda ortadan kalkmakta geçiş akımına dönüşmektedir. Bu kritik değer borularda kullanılırken kritik Re sayısı iki plaka arasındaki akışta $Re > 1000$, çok geniş açık kanal akımında $Re > 500$, küre etrafındaki akışta $Re > 1$ olabilmektedir.

Türbülans akımın en belirgin özelliği rastgele, gelişigüzel hareket etmesidir. Akışkanın yapacağı hareket her an değişmektedir. Akışkanın basınç, ısı transferi gibi pek çok özelliği de bu gelişigüzel harekete bağlı olarak değişmektedir. Akım tipleri Re sayısına ve zamana bağlı olarak şekil 5.5'de verilmiştir. Türbülans akımda akışkan hızı tanımlamaları ise şekil 5.6'da görülmektedir.

Laminar akımla türbülans akım arasındaki temel fark akımın düzensizliğidir. Bu farklılık akışkanın diğer hız, basınç, kayma gerilmesi, sıcaklık gibi özelliklerinde de kendini gösterir. Bu nedenle türbülans akımda bu özellikler çoğunlukla ortalama değerlerle ifade edilir. Örneğin şekil 5.6'da da görülebileceği gibi akışkanın anlık hızı (u);

$$u = \bar{u} + u'$$

ile bulunur. Burada;

u : Anlık hız,

$\bar{u}$: Zaman ortalamalı hız,

u' : Çalkantı (titreşim) hızını göstermektedir.

Hızın zamana göre değişimi bir ortalama etrafında titreşmekte, değişmektedir. Akışkanın türbülanslı olması durumunda akışkan tabakaları arasında bir sürtünme meydana gelmektedir. Bu sürtünme kuvvetinin birim alana düşen değeri;

$$\tau_{\text{turb}} = -\rho \overline{u'v'}$$

ile gösterilir. Buna Reynolds gerilmesi denir. Bu gerilme bazen $\tau_{\text{turb}} = -\rho \overline{v'u'}$ ile de gösterilir. O halde bir türbülanslı akımda iki kayma gerilmesi vardır.

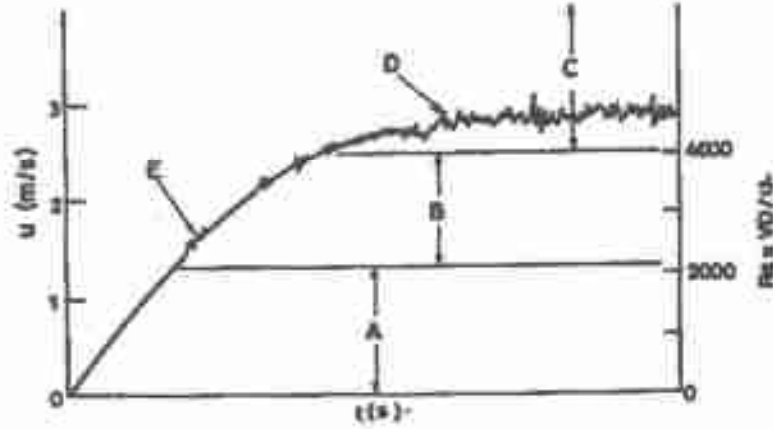
$$\tau = \tau_{\text{laminar}} + \tau_{\text{turb}}$$

$$\tau = \mu \frac{du}{dy} - \rho \overline{u'v'}$$

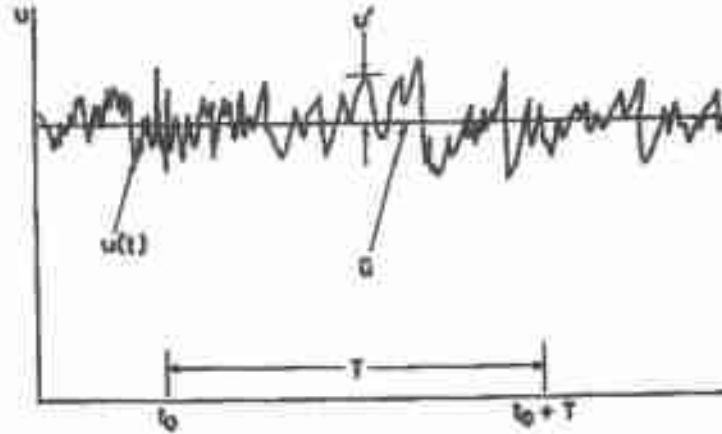
Burada;

τ_{laminar} : Akışkanın viskozitesi dolayısıyla ortaya çıkan laminar kayma gerilmesi,

τ_{turb} : Türbülans nedeniyle ortaya çıkan kayma gerilmesini gösterir.



Şekil 5.5. Borudaki akışkanın akım tipleri (A: laminer akım, B: Geçiş akımı, C: turbülans akım, D: gelişigüzel turbülans sasmaları, E: turbülans dalgaları)



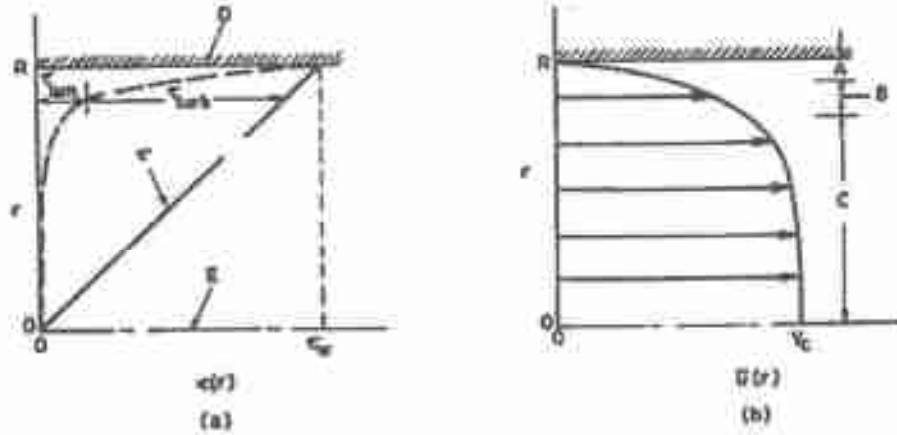
Şekil 5.6. Turbülans akımında hızlar ($\bar{u}$ = zaman ortalamalı akışkan hızı, u' = çalkantı hızı, u = zamana bağlı anlık hız)

Eğer akım laminer ise $u' = v' = 0$ ve $\bar{u}\bar{v} = 0$ 'dır ve yalnızca laminer gerilme kalır. v' = tabakalar arasındaki geçiş çalkantı hızıdır. Veya başka bir tanımla u' , (x) yönündeki, v' , (y) yönündeki ve w' , (z) yönündeki çalkantı (titreşim) hızı bileşenleridir. τ_{turb} , turbülans akımında tabakalar arasındaki momentum alışverişinden kaynaklanır. Yukarıdaki $\tau = \tau_{lamin} + \tau_{turb}$ eşliğinde $u'v' < 0$ 'dır. Bu nedenle τ pozitif çıkar. Çünkü $-\rho\bar{u'v'} > 0$ olur. Gerçekten de bir boru akımında zamanın büyük bir kısmında cıdardan boru eksenine doğru yol alan akışkan için $u' < 0$ ve $v' > 0$ alınabilir. Eksenden cıdara doğru yol alan

akışkan için $u' > 0$ ve $v' < 0$ yazılabilir. Dolayısıyla $u'v'$ çarpımı zamanın büyük kısmında negatif olacağından $-\overline{u'v'}$ ortalaması pozitif olacaktır. Yani $-\rho \overline{u'v'} > 0$ olacaktır. Bu formülün birim analizini yapalım. ρ : özgül kütle (kg/m^3), u' ve v' hız olup m/s alındığında; $(\text{kg/m}^3) \cdot (\text{m}^2/\text{s}^2) = \frac{\text{kg}}{\text{m s}^2} = \text{Pa}$ bulunur. Bir borudaki akımda üç bölgenin olduğu kabul edilir.

- Laminer alt bölgesi (viskoz alt tabaka),
- Katlama (geçiş) bölgesi (tabakası),
- Dış bölge (tabaka).

Şekil 5.7'de borudaki türbülans akımın yapısı gösterilmiştir. Duvara yakın çok dar bölgeye viskoz alt tabaka ya da laminer alt bölge (A) denir. Burada laminer kayma gerilmesi dominanttır. Boru duvarından uzakta ve borunun ortasındaki bölgeye dış bölge ya da dış tabaka (C) denir. Bu bölge de türbülans kayma gerilmesi (τ_{turb}) etkilidir. Bu iki bölge arasındaki bölge geçiş (katlama) bölgesidir (B). Bu bölgelerin hız profilleri şekil 5.7b'de verilmiştir. Boruda çoğunlukla τ_{turb} 'un değeri dış bölgede τ_{lamin} 'den 100-1000 kat daha büyüktür. Viskoz alt bölgede de bunun tersi doğrudur. Viskoz alt tabaka çok ince bir tabakadır.



Şekil 5.7. Türbülans akımın yapısı (a: kayma gerilmesi, b: ortalama hız ve akım bölgeleri, A: viskoz alt tabaka, B: geçiş tabakası, C: dış tabaka, D: boru duvarı, E: boru merkezi)

Örneğin 76.2 mm çapındaki bir boruda 3 m/s hızla akan su için viskoz alt tabaka kalınlığı yaklaşık 0.051 mm'dir. Boruların iç yüzey pürüzlülükleri viskoz alt tabakayı kolayca bozabilir. Bu da bütün akımı etkiler.

Türbülans akımda alternatif bir kayma gerilmesi de girdap (eddy) viskozitesi olan η (eta) ile verilmektedir.

$$\tau = \eta \frac{du}{dy}$$

Pratikte kullanılması zor olan girdap viskozitesi dinamik viskozitenin (μ) aksine hem akışkanın ve hem de akış koşullarının fonksiyonudur. Yani bir akışkanın eddy viskozitesi sabit değildir, hazır cetvellere alınamaz, bunun değeri bir türbülans akım koşulundan diğerine, türbülans akımda bir yerden diğer bir yere göre değişir. Girdap viskozitesini belirlemek çok zor ve belki de olanaksızdır. L. Prandtl (1875-1953) girdap viskozitesi için bir formül vermiştir.

$$\eta = \rho L_m^2 \left| \frac{du}{dy} \right|$$

Buna göre türbülans kayma gerilmesi:

$$\tau_{turb} = \rho L_m^2 \left(\frac{du}{dy} \right)^2$$

olur. Burada;

L_m : Türbülans akımda bir hız bölgesinden diğer farklı hız bölgesine giderken karışım yolu uzaklığıdır (m), ya da akışkan parçacığının özelliğini kaybedinceye kadar aldığı yolun duvara dik doğrultusudur. Yani akışkan taneciklerinin bir hız bölgesinden diğerine dönüştürüldüğü mesafedir. Boru duvarından y uzaklığındaki karışım yolu uzunluğu (L_m) duvar kayma gerilmesine bağlı olarak şu şekilde bulunabilir,

$$L_m = \frac{\left(\frac{\tau_w}{\rho} \right)^{1/2}}{\frac{du}{dy}} \sqrt{\left(1 - \frac{y}{R} \right)}$$

Burada;

y : Boru duvarından olan uzaklık,
R : Boru yarıçapıdır.

Türbülans akımda hız profillerini formülize edersek her tabakadaki hız profilini ayrı ayrı yazmamız gerekir. Viskoz alt tabakada hız profili şu formülle hesaplanabilir,

$$\frac{\bar{u}}{u^*} = \frac{yu^*}{\delta}$$

Burada;

$\bar{u}$: Hızın x bileşeninin zamansal ortalamasıdır,

u^* : Sürtünme hızı olup duvar kayma gerilmesine bağlı olarak

$u^* = \left(\frac{\tau_w}{\rho} \right)^{1/2}$ ile hesaplanmaktadır. $y = R - r$ olup boru duvarından ölçülen uzaklıktır,

δ : Akışkanın kinematik viskozitesidir. Genellikle duvara çok yakın bölgede ya da viskoz alt tabakada (şekil 5.8).

$$0 \leq \frac{y \cdot u^*}{\delta} \leq 5$$

koşulu geçerlidir. Viskoz alt tabakanın kalınlığı (δ):

$$\delta = 5 \cdot \frac{\delta}{u^*}$$

ile bulunabilir.

Geçiş bölgesinde hız profilinin duvardan olan uzaklık y 'nin logaritmasıyla değiştiği gözlemlenmiştir. Buna göre geçiş bölgesinde hız profil denklemini aşağıdaki gibidir.

$$\frac{\bar{u}}{u^*} = 2,5 \ln \left(\frac{y \cdot u^*}{\delta} \right) + 5,0 \text{ (Geçiş ve dış tabaka bölgeleri ile pürüzsüz boru$$

için)

Bu formül de düz boru için kullanılır. Boru hidrolik çapı (pürüzsüz) kabul edilir. Bazı araştırmacılar buna benzer başka bir bağıntı vermişlerdir.

$$\frac{\bar{u}}{u^*} = 5,75 \log_{10} \left(\frac{u^* \cdot y}{\delta} \right) + 5,5$$

Geçiş bölgesi için verilen yukarıdaki iki formül viskoz alt tabaka ve boru merkezi eksenini dışındaki bölgeler için de çok iyi bir yaklaşım vermektedir.

Boru merkezinde hız profili için aşağıdaki iki tanım verilebilir.

$$\frac{V_c - \bar{u}}{u_*} = 2,5 \ln\left(\frac{R}{y}\right)$$

$$\frac{\bar{u}}{V_c} = \left(1 - \frac{r}{R}\right)^{1/n}$$

Burada;

V_c : Boru merkezindeki akışkan hızıdır. n değeri $Re \leq 10^3$ 'e kadar 7 ve $10^3 < Re \leq 4.10^5$ kadar 8 alınabilmektedir. Şekil 5.9'da Re sayısına bağlı olarak n değerleri verilmiştir. Eğer son yazılan eşitlikle ortalama hız arasında bir ilişki kurulursa ;

$$Q = AV = \int \bar{u} dA = V_c \int_0^R \left(1 - \frac{r}{R}\right)^{1/n} (2\pi r) dr$$

$$Q = 2\pi R^2 V_c \frac{n^2}{(n+1)(2n+1)}$$

bulunur. Yine $Q = \pi R^2 V$ olduğundan bu iki eşitlik birleştirilirse;

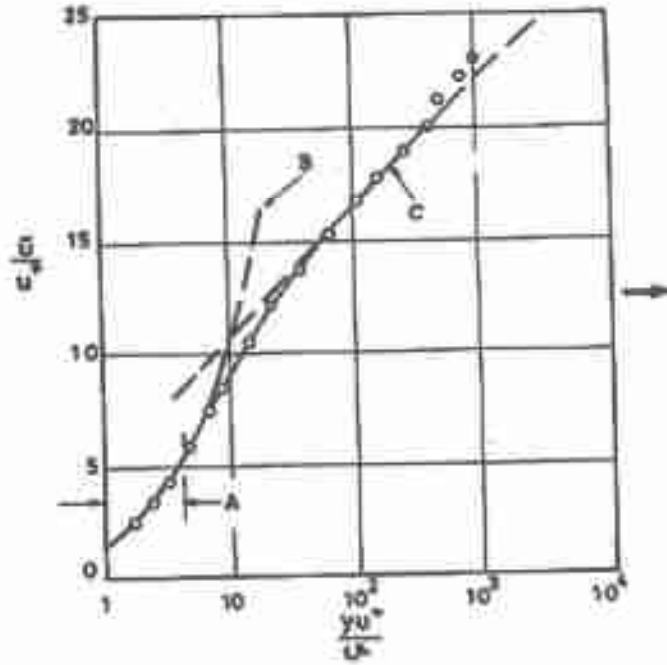
$$\frac{V}{V_c} = \frac{2n^2}{(n+1)(2n+1)}$$

eşitliği elde edilir. Burada $R = D/2$ 'dir.

Dış tabakadaki hız profil denklemini; r 'ye göre yani boru merkezinden olan uzaklığa göre entegre edersak;

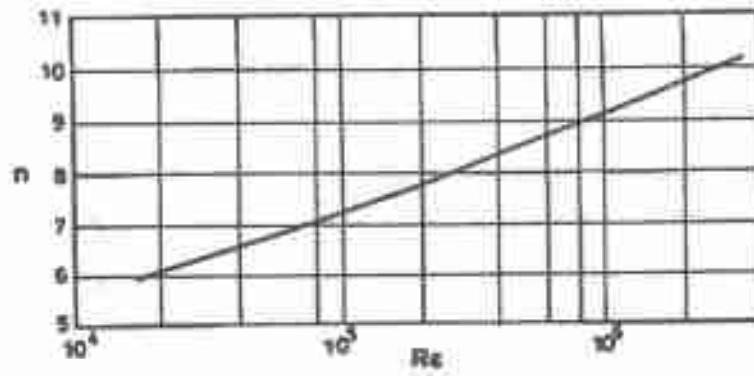
$$\frac{d\bar{u}}{dr} = -\frac{V_c}{nR} \left(1 - \frac{r}{R}\right)^{(1-n)/n}$$

formülüne ulaşırız.



Şekil 5.8. Boruda türbülans hız dağılımının yapısı (A: viskoz alt tabaka B:

$$\frac{u}{u^*} = \frac{y u^*}{\delta} \text{ formül eğrisi, C: } \frac{u}{u^*} = 2.5 \ln \left(\frac{y u^*}{\delta} \right) + 5 \text{ formül eğrisi}$$



Şekil 5.9. Re sayısına bağlı n değerleri

5.6. Moody Diyagramı

Akışkanlar boru içerisinde ilerlerken gerek viskoziteden ve gerekse sürtünmeden kaynaklanan bir basınç düşümü ya da yük kaybı meydana gelir. laminar akımda basınç düşümü tamamen viskozitenin etkisindeyken türbülans akımda basınç düşümünü akışkan hızı (V), boru çapı (D), boru uzunluğu (L), boru iç yüzey pürüzlülüğü (k), viskozite (μ) ve özgül kütle (ρ) etkilemektedir.

$$\Delta P = f(V, D, L, k, \mu, \rho)$$

Türbülans akımda boru iç yüzeyine bütük olan çok ince tabakaya viskoz alt tabaka (bölge) dendiğini biliyoruz. Bu tabaka kalınlaştıkça boru iç yüzeyindeki yüksekliği k olan pürüzlerin basınç düşümüne etkisi azalır. Viskoz alt tabaka kalınlığı (δ_s), Re sayısı arttıkça azalmaktadır. Viskoz alt tabakanın kalınlığının azalmasıyla iç yüzeydeki pürüzler bu tabakanın dışına çıkmakta ve basınç düşümünü etkilemektedir. Viskoz alt tabakanın kalınlığına göre 3 durum vardır.

a) Birinci durumda sınır tabakası pürüzleri tamamen örtmekte ve pürüzler akımı etkilememektedir. Bu akıma hidrolikçe düzgün akım, böyle boru duvarına hidrolik cilalı cidar adı verilmektedir. Borularda basınç düşümünün hesaplanmasında kullanılan sürtünme katsayısı (f) şu bağıntıyla hesaplanabilmektedir,

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2. \log \left(\frac{Re \sqrt{f}}{2.51} \right) = 2. \log(Re \sqrt{f}) - 0.8$$

Bu durumda borunun iç yüzey mutlak pürüzlülüğü ($k=0$) sıfır kabul edilmektedir.

Eğer viskoz alt tabakanın kalınlığını $\delta_s = 5 \cdot \frac{\nu}{u}$ alırsak burada $k < 5 \cdot \frac{\nu}{u}$ ya da daha genel ifadeyle $k < \delta_s$ 'dir. Sürtünme katsayısı doğrudan Re ile orantılıdır.

b) İkinci durumda akımın Re sayısı arttıkça viskoz alt tabakanın kalınlığı azalır ve boru iç yüzeyindeki pürüzlerin akıma olan etkisi artar. Bu tip akıma hidrolikçe pürüzlü akım denir. Hidrolikçe pürüzlü akımda sürtünme katsayısı (f), bağıl pürüzlülük adını alan (k/D) ile orantılıdır. f katsayısının hesaplanmasında aşağıdaki bağıntı kullanılabilir.

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2. \log(3.7(D/k)) = 2. \log(D/k) + 1.14$$

Bu koşulda mutlak pürüzlülüğün $k > 70 \cdot \frac{\nu}{u}$ olduğu söylenmektedir.

c) Üçüncü durumda yukarıda açıklanan iki sınır arasında bir geçiş bölgesi bulunmaktadır. Geçiş bölgesinde sürtünme katsayısı (f), (Re) sayısı ve (k/D) bağıl pürüzlülük değerlerine bağlı olarak hesaplanır.

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \left(\frac{2.51}{Re \sqrt{f}} + \frac{k}{3.71 D} \right)$$

Bu bölgede mutlak pürüzlülük $5 \frac{B}{u} < k < 70 \frac{B}{u}$ ilişkisi vardır. Geçiş bölgesini tam pürüzlü bölgeden ayıran ve Moody diyagramında kesik çizgilerle gösterilen eğrinin denklemi ise;

$$Re \sqrt{f} \cdot \frac{k}{D} = 200$$

olmaktadır.

Yatay borularda basınç düşümünün hesaplanmasında hem laminar ve hem de türbülans akımda aşağıdaki bağıntı kullanılabilmektedir.

$$\Delta P = f \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{\rho V^2}{2}$$

Burada;

- ΔP : İki nokta arasındaki basınç düşümü (Pa),
- f : Sürtünme katsayısı (-),
- L : İlgili boru uzunluğu (m),
- D : Boru çapı (m),
- ρ : Akışkanın özgül kütlesi (kg/m^3),
- V : Akışkanın hızıdır (m/s).

Eğer basınç düşümünü $\Delta P = P_1 - P_2 = \gamma \cdot h_L$ ile gösterirsek hem yatay ve hem de düşey borular için laminar ve türbülans akımda yük kaybı aşağıdaki biçimi alır ve DARCY-WEISBACH denklemi olarak bilinir.

$$h_L = f \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{V^2}{2g}$$

Burada;

- h_L : Yük kaybı (m)'dir.

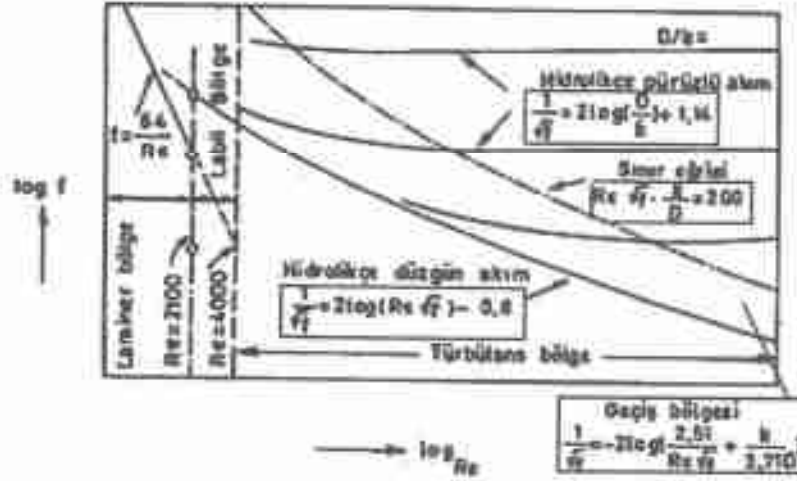
Non-Newtoniyen akışkanlarda da yük kaybı DARCY-WEISBACH denklemi ile bulunabilir. Ancak Reynolds Sayısını bulurken daha önce verilen

$$Re = \frac{8(V^{2-n})(D/2)^n \rho}{K(\frac{3n+1}{n})^n}$$

eşitliğinin kullanılması gerekir.

Türbülans akımda f nin hesaplanması oldukça zordur. Re ve bağıl pürüzlülüğe k/D göre f yi veren Moody diyagramı; daha önce Prandtl, Von Karman, Nikuradse, White ve Colbrook tarafından geliştirilen çalışmaların kapsayan çok faydalı bir yöntemi içermektedir. Moody diyagramının şematik resmi şekil 5.10'da, genişletilmiş şekli ise şekil 5.11'de verilmiştir. Moody diyagramında Re sayısına bağlı olarak 4 bölge vardır.

Laminer Akış Bölgesi: Bu bölgede Re sayısı 2100'den küçüktür. Bağıl pürüzlülük $\left(\frac{k}{D}\right)$ ne olursa olsun sürtünme katsayısını (f) veren eğri düzdür. Bu bölgede



Şekil 5.10. Moody diyagramının şematik resmi

f değeri;

$$f = \frac{64}{Re}$$

ile hesaplanır.

Kritik Bölge: Bu bölgede Re sayısı 2100 ile 4000 arasındadır. Sürtünme katsayısının elde edilmesinde belirli bir formül yoktur.

Geçiş Bölgesi: Bu bölgede $Re > 4000$ 'dir ve f değeri hem (Re) 'nin ve hem de (k/D) 'nin fonksiyonudur. Bu bölgede her bağıl pürüzlülük değeri için bir eğri vardır. Bağıl pürüzlülük arttıkça sürtünme katsayısı ve dolayısıyla sürtünme miktarı da artmaktadır. Bu bölgede her bir bağıl pürüzlülük değerine ait eğriler önce alçalarak gitmekte ve (Re) 'nin belirli bir değerinden sonra yatay bir duruma alınıp görülmektedir. İşte eğrilerin yataylaşmaya başladıkları noktaları birleştiren

kesikli çizgi ile bu bölge tam türbülanslı akım bölgesinden ayrılmıştır. Bu iki bölge arasında belirgin bir ayırım çizgisi bulunmamaktadır. Hidrolikçe cilalı borular ya da düz borular için;

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2. \log(Re \sqrt{f}) - 0.8$$

Düz boru eğrisi ile kesikli çizgi arası için;

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2. \log \left(\frac{2.51}{Re \sqrt{f}} + \frac{k}{3.71.D} \right)$$

kesikli sınır eğrisi için ise;

$$Re \sqrt{f} \frac{k}{D} = 200$$

eşitlikleri kullanılabilir. Yine bu bölgede $Re < 10^5$ ve düz boru ise (hidrolikçe cilalı boru)

$$f = \frac{0.316}{Re^{0.25}}$$

kullanılabilir.

Tam Türbülanslı Akım Bölgesi: Dördüncü bölgedir. Bu bölgede $Re > 4000$ dir. Her bir bağıl pürüzlülük değerine ait eğrilerin yataylaştıktan sonraki kısımlarını içersine alan bir bölgedir ve bundan önceki bölgeden kesikli çizgi ile ayrılmıştır. Eğriler yatay olduğundan sürtünme katsayısı (f) Re 'ye bağlı olmamakta yalnızca bağıl pürüzlülüğe (k/D) bağlı olmaktadır. Tam türbülanslı akım bölgesinde;

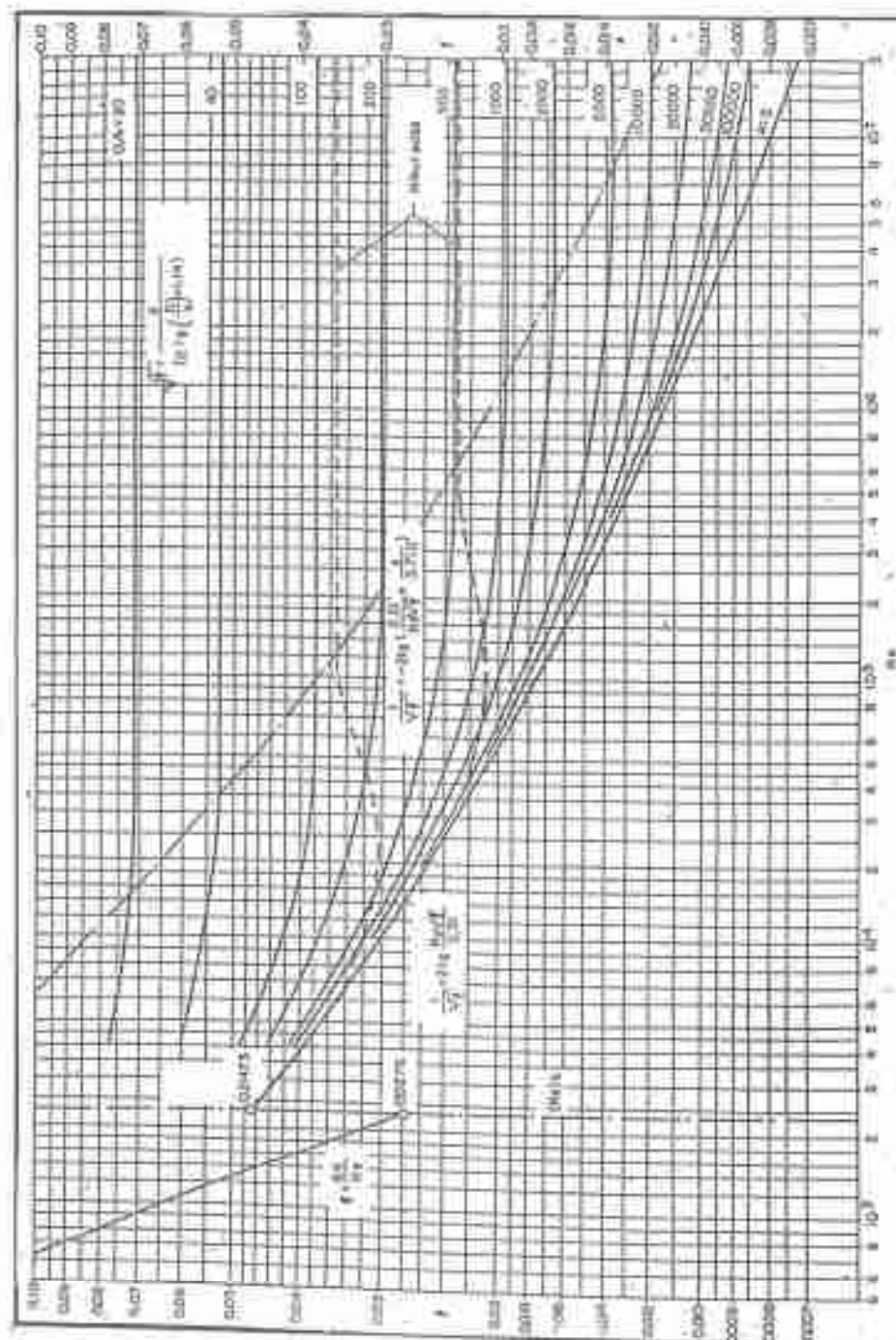
$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2. \log \left(\frac{D}{k} \right) + 1.14$$

bağıntısı kullanılabilir. Yine Moody diyagramında;

$$10^{-6} < \frac{k}{D} < 10^{-2} \text{ ve } 5000 < Re < 10^8 \text{ ise}$$

$$f = \frac{1.325}{\left[\ln \left(\frac{k}{3.7.D} \right) + \left(\frac{5.74}{Re^{0.9}} \right) \right]^2}$$

formülü kullanılabilir.



Moody diyagramı ile kullanmak üzere değişik boruların mutlak pürüzlülük değerleri (k) çizelge 5.1'de verilmiştir.

Çizelge 5.1. Boruların mutlak pürüzlülük değerleri

Boru tipi	Mutlak pürüzlülük (k, mm)
Çeşitli perçinli çelik	0,9-9,0
Beton	0,3-3,0
Ahşap (oyma ağaç)	0,18-0,9
Dökme demir	0,26
Galvanizli demir	0,15
Çelik ve dövme demir	0,045
Çekme çelik, pirinç, kurşun	0,0015
Cam, plastik	0-0,0015

5.7. Şekil (yersel) Kayıpları

Uzun düz borularda sürtünme katsayısını Moody diyagramından bularak sürtünme kaybı kolayca hesaplanabilir. Bir de borularda, akımın yön ve hız değiştirdiği yardımcı boru parçaları vardır. Bu boru parçalarındaki yük kayıplarının hesabı bazen çok önemli olabilir. Dirsek, vana, T-parçası, süzgeç, dip ve geri tepme klapesi gibi yardımcı boru parçalarında meydana gelen kayıplara şekil ya da yersel yük kayıpları denir ve aşağıdaki genel bağıntıdan hesaplanabilir.

$$h_f = K \cdot \frac{V^2}{2g}$$

Burada;

h_f : Şekil kaybı (m),

K : Şekil katsayısı (-),

V : Akışkan hızı (m/s) ve $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ dir.

Şekil katsayısı yardımcı boru parçasının geometrisine ve akımın özelliklerine (Re) bağlıdır ($K = \Phi(\text{geometri, Re})$). Şekil kayıpları bazen eşdeğer boru boyu (L_{eq}) olarak verilir. Eşdeğer boru boyu, boru parçası ile aynı ölçü ve malzemede ve boru parçasının belli bir vardi değeri için meydana getireceği yük kaybına eşit değerde yük kaybı meydana getiren düz boru uzunluğudur.

$$L_{eq} = \frac{K D}{f}$$

Burada;

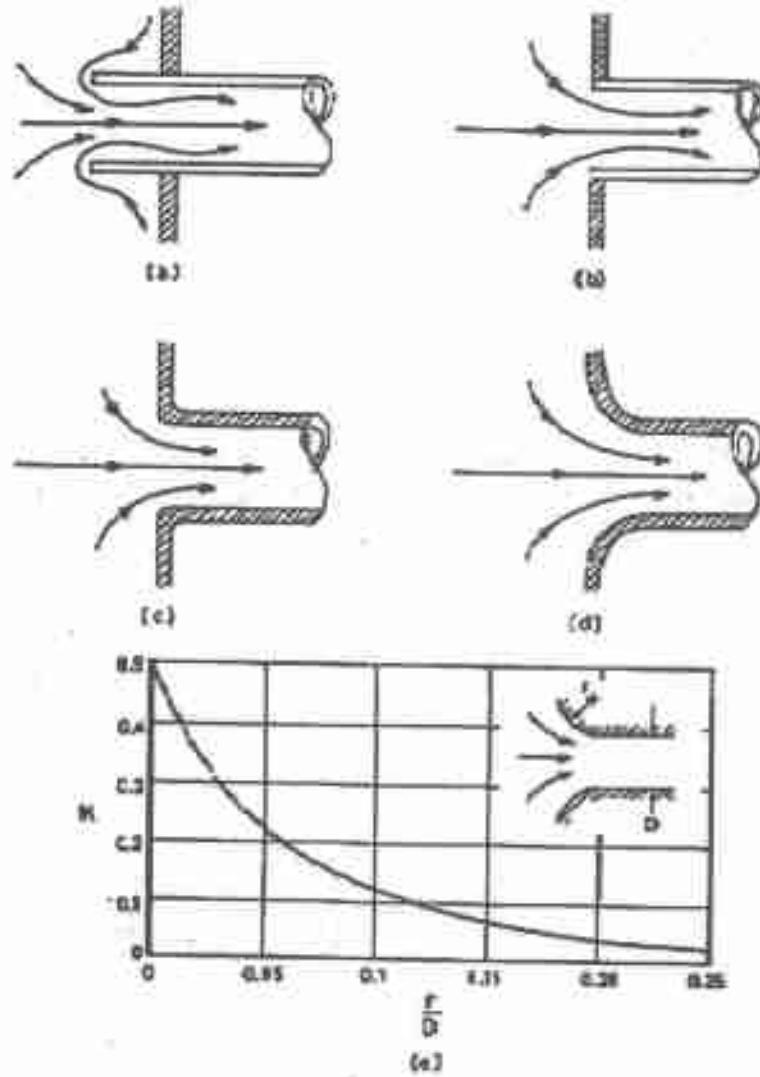
L_{eq} : Eşdeğer boru boyu (m),

K : Şekil katsayısı,

D : Boru çapı (m),

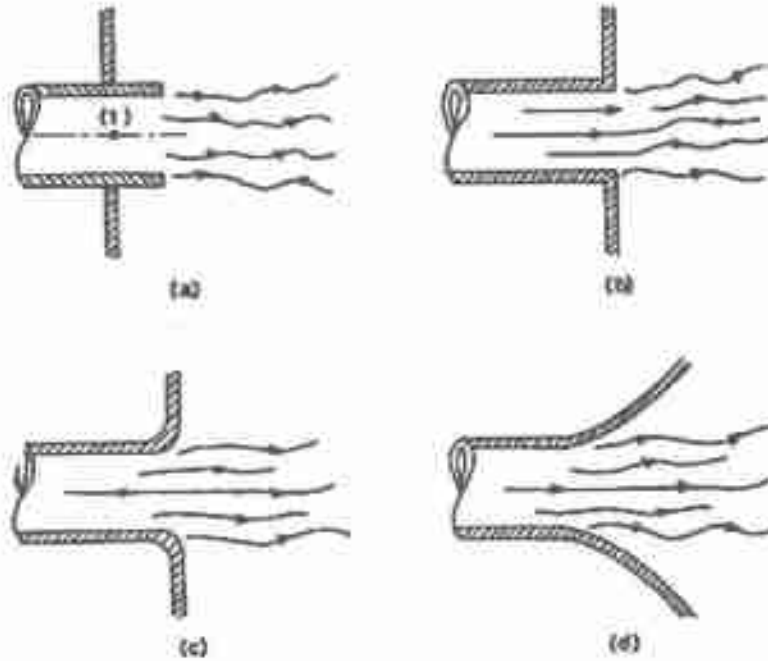
f : Sürtünme katsayısıdır.

Eğer şekil kayıpları eşdeğer boru boyu olarak verirse bu eşdeğer boru boyu toplam düz boru boyuna eklenerek Darcy-Weisbach formülünden yük kaybı bulunur. Şekil katsayısı, bir depodan su almak amacıyla borunun depoya bağlandığı şekil 5.12'de verilen girişler için borunun depoya girdiği durum da (içerlek) $K=0,8$, keskin kenarlı girişte (köşeli) $K=0,5$, hafif yuvarlatılmışta $K=0,2$ ve tam yuvarlatılmışta $K=0,04$ alınabilir. Ayrıca şekil katsayısı r/D oranına bağlı olarak da bulunabilir (şekil 5.12).



Şekil 5.12. Girişler ve r/D oranına bağlı şekil katsayıları (a: içerlek $K=0,8$, b: köşeli $K=0,5$, c: hafif yuvarlak $K=0,2$, d: tam yuvarlak $K=0,04$, e: r/D oranına bağlı şekil katsayıları)

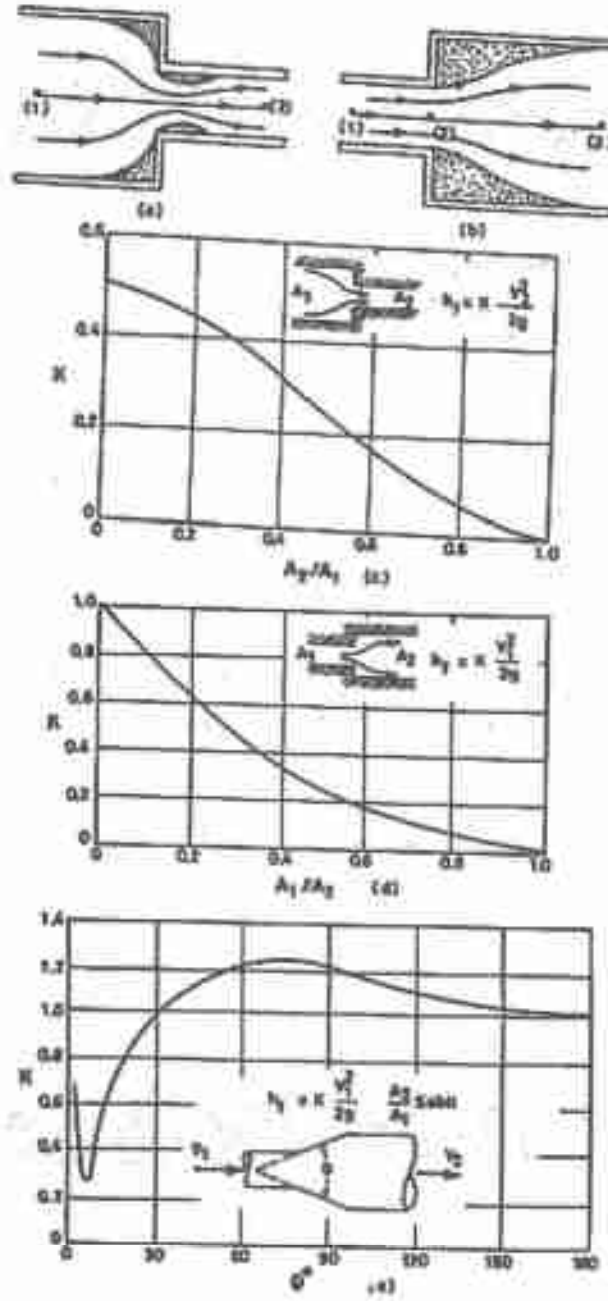
Çıkış yük kaybı, akışkan borudan bir depoya geçiyorsa meydana gelir (şekil 5.13). Bu gibi durumlarda borudan depoya geçen akışkanın son hızı ($V_2 = 0$) sıfır olur. Şekil 5.13'deki çıkışlarda $K=1$ alınabilir.



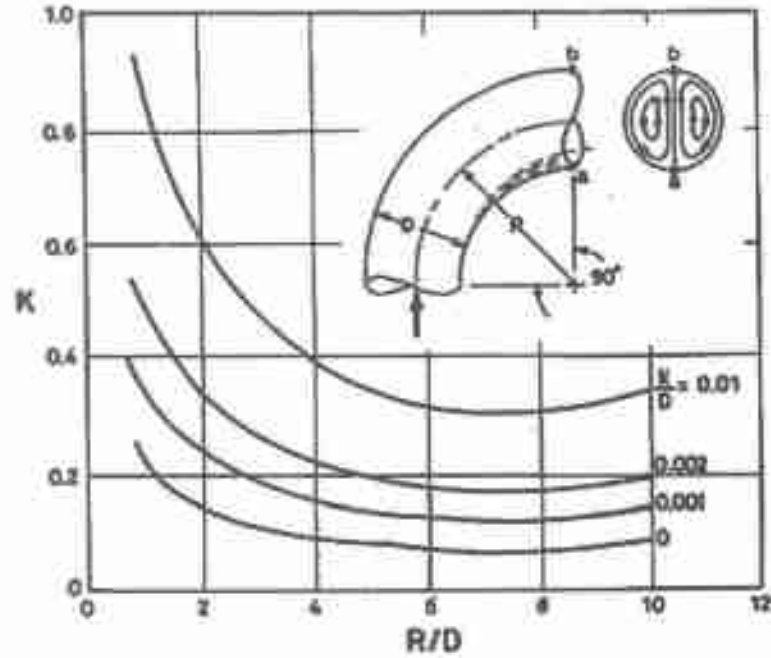
Şekil 5.13. Çıkışlar (Tüm koşullarda $K=1$ alınacaktır, a: içerelek, b: köşeli, c: hafif yuvarlak, d: tam yuvarlak)

Borunun çapında meydana gelen değişiklikler de şekil kayıplarına neden olurlar. Borudaki daralma ve genişlemeler (şekil 5.14) akışın hızını değiştirirler ve türbülans oluştururlar. Borularda daralma ve genişleme şekli kayıplarını şekil 5.14'den yararlanarak bulunabilir.

Düz borularda dirsekler büyük yük kayıplarına neden olurlar. Şekil 5.15'de görülen 90°'lik dirsekteki şekil katsayısı R/D (eğrilik yarıçapı/boru çapı)'ye bağlı olarak verilmiştir. Prigott 90°'lik dirsekler için $K = 0,105(R/D)^{-2,5} + 2000 \cdot f^3$ bağıntısını vermiştir.



Şekil 5.14. Boruda çap değişikliği nedeniyle oluşan kayıplar (a: ani daralma, b: ani genişleme, c: ani daralma şekil katsayıları, d: ani genişleme şekil katsayıları, e: düzgün genişleme şekil katsayıları)



Şekil 5.15. 90°'lik dirsek ve şekil katsayısı (R: eğrilik yarıçapı, k: borunun mutlak pürüzlülüğü, D: boru çapıdır)

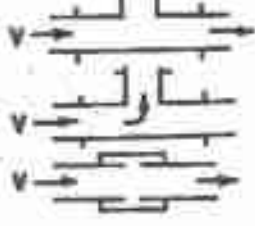
Dirsek, T-parçası ve vanalardaki şekil katsayıları çizelge 5.2'deki gibi özetlenebilir.

5.8. Dairesel Olmayan Borulardaki Kayıplar

Uygulamada karşılaştığımız borular çoğunlukla dairesel kesit alanlıdır. Ancak daireden başka dikdörtgen, elips, üçgen, halka kesiti v.b borulara da sık sık rastlanmaktadır. Kayıp yönünden borulardan aynı kesit alanının en küçük çevreyle sağlanması istenir. Böylece sürtünme kayıplarına neden olan çeper yüzeyi azaltılmış olur. Yüzey alanları aynı olan geometrik şekillerden çevresi en küçük olan dairedir. Dolayısıyla daire kesitli boruların en az kayba sebep olmaları gerekir. Herhangi bir borudaki kayıpları Darcy-Weisbach eşitliğinden bulabilmek için hidrolik yarıçap tanımlanır. Hidrolik yarıçap boru kesit alanının ıslak çevreye oranı olarak tarif edilir ve aşağıdaki şekilde formülize edilebilir.

$$R = \frac{\text{Kesit alanı}}{\text{Islak çevre}} = \frac{A}{\chi}$$

Çizelge 5.2. Yardımcı boru parçalarında şekil katsayıları (K)

Boru parçası	Şekil katsayısı	Boru parçasının şekli
a) Dirsekler		
Flanşlı normal (90°)	0,3	
Vidalı normal (90°)	1,5	
Flanşlı deve boynu (90°)	0,2	
Vidalı deve boynu (90°)	0,7	
Flanşlı deve boynu (45°)	0,2	
Vidalı normal ((45°)	0,4	
b) Bükülmeler		
Flanşlı 180° geriye bükülmeli	0,2	
Vidalı 180° geriye bükülmeli	1,5	
c) T-parçaları		
Flanşlı ana hat akımı	0,2	
Vidalı ana hat akımı	0,9	
Flanşlı kol akımı	1,0	
Vidalı kol akımı	2,0	
d) Vidalı birleşik	0,08	
e) Vanalar		
Tam açık tablalı (küresel) vana	10	
Tam açık açılı vana	2	
Tam açık sürgülü vana	0,15	
¼ Kapalı sürgülü vana	0,26	
½ Kapalı sürgülü vana	2,1	
¾ Kapalı sürgülü vana	17	
İleri akışlı mafsalı vana	2	
Seri akışlı mafsalı vana	∞	
Tam açık bilyeli vana	0,05	
1/3 Kapalı bilyeli vana	5,5	
2/3 Kapalı bilyeli vana	210	

Hidrolik yarıçap daire için $R = \left(\frac{\pi D^2}{4} \right) / (\pi D) = D/4$ ve $D = 4R$ bulunur. Dolayısıyla

Darcy-Weisbach eşitliğinde D yerine $4R$ konularak herhangi bir boru için (dairesel boru dahil) sürtünme kaybı eşitliği aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$h_L = f \cdot \frac{L}{4R} \cdot \frac{V^2}{2g}$$

Öte yandan Re sayısı ve bağıl pürüzlük de hidrolik yarıçapa bağlı olarak aşağıdaki şekilde elde edilebilirler.

$$Re = \frac{4R \cdot V}{\nu}$$

$$\epsilon = \frac{k}{4R}$$

Eşitliklerde;

- A : Alan (m^2),
- C : Islak çevre (m),
- R : Hidrolik yarıçap (m),
- L : Boru boyu (m),
- D : Boru çapı (m),
- V : Hız (m/s)
- ν : Kinematik viskozite (m^2/s),
- k : Mutlak pürüzlülük (m),
- ϵ : Bağıl pürüzlülük (-),
- h_L : Sürtünme kayıpları (m)'dir.

Laminer akımda sürtünme kayıplarının hesaplanmasında kullanılan sürtünme katsayısı değeri;

$$f = \frac{C}{Re}$$

eşitliğiyle bulunur. Formüldeki C katsayısı değeri borunun şekline ve Re sayısına bağlıdır. Değişik geometrik şekiller için C değerleri çizelge 5.3'de verilmiştir.

Çizelge 5.3. Laminer akımda dairesel olmayan borulardaki sürtünme katsayısı

Sekiller	Parametre	$C = f, Re$
I. Dairesel halka $\Delta R = D_2 - D_1$ 	D_1/D_2 0,0001 0,01 0,1 0,6 1,00	71,8 80,1 89,4 96,6 96,0
II. Daire parçası $\Delta R = D \left[1 + \frac{\sin(2\alpha)}{2(\pi - \alpha)} \right]$ 	α (derece) 0 60 90 120 180	64 63,3 63,1 62,8 62,2
III. Dikdörtgen $\Delta R = \frac{2ab}{a+b}$ 	a/b 0 0,05 0,01 0,25 0,50 0,75 1,00	96,0 89,9 84,7 72,9 62,2 57,9 56,9
IV. Daire parçası $\Delta R = \frac{a}{1 + \alpha}$ 	α (derece) 0 30 60 90	48 56,7 60,8 63,1
V. Dik Üçgen $\Delta R = \frac{2ab \sin \alpha}{(1 + \sin \alpha + \cos \alpha)}$ 	α (derece) 0 10 20 30 40 45	48,0 49,9 51,2 52,0 52,4 52,5

5.9. Sürtünme Kayıplarının Amprik (DeneySEL) Formüllerle Hesaplanması

Sürtünme katsayısının (f) hızla bağımlı olması ve çözüm için deneme-tekrar yönteminin gerektiği karışık boru sistemlerinde Darcy-Weisbach formülünün kullanımında büyük sıkıntılara ve işlemlerin uzamasına neden olmaktadır. Bu nedenle su için geliştirilen bazı deneysel formüller pratik hesaplamalarda oldukça faydalar sağlamaktadır. Bu deneysel formüllere üslû formüller de denmektedir. Bugün en çok kullanılan amprik eşitlikler;

$$V = CR^x \cdot J^y$$

şeklinde olurlardır. Burada; V ortalama hızı, C pürüzlülük katsayısı, R hidrolik yarıçapı ve J borunun birim boyunun yük kaybını göstermektedir. Bu eşitliklerde boru cinsine bağlı olan C katsayısı Reynolds sayısından bağımsız olduğundan deneme ve tekrar yoluyla hesap güçlüğü ortadan kaldırılmıştır. Bugün için en güvenilir şekilde kullanılan eşitlikler CHEZY, MANNING, WILLIAMS-HAZEN ve BLAIR'dir.

Chezy formülünde sürtünme kaybı;

$$h_L = \frac{V^2 L}{C^2 R}$$

ile bulunur. Burada;

- h_L : Sürtünme kaybı (m),
- V : Akışkanın ortalama hızı (m/s),
- L : Boru uzunluğu (m),
- C : Chezy katsayısıdır.

Chezy katsayısı Ganguillet ve Kutter tarafından geliştirilen aşağıdaki bağıntı yardımıyla bulunabilir.

$$C = \frac{23 + \frac{0,00155}{I} + \frac{1}{N}}{1 + \frac{N}{R^{0,3}} \left(23 + \frac{0,00155}{I} \right)}$$

N pürüzlülük katsayısı çimento kaplı boru veya düz ahşap boru için 0,010, yeni çelik çekme boru için 0,011, beton boru için 0,012, çıplak döküm boru için 0,013 ve perçinli çelik boru için 0,014 alınabilir. Yeni döküm boruda Chezy katsayısı;

$$C = \frac{100\sqrt{R}}{0,25 + \sqrt{R}}$$

ile bulunur.

Manning formülü özellikle açık su yollarında, tünellerde ve büyük çaplı borularda iyi sonuç vermektedir. Bu formülde yük kaybı,

$$h_L = \left[\frac{V}{nR^{2/3}} \right]^2 L$$

Burada;

h_L : Yük kaybı (m),
 V : Ortalama hız (m/s),
 L : Boru uzunluğu (m/s),
 n : Katsayı (-).

Katsayı (n), yeni döküm boruda 94, eski döküm boruda 54, yeni kaplanmış döküm boruda 114, eski kaplanmış döküm boruda 94, perçinli çelik boruda 70, perçinsiz çelik boruda 90, plastik borularda 143, cilalı asbest boruda 84, normal asbest boruda 87, beton boruda 77, kanalizasyon borularında 91, toprak künkerlerinde 40 alınabilir.

Büyük boru çaplarında en güvenilir ampirik formüllerden birisi olan Williams-Hazen formülünde yük kaybı;

$$h_L = \left[\frac{V}{0.85WR^{0.63}} \right]^{1.49} L$$

ile hesaplanır. Burada; W Katsayısı çizelge 5.4'den alınabilir.

Çizelge 5.4. Williams Hazen formülü için W katsayıları

Boru cinsi	W-katsayısı
Plastik borular	150
Yeni asbest borular	140
Yeni dökme demir borular	130
10 yıl kullanılmış dökme demir borular	110
20 yıl kullanılmış dökme demir borular	80
30 yıl kullanılmış dökme demir borular	60
Yeni sırtı künk	114
Eski sırtı künk	97
Yeni kaynaklı çelik borular	140
Eski kaynaklı çelik borular	120
Enine perçinli çelik borular	130
Enine ve boyuna perçinli çelik borular	115
Bakır, kurşun, pirinç borular (küçük çaplı):	
düz ve içi cilalı	140
eski paslanmış	80
hurda	60
Yeni ye cilalı gımento borular	140
Beton borular	120

Williams-Hazen formülü 5 cm'den daha büyük boru çapları ve ortalama hızın 3 m/s'den daha küçük değerleri için olumlu sonuçlar vermektedir.

J.S. Blair tarafından 1949'da geliştirilen Blair formülleri boru tipine göre 4 sınıf altında toplanmıştır. Her boru tipi için ayrı üs değerleri kullanılmıştır. Hangi borunun hangi sınıfa girdiği çizelge 5.5'de görülmektedir. Sınıflarına göre çeşitli borulardaki sürtünme kayıplarının hesaplanması aşağıdaki formüllerle bulunabilir;

I. Sınıf borularda;

$$h_L = \left[\frac{V}{194,5 R^{0,71}} \right]^{1/0,57} L$$

Çizelge 5.5. Blair formülleri için boru tipleri

Boru cinsi	Sınıfı
Teknik olarak pürüzsüz, cam, kurşun, bakır, plastik, alüminyum gibi maddelerden çekme yoluyla elde edilen borular	I
Çıplak çelik, yumuşak demir, asbestli çimento (etermit, everit v.b), püskürtme bitüm astarlı borular	II
Bitüm kaplı çelik borular, beton borular (çimento kaplı veya püskürtme olarak imal edilmiş).	III
Galvaniz borular (sıcak doldurma veya elektroliz yöntemiyle kaplanmış), savurma veya düşey döküm borular, bitümle kaplanmış döküm borular	IV

II. Sınıf borularda;

$$h_L = \left[\frac{V}{154,1 R^{0,69}} \right]^{1/0,55} L$$

III. Sınıf borularda;

$$h_L = \left[\frac{V}{133,4 R^{0,68}} \right]^{1/0,54} L$$

IV. Sınıf borularda;

$$h_L = \left[\frac{V}{107,3 R^{0,67}} \right]^{1/0,52} L$$

Blair formüllerinde yalnızca boru sınıfının seçilerek hesaplama yapılması uygulamada kolaylıklar sağlamaktadır. Boruların sınıflandırılması boru mutlak

pürüzlülüğüne göredir ve daha geniş uygulama alanı bulmaktadır. Blair formüllerinden yararlanılarak nomagramlar da geliştirilmiştir.

5.10. Boru Sistemleri Çözüm Yöntemleri

Boru sistemleriyle ilgili problemlerin çözümünde 3 tip çözüm yöntemi vardır. Bunlar I. Tip, II. Tip ve III. Tip çözüm yöntemleridir. Bu çözüm yöntemlerinde bir "bağımsız parametre" (verilen parametre) ve bir de bağımlı parametre (istenilen parametre) vardır.

I. tip akış problemlerinde akışkanın özellikleri (özgül kütle ve viskozite), boru çapı, uzunluğu ve pürüzlülüğü, verildi ve ortalama hız verilir. Basınç düşümü ya da yük kaybı sorulur.

II. tip akış problemlerinde akışkanın özgül kütlesi ve viskozitesi, boru çapı, uzunluğu, pürüzlülüğü, basınç düşümü verilir, verildi ya da ortalama hız sorulur.

III. tip akış problemlerinde akışkanın özgül kütlesi ve viskozitesi, boru uzunluğu ve pürüzlülüğü, verildi ya da ortalama hız ve basınç düşümü verilir. Boru çapı sorulur.

I tip akış problemlerinin çözümüne dolaysız çözüm de denir. Eğer hesaplama için bir akış sırası vermek gerekirse;

- Ortalama hız (V , m/s) bulunur,
- Re sayısı ve bağıl pürüzlülük hesaplanır,
- Moody diyagramından sürtünme katsayı alınır,
- Düz boru yük kaybı Darcy-Weisbach formülünden hesaplanır,
- Şekil kayıpları hesaplanır,
- Düz boru ve şekil kayıpları toplanarak toplam yük kaybı bulunur.

II. tip akış problemlerinin çözümünde bizden verildi ya da ortalama hız istenmektedir. Bunun için işlemler sırası şöyle sıralanabilir.

- Bağıl pürüzlülük (k/D) bulunur,
- Uygun bir (f) değeri kabul edilir,
- Bağıl pürüzlülüğe ve kabul edilen f değerine göre Moody diyagramından Re bulunur,
- Bulunan Re sayısından ortalama hız elde edilir,
- Elde edilen hız Darcy-Weisbach formülünde yerine konur ve yük kaybı problemde verilenle kontrol edilir. Aynı veya yakın değerde ise bu hız değerinden verildi hesaplanır,
- Eğer problemde verilen yük kaybı ile hesaplanan yük kaybı değeri farklı ise yeniden hız değeri kabul edilerek Reynolds sayısı hesaplanarak bağıl pürüzlülük değeri ile bunlara karşılık olan (f) katsayısı Moody diyagramından bulunur,
- Bulunan (f) değeri Darcy-Weisbach formülünde yerine konularak sürtünme kaybı hesaplanır. Problemde verilen ile bulunan bu yük kaybı farkı ise işlem tekrarlanır.

- h) Verilen ile bulunan yük kaybı aynı veya yakınsa hız değerinden verildi bulunur.

III. tip akış problemlerinde boru çapı istenmektedir. Bunun için şu işlem sırası izlenebilir.

- Uygun bir (f) değeri kabul edilir.
- Düz boru yük kayıp formülü (Darcy-Weisbach) ve şekli kaybı formülleri boru çapına bağlı yazılır.
- Bu eşitlikler boru çapı için çözülür ve sayısal değeri bulunur.
- Bulunan boru çapının kontrolü için bağıl pürüzlülük ve Reynolds sayısı hesaplanır. Süreklilik denkleminde hızı bulunur.
- Bu son bulunan iki değere (bağıl pürüzlülük ve Re sayısı) göre f değeri Moody diyagramından okunur.
- Bulunan (f) değeri ile başlangıçta kabul edilen (f) değerinin birbirine yakın olması halinde hesaplanan çap değeri doğru olarak kabul edilir ve problem çözümlenmiş olur.
- Bulunan (f) değeri ile kabul edilen (f) değerinin farklı olması halinde bu işlemler tekrarlanır.

5.11. Boruların Kollara Ayrılması

Boruların kollara ayrılması iki başlık altında toplanabilir.

- Boruların seri bağlanması.
- Boruların paralel bağlanması.

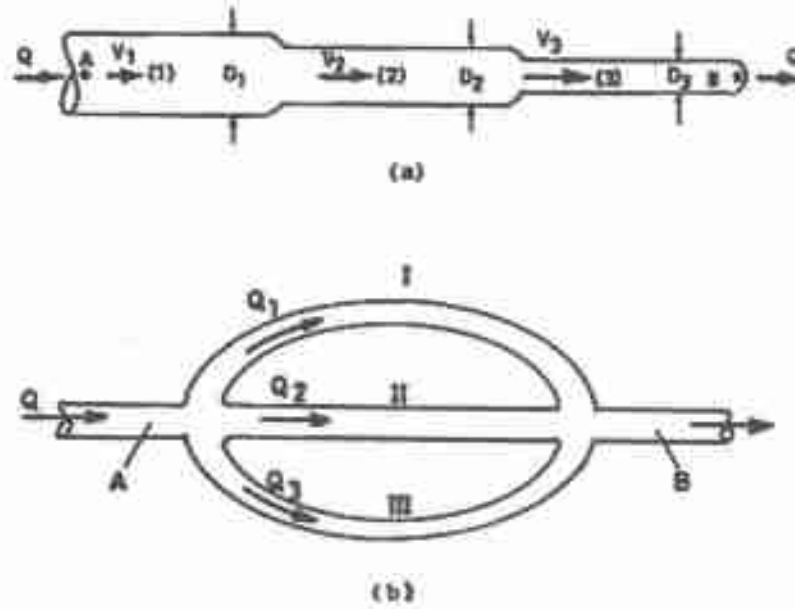
Farklı çaptaki boruların arka arkaya bağlanmasına seri bağlama denir (şekil 5.15a). Bu düzenlemede birbiri arkasına bağlanan borulardaki verdiler aynıdır.

Değişik seri bağlama sorunlarında genellikle boru sayısına eşit ortalama hız ve dolayısıyla aynı sayıda bilinmeyen vardır. Çok borulu bir seri bağlama düzeninde Bernoulli eşitliğinde kullanacağımız toplam kayıplar, h_L sürekli kayıplar, h_f yerel kayıplar göstermek üzere,

$$\sum H_L = h_L + h_f$$

$$\sum H_L = f_1 \cdot \frac{L_1}{D_1} \cdot \frac{V_1^2}{2g} + f_2 \cdot \frac{L_2}{D_2} \cdot \frac{V_2^2}{2g} + \dots + f_n \cdot \frac{L_n}{D_n} \cdot \frac{V_n^2}{2g} + \sum K \cdot \frac{V^2}{2g}$$

şeklinde yazılabilir.



Şekil 5.16. Seri (a) ve paralel (b) boru sistemleri

Ote yandan süreklilik denklemini

$$Q_1 = Q_2 = Q_3 = \dots = Q_n = Q$$

$$V_1 D_1^2 = V_2 D_2^2 = V_3 D_3^2 = \dots = V_n D_n^2$$

$$V_2 = \left(\frac{D_1}{D_2} \right)^2 V_1 \quad V_3 = \left(\frac{D_1}{D_3} \right)^2 V_1 \quad V_n = \left(\frac{D_1}{D_n} \right)^2 V_1$$

$$V_1 = \frac{4Q}{\pi D_1^2}, \quad V_n = \frac{4Q}{\pi D_n^2} \text{ şeklinde düzenlenerek bütün hızlar verkiye}$$

bağlı olarak ya da tek bir hız cinsinden yazılır. Böylece bilinmeyen sayısı bir indirilmiş olur. Bundan sonra Bernoulli eşitliği uygulanarak verile ve borulardaki hızlar bulunabilir.

Boruların birbirleri üzerine kapanarak kapalı gözler oluşturacak şekilde düzenlenmesine paralel bağlama adı verilir (şekil 5.16b). Şekildeki I, II ve III boruları paralel bağlanmıştır. Boruların ayrıldığı (A) ve birleştiği (B) noktalarına düğüm noktası denir. Maddenin korunumu ilkesine göre bir düğüm noktasına giren verilerin toplamı bu noktadan çıkan verilerin toplamına eşittir. Şekildeki düzen için;

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3$$

olacaktır. A ve B düğüm noktalarındaki şekil kayıpları yok kabul edilirse iki nokta arasında Bernoulli eşitliği yazıldığında A'dan B'ye I, II ya da III borusundan gidilebilir. A ve B noktalarının yükleri H_A ve H_B boruların yük kayıpları sırasıyla h_{L_1} , h_{L_2} ve h_{L_3} ile gösterilip A'dan B'ye bu üç ayrı yoldan gidilerek

$$H_A = H_B + h_{L_1}$$

$$H_A = H_B + h_{L_2}$$

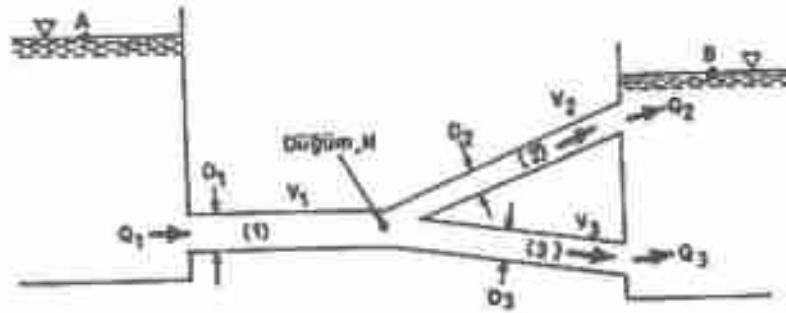
$$H_A = H_B + h_{L_3}$$

gibi üç ayrı denklem yazılabilir. Bu denklemlerden yük kayıpları bulunursa

$$h_{L_1} = h_{L_2} = h_{L_3} = H_A - H_B$$

elde edilir. Buna göre paralel borularda akışkanın birim ağırlığının uğradığı yük kaybı aynı olmaktadır. Akış hangi borudan olursa olsun aynı yük kaybına uğramakta ve B birleşme noktasına geldiklerinde aynı yüke sahip olmaktadır.

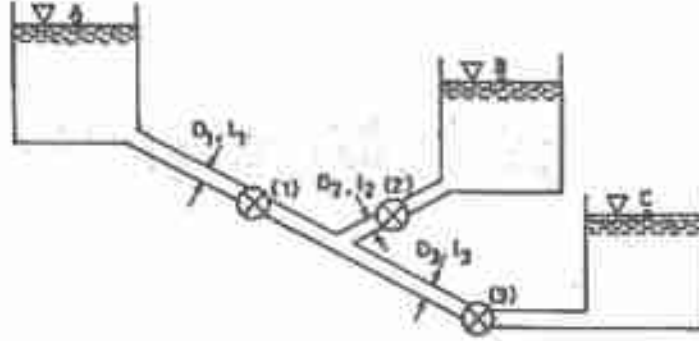
Bir başka çoklu boru sistemi şekli 5.17'de görülen "düğüm noktalı" boru sistemidir.



Şekil 5.17. Düğüm noktalı çoklu boru sistemi

Şekilde (1) nolu borudaki verici, (2) ve (3) nolu borulardaki akışkan verilerinin toplamına eşittir. $Q_1 = Q_2 + Q_3$. Her bir depodaki akışkan yüzeyine Bernoulli eşitliğini uyguladığımızda görülebileceği gibi (2) nolu borudaki yük kaybı (3) nolu borudaki yük kaybına boru çapları ve verileri farklı olsa bile eşit olmalıdır ($h_{L_2} = h_{L_3}$).

Çoklu boru sistemlerinde çözüm zor ve karmaşıktır. Örneğin şekil 5.18'de görülen sistemde farklı yüksekliklerde bulunan ve serbest sıvı yüzeyleri de birbirinden farklı olan A, B ve C gibi üç depo birbirine bağlanmıştır. Eğer (1) nolu vana kapalı olsa sıvı (B)'den (C)'ye akacaktır ve verici kolayca



Şekil 5.18, Uç depolu boru sistemi

hesaplanacaktır. Benzer hesaplamalar (2) ya da (3) nolu vanaların kapalı diğerlerinin açık olması durumunda da kolayca yapılabilir. Bunun yanında tüm vanalar açık iken akış hangi depoya ya da yöne doğrudur bu bilinmemektedir. Şekil 5.18'deki durumu için A deposu yüksek olduğu için muhtemelen akış B ve C'ye doğrudur. Akışkanın B deposuna girmesi ya da çıkması B ve C depolarının yüksekliğine ve boruların uzunluk, çap, pürüzlülük gibi özelliklerine bağlıdır. Genelde böyle problemlerde akım yönü belli değildir ve çözüm süreci bu yönün saptanmasını da kapsamaktadır.

5.12. Pompa Bulunan Boru Hatları

Bir boru sisteminde şekil 5.19'da olduğu gibi bir pompanın olduğunu düşünelim. Pompa sıvıyı (1) deposundan alıp (2) deposuna basmaktadır. Pompa sıvıyı (1)'den alıp (2) basıldığı sıvıyı yalnızca $(z_2 - z_1)$ kadar yukarıya çıkarmamakta aynı zamanda emme ve basma borusundaki yük kayıplarını da yenmektedir. Bu durumda sıvının yükseltilmesi yükseklik değeri kayıplar nedeniyle meydana gelen yük kayıplarını da eklenmelidir. Pompanın sıvıyı emip basabilmesi için gerekli olan güç (N);

$$N = \frac{H_m(m) \cdot Q(m^3/s) \cdot \gamma(N/m^3)}{1000 \eta_p} (kW)$$

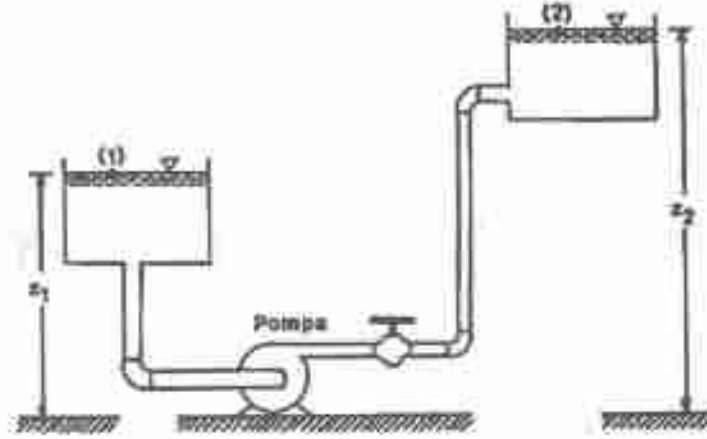
bağıntısıyla hesaplanır. Burada;

H_m : Pompanın sıvıya verdiği gerçek yüküdür ve yükseklik farkıyla düz boru ve şekil kayıplarını içerir.

η_p : Pompa verimi (%).

$$H_m = (z_2 - z_1) + \sum h_L$$

$z_2 - z_1 = H_g$ = geometrik yük olarak alınabilir.



Şekil 5.19. Pompa bulunan boru sistemi

5.13. Borularda Verdi Ölçümleri

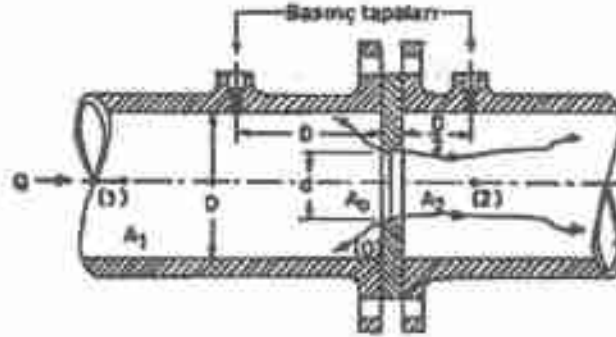
Viskoz kuvvetler göz önüne alındığında anlık verdinin ölçülmesinde orifimetre, küle ve venturimetre gibi cihazlar kullanılır. Bu cihazların temel prensibi kesit alanı daraltılarak hızın artırılması ve basıncın azaltılmasıdır.

Şekil 5.20'de görülen ve sıvı verilerinin ölçülmesinde kullanılan araçlardan biri olan orifisde verdi aşağıdaki bağıntıyla hesaplanır.

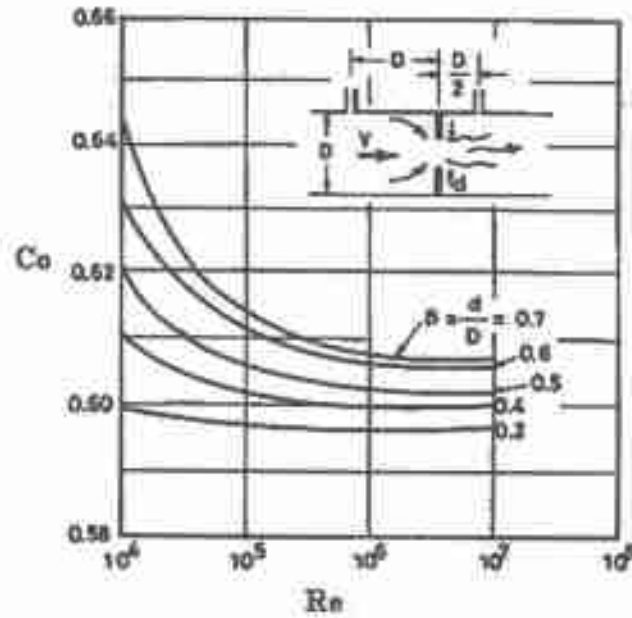
$$Q = C_w A_o \left(\frac{2(P_1 - P_2)}{\rho(1 - \beta^4)} \right)^{1/2}$$

Burada;

- Q : Borudan akan akışkan verdisi (m^3/s),
- A_o : Orifis kesit alanı ($m^2/4, m^2$),
- $P_1 - P_2$: (1) ve (2) noktaları arasındaki basınç farkı (N/m^2),
- ρ : Akışkanın özgül kütlesi (kg/m^3),
- β : Çaplar oranıdır. Yani orifis çapının boru çapına oranıdır ($\beta = d/D$),
- C_w : Orifis verdi katsayısıdır ve farklı değerleri şekil 5.21'de verilmiştir.



Şekil 5.20. Orifimetre



Şekil 5.21. Orifimetre verit katsayısı (C_d)

Akış doğrultusundaki boyutu akışa dik boyuta nazaran ihmal edilemeyen değerde olan çıkışlara lüle denir. Lülelerde verit ölçümü aşağıdaki formülle hesaplanır (şekil 5.22).

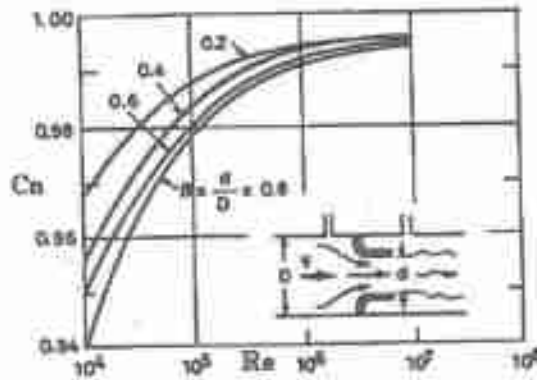
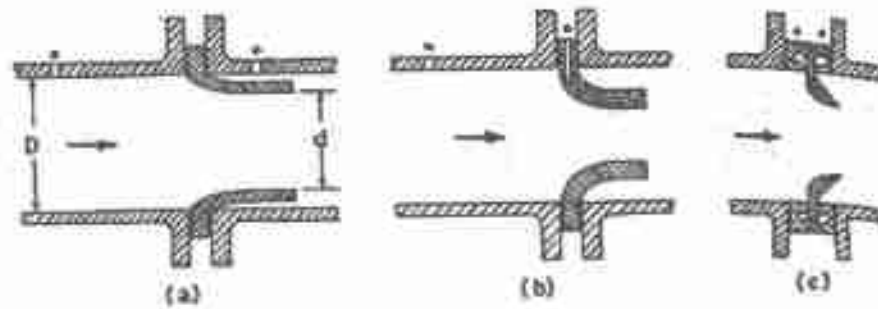
$$Q = C_d A_0 \left(\frac{2(P_1 - P_2)}{\rho(1 - \beta^4)} \right)^{1/2}$$

Burada;

Q : Verit (m^3/s),

A_{li} : Lüle kesit alanıdır ($m^2/4, m^2$)
 $P_1 - P_2$: (1) ve (2) noktaları arasındaki basınç farkı (N/m^2),
 ρ : Akışkanın özgül kütlesi (kg/m^3),
 $\beta = \frac{d}{D}$ lüle çapının boru çapına oranıdır,

C_v : Lüle verdi katsayısı olup şekil 5.22'de verilmiştir.



Şekil 5.22. Lüleler ve lüle verdi katsayısı

Boru içerisinde akan sıvıların verilerinin ölçülmesinde kullanılan bir diğer alet venturimetredir. Venturimetre önce daralan sonrada genişleyen bir borudan ibarettir. En doğru sonucu verir ve diğerlerinin en pahalıdır. Prensip olarak diğer iki verdi ölçerin benzeridir ancak kayıpları en aza indirecek biçimde tasarlanmıştır. Bir venturimetrede verdi ölçümü için;

$$Q = C_v A_T \left(\frac{2(P_1 - P_2)}{\rho(1 - \beta^4)} \right)^{1/2}$$

formülü kullanılır. Burada;

Q : Verdi (m/s),

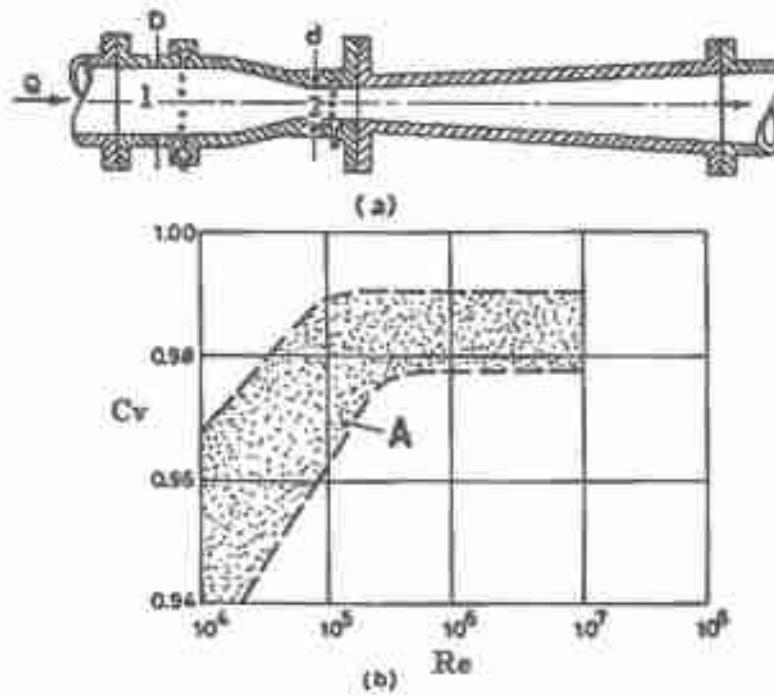
A_T : Venturi kesit alanı (m^2) ($\frac{\pi d^2}{4}$)

$P_1 - P_2$: (1) ve (2) noktalarındaki basınç farkı (N/m^2),

ρ : Akışkanın özgül kütesi (kg/m^3)

$\beta = d/D$: Venturi çapının boru çapına oranı,

C_v : Venturimetre verdi katsayısı olup, β , Re ve venturimetrenin geometrik yapısına ve birleşim yerlerine bağlıdır. Genellikle 0,90 -0,98 alınır. Şekil 5.23'de venturimetre ve verdi katsayıları verilmiştir.



Şekil 5.23. Venturi metre (a) ve verdi katsayıları (C_v) (b) (A: venturimetrenin geometrisine bağlı olarak verdi katsayıları değişim alanı)

5.14. Borularda Viskoz (Sürtünmeli) Akım ile İlgili Uygulama Örnekleri

ÖRNEK-5.1: Sıcaklığı $10^\circ C$ olan suyun özelliklerini taşıyan bir akışkan 4 mm çapında ve 0,25 m uzunluğunda bir pipete $4 \text{ cm}^3/\text{s}$ 'lik verdide emilmektedir. Akım tipi laminar mıdır? Tam gelişmiş akım mıdır? Açıklayınız. $10^\circ C$ 'deki suyun kinematik viskozitesi $1,31 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ alınacaktır.

Çözüm:

Akımın laminar olması için $Re < 2100$ olması gerekir.

$$Re = \frac{\rho V D}{\mu} = \frac{\rho D}{\mu} \left(\frac{4Q}{\pi D^2} \right) = \frac{4\rho Q}{\pi \rho D \mu}$$

$$Re = \frac{4Q}{\pi D \mu}$$

$$Re = \frac{4(4 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s})}{\pi(4 \cdot 10^{-3} \text{ m})(1,31 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2/\text{s})}$$

$$Re = 97,19 \text{ (laminar)}$$

laminar akımda giriş bölgesi uzunluğu;

$$\frac{Le}{D} = 0,06 \cdot Re$$

$$Le = 0,06 \cdot D \cdot Re$$

$$Le = 0,06 \cdot 4 \text{ mm} \cdot 97,19$$

$$Le = 23,33 \text{ mm}$$

Pipetin uzunluğu 250 mm'dir ve giriş bölgesi uzunluğu bundan çok küçük olduğu için akım tam gelişmiş akım kabul edilebilir.

ÖRNEK-5.2: Özgül kütlesi 1010 kg/m^3 ve dinamik viskozitesi $2 \cdot 10^{-3} \text{ Pa.s}$ olan süt çapı 25,4 mm olan yatay boru içerisinde akmaktadır. Akışın verdiği $2 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$ olup akış sürtünmeli (viskoz), kararlı ve sıkıştırılmaz kabul edilecektir. Boru pürüzsüzdür.

- Akışın cinsini,
- Sürtünme katsayısını,
- Çeper (duvar) kayma gerilmesini,
- Sürtünme (kayma) hızını,
- Boru duvarından 10 mm uzaklıktaki ortalama hızı,
- Bir metre boru uzunluğuna düşen basınç düşümünü ve sürtünme kaybını (hidrolik eğimi) bulunuz.

Çözüm:

$$a) V = \frac{4Q}{\pi D^2} = \frac{4(2 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s})}{\pi (25,4 \cdot 10^{-3} \text{ m})^2}$$

$$V = 0,3947 \text{ m/s}$$

$$Re = \frac{\rho V D}{\mu} = \frac{(1010 \text{ kg/m}^3) (0,3947 \text{ m/s}) (25,4 \cdot 10^{-3} \text{ m})}{2 \cdot 10^{-3} \text{ Pa.s}}$$

$Re = 5063 > 4000$ olduğundan türbülanslıdır.

b) Boru pürüzsüz ve $Re < 10^5$ olduğundan

$$f = \frac{0,316}{Re^{0,25}} = \frac{0,316}{(5063)^{0,25}}$$

$$f = 0,03746$$

c) Çeper (duvar) kayma gerilmesi (τ_w):

$$\tau_w = f \rho \frac{V^2}{8} = (0,03746) \left(1010 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right) (0,3947 \text{ m/s})^2 / 8$$

$$\tau_w = 0,7366 \text{ Pa}$$

d) Sürtünme hızı (u^*):

$$u^* = V \left(\frac{f}{8} \right)^{1/2} = (0,3947 \text{ m/s}) \left(\frac{0,03746}{8} \right)^{1/2}$$

$$u^* = 0,027 \text{ m/s ya da}$$

$$u^* = (\tau_w / \rho)^{1/2} = (0,7366 \text{ Pa} / 1010 \text{ kg/m}^3)^{1/2}$$

$$u^* = 0,027 \text{ m/s}$$

e) Boru duvarından $y = 10 \text{ mm}$ uzaklıktaki ortalama akışkan hızı ($\bar{u}$)

$$\bar{u} = u^* \left(2,5 \ln \left(\frac{y u^*}{8} \right) + 5 \right)$$

$$\bar{u} = (0,027 \text{ m/s}) (2,5) \ln \left(\frac{0,01 \text{ m} \cdot 0,027 \text{ m/s}}{(2 \cdot 10^{-3} \text{ Pa.s} / 1010 \text{ kg/m}^3)} \right) + 5 (0,027 \text{ m/s})$$

$$U = 0,4868 \text{ m/s}$$

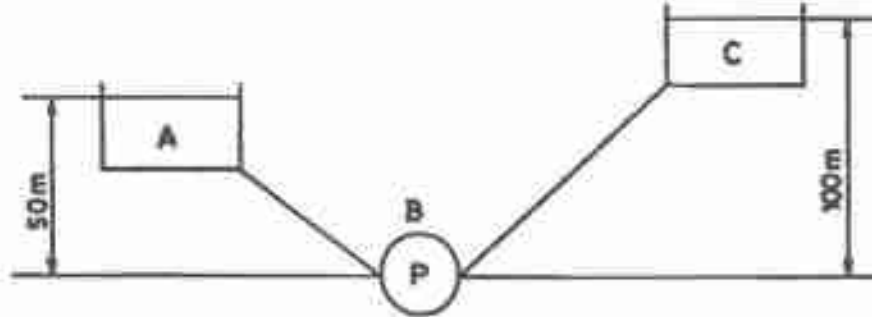
$$\eta \frac{\Delta P}{L} = \frac{4 \tau_w}{D} = \frac{4(0,7368 \text{ Pa})}{(25,4 \cdot 10^{-3} \text{ m})}$$

$$\frac{\Delta P}{L} = 116,03 \frac{\text{Pa}}{\text{m}}$$

$$l = \frac{h_f}{L} = \frac{f}{D} \frac{V^2}{2g} = \frac{0,03746 \cdot (0,3947 \text{ m/s})^2}{(25,4 \cdot 10^{-3} \text{ m}) \cdot (2 \cdot 9,81 \text{ m/s}^2)}$$

$$l = \frac{h_f}{L} = 0,01171 \text{ m/m (hidrolik eğim)}$$

ÖRNEK-5.3: Aşağıdaki şekilde B noktasına yerleştirilen pompa ile A deposundan C deposuna saniyede $0,15 \text{ m}^3$ su pompalanacaktır. Sistemde sürtünme nedeniyle meydana gelen enerji kaybı $4,55 \text{ m}$, A deposunun B pompasına olan düşey uzaklığı 50 m , C deposunun B pompasına olan düşey uzaklığı 100 m olduğuna göre B noktasına yerleştirilen pompanın suyu A deposundan alıp C deposuna göndermesi için gerekli gücü bulunuz. Şekil kayıpları ihmal edilecektir.



Çözüm:

A ve C noktalarına Bernoulli eşitliğini uygulayalım.

$$z_A + \frac{P_A}{\gamma} + \frac{V_A^2}{2g} + H_m = z_C + \frac{P_C}{\gamma} + \frac{V_C^2}{2g} + h_L$$

$$50 + 0 + 0 + H_m = 100 \text{ m} + 0 + 0 + 4,55 \text{ m}$$

$$H_m = 54,55 \text{ m}$$

$$N = \frac{H_p \cdot Q \cdot \gamma_w}{1000} = \frac{(54,55 \text{ m}) \cdot (0,15 \text{ m}^3/\text{s}) \cdot (9810 \text{ N/m}^3)}{1000}$$

$$N = 80,27 \text{ kW}$$

ÖRNEK-5.4: Özgü kütlesi 1000 kg/m^3 , kinematik viskozitesi $1 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ ve akım tipi türbülanslı olan su, çapı $0,1 \text{ m}$ olan bir borudan $4 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3/\text{s}$ 'lik veri ile akmaktadır. Boruda sürtünmeden kaynaklanan basınç düşümü 1 m boruya $\Delta P = 2590 \text{ Pa}$ ölçülmüştür.

- Viskoz alt tabakanın kalınlığını bulunuz.
- Boru merkezindeki su hızını hesaplayınız. Ortalama hızla karşılaştırınız.
- Boru cidarına $0,025 \text{ m}$ uzaklıkta türbülans kayma gerilmesinin laminar akım kayma gerilmesine oranı nedir?

Çözüm:

- Viskoz alt tabakanın kalınlığını bulmak için önce kayma hızını bulalım.

$$u^* = \left(\frac{\tau_w}{\rho} \right)^{1/2}$$

Çeper (duvar) kayma gerilmesi olan τ_w için hem laminar ve hem de türbülans akımda aşağıdaki bağıntı kullanılabilir.

$$\tau_w = \frac{\Delta P \cdot D}{4 \cdot L} = \frac{(2590 \text{ Pa}) \cdot (0,1 \text{ m})}{4 \cdot (1 \text{ m})}$$

$$\tau_w = 64,75 \text{ Pa}$$

Buna göre kayma hızı (u^*):

$$u^* = \left(\frac{64,75 \text{ Pa}}{1000 \text{ kg/m}^3} \right)^{1/2}$$

$$u^* = 0,254 \text{ m/s}$$

Viskoz alt tabakanın kalınlığı (δ_s):

$$\delta_s = 5 \cdot \frac{\nu}{u^*} = \frac{5 \cdot (1 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s})}{(0,254 \text{ m/s})}$$

$$\delta_s = 19685 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

$$\delta_s = 0,019685 \text{ mm}$$

$$b) \frac{V}{V_c} = \frac{2n}{(n+1)(2n+1)} \quad \text{Buradan merkez hız (V}_c\text{):}$$

$$V_c = \frac{(n+1)(2n+1)}{2n^3} V = \frac{(8,4+1)(2 \cdot 8,4+1)}{2 \cdot (8,4)^3} V$$

$$V_c = 1,186 \cdot (5,09 \text{ m/s}) = 6,04 \text{ m/s}$$

$$V = \frac{4Q}{\pi D^3} = \frac{4 \cdot (0,04 \text{ m}^3/\text{s})}{\pi \cdot (0,1 \text{ m})^3} = 5,09 \text{ m/s}$$

$$Re = \frac{5,09 \text{ m/s} \cdot (0,1 \text{ m})}{1 \cdot 10^{-8}} = 509 \ 000 \quad \text{olduğundan şekilden } n=8,4 \text{ bulunur.}$$

c) Hem laminar ve hem de türbülanslı akışta aşağıdaki bağıntı kullanılabilir. Bu formüldeki (τ), laminar akımdaki ve türbülans akımdaki kayma gerilmelerinin toplamıdır. Yani;

$$\tau = \tau_{\text{lamin}} + \tau_{\text{turb}} \text{ yazılabilir.}$$

τ_{lamin} = Akışkanın viskoz olması nedeniyle meydana gelen laminar kayma gerilmesi,

τ_{turb} = Akışkanın türbülanslı olması nedeniyle sürtünmeden kaynaklanan kayma gerilmesi.

$$\tau = \frac{2\tau_w r}{D} = \frac{2 \cdot (64,75 \text{ Pa}) \cdot (0,05 \text{ m})}{(0,1 \text{ m})} = 32,4 \text{ Pa}$$

$$\tau = \tau_{\text{lamin}} + \tau_{\text{turb}} = 32,4 \text{ Pa}$$

Bu formülde $r = 0,025 \text{ m}$ olup ele alınan noktanın boru eksenine uzaklığıdır. Bir boruda meydana gelen toplam kayma gerilmesi (τ) aynı zamanda aşağıdaki bağıntıyla da bulunmaktadır.

$$\tau_{\text{lamin}} = -\mu \frac{du}{dr}$$

$$\tau_{\text{turb}} = -\rho u'v'$$

Türbülanslı akımda boru merkezindeki (dış tabakada) meydana gelen hız gradyenti ($\frac{d\bar{u}}{dr}$);

$$\frac{d\bar{u}}{dr} = -\frac{V_c}{nR} \left(1 - \frac{r}{R}\right)^{(1-n)/n}$$

bulunur:

$$\frac{d\bar{u}}{dr} = -\frac{(6,04 \text{ m/s})}{8,4 \cdot (0,1/2 \text{ m})} \left(1 - \frac{0,025 \text{ m}}{0,05 \text{ m}}\right)^{(1-8,4)/8,4}$$

$$\frac{d\bar{u}}{dr} = -26,6 \text{ s}^{-1}$$

Buna göre laminar kayma gerilmesi (τ_{lamin});

$$\tau_{\text{lamin}} = -\mu \frac{d\bar{u}}{dr} = -(\partial \rho) \frac{d\bar{u}}{dr}$$

$$\tau_{\text{lamin}} = -(1,10^{-6} \text{ m}^2/\text{s})(1000 \text{ kg/m}^3)(-26,6 \text{ s}^{-1})$$

$$\tau_{\text{lamin}} = 0,0265 \text{ Pa}$$

$$\tau_{\text{turb}} = \tau - \tau_{\text{lamin}} = 32,4 \text{ Pa} - 0,0265 \text{ Pa}$$

$$\tau_{\text{turb}} = 32,3735 \text{ Pa}$$

$$\frac{\tau_{\text{turb}}}{\tau_{\text{lamin}}} = \frac{32,3735 \text{ Pa}}{0,0265 \text{ Pa}} = 1221,64$$

Beklenildiği gibi bu bölgede (dış tabakada) kayma gerilmesinin çoğunu türbülans kayma gerilmesi oluşturmaktadır.

ÖRNEK-5.5: Çapı 150 mm olan bir boruda özgül kütlesi 1200 kg/m^3 , kinematik viskozitesi $1,2 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ olan bir yağ akmaktadır. Yağın verisi $0,07 \text{ m}^3/\text{s}$ 'dir. Aralarındaki yatay uzaklık 120 m olan (1) ve (2) kesitlerindeki basınç sırasıyla 343 350 Pa ve 196 200 Pa'dır. Akışın yönü (1)'den (2)'ye doğru ise;

- Çeper kayma gerilmesini,
- Sürtünme (kayma) hızını,
- Boru eksenindeki hızı bulunuz.

Çözüm:

- Borunun (1) ve (2) kesitlerine Bernoulli eşitliğini uygulayalım.

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + h_L$$

$z_1 = z_2 = 0$ (yükseklik farkı yok, boru yatay)

$V_1 = V_2$ (kesit değişmiyor)

$$\frac{p_1}{\gamma} = \frac{p_2}{\gamma} + h_L$$

$$\Delta P = p_1 - p_2 = 343\,350 \text{ Pa} - 196\,200 \text{ Pa}$$

$$\Delta P = 147\,150 \text{ Pa}$$

Basınç düşümüne bağlı sürtünme denklemleri (yatay boruda);

$$\Delta P = f \cdot \frac{L}{D} \cdot \rho \cdot \frac{V^2}{2}$$

$$f = \frac{\Delta P \cdot 2D}{L \cdot \rho \cdot V^2} = \frac{(147\,150 \text{ Pa}) \cdot (2) \cdot (0,15 \text{ m})}{(120 \text{ m}) \left(1200 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right) (3,96)^2}$$

$$f = 0,0195$$

$$V = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot D^2} = \frac{4 \cdot (0,07 \text{ m}^3/\text{s})}{\pi \cdot (0,15 \text{ m})^2} = 3,96 \text{ m/s}$$

Çeper (duvar) kayma gerilmesi (τ_w);

$$\tau_w = f \cdot \rho \cdot \frac{V^2}{8} = 0,0195 \left(1200 \text{ kg/m}^3 \right) \frac{(3,96 \text{ m/s})^2}{8}$$

$$\tau_w = 45,87 \text{ Pa}$$

$$b) u^* = \left(\frac{\tau_w}{\rho} \right)^{1/2} = \left(\frac{45,87 \text{ Pa}}{1200 \text{ kg/m}^3} \right)^{1/2}$$

$$u^* = 0,196 \text{ m/s}$$

$$c) R_e = \frac{V.D}{\nu} = \frac{(3,96 \text{ m/s}).(0,15 \text{ m})}{(1,2 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s})}$$

$Re = 49500$ olduğundan $n = 6,7$ alınabilir. Buna göre;

$$\frac{V}{V_c} = \frac{2n^2}{(n+1).(2n+1)}$$

$$V_c = \frac{V.(n+1).(2n+1)}{2n^2} = \frac{(3,96 \text{ m/s}).(7,7).(14,4)}{2.(6,7)^2}$$

$$V_c = 4,891 \text{ m/s}$$

Türbülans akımda merkez hızı bulmak için başka yöntemler de vardır. Ama en güvenilir yöntem yukarıdaki. Ancak aşağıdaki yöntemler de kullanılabilir.

Birinci yöntem türbülans akımda maksimum (boru merkezindeki) hızın ortalama hızın yaklaşık $\frac{1}{0,80} - \frac{1}{0,87}$ oranında olmasıdır. Yani;

$$V_{\max} = V_c = \frac{V}{0,80} - \frac{V}{0,87}$$

$$V_c = \frac{3,26 \text{ m/s}}{0,80} - \frac{3,96 \text{ m/s}}{0,87}$$

$$V_c = 4,95 \text{ m/s} \dots 4,552 \text{ m/s} \text{ arasında değişmektedir.}$$

İkinci yöntemde genellikle pürüzsüz borularda geçiş bölgesi için kullanılan ancak viskoz alt tabaka dışında diğer bölgelerde iyi sonuçlar veren aşağıdaki formüller kullanılmaktadır.

$$\frac{\bar{u}}{u^*} = 2,5 \cdot \ln \left(\frac{y.u^*}{\delta} \right) + 5,0 \quad (\text{geçiş ve dış tabakada})$$

$$\frac{V_c - \bar{u}}{u^*} = 2,5 \cdot \ln \left(\frac{R}{y} \right) \quad (\text{boru merkezinde})$$

İki formülü birleştirirsek merkez hız formülü bulunur.

$$\frac{V_c}{u^*} = 2,5 \cdot \ln \left(\frac{R}{y} \right) + 2,5 \cdot \ln \left(\frac{y.u^*}{\delta} \right) + 5,0$$

$R = \text{Boru yarıçapı (0,075 m)},$
 $y = \text{Duvardan olan uzaklık (0,075 m)},$
 $u = 0,196 \text{ m/s bulundu.}$
 $\delta = 1,2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2/\text{s}$

$$\frac{V_c}{u^*} = 2,5 \cdot \ln\left(\frac{0,075 \text{ m}}{0,075 \text{ m}}\right) + 2,5 \cdot \ln\left(\frac{0,075 \text{ m} \cdot 0,196 \text{ m/s}}{1,2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2/\text{s}}\right) + 5$$

$$\frac{V_c}{u^*} = 0 + 22,7767$$

$$V_c = 22,7767 \cdot u^*$$

$$V_c = 22,7767 \cdot (0,196 \text{ m/s}) = 4,464 \text{ m/s}$$

III. Yöntem de;

$$\frac{V_c}{u^*} = 2,5 \cdot \ln\left(\frac{R}{y}\right) + 5,75 \log_{10}\left(\frac{u^* \cdot y}{\delta}\right) + 5,5$$

formülünü kullanmaktır.

$$\frac{V_c}{(0,196 \text{ m/s})} = 2,5 \cdot \ln\left(\frac{0,075 \text{ m}}{0,075 \text{ m}}\right) + 5,75 \log_{10}\left(\frac{0,196 \text{ m/s} \cdot 0,075 \text{ m}}{1,2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2/\text{s}}\right) + 5,5$$

$$\frac{V_c}{0,196} = 0 + 23,2568$$

$$V_c = 4,56 \text{ m/s bulunur.}$$

ÖRNEK-5.6: Yarıçapı R olan bir boruda Reynolds sayısı a) $Re = 100000$, b) $Re = 1000$ olduğunda boru ekseninden olan uzaklığın (r), boru yarıçapına (R) oranı olan r/R 'nin hangi değerlerin de ortalama akışkan hızı (V), akışkanın zaman ortalamalı hızına ($\bar{u}$) eşit olur.

Çözüm:

a) $Re < 100\ 000$ iken şekilden $n = 7,2$ bulunur.

$$\frac{V}{V_c} = \frac{2n^2}{(n+1) \cdot (2n+1)} \quad \frac{\bar{u}}{V_c} = \left(1 - \frac{r}{R}\right)^{\frac{1}{n}}$$

Bizden istenen; $V = \bar{u}$ olmasıdır.

$$\frac{2n^2}{(n+1)(2n+1)} = \left(1 - \frac{r}{R}\right)^{\frac{1}{2.2}}$$

$$\frac{r}{R} = 0,7582$$

Yani $r = 0,7582 R$ olduğunda $V = \bar{u}$ olur.

b) $Re = 1000$ olduğunda akım laminardır, laminar akımda hız profili;

$$\bar{u} = V_c \left[1 - \left(\frac{2r}{D}\right)^2\right]$$

biçimindedir ve yine laminar akımda $V = V_c/2$ 'dir,

$$\bar{u} = V$$

$$V_c \left[1 - \left(\frac{2r}{D}\right)^2\right] = \frac{V_c}{2}$$

$$1 - \left(\frac{2r}{D}\right)^2 = \frac{1}{2}$$

$$D = 2R$$

$$1 - \left(\frac{2r}{2R}\right)^2 = \frac{1}{2}$$

$$1 - \left(\frac{r}{R}\right)^2 = \frac{1}{2}$$

$$\frac{r}{R} = 0,7071 \text{ bulunur.}$$

ÖRNEK-5.7: Sıcaklığı 50°C , kinematik viskozitesi $1,75 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ olan hava çapı $203,2 \text{ mm}$ olan borudan $3,048 \text{ m/s}$ hızla geçerek kenar uzunluğu (a) olan kare kanala girmektedir. Borunun ve kare kanalın yüzeyleri pürüzsüzdür ($k = 0$). Eğer boru ve kanaldaki hidrolik eğim (1 m boru boyuna düşen yük) birbirine eşit ise kanalın bir kenarının uzunluğunu (a) bulunuz.

Çözüm:

Önce borudaki hidrolik eğimi bulalım ve bundan yola çıkarak kare kanalın bir kenarının uzunluğunu elde edelim.

$$Re = \frac{V_b \cdot D}{\nu} = \frac{(3,048 \text{ m/s}) \cdot (0,2032 \text{ m})}{1,76 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}}$$

$Re = 35190$ bulunur.

$\frac{k}{D} = 0$ ve $Re = 35190$ için $f = 0,316/Re^{0,25}$ formülünden sürtünme katsayısı $f = 0,023$ bulunur. Buna göre boru için hidrolik eğim (I);

$$I_b = \frac{h_k}{L} = \frac{f}{D} \cdot \frac{V_b^2}{2g} = \frac{0,023 \cdot (3,048 \text{ m/s})^2}{(0,2032 \text{ m}) \cdot (2 \cdot 9,81 \text{ m/s}^2)}$$

$$I_b = \frac{h_k}{L} = 0,0536$$

Buna göre kanal için;

$$I_k = \frac{h_k}{L} = \frac{f}{4R} \cdot \frac{V_k^2}{2g} = 0,0536 \text{ yazılabilir.}$$

$$Q = \frac{\pi \cdot D_b^2}{4} \cdot V_b = \frac{\pi \cdot (0,2032 \text{ m})^2 \cdot (3,048 \text{ m/s})}{4} = 0,0988 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$4R = 4 \cdot \frac{A}{C} = \frac{4a^2}{4a} = a \text{ ve}$$

$$V_k = \frac{Q}{A} = \frac{0,0988 \text{ m}^3/\text{s}}{a^2}$$

Kanaldaki hızın değerini iki eşitliği birleştirerek bulalım.

$$\frac{f}{4R} \cdot \frac{V_k^2}{2g} = 0,0536$$

$$\frac{f}{a} \cdot \frac{(0,0988 \text{ m}^3/\text{s}/a^2)^2}{2 \cdot 9,81} = 0,0536$$

$$a = f^{1/5} \cdot 0,392$$

Burada; a 'nın birimi metredir. Hidrolik çapa bağlı Re sayısı:

$$Re = \frac{V_k \cdot 4R}{\nu} = \frac{(0,0988/s^2) \cdot (a)}{1,76 \cdot 10^{-2}}$$

$$Re = \frac{5613,6}{a}$$

Bu aşamadan sonra deneme-yanılma yöntemini uygulayalım. Borunun sürtünme katsayısı ile kanalın sürtünme katsayısını aynı alalım. Buna göre;

$$a = (0,023)^{1/5} \cdot 0,392$$

$$a = 0,1843 \text{ m}$$

$$Re = \frac{5613,6}{0,1843} = 30459 \text{ elde edilir.}$$

$$f = \frac{0,316}{(30459)^{0,25}}$$

$$f = 0,0239$$

bulunur. Bu değer daha önce bulduğumuz $f = 0,023$ ile örtüşmemektedir. Bu nedenle sürtünme katsayıları aynı oluncaya kadar işleme devam edilmelidir.

$$a = (0,0239)^{1/5} \cdot 0,392$$

$$a = 0,1858$$

$$Re = \frac{5613,6}{0,1858} = 30213$$

$$f = \frac{0,316}{(30213)^{0,25}} = 0,0239$$

bulunur ve iki sürtünme katsayısı aynı olduğu için;

$$a = 0,1858 \text{ m} = 185,8 \text{ mm'dir.}$$

$$\text{Borunun kesit alanı} = \frac{\pi \cdot D^2}{4} = \frac{\pi \cdot (0,2032 \text{ m})^2}{4} = 0,03243 \text{ m}^2$$

$$\text{Kanalın kesit alanı} = a^2 = (0,185 \text{ m})^2 = 0,03452 \text{ m}^2$$

ÖRNEK-5.8: Çapı 101,6 mm, mutlak pürüzlülüğü 0,15 mm, uzunluğu 6 m olan bir boruda ortalama hız ile sürtünme katsayısı arasındaki ilişki aşağıdaki gibi bulunmuştur.

$$V = \left(\frac{87,78}{60f + 7,5} \right)^{1/2} \quad (\text{m/s})$$

Boruda akan akışkanın kinematik viskozitesi $1,66291 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ olarak verildiğine göre akışkan verisini bulunuz.

Çözüm:

Bu soru II. Tip akış problemine girmektedir. Hızı bulmak için bir f değeri kabul edelim. Bu f değeri 0,022 olsun. Buna göre akışkan hızı (V),

$$V = \left(\frac{87,78}{60 \cdot (0,022) + 7,5} \right)^{1/2}$$

$$V = 3,15 \text{ m/s}$$

$$\text{Bağıl pürüzlülük } \frac{k}{D} = \frac{0,15 \text{ mm}}{101,6 \text{ mm}} = 0,0015$$

$$Re = \frac{V \cdot D}{\nu} = \frac{V \cdot (0,1016 \text{ m})}{(1,66291 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s})}$$

$$Re = 6109,77 \cdot V$$

Buna göre,

$$Re = 6109,77 \cdot (3,15 \text{ m/s})$$

$$Re = 19245,8$$

$Re = 19245,8$ ve $\frac{k}{D} = 0,0015$ için Moody diyagramından $f = 0,029$ elde edilir ve

$f = 0,022 \neq 0,029$ olduğundan iterasyona devam edilir. Bu sefer $f = 0,029$ alınır.

$$V = \left(\frac{87,78}{60 \cdot (0,029) + 7,5} \right)^{1/2}$$

$$V = 3,08 \text{ m/s}$$

$$Re = 6109,77 \cdot (3,08 \text{ m/s})$$

$$Re=18818$$

Bu Re ile Moody'den $f=0,029$ bulunur.

Buna göre kabul edilen $f=0,029$ değeri ile bulunan $f=0,029$ değeri aynıdır. Böylece $V=3,08$ m/s bulunur.

$$Q = \frac{\pi D^2}{4} \cdot V = \left(\frac{\pi (0,1016 \text{ m})^2}{4} \right) (3,08 \text{ m/s})$$

$$Q=0,02497 \text{ m}^3/\text{s}$$

elde edilir.

ÖRNEK-5.9: Özgül kütlesi $\rho=1,226 \text{ kg/m}^3$, viskozitesi $1,791 \cdot 10^{-5} \text{ Pa.s}$ olan hava galvanizlenmiş demir boru ($k=0,15 \text{ mm}$) içerisinde yatay olarak $0,06 \text{ m}^3/\text{s}$ 'lik verdikle işletilmektedir. Basınç düşümünün 30 m'de 3448 Pa'dan daha fazla olmaması için boru çapını bulunuz. Hava sıkıştırılmaz kabul edilecektir.

Çözüm:

Bu soru III. Tip akış problemine bir örnektir. Yatay boruda $z_1=z_2$ ve çap sabit olduğundan $V_1=V_2$ 'dir.

$$z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + h_L$$

$$\frac{P_1}{\gamma} = \frac{P_2}{\gamma} + f \frac{L}{D} \frac{V_1^2}{2g}$$

$$P_1 = P_2 + f \frac{L}{D} \gamma \frac{V^2}{2g}$$

$$V = \frac{4Q}{\pi D^2} = \frac{4(0,06 \text{ m}^3/\text{s})}{\pi D^2}$$

$$V = \frac{0,0764}{D^2}$$

$$P_1 - P_2 = f \frac{L}{D} \rho \frac{V^2}{2} \dots \dots \dots (1)$$

$$P_1 - P_2 = f \frac{L}{2D} \rho \left(\frac{0,0764}{D^2} \right)^2$$

$$3448 \text{ Pa} = f \cdot \frac{(30 \text{ m})}{2D} \cdot (1,226 \text{ kg/m}^3) \cdot \frac{(5,83696 \cdot 10^{-3})}{D^4}$$

$$3448 \text{ Pa} = 0,1073 \cdot \frac{f}{D^5}$$

$$D = 0,1255 f^{1/5} \quad (2)$$

$$Re = \frac{\rho \cdot V \cdot D}{\mu} = \frac{(1,226 \text{ kg/m}^3) \cdot (0,0764/D^2) \cdot D}{(1,791 \cdot 10^{-4} \text{ Pa.s})}$$

$$Re = \frac{5230}{D} \quad (3)$$

$$\frac{k}{D} = \frac{0,15 \text{ mm}}{D} \quad (4)$$

Yukarıda 4 adet eşitlik elde ettik. Deneme yanılma yöntemini kullanarak boru çapını bulalım. Sürtünme katsayısını $f = 0,02$ kabul edelim.

$$D = 0,1255 f^{1/5} = 0,1255 (0,02)^{1/5} = 0,0574 \text{ m}$$

$$\frac{k}{D} = \frac{0,15 \text{ mm}}{57,4 \text{ mm}} = 0,002613$$

$$Re = \frac{5230}{0,0574} = 91115$$

Bulunan $\frac{k}{D}$ ve Re 'ye göre Moody diyagramından $f = 0,027$ bulunur. Bu f , kabul edilen $0,02$ değerine eşit olmadığından işleme devam ederiz. Bu sefer $f = 0,027$ alınız.

$$D = 0,1255 (0,027)^{1/5} = 0,0609 \text{ m}$$

$$\frac{k}{D} = \frac{0,15 \text{ mm}}{60,9 \text{ mm}} = 0,002463$$

$$Re = \frac{5230}{0,0609} = 85878$$

Yeni $\frac{k}{D}$ ve Re 'ye göre Moody diyagramında $f = 0,027$ bulunur ve bu değer kabul edilene eşit olduğundan borunun çapı, $D = 60,9 \text{ mm}$ hesaplanmış olur.

ÖRNEK-5.10: Aşağıdaki şekilde görüldüğü gibi A, B, C depoları birbirine 1, 2 ve 3 borularıyla bağlanmıştır. Herbir borunun çapı 304,8 mm ve sürtünme katsayısı 0,02'dir. Boru uzunluğu boru çapına göre çok büyük olduğundan şekli (yersel) kayıplar ihmal edilecektir. A deposunun referans eksenindeki C deposundan yüksekliği 31 m, B deposunun yüksekliği 6 m'dir. (1) borusunun uzunluğu 306 m, (2) borusunun uzunluğu 153 m ve (3) borusunun uzunluğu 122 m alınacaktır. Akışkan A deposundan B ve C deposuna akmaktadır. Herbir depoya giren ya da çıkan veriyi bulunuz.

Çözüm:

Sistemde;

$$Q_1 = Q_2 + Q_3$$

$$V_1 = V_2 + V_3 \quad \dots (1)$$

Yazılabilir. Bernoulli eşitliğini uygulayalım.

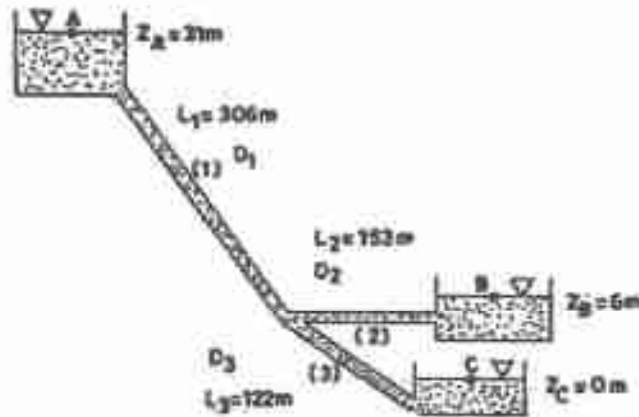
$$z_A = z_B + f_1 \frac{L_1}{D} \frac{V_1^2}{2g} + f_2 \frac{L_2}{D} \frac{V_2^2}{2g}$$

$$z_A = z_C + f_1 \frac{L_1}{D} \frac{V_1^2}{2g} + f_3 \frac{L_3}{D} \frac{V_3^2}{2g}$$

$$z_A = 31 \text{ m}$$

$$f_1 = f_2 = f_3 = 0,02$$

$$D_1 = D_2 = D_3 = 304,8 \text{ mm}$$



$$L_1 = 306 \text{ m} \quad L_2 = 153 \quad L_3 = 122 \text{ m}$$

$$Z_0 = 6 \text{ m}$$

$$z_c = 0$$

$$31 = 6 + 0,02 \frac{306}{0,3048} \frac{V_1^2}{2 \cdot 9,81} + 0,02 \frac{153}{0,3048} \frac{V_2^2}{2 \cdot 9,81}$$

$$24,43 = V_1^2 + 0,5V_2^2 \quad (2)$$

$$31 = 0 + 0,02 \frac{306}{0,3048} \frac{V_1^2}{2 \cdot 9,81} + 0,02 \frac{122}{0,3048} \frac{V_2^2}{2 \cdot 9,81}$$

$$30,3 = V_1^2 + 0,4V_2^2 \quad (3)$$

(1), (2) ve (3) eşitlikleri aşağıdaki gibi çözelim.

(2) ve (3) eşitlik birlikte çözülürse;

$$5,87 = -0,5 \cdot V_2^2 + 0,4 \cdot V_2^2$$

$$V_2 = \left(\frac{5,87 + 0,5V_2^2}{0,4} \right)^{1/2}$$

bulunur, (2) eşitlik tekrar düzenlenirse;

$$24,43 = V_1^2 + 0,5 \cdot V_2^2$$

$$24,43 = (V_1 + V_2)^2 + 0,5V_2^2$$

$$24,43 = \left[V_2 + \left(\frac{5,87 + 0,5 \cdot V_2^2}{0,4} \right)^{1/2} \right]^2 + 0,5 \cdot V_2^2$$

Bu formülün çözümünde $V_2 = 0,94 \text{ m/s}$ elde edilir.

$$V_1 = (24,43 - 0,5 \cdot V_2^2)^{1/2}$$

$$V_1 = (24,43 - 0,5 \cdot (0,94)^2)^{1/2}$$

$$V_1 = 4,898 \text{ m/s}$$

$$Q_1 = \frac{\pi \cdot D_1^2}{4} \cdot V_1 = \frac{\pi \cdot (0,3048 \text{ m})^2}{4} \cdot (4,898 \text{ m/s}) = 0,357 \text{ m}^3/\text{s}$$

A deposundan gelen toplam verdi $0,357 \text{ m}^3/\text{s}$ dir.

$$Q_2 = \frac{\pi \cdot D_2^2}{4} \cdot V_2 = \frac{\pi \cdot (0,3048 \text{ m})^2}{4} \cdot (0,94 \text{ m/s}) = 0,0686 \text{ m}^3/\text{s}$$

B deposuna gelen sıvı verdisi $0,0686 \text{ m}^3/\text{s}$

C deposuna gelen sıvı ise (Q_3):

$$Q_3 = Q_1 - Q_2 = 0,357 - 0,0686 = 0,2884 \text{ m}^3/\text{s}$$

ÖRNEK-5.11: Aşağıdaki şekildaki sistemde şekil kayıpları ihmal edilecektir. İlgili değerler şekil üzerinde verilmiştir.

- D_1 ve D_2 çaplarını,
- Verdiyi,
- Paralel borulardaki ve düz borulardaki yük kayıplarını bulunuz.

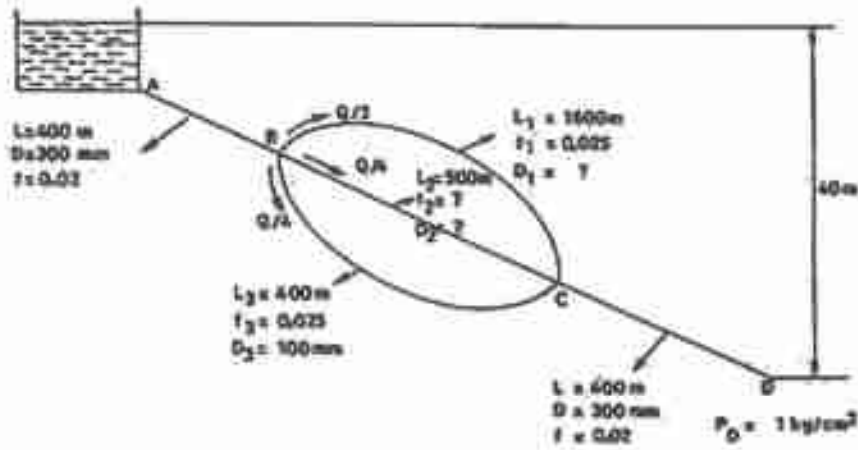
Çözüm:

a) Paralel borularda yük kayıpları birbirine ve verdi üç borudaki toplam verdiye eşittir.

$$h_{L_1} = h_{L_2} = h_{L_3}$$

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3$$

$$f_1 \frac{L_1}{D_1} \frac{V_1^2}{2g} = f_2 \frac{L_2}{D_2} \frac{V_2^2}{2g} = f_3 \frac{L_3}{D_3} \frac{V_3^2}{2g}$$



$$f_1 \frac{L_1}{D_1} \frac{V_1^2}{2g} = f_2 \frac{L_2}{D_2} \frac{V_2^2}{2g} = f_3 \frac{L_3}{D_3} \frac{V_3^2}{2g}$$

$$V_1 = \frac{4 \cdot Q_1}{\pi \cdot D_1^3} = \frac{4 \cdot Q}{2 \cdot \pi \cdot D_1^3} = \frac{2 \cdot Q}{\pi \cdot D_1^3}$$

$$V_2 = \frac{4 \cdot Q_2}{\pi \cdot D_2^3} = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot D_2^3 \cdot 4} = \frac{Q}{\pi \cdot D_2^3}$$

$$V_3 = \frac{4 \cdot Q_3}{\pi \cdot D_3^3} = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot D_3^3 \cdot 4} = \frac{Q}{\pi \cdot D_3^3}$$

$$f_1 \cdot \frac{L_1}{D_1} \cdot \frac{4 \cdot Q^2}{\pi^3 \cdot D_1^5} = f_2 \cdot \frac{L_2}{D_2} \cdot \frac{Q^2}{\pi^3 \cdot D_2^5} = f_3 \cdot \frac{L_3}{D_3} \cdot \frac{Q^2}{\pi^3 \cdot D_3^5}$$

$$4f_1 \cdot \frac{L_1}{D_1^5} = f_2 \cdot \frac{L_2}{D_2^5} = f_3 \cdot \frac{L_3}{D_3^5}$$

$$f_3 \cdot \frac{L_3}{D_3^5} = 0,025 \cdot \frac{(400 \text{ m})}{(0,1 \text{ m})^5} = 1 \cdot 10^6 \text{ m}^{-4}$$

$$4f_1 \cdot \frac{L_1}{D_1^5} = 1 \cdot 10^6$$

$$D_1 = \left(\frac{4 \cdot f_1 \cdot L_1}{1 \cdot 10^6} \right)^{1/5} = \left(\frac{4 \cdot 0,025 \cdot 1600 \text{ m}}{1 \cdot 10^6 \text{ m}^{-4}} \right)^{1/5}$$

$$D_1 = 0,17411 \text{ m}$$

$$D_2 = \left(\frac{f_2 \cdot L_2}{1 \cdot 10^6 \text{ m}^{-4}} \right)^{1/5} = \left(\frac{0,02 \cdot 500 \text{ m}}{1 \cdot 10^6 \text{ m}^{-4}} \right)^{1/5}$$

$$D_2 = 0,1 \text{ m}$$

b) A ve D arasına Bernoulli eşitliğini uygulayalım.

$$z_A + \frac{P}{\gamma} + \frac{V_A^2}{2 \cdot g} = z_D + \frac{P_D}{\gamma} + \frac{V_D^2}{2 \cdot g} + h_L$$

$$40 \text{ m} + 0 + 0 = 0 + \frac{P_D}{\gamma} + 0 + h_L$$

$$h_L = 40 \text{ m} - \frac{P_D}{\gamma} = 40 \text{ m} - \frac{9,81 \cdot 10^4}{9810 \text{ N/m}^3} \text{ N/m}^2$$

$$h_L = 40 \text{ m} - 10 \text{ m}$$

$$h_L = 30 \text{ m}$$

$$h_L = h_{L_{AB}} + h_{L_{BC}} + h_{L_{CD}}$$

$$h_L = f_{AB} \frac{L_{AB}}{D_{AB}} \frac{V_{AB}^2}{2g} + f_{BC} \frac{L_{BC}}{D_{BC}} \frac{V_{BC}^2}{2g} + f_{CD} \frac{L_{CD}}{D_{CD}} \frac{V_{CD}^2}{2g}$$

$$V_{AB} = \frac{4Q}{\pi(D_{AB})^2}, \quad V_{BC} = \frac{Q}{\pi(D_{BC})^2}, \quad V_{CD} = \frac{4Q}{\pi(D_{CD})^2}$$

$$h_L = 0,02 \frac{(400\text{m})}{(0,3\text{m})} \frac{16Q^2}{\pi^2 (0,3\text{m})^5 2g} + 0,025 \frac{(400\text{m})}{(0,1\text{m})} \frac{Q^2}{2g \pi^2 (0,1)^4} + 0,02 \frac{(400\text{m})}{(0,3\text{m}) 2g} \frac{16Q^2}{\pi^2 (0,3)^4}$$

$$10 \text{ m} = 272.Q^2 + 5164.Q^2 + 272.Q^2$$

$$10 \text{ m} = 5708.Q^2$$

$$Q = 0,04186 \text{ m}^3/\text{s}$$

c) Paralel borulardaki yük kayıpları birbirine eşit olduğundan bir borudaki yük kaybını bulursak yeterli olacaktır.

$$h_{L_{BC}} = f_{BC} \frac{L_{BC}}{D_{BC}^5} \frac{Q^2}{2g \pi^2} = \frac{0,025 (400 \text{ m}) (0,04186 \text{ m}^3/\text{s})^2}{(0,1 \text{ m})^5 2g \pi^2} = 9,05 \text{ m}$$

$$h_{L_{BC}} = 9,05 \text{ m ya da } h_{L_{BC}} = 5164.Q^2$$

$$h_{L_{AB}} = f_{AB} \frac{L_{AB}}{D_{AB}^5} \frac{16Q^2}{2g \pi^2} = \frac{(0,02)(400\text{m}) 16(0,04186\text{m}^3/\text{s})^2}{(0,3\text{m})^5 2g \pi^2}$$

$$h_{L_{AB}} = 0,4766 \text{ m ya da } h_{L_{AB}} = 272.Q^2 = 0,4766 \text{ m}$$

$$h_{L_{CD}} = 0,4766 \text{ m'dir. Çünkü AB boru hattıyla aynı özelliklere sahiptir.}$$

ÖRNEK-5.12: Çapı 30 cm olan yeni dökme demir boruda $0,3 \text{ m}^3/\text{s}$ veriyile su iletilmektedir. Suyun kinematik viskozitesi $1,31.10^{-4} \text{ cm}^2/\text{s}$ olduğuna göre birim yük kaybını (hidrolik eğim);

- Moody eğrilerini,
- Chezy formülünü,
- Manning formülünü,

- d) Williams Hazen eşitliğini,
 e) Blair formülünü kullanarak bulunuz.
 f) 1000 m'deki yük kayıpları her formülde ne olur.

Çözüm:

a) Ortalama hız $V = \frac{4Q}{\pi D^2}$

$$V = \frac{4 \cdot (0,3 \text{ m}^3/\text{s})}{\pi \cdot (0,3 \text{ m})^2} = 4,244 \text{ m/s}$$

$$Re = \frac{V \cdot D}{\nu} = \frac{(4,244 \text{ m/s}) \cdot (0,30 \text{ m})}{1,31 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}} = 971908$$

$$k = 0,26 \text{ mm}$$

$$\frac{k}{D} = \frac{0,26 \text{ mm}}{300 \text{ mm}} = 0,00087$$

$$Re \text{ ve } \frac{k}{D} \text{ için Moody diyagramından}$$

$$f = 0,0198$$

$$l = \frac{h_L}{L} = \frac{f}{D} \frac{V^2}{2g} = \frac{0,0198 \cdot (4,244 \text{ m/s})^2}{(0,30 \text{ m}) \cdot (2 \cdot 9,81 \text{ m/s}^2)}$$

$$l = 0,0606$$

b) Chezy formülü

$$l = \frac{h_L}{L} = \frac{V^2}{C^2 R}$$

$$\text{Yeni döküm boruda } C = \frac{100 \cdot \sqrt{R}}{0,25 + \sqrt{R}} = 52,28$$

$$R = \frac{D}{4} = \frac{0,30 \text{ m}}{4} = 0,075 \text{ m}$$

$$l = \frac{(4,244 \text{ m/s})^2}{(52,28)^2 \cdot (0,075 \text{ m})} = 0,06786$$

d) Manning formülü

$$h_L^{1/2} = \frac{V L^{0.5}}{n R^{2/3}}$$

$$l = \frac{h_L}{L} = \left(\frac{V}{n R^{2/3}} \right)^2$$

$n = 94$ (yeni döküm boru)

$$l = \left[\frac{4,244 \text{ m/s}}{94 \cdot (0,075 \text{ m})^{2/3}} \right]^2$$

$$l = 0,06444$$

d) Williams-Hazen formülü

$$l = \frac{h_L}{L} = \left[\frac{V}{0,85 \cdot W R^{0,63}} \right]^{1,48}$$

$$l = \left[\frac{4,244 \text{ m/s}}{0,85 \cdot 130 \cdot (0,075 \text{ m})^{0,63}} \right]^{1,48}$$

$$l = 0,04908$$

e) Blair formülünü kullanırken önce borunun (dökme demir) hangi sınıfa gireceğini belirleyeceğiz. Yeni dökme demir boru IV sınıf boru grubuna girmekte ve aşağıdaki formül kullanılabilmektedir.

$$l = \frac{h_L}{L} = \left[\frac{V}{107,3 \cdot R^{0,52}} \right]^{1,48}$$

$$l = \left[\frac{4,244 \text{ m/s}}{107,3 \cdot (0,075 \text{ m})^{0,52}} \right]^{1,48}$$

$$l = 0,05645$$

f) $L = 1000 \text{ m}$ alınırsa yük kayıpları.

Moody eğrilerine göre $h_L = 0,0606 \cdot 1000 \text{ m} = 60,6 \text{ m}$

Chezy formülüne göre $h_L = 0,08785 \cdot 1000 \text{ m} = 87,85 \text{ m}$

Manning formülüne göre $h_L = 0,06444 \cdot 1000 \text{ m} = 64,44 \text{ m}$

Williams-Hazen formülüne göre $h_L = 0,04908 \cdot 1000 \text{ m} = 49,08 \text{ m}$

Blair formülüne göre

$$h_L = 0,05645 \cdot 1000 \text{ m} = 56,45 \text{ m} \text{ bulunur.}$$

ÖRNEK-5.13: Özgü kütlesi 789 kg/m^3 ve viskozitesi $1,19 \cdot 10^{-3} \text{ Pa.s}$ olan etil alkol bir rafineride 80 mm 'lik boruda akmaktadır. Verdiği ölçmek için kullanılan lüle tip akış ölçerdeki basınç düşümü 4 kPa olarak ölçülmüştür. Etil alkolün bu basınçtaki verisi $0,003 \text{ m}^3/\text{s}$ olduğuna göre akış ölçerin çapını bulunuz.

Çözüm:

$$Re = \frac{\rho \cdot V \cdot D}{\mu} = \frac{4 \rho Q}{\pi D \mu} = \frac{4 \cdot (789 \text{ kg/m}^3) (0,003 \text{ m}^3/\text{s})}{\pi \cdot (0,06 \text{ m}) (1,19 \cdot 10^{-3} \text{ Pa.s})}$$

$$Re = 42 \cdot 200$$

$$Q = C_n \cdot A_n \left(\frac{2(P_1 - P_2)}{\rho(1 - \beta^4)} \right)^{1/2}$$

$$0,003 \frac{\text{m}^3}{\text{s}} = C_n \cdot \frac{\pi}{4} d^2 \left(\frac{2(4000 \text{ Pa})}{789 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot (1 - \beta^4)} \right)^{1/2}$$

$$120 \cdot 10^{-3} = \frac{C_n \cdot d^2}{(1 - \beta^4)^{0,5}} \quad (1)$$

Bu formülden lüle çapının (d) birimi metredir.

$$\beta = \frac{d}{D} = \frac{d}{(0,06 \text{ m})}$$

Yukarıdaki bulduğumuz (1) formülü ile Re sayısına bağlı olarak (C_n) lüle verdi katsayısını veren şekilde deneme yanılma (iterasyon) yöntemini kullanmamız gerekir. Öncelikle akışın ideal olduğunu ve $C_n = 1$ alındığını kabul edelim. Buna göre birinci eşitlikten lüle çapı aşağıdaki gibi bulunur.

$$d = (120 \cdot 10^{-3} \cdot (1 - \beta^4)^{0,5})^{1/2} \quad (2)$$

Ayrıca genellikle $1 - \beta^4 \approx 1$ alınabilir. Bu nedenle (d) için bir yaklaşık değer 2. eşitlikten bulunabilir.

$$d = (120 \cdot 10^{-3})^{1/2} = 0,0346 \text{ m}$$

Buradan başlangıç tahmininin $d = 0,0346 \text{ m}$ ve

$$\beta = \frac{d}{D} = \frac{0,0346}{0,06} = 0,577 \text{ bulunur.}$$

Şekilden $Re = 42200$ için $C_n = 0,972$ elde ederiz. Bu değer kabul ettiğimiz $C_n = 1$ değerine eşit değildir. Buna göre eşitlik (1) ve şekilden bir sonuç elde edemeyeceğiz demektir. Daha sonra;

Çaplar oranı $\beta = 0,570$ ve $C_n = 0,972$ alalım.

1. eşitlikten

$$d = \left(\frac{120 \cdot 10^{-3}}{0,972} (1 - 0,577^4) \right)^{1/2}$$

$$d = 0,0341 \text{ m}$$

Bu yeni değerle $\beta = \frac{0,0341}{0,060} = 0,568$ ve $Re = 42200$ ile şekilden $C_n = 0,972$ bulunur ve bu da kabul ettiğimiz değerle uyumludur. Sonuç olarak 10 le tip akış ölçerin çapı (d);

$$d = 34,1 \text{ mm}$$

elde edilir.

ÖRNEK-5.14: Bir viskozimetrede üs kanunu modeline göre akan domates ketçabının koyuluk indeksi $K = 125 \frac{dy^n - x^y}{cm^2}$ ve akım davranış indeksi $n=0,45$ olarak veriliyor. Viskozimetre tüpünün çapı $D=25,4 \text{ mm}$, uzunluğu 1 m , ketçabın debisi $Q=0,0003 \text{ m}^3/\text{s}$ ve ketçabın özgül kütlesi $\rho = 1130 \frac{kg}{m^3}$ ise basınç düşümünü bulunuz.

Çözüm:

$$V = \frac{Q}{A} = \frac{0,0003}{\frac{\pi(25,4 \cdot 10^{-3})^2}{4}} = 0,592 \frac{m}{s}$$

$$Re = \frac{8(V^{2-n})(D/2)^n \rho}{K(\frac{3n+1}{n})^n}$$

$$Re = \frac{8(0,592^{2-0,45})(0,0254/2)^{0,45}1130}{12,5(\frac{3,0,45+1}{0,45})^{0,45}} = 21,38$$

Laminer akım olduğundan $f = \frac{64}{Re}$ alınır.

$$\Delta P = f \frac{L \rho V^2}{2D} = \frac{64}{21,38} \frac{1.1130 \cdot 0,592^2}{2 \cdot 0,0254} = 23\,336 \text{ Pa bulunur.}$$

ÖRNEK-5.15: Şeftali püresi çapı 25,4 mm olan çekme çelik borudan 0,0042 m³/s. veridiyle akmaktadır. Pürenin kıvam indeksi $K = 72 \frac{\text{dyn-s}^n}{\text{cm}^2}$, akım davranış indeksi $n=0,35$ ve yoğunluğu $SG=1,07$ dir. Uzunluğu 12 m olan boruda akan şeftali püresinin neden olduğu basınç kaybını bulunuz.

Çözüm:

$$V = \frac{Q}{A} = \frac{0,0042}{\frac{\pi(25,4 \cdot 10^{-3})^2}{4}} = 8,3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$Re = \frac{8(V^{2-n})(D/2)^n \rho}{K(\frac{3n+1}{n})^n}$$

$$Re = \frac{8(8,3^{2-0,35})(0,0254/2)^{0,35}1070}{7,2(\frac{3,0,35+1}{0,35})^{0,35}} = 4563 \text{ türbülans}$$

$$\epsilon = \frac{D}{k} = \frac{25,4}{0,0015} = 16\,933$$

Re ve ϵ için Moody diyagramından $f=0,038$ bulunur ve basınç düşümü,

$$\Delta P = h_L \gamma = f \frac{L \rho V^2}{2D} = 0,038 \cdot \frac{12 \cdot 1070 \cdot 8,3^2}{2 \cdot 0,0254} = 661\,669 \text{ Pa olarak saptanır.}$$

6. AÇIK KANAL AKIMLARI (SERBEST YÜZEYLİ AKIMLAR)

6.1. Giriş

Atmosferle ortak yüzeyi bulunan sıvı akımlarına açık kanal akımları denir. Akarsu, kanal, tam dolu olmayan boru, galeri ve tünel akımları açık kanal akımlarıdır. Bir akışın açık kanal akımı olabilmesi için serbest sıvı yüzeyinin atmosferle temasta olması gerekir. Böyle akımlarda ana tahrik kuvveti sıvının eğimden düştürü oluşturan yerçekim kuvveti (ağırlık)'dır. Düzenli, tam gelişmiş akım koşullarında akış yönündeki ağırlık kuvveti bileşeni, sıvı ve kanal yüzeyleri arasındaki zıt ve eşit kayma gerilmesi tarafından dengelenmektedir. Düzensiz ve tam gelişmemiş akım koşullarında, akışkanın atalet (kütlesi) kuvvetleri önemli olmaktadır.

Açık kanal akımları, sıvıyı harekete geçiren kuvvet açısından boru akımlarından ayrılmaktadır. Boru akımlarında akışkanı harekete geçiren basınç kuvveti olup bu basınç kuvvetinin meydana getirilmesi durumunda akış gerçekleşmektedir. Açık kanal akımlarında böyle bir basınç gradyentinin oluşturulması olanaksızdır. Düzenli, tam gelişmiş açık kanal akımlarında akışkan içerisindeki basınç dağılımı hidrostatik olmaktadır.

Açık kanal akımları insanoğlunun varoluşundan beri dünyada kullanılmaktadır. Çeşitli dere ve nehirlerdeki akımlar açık kanal akımlarına verilebilecek bir örnektir. Bu tür akımlar karmaşık olmalarına rağmen oldukça ekonomik ve ekolojik öneme sahiptir. Evlerimizin kanalizasyonu, kanal akımları, drenaj boruları, su yolları, dereler, kanallar, galeriler, kenoletler açık kanal akımlarının diğer örnekleridir.

Açık kanal akımlarının karakteri birbirinden çok farklıdır. Bir nehir akımıyla bir kanalizasyon borusu ya da bir sulama kanalet akımının akış karakteri aynı değildir. Bu nedenle açık kanal akımlarıyla ilgili eşitlikler deneysel verilere ve model yaklaşımlarına dayanmaktadır. Borulardaki gibi genel ve teorik eşitlikler elde etmek bu akımlarda çok zordur.

6.2. Açık Kanal Akımlarının Genel Özellikleri

Borulardaki sürtünmeli (viskoz) akım tam gelişmiş, gelişmekte olan, gelişmemiş, laminar, türbülans gibi değişik sınıflar altında incelenir. Açık kanallarda serbest sıvı yüzeyinin bulunmasından dolayı yeni tanımlamalara ihtiyaç bulunmaktadır. Bu tanımlamalarda zaman (t) ve kanal boyunca meydana gelen uzaldık (x) göz önüne alınmalıdır. Açık kanallarda akım; düzenli, düzensiz, üniform (homojen), üniform olmayan (homojen olmayan), hızlı değişken akım, tedrici (yavaş) değişken akım olmak üzere sınıflandırılmaktadır (Şekil 6.1). Şekilde bir depodan akan sıvının değişik bölgelerdeki akım tipleri görülmektedir.

Düzenli Akım (DA): Açık kanalda sıvı derinliğinin zamanla değişmediği ve belirli zaman aralıklarında sabit kaldığı akımlara düzenli akım denir. Bu bölümde düzenli açık kanal akımları incelenecektir.

Düzensiz Akım (DSA): Açık kanalda sıvı derinliğinin zamanla değiştiği akımlar düzensiz akımlardır.

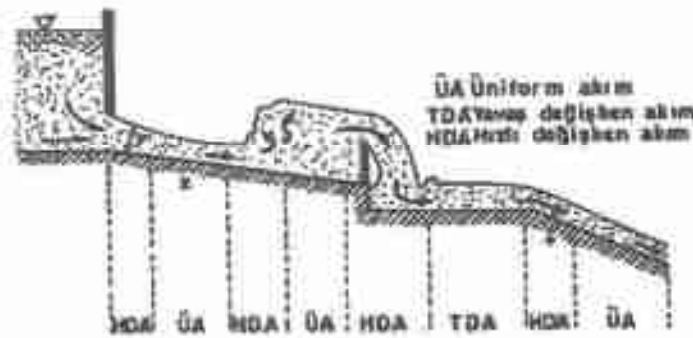
Üniform Akım (ÜA): Açık kanalda sıvı derinliğinin kanal boyunca değişmediği akımlardır. Yani $dy/dx = 0$ 'dır.

Üniform Olmayan Akım (ÜOA): Açık kanalda sıvı derinliği değişiyorsa yani $dy/dx \neq 0$ ise meydana gelen akıma Üniform olmayan akım denir.

Hızlı (Ani) Değişken Akım (HDA): Üniform olmayan kanal akımlarında çok kısa mesafelerde sıvı derinliği değişiyorsa akım tipi hızlı değişken akım tipi olur ve bu tip akımlarda $dy/dx = 1$ yazılabilir.

Tedrici (Yavaş) Değişken Akım (TDA): Üniform olmayan akımlarda kanal boyunca sıvı derinliği yavaş değişiyorsa tedrici değişken akımdan söz edilir ve $dy/dx \ll 1$ 'dir.

Boru akımlarında olduğu gibi açık kanal akımları da Reynolds sayısına bağlı olarak laminar, türbülans ve geçiş akımı olabilmektedir. Ancak açık kanallarda Reynolds sayısının bulunmasında boru çapı yerine hidrolik yarıçap kullanılmaktadır.



Şekil 6.1. Açık kanal akımları

Açık kanal akımlarında akım tipi:

- $Re < 500$ ise laminar
- $500 < Re < 12\,500$ ise geçiş
- $Re > 12\,500$ ise türbülans

kabul edilir. Bu değerler yaklaşık değerlerdir. Açık kanallarda viskozitesi küçük olan su iletimi yapıldığından akım tipi çoğunlukla türbülans olmaktadır.

Bu kitapta tüm açık kanal akımlarının homojen yapıya sahip olduğu kabul edilecektir. Bazı durumlarda katmanlı (tabakalı) akış karşınıza çıkabilmektedir. Örneğin su üzerinde yağın akması tabakalı akıştır. Açık kanal akımlarında sıvının serbest yüzeyi kolayca deforme olabilmekte ve dalgalar meydana gelmektedir. Dalgaların hızı, dalganın yüksekliğine, uzunluğuna, kanal derinliğine ve sıvının hızına bağlıdır. Bir açık kanalda akımın karakteri büyük oranda sıvı hızı ile dalga hızı arasındaki ilişkilere bağlıdır. Sıvı hızı ile dalga hızı arasındaki ilişki Froude sayısı ile verilmektedir.

$$F_r = \frac{V}{(gL)^{1/2}}$$

Burada;

- F_r : Froude sayısı (-),
- V : Ortalama hız (m/s),
- g : Yerçekimi ivmesi (9,81 m/s²),
- L : Akımın karakteristik uzunluğu olup genellikle sıvı derinliğidir (m).

Eğer;

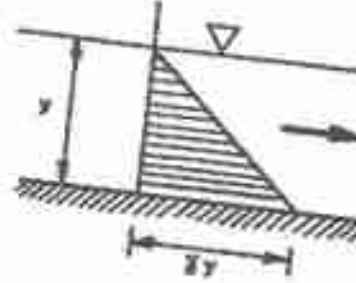
- $F_r = 1$ ise kritik akım
- $F_r < 1$ ise kritik altı akım
- $F_r > 1$ ise kritik üstü akımdan söz edilir.

Froude sayısının 1'e eşit olması durumunda ($F_r = 1$) sıvı hızı $V = (gL)^{1/2}$ olmaktadır.

Yerçekim kuvvetlerinin etkili olduğu kritik altı akımlarda $V < (gL)^{1/2}$ dir ve bu tür akımlara hız küçük olduğundan "nehir akımı", "durgun akım" da denilmektedir.

Kritik üstü akımlarda atalet kuvvetleri büyük rol oynamakta ve bu nedenle hız yüksek olduğundan ($V > (gL)^{1/2}$) bu akımlara "bel akımı", "hızlı akım" da denmektedir.

Açık kanal akımlarında su yüzeyi hidrolik eğim çizgisini oluşturmakta ve kanaldaki su derinliği piyezometrik yüksekliğe ($y = P/\gamma$) eşit olmaktadır. Açık kanallarda serbest sıvı yüzeyinin durumu her an değişebilmektedir. Her açık kanal için geçerli olabilecek bağıntılar çok zordur ve deneysel katsayılarla ihtiyaç vardır. Sıvının açık kanalda iletimi yerçekim kuvvetinin etkisiyle gerçekleşir. Bu nedenle açık kanallarda eğim çok önemlidir. Açık kanallarda eğim çok yüksek değilse kanalın belirli bir kesitindeki basınç dağılımı hidrostatiktir. Örneğin şekil 6.2'de görülen kanalda tabandaki basınç $P = \gamma \cdot y$ dir.



Şekil 6.2. Küçük eğimli kanalda basınç dağılımı

6.3. Yüzey Dalgaları

Açık kanal akımlarında sıvı yüzeyi farklı biçimlerde oluşmaktadır. Dalganın olmaması durumunda bir göl, bir okyanus yüzeyi ayna gibi dümdüz olmaktadır. Ancak sıvı yüzeyine yapılan müdahaleler sonucu sıvının serbest yüzeyinin düzgünlüğü bozulmakta ve dalgalar meydana gelmektedir. Dalgalar uzun, kısa; büyük, küçük olabilir. Dalga hızını hesaplamak açık kanal akımlarında çok önemlidir. Dalga hızı değişik yöntemlerle hesaplanmaktadır. Dalgaların sürekli hareket etmesi koşulunu göz önüne alır ve dalga hızını hesaplırsak aşağıdaki bağıntıyı buluruz (şekil 6.3).

$$C = \left[\frac{g\lambda}{2\pi} \tanh\left(\frac{2\pi y}{\lambda}\right) \right]^{1/2}$$

Bu bağıntıda;

- C : Dalganın yayılma hızı (m/s),
- g : Yerçekim ivmesi (9,81 m/s²),
- λ : Dalga boyu (m),
- y : Ortalama sıvı derinliği (m),
- tanh : Hiperbolik tanjant'dır.

Görüldüğü gibi dalganın yayılma hızına sıvının özgül külesinin ve dalga yüksekliğinin etkisi yoktur.

Eğer sıvı derinliği dalga boyundan çok büyükse yani okyanusta olduğu gibi sıvı çok derinse ($y \gg \lambda$) yukarıdaki formülde $\tanh\left(\frac{2\pi y}{\lambda}\right) \approx 1$ kabul edilebilecek ve dalga hızı;

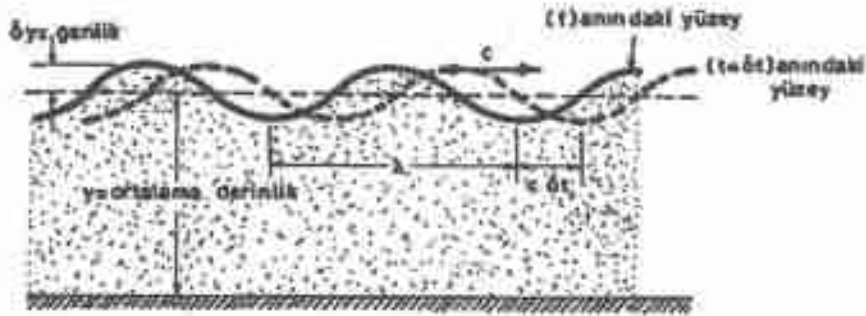
$$C = \left[\frac{g\lambda}{2\pi} \right]^{1/2}$$

olacaktır. Yine eğer sıvı açık kanalda olduğu gibi çok derin değilse yani sıvı derinliği dalga boyu yanında çok küçük ise ($y \ll \lambda$) $\tanh(2\pi y/\lambda) \approx 2\pi y/\lambda$ alınabilir ve dalga hızı:

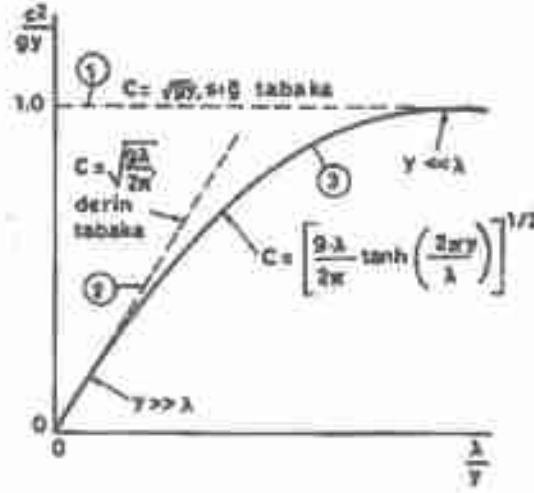
$$C = (g \cdot y)^{1/2}$$

olur. Yukarıda verdiğimiz üç formülün grafiği şekil 6.4'de görülmektedir. Şekil 6.4'de kesikli yatay eğri (1) sığ sulardaki $C = (g \cdot y)^{1/2}$ formülüyle hesaplanan dalga hızını göstermektedir. Derin sulardaki dalga hızı, dalga boyuna (λ/y) bağlı olarak doğrusal olarak artmakta ve şekilde kesikli çizgi ile gösterilmektedir (2). Geçiş sıvı derinliklerinde yani sığ sıvı ile derin sıvı arasındaki sıvı derinliklerindeki dalga hızı eğrisi (3) ile yani sürekli çizgiyle göstermektedir.

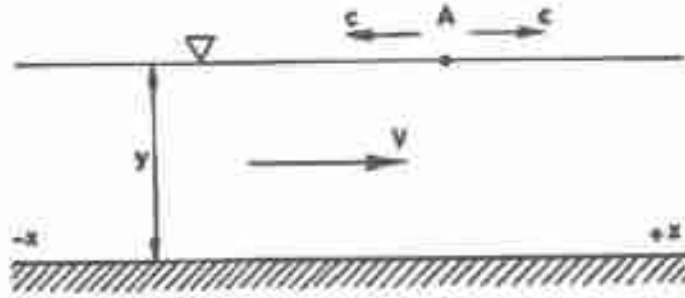
Sıvı yüzeyinde elementer bir dalganın hareketini göz önüne alalım. Bu dalganın hızı C ve dalganın altındaki sıvının hızı ise V olsun (şekil 6.5). Sığ akımda yani sıvı hızının dalga hızından küçük olduğu ($V < C$) koşulda dalga hızı akış yönünde ($V + C$) hızıyla hareket ederken harekete zıt yönde yani sıvı kaynağı yönünde ($V - C$) hızıyla hareket edecektir. Eğer sıvı hızı (V), dalga hızından (C) büyükse ($V > C$) ise dalga akış yönünde A noktasından ($V + C$) hızıyla uzaklaşacaktır. Yine akıma zıt yönde dalga ($V - C$) hızıyla yayılacak ancak ($V > C$) olduğunda ($+V$) kadar da akım yönünde ötelenecektir. Dolayısıyla A noktasından devamlı akım yönünde yani sağa doğru hareket edecektir. Özetlersek ($V < C$) ise akım alanının herhangi bir noktasında



Şekil 6.3. Sürekli (sinüzoidal) yüzey dalgaları



Şekil 6.4. Dalga boyuna bağlı dalga hızı



Şekil 6.5. Sıvı ve dalga hızı

meйдana getirilen bir değişiklik akım alanının bütün noktalarında hissedilebileceği halde, ($V > C$) akım koşullarında yalnızca bu noktanın akım yönünde olan bölgesi içerisindeki noktalar tarafından hissedilir.

Froude sayısının L karakteristik uzunluğunu sıvının derinliği (y) kabul ederek ($L = y$) dalga hızıyla akım ilişkisini açıklayalım.

$$Fr = \frac{V}{(gy)^{1/2}}$$

olduğunu biliyoruz. Dalga hızı ise açık kanallarda $C = (gy)^{1/2}$ olduğundan Froude sayısı,

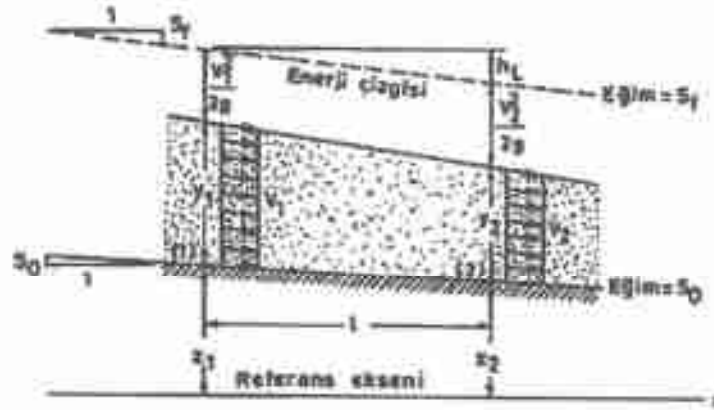
$$F_r = \frac{V}{C}$$

bulunur;

Yukarıda da söylediğimiz gibi durgun bir sıvıya bir taş attığımızda meydana gelen dalgalar eşit büyüklükte olup her yöne yayılacaktır. Sıvı hareketli ancak $V < C$ ise dalgalar hareketi karşı yönde de ilerleyecek ve $F_r < 1$ olacaktır. Bu koşuldaki akım ($V < C$ ve $F_r < 1$) kritik altı akım, nehir akımı adını alacaktır. Eğer sıvı hızı dalga hızından büyükse ($V > C$) $F_r > 1$ olacak ve kritik üstü akım (sel akımı) meydana gelecektir. Eğer özel durumda dalga hızı sıvı hızına eşit olursa ($V = C$) $F_r = 1$ 'dir ve bu tür akımlara kritik akım denir.

6.4. Açık Kanallarda Enerji

Açık kanallarda enerji eşitliğini elde etmek için şekil 6.6'da görülen kanal kesitini göz önüne alalım. Bu kesitte kanalın taban eğimi $S_0 = (z_1 - z_2)/L$ ve enerji çizgisinin eğimi $S_e = h_L/L$ yazılabilir. Kanaldaki sıvı derinlikleri y_1 ve y_2 , sıvı hızları V_1 ve V_2 , ele alınan kesitlerin referans eksenine uzaklıkları z_1 ve z_2 , hız yükleri $V_1^2/2g$ ve $V_2^2/2g$ olarak verilmiştir.



Şekil 6.6. Açık kanalda yükseklikler

Ele alınan (1) ve (2) kesitlerindeki hız dağılımını homojen kabul ederek, akım çizgisi boyunca bir boyutlu Bernoulli eşitliğini uygulayalım.

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + h_L$$

Burada;

h_L : (1) kesitinden (2) kesitine giderken meydana gelen yük kaybıdır. $z_1 = z_2 = S_0.L$ ve basınç her iki kesitte hidrostatik olduğundan $y_1 = P_1/\gamma$ ve $y_2 = P_2/\gamma$ olarak yukarıdaki eşitlik aşağıdaki gibi düzenlenebilir.

$$y_1 + S_0.L + \frac{V_1^2}{2g} = y_2 + h_L + \frac{V_2^2}{2g}$$

Bilindiği gibi enerji çizgisi, referans eksenine olan uzaklığın yani potansiyel yükün (z), basınç yükünün (P/γ) ve hız yükünün ($V^2/2g$) toplamından oluşmaktadır. Bu durumu göz önüne alarak ve h_L yerine $S_f.L$ yazarak enerji denklemi,

$$y_1 - y_2 = \frac{(V_2^2 - V_1^2)}{2g} + (S_f - S_0).L$$

şeklini alır. Açık kanallarda taban eğimi çoğunlukla çok küçüktür ve ihmal edilebilir ($S_0 = 0$). Eğer sürtünme kaybı da ihmal edilecek kadar küçükse açık kanaldaki enerji denklemi,

$$y_1 - y_2 = \frac{V_2^2 - V_1^2}{2g}$$

şeklinde yazılır.

Açık kanallarda taban eğimi çok küçük olduğundan referans eksenini kanal tabanı kabul edilir ve böylece $z_1 = z_2$ olur. Yine bir kesitteki basınç değişimi hidrostatik olduğundan $P/\gamma = y$ yazılabilir. Yani açık kanalda basınç yükü sıvı derinliğine (y) eşittir. Eğer kanalın bir kesitindeki enerjiyi yazarsak ve $z = 0$ ve $P/\gamma = y$ alırsak "özellik enerji" kavramı ortaya çıkar.

$$E = y + \frac{V^2}{2g}$$

Yukarıda yazdığımız $y_1 = y_2$ eşitliğini özellik enerjiye göre düzenlersek açık kanaldaki enerji denklemi özellik enerjiye bağlı olarak,

$$E_1 = E_2 + (S_f - S_0) . L$$

olur. Eğer sürtünmeyi ihmal eder ve $S_f = 0$ alırsak;

$$(S_f - S_0) . L = - S_0 . L = z_2 - z_1$$

bulunur. Buna göre açık kanalda özellik enerjiye bağlı enerji denklemi aşağıdaki gibi elde edilir.

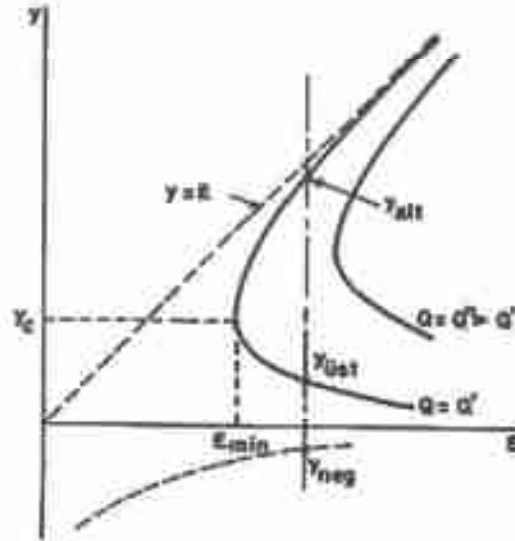
$$E_1 + z_1 = E_2 + z_2$$

Bir kesitteki özgül enerji denkleminde ($E = y + V^2/2g$), $V = Q/A$ bağıntısını yerine koyarsak;

$$E = y + \frac{Q^2}{2gA^3}$$

elde edilir. Burada kesit alanı (A), sıvı derinliğinin (y) bir fonksiyonudur. Bu son özgül enerji denklemini ele alarak özgül enerji (E) ile derinlik (y) arasındaki ilişkileri inceleyelim. Özgül enerji ile derinlik arasındaki ilişkiyi incelerken verdi (Q) sabit kabul edilecektir.

Bir kesitteki veride bağlı özgül enerji denkleminde ($E = y + Q^2/2gA^3$) $y \rightarrow 0$ iken $A \rightarrow 0$ olacağından özgül enerji sonsuza gider yani; $E \rightarrow \infty$ olur. Buna göre $y = 0$ doğrusu bir asimptottur (şekil 6.7).



Şekil 6.7. Verdi sabit iken özgül enerji-derinlik ilişkileri

Yine $y \rightarrow \infty$ durumunda $Q^2/(2gA^3) \rightarrow 0$ olacağından E eğrisi $E = y$ doğrusuna gidecektir. Yani $E = y$, 45°'lik bir doğru ve eğrinin ikinci asimptotu olacaktır. Bu verilere göre E eğrisi bir minimumdan geçmelidir. Bu minimum noktanın koordinatları;

$$\frac{dE}{dy} = 1 - \frac{Q^2}{gA^3} \cdot \frac{dA}{dy} = 0$$

$$\frac{Q^2}{gA^3} \cdot \frac{dA}{dy} = 1$$

denkleminden bulunur. Sıvı derinliğindeki küçük bir artış (dy) kesit alanında (A) küçük bir artışa (dA) neden olacaktır. Sıvının serbest yüzey genişliğini B alır ve $dA = B \cdot dy$ yazarsak

$$\frac{Q^2 \cdot B(y)}{gA^3(y)} = 1$$

elde ederiz. Bu denklemde A ve B y'nin bir fonksiyonudur. Q ve g sabit olduğuna göre bu denklemin y'ye göre çözümü bize bir derinlik değerini verecektir. Bu derinlik değeri özgül enerjiyi minimum yapmakta ve y_c ile gösterilerek kritik derinlik adını almaktadır. Yani $y = y_c$ iken $E = E_{min}$ olmaktadır. Şekil 6.7 incelendiğinde verinin başka bir değeri için ikinci bir enerji eğrisi çizilebilir. Daha doğrusu her sabit verdi değeri için farklı bir enerji eğrisi elde edilir. Şekilde iki farklı enerji eğrisi verilmiştir. Şekil 6.7 eğrisini incelediğimizde şu sonuçlar çıkarılabilmektedir:

a) Eğer verdi ve özgül enerji sabit ise ($E = y + Q^2/2gA^3$) bağıntısının çözümü 3 bilinmeyenli biçime dönüşür ve 3 çözümü vardır. Bu çözümler şekilde y_{sup} , y_{alt} ve y_{crit} olarak gösterilmiştir. Eğer özgül enerji yeterince büyükse yani $E > E_{min}$ ise pozitif (y_{alt} ve y_{sup}) ve bir negatif (y_{neg}) çözüm bulunur. Negatif değerin bir anlamı yoktur ve ihmal edilebilir. Buna göre sabit verdi ve belirli özgül enerji için iki olası derinlik vardır. Yani Q-sabit verisini belli bir özgül enerji değerinde iki farklı derinlikte iletmek olanaklıdır. Bu derinliklerden birisi kritik derinlikten büyük (y_{sup}), diğeri küçüktür (y_{alt}). Kritik derinlik bu iki derinliğin arasında kalmaktadır.

$$y_{sup} < y_c < y_{alt}$$

Bu derinliklere sahip kesitlerin alanları $A_{sup} < A_c < A_{alt}$ ve hızları $V_{sup} = \frac{Q}{A_{sup}} > V_c = \frac{Q}{A_c} > V_{alt} = \frac{Q}{A_{alt}}$ olmaktadır. Kritik hızdan, kritik derinliğin altında kalan akımın hızı (V_{sup}), kritik üstünde kalan akımın hızı (V_{alt}) büyük olmaktadır.

b) Minimum derinliğin altında $y_{alt} < y_c$ ve $V_{alt} > V_c$ olduğundan $F_r > 1$ olmakta ve bu tür akıma sel akımı, kritik üstü akım, hızlı akım ya da alçak akım denmektedir. Kritik koşullarda $V = V_c$, $y = y_c$ ve $F_r = 1$, kritik derinliğin üstünde $y_{alt} > y_c$, $V_{alt} < V_c$, $F_r < 1$ olmakta ve bu tür akıma nehir akımı, kritik altı akım, durgun akım ya da yüksek akım denmektedir.

c) Verdi sabit iken açık kanalda akışın sağlanabilmesi için özgül enerji (E) en azından E_{min} kadar olmalı ya da $E > E_{min}$ olmalıdır.

Yukarıda irdediğimiz özgül enerji – derinlik ilişkisini öze indirgeyelim ve genişliği b olan dikdörtgen bir kanal alalım. Dikdörtgen kanalın birim genişliğine düşen veriyse q diyelim ($q = Q/b$). Buna göre $B=b$ ve $A= b \cdot y$ alırsak;

$$\frac{Q^2 B(y)}{g A^3(y)} = 1$$

bağıntısı aşağıdaki biçime dönüşür.

$$\frac{Q^2 b}{g b^3 y^3} = 1$$

$$\frac{Q^2}{g b^2 y^3} = 1$$

$$y = \left(\frac{Q^2}{g b^2} \right)^{1/3}$$

$$y = \left(\frac{q^2}{g} \right)^{1/3}$$

Bu derinlik kritik derinliktir. Yani özgül enerjiyi minimum yapan derinlik değeridir. Buna göre dikdörtgen kanalda kritik derinlik (y_c);

$$y_c = \left(\frac{q^2}{g} \right)^{1/3}$$

ile hesaplanmaktadır. Bu kritik derinlik değerini özgül enerji denkleminde yerine koyarak minimum özgül enerji bulunabilir.

$$E = y + \frac{Q^2}{2gA^2} = y + \frac{(qb)^2}{2g(b \cdot y)^2}$$

$$E = y + \frac{q^2 b^2}{2g b^2 y^2} = y + \frac{q^2}{2g y^2}$$

Bulunan bu son eşitlikte $y = y_c = (q^2/g)^{1/3}$ konarak dikdörtgen kanalda minimum özgül enerji (E_{min})

$$E_{min} = \frac{3y_c}{2}$$

yazılarak bulunur. $V_c = \frac{q}{y_c} = \frac{(y_c^{3/2} \cdot g^{1/2})}{y_c} = (g y_c)^{1/2}$ elde edilir.

Bu da kritik derinlikte Froude sayısının 1 olduğunu gösterir.

$$F_{rc} = \frac{V_c}{(g y_c)^{1/2}} = \frac{V_c}{V_c} = 1$$

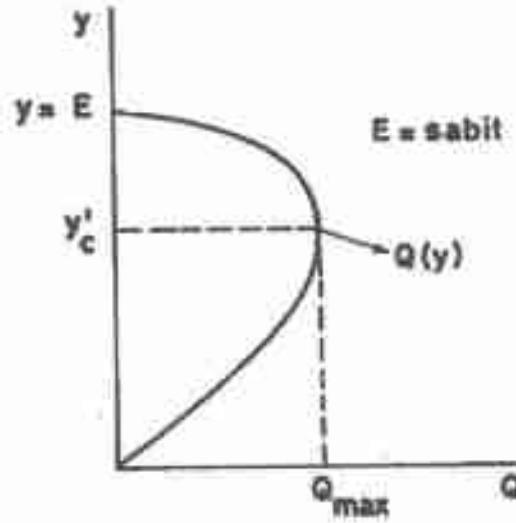
Verdiyi sabit alarak özgül enerji-derinlik ilişkilerini inceledik. Şimdi de özgül enerjiyi sabit alalım ve verdi-derinlik ilişkilerini inceleyelim. Özgül enerji denklemin de;

$$E = y + \frac{Q^2}{2gA^2}$$

enerji (E) sabit alınırsa verdi aşağıdaki gibi bulunur.

$$Q = A \sqrt{2g(E - y)}$$

Bu eşitlikte $y = 0$ için $A = 0$ ve dolayısıyla $Q = 0$ ve $y = E$ için yine $Q = 0$ olacağından bu denklemin grafiği şekil 6.8'deki gibi çizilir.



Şekil 6.8, Özgül enerji sabit iken verdi-derinlik ilişkileri

Şekilden görüldüğü gibi $Q(y)$ eğrisi bir maksimumdan geçmektedir. Bu maksimum noktasının koordinatlarını bulmak için verinin derinliğe göre türevini alalım;

$$\frac{dQ}{dy} = \frac{2g(E-y) \cdot \frac{dA}{dy} - A \cdot g}{(2g(E-y))^{1/2}} = 0$$

$dA = B \cdot dy$ alınırsa;

$$\frac{2(E-y) \cdot B(y)}{A(y)} = 1$$

bulunur. Bu bağıntıda A ve B y'nin birer fonksiyonudur. Enerjiyi sabit alarak bu bağıntıdan bir y değeri elde ederiz. Bu y değerine y_c dersek, maksimum verdi;

$$Q_{max} = A(y_c) (2g(E-y_c))^{1/2}$$

bulunur. Buradaki A, y_c derinliğindeki kesit alanıdır. Bu formülden E- y_c çekilip bir önceki formülde yerine konulursa;

$$\frac{Q_{max}^2 \cdot B(y_c)}{g A^3(y_c)} = 1$$

bağıntısı elde edilir. Biz bu bağıntının aynısını daha önce özgül enerji-derinlik ilişkilerini incelerken elde etmiştik. Bu denklemin çözümü bize daha önce elde ettiğimiz kritik derinliği (y_c) verecektir. Buna göre sabit bir özgül enerji değerinde açık kanalda maksimum verdi Q_{max} iletebilir. Bu ise akım derinliğinin Q_{max} vermesine karşılık gelen kritik derinliğe (y_c) eşit olması ile olanaktır. Bu yaptığımız işlemleri dikkörtgen kanala uygularsak aşağıdaki sonuçları buluruz.

$$E = y + \frac{q^2}{2gy^2}$$

$$q = y \cdot (2g(E-y))^{1/2}$$

$$\frac{dq}{dy} = (2g)^{1/2} \left((E-y)^{1/2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{y}{(E-y)} \right) = 0$$

$$(E-y)^{1/2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{y}{(E-y)} = 0$$

$$E-y - \frac{y}{2} = 0$$

$$E = y + \frac{y}{2} = \frac{3}{2}y$$

elde edilir. Buradan derinlik $y = \frac{2}{3}E$ bulunur. Bu sonuç daha önceki sonuçla

$\left(y_c = y = \frac{2}{3}E\right)$ aynıdır. Verdiği maksimum yapan bu derinlik değerine kritik derinlik denir. Bu derinlik,

$$q = y(2gy(E - y))^{1/2}$$

eşitliğinde yerine konursa;

$$q_{max} = \frac{2}{3}E \left(2g \left(E - \frac{2}{3}E \right) \right)^{1/2}$$

$$q_{max} = (g)^{1/2} \left(\frac{2}{3}E \right)^{3/2}$$

$$q_{max} = (gy_c^3)^{1/2}$$

bulunur. Yani dikdörtgen kanallarda maksimum verici kritik derinliğe bağlı olarak bu formülle bulunabilir.

6.5. Üçgen ve Yamuk Biçimli Kanallarda Kritik Derinlik ve Kritik Hız

Açık kanalların biçimi çok farklılıklar göstermektedir. En çok karşılaştığımız açık kanal biçimleri dikdörtgen, üçgen, yamuk ve yarı dairesel kanallardır. Dikdörtgen kanal için kritik derinlik ve kritik hız hesaplamalarını bir önceki konuda yapmış ve aşağıdaki gibi bulmuştuk.

$$y_c = \left(\frac{q^2}{g} \right)^{1/3}$$

$$V_c = \frac{q}{y_c} = (gy_c)^{1/2}$$

Tüm kanallar için kullanılabilecek kritik hız ve kritik derinlik bağıntıları da yukarıdaki konuda açıklanmıştı. Burada yukarıdaki sonuçları daha somutlaştırarak kritik hız ve kritik derinlik genel bağıntıları aşağıdaki gibi verilebilir;

$$V_c = \frac{Q}{A}$$

$$\frac{V_c^2 B}{A g} = 1$$

$$V_c = \left(\frac{A g}{B} \right)^{1/2}$$

kritik derinlik ise (y_c):

$$\frac{Q^2 B}{A^3 g} = 1$$

eşitliğiyle bulunur. Bunu açarsak;

$$y_c = \frac{Q^2}{g} = \frac{A^3}{B}$$

eşitliği elde edilmiş olur. Bu yazdığımız V_c ve y_c eşitlikleri herhangi bir kesitte kritik hızın ve kritik derinliğin elde edilmesinde kullanılır.

Bu eşitliklerde;

Q : verdi,

A : kesit alanı,

B : serbest sıvı yüzeyinin genişliğidir.

Üçgen kesitli bir kanalda kritik derinlik ve kritik hız değerlerinin bulunmasında kullanılacak formüller aşağıda verilmiştir. Bu formülleri kullanırken şekil 8.9'dan yararlanılacaktır. Bu şekilde üçgen kanalın eğimi 1/m ile gösterilmektedir.

$$\frac{1}{m} = \frac{y_c}{B/2} \Rightarrow B = 2m.y_c$$

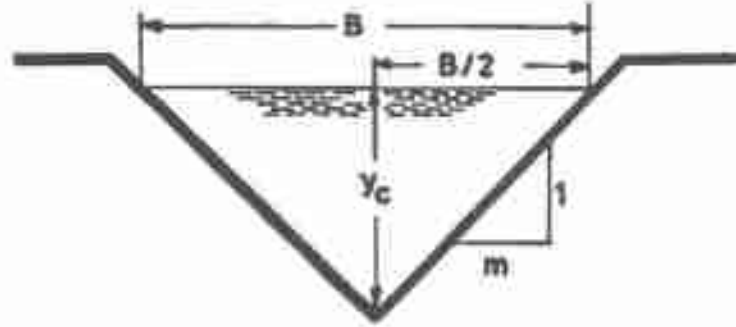
$$A_c = \frac{1}{2} y_c B \Rightarrow A_c = m.y_c^2$$

Yukarıda verdiğimiz kritik derinlik formülünde üçgen kesit için bulunan bu eşitliklerin yerine konulmasıyla kritik derinlik aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\frac{Q^2}{g} = \frac{A_c^3}{B} = \frac{m^3 y_c^6}{2m.y_c}$$

$$y_c = \left(\frac{2Q^2}{m^2 g} \right)^{1/4}$$

Kritik hız formülü ise herhangi bir kesit için verilen $V_c = (A \cdot g / B)^{1/2}$ formülünde, elde edilen kritik hız, formülündeki sembollerin yerine yukarıdaki verilenler



Şekil 8.9. Üçgen kesitli kanal

konarak bulunur.

$$V_c = \left(g \frac{A_c}{B} \right)^{1/2}$$

$$V_c = g \left(\frac{m y_c^2}{2 m y_c} \right)^{1/2}$$

$$V_c = \left(g \frac{y_c}{2} \right)^{1/2}$$

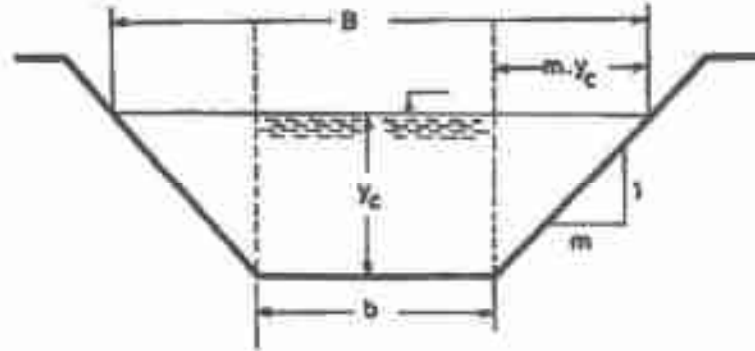
Açık kanal yapımında en çok kullanılan kanal kesitlerinden birisi de yamuktur. Yamuk kesitli kanalda kritik derinlik ve kritik hız aşağıdaki gibi bulunur (Şekil 8.10).

$$B = b + 2 m y_c$$

$$A = (b + m y_c) y_c$$

$$V_c = \left(g \frac{A}{B} \right)^{1/2}$$

$$V_c = \left(g \frac{(b + m y_c) y_c}{(b + 2 m y_c)} \right)^{1/2}$$



Şekil 6.10. Yamuk kesitli kanal

Bu formülle yamuk kesitli kanalda kritik hız elde edilir. Yamuk kesitli kanallarda kritik derinliği veren ilişkinin bulunmasında ise enerji denklemini kullanalım.

$$E = y_c + \frac{Q^2}{2gA^2} = y_c + \frac{V_c^2}{2g}$$

$$E = y_c + \frac{A}{2.8}$$

$$E = y_c + \frac{5(b + m.y_c).y_c}{2g(b + 2m.y_c)}$$

$$y_c = \frac{4mE - 3b + (16m^2.E^2 + 16mE.b + 9b^2)^{1/2}}{10m}$$

bulunur. Bu eşitlik yamuk kesitli kanal için kritik derinliğin hesaplanmasında kullanılır. Eğer $b=0$ ise yani kanal üçgen ise;

$$y_c = \frac{4mE + 4mE}{10m} = \frac{8mE}{10m}$$

$$y_c = \frac{4}{5}E$$

bulunur. Yani üçgen kanalda kritik derinlik özgül enerjinin 4/5'ine eşittir.

6.6. Üniform Derinlikteki Kanal Akımları

Açık kanalların çoğunda sıvılar sabit derinlikte ilerler. Özellikle de sulama amacıyla yapılan kanaletlerde buna özen gösterilir. Ancak kanallardaki suyun maksimum hızı serbest yüzeyin biraz altında oluşmakta ve kanal yüzeyinde sıfır olmaktadır. Açık kanallarda hız profilini ve duvar kayma gerilmesini sabit alarak, verli, kesit alanı ve eğim arasındaki ilişkiler aşağıdaki gibi irdelenebilir.

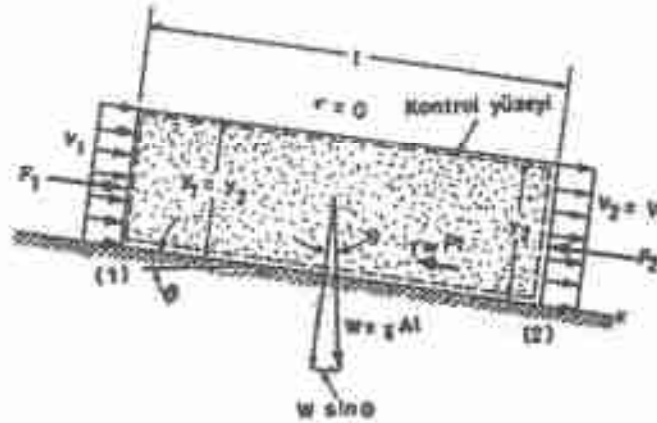
6.6.1. Chezy ve Manning eşitlikleri

Açık kanallarda verinin bulunması çok eski yıllara dayanmakta olup bu konuda çeşitli formüller geliştirilmiştir. Burada şekil 6.11'i göz önüne alınarak bazı formüller yazılabilir. Şekilde görülen kontrol hacmindeki akışın düzenli, üniform olduğunu kabul edeceğiz ve x eksenı doğrultusunda momentum eşitliğine uygulayacağız.

$$\sum F_x = \rho Q (V_2 - V_1) = 0$$

Burada;

- $\sum F_x$: Kontrol hacmine etkili olan dış kuvvetlerin toplamı (N).
- ρ : Akışkanın özgül kütlesi (kg/m^3).
- Q : Verli (m^3/s).
- V_2 ve V_1 : İlgili kesitlerdeki akışkan hızları (m/s) dir.



Şekil 6.11. Açık kanalda üniform akımdaki kontrol hacmi

Açık kanalda kesit değişikliği olmadığı için $V_1 = V_2$ alınabilir ve ivmelenme sıfırdır. Kontrol hacmindeki (1) ve (2) kesitlerindeki momentumlar birbirine eşittir. Yatay x doğrultusundaki etkili kuvvetleri yazalım ($\sum F_x = 0$).

$$F_1 - F_2 - z_w PL + w \sin \theta = 0$$

Buradaki;

- F_1 ve F_2 : Kontrol hacminin her bir ucundaki hidrostatik basınç kuvvetleridir. Akım üniform olduğundan $y_1=y_2$ ve $F_1=F_2$ 'dir.
 $\tau_w P.L$: Sıvı ve kanal yüzeyinin etkileşimiyle ortaya çıkan kayma gerilme kuvvetidir.
 $w.\sin\theta$: Eğim yönünde sıvı ağırlığının bileşenidir.

Bu varsayımlardan sonra yukarıdaki eşitlik aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\tau_w = \frac{w.\sin\theta}{P.L}$$

Eğer $\sin\theta = \tan\theta = S_0$ alırsak ($S_0 \ll 1$ olduğu için) ve $w = \gamma.A.L$ ve $R = A/P$ olarak tanımlarsak;

$$\tau_w = \frac{w.\sin\theta}{P.L} = \frac{\gamma.A.L.S_0}{P.L} = \gamma.R.S_0$$

bulunur.

Açık kanallarda büyük (Re) sayılarında duvar kayma gerilmesinin $k.\rho.\frac{V^2}{2}$ ile orantılı olduğu bulunmuştur. Buna göre;

$$\tau_w = k.\rho.\frac{V^2}{2} = \gamma.R.S_0$$

eşitliği elde edilir. Bu eşitlikte γ yerine $\rho.g$ yazılması ve eşitliğin hız için çözümlenmesiyle

$$k.\rho.\frac{V^2}{2} = \rho.g.R.S_0$$

$$V = \left(\frac{2.g}{k} R.S_0 \right)^{1/2}$$

eşitliği bulunur. Bu eşitlikte (k) terimi açık kanalın fiziksel özelliklerini kapsayan sürtünme katsayısıdır. Bunun yerine f sürtünme katsayısının konulması için ikisi arasında bulunan $f = 4.k$ ilişkisinden elde edilen $k = f/4$ değerinin yazılmasıyla genel hız denklemi

$$V = \left(\frac{8.g}{f} \right)^{1/2} (R.S_0)^{1/2}$$

eşitliği elde edilir. Bu eşitlikteki $(8,49)^{1/2}$ yerine C katsayısının konulması sonucunda açık kanallardaki genel hız denidemi

$$V = C \cdot (R \cdot S_0)^{1/2}$$

elde edilir. Bu formüldeki C'ye Chezy katsayısı denir ve bu eşitliğe de CHEZY eşitliği adı verilir. Chezy formülünün çok kullanışlı ve basit olmasına rağmen bu eşitliğin tek sakıncası C katsayısının boyutlu ve metrik sistemde $(m^{1/3}/s)$ olmasıdır.

Chezy formülündeki C katsayısının değerlerini saptamak amacıyla pek çok eşitlik geliştirilmiştir. Geliştirilen önemli ve en çok kullanılan amprik formüllerden bazıları aşağıdaki gibi verilebilir.

Bazin, genişliği 0,1-2,0 m, derinliği 0,2-0,95 m, kanal taban eğimi 0,0015-0,1 ve verdi değerlerinin 0,1-1,236 m^3/s olduğu açık kanallarda yapmış olduğu denemelerde Chezy katsayısını aşağıdaki gibi bulmuştur.

$$C = \frac{87 \cdot (R)^{1/2}}{Bz + R}$$

Buradaki Bz, Bazin katsayısı olup çizelge 8.1'de verilmiştir. Bazin katsayısı çizelgeden de görülebileceği gibi kanal özelliklerine göre Bz= 0,06...1,75 arasında değişmektedir.

Çizelge 8.1. Bazin formülündeki Bz katsayıları

Kanal özellikleri	Bz
Çok düzgün kanallar (perdeli çimento ve rendelenmiş ahşap kanallar)	0,06
Düğü kanallar (Tuğla, kesme taş, muntazam sıva, az rendelenmiş ahşap kanallar)	0,06
Moloz taş duvar, kalıptan yeni çıkmış beton kanallar.	0,46
Taş örgü ve düğü toprak kanallar.	0,85
Doğal toprak kanallar.	1,30
Çok pürüzlü, çakılı, otlanmış toprak kanallar.	1,75

Ganguillet ve Kutter İsviçreli iki araştırmacı olup 1869 yılında kendi adlarını verdikleri şu formülü geliştirmişlerdir.

$$C = \frac{23 + \frac{1}{N} + \frac{0,00155}{I}}{1 + \left(23 + \frac{0,00155}{I} \right) \frac{N}{\sqrt{R}}}$$

Formüldeki N katsayısı kanal çeper pürüzlülüğüne bağlı bir katsayı olup kanal özelliklerine göre çizelge 8.2'de verilmiştir.

Çizelge 6.2. Ganguillet vs Kutter formülündeki N katsayıları

Kanal özellikleri	N
Çok düzgün kanallar (iyi rendelenmiş ahşap ve iyi perdahlanmış beton kanalları).	0,010
Tahta kanalları.	0,0120
İyi derzli taş ve tuğla kanalları.	0,0130
Moloz taşlı kanalları.	0,0170
Toprak kanalları, dere ve nehir yatakları.	0,025
Çok pürüzlü, otlanmış su yolları.	0,030

Kutter, Ganguillet'ten ayrılarak daha sonra 1885 yılında kendi adıyla anılan aşağıdaki formülü önermiştir.

$$C = \frac{100\sqrt{R}}{m + \sqrt{R}}$$

Bu eşitlikteki m katsayısı kanal çeper pürüzlülüğüne bağlı olup çizelge 6.3'de verilmiştir.

Çizelge 6.3. Kutter formülündeki m katsayıları

Kanal özellikleri	m
İyi rendelenmiş ahşap ve üzeri şaplanmış beton kanalları.	0,15
Beton ve betonarme kanalları.	0,20
Tuğla ve kesme taştan yapılmış düzgün kanalları.	0,25
Moloz taş ve adi taş kanalları.	0,30
Adi harçlı kanal ve kaba betonlu kanalları.	0,50
Temiz şekilde yapılmış düzgün toprak kanalları.	1,50
Kanal sevipleri otlu kanalları.	1,75
Bakımsız otlanmış toprak kanalları.	2,00
Fazla otlanmış, çakıllı dereler ve toprak yatakları.	2,50

Açık kanallar için en fazla kullanılan formül İrlandalı R. Manning (1818-1897) 1889 yılında geliştirmiştir. Manning Chezy formülündeki C katsayısının değerinin, pürüzlülük katsayısı (n)'nin tersi ve hidrolik yarıçap (R)'nin 1/6 kuvveti ile değiştiğini bulmuştur. Buna göre Manning'e göre Chezy katsayısı;

$$C = \frac{1}{n} R^{1/6}$$

elde edilir. Formüldeki n katsayısı kanal özelliklerine göre çizelge 6.4'den alınabilir. Manning'in bulduğu C'yi Chezy formülünde yerine koyduğumuzda

$$V = C(RS_0)^{1/3}$$

$$V = \frac{1}{n} R^{2/3} (R S_0)^{1/2}$$

$$V = \frac{1}{n} R^{2/3} S_0^{1/2}$$

Manning hız eşitliği elde edilir. Manning formülünü verdinin bulunmasında kullanırsak aşağıdaki verdi formülü bulunur:

$$Q = \frac{A}{n} R^{2/3} S_0^{1/2}$$

Manning katsayısının (n) birimi S/m^{1/3} olarak verilmiştir. Bu eşitliklerde;

V : Hız (m/s),
n : Manning katsayısı (s.m^{1/3}),
R : Hidrolik yarıçap (m),
S₀ : Kanal taban eğimi (%),
A : Kanal kesit alanı (m²)'dir.

6.6.2. En uygun kesitin saptanması

Chezy ya da Manning eşitliklerini incelediğimizde eğim ve pürüzlülük sabit ise hızın dolayısıyla verdinin maksimum olması hidrolik yarıçapa bağlıdır ve ıslak çevrenin minimum olması veriyi artırmaktadır. Veriyi maksimum yapan kesite "en uygun kesit" denmektedir. Farklı şekillerde ancak kesit alanı ve pürüzlükleri aynı olan kanallardan maksimum veriyi iletecek olan kanal, ıslak çevresi minimum olan kanal olacaktır. Manning katsayısını aşağıdaki biçimde en uygun kesit alanına göre yazarsak

$$Q = \frac{A}{n} \left(\frac{A}{C} \right)^{2/3} (S_0)^{1/2} = \frac{1}{n} \frac{(A)^{5/3} (S_0)^{1/2}}{C^{2/3}}$$

$$A = \left(\frac{nQ}{S_0^{1/2}} \right)^{3/5} C^{2/5} \text{ elde edilir.}$$

Kesitin minimum olması için hidrolik yarıçapın maksimum olması gerekir. Geometrik şekiller içerisinde belli bir alan için en küçük çevreye sahip olan şekil dairedir. Yarım dairenin de hidrolik yarıçapı dairenin yarıdır. Bu nedenle yarım daire şeklindeki kanallar diğer bütün şekillerden kesit alanı, eğimi ve pürüzlülük değeri aynı olmak koşuluyla en fazla sıvıyı iletirler.

Çizelge 6.4. Suyun iletiminde Manning katsayıları

Islak çevre	$n(s.m^{-1/3})$
A. Normal Kanallar	
Temiz ve düz	0,030
Hareketsiz ve durgun göl	0,040
Büyük nehirler	0,035
B. Sel Düziemleri	
Çayır, çiftlik alanı	0,035
Hafif (küçük) çalılık	0,050
Büyük çalılık	0,075
Ağaçlar	0,15
C. Ekskavatörle açılmış kanallar	
Temiz	0,022
Çakılı	0,025
Otla kaplı	0,030
Taşı, kaldırım taşı	0,035
D. Suni açılmış kanallar	
Çam	0,010
Pirinç	0,011
Düz çelik	0,012
Boyalı çelik	0,014
Perçinli çelik	0,015
Dökme demir	0,013
Çıtalı beton	0,012
Cilalanmış beton	0,014
Düzdün ahşap	0,012
Balıktan yapılmış kiremit	0,014
Tuğladan yapılmış	0,015
Asfalt	0,016
Oluklu metal	0,022
Metal duvar	0,025

Kanal taban genişliği b , sıvı derinliği y olan bir dikdörtgen kanalda en uygun kesiti aşağıdaki şekilde hesaplanabilir.

$$Q = \frac{A}{n} (R)^{2/3} (S_0)^{1/2}$$

$A = b \cdot y$ ve $\bar{C} = b + 2y$, $R = A/\bar{C} = b \cdot y / (b + 2y)$ dir. Hidrolik yarıçapı kesit alanına bağlı olarak yazarsak,

$$R = \frac{A}{(2y + b)} = \frac{A}{(2y + A/y)} = \frac{A \cdot y}{(2y^2 + A)}$$

olur. Buna göre verdi formülünü tekrar düzenlediğimizde;

$$Q = \frac{A}{n} \left(\frac{A y}{2y^2 + A} \right)^{2/3} S_0^{1/2}$$

$$A^{5/2} y = K(2y^2 + A) \text{ bulunur.}$$

Burada; $K = (nQ/S_0^{1/2})^{3/2}$ sabittir. En uygun kesit tüm y değerlerinde minimum kesit alanını veren kesittir. Yani $dA/dy = 0$ 'dir. Son eşitlikte A sabit alınarak y 'ye göre türev alınırsa,

$$\frac{d(A^{5/2} y)}{dy} = \frac{d(K(2y^2 + A))}{dy}$$

$$A^{5/2} = K(4y)$$

$$K = \frac{A^{5/2}}{4y}$$

olur. Daha önce $K = (A^{5/2} y)/(2y^2 + A)$ bulunmuştu. Buna göre;

$$\frac{A^{5/2} y}{(2y^2 + A)} = \frac{A^{5/2}}{4y}$$

$$4y^2 = 2y^2 + A$$

$$y = (A/2)^{1/2}$$

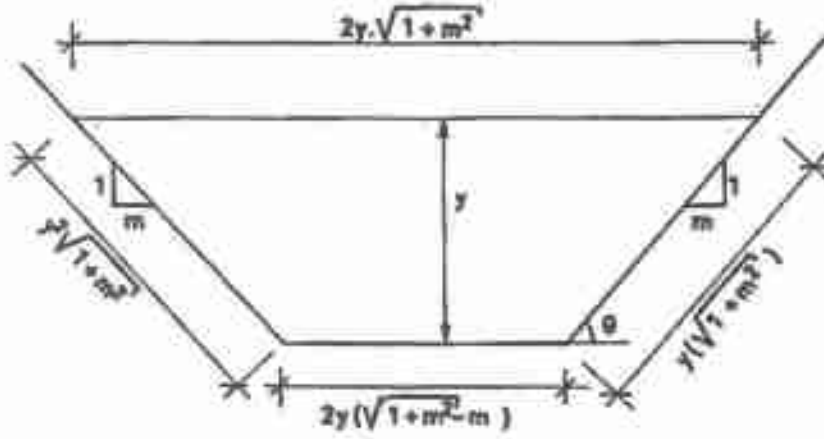
$A = b.y$ olduğundan genişliği b olan dikdörtgen kanalda en uygun kesit

$$y = (A/2)^{1/2} = \left(\frac{b.y}{2} \right)^{1/2} = b/2 \text{ olduğu zaman elde edilmektedir. Dikdörtgen}$$

kanalda $b = 2y$ olduğunda belirli bir y için minimum kesit ya da minimum ıslak çevre elde edilmektedir. Aksi durumda yani kesit alanı sabit iken maksimum y için $b = 2y$ olduğunda elde edilir.

Yamuk biçimli kanallarda aynı yöntemle yapılan çözümde kanal kenarlarının ve serbest sıvı yüzeyinin uzunlukları şekil 6.12'de görülmektedir.

Şekilde yanal kenarların eğimi (gev eğimi) $1/m$ ile gösterilmiştir ve $m = \frac{1}{\tan \theta}$ 'dir. Yamukta en uygun kesit alanı (A), en uygun sıvı derinliği (y), en uygun ıslak çevre (C) şekilden aşağıdaki gibi yazılabilir.



Şekil 6.12. Yamukta en uygun kesit ölçüleri

$$A = y^2 \left(2(1 + m^2)^{1/2} - m \right)$$

$$y = \left(\frac{A}{2(1 + m^2)^{1/2} - m} \right)^{1/2}$$

$$\zeta = 2y \cdot (2(1 + m^2)^{1/2} - m)$$

Eğer yan kenarların eğimi $\theta = 60^\circ$ ise;

$$m = \frac{1}{\tan \theta} = \frac{1}{\tan 60} = \frac{\sqrt{3}}{3} \text{ olur. Buna göre;}$$

$$A = \sqrt{3} \cdot y^2$$

$$y = \sqrt{3} \cdot \frac{b}{2}$$

$$\zeta = 2\sqrt{3} y$$

bulunur.

Yapılan hesaplamalarda en uygun kesit veren sıvı derinliği yarım daire kanallarda çapın yarısı ($y = D/2$), olarak bulunmuştur.

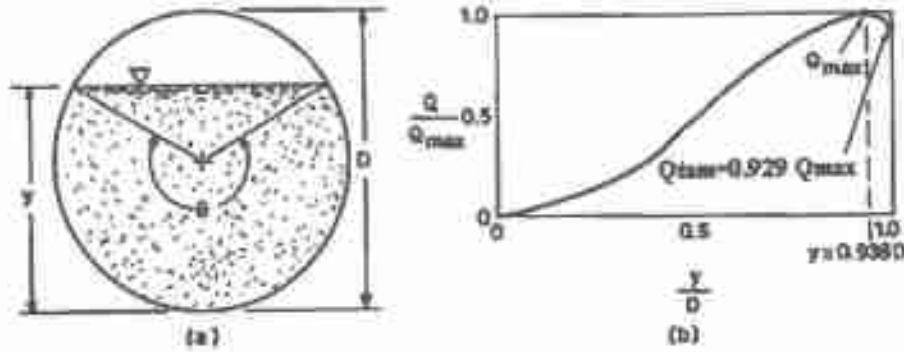
Öçgen kanallarda en uygun kesit iki yan kenar arasındaki açının 60° olduğu koşullarda gerçekleşmektedir.

Dairesel kesitli kanallarda maksimum verdi kesitin tam dolu olduğu zaman değil de daha az sıvı derinliğinde elde edilmektedir.

Şekil 6.13'deki daireSEL kanalı ele alıp, burada Manning formülünü uyguladığımızda maksimum verdiyi veren eşitlik aşağıdaki şekilde elde edilir.

$$Q = \frac{S_0^{1/2}}{n} \frac{D^{8/3}}{8(4)^{1/3}} \left[\frac{(\theta - \sin \theta)^{3/2}}{\theta^{2/3}} \right]$$

$y = (D/2) [1 - \cos(\theta/2)]$ olarak Şekil 6.13'deki grafiği çizersek $Q_{\max} = 0.929 Q_{\max}$ bulunur. Maksimum verdiye $y = 0.938 D$ koşulunda ya da $\theta = 5.28 \text{ rad} = 303^\circ$ olduğunda ulaşılır. Yani daireSEL kesitli kanalda maksimum verdi tam dolu olduğunda elde edilmez, ancak $y = 0.938 D$ iken elde edilir.



Şekil 6.13. Dairesel kesitli kanal (a) ve maksimum verdi grafiği (b)

6.7. Hidrolik Sıçrama

Açık kanallarda bazen çok kısa mesafelerde, kanalın şeklinde bir değişiklik meydana gelmemesine rağmen, akışkan derinliği çok hızlı değişmektedir. Derinlikte meydana gelen böyle değişimler yaklaşık olarak serbest yüzeyin yüksekliğini sonsuza yaklaşılarak bulunabilir ($dy/dx = \infty$). Derinlikte meydana gelen bu kısa değişim her zaman sıçırma derine doğrudur. Yani derinlik her zaman artmaktadır. Derinlikte meydana gelen hızlı artışa hidrolik sıçrama denir. Hidrolik sıçrama çoğunlukla sel akımından nehir akımına geçişte meydana gelir. Sıvı kritik üstü akımdan kritik altı akıma geçmektedir. Örneğin savaklar akımın ters yönde kritik üstü olmasını sağlayarak sıçramaya neden olabilirler.

Hidrolik sıçramanın en basit, yatay, dikdörtgen kanalda meydana gelir (Şekil 6.14). Sıçramanın içindeki akım çok karmaşık olmasına rağmen, genellikle (1) ve (2) bölümlerindeki akım üniform, düzenli ve tek boyutlu kabul edilmektedir. Ayrıca bu iki bölüm arasındaki bölgede kayma gerilmesinin etkisi

ihmal edilebilir. Bu koşullar altında belirtilen momentum eşitliğinin x bileşeni aşağıdaki gibi olacaktır.

$$F_1 - F_2 = \rho Q (V_2 - V_1) = \rho V_1 y_1 b (V_2 - V_1)$$

Burada, her bir kesittaki basınç kuvveti hidrostatiktir. Yani;

$$F_1 = p_{v1} A_1 = \frac{\gamma y_1^2 b}{2}$$

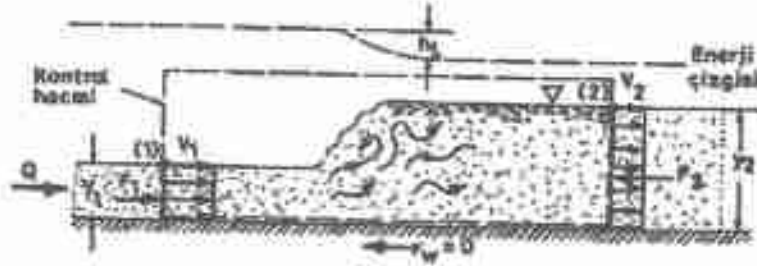
$$F_2 = p_{v2} A_2 = \frac{\gamma y_2^2 b}{2}$$

$$p_{v1} = \frac{\gamma y_1}{2}$$

$$p_{v2} = \frac{\gamma y_2}{2}$$

yazılabilir. Burada; p_{v1} ve p_{v2} kanal kesitlerinin ağırlık merkezlerindeki basınçlar, (b) ise kanal genişliğidir. Buna göre momentum eşitliği şu şekle dönüşür;

$$\frac{y_1^2}{2} - \frac{y_2^2}{2} = \frac{V_1 y_1}{g} (V_2 - V_1)$$



Şekil 6.14. Hidrolik sıçrama

Momentum eşitliğine ilaveten, kütleinin korunumunu da dikkate alırsak;

$$y_1 b V_1 = y_2 b V_2 = Q$$

bulunur ve hidrolik sıçramada enerji eşitliği yazılırsa

$$y_1 + \frac{V_1^2}{2g} = y_2 + \frac{V_2^2}{2g} + h_L \text{ elde edilir}$$

Bu formüldeki yük kaybı (h_L) çok şiddetli türbülans karışma ve dağılımdan kaynaklanmaktadır. Burada duvar kayma gerilmesinden doğan yük kaybını ihmal etmekteyiz.

Yukarıdaki eşitliklerden açıkça görülebileceği gibi $y_1 = y_2$, $V_1 = V_2$ ve $h_L=0$ çözümleri vardır. Eşitlikler doğrusal olmayan eşitlikler olduğundan birden fazla çözümleri bulunur. Diğer çözümler aşağıdaki gibi yapılabilir.

$$\begin{aligned} \frac{y_1^2}{2} - \frac{y_2^2}{2} &= \frac{V_1 y_1}{g} \left(\frac{V_1 y_1}{y_2} - V_1 \right) = \frac{V_1^2 y_1}{g y_2} (y_1 - y_2) \\ \left(\frac{y_2}{y_1} \right)^2 + \left(\frac{y_2}{y_1} \right) - 2 F_{r1}^2 &= 0 \\ F_{r1} &= V_1 / (g y_1)^{1/2} \\ \frac{y_2}{y_1} &= \frac{1}{2} \left\{ -1 \pm (1 + 8 F_{r1}^2)^{1/2} \right\} \end{aligned}$$

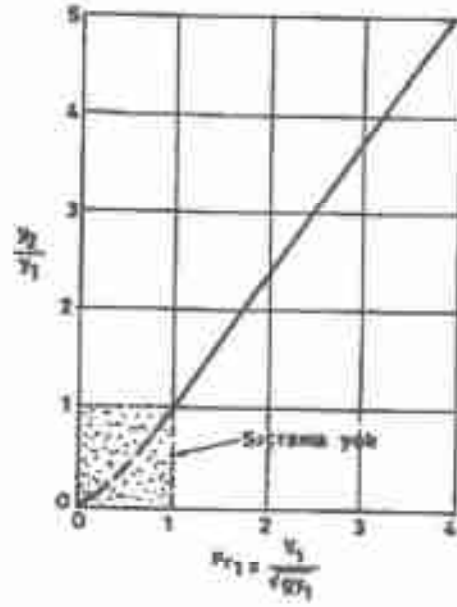
Hidrolik sıçrama boyunca oluşan y_2/y_1 derinlik oranı şekil 6.15'de akışa zıt yöndeki (sıçrama önündeki) Froude sayısının (F_{r1}) fonksiyonu olarak verilmiştir. Eğrinin $F_{r1} < 1$ olduğu bölümü, akışın kritik üstü olması gereken kısmını içeren kesikli çizgisiyle gösterilmiştir. Yani, son eşitlikte verilen çözümü $y_2/y_1 \geq 1$ ile sınırlıdır. Bu enerji eşitliğinde de görülebilir. Boyutsuz yük kaybı (h_L/y_1) enerji eşitliğinden elde edilebilir.

$$\frac{h_L}{y_1} = 1 - \frac{y_2}{y_1} + \frac{F_{r1}^2}{2} \left[1 - \left(\frac{y_1}{y_2} \right)^2 \right]$$

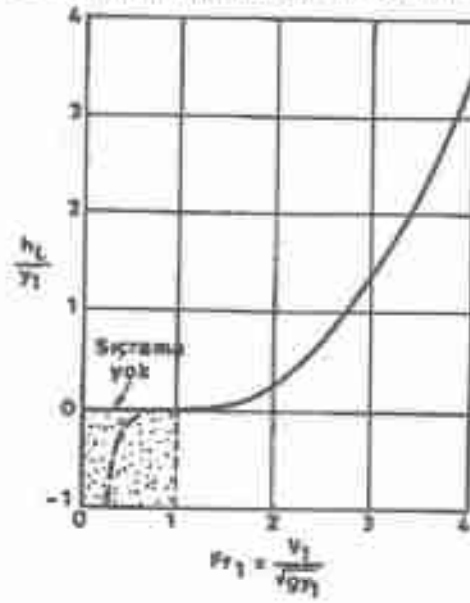
Burada, F_{r1} değerleri için y_2/y_1 değerleri bir önceki eşitlikten bulunabilir. Şekil 6.15'de belirtildiği gibi eğer $F_{r1} < 1$ ise yük kaybı negatiftir. Negatif yük kayıpları termodinamiğin 2. Kanununu ihlal ettiğinden (viskoz kuvvetler enerji harcar, enerji meydana getiremezler), $F_{r1} < 1$ iken hidrolik sıçrama elde edilemez.

Hidrolik sıçramada süreksizliği (kesintiyi) meydana getirmek için akım kritik üstü ($F_r > 1$) olmak zorundadır. Bu sıkıştırılabilir akım koşullarına benzemektedir. Gazlarda da normal şok dalgası olarak adlandırılan süreksizliği meydana getirmek için gaz akımı süpersonik ($Ma > 1$) olmalıdır. Bununla birlikte bir akımın kritik üstü olması, hidrolik sıçramanın oluşmasını garanti edemez. Önemli çözüm olan $y_1 = y_2$ ve $V_1 = V_2$ de oası çözümler arasındadır.

Hidrolik sıçramada enerji kaybının oluşması pek çok durumda yararlı olmaktadır. Örneğin barajdan aşağıya doğru hızla akan ve büyük enerjiye sahip olan su, barajın aşağısındaki taşıma savağına zarar verebilir. Eğer akım kritik üstü ($F_r > 1$) ise taşıma savağıının önünde bir hidrolik sıçrama meydana getirmek mümkündür ve bu şekilde akım enerjisinin büyük kısmı harcanır. Yani, baraj taşıma savağı kritik üstü akım oluşturur ve barajın akış yönündeki kanalı kritik altı akımı gerektirir.



Şekil 6.15. Akıma zıt (sıçrama önündeki) Froude sayısının (Fr_1) fonksiyonu olarak hidrolik sıçramadaki derinlik oranları

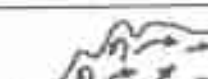


Şekil 6.16. Akıma zıt (sıçrama önündeki) Froude sayısının (Fr_1) fonksiyonu olarak hidrolik sıçramadaki boyutsuz yük kaybı

Hidrolik sıçramanın gerçek yapısı akıma zıt yöndeki Froude sayısının (Fr_1) karmaşık bir fonksiyonudur. Akımın ayrıntılı araştırılması sonucunda 5 tip yüzey ve sıçrama koşulları vardır. Bu sıçramaların sınıflandırılması çizelge 6.5'de verilmiştir. Kritik üstü akımlarda, sıçrama duran bir dalgaya çok benzemektedir.

Hidrolik sıçramanın uzunluğu (yaklaşık akım yönünde ve akıma dik yöndeki üniform akımlar arasındaki mesafe) kanalların tasarımında önemli olabilir. Her ne kadar değeri teorik olarak saptanamazsa da, deneysel sonuçlar, geniş bir Froude sayısı dağılımında sıçrama, akım yönündeki derinliğin 7 katıdır.

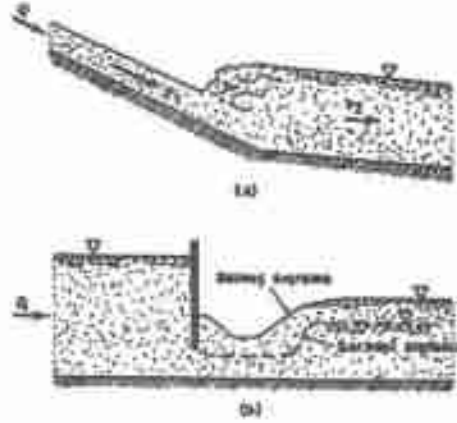
Çizelge 6.5. Hidrolik sıçramaların sınıflandırılması

Fr_1	Y_2/Y_1	Sınıfı	Gösterimi
< 1	1	Sıçrama olanaksız	
1-1,7	1-2,0	Dalgali sıçrama	
1,7-2,5	2,0-3,1	Zayıf sıçrama	
2,5-4,5	3,1-5,9	Titreşimli sıçrama	
4,5-9,0	5,9-12	Kararı, dengeli sıçrama	
$> 9,0$	> 12	Kaba, aralıklı ve güçlü sıçrama	

Hidrolik sıçramalar, sadece dikdörtgen kanalda değil pekçok akım düzenlemelerinde de meydana gelmektedir. Dairesel borular, yamuk kanallar gibi dikdörtgen olmayan kanallardaki sıçramalar, derinlik oranının ve yük

kaybının ayrıntıları dikdörtgen kanaldalından biraz farklı olmasına rağmen, dikdörtgen kanallardakine çok benzenmektedir.

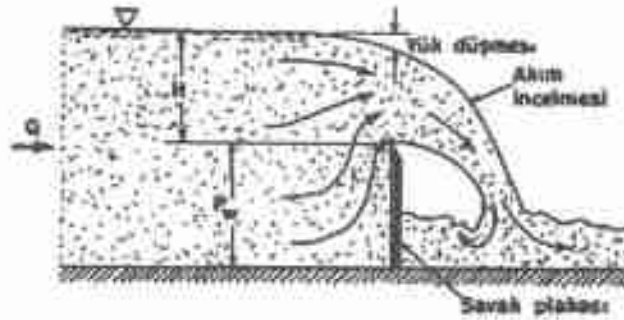
Hidrolik sıçramaların diğer yaygın tipleri şekil 6.17.a'da gösterilen eğimli kanallarda oluşan sıçramalar ve şekil 6.17.b'de tanımlanan savak kapağı yönünde meydana gelen batmış hidrolik sıçramaları içermektedir.



Şekil 6.17. Değişik hidrolik sıçramalar (a: kanal eğiminde meydana gelen değişim sonucu oluşan sıçrama, b: batmış sıçrama)

6.8. Keskin Kenarlı Savaklar

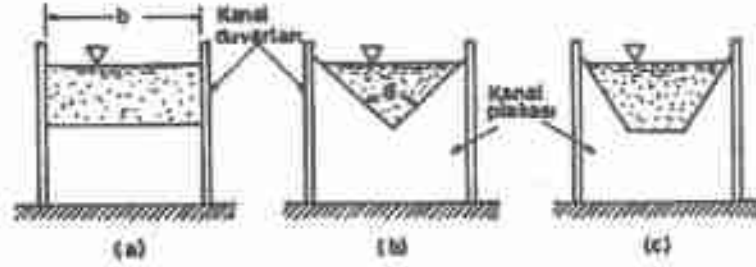
Savak, üzerinde akışkanın geçmek zorunda olduğu kanal tabanına yerleştirilen bir engeldir. Tek bir derinliğin ölçülmesiyle kanaldaki verinin ölçülmesini sağlayan bir veri ölçüm aracıdır. Akım doğrultusuna dik olarak yerleştirilmiş düzlemsel ve sıvının üzerinde serbestçe döküldüğü, dökülme kenarı keskin olan plakalara keskin kenarlı savak denir (şekil 6.18). Keskin kenarlı savaklar, keskin kenarın biçimine göre sınıflandırılırlar.



Şekil 6.18. Keskin kenarlı savak geometrisi

Buna göre keskin kenarlı savaklar içerisinde en çok şekil 6.19'da görülen dikdörtgen savak, üçgen savak ve yamuk savak bulunmaktadır.

Savaktan geçen akışın yapısından ötürü savak plakasının geometrisi (üçgen savaklar θ açısı ve dikdörtgen savakda b/H oranı) savak önündeki akışkan derinliği, savak yükü (H) ve savak yüksekliği (P_w) gibi parametrelerin fonksiyonu olarak kesin tanımlamalar elde etmek mümkün değildir. Çünkü gerçek savak akımı çok karmaşık ve tek boyut analizinden çok uzaktır.



Şekil 6.19. Keskin kenarlı savak çeşitleri (a: dikdörtgen, b: üçgen, c: yamuk)

Savaktaki akışla ilgili temel (ana) mekanizma yerçekimi ve atalet kuvvetleridir. Basit bir yaklaşımla, yerçekimi akışının savaktan geçmesini ve hızının artarak incelmelerini sağlamaktadır (şekil 6.18). Viskoz kuvvetleri ile yüzey gerilim kuvvetleri ikinci derecede öneme sahip olsalar da tamamiyle ihmal edilemezler. Bu etkileri hesaplamak için deneysel katsayılar ihtiyacı vardır.

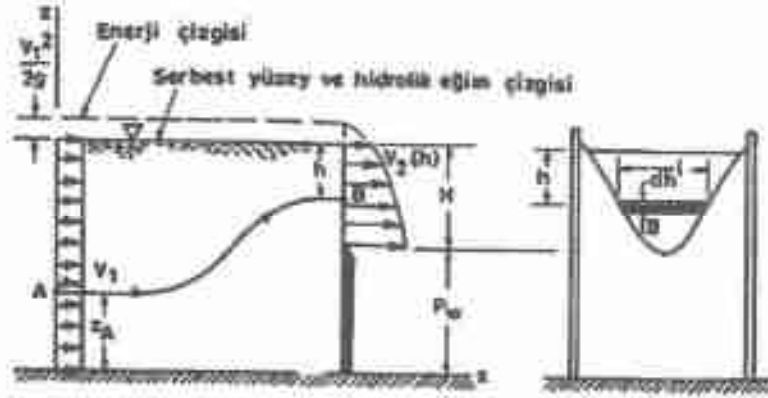
Birinci yaklaşım yönteminde, savak plakasının önündeki akışkan hızının uniform hız profiline sahip olduğunu ve savaktan sonraki akışa atmosfer basıncının etkiğini kabul edeceğiz. Ayrıca şekil 6.20'de görüldüğü gibi savak üzerinde akışkanın yatay akışını ve uniform olmayan hızı sahip olduğunu varsayacağız. Şekil 6.20'de görülen A ile B noktalarına Bernoulli eşitliğini uygulayalım.

$$\frac{P_A}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + z_A = (H + P_w - h) + \frac{V_2^2}{2g}$$

Burada, h serbest yüzeyle B noktası arasındaki düşey uzaklıktır. A noktasının konumunu bilmiyoruz. Ama, (1.) kesitteki bir akışkan tanecığının toplam yükü $z_A + P_A/\gamma + V_1^2/2g = H + P_w + V_1^2/2g$ olduğundan, A noktasının konumuna ihtiyaç yoktur. Plaka üzerindeki hız dağılımı yukarıdaki eşitlikten bulunabilmektedir.

$$V_2 = \left[2g \left(h + \frac{V_1^2}{2g} \right) \right]^{1/2}$$

Verdi ise aşağıdaki gibi hesaplanabilir.



Şekil 6.20, Savakta kabul edilen akışın yapısı

$$Q = \int_A V_2 dA = \int_{h=0}^{h=H} V_2 L dh$$

Burada; $L = L(h)$ savak alanındaki bir şeridin genişliğidir. Dikdörtgen savakta L sabittir. Diğer savaklarda (dairesel, üçgen) L , h 'ın fonksiyonu olarak bulunmaktadır.

Dikdörtgen savakta $L = b$ alınırsa verdi aşağıdaki gibi bulunur.

$$Q = (2g)^{1/2} b \int_0^H \left(h + \frac{V_1^2}{2g} \right)^{1/2} dh$$

$$Q = \frac{2}{3} (2g)^{1/2} b \left[\left(H + \frac{V_1^2}{2g} \right)^{3/2} - \left(\frac{V_1^2}{2g} \right)^{3/2} \right]$$

Bu son eşitlik çok hantal yapıya sahiptir ve kullanımı zordur. Bu nedenle bazı basitleştirmeler yapılabilir. $P_w \gg H$ dir ve savak önündeki hız ihmal edilebilecek kadar küçüktür. Buna göre son eşitlik dikdörtgen savaklarda aşağıdaki biçime dönüşür.

$$Q = \frac{2}{3} (2g)^{1/2} b H^{3/2}$$

Savak yükü (H); savak üst ucu ile savak önündeki akışkan yüksekliği arasındaki düşey uzaklıktır. Yani savak üzerindeki su yüksekliği değildir. Çünkü düşüden ötürü savak üzerindeki su yüksekliği azalmaktadır.

Yukarıda yaptığımız pek çok kabullenmeden ötürü bulduğumuz son eşitliğe bir düzeltme faktörü eklememiz gerekmektedir. Buna göre verdi eşitliğinin son durumu;

$$Q = C_d \frac{2}{3} (2g)^{1/2} b H^{3/2}$$

olur. Burada C_d dikdörtgen savak katsayısıdır. Bu katsayı Reynolds sayısının (viskoz kuvvetleri), Weber sayısının (yüzey gerilim kuvvetlerinin) ve H/P_w (geometrinin) fonksiyonudur. Ancak çoğu pratik problemlerde Re ve Weber sayısı ihmal edilebilirler ve dikdörtgen savak katsayısı aşağıdaki gibi bulunur.

$$C_d = 0,611 + 0,075 \left(\frac{H}{P_w} \right)$$

Çoğu zaman bu C_d katsayısı literatürlerden de alınabilir.

Üçgen savak çoğunlukla geniş bir verdi yelpazesinin ölçümünde kullanılır. Küçük verdiler için, dikdörtgen kanalda H yükü küçük olabilir ve bu da verdinin doğru ölçülmesine olanak vermeyebilir. Bunun yanında, üçgen savakta H azalırken akış alanı da azalır ve küçük verdiler de bile yeterli H yüksekliği elde edilebilir. Bu nedenle geniş bir verdi aralığı bu savaklarla ölçülebilir.

Üçgen savak eşitliği aşağıdaki gibi bulunabilir;

$$L = 2(H - h) \tan\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

Burada; θ : Üçgen savağın iki kenarı arasındaki açıdır. Savak önündeki hızı ($V^2/2g \ll H$) ihmal edelim ve integrasyon yaparak veriyi elde edelim;

$$Q = \frac{8}{15} \tan\left(\frac{\theta}{2}\right) (2g)^{1/2} H^{5/2}$$

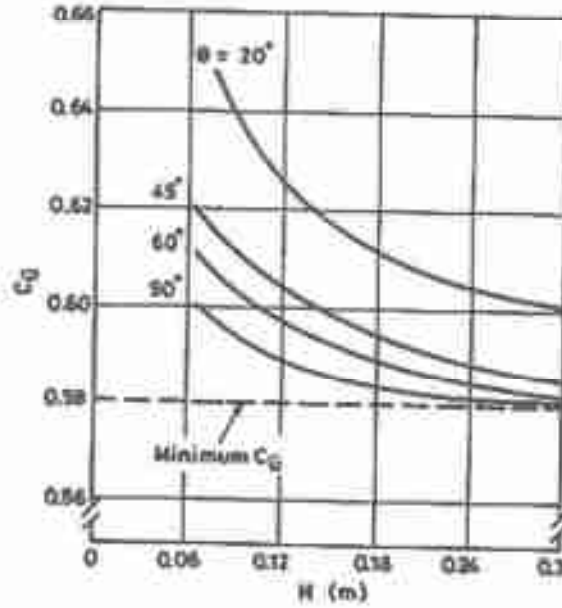
Üçgen savakta deneysel katsayıyı da göz önüne alırsak;

$$Q = C_s \frac{8}{15} \tan\left(\frac{\theta}{2}\right) (2g)^{1/2} H^{5/2}$$

bulunur.

Üçgen savakta C_s değerleri çoğunlukla 0,58 ile 0,62 arasında değişmektedir (şekil 6.21). C_s ve θ boyutsuz olmasına rağmen, boyutlu savak yükünün (H) fonksiyonu olarak verilmektedir. Herne kadar boyutlu parametreleri kullanmak iyi olmasa da açık kanallarda bazen kullanılmaktadır.

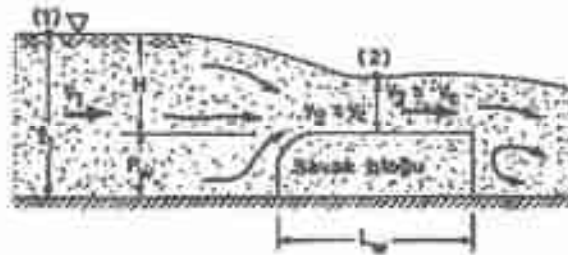
Yukarıda bulduğumuz sonuçlar savaktan geçmiş ve incelmış su tabakasının içindeki basıncın atmosfer basıncı varsayımında geçerlidir. Ancak bu durum üçgen ve dikdörtgen savaklarda problem olmamaktadır. Çünkü bu savaklarla havalandırmayı sağlamak için tüpler kullanılabilmektedir.



Şekil 6.21. Üçgen savakta savak katsayısı (C_d)

6.9. Geniş Kenarlı Savaklar

Geniş kenarlı savaklar kanallara yerleştirilen yatay kenara sahip ve bu kenarın üzerindeki basıncın hidrostatik olduğu yapılardır. Böyle bir savak şekil 6.22'de görülmektedir. Uygun çalışmalar için genellikle H/L_w oranı 0,5 ile 0,08 arasındadır ($0,08 < H/L_w < 0,5$). $H/L_w < 0,08$ olduğu büyük savak bloklarında savaktaki yük kayıpları ihmal edilemez. Diğer yandan $H/L_w > 0,5$ olduğu kısa savak bloklarında savak üzerindeki akım çizgileri yatay değildir.



Şekil 6.22. Geniş kenarlı savak geometrisi

Geniş kenarlı savaklar her türlü kanallarda kullanılmasına rağmen burada sadece dikdörtgen kanallardaki kullanımını inceleyeceğiz.

Geniş kenarlı savakların çalışması; savak bloğu üzerinde kısa mesafede hemen hemen yaklaşık üniform kritik akımın elde edilmesine dayanmaktadır (Eğer $H/L_w < 0,08$ ise viskoz kuvvetler önemlidir ve akım savak üzerinde kritik altıdır). Eğer savak önündeki kinetik enerji ihmal edilirse, $V_1^2/2g \ll y_1$ ve savak önündeki özgül enerji $E_1 = V_1^2/2g + y_1 \approx y_1$ olur. Gözlemier akışkanın savak bloğu üzerinde geçerken ivmelandiğini (hızlandığını) ve kritik koşullara ulaştığını göstermektedir. Yani $y_2 = y_c$ ve $V_2 = C_2$ ve $F_{r1} = 1$ olmaktadır. Akışkan savak üzerinde kritik üstü ($F_{r1} > 1$) akıma dönüşmemektedir.

Bernoulli eşitliğini şekil 6.22'de görülen (1) ve (2) noktalarına uygulayalım. Burada (1) noktası savak önünü (upstream) (2) noktası ise savagın tam üstünü göstermektedir ve (2) noktasında akım kritiktir.

$$H + P_1 + \frac{V_1^2}{2g} = y_c + P_2 + \frac{V_c^2}{2g}$$

$$H - y_c = \frac{(V_c^2 - V_1^2)}{2g} = \frac{V_c^2}{2g}$$

$$V_c = V_1 = (g y_c)^{1/2} \text{ olduğundan } V_c^2 = g y_c \text{ olur. Böylece;}$$

$$H - y_c = \frac{y_c}{2}$$

$$y_c = \frac{2H}{3}$$

elde edilir. Buna göre verli (Q);

$$Q = b y_c V_c = b y_c V_c = b y_c (g y_c)^{1/2} = b (g)^{1/2} y_c^{3/2}$$

$$Q = b (g)^{1/2} \left(\frac{2}{3} \right)^{3/2} H^{3/2} \text{ bulunur.}$$

Yukarıdaki çeşitli kuvvetlerin etkilerini göz önüne almak için bir savak katsayısı kullanılmalıdır. Buna göre verli;

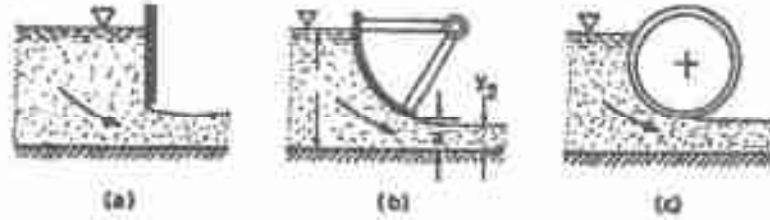
$$Q = C_d b (g)^{1/2} \left(\frac{2}{3} \right)^{3/2} H^{3/2}$$

olur. Geniş kenarlı savaklarda savak katsayısı aşağıdaki bağıntıyla hesaplanabilir,

$$C_d = \frac{0,65}{(1 + H/P_w)^{1/2}}$$

6.10. Kapaklar

Akışın kontrolünde barajlarda, kanallarda, göllerde v.b. tesislerde bir dizi kapak kullanılmaktadır. Şekil 6.23'de 3 farklı kapak gösterilmiştir. Her birinin fiyat, kullanım, v.b. açılardan avantajları ve dezavantajları vardır. Ancak her üçü de aynı işi yapmakta akışı kontrol etmektedir.



Şekil 6.23. Kapi çeşitleri (a: düşey kapak, b: radyal kapak, c: silindirik kapak)

Kapi altındaki akım, eğer akışkan kritik üstü akım tipiyle bir jet halinde akıyor ve serbest yüzeyi atmosfere açık oluyorsa, serbest akışlı akım halidir. Bu durumda kapağın altındaki akışkan verdisi aşağıdaki gibi hesaplanabilmektedir.

$$q = C_d a (2gy_1)^{1/2}$$

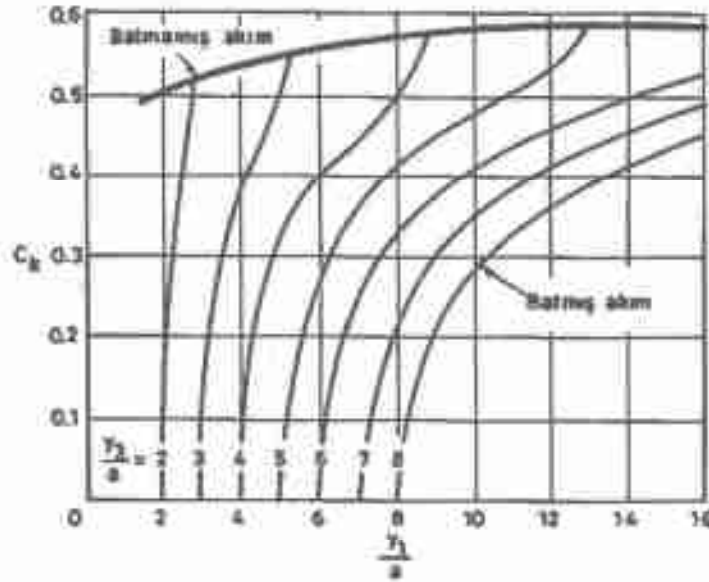
Burada;

- q : Birim genişlikteki veri (m^3/s),
- a : Kapak ile kanal tabanı arasındaki düşey yükseklik (m),
- y_1 : Kapağın önündeki akışkan yüksekliğidir (m),
- C_d : Verdi katsayısı olup büzülme katsayısının ($C_c = y_2/a$) ve derinlik oranının (y_1/a) fonksiyonudur.

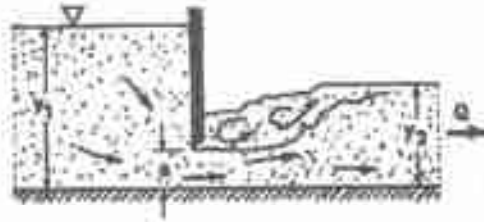
Serbest akışlı (batmamış akım, düşey savak kapağında) akım tiplerinde verdi katsayısı 0,55 ile 0,60 arasındadır (şekil 6.24). Buna örnek olarak şekil 6.23'de verilen kapaklardaki akış verilebilir. Bu akışa serbest akış ya da batmamış akış hali denir.

Şekil 6.25'de görüldüğü gibi bazen kapıdan çıkan akışkan kapı açıklığından daha yükseğe çıkmakta ve sıvının akışı kapının yanında kapıdan çıkan bu sıvı tarafından da kontrol edilmektedir. Bu tür akıma batmış akım denmektedir. Kapıdan geçen akışkan bir engel ve turbulans oluşturmaktadır.

Batmış akım halindeki kapıda verdi, verdi katsayısının modifiye edilmesi koşuluyla batmamış akım hali için verilen formülle hesaplanabilir. Batmış akımda verdi katsayısı şekil 6.24'den yararlanılarak bulunabilmektedir. Kapı önü koşulları (y_1/a) belirlenmiş bir kapı ele alalım. $y_2/a = y_1/a$ yani $y_2 = y_1$ ise akış hareketi geçirecek bir yük plugmaz ve akış durağandır ($C_k = a$). Kapak önü sıvı derinliği sabit ise yani $y_1/a =$ sabit alınırsa, verdi katsayısı (C_k) maksimum C_k değeri ulaşmaya kadar y_2/a azaldıkça artmaktadır. Bu maksimum değer batmamış akımdaki C_k değeridir ve şekil 6.24'de üst eğridir. Verdi katsayısını sıfır ile maksimum arasında veren y_2/a değerleri için, kapıdan çıkan sıvı jeli kapıdan çıkmış sıvı tarafından yatılır ve verdi bu nedenle batmamış akım haline göre azalır. Benzer sonuçlar radyal ve silindirik kapı içinde elde edilebilir.



Şekil 6.24. Verdi katsayıları



Şekil 6.25. Düzey kapakta batmış akım

6.11. Açık Kanal Akımlarıyla İlgili Uygulama Örnekleri

ÖRNEK-6.1: Bir kanalda kanal genişliği başına düğün verdi $q = 2,3 \text{ m}^2/\text{s}$ olarak veriliyor. Akışkan derinliğinin 0,2 m, 0,8 m ve 2,5 m olması durumunda akım tipi ne olacaktır (Kritik altı, kritik üstü)

Çözüm:

Bir akımın kritik altı ya da kritik üstü olması Froude sayısına bağlıdır.

$Fr < 1$ ise akım kritik altı

$Fr = 1$ ise akım kritik

$Fr > 1$ ise akım kritik üstüdür.

$$Fr = \frac{V}{(gL)^{1/2}} = \frac{V}{(gy)^{1/2}}$$

$$V = \frac{q}{y}$$

$$y_1 = 0,2 \text{ m ise}$$

$$V_1 = \frac{q}{y_1} = \frac{2,3 \text{ m}^2/\text{s}}{0,2 \text{ m}} = 11,5 \text{ m/s}$$

$$Fr_1 = \frac{11,5 \text{ m/s}}{(9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 0,2 \text{ m})^{1/2}} = 8,21 \text{ (kritik üstü)}$$

$$y_2 = 0,8 \text{ m ise}$$

$$V_2 = \frac{2,3 \text{ m}^2/\text{s}}{0,8 \text{ m}} = 2,875 \text{ m/s}$$

$$Fr_2 = \frac{2,875 \text{ m/s}}{(9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 0,8 \text{ m})^{1/2}} = 1,026 \text{ (kritik üstü)}$$

$$y_3 = 2,5 \text{ m ise}$$

$$V_3 = \frac{2,3 \text{ m}^2/\text{s}}{2,5 \text{ m}} = 0,92 \text{ m/s}$$

$$Fr_3 = \frac{0,92 \text{ m/s}}{(9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 2,5 \text{ m})^{1/2}} = 0,186 \text{ (kritik altı)}$$

ÖRNEK-8.2: Taban genişliği $b=5$ m olan bir dikdörtgen kanalda enerji $E=4,5$ m olarak verilmektedir. Sürtünme kayıplarını ihmal ederek a) Kritik yüksekliği, b) Verilen enerjiden iletilecek maksimum veriyi, c) $y=1,5$ m derinlikte iletilebilecek veriyi bulunuz.

Çözüm:

Kanal tabanını referans eksenini aldığımızda enerji denklemi aşağıdaki gibi oluşur.

$$E = y + \frac{V^2}{2g}$$

$$V = (2g(E - y))^{1/2}$$

$$Q = A.V = b.y.V$$

a) Dikdörtgen kanalda kritik derinlik (y_c).

$$y_c = \frac{2}{3} E = \frac{2}{3} (4,5 \text{ m}) = 3 \text{ m}$$

b) Maksimum veriyi bulurken verdi formülündeki y yerine y_c konur.

$$Q_{\max} = b.y_c.V_c = b.y_c.(2g(E - y_c))^{1/2}$$

$$Q_{\max} = 5 \text{ m} \cdot 3 \text{ m} \cdot (2 \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 (4,5 \text{ m} - 3 \text{ m}))^{1/2}$$

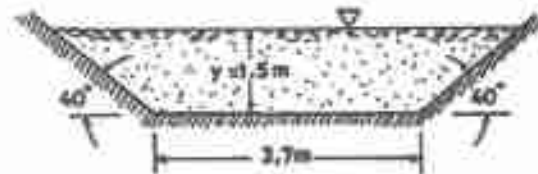
$$Q_{\max} = 81,37 \text{ m}^3/\text{s}$$

c) $Q = b.y.(2g(E - y))^{1/2} = 5 \text{ m} \cdot 1,5 \text{ m} \cdot (2 \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 (4,5 \text{ m} - 1,5 \text{ m}))^{1/2}$

$$Q = 57,54 \text{ m}^3/\text{s}$$

ÖRNEK-8.3: Aşağıdaki şekilde görülen yamuk kanalda su akmaktadır. Kanalin tabanı her 305 m de 0,43 m aşağıya düşmektedir. Kanaldaki su derinliği 1,5 m ve kanalın taban genişliği 3,7 m ve kanal yan duvarının eğimi 40° dir.

- Kanal yeri düzgün betonla astarırsa,
- Islak çevrenin yüzeyi otla kaplıysa veriyi bulunuz.
- Herbir durumda (a ve b) Froude sayısını bulunuz.



Çözüm:

Manning eşitliğinden suyun verdisi;

$$Q = \frac{1}{n} A (R)^{2/3} S_0^{1/2}$$

ve kanalın kesiti (A)

$$A = (3,7 \text{ m} \cdot 1,5 \text{ m}) + 1,5 \text{ m} \left(\frac{1,5}{\tan 40} \right)$$

$$A = 8,23 \text{ m}^2$$

Islak çevre: $\zeta = 3,7 \text{ m} + 2 \cdot (1,5 / \sin 40)$

$$\zeta = 8,387 \text{ m}$$

Hidrolik yarıçap:

$$R = \frac{A}{\zeta} = \frac{8,23 \text{ m}^2}{8,387 \text{ m}}$$

$$R = 0,984 \text{ m}$$

Kanal oldukça geniş olmasına rağmen (serbest sıvı yüzeyinin genişliği $3,7 \text{ m} + 2 \cdot (1,5 / \tan 40) = 7,28 \text{ m}$) hidrolik yarıçap yalnızca $0,984 \text{ m}$ 'dir ve derinlikten küçüktür ($0,984 \text{ m} < 1,5 \text{ m}$).

Buna göre kanal tabanı eğimi (S_0);

$$S_0 = 0,43 \text{ m}/305 \text{ m}$$

$$S_0 = 0,00141$$

Bu verilere göre verdi (Q);

$$Q = \frac{1}{n} (8,23 \text{ m}^2) (0,984 \text{ m})^{2/3} (0,00141)^{1/2}$$

$$Q = \frac{0,3057}{n}$$

Çizelgeden $n = 0,012$ alınırsa (düzgün beton için);

$$Q = \frac{0,3057}{0,012} = 25,475 \text{ m}^3/\text{s}$$

$n = 0,030$ (otlu yüzey için);

$$Q_2 = \frac{0,3057}{0,030} = 10,19 \text{ m}^3/\text{s}$$

Verilere bağlı olarak ortalama hızlar;

$$V_1 = \frac{Q_1}{A} = \frac{25,475 \text{ m}^3/\text{s}}{8,23 \text{ m}^2}$$

$$V_1 = 3,0954 \text{ m/s}$$

$$V_2 = \frac{Q_2}{A} = \frac{10,19 \text{ m}^3/\text{s}}{8,23 \text{ m}^2}$$

$$V_2 = 1,2382 \text{ m/s}$$

Eğim çok küçüktür. $S_0 = 0,00141$ ve eğim açısı $\theta = \arctan(0,00141) = 0,080^\circ$

Pürüzlülüğün artmasıyla ve di azalacaktır. Bu da şunu göstermektedir ki duvar kayma gerilmesi yüzey pürüzlülüğü arttıkça artmaktadır.

10 C° su için $Q = 1,307 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ alınırsa;

$$Re = \frac{V \cdot R}{\nu} = \frac{(1,2382 \text{ m/s}) \cdot (0,984 \text{ m})}{1,307 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}}$$

$Re = 932\,203 > 15\,000$ olduğundan türbülans akımdır.

Froude sayısı her iki akış içinde maksimum derinliklere göre bulunabilir.

$$Fr = \frac{V}{(gy)^{1/2}}$$

Düzgün beton için;

$$Fr_1 = \frac{3,0954 \text{ m/s}}{\left[(9,81 \text{ m/s}^2)(1,5 \text{ m})\right]^{1/2}} = 0,806 < 1 \text{ (kritik ab)}$$

Otlu yüzey için:

$$Fr_2 = \frac{1,2382 \text{ m/s}}{\left[(9,81 \text{ m/s}^2)(1,5 \text{ m}) \right]^{1/2}} = 0,323 < 1 \text{ (kritik altı)}$$

ÖRNEK-6.4: Yamuk kesitli toprak kanalın şev eğimi $\frac{1}{2}$ ($m=2=1/\tan \theta$), verdisi $30 \text{ m}^3/\text{s}$ ve hızı $1,2 \text{ m/s}$ olarak verilmektedir. Bu verilere göre maksimum verimli geçirecek şekilde bu kanalı boyutlandırınız ve kanal taban eğimini bulunuz. $n=0,022$ alınacaktır.

Çözüm:

Kanalın maksimum verimli geçirecek şekilde boyutlandırılması için ıslak çevresinin minimum olması ve boyutlandırılmanın buna göre yapılması gerekir.

a) Kesit alanı (A);

$$A = \frac{Q}{V} = \frac{30 \text{ m}^3/\text{s}}{1,2 \text{ m/s}} = 25 \text{ m}^2$$

b) Sıvı derinliği (y);

$$y = \left(\frac{A}{2(1+m^2)^{1/2} - m} \right)^{1/2} = \left(\frac{25 \text{ m}^2}{2(1+2^2)^{1/2} - 2} \right)^{1/2} = 3,18 \text{ m}$$

c) Kanal tabanı genişliği (b);

$$b = 2y \left((1+m^2)^{1/2} - m \right) = 2(3,18 \text{ m}) \left((1+2^2)^{1/2} - 2 \right) = 1,5 \text{ m}$$

d) ıslak çevre (Ç);

$$\zeta = 2y \left(2(1+m^2)^{1/2} - m \right) = 2(3,18 \text{ m}) \left(2(1+2^2)^{1/2} - 2 \right)$$

$$\zeta = 15,72 \text{ m}$$

e) Hidrolik yarıçap (R);

$$R = \frac{A}{\zeta} = \frac{25 \text{ m}^2}{15,72 \text{ m}} = 1,59 \text{ m} = \frac{y}{2} = \frac{3,18 \text{ m}}{2} = 1,59 \text{ m}$$

f) Serbest yüzey genişliği (B);

$$B = 2 \cdot y \cdot (1 + m^2)^{1/2} = 2 \cdot (3,18 \text{ m}) \cdot (1 + 2^2)^{1/2} = 14,22 \text{ m}$$

g) Eğim (S_0);

$$S_0 = \left(\frac{V_n}{R^{2/3}} \right)^2 = \left(\frac{1,2 \text{ m/s} \cdot 0,022}{(1,59 \text{ m})^{2/3}} \right)^2 = 0,00038$$

ÖRNEK-6.5: Taban eğimi 0,00038, direnç katsayısı $n = 0,017$, genişliği 3,5 m ve sıvı derinliği 2,8 m olan bir dikdörtgen kanala düşey (dikey) bir kapı yerleştirilmiştir. Kapıda verdi katsayısı $C_v = 0,60$ olarak alındığında kanalın verdisini ve bu kapının açılma miktarını (yüksekliğini) bulunuz.

Çözüm:

Verdiyi Manning formülü ile bulalım.

$$Q = \frac{A}{n} (R)^{2/3} (S_0)^{1/2}$$

$$A = b \cdot y$$

$$R = \frac{b \cdot y}{b + 2y}$$

$$Q = \frac{b \cdot y}{0,017} \left(\frac{b \cdot y}{b + 2y} \right)^{2/3} (0,00038)^{1/2}$$

$$Q = \frac{3,5 \text{ m} \cdot 2,8 \text{ m}}{0,017} \left(\frac{3,5 \text{ m} \cdot 2,8 \text{ m}}{3,5 \text{ m} + 2 \cdot 2,8 \text{ m}} \right)^{2/3} (0,00038)^{1/2}$$

$$Q = 11,81 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$q = C_v \cdot a \cdot (2 \cdot g \cdot y_1)^{1/2}$$

$$a = \frac{q}{C_v \cdot (2 \cdot g \cdot y_1)^{1/2}} = \frac{11,81 \text{ m}^3/\text{s}}{3,5 \text{ m} \cdot 0,60 \cdot (2 \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 2,8 \text{ m})^{1/2}}$$

$$a = 0,7588 \text{ m}$$

ÖRNEK-6.6: Su, 50 cm genişliğindeki dikdörtgen savakta akmakta olup, savağın yüksekliği 45 cm'dir. Savağın önündeki su yüksekliği 50 cm ise suyun verdisini bulunuz.

Çözüm:

Dikdörtgen savakta verdi aşağıdaki bağıntıyla hesaplanır.

$$Q = C_d \frac{2}{3} (2g)^{1/2} b H^{3/2}$$

savağın üzerindeki su yüksekliği (H);

$$H = 50 \text{ cm} - P_w = 50 \text{ cm} - 45 \text{ cm} = 5 \text{ cm} \text{ bulunur.}$$

$$C_d = 0,611 + 0,075 \left(\frac{H}{P_w} \right) = 0,611 + 0,075 \left(\frac{5}{45} \right)$$

$$C_d = 0,6193$$

$$Q = 0,6193 \cdot \frac{2}{3} (2 \cdot 9,81 \text{ m/s}^2)^{1/2} (0,50) (0,05 \text{ m})^{3/2}$$

$$Q = 0,01022 \text{ m}^3/\text{s}$$

ÖRNEK-6.7: Bir üçgen savakta verdi $300 \text{ m}^3/\text{s}$ ve savak kanalları arasındaki açı $(\theta = 60^\circ)$ olarak verilmiştir. Savak üzerindeki su yüksekliğini (savak yükünü) bulunuz. Savak katsayısı $C_d = 0,58$ alınacaktır.

Çözüm:

Üçgen savakta verdi;

$$Q = C_d \cdot \frac{8}{15} \cdot \tan\left(\frac{\theta}{2}\right) (2g)^{1/2} H^{3/2}$$

$$H^{3/2} = \frac{Q}{C_d \cdot \frac{8}{15} \cdot \tan\left(\frac{\theta}{2}\right) (2g)^{1/2}} = \frac{300 \text{ m}^3/\text{s}}{0,58 \cdot \frac{8}{15} \cdot \tan 30 (2 \cdot 9,81 \text{ m/s}^2)^{1/2}}$$

$$H = 10,754 \text{ m}$$

ÖRNEK-6.8: Bir dikdörtgen kanalda sıvı derinliği $y_1 = 1,5 \text{ m}$, $Q = 11,4 \text{ m}^3/\text{s}$ ve taban genişliği $b = 3,8 \text{ m}$ 'dir. Taban genişliği değiştirilmeden kanal tabanına $P_w = 0,38 \text{ m}$ yükseldiğinde bir geniş kenarlı savak (eşik) konuyor.

- Eşik üzerindeki akım derinliğini, eşikten önceki ve eşik üzerindeki akım rejimlerini belirtiniz.
- Eşiğe verilebilecek maksimum yüksekliği ve bu durumda eşik üzerindeki akımın derinliğini ve rejimini bulunuz.

Çözüm:

- Dikdörtgen kesitte birim genişliğe düşen verdi değeri (q);

$$q = \frac{Q}{b} = \frac{11,4 \text{ m}^3/\text{s}}{3,8 \text{ m}} = 3 \text{ m}^3/\text{s}$$

Eşikten önceki hız (V_1):

$$V_1 = \frac{q}{y_1} = \frac{3 \text{ m}^3/\text{s}}{1,5 \text{ m}} = 2 \text{ m/s}$$

Eşikten önceki enerji (E):

$$E_1 = y_1 + \frac{V_1^2}{2g} = 1,5 + \frac{(2 \text{ m/s})^2}{2 \cdot 9,81} = 1,704 \text{ m}$$

Kritik derinlik (y_c):

$$y_c = \left(\frac{q^2}{g} \right)^{1/3} = \left(\frac{(3 \text{ m}^3/\text{s})^2}{9,81 \text{ m/s}^2} \right)^{1/3} = 0,972 \text{ m}$$

Eşik üzerindeki sıvı derinliği (y_2):

$$\begin{aligned} E_1 &= P_w + E_2 \\ 1,704 \text{ m} &= 0,38 \text{ m} + y_2 + \frac{q}{2gy_2^2} = 0,38 \text{ m} + y_2 + \frac{0,46}{y_2^2} \\ 1,324 &= y_2 + \frac{0,46}{y_2^2} \end{aligned}$$

Buradan deneme-tekrar yöntemiyle $y_2 \approx 1 \text{ m}$ bulunur.

Eşikten önce $y_1 = 1,5 \text{ m} > y_c = 0,972 \text{ m}$ nehir rejimi ($Fr < 1$)

Eşik üzerinde $y_2 \approx 1 \text{ m} > y_c = 0,972 \text{ m}$ nehir rejimi ($Fr < 1$)

- c) Eşik üzerindeki akım kritik rejime ulaşma çabasıdadır ve maksimum yükseklik kritik yüksekliktir.

$$y_2 = y_c = 0,972 \text{ m}$$

$$V_2 = V_c = (g \cdot y_c)^{1/2} = (9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 0,972 \text{ m})^{1/2} = 3,09 \text{ m/s}$$

$$Fr_2 = \frac{V_2}{(g \cdot y_c)^{1/2}} = \frac{3,09 \text{ m/s}}{\left(9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0,972 \text{ m} \right)^{1/2}} = 1 \quad (\text{kritik akım})$$

$$E_1 = P_{w \text{ max}} + E_2$$

$$1,704\text{ m} = P_{\text{max}} + 0,972\text{ m} + \frac{(3,09\text{ m/s})^2}{2 \cdot 9,81\text{ m/s}^2}$$

$$P_{\text{max}} = 0,2453\text{ m}$$

KAYNAKLAR

- ANONİM, 2000. Fen Bilgisi. Gövender Yayınları, 508 s, İstanbul.
- AYYILDIZ, M., 1983. Hidrolik, Ankara Üniversitesi Ziraat Fakültesi Yayınları: 883, Ders Kitabı: 248, 302 s, Ankara.
- BAKMETEFF, B., 1932. *Hydraulics of Open Channels*. Mc. Graw-Hill Book Com, New York.
- BERKEN, B., 1953. Hidrolik, Cilt I, İ.T.Ü. Yayınları, 294, İstanbul.
- BINDER, R.C., 1951. *Advanced Fluid Dynamic and Fluid Machinery*, Prentice-Hall Inc. N.J.
- BINDER, R.C., 1964. *Fluid Mechanich*, Prentice Hall of India, Ltd. New Delhi.
- CHOW VEN, TE., 1959. *Open Channel Hydraulics*. Mc. Graw-Hill Book Com. New York.
- ÇEÇEN, K., 1969. Hidrolik. Cilt II, İ.T.Ü. Yayınları 765, İstanbul.
- DAUGHERTY, R.L. ve G.B., FRANZINI., 1955. *Fluid Mechanics With Engineering Applications*. Mc. Graw-Hill Book Company, New York.
- DOUGLAS, J.F., 1986. *Solving Problems in Fluid Mechanics*. Volume 1, p: 263, Singapore.
- DOUGLAS, J.F., 1986. *Solving Problems in Fluid Mechanics*. Volume 2, p: 264, Singapore.
- EDİS, K., 1972. *Uygulamalı Akışkanlar Mekaniği*. Cilt I ve II. Şirket Mütebbiye Basımevi, İstanbul.
- ERDOĞAN, M.E., 1982. *Akışkanlar Mekaniği Problemleri*. İ.T.Ü. Makine Fakültesi Ofset Atölyesi, 189 s, İstanbul.
- GILES, R.V., 1980. *Teori ve Problemlerle Akışkanlar Mekaniği ve Hidrolik*. Çeviren: Kadri Örencik, Güven kitabevi yayınları, 268 s, Ankara.
- GÜNER, M., 2000. *Akışkanlar Mekaniği Ders Notları*. Ank. Üniv. Ziraat Fak. Tarım Mak. Böl., Ankara.
- HICKS, T.G., 1957. *Pump Selection and Application*, Mc. Graw Hill Book Company, Inc. New York.
- ILGAZ, C., M.E. KARAHAN ve A. BULU., 1993. *Akışkanlar Mekaniği ve Hidrolik Problemleri*. Çağlayan kitabevi, 440 s, İstanbul.

- KARAASLAN, İ., A. ALTUNTAŞ, F. ZENGİN ve A. TÖTÜNCÜ, 2002. Fizik, MEB Basımevi, 286 s, İstanbul.
- KALYONCU, C., 2002. Fizik, MEB Basımevi, 119 s, İstanbul.
- KARAHAN, E., 1985. Boru ve Açık Kanal Hidroliği, Matbaa Teknisyenleri Basımevi, Divanyolu, Bıçkıyurdu Sok. 12, 279 s, İstanbul.
- KARASSIK, I.J. ve R. CARTER, 1950. Centrifugal pumps: F.W. Dodge Corporation, New York.
- KESKİN, R., 1995. Akışkanlar Mekaniği Ders Notları, Ank. Üniv. Ziraat Fak. Tarım Mak. Böl., Ankara.
- KRUTZSCH, W.C., Introduction=classification and Selection of Pumps, USA.
- MCLAIN, C.H., 1947. Fluid Flow in Pipes. The Industrial Press.
- MUNSON, B.R., D.F. YOUNG ve T.H. OKISHI, 1994. Fundamentals of Fluid Mechanics, John Wiley and Sons, Inc., 1990.
- Powers, J. M., 2004. Lecture Notes On Intermediate Fluid Mechanics, Department of Aerospace and Mechanical Engineering University of Notre Dame, Notre Dame, Indiana 46556-5637, USA
- RILEY, W.F. and L.D. STURGES, 1993. Engineering Mechanics. Dynamics, Wiley, New York.
- ROUSE, H., 1965. Engineering Hydraulics John Wiley and Sons Inc. New York.
- SIĞINER, A. ve B.M. SÜMER, 1995. Hidrolik Problemleri, Birsan yayınevi, 277 s, İstanbul.
- Sleigh, A., 2001. Notes For the First Year Lecture Course: An Introduction to Fluid Mechanics, School of Civil Engineering, University of Leeds, CIVE1400 Fluid Mechanics.
- SOĞUKOĞLU, M., 1995. Akışkanlar mekaniği. Fatih ofset, 333 s, İstanbul.
- STEPANOFF, A.J., Centrifugal and Axial Flow pumps: John Wiley and Sons, Inc. New York.
- STREETER, V.L. ve E.B. WYLIE, 1983. Fluid mechanics. McGrawHill International Editions, p: 562, Turkey.
- STREETER, W.L. ve E.B., WYLIE, 1985. Fluid Mechanics. Mc. Graw Hill, New York.

- SÖMER, B.M., İ. ÖNSAL ve M. BAYAZIT, 1995. Hidrolik. Birsen yayınevi, 325 s, İstanbul.
- TEZER, E., 1978. Sulamada Pompaj Tesisleri I-II, Köylüleri ve Kooperatifler Bakanlığı, Topraksu Yayınları, Adana.
- TOLEDO, R.T., 1991. Fundamentals of Food Process Engineering. Chapman and Hall, ITP An International Thompson Publishing Company, p 596, New York, USA.
- TOPKAYA, H., 1983. Teknik Hidrolik. Gazi Üniv. Mühendislik Mimarlık Fak. 250 s, Ankara.
- ULUGÖR, M. 1965. Mühendislikte Hidrolik ve Su Kuvvetleri Problemleri. Balkanoğlu matbaacılık Ltd. Şti, 246 s, Ankara.
- UZ, E., 1976. Pompaj ve Yağmurlama Sulama Tekniği. E.Ü. Zir. Fak. Yayınları, No: 266, 174 s, İzmir.

INDEX

A

Açık kanal akımları, 193
Açık kanallarda enerji, 198
Adhezyon kuvveti, 23
Ağırlık, 5
Akım çizgisi, 73, 110, 111
Akım çizgisi koordinatı, 115
Akım tipleri, 131, 193, 194
Akışkan, 1
Akışkanlar mekaniği, 1
Akma yöntemi, 12, 16
Alan gösterimi, 109
Andrade eşitliği, 10
Anlık hız, 138, 139
Atmosfer basıncı, 40
Atmosfer sıcaklığı, 40

B

Bağıl pürüzlülük, 144, 155
Barometre, 42
Basınç değişimi, 37, 38
Basınç dönüşümü, 134, 136, 137, 145
Basınç gradyenti, 74, 133
Basınç kuvveti, 49
Basınç merkezi, 45
Basınç prizması, 47
Bazin katsayısı, 211
Bernoulli eşitliği, 74, 76, 78
Bir boyutlu akım, 110
Birim, 2
Blair, 157, 159
Boru sistemleri, 160
Boruların kollara ayrılması, 161
Boruların paralel bağlanması, 161, 162
Boruların seri bağlanması, 161
Boyut, 2
Buhar basıncı, 20, 21
Büzölme etkisi, 79

C

Cebri yarıteka, 51, 52, 53

Chezy, 157, 211
Chezy katsayısı, 157, 211

Ç

Çalkantı hızı, 136, 139
Çeper kayma gerilmesi, 134, 135, 137
Çıkış çizgisi, 110, 111
Çoklu boru sistemi, 163

D

Dağa hızı, 196
Denge denklemi, 37
Dış bölge (tabaka), 139, 140
Dilatant akışkan, 18
Dinamik basınç, 76, 77
Dinamik viskozite, 9
Döner viskozimetre, 12, 15
Dönme hareketi, 51, 52
Durgun akım, 195
Durma basıncı, 76
Düğüm noktası, 162
Düzenli akım, 68, 89, 111, 193
Düzensiz akım, 111, 194
Düzgün hareket, 51, 52

E

Eddy viskozitesi, 140
Eğimli manometre, 42, 44
Elastiklik modülü, 18, 19, 20
En uygun kesit, 213
Enerji çizgisi, 85
Eşdeğer boru boyu, 149
Euler akış, 109

F

Fizik, 1
Froude sayısı, 195

G

Gaz kanunu, 6
Gaz sabiti, 19
Geçiş akımı, 131, 132
Gelişmekte olan akım, 133
Gelişmiş akım, 132, 133, 134, 137
Geniş kenarlı savak, 226, 227
Girdap viskozitesi, 140, 141
Giriş bölgesi, 132, 146

H

Hız alanı, 109
Hız dağılımı, 135
Hız katsayısı, 80
Hız profili, 132, 135, 141
Hızlı akım, 195
Hızlı değişken akım, 194
Hidrolik, 1
Hidrolik cilalı cidar, 144
Hidrolik eğim çizgisi, 85, 86
Hidrolik sıçrama, 217
Hidrolik yarıçap, 153
Hidrolikçe düzgün akım, 144
Hidrostatik kuvvet, 44, 50
Homojen akım, 111, 112
Homojen olmayan akım, 111, 112

İ

İdeal gaz kanunu, 6
İki boyutlu akım, 110

K

Kabarma basıncı, 76
Kaldırma kuvveti, 51
Kapaklar, 228, 229
Karışım yolu uzaklığı, 141
Katlama bölgesi, 139, 140
Kavitasyon, 21
Kayma gerimesi, 9
Kaynama, 21
Kaynama basıncı, 21
Keskin kenarlı savak, 222, 223
Kesme gerilmesi, 9
Kılcal boru, 23

Kılcal viskozimetre, 12, 15
Kinematik, 1, 109
Kinematik viskozite, 12
Kohezif kuvvet, 21, 23
Konum vektörü, 109
Konvektif ivme, 114
Kritik altı akım, 195
Kritik akım, 114
Kritik bölge, 146
Kritik derinlik, 201, 205, 206
Kritik üstü akım, 195
Kütle, 5

L

Lagrange akış, 109, 110
Laminer akım, 131, 132, 134
Laminer akış bölgesi, 146
Laminer alt bölge, 139, 140
Lokal ivme, 114
Lüle, 82, 165, 166, 167
Lüle verici katsayısı, 166, 167

M

Mach sayısı, 20
Maddesel türev, 112, 113
Manning, 157, 212
Manning katsayısı, 156, 213
Manometre, 42
Manometrik basınç, 41
Mekanik, 1
Moody diyagramı, 144, 145, 148
Mutlak basınç, 41
Mutlak pürüzlülük, 144, 149
Mutlak viskozite, 9

N

Nehir akımı, 195
Newton kanunu, 73
Newtoniyen sıvı, 18
Non-Newtoniyen sıvı, 18

O

Orifis, 76, 79
Orifisimetre, 165

Orifimetre verdi katsayısı, 165, 166

Ö

Ölü nokta basıncı, 76, 77
Özgöl ağırlık, 5
Özgöl enerji, 199
Özgöl hacim, 5
Özgöl kütle, 5

P

Piyezometre borusu, 42, 43
Poiseuille eşitliği, 12
Poiseuille kanunu, 136
Polar koordinat, 116
Pompa, 164
Pseudoplastik akışkan, 17

R

Reoloji, 16
Reynolds gerilmesi, 139
Reynolds sayısı, 131, 132

S

Savak, 222, 226
Savak katsayısı, 225, 227
Savak yükü, 224
Sel akımı, 195
Serbest yüzeyli akım, 193
Sev hızı, 20
Sifon, 61
Silindirik koordinat, 116
Statik basınç, 76, 77
Su cenderesi, 39
Sukba, 78
Sutherland eşitliği, 10
Süreklilik denklemi, 78
Sürtünme hızı, 141

Ş

Şev eğimi, 215
Şekil katsayısı, 149, 150, 151

Şekil kayıpları, 149

T

Tam gelişmiş akım, 132, 134, 137
Tam türbülanslı akım bölgesi, 147
Tadrici değişken akım, 194
Toplam basınç, 76, 77, 78
Türbülans akım, 131, 132, 137

U

U-manometresi, 42, 43

Ü

Üç boyutlu akım, 110
Üniform akım, 194
Üniform olmayan akım, 194
Üss kanunu, 10

V

Vektör işlemcisi, 114
Venturimetre, 82, 167, 168
Venturimetre verdi katsayısı, 168
Verdi ölçümü, 82, 83, 84, 165, 166
Viskoz alt tabaka, 139, 140
Viskozite, 9

W

Williams-Hazen formülü, 158

Y

Yoğunluk, 6
Yörünge, 110, 111
Yüzey gerilimi, 21, 22

Z

Zaman ortalamalı hız, 138, 139