

**ANKARA ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
İLKÖĞRETİM ANABİLİM DALI
MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI**

**ÇOCUKLARDA BİLİŞSEL SAYI TEMSİLİNİN
KARŞILAŞTIRILMASI TÜRKİYE VE İRAN ÖRNEĞİ**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Hadi AZİMİ

**Ankara
Eylül 2013**

ONAY SAYFASI

Eğitim Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğü'ne;

Bu çalışma jürimiz tarafından [Anabilim/Anasanat Dalı]'nda [Tez/Rapor Türü] olarak kabul edilmiştir.

Başkan : Prof. Dr. Sinan OLKUN

Üye : Doç. Dr. Seniye Renan SEZER

Üye : Yrd. Doç. Dr. Didem AKYÜZ

Onay

Yukarıdaki imzaların, adı geçen öğretim üyelerine ait olduğunu onaylarım.

Tarih: 27/09/2013

İmza

.....

Enstitü Müdürü

TEZ BİLDİRİMİ

Tez içindeki bütün bilgilerin etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde elde edilerek sunulduğunu, ayrıca tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada bana ait olmayan her türlü ifade ve bilginin kaynağına eksiksiz atıf yapıldığını bildiririm.

İmza

Adı Soyadı)

ÖNSÖZ

Dilin matematik öğrenimi ve eğitiminde oynadığı rol, matematik eğitiminin güncel literatüründeki önemli meselelerden birisidir. Dilin matematiksel gelişim üzerine en önemli etkisi, sayı sözcüklerinin yapısını oluşturmasıdır. Bu bağlamda bazı araştırmacılar, matematiğin öğretilmesi ve öğrenilmesinde matematiksel kavramların anlaşılmasının çok önemli bir etken olduğunu belirterek araştırmalar yapmışlardır. Yapılan pek çok araştırma, matematiksel düşünme ve performans üzerinde dil yapısındaki farklılığın etkili olduğunu göstermiştir. Miura ve arkadaşları çocukların kavramsal ifadeleri gösterimleri ile basamak değeri kavramını anlamaları arasındaki farkın dillerindeki sayı isimlendirme sisteminden kaynaklandığını iddia etmiştir.

Olkun ve arkadaşları bu araştırmaya Türkçeyi de ekleyerek çalışmanın boyutunu genişletmiş ve aynı zamanda Türkiye'nin de araştırmadaki yerini saplayarak katkıda bulunmuşlardır. Bende bir İranlı öğrenci olarak yapılan önceki çalışmaların genişletilmesine paralel olarak ve kendi ülkemizin matematik eğitimine de bir katkısı olacağını düşünerek bu araştırmaya Farsça dilini de dahil etmek istedim.

Hazırlamış olduğum tez konumun belirlenmesinde, tezin her aşamasında değerli düşünceleriyle bana yol gösteren tez danışmanım Prof. Dr. Sinan OLKUN' a sonsuz teşekkürlerimi sunuyorum.

Tez hazırlama sürecinin her aşamasında yardımlarını esirgemeyen, zorlukları aşmama yardımcı olan teyzeme ve dayıma içtenlikle teşekkür ediyorum.

Her zaman yanımda olan ve en zor günlerimde bile beni yüreklendiren anneme, babama ve kardeşime teşekkür ediyorum.

ÖZET

Amerikalı ve Asyalı çocuklar arasında matematiği anlama farklılıkları üzerine yapılan araştırmalarda sürekli olarak Asyalı çocukların Amerikalılardan daha başarılı olduğu bulunmuştur. Bu başarının Asya dilleri ve diğer dil grupları arasındaki farklılıklardan etkilenebileceği düşünülmektedir. Bu amaçla, Asya dillerini konuşan Çinli, Japon ve Koreli öğrenciler ile Amerikalı, İsveçli ve Fransız öğrenciler arasında ve daha sonra Türkiye’de yapılan bir araştırma aynı koşullarda İran’da da uygulanmıştır. Hint Avrupa dil grubuna ait olan Farsça dili’nin İngilizce, Fransızca ve İsveççe dilleriyle ortak özelliklere sahip olan onluk sayı sisteminin kavranmasında etkili olup olmadığı araştırılmak istenmiştir.

Çalışmaya iki farklı okuldan toplam 56 tane ilköğretim birinci sınıf öğrencisi katılmıştır. Öğrencilere, kartlara yazılmış olan sayılar gösterilmiş, bu sayıları onluk taban blokları ile göstermeleri istenmiştir. Asya dillerinde konuşanların sayıları oluştururken ilk tercihleri onluk ve birliklerin yerinde kullanıldığı onluk taban temsildir. Bu kullanımda basamak değeri daha uygun temsil edilmiştir.

Avrupa dillerini kullanan çocuklar, ilk tercihlerinde birlikleri saymayı tercih etmişlerdir. Türk çocuklar ise ilk uygulamada Amerikalı, Fransız ve İsveçli çocuklara göre onluk ve birlikleri daha çok yerinde kullanmış olsalar da iki uygulamanın sonucunda sadece Amerikalı çocuklardan daha çok onluk ve birlikleri yerinde kullanmayı başarmışlardır. İranlı öğrenciler ilk tercihlerinde Amerikan, Fransız ve İsveçli çocuklar gibi birlikleri saymayı tercih etmişlerdir. İkinci uygulama sonucunda ise İranlı çocukların Amerikan, Türk, Fransız ve İsveçli çocuklardan daha başarılı oldukları tespit edilmiştir.

Sonuç olarak; dillerdeki farklılıklar daha genç yaşlarda sayıların zihinsel temsilde ve özellikle temel aritmetik hesaplamalarda etkili olabilir (Miura, Okamoto, Kim, Chang, Steere ve Fayol, 1993) iddiasını destekleyen bulgular elde edilmiştir. Ama daha uzun vadede farklı kültürlerle ait çocuklar arasındaki sayısal beceri farklılıkları ev ve okul deneyimi gibi birçok

potansiyel sebeplerin etkisinde olabilir (Huntsinger, Jose, Liaw, & Ching, 1997; Wang & Lin, 2009). Bu nedenle, sayı dili farklılıkları gözlemlenen farklılıklar için sadece kısmi bir açıklamadır.

Yapılan bu araştırmada çok az sayıda katılımcının bulunmasından dolayı gelecekte yapılacak olan araştırmalar daha fazla kişiyle, daha fazla ülke arasında ve daha rafine karşılaştırmalar ile yapılmalıdır.

Alternatif bir yaklaşım da çocuklara erken sayısal beceri öğretimi için müdahalelerin yapılmasıdır ve daha düzenli bir dile sahip çocukların düzensiz dillere sahip çocuklara nazaran daha hızlı öğrenip öğrenmediklerinin araştırılmasıdır. Diğer yandan konuşulan sayı kelimelerinin düzenliliğinin öğrenmeyi tam olarak nasıl etkilediğini ortaya koyan araştırmalar, sayısal düşünme algımızı arttırmak kadar öğrenimi geliştirmeye de katkı sağlar.

ABSTRACT

The studies on differences in comprehension of Maths between American and Asian children have constantly shown that the Asian children are more successful than their American peers. It is thought that this success can be affected by the differences between Asian language groups and the others. For that purpose a study previously carried out first between the Chinese, Korean and Japanese students whose languages belong to Asian language groups and American, Swedish, French students; and later held in Turkey was replicated in Iran under the same circumstances. The effect of Persian language on comprehension of Decimal System of Numeration which share common features with English, French and Swedish languages which belong to Indo-European languages has been examined.

The study includes 56 first graders coming from two different schools. The students were shown several cards with numbers and wanted to show those numbers with Base Ten Blocks. The first choice of the students who speak Asian languages was the base ten System representation in which both tens and ones can be used properly. In this usage digit places were represented more appropriately.

The ones who speak European Languages preferred to count the units. However, Turkish students use tens and ones more appropriately than American, French and Swedish children; however in the end of the two processes they used them only more appropriately than American children. When examining Iranian students, they also preferred to count the tens and

ones as American, French and Swedish children did. And after the second application, it is observed that Iranian children were more successful than their American, Turkish, French and Swedish peers.

Consequently, the differences in the languages may be effective on mental representation of numbers and especially basic arithmetic calculations at younger ages (Miura, Okamoto, Kim, Chang, Steere ve Fayol, 1993). However, in the longer term, the differences in numerical skills between children who belong to different cultures may be under the influence of various potential reasons such as home and school experience (Huntsinger, Jose, Liaw, & Ching, 1997; Wang & Lin, 2009). Thus, the number language difference is just a partial explanation for the observed differences.

In this research, since the number of participants is not large enough, future research should be done with more participants, between more countries and with more refined comparisons. Another alternative approach is that some steps are taken for teaching early numerical skills to children and some research is done to understand if the children who have a more regular language learn faster than the children who have an irregular language. On the other hand, the research, which shows how the regularity of spoken number words affects learning, contributes to the development of learning as well as increase our perception of numerical thinking.

İÇİNDEKİLER

TEZ BİLDİRİMİ.....	i
ONAY SAYFASI.....	ii
ÖNSÖZ	iii
ÖZET	iv
ABSTRACT	vi
İÇİNDEKİLER	viii
ŞEKİLLER LİSTESİ	xi
ÇİZELGELER LİSTESİ	xii

BÖLÜM 1

GİRİŞ	1
1.1. Amaç.....	4

BÖLÜM 2

2.1. Matematik	5
2.2. İran Eğitim Sisteminin Yapısı	7
2.2.1. Okul Öncesi	8
2.2.1.1. Okul Öncesi Eğitiminin Genel Amaçları	8
2.2.1.2. Okulöncesi Eğitim Döneminde Matematik Müfredatı.....	8
2.2.2. İlköğretim	9
2.2.2.1. İlköğretim Eğitim Programları	10
2.2.2.2. İlköğretim Matematik Öğretiminin Amaçları.....	11
2.2.2.3. İlköğretim Birinci Sınıf Matematik Müfredatı	11
2.3. Matematikte Sayı Kavramları	13
2.4. Çocukta Matematik Algısının Gelişimi.....	15

2.4.1. Erken Öğrenme Teorisi	16
2.4.2. Psiko- metri Çalışmaları	17
2.4.3. Erken Çocukluk Dönemi.....	17
2.4.3.1. Erken Çocukluk Döneminde Sayı Kavramları	18
2.4.3.2. Erken Çocukluk Döneminde Sayı Kelimelerinin Kazanılması.....	20
2.4.3.3. Erken Çocukluk Dönemi Hesaplama Yöntemleri ve Hataları.....	21
2.4.4. Okul Öncesinde Aritmetiksel Yetkinlikler	22
2.4.4.1. Mekanizmalar	23
2.4.5. 10'luk Sayma Sistemi Bilgisi.....	24
2.4.6. Kültürler Arası Aritmetik	25
2.4.7. Toplama Stratejileri	26
2.4.8. Çıkarma Stratejileri.....	29
2.4.9. Çarpma ve Bölme Stratejileri	29
2.4.10. Kavramsal Bilgi	31
2.5. Matematik Başarısında Sayı Kavramları ve Dilin İlişkisi.....	31
2.6. Sayı Adlandırma Dili ve Matematik performansı	34
2.7. Basamak ve Basamak Değeri.....	39
2.7.1. Kavramsal Çerçeve.....	39
2.7.2. Basamak ve Basamak Değeri Fikri	42
2.7.3. "Basamak" ve "Basamak Değeri" Kavramlarının Matematiksel Yapısı.....	44
2.7.4. "Basamak" ve "Basamak değeri" Kavramlarının Tarihsel Yapısı.....	45
2.7.5. "Basamak" ve "Basamak değeri" Kavramlarının Matematik Öğretimindeki Yeri.....	55
2.8. Araştırmanın Önemi ve Amacı	60
2.8.1. Çocukların Sayısal Bilgi Edinimlerini Etkileyen Dillerdeki	

Sayı Kelimeleri Arasındaki Farklılıklar	61
2.8.2. Çocukların Matematik Öğreniminde Daha Düzenli Bir Sayı Sisteminin Etkisi	63
2.8.3. Sayısal Düşünmede Sayı Dillerinin Uzun Vadeli Etkileri	64
2.8.4. Amaç	66

BÖLÜM 3

YÖNTEM	67
3.1. Araştırma Modeli	67
3.2. Katılımcılar	67
3.3. Verilerin Toplanması	68
3.4. Verilerin Analizi	69

BÖLÜM 4

BULGULAR ve YORUM	71
4.1. Birinci Uygulamaya İlişkin Bulgular	71
4.2. İkinci Uygulamaya İlişkin Bulgular	72
4.3. Uygulama 1 ve Uygulama 2 Sonuçlarının Karşılaştırılmasına İlişkin İstatistiksel Değerlendirme	73
4.4. Her bir kategorideki sayıların Farsça ve Türkçe Dilinde Temsili	75

BÖLÜM 5

SONUÇ ve ÖNERİLER	77
5.1. Gelecekteki Yönelimler	81
KAYNAKLAR	82

ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil 1.	Okul öncesi çocukların sayılarla ilgili zihinsel semboller belirlemeleri	23
Şekil 2.	Dil grupları	38
Şekil 3.	Rakamın konumuna göre farklı sayısal değerler almalarına ilişkin bir örnek	43
Şekil 4.	M.Ö. 30 000 yıllarına ait olduğu düşünülen kurt kemiği.....	46
Şekil 5.	Mısır Sayı Sistemindeki Semboller	48
Şekil 6.	Roma Sayı Sistemindeki Semboller	49
Şekil 7.	Babil Sayı Sistemindeki Semboller	50
Şekil 8.	Babil Bilgin Sayılaması	51
Şekil 9.	Hindistan'da Gerçekleşen Keşifler	53
Şekil 10.	Basamak Değeri Bilgisinin Üç Temel Ögesi	56
Şekil 11.	34 Sayısı için Verilen Etkinlik	57
Şekil 12.	Onluk taban bloklarının çubuk ve küpleri	69

ÇİZELGELER LİSTESİ

Çizelge 1.	Sayı Sözcüklerinin Sekiz Dilde Yazılışı	3
Çizelge 2.	İran İlköğretim Programına Ait Haftalık Ders Saatlerinin Dağılımı	10
Çizelge 3.	İran İlköğretim Matematik Öğretiminin Genel Amaçları	11
Çizelge 4.	Katılımcı Öğrencilerin Cinsiyetlerine İlişkin Bulgular	68
Çizelge 5.	Öğrenci yanıtlarının kodlanması	70
Çizelge 6.	Birinci Uygulamada 11, 13, 28, 30 ve 42 Sayılarına İlişkin Bulgular	71
Çizelge 7.	İkinci Uygulamada 11, 13, 28, 30 ve 42 Sayılarına İlişkin Bulgular	72
Çizelge 8.	11 Sayısının oluşturulmasına İlişkin 1.Uygulama ve 2. Uygulamanın Farklılaşmasına İlişkin Wilcoxon Sonuçları	73
Çizelge 9.	13 Sayısının Oluşturulmasına İlişkin 1. Uygulama ve 2.Uygulamanın Farklılaşmasına İlişkin Wilcoxon Sonuçları	73
Çizelge 10.	28 Sayısının Oluşturulmasına İlişkin 1. Uygulama ve 2. Uygulamanın Farklılaşmasına İlişkin Wilcoxon Sonuçları	74
Çizelge 11.	30 Sayısının Oluşturulmasına İlişkin 1. Uygulama ve 2. Uygulamanın Farklılaşmasına İlişkin Wilcoxon Sonuçları	74
Çizelge 12.	42 Sayısının Oluşturulmasına İlişkin 1. Uygulama ve 2. Uygulamanın Farklılaşmasına İlişkin Wilcoxon Sonuçları	75
Çizelge 13.	Her Bir Kategorideki Sayıların Türkçe ve Farsça Dilinde Temsili	76
Çizelge 14.	Her bir kategorideki sayıların sekiz farklı dilde temsili	79

BÖLÜM 1

GİRİŞ

Matematiksel başarıda uluslararası farklılıkları saptamak için birçok araştırma yapılmıştır. Amerikalı ve Uzakdoğulu çocuklar arasında matematiği anlama farklılıkları üzerine yapılan araştırmalarda sürekli olarak Uzakdoğulu çocukların Amerikalılardan daha başarılı oldukları bulunmuştur (Zhou, Reverly ve Lin,2005). Uzakdoğulu çocuklar formal eğitime Amerikalı yaşlıları ile aynı temel matematiksel kabiliyetlerle başlamalarına rağmen (K.F. Miller, Smith, Zhu ve Zhang, 1995), Amerikalı ve Uzakdoğulu çocuklar arasındaki başarı farklılıkları birinci sınıfın hemen başından ve hatta bazen anaokulundan itibaren oluşmaya başlamaktadır (Stevenson, Chan ve Lee, 1993). Yapılan bir araştırmaya göre Amerikalı anaokulu öğrencileri tam ve doğru olarak 1'den 50'ye kadar sayamazken, Koreli anaokulu öğrencilerinin bu konuda herhangi bir sıkıntı yaşamadığı görülmüştür (Miura ve Okamoto, 2003). Yine başka bir araştırmaya göre Koreli anaokulu öğrencilerinin çok basamaklı sayılarda onluk blokları Amerikalı öğrencilerden daha fazla kullandıkları saptanmıştır (Miura ve ark. 1988). Matematik alanında Uzakdoğulu çocuklarla Amerikalı çocukları karşılaştıran onlarca araştırmada, farklılıkların genellikle ev hayatı ve okul yaşantılarından kaynaklandığı düşünülmüştür (Stevenson ve Stigler, 1992). Fakat daha sonraları okul öncesi dönemde dahi Uzakdoğulu çocukların daha önde olduğu bulunarak (Stevenson, Lee ve Graham, 1993) okul yaşantılarının ötesinde sebepler aranmaya başlanmıştır. Öte yandan Ginsburg ve arkadaşlarının (1987) Koreli ve ABD'li çocuklar üzerinde yaptıkları araştırmada bu konuyu doğrulamayan sonuçlara varılmıştır. Bu araştırmada çeşitli yaş gruplarına ait Koreli ve ABD'li çocuklar matematik performansları açısından değerlendirmeye alınmıştır. Araştırma sonuçlarına göre okulöncesi Koreli çocuklar ABD'li yaşlılarına göre daha düşük performans sergilemişlerdir. Bunun nedeni ise

araştırmacılar tarafından çeşitli çevresel faktörlere ve evde ebeveyn tarafından yeterli zihinsel uyarımların bulunmaması olarak açıklanmıştır.

Çocukların matematiksel gelişimi, sosyo-kültürel ve biyolojik faktörlerden etkilenmektedir. Daha da önemlisi bu durum çocukların matematiksel gelişimlerini farklı yönlerden etkilemektedir. Biyolojik faktörler, normal bir seyir izlendiğinde yaşa bağlı olarak değişirken, sosyo-kültürel faktörler ana hatlarıyla iki kategoriye ayrılarak değişkenlik göstermektedir (Olkun ve ark, 2010).

Bunlardan birincisi sayı kelimelerinde dillere göre meydana gelen farklılık, diğeri ise okuldur (Geary, Bow-Thomas, Liu ve Siegler, 1996 Akt: Olkun ve ark, 2010). Çocukların okula gelmeden önceki matematiksel yeteneklerinde ve bilgilerindeki farklılığın önemli kaynaklarından biri de dildir (Miura, Okamoto, Vlahovic - Stetic, Kim ve Han, 1999). Okullardaki uygulamalar ise ülkelere göre farklılık göstermekte, bu da lkelerin kendi müfredatlarını belirlemelerinin bir sonucu olarak ortaya çıkmaktadır (Olkun ve ark 2010).

Dilin matematiksel gelişim üzerine en önemli etkisi, sayı sözcüklerinin yapısını oluşturmasıdır (Olkun ve ark 2010). Çünkü sayı sözcüklerinin yapısı, sayı yeterliliğinin ortaya çıkmasını etkileyen önemli bir faktördür (Geary, Bow-Thomas, Liu, Siegler,1996). Bu anlamda bazı araştırmacılar, matematiğin öğretilmesi ve öğrenilmesinde matematiksel kavramların anlaşılmasının çok önemli bir etken olduğunu belirterek araştırmalar yapmışlardır (Chung ve Lew, 2007). Yapılan pek çok araştırma, matematiksel düşünme ve performans üzerinde dil yapısındaki farklılığın etkili olduğunu göstermiştir (Miura, Okamoto, Vlahovic-Stetic, Kim ve Han, 1999).

Miura ve arkadaşları, çocukların kavramsal ifadeleri gösterimleri ile basamak değeri kavramını anlamaları arasındaki farkın dillerindeki sayı isimlendirme sisteminden kaynaklandığını iddia etmiştir (Miura, Okamoto, Vlahovic-Stetic, Kim ve Han, 1999). Uzakdoğu dillerindeki ifadeler sayıların onluk sistemde nasıl gösterileceğine ilişkin daha fazla ipucu vermektedir. Basamak değeri kavramı da bu dillerdeki sayıların ifadeleri sayesinde kendiliğinden ortaya çıkmaktadır. Bir diğer deyişle, Uzakdoğu dillerinde sayı

sistemi, çocukların onluk sistemde sayıların kavramsal yapısını anlamalarını ve sayıları göstermelerindeki gelişimi desteklemektedir (Miura, Okamoto, Kim ve Chang, 1988). Bu sayı sisteminde, 1-10 arasındaki sayı kelimeleri basit hecelerden oluşmaktadır. Çizelge 1'den anlaşılacağı üzere, sonrasında 11-19 arasındaki sayılar örneğin; 11, on-1 (bir) olarak ifade edilmektedir. 20'den sonrası ise örneğin; 22, 2on-2 (iki) şeklinde ifade edilmektedir. Böylece çocukların 100'e kadar saymaları için 1-10 arası sayı kelimelerini öğrenmeleri yeterli olmaktadır (Cotter, 2002). İngilizceye baktığımızda (Çizelge 1) ise öğrencilerin saymayı öğrenebilmeleri için 1-19 arasındaki sayı sözcüklerinin ayrı ayrı hepsini öğrenmeleri gerekmektedir (Miura, Okamoto, Kim, Chang, Steere ve Fayol, 1994).

Çizelge 1. Sayı Sözcüklerinin Sekiz Dilde Yazılışı

+	İngilizce	Fransızca	İsveççe	Çince	Japonca	Korece	Türkçe	Farsça
1	One	Un, une	En, ett	Yi	İchi	Il	Bir	yek
2	Two	Deux	Två	Er	Ni	Ee	İki	do
3	Three	Trois	Tre	San	San	Sam	Üç	se
4	Four	Quatre	Fyra	Si	Shi	Sah	Dört	çahar
5	Five	Cinq	Fem	Wu	Go	Oh	Beş	penc
6	Six	Six	Sex	Liu	Roku	Yook	Altı	şeş
7	Seven	Sept	Sju	Qi	Shichi	Chil	Yedi	heft
8	Eight	Huit	Åtta	Ba	Hachi	Pal	Sekiz	heşt
9	Nine	Neuf	Nio	Jiu	Kyu	Goo	Dokuz	noh
10	Ten	Dix	Tio	Shi	Juu	Shib	On	deh
11	Eleven	Onze	Elva	Shi-yi	Juu-ichi	Shib-il	Onbir	yazdeh
12	Twelve	Douze	Tolv	Shi-er	Juu-ni	Shib-ee	Oniki	devazdeh
13	Thirteen	Treize	Tretton	Shi-san	Juu-san	Shib-sam	Onüç	sizdeh
14	Fourteen	Quatorze	Fjorton	Shi-si	Juu-shi	Shib-sah	Ondört	çahardeh
15	Fifteen	Quinze	Femton	Shi-wu	Juu-go	Shib-oh	Onbeş	panzdeh
16	Sixteen	Seize	Sexton	Shi-liu	Juu-roku	Shib-yook	Onaltı	şanzdeh
17	Seventeen	Dix-sept	Sjutton	Shi-qi	Juu-shichi	Shib-chil	Onyedi	hefdeh
18	Eighteen	Dix-huit	Arton	Shi-ba	Juu-hachi	Shib-pal	Onsekiz	hecdeh
19	Nineteen	Dix-neuf	Nitton	Shi-jiu	Juu-kyu	Shib-goo	Ondokuz	nuzdeh
20	Twenty	Vingt	Tjugo	Er-shi	Ni-juu	ee-shib	Yirmi	bist
21	Twenty-one	Vingt-et un	Tjugoett	Er-shi-yi	Ni-juu-ichi	ee-shib-il	Yirmibir	bist o yek
22	Twenty-two	Vingt-deux	Tjugotva	Er-shi-er	Ni-juu-ni	ee-shib-ee	Yirmiiki	bist do
30	Thirty	Trente	Trettio	San-shi	San-juu	Sam-shib	Otuz	si
40	Forty	Quarante	Fyrtio	Si-shi	Shi-juu	Sah-shib	Kırk	çehel
50	Fifty	Cinquante	Femtio	Wu-shi	Go-juu	Oh-shib	Elli	pencah
60	Sixty	Soixante	Sextio	Liu-shi	Roku-juu	Yook-shib	Altmış	şest
70	Seventy	Soixante-dix	Sjuttio	Qi-shi	Shichi-juu	Chil-shib	Yetmiş	heftad
80	Eighty	Quatre-vingts	Åttio	Ba-shi	Hachi-juu	Pal-shib	Seksen	heştad
90	Ninety	Quatre-vingt-dix	Nittio	Jiu-shi	Kyu-juu	Goo-shib	Doksan	neved

Türkçeye baktığımızda ise; çocukların sözel saymayı öğrenebilmeleri için Uzakdoğu dillerine benzer bir şekilde 1-10 arasındaki sayıları hatırlamaları gerekmektedir. Fakat Uzakdoğu dillerindeki ifadeler ek olarak 100'e kadar olan onlukları da hatırlama zorunlulukları vardır.

Farsçanın dil yapısına bakacak olursak çocukların sözel saymayı öğrenebilmeleri için İngilizceye benzer bir şekilde 1-19 arasındaki sayıları ve 100'e kadar olan onlukları hatırlamak zorundadırlar. Uzakdoğu dillerini konuşan çocukların 100'e kadar sayabilmesi için 10 tane sayı sözcüğü bilmesi gerekirken, Türk çocuklar için Türkçenin sözel sayma alanında tam olarak Avrupa dilleri ile Uzakdoğu dilleri arasında kaldığından dolayı bu sayı 19, Avrupa dilleri ve Farsça konuşan çocuklar için ise 28'dir.

Uzakdoğulu öğrencilerin Amerikalı yaşlılarına nazaran başarılı bulunmaları ilgi çekicidir. Çocukların özellikle eğitimin ilk evrelerinde hatta anaokullarında farklılaşmaya başlaması matematik eğitime etki eden faktörlerin araştırılmasına olan ihtiyacı arttırmaktadır. Yapılan bu araştırmanın amacı Farsça konuşan çocukların sayı temsili hakkındaki durumlarını belirlemek ve bunu literatürde bulunan diğer ülke verileri ile karşılaştırmaktır.

1.1. Amaç

Bu çalışmanın amacı, İngilizce ve Fransızca gibi Hint-Avrupa dil grubuna dâhil olan Farsça dil yapısının öğrencilerin matematik öğrenmelerine herhangi bir etkisi olup olmadığını araştırmaktır.

Alt Amaçlar:

- 1- Farsça konuşan İranlı öğrencilerin sayı temsiliinde onluk blokları nasıl kullanmaktadırlar?
- 2- Farsça konuşan öğrencilerin onluk blokları kullanarak sayı temsili yapmada diğer dilleri (İngilizce, Fransızca, İsveççe, Çince, Japonca, Korece, Türkçe) konuşan öğrencilerle benzerlik ve farklılıkları nedir?

BÖLÜM 2

2.1. Matematik

İlköğretim matematiği, aritmetik, geometri, cebir, uzunluk, kütle, hacim, grafik, sayılar gibi matematiği oluşturan kavramlar ve bunların birbirleriyle ilişkilerini ve sembollerini kapsar. Matematik tüm kültürler ve uygarlıklar için evrensel bir dil olarak kabul edilmiştir. Bireylerde düşünmeyi sağlayan ve başkalarıyla iletişimi güçlendiren önemli bir araç ve ihtiyaçtır. Matematik, dünyanın düzen ve organizasyonu için son derece önemli ve gerekli bir araçtır ve herkes matematiği belli bir yere kadar öğrenmek zorundadır. Bilim ve ona dayalı teknolojinin giderek artan ölçülerde etkilediği, hatta biçimlediği çağdaş yaşamda matematiğin değeri tartışılmaz bir konudur (Yıldırım, 1988).

Matematik diğer derslere oranla daha güçlü bir sıralı yapıya sahiptir, kavramlar bir zincir halkası gibi birbiri ile bağlantılıdır. Kavramlardan birinin eksikliği, öğrenilmemiş olması yeni kavramların öğrenilmesini de güçleştirmektedir (Swadener ve Soedjadi, 1988). Bu nedenle, matematik ön şartlılık ilişkisi çok yüksek olan bir ders olması yönüyle, temel kavramların anlaşılması ve bu temeller üzerine yenilerinin oluşturulması prensibini içerisinde barındırır (Altun,1997).

Matematikle tanışma doğumla başlamaktadır. Bebeklikte nesne devamlılığını kazanmaya ve basit düzeyde neden-sonuç ilişkilerinin anlaşılmasına başlanması matematik gelişiminde temel kabul edilmektedir. Yaşla birlikte deneyimlerin ve diğer alanlardaki yeterliliklerin artması matematik gelişiminde yeni aşamaları oluşturmaktadır (Antel ve Keating, 1983).

Çocuğun matematik ile ilgili bilgileri, becerileri ve deneyimleri de tıpkı oyun gibi bireyin bebeklikle başlayan yaşam serüveninde basit-somut ilişkilerden, ileri düzeydeki soyutlamalara varan bir süreçte gelişme gösterir. Matematik ve matematiksel düşünce çocuğun yaşamından soyutlanmış, sadece okullardaki bir ders müfredatıyla sınırlı değildir. Çocuk matematikle beraber yaşar; onunla birlikte büyür ve gelişir.

Ezbere verilecek bir matematik bilgisi, çocuğun zihinsel gelişimine katkı sağlamayacağı gibi, aynı zamanda onun matematikten uzaklaşmasına da neden olur. Oysa bu dönemde önemli olan çocuğun bilgiyi öğrenmesi değil araştırma, gözlem ve inceleme becerilerini geliştirerek sağlam bilimsel temeller oluşturmaları ve bilimsel düşünme becerisi kazanabilmesidir.

Yapısı hakkındaki kısa açıklama gösteriyor ki, matematikte keşfetme ve yaratma süreci önemlidir. Temel eğitimin başlangıcı olan ilköğretimde öğrencilerde keşfetme sürecinin geliştirilmesi, matematik derslerinin önemli hedefleri arasında yer almalı; öğretmenler, bu sürecin geliştirilmesi için gayret göstermelidirler. Keşfetme sürecinde sezgiden ve tahminden yararlanmanın büyük yeri vardır. Aksiyomlar ve teoremler halinde verilmiş olan matematikteki prensiplerin öğrenciler tarafından ilk defa bulunuyormuşçasına görülmesi ve sezilmesi, problemlerin öğrencilerin kendi görüş ve sezişleri yoluyla çözülmesi, problemlerin çözümünde, çözümden çok bu çözümdeki sürecin (düşünme yolunun) geliştirilmesi, matematik öğretiminde matematiğin yapısı yönünden göz önüne alınacak önemli hususlar arasında yer alır (Baykul,2002).

Çünkü birçok ödevi ve uygulama alanı bulunan ve eğitim sisteminin olmazsa olmaz temel öğelerinden biri sayılan matematik her geçen gün yaşamda başarı için daha önemli hale gelmektedir. Bunun sonucu olarak, istenen nitelikte bireyler yetiştirmek için matematik öğretiminde yeni yaklaşımlar, teknik ve yöntemler gündeme gelmekte ve uygulamaya konmaktadır. Bu çerçevede günlük yaşamdan ve diğer bilimlerden uzak, durağan bilgi ve becerilerin, ezberin ön plana çıktığı, öğretmen anlatır öğrenci not tutar ve dinler şeklindeki yaklaşımlar önemini yitirmektedir. Bunların yerini, öğrenciye araştırma, sorgulama, muhakeme etme, ilişki kurma, problem çözme, iletişim kurma gibi üst düzey düşünme becerileri kazandırmayı amaçlayan yaklaşımların geliştirilmesi almaktadır (NCTM, 2001).

Yeni yaklaşımlarda öğretmen matematiksel bilginin sahibi, aktarıcısı değildir. Aksine, bireyin "matematiksel düşünme (MD)" ve "matematiksel güç (MG)" ünün gelişimi için projeler hazırlayan rehber konumundadır.

2.2. İran Eğitim Sisteminin Yapısı

- Okulöncesi: 5 yaş grubu çocukları ilköğretim eğitim kurumlarına girmeye hazırlamak amaçlı isteğe bağlı 1 yıllık eğitim programını içerir.
- İlköğretim: 6 ila 11 yaşındaki çocukları kapsayan 5 yıllık bir eğitim sürecidir.
- Ortaöğretim: 11 ila 14 yaşındaki çocukları kapsayan 3 yıllık bir eğitim sürecidir.
- Lise: 3 yıllık öğretim süreci içeren bu kademe için İran milli eğitim bakanlığı tarafından 3 çeşit lise tanımlanmaktadır:
 - 1) Normal lise
 - 2) Teknik-meslek lisesi
 - 3) Mesleki lise

Normal lise: Bu alanı seçen öğrenciler matematik ve fizik bilimleri, Farsça edebiyatı ve sosyal bilimleri ve deneysel bilimler olarak üç bölümden birini tercih ederek, 96 krediyi geçirdikten sonra lise diplomasını almaya hak kazanırlar.

Teknik-meslek lisesi: Bu alanı seçen öğrenciler endüstri, ziraat, elektrik, metalürji, sanat, işletme, ekonomi, maliye, idari bilimler ve gemi endüstrisi programlarından birini seçerek 96 krediyi geçirdikten sonra lise diplomasını almaya hak kazanırlar.

Mesleki lise: bu alanı seçen öğrenciler 96 krediyi hizmet sektörü veya tarım ve ziraat programlarında bitirdikten sonra lise diplomasını alabilirler. Bu eğitim programının amacı kendi alanlarında nitelikli ve uzman işgücü elemanlarını yetiştirmektir.

- Üniversite öncesi eğitimi: Lise eğitimini tamamlayan ve üniversite veya diğer yükseköğretim kurumlarından birinde eğitimini devam ettirmek isteyen öğrenciler bu 1 yıllık üniversite öncesi programına katılmak zorundadırlar.

2.2.1. Okul Öncesi

Bu kademedeki eğitim programı iki ana kategoriye ayrılmaktadır:

- 1) Bilimsel eğitim kategorisi: farsça dili, temel matematik, temel fen bilimleri, din ve inanç etkinlikleri ve bilimsel geziler bu kategorideki programları oluşturmaktadır.
- 2) Eğitimsel etkinlikler kategorisi: bu kategoride el sanatları, nesneleri kesip yapıştırma, resim yapma, akıl oyunları, öykü anlatma, şiir okuma ve beden eğitimi gibi etkinlikler yapılmaktadır.

2.2.1.1. Okul Öncesi Eğitiminin Genel Amaçları

- 1) Çocukların fiziksel, zihinsel, duygusal ve sosyal yönlerinin ahlak ve inanca dayalı gelişimi.
- 2) Çocukların yetenek ve becerilerinin düzeyini arttırmak.
- 3) Çocuklarda bilimsel ve zihinsel kavramların anlaşılmasına zemin hazırlamak.
- 4) Farsça dilinin yanında diğer etnik gruplara ait dillerin gelişimi.
- 5) Çocukların işbirlikçi ve sosyal etkileşim yönlerini geliştirmek.
- 6) Eğitim sürecinde düşük gelirli ailelere ait çocukları destekleme ve koruma altına alma.

2.2.1.2. Okulöncesi Eğitim Döneminde Matematik Müfredatı

- Açık ve kapalı çizgiler kavramının eğitimi
- Düz ve eğri çizgiler kavramının eğitimi

- Küçük ve büyük kavramlarının öğrenimi
- Sayı kavramının öğrenimi
- Yön kavramı ile ilgili eğitim
- Kısa ve uzun kavramları
- Konum ve uzay kavramları
- Yukarı ve aşağı kavramları
- Daha az ve daha fazla kavramları
- Geometrik şekilleri tanımak
- Ağırlık ve hafiflik kavramı
- Alt ve üst kavramları
- Sayı kavramının yarı somutlaşmış aşamasında sembolle gösterimi
- Sayılar kullanarak nesneleri saymayı öğrenme (9'a kadar)
- Uzak ve yakın kavramları
- Yarım kavramının öğrenimi
- Mantıksal dizi öğrenimi
- Sayma ve sıralamak eğitimi
- Bir veya daha fazla ortak özelliğe göre gruplandırma
- Eşitlik kavramının eğitimi

2.2.2. İlköğretim

İlköğretim kademesinin genel amaçları:

- 1) Öğrencilerin ahlaki ve inanç yönlerinin gelişimi için uygun bir ortam oluşturmak.
- 2) Çocukların yetenek ve yaratıcılıklarını geliştirmek.
- 3) Fiziksel olarak çocukların gelişimi.
- 4) Okuma, yazma ve hesaplama eğitimlerinin yanı sıra çocukların sosyal etkileşim yönlerini geliştirmek.

5) Bireysel ve genel sağlık eğitimi.

2.2.2.1. İlköğretim Eğitim Programları

- Farsça yazım
- Farsça kompozisyonu
- Farsça dili (okuma ve anlama)
- Matematik
- Din eğitimi
- Sosyal bilimi
- Sanat eğitimi
- Fen bilimler ve sağlık
- Beden eğitimi
- Kuran

Bu programlar haftalık 24 ders şeklinde ve her ders süresi 45 dakika olarak yapılmaktadır.

Çizelge 2: İran İlköğretim Programına Ait Haftalık Ders Saatlerinin Dağılımı

MÜFREDAT	1.SINIF	2. SINIF	3. SINIF	4. SINIF	5. SINIF
FARŞA YAZMA	1	3	2	2	2
FARŞA KOMPOZİSYONU	—	2	2	2	2
FARŞA DİLİ (OKUMA VE ANLAMA)	12	4	4	3	3
MATEMATİK	5	5	4	4	4
DİN EĞİTİMİ	—	3	2	2	2
SOSYAL BİLİMİ	—	—	2	—	—
SANAT EĞİTİMİ	1	2	—	4	4
FEN BİLİMLERİ VE SAĞLIK	3	3	4	3	3
BEDEN EĞİTİMİ	2	2	2	2	2
KURAN	—	—	2	2	2
HAFTALIK TOPLAM DERS	24	24	24	24	24

2.2.2.2. İlköğretim Matematik Öğretiminin Amaçları

İran Milli Eğitim Bakanlığı matematik öğretiminin genel amaçlarını aşağıdaki gibi belirlemiştir.

Çizelge 3. İran İlköğretim Matematik Öğretiminin Genel Amaçları

Entelektüel merakı geliştirmek, öğretim yoluyla doğru düşünme ve sonuçlar elde etmek için önceki bilgilerini kullanma.

Günlük yaşamda sayısal hesaplamalar için gerekli yeteneği kazandırmak.

Günlük hayatın ihtiyaçları ile ilgili tahmin yürütme ve zihinsel işlem yapma becerilerini etkin kullanabilme.

Diğer öğrenme alanlarında kullanabilmek için matematiksel kavramlar ve sistemleri anlayabilme.

Problem çözmede strateji geliştirme ve sonucu hakkında tahminde bulunma.

Problemlerin matematiksel içeriğini anlamak ve onları çözmek için matematiksel kalıplarda ifade etme yeteneğini geliştirebilme.

2.2.2.3. İlköğretim Birinci Sınıf Matematik Müfredatı

- Geometrik şekiller
- Konum ve yön kavramı
- Sayma
- Sayı sembolü
- Sıralı sayılar (Ordinal sayılar)
- Karşılaştırma ve sıralama
- Toplama ve çıkarma
- Ölçme
- Nokta ve Çizgi kavramı
- Simetri kavramı
- Geometrik desenler
- Sayısal modeller
- Data toplama

➤ Dataların sıralanması ve grafik oluşturma

Öncelikle, amacına uygun matematik öğretimi ile bireyler karşılaştıkları problemleri çözme becerisini kazanırlar. Buna paralel olarak, analiz, sentez, tümdengelim, tümevarım, özelleştirme ve genelleştirme yollarını kullanma alışkanlıklarını edinirler. Belki en önemlisi kendilerinden emin, özgüven sahibi, kendileri ve çevreleri ile barışık kimseler olarak toplumdaki yerlerini alırlar. Bu noktada, NCTM'in matematik öğretimi ile ilgili yaklaşımında vurguladığı: '*Matematik öğretiminin amacı tüm öğrencilerin matematiksel güçlerini (MG) geliştirmeye yardımcı olmak ve matematiksel düşünmeyi kazanmalarına katkı sağlamaktır*' (NCTM, 1991, s 32) ilkesi öne çıkmaktadır. Bu denli önemli sayılan ve eğitim sistemlerinin ana amaçları arasında yer alması istenen MG'nin doğru bilinmesi ve doğru yorumlanması kaçınılmazdır.

MG kavramını oluşturmak ve tanımlayabilmek için, onu oluşturan bileşenleri ve özelliklerini doğru algılamak ve işlemek gerekir. MG kavramı NCTM tarafından gündeme getirilmiş ve Eğitim Gelişiminde Ulusal Değerlendirme (National Assessment of Educational Progress-NAEP) kurumu tarafından desteklenen bir çalışmada uygulamaya geçirilmiş bir kavramdır.

NCTM, MG'yi, araştırma yapmada, tahminde bulunmada, muhakeme etmeyi geliştirmede, alışılmışın dışındaki problemleri çözmede, matematiksel iletişim kurmada ve kavramları ilişkilendirmede önemli etken olarak belirtmektedir. Ayrıca NCTM, sunulan bu özelliklerin her birini birer standart olarak ele almakta ve geniş biçimde açıklamaktadır. Bunlara paralel olarak MG'nin, bireysel özgüveni, değerlendirme yapmayı ve karar vermeyi geliştirmede önemli rol oynayan kimi özellikleri de içerdiğini öne sürmektedir (NCTM, 1999 ve 2000).

Günümüzde bireylerden beklenen, bilgiye ulaşabilme yollarını öğrenme, ulaşılan bilgiye anlam verebilme, bilgiden yeni bilgiler üretebilme, üretilen bilgiyi kullanabilme ve geliştirebilme gibi niteliklerin kazanımı, belli düzeyde bireysel MD ve MG'yi gerektirmektedir. Bu da her şeyden önce düşünebilmeyi gerekli kılar.

Yaşam için vazgeçilmez bir özellik olan düşünme önemli bir süreçtir. Çünkü birey yaşamı boyunca çeşitli durumlar ve konumlarda karşılaştığı problemleri çözmede, öğrenmede, bilgiden bilgi üretmede, doğru iletişim kurmada ve etkileşimde düşüncesini kullanmaktadır. O nedenle insanın doğru ve dayanaklı düşünmesi yadsınamaz bir yetenektir. Bireyin düşündüğünü ön öğrenmeleri ile doğru ilişkilendirebilmesi, anlamlandırılması, yorumlaması ve geliştirebilmesi için belli bir düzeyde MG'ye sahip olması gerekir.

Çevremizde gördüğümüz birçok olay, olgu ve nesnenin matematiksel modellenmesi matematik ile günlük yaşam ilişkisini kurmada önemlidir. Bu aynı zamanda üretilen düşüncenin ve bireysel MG'nin somutlaştırılmasında yarar sağlar. Doğa olaylarını matematiksel modeller ile temsil etmek ve açıklamak için önce doğru algılamak gerekir. Bu da bireysel MG gelişiminin temelini oluşturur. Günlük yaşamdaki olayların modellenmesi, bireyin matematikte problem çözmesinden bile daha üst düzey bir becerinin gelişmesine hizmet eder.

2.3. Matematikte Sayı Kavramları

İlkokul matematiğinin sayı ile ilgili kısmına "aritmetik", biçim ile anlatılan kısmına "geometri" denir. Aritmetikte, sayı kavramları yanında, işlem kavramları da vardır. Sayıların adlarına "sayı sözcükleri" denir. Sıfır, bir, iki, üç... gibi. Rakam, bu sayıların biçim olarak gösterilmesidir. İşlemler de sayılar arasındaki ilişkileri anlatan sözcüklerdir: toplama, çıkarma, çarpma, bölme... gibi.

Aritmetiğin temelini oluşturan sayı ve işlem kavramları aslında soyuttur. Çocuğun soyut olan bu kavramlara ulaşması için somut nesne ve araçlar yardımıyla öğretim yapmak gerekir. Bu bakımdan, somuttan soyuta ilkesi, aritmetik öğretiminde büyük rol oynamaktadır. Bunun için, çocuğa öğreteceğimiz bütün sayı ve işlem kavramlarını, çocuğun önünde yapılan somut örneklerden hareket ederek öğretmek gerekir. Çocuğun 1 sayısını öğrenebilmesi, bir kalem, bir defter, bir elma gibi somut örnekleri kavramasından sonradır. Çocuk bunları kavradıktan sonra, zihninde soyutlama yapacak ve sonunda kalem, defter, elma gibi somut varlıkları

atarak (genelleme sonucu) "bir" kavramına ulaşacaktır. Buna, zihnin "soyutlama ve genelleme" yapması denir (Binbaşıoğlu,1987).

Sayı kavramı matematik kavramları arasında yer alan önemli bir kavramdır. Aritmetiğin en temel malzemelerinden biri olan sayının çocuğun dünyasındaki yeri yetişkininkinden farklıdır. Çocuklarda, matematik kavramlarının yanı sıra sayı ve sayı ile ilgili kavram ve becerilerin gelişmesi de oldukça yavaş gerçekleşmektedir (Çepoğlu,1994).

Clements'e (1987) göre çocuklarda sayı kavramının gelişmesi ile ilgili görüşler mantıksal temel modeli, saymayı temel alan modeller, yetenek entegrasyonu modeli olarak üç kısımda incelenebilir. Piaget'ye göre ise somut nesneler ve olaylar arasındaki mantıksal ilişkiler, somut işlemler evresi olarak adlandırıldığı, bilişsel gelişimin 7-12 yaş aralığını kapsar. Soyut biçimde mantık yürütme, soyut önermeler arasında mantıksal ilişki kurma ve bu ilişkileri test etme eylemleriyse normal olarak 12 yaş ve sonrasında ulaşılması beklenen ve yine Piaget'nin biçimsel/işlemsel evre olarak adlandırdığı evrenin karakteristik eylemleridir. Piaget'nin mantıksal temel modelinde, çocuklar mantıksal işlemlere sahip olmadan sayı kavramını geliştiremezler. Yetenek entegrasyonu modeline göre ise kavram becerilerinin gelişimi, sayma, saymadan çokluğu söyleme, karşılaştırma gibi yeteneklerin entegrasyonunun bir sonucudur.

Van de Walle'ye göre herhangi bir sayı kavramının gelişimi, sayılar arasındaki ilişkilerin gelişimi ile ilişkilidir. Çocuklar, herhangi bir sayı ile diğer sayılar arasında ne kadar çok ilişki geliştirirlerse, o sayı ile ilgili kavramları o kadar iyi anlayabilirler. Çocuklar sadece sayıyı öğrenmezler. Her sayı bir anlamda diğer sayılardan hem ayrı, hem de onlarla bağlantılı olarak öğrenilir. Çocuk altı sayısı hakkında ne kadar çok şey bilirse yedi ve sekiz sayılarını da o kadar iyi anlayabilir (Çepoğlu,1994).

Sayı kavramları tek yönlü kavramlar değildirler. Çocuklarda sayı kavramlarının gelişimi, onların sayı bilgilerine katkıda bulunan çok sayıda ilişki geliştirmelerine yardım ederek genişletilebilir. Çocukların materyallerle etkileşimde bulunarak bu farklı ilişkileri geliştirmeleri için çok zamana ve fırsata ihtiyaçları vardır. Kullanılan model ve materyallerin yanı sıra kullanılan

sözel de çok önemlidir. İlişki, çocuklara doğrudan gösterebileceğimiz bir kavram türü değildir. Zengin bir etkinlik çeşitliliği sunarak çocukların sayı ilişkilerini oluşturmalarına yardım edilmelidir.

Sayılar sözel olarak ifade edilip, rakamlar gösterilirken bunların resimlerle de desteklenmesi çocuklarda sayı kavramının gelişmesine katkıda bulunur (Kamii,1985). Bunun dışında sayı ile ilgili sahip olunan her şey ezbere dayanmaktadır. Piaget'ye göre sayı kavramları öğretilemez. Çocuk nesneleri ilişkilere sokarken kullandığı yansıtıcı soyutlama ile zihinde sayı kavramlarını oluşturur (Kamii,1985).

Çocuklar okulda, evlerinde veya evlerinin dışında yaşadıkları ile pek çok sayı tecrübesi edinmektedirler. Bu tecrübeler oldukça çeşitlidir ve bu tecrübelerle dayanarak çocuklar arasında büyük farklılıklar oluşur. Bu farklılıklar ailenin eğitimi, çocuklarına ayırdıkları zaman, çocukların okul öncesi eğitim kurumlarına gidip gitmemesi, ailede ağabeylerinin veya ablalarının olup olmaması ve onlarla ilişkileri, televizyon izleme alışkanlıkları, onlara kitap okunup okunmaması gibi pek çok faktöre bağlıdır. Pozitif etkileşimler sayı ile ilgili kavramsal gelişimi olumlu etkileyebilmektedir. Çocukta sayı kavramı yavaş gelişmektedir. Öğretmen bu bakımdan, çocuklarda ortalama olarak görülen özelliklere uygun olarak hareket etmelidir. Öğretim programlarının hazırlanmasında ortalama özelliklerin göz önünde bulundurulması önem taşır (Binbaşıoğlu,1991).

2.4. Çocukta Matematik Algısının Gelişimi

Bir çocuğun sayısal, aritmetiksel ve matematiksel algısının niteliğini ve bu algının gelişimini destekleyen yöntemler, bilimsel, siyasi ve eğitimsel tartışmalar dizininin merkezindedir. Bilimsel tartışmalar, bir bebeğin sayıları ve aritmetiği kavrayışından (Cohen ve Marks, 2002; Starkey, 1992; Wynn, 1992a), okuldaki öğrencilerin, çok basamaklı aritmetik ve cebirle ilgili terimleri ve problemleri çözebildiği sürece kadar birçok şeyi kapsamaktadır (Tronsky ve Royer, 2002). Sayısal ve matematiksel bilgiyi temel alan yöntemler birçok alan dâhilindedir. Bunlar, sayısal işlemi temsil eden ve geliştiren, hatta gelişim süresinde oluşan doğal yöntemlerden (Geary, 1995; Spelke, 2000;

Wynn, 1995), aritmetik ve matematik bilgisini oluşturan ve çalıştıran genel öğrenme yöntemlerine kadar geniş bir yelpazeyi kapsamaktadır.

Ayrıca, matematik algısı ve bu bilginin yapısının, deneyim ve gelişimlerle nasıl değiştiği üzerine olan tartışmalar dinamik bir araştırma alanı sunmaktadır. Deneysel araştırmalar ve kuramsal tartışmalar eğitim prensibi meselelerine dair çıkarımları da içermektedir (Hirsch, 1996).

2.4.1. Erken Öğrenme Teorisi

Deneyselci psikologlar, 20.yüzyılın başlarından bu yana, çocukların sayı, aritmetik ve matematik algıları ve öğrenmeleri üzerine çalışmalar yapmaktadırlar (Brownell, 1928; O'Shea, 1901; Starch, 1911; Thorndike, 1922). Bu araştırmaların ortaya koydukları bugün sürdürülen çalışmalarla benzerlik göstermekteydi. Bu çalışmalar çocukların obje sayısını hesaplama hızları ve bu konudaki netlikleri (Brownell, 1928), çocukların aritmetik soruları çözerken kullandıkları stratejiler (Brownell, 1928), farklı problemlerdeki benzer zorluklar (Washburne ve Vogel, 1928), matematik (Taylor, 1918) ve geometri (Metzler, 1912) öğrenimini etkileyen faktörleri içermektedir. Bu çalışmaların ortak konusu ise özel bir matematik becerisi kazanmada pratik yapmanın etkileri (Hahn ve Thorndike, 1914), pratik yapmanın verimliliğe katkısı (Thorndike, 1922) ve bu becerilerin diğer etki alanlarına aktarılmasıdır (Starch, 1911). Zamana yayılarak yapılan araştırmalar, denemelerin yapıldığı özel etki alanında gelişme olmasıyla sonuçlanmıştır ve bazen de ilgili alana bir aktarım yapılması ile sonuçlanmıştır. Winch (1910) bazı durumlarda (örneğin öğrenci yeteneği) temel matematikteki araştırma odaklı gelişimlerin, temel matematiği kapsayan aritmetiksel mantık problemleri çözmedeki gelişimlerle (çok basamaklı problemler) ilişkilendirildiğini keşfetmiştir. Ayrıca aktarımın tipik olarak alakasız konu dışındaki alanlarda oluşmadığı da ortaya çıkmıştır (Thorndike ve Woodworth, 1901).

2.4.2. Psiko- metri Çalışmaları

Psiko-metri çalışmaları kâğıt ve kalem yeteneği testlerindeki performansın bireysel farklılıklarına odaklanmakta ve kavramsal yeteneklerin farklı türleri olup olmadığına karar vermekte (Thurstone, 1938) ve bireysel farklılıkların sonucunu çıkarmakta (Spearman, 1927) fayda sağlamaktadır.

Gelişimsel olarak, Osborne ve Lindsey (1967) anaokulu çocukları için bir Sayısal Beceri faktörü geliştirmiştir. Bu faktör, hesaplama, basit aritmetik, sayıları ezberleme ve genel sayısal değer bilgileri içeren testlerle tanımlanmıştır. Meyers ve Dingman (1960) ayrıca belli sayısal hünerlerin 5-7 yaşlarındaki çocuklar tarafından tanınabilir olduğunu ileri sürmüşlerdir. Sayısal beceride en önemli gelişimsel değişimin, okul etkisiyle aritmetikte olduğudur.

Matematik mantığı becerisi ilk ve ortaokul yıllarında sayısal yetenekle ilişkilidir ve aşamalı olarak devam eden okul öğrenimi ile net bir beceri olarak ortaya çıkmaktadır (Dye ve Very, 1968; Thurstone ve Thurstone, 1941; Very, 1967). Bu model, sayısal mantığın, Sayısal Beceri faktörünün temsil ettiği yeteneklerden, genel mantık becerisinden ve okul eğitiminden kaynaklandığını ileri sürmektedir.

2.4.3. Erken Çocukluk Dönemi

Hesap yapma ve sayılarla ilgili alıştırmalar, gelişmiş ve geleneksel toplumlarda oldukça yaygındır. Sayı hesaplama sistemlerinin oluşumu ve kavramı (örneğin sayı kelimeleri) bir kültürden diğerine değişiklik göstermektedir (Gordon, 2004). Saxe, Papua Yeni Gine'deki bahçıvan toplumların, Oksapminlerin sayı sistemlerini hesaplama ve anlamlandırılmaları üzerine bir çalışma yapmıştır (Saxe, 1981, 1982). Burada, sayısal ve hesaplamayla ilgili temsiller 27 parçayla oluşturulmaktadır."Oksapmin'de olduğu gibi hesaplama yapma, bir elin başparmağından başlayıp, teker teker bu 27 bölümü yukardan aşağıya sayma ve diğer elin son parmağı ile bitmesi şeklinde olur" (Saxe, 1982, pp. 159-160). Bu sadece sırasal durumları temsil eden hesaplamada değil aynı

zamanda temel ölçümlerde de kullanılmaktadır. Çoğu kültürde, o kültüre has hesap yapmaya ve sayıları algılamalarına yardımcı olacak kelimeler vardır. Çocukların okul öncesi yıllarda bu kelimeleri öğrenmelerine yardımcı olacak oyunlar ve etkinlikler vardır (Saxe, Guberman ve Gearhart, 1987; Zaslavsky, 1973).

Bu ilkeler çocukların sayılar ve hesap yapmadaki temel bilgilere ilgisinin doğuştan olabileceğini önerse de (Geary, 1995; R. Gelman ve Gallistel, 1978), kültürel olarak çocuğun bu bilgileri edinmesi için uygun görülen yöntemler ve kullanımları çocukların ilkeleri algılama başarıları erken çocukluk döneminde başlar (Fuson, 1988; Piaget, 1965).

2.4.3.1. Erken Çocukluk Döneminde Sayı Kavramları

Sayı bilgisini kullanmak (örn. hesap yapma) ve küçük miktarlarda sayı kavramlarını genişletmek için, çocukların benzer ve farklı kültürlerin sayısal işaretlerini (rakamla belirtmek gibi) haritalandırılmasını gerekli kılmaktadır (Spelke, 2000). Bu süreçte bazen, çocuklar kelimeleri standart düzende kullanmasalar bile, hesap yaptıkları eylemler boyunca sayı kelimelerini kullanmaya başladıkları 2 ya da 3 yaşlarındaki çocukluk yıllarında başlamaktadır (R. Gelman ve Gallistel, 1978). Çocuklar iki nesneyi "üç, beş" ya da üç nesneyi "üç, beş, altı" şeklinde belirtebilmektedirler. Bu belirgin hatalara rağmen, bu model iki öneme sahiptir; her bir sayı kelimesi her hesaplama boyunca bir defa kullanılmaktadır ve hesaplanan dizinler boyunca, sonuç sabit kalmaktadır. Bu tarz bir davranış gösteren çocuklar için, farklı sayı kelimelerinin farklı miktarları temsil ettiğini ve kelimelerle ifade edilen sonucun önemli olduğunu anladıkları çıkarımı söz konusudur (R. Gelman ve Gallistel, 1978). 2,5 yaş altındaki çoğu çocuk, sayı kelimelerinin diğer tanım kelimelerinden farklı olduğu ayrımını yapabilmektedirler. Çocuklara kırmızı renkli asker oyuncaklarından üç tane hesaplamaları istendiğinde, çoğunlukla dizini hesaplamak için sayı kelimelerini kullanmaktadırlar. Çocuklar kırmızının bir dizi nesneyi temsil ettiğini anlamışlar, ama askerler için belirlenen numaraların, her bir askeri temsil

ettiğini anlayamamış, fakat bir şekilde sayıların askerler dizinini kastettiğini kavramışlardır (Markman, 1979).

R. Gelman ve Gallistel (1978; Gallistel ve Gelman, 1992), hesap yaparken sayı kelimelerinde kullanılan bir düzenin ortaya çıktığını ileri sürmüşlerdir, çünkü çocuklar miktarı temsil eden sembolleri otomatik olarak hesaplamak için haritalandırma denilen bir işlem yapmaktadırlar ki bu haritaları destekleyen mekanizmaları tam olarak aslında bilmemektedirler (Sarnecka ve Gelman, 2004). Herhangi bir durumda, 2 yaşındaki bir çocuk yine de sayı kelimeleri için özel bir miktar haritalandırılması yapmadı (Wynn, 1992b). 2.5 yaşındaki çoğu çocuk iki parçalı ve üç parçalı nesneler dizinin ayrımını yapabilmektedir ve sıklıkla 10'luk sistem de 4'ün 3'ten büyük olduğunu bilmektedirler (Bullock ve Gelman, 1977), ama simgeleri tam olarak doğru bir şekilde "dört" veya "üç" olarak sınıflandırma yapamamaktadırlar. Wynn ise, belli miktarların simgeleriyle zihinsel sembolleri ilişkilendirmeye ve daha sonralar da ise hesap yapma anında bu bilgiler 2-3 yaş çocukların sahip olduğu hesap yapma deneyimlerine sahip olmaları gerektiğini savunmaktadır.

3 yaşındaki çocukların sayı kelimelerini özel niteliklerle ilişkilendirmeye başladıkları muhtemeldir fakat bu bilgi, sayısal hesaplama veya nesne yönetim sistemleri ile temsil edilen miktarları verirken ortaya çıkmaktadır.

Dörtten sonraki miktarları öğrenme ve bu miktarların temsillerinin üzerine sayı kelimelerinin belirtilmesi zor bir görevdir, çünkü bu amaç için uyarlanması gereken benzer miktar sistemleri, belli nitelikleri değil ama genel miktarı temsil etme işlevi görmektedir (Gallistel ve Gelman, 1992). Çocukların büyük sayıları kavramaları ve böylece standart hesap yapmayı (1, 2, 3...) öğrenmeleri bu işlemin niteliğine ve bunun sonucuna bağlıdır (örn, ardışık sayı kelimeleri tam olarak bir artışı temsil etmektedir). Sayı algılama biçimi ayrıca zihinsel bir sayı dizini meydana getirme becerisiyle alakalı olarak ortaya çıkmaktadır (Dehaene, 1997), ki bu dizin benzer sistemler üzerinde onluk taban sistemini haritalamayı kapsamaktadır. Ancak, belli miktarları temsil eden zihinsel rakamları kullanma becerisi okul ile birlikte başlar (Siegler ve Opfer, 2003).

2.4.3.2. Erken Çocukluk Döneminde Sayı Kelimelerinin Kazanılması

Kültürlerin sayı sözcüklerini öğrenme, çocukların matematiksel gelişiminde önemli bir adımdır. Belirtildiği üzere, sayı kelimesi bilgisi, çocukların üç veya dörtten daha fazla büyük sayıların sembollerinin öğrenimini geliştirmelerini ve nicelik ve sırasallık bilgilerine katkıda bulunmalarını mümkün kılmaktadır (Fuson, 1988; R. Gelman ve Gallistel, 1978; Wynn, 1990). 3-4 yaş üstü çocuklar birden ona kadar olan sayı kelimelerinin doğru sonucunu bilmektedirler (Fuson, 1988; Siegler ve Robinson, 1982). İngilizceyi de kapsayan Avrupa kökenli dilleri konuşan çocukların çoğu ondan büyük sayıları öğrenmede zorlanmaktadır (Fuson ve Kwon, 1991; Miller ve Stigler, 1987). Bunun nedeni 100'e kadar olan değerler için kullanılan sayı kelimelerinin genellikle düzensiz olmasıdır, 10'luk sayı sisteminin temelini vurgulamak için haritalandırma yapmamaktadırlar. Örneğin *twelve* İngilizce de düzenli sayı kelimeleri dizisinde başka bir sayı kelimesidir. 10'luk sistemdeki bu özel durum - değerlerin temel birleşeninin tekrarı - kelimenin kendisinden bir çıkarım yapılması ile olmaz. Bu düzensizlikler, sayı kelimelerini öğrenmeyi ve kelimelerin temsil ettiği uygun miktarları kavramayı yavaşlatır ve 15 duyduğunda 51 olarak etiketleme gibi hatalarla sonuçlanabilir (Ginsburg, 1977).

Doğu Asya Dillerinde bu karışıklıkların çoğundan kaçınılmaktadır, bunun nedeni 10'a eşdeğer veya 10'dan daha büyük sayıları ifade etmek için kullanılan sayı kelimeleri arasında direkt ve birebir ilişki olmasıdır (Fuson ve Kwon, 1991; I. Miura, Kim, Chang ve Okamoto, 1988; I. Miura, Okamoto, Kim, Steere ve Fayol, 1993). 12 için kullanılan Çince kelime "on iki" olarak çevrilmektedir. Bunun iki avantajı vardır. İlki, çocukların eklemeli kelime etiketlerini ezberlemelerine gerek kalmamasıdır. İkincisi ise on ikinin aslında iki birlik ve bir onluğun birleşimi olduğu apaçık olmasıdır. Tahmin edileceği üzere, düzensiz Avrupa sayı kelime yapısı ve 10'dan küçük sayıları öğrenen çocukların hesaplama yöntemlerini kavrama veya 10'dan küçük sayıları öğrenmede kullandıkları problem çözme becerileri ulusal farklılıkları ile ilişkilendirilmemektedir (Miller, Smith, Zhu ve Zhang, 1995). Ancak, 10-100 aralığındaki sayı kelimelerinin yapı farklılıkları, problem çözme stratejisi ve aritmetik işlemleri kullanma ve sayı sisteminin 10luk yapısını öğrenmelerine

kolaylık sağlamak ve daha sonralarda farklı ulusların dilini öğrenmelerine katkıda bulunmaktadır (Geary, Bow-Thomas, Liu, ve Siegler, 1996; Fuson ve Kwon, 1992a).

2.4.3.3. Erken Çocukluk Dönemi Hesaplama Yöntemleri ve Hataları

Hesaplama tutumuna temel oluşturan kavramsal yöntemler okulöncesi yıllarda ortaya çıkmaktadır, ancak bu yöntemlerin doğuştan gelen bir temelin mi yoksa (R. Gelman ve Gallistel, 1978), bu davranıştaki düzenlilik ve diğer hesaplama davranışlarını gözleme ile mi geliştiği tartışılmaktadır (Briars ve Siegler, 1984; Fuson, 1988). Ve tabi ki de, hesaplama yöntemi hem deneyim hem de kalıtımın birleşimi ile ortaya çıkmaktadır (Geary, 1995; R. Gelman, 1990). R. Gelman ve Gallistel, çocuklarının hesap yöntemlerini, okulöncesi dönemde şekillenen beş kalıtsal ilkenin oluşturduğunu savunmaktadır.

İlkeler birebir uyumludur (bir ve tek bir kelime belirtildiğinde örneğin "bir", "iki" her nesnenin hesaplanışını kapamaktadır), sabittir (etiketlenen kelimelerin sırası sabit olmalıdır), niceldir (etiketlenen son kelimenin değeri dizinde hesaplanan nesnelerin miktarını temsil eder), soyuttur (herhangi bir nesne bir araya getirilebilir ve hesaplanabilir) ve karmaşık bir düzendedir (verilen dizindeki parçalar herhangi bir sonucu temsil edebilir). Bire bir uygunluk ilkesi, sabit düzen ve nicelik kuralların nasıl hesaplandığının önceliğini tanımlamakta ki bu da dolayısı ile çocukların hesaplama bilgilerinin ortaya çıkışında kemik bir yapı sağlamaktadır (R. Gelman ve Meck, 1983).

Çocuklar standart hesaplamaları gözlemleyerek temel hesaplama karakterleri hakkında bir çıkarım yapmakta ve tümevarım gerçekleştirmektedirler (Briars ve Siegler, 1984; Fuson, 1988). Bu tümevarımlar R. Gelman ve Gallistel'in (1978) hesap kurallarına katkıda bulunmakta ve açıklık getirmektedir. Bir sonuç da, önemsiz görünen hesapların aslında işe yarar olduğu inancıdır. Bu önemsiz özellikler standart ilkeleri (hesap yapma bir dizi nesnenin sonuçlanması aşamasında başlar) ve bitişikliği içermektedir. İkincisi ise bir nesnenin yakındaki bir nesne ile ardıl olarak hesaplanması gerektiğine dair yanlış bir inançtır ki bu yanlış ilkeye göre, " rastgele diğer nesneye atlamak" hesap yaparken yanlış sonuca

neden olacaktır. 5 yaşa kadar olan çoğu çocuk R.Gelman ve Gallistel'in tanımladığı temel sayma ilkeleri bilmektedir, bunun yanı sıra sonuçta, bitişiklik ve başlangıcın önemli hesap özellikleri olduğuna inanmaktadır. İkinci görüş ise, standart hesap işlemlerini gözlemlemenin çocukların hesap algılarını etkilediğini ve tamamen oluşmadığını göstermektedir.

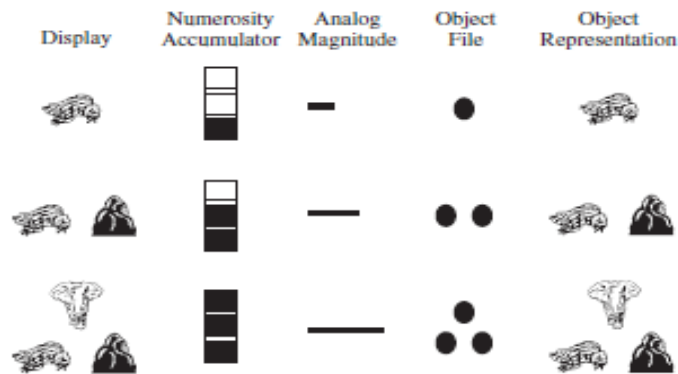
Kavramsal bir hesap algısı çocukların hesap hataları yapacağı anlamına gelmez. Fuson (1988) çocukların yaptıkları hesap hatalarını incelemektedir. Genel bir hata, çocukların her bir nesneyi bir kez işaretlemelerini, ancak her bir işaret için bir ya da iki kelime söylemelerini kapsamaktadır. Bazen çocuklar hesaplanan her nokta için doğru bir şekilde bir kelime kullanmaktadırlar fakat işaretleme yapmasalar bile fazladan birkaç kelime kullanmaktadırlar. Bazense çocuklar, bir sayı kelimesinin her bir harfiyle nesneleri etiketlemekte ve işaretlemektedir ve diğer durumlarda da her bir imgeyi iki ya da daha fazla işaretleyebilmektedirler. Hesaplama süresinde yapılabilecek farklı hataların tümüne rağmen, anaokulu çocukları özellikle küçük miktarlı boyutlarda tipik olarak daha beceriklidirler.

2.4.4. Okul Öncesinde Aritmetiksel Yetkinlikler

4-5 yaşındaki bazı çocukların hesap becerilerini, sayı kavramlarını ve sayı kelimelerini aritmetik bilgileri ile geliştirmiş oldukları görülmüştür. Basit bir çıkarma veya toplama işlemi için sayı kelimelerinin kullanıldığı sonunca varılmıştır (Baroody ve Ginsburg, 1986; Groen ve Resnick, 1977; Saxe, 1985; Siegler ve Jenkins, 1989). Bu problemleri çözerken çocuklar tarafından kullanılan stratejiler, bir kültürden diğerine değişiklik gösterebilmektedir; lakin ortak özellik çocukların tipik olarak hesap işlemini yaparken somut nesneler kullanmalarıdır. Amerika'daki küçük çocuklara "3+4 kaç eder" gibi bir soru yöneltildiğinde, genel anlamda toplanan sayılar için nesneler kullanmışlar ve sonrasında işleme bir nesne ile başlamışlardır; üç ve dört bloklarını bire bir saymışlar ve bütün blokları saymışlardır. Eğer nesneler erişilebilir konumda değilse devreye parmaklar girmiştir (Siegler ve Shrager, 1984). Oksapmin bir şekilde benzer vücudun parçalarını kullanma yönteminden faydalanmıştır (Saxe, 1982).

2.4.4.1. Mekanizmalar

Okul öncesi aritmetik becerinin kalıtsal mı (Butterworth, 1999; Dehaene, 1997; Gallistel ve Gelman, 1992; Geary, 1995) yoksa sayısal olmayan mekanizmalardan mı geliştiği tartışılmaktadır (Huttenlocher vd., 1994; Houdé, 1997; Jordan, Huttenlocher, ve Levine, 1992; Vilette, 2002). Kalıtsal mekanizmalar, hesaplanan işlemlerin daha sonradan otomatik olarak yapılabildiği varsayımı (Dehaene, 1997; Gallistel ve Gelman, 1992) ile birlikte sayı hesaplama ve benzer mekanizmaların birleşimini de kapsamaktadır (Spelke, 2000). Sayıları temsil eden bu sistemlerin birleşimi en azından temel toplama ve çıkarma işlemleri için kalıtsal algı gerektirecektir ve aritmetik problem çözümünde yöntemsel bir sistem sağlayan hesaplama becerileri ile birleşimini gerektirecektir. Bu doğuştan gelen ön yargıların çocukların deneyimleri doğrultusunda sayısal ve aritmetik dikkatlerine yol gösteren bilgiler olduğunun düşünülmesine sebep olmaktadır. Bu önyargılar deneyimlerle çocukların uygun yöntem ve kavramsal bilgileri anlamalarını sağlar (Geary, 1995; R. Gelman, 1990). Bu algı, bu bilgiyi aritmetik ve sonuç bulmadaki sorunlar gibi giderek büyüyen sayısal işlemleri kapsamaktadır (Örn. Toplama ve çıkarma arasındaki ilişki). Aksine, Huttenlocher ve arkadaşları, okul öncesi çocukların aritmetik becerilerinin zihinsel olarak semboller belirleme becerilerinin bir birleşiminden oluştuğunu düşünmektedirler (Şekil 1’de olduğu gibi) ve genel zeka gelişimi aritmetik alıştırmalar sayesinde öğretilen matematik kurallarına dayalı sembolleri kavramayı öğrenmeleri ile olmaktadır.



Şekil 1. Okul öncesi çocukların sayılarla ilgili zihinsel semboller belirlemeleri

2.4.5. 10'luk Sayma Sistemi Bilgisi

Hint-Arap 10'luk taban sistemi modern aritmetiğe temel olmaktadır ve böylece bu sistem bilgisi çocukların matematik becerisi geliştirmesinde çok önemli bir bileşendir. Örnek vermek gerekirse, çocukların konuşulan ve yazılan çok basamaklı sayıların kavramsal anlamına olan algıları, 10'luk taban sistemi bilgilerine bağlıdır (Blöte, Klein ve Beishuizen, 2000; Fuson ve Kwon, 1992a). *Yirmi üç* kelimesi basit anlamda 23 sayısına gönderimde bulunmaktadır, ayrıca iki onluk ve üç birlik birleşimini temsil etmektedir. Benzer şekilde, çok basamaklı sayılardaki her bir rakam (Örneğin. 1,2,3) belli bir matematiksel anlama sahiptir. Örneğin 2 rakamının "23" sayısındaki pozisyonu iki onluğu temsil etmektedir. 10'luk taban sisteminin bu özellikleri dikkate alınmadan, modern aritmetik algısı da mümkün olmaz.

10'luk taban sistemi, çocuklara kolay gelmesi beklenilmeyen öğrenme ve biyolojik açıdan ikincil bir beceridir (Geary, 1995, 2002). Amerika'da gerçekleştirilen çalışmalarda, çoğu ilkokul çocuğunun sayısal olarak yazılı olan, çok basamaklı 10'luk sistemin yapısını (örneğin sayının konumsal anlamının algısı) veya sayı kelimelerini (Fuson, 1990; Geary, 1994), tam olarak anlamadığını ve böylece de karmaşık aritmetik problemlerin çözümünde bu sistemi etkili kullanamadıklarını göstermiştir (Fuson ve Kwon, 1992a). Bu durum pek çok Avrupa ülkesinde çok az farklılıklarla benzerlik göstermektedir (I.Miura ve arkadaşları, 1993). Bu çocukların çoğu, sayı kelimesi dizinlerinin tekrar edebileceği algısına sahiptir ve 10'luk taban sistemini ve bunu problem çözümünde nasıl kullanacağını öğrenebilirler. Yine de, çocukların çoğunun 10'luk taban sisteminin tekrar eden onluk yapısının özelliklerine odaklanması gerekmektedir ve ulusal eğitim sistemlerle eşleştirilen karışık özelliklerin açık hale getirilmesine gereksinim duymaktadırlar (Fuson ve Briars, 1990; Varelas ve Becker, 1997). 2 bazen iki birliği, bazen 2 onluğu ve bazen de iki yüzlüğü temsil eder (Varelas ve Becker, 1997).

Amerika ve Avrupalı yaşlılarının aksine Doğu Asyalı çocuklar, 10'luk sistemi kavramada daha iyidirler. I. Miura ve meslektaşları (1988, 1993) Doğu Asya sayı kelimelerinin önceden tanıma açık yapısının (örneğin "yirmi üç" den ziyade "iki on üç"), Doğu Asya çocuklarının 10'luk tabanı

anlamalarını sağladığı ve bu sayı söyleme şeklinin okul öğreniminde kolaylık sağladığı tezini savunmuşlar ve tezlerini doğrulayan kanıtlar sunmuşlardır (Towse ve Saxton, 1997). Tezlerini kanıtlamak için Aritmetik ve sayısal becerilerde okul ve yaş etkisi ayrımını mümkün kılan bir model kullanmışlardır (Naito ve H. Miura 2001). Bu model vasıtası ile Japon çocukların 10'luk taban sistemi algılarının ve bu bilgiyi problem çözümünde kullanma becerilerinin, okul eğitimi ile çok büyük oranda alakalı olduğunu göstermişlerdir. Bu çocukların kullandıkları sayı kelimelerinin yapısı bir avantaj teşkil etmektedir; bu da öğretmen eşliğindeki 10'luk taban sistemindeki öğrenimi desteklemekte ve daha başarılı sonuçlar vermektedir (Fuson ve Briars, 1990; Varelas ve Becker, 1997).

2.4.6. Kùltürler Arası Aritmetik

Okul öncesinde bile, çocukların matematiksel gelişimlerinde kùltürler arası bir benzerlik söz konusudur. Üzerine çalışmalar yapılan bütün kùltürel gruplar içinde ve bütün matematik dört işlemleri kapsamında, "gelişim", daha basit problem çözme yöntemlerinden, daha efektif çözüm yapmaya doğru gerçekleşen basit bir aktarım anlamına gelmez. Aksine, belli bir süreçte, çocuklar matematiksel problem çözümünde, çeşitli stratejileri kullanmaktadırlar (Siegler, 1996). Bu çocuklar, bir problemin çözümünde parmaklarını kullanabilir, bir başka sorunun cevabını parmak hesabı yapmaksızın bilebilir, bir diğer problem çözümünü ise sözlü olarak ifade edebilirler. Matematik gelişimi, stratejilerdeki değişim, doğruluk payındaki değişimi ve süreçteki değişimleri kapsar. Daha ilginç bulgu, çocukların, problem çözerken hesap yapma stratejilerini rastgele seçmemeleri ve daha sonra karşılaştıkları bir sorunun çözümünde de bu stratejileri kullanmalarıdır. Ayrıca, çocuklar bildikleri diğer yöntemlerle alakalı olarak, genellikle problem çözümünde en çok kullanılan stratejileri seçmektedirler ki burada stratejinin hızı ve kesinliği bir avantajdır (Siegler, 1989).

Strateji çeşitliliği kùltürden kùltüre değiştiği halde, öğrenme ve strateji kullanımındaki gelişimsel model, farklı kùltürlerdeki çocuklarda da görülmektedir (Geary ve arkadaşları, 1996; Ginsburg, Posner ve Russell,

1981; Saxe, 1985; Svenson ve Sjöberg, 1983). Çin'deki çocuklar, Amerika'daki çocuklardan daha küçük yaşlarda, bir stratejiden diğerine geçmektedirler ve Oksapmin'lilerde bu değişim çok daha ileriki yaşlarda olmaktadır (Geary ve arkadaşları 1996; Saxe, 1982). Bu kültürel değişiklikler aritmetik problem çözümü deneyimlerinin miktarındaki farklılıklardan (Stevenson, Lee, Chen, Stigler, Hsu ve Kitamura, 1990) ve sayı kelimelerindeki dil farklılıklarından kaynaklı olabilir.

Örneğin, Ilg ve Ames (1951) 5 ila 9 yaşlarındaki Amerikalı çocukların aritmetik gelişimleri ile ilgili yaptıkları bir çalışmada, 'Bu çocuklar ilkokul eğitimlerini, temel becerilerin bizim zamanımıza kıyasla daha çok önemsendiği bir çağda, almışlardır. Bizim zamanımızdaki (Ilg ve Ames dönemi) Amerikalı çocukların problem çözme stratejileri ve beceri türleri, bugün o çocuklarla aynı yaşta olan Doğu Asya çocuklarında gördüğümüz aritmetik becerileri ile benzerlik göstermekteydi' demişlerdir (Fuson ve Kwon, 1992b; Geary ve arkadaşları, 1996). Ancak bugün, Doğu Asyalı çocukların aritmetik becerileri aynı yaştaki Amerikalı çocuklardan daha çok gelişmiş durumdadır (Geary ve arkadaşları 1997).

2.4.7. Toplama Stratejileri

Aritmetik becerisindeki en önemli ilerleme ve okul temelli gelişim, stratejilerin bulunmasında ve problem çözümü boyunca çocuklar tarafından değişik stratejilerin kullanılmasıdır (örn. Ashcraft, 1982; Carpenter ve Moser, 1984; Geary, 1994; Lemaire ve Siegler, 1995; Siegler ve Shrager, 1984). 3 yaşındaki bazı çocuklar hesap becerilerine bağlı olarak basit toplama işlemlerini yapabilmektedirler (Fuson, 1982; Saxe ve arkadaşları, 1987). Genel yaklaşım ise nesne kullanımı ve çıkarım yapmayı içermektedir. Eğer bir çocuğa "bir kek artı iki kek ne kadardır?" diye sorulursa, tipik olarak önce iki tanesini sayacak, sonra bir tane ve sonra da birden başlayarak bütün hepsini sayacaktır. Bu çocuk artarda olan bir nesneyi belirtirken "bir iki üç" ile ifade etmektedir. El becerileri en az iki hedef sunmaktadır. Bu örnekteki soyut sayı "üç" ün kelime anlamı nesnelerle ifade edilmektedir. İkincisi ise, hesap sırasındaki nesneleri işaretlemenin çocukların hesaplama işlemlerine

yardımcı olmasıdır (Carpenter ve Moser, 1983; R. Gelman ve Gallistel, 1978). El becerisi kullanımı ayrıca karışık problemlere bağlı olarak 4-5 yaş çocuklarda da görülmektedir (Fuson, 1982).

Çocuklar anaokuluna başlayana kadar, basit toplama işlemi çözümündeki yaygın strateji, iki toplananın da hesaplanmasıdır. Bu hesap işlemleri bazen parmak yardımıyla, parmak sayma stratejisi ile ve bazen bu strateji olmadan sözlü hesaplama stratejisi ile gerçekleşir (Siegler ve Shrager, 1984). Çocuklar ister parmaklarını kullansın ister kullanmasın en yaygın kullanılan strateji ise *min* (ya da büyük sayının üzerine ekleme), *sum* (ya da 1'den başlayarak iki sayının tamamını sayma; Fuson, 1982; Groen ve Parkman, 1972) olarak adlandırılmaktadır. Min işlemi büyük sayılı toplananı belirlemeye ve sonrasında da küçük sayıdaki toplanana eşdeğer boyuttaki numaraları belirlemeyi gerektirmektedir, 5+3 işlemini yapmak için 5, 6, 7, 8'i hesaplamak gibi. Toplama işlemi ile çocuklar küçük ve büyük toplananları hesaplamaya başlamışlardır. Sum işlemi 1'den başlayarak iki toplananı hesaplamayı içermektedir. Yöntemsel becerilerin gelişimi bir şekilde çocukların kavramsal hesap algıları ile ilgilidir ve sıklıkla kullanılan sum işleminden min işlemine aşamalı geçişi temsil etmektedir (Geary, Bow-Thomas ve Yao, 1992; Siegler, 1987).

Hesap kullanımı ayrıca temel kavramların hafızadaki temsillerinin gelişimi ile sonuçlanmaktadır (Siegler ve Shrager, 1984). Önceden oluşturulmuş bu uzun süreli hafıza sembolleri hafıza odaklı işlemlerin kullanımını desteklemektedir. Bunların en yaygınları, aritmetik kavramların doğrudan erişimidir. Doğrudan erişim ile çocuklar, 5+3 işlemi yapmaları beklenildiğinde, "sekiz" i belirten problemlerin uzun süreli hafıza ile eşleştirildiği cevaplar vermektedirler. Analiz, kısmi bir sum merkezli cevapların yeniden oluşturulmasını içermektedir. Parmakla sayma stratejisi ile çocuklar toplananları temsil eden parmaklarını kaldırmakta ve sonuca ulaşmayı hedeflemektedirler. İşlem merkezli çıkarım kullanımı, cevabın doğruluğunu ölçmeye amaçlı içsel standartları temsil eden bir güven ölçütü ile ılımlılaştırılmaktadır. Daha dikkatsiz ölçüm yapan çocuklar verdikleri cevabın doğru ya da yanlış olması ile pek ilgilenmezken, bunlara nazaran daha dikkatli bir ölçüm yapan çocuklar doğru olduğuna emin oldukları

cevapları belirtmektedirler (Siegler, 1988a). Hafıza temelli işlemlere geçiş, hızlı bireysel problem çözümleriyle sonuçlanmaktadır ve hesap işlemleri kullanımına eşlik eden hafıza alıştırmalarında kazançla sonuçlanmaktadır (Delaney, Reder, Staszewski ve Ritter, 1998; Geary, 1996; Lemaire ve Siegler, 1995).

Değişimin temel ilkesi, en az sum hesabı gibi problem çözme işlemlerinin kullanımından, en etkili geri kazanım temelli işlemlere kadar birçok şeyi kapsamaktadır. Özellikle sum işleminde kullanılan ilgili karmaşık olmayan parmak hesabı stratejisi, temel hafıza kaynaklarına bağlıdır ve çok zaman almaktadır ki doğrudan hesaplama, küçük bir hafıza işlemi ve doğru ve pratik bir şekilde hızlı hesaplama gerektirir (Geary, Hoard, Byrd-Craven ve DeSoto, 2004). Ancak, belirtildiği gibi, gelişim sadece daha az karmaşık bir strateji kullanımından, daha karmaşığınaya geçiş anlamına gelmemektedir. Aksine, değişim, Siegler'in (1996) daha önce belirttiği kavramsal gelişim metaforları'nın üst üste binen dalgaları gibidir. Bir örnek Çin ve Amerika'da basit toplama problemi çözümünde birinci, ikinci ve üçüncü sınıf öğrencilerinin kullandıkları stratejileri değerlendiren Geary ve arkadaşları (1996) tarafından sunulmaktadır. Birinci sınıfın güz döneminde, gruplar ve bireyler olarak Çinli ve Amerikalı çocuklar bu problemleri çözerken karmaşık hesaplama yöntemi kullanmışlardır. Amerikalı çocuklar ya parmak hesabı ya da sözlü hesap kullanmışlar, fakat Çinli çocuklar anaokulunda bu yöntemi kullanmış olsalar bile, nadiren parmak hesabı yapmışlardır. Eğitim süresince, çıkarım yapma eğiliminde bir artış ve bu iki grup için de hesaplama yapmada da bir azalma olmuştur ancak Çinli çocukların strateji yöntemleri daha hızlı değişmiştir.

Daha karmaşık toplama işlemleri yaparken, çocuklar ilk önce problem çözme bilgi ve becerilerine güvenmektedirler. Daha karmaşık problem çözme stratejileri hesaplama, birleştirme ve yeniden gruplandırmayı içermektedir (Fuson, Stigler ve Bartsch, 1988; Ginsburg, 1977). Hesaplama stratejileri tipik olarak daha büyük sayıdan itibaren sayma ile başlar (Siegler ve Jenkins, 1989). Örneğin, $23+4$ "yirmiüç, yirmidört, yirmibeş, yirmialtı, yirmiyedi" hesabı ile çözülebilir. Analiz ve yeniden gruplandırma stratejisi onlu değerleri ve birlikleri ayrı ayrı toplamayı gerektirir. Bu nedenle $23+45$ işlemi, $20+40$, $3+5$

ve 60+8 aşamaları doğrultusunda olur (Fuson ve Kwon, 1992a). En zor işlem elde ve ödünç almayı, 46+58 de olduğu gibi, içeren işlemleri kapsamaktadır. Bu problemler ödünç aldığını aklında tutmayı gerektirdiği için zordur (Hamann ve Ashcraft, 1985; Hitch, 1978; Widaman, Geary, Cormier ve Little, 1989) ve (komşudan) ödünç alma 10'luk sistem algısı gerektirdiği için de ayrıca zordur.

2.4.8. Çıkarma Stratejileri

Çocukların toplamada tanımlanan gelişim yöntemleri ve aynı stratejilerin çoğu çıkarma işlemi yaparken kullandıkları ile aynıdır (Carpenter ve Moser, 1983, 1984). Başlangıçta, karışık ama büyük hesaplı stratejiler kullanmışlardır, sıklıkla da el kullanımı ve parmak sayım stratejisi çocukların hesap yapmalarına ve problem çözmelerine yardımcı olmuştur (Saxe, 1985). Temel hafızadaki deneyimler ve gelişmelerle, çocuklar zihinsel olarak hesap yapmada daha başarılı olmuşlar ve böylece aşamalı olarak sözlü hesaplar için parmak ve el kullanımını bırakmışlardır. İki çeşit hesap yöntemi vardır, toplamını bulmak ya da geri saymak. Toplama yapma çıkarılan (alttaki sayı) değer, eksilen sayıya ulaşılan kadar hesaplama gösterimini kapsamaktadır. Örneğin 9-7 "sekiz, dokuz" şeklinde hesaplanmıştır. Geri sayma ise genellikle daha karışık bir çıkarma problemi çözümünde kullanılmaktadır, örneğin 23 - 4 (Siegler, 1989) gibi ve çıkarılan sayıdan, eksilene doğru geri saymayı kapsamaktadır. Çocuklar ayrıca çıkarma işlemlerinde toplama işlemi bilgilerine de güvenmektedirler ki bu da toplama gönderimi olarak adlandırılmaktadır ($9-7 = 2$, çünkü $7 + 2 = 9$). En karışık işlemler, daha basit işlemler serisinin bu problemlerden ayrışmasını (Fuson ve Kwon, 1992a), veya okulda öğretilen sütunsal yaklaşımı kullanmayı içerir.

2.4.9. Çarpma ve Bölme Stratejileri

Çocukların basit çarpma işlemlerindeki gelişimsel eğilimleri onların toplama ve çıkarmadaki eğilimlerine ayna tutmaktadır ki yine de beceri edinimi, en azından Amerika'da ikinci ve üçüncü sınıfta başlamaktadır (Geary, 1994). Çarpma stratejilerinin karışımı, toplama ve hesaplama

bilgilerinde zemin oluşturmuştur (Campbell ve Graham, 1985; Siegler, 1988b). Bu stratejiler, tekrarlanan toplama ve n artışını kapsamaktadır. Tekrarlı toplama ise çarpan ve çarpılanı temsil eden sayıları ve ardışık olarak bu değerleri toplamayı içerir, örneğin, 2×3 çözümü $2 + 2 + 2$ toplama işlemine denktir. Artan n stratejisi, çocukların 2'leri, 3'leri, 5'leri ve daha fazlasını hesaplayabilmelerini kapsamaktadır. Oldukça karmaşık stratejiler ise daha çok kuralları içerir, örneğin, $n \times 0 = 0$ gibi ya da zmlmeleri içerir (rn. $12 \times 2 = 10 \times 2 + 2 \times 2$). Bu işlemler, soru/cevap ilişkilerinin oluşumu ile sonuçlanmaktadır öyle ki çoğu ocuk ilkokul yıllarında gelişen uzun süreli hafızadan çoğu çarpma işlemini bulup düzeltebilmektedir (Miller ve Paredes, 1990). Çok daha az olan araştırmalar, çocukların karmaşık problem çözümündeki stratejilerine değinmektedirler, ancak yetişkinlerle yürütülen çalışmalar çoğu bireyin en nihayetinde sütunsal işlem fikrine yöneldiğini önermektedir (Geary, Widaman ve Little, 1986).

Bu iki sınıf stratejiden ilki ki bölme problemlerinde kullanılmaktadır, çocukların çarpma bilgilerine dayanmaktadır (Ilg ve Ames, 1951; Vergnaud, 1983). Örneğin, $20/4$ (20 bölünen ve 4 bölendir) işleminin çözümü çocukların $5 \times 4 = 20$ bilgilerine dayanmaktadır ki bu da çarpma gönderimi olarak adlandırılmaktadır (Campbell, 1999). Çarpma tablosunu henüz öğrenmemiş çocuklar, bazen bu stratejinin türevini kullanırlar. Burada, ocuk, toplamaların blnene eşit olduğunu keşfetmeden önce sayıları böler. $20/4$ işleminin çözmek için, bu stratejide aşama $4 \times 2 = 8$, $4 \times 3 = 12$, $4 \times 4 = 16$, $4 \times 5 = 20$ şeklinde olabilir. Bu ikinci sınıf stratejileri ise çocukların toplama bilgilerine dayanmaktadır. İlk işlem, tekrarlı toplama işlemini içermektedir. Yani, $20/4$ çözümünü yapabilmek için ocuk $4 + 4 + 4 + 4 + 4 = 20$ işlemini uygulayacak ve sonrasında bu dörde bölüm işlemini hesaplayacaktır. Hesaplanan dört sayısı, bölümü temsil etmektedir. Bazen ocuklar, toplama bilgilerine dayalı bir bölme işlemi çözümü kullanmayı denemektedirler. Örneğin, $12/2$ probleminin çözümü için ocuk $6+6=12$ bilgisine dayanan bir cevap verebilir ve böylece 12, iki tane 6'dan oluşmuş olur.

2.4.10. Kavramsal Bilgi

Problem-çözümü stratejileri karışımındaki gelişme, problem çözümünün sıklığı ve çocukların benzer kavramaları kavraması ile ilgilidir (Blöte, 2000; Geary, 1996; Klein ve Bisanz, 2000; Siegler ve Stern, 1998). Örneğin, çocukların çıkarma ve bölme hesabı kullanımı, basit ve karmaşık toplama işlemi analizi kullanımları kadar, onların yer değiştirme özelliği algısıyla (Canobi, 1998; R. Cowan ve Renton, 1996) ve hesap ilkeleri algısıyla (Geary vd. 2004) bağlantılıdır. Çocukların 10'luk sistem algısı onların değişme özelliğini algılamalarını da mümkün kılmaktadır ve karışık toplama ve çıkarma işlemleri yaparken, bir basamaktan diğerine geçişi (örn. $234 + 589$; $82 - 49$) öğrenmelerini ve hataları düzeltme sıklıklarını kolaylaştırmaktadır (Fuson ve Kwon, 1992a). $34+29$ işleminin öğreniminde çocuklar 1'den 10'a kadar olan sütunların 1'i değil ancak 10'u temsil ettiğini algılamak zorundadırlar. Bu algıdaki başarısızlık genel bir öğrenme bozukluğuna sebep olmaktadır, örneğin $4+9$ 'un eğitim olmadan 13 olarak yazıldığı yerde $34+29=513$ yazılması gibi bir hatayı içerir (Fuson ve Briars, 1990).

2.5. Matematik Başarısında Sayı Kavramları ve Dilin İlişkisi

Piaget çocukların 7 yaş civarında somut işlemler dönemine varıncaya kadar sayıları anlamlı olarak kullanamadıklarını belirtmektedir. Piaget'ye göre çocuklarda sayı kavramının gelişmiş olması için çocuğun birebir eşleştirme işlemini başarabilmesi ve sayı korunumu kavramını kazanmış olması gerekmektedir. Piaget, çocukların verilen bir kümeye denk bir küme oluşturduklarında ve kümeyi sayıp son sayıyı küme sayısı olarak belirttiklerinde matematik işlemlerini yapabileceklerini, bundan önce aritmetik öğretilmesine başlamanın anlamsız olduğunu belirtmiştir (Altun, 2000).

Piaget'nin tersine Gelman ve Gallistel (1978) okul öncesi dönemde rehberlik yapıldığında çocukların sayı kavramı ile ilgili temel becerileri kazanabildiklerini belirtmişlerdir. Gelman okul öncesi çocukların korunum görevindeki başarısızlıklarını Piaget'in tersine bilgi eksikliğinden değil, daha

çok bellekten geri çağırma, el - göz koordinasyonu gibi diğer eylem şemalarının eksikliğinden kaynaklandığını vurgulamıştır.

Sayı kavramının kazanılması yaşa bağlı olarak beş yaştan sekiz yaşa doğru önemli bir artış göstermektedir. Çocuklar ilk olarak birer ritmik saymayı öğrenirler. Rakamları tanıma ve yazma birbirinden bağımsız becerilerdir. Rakam yazmadaki becerisizlik ile matematik başarısındaki becerisizlik karıştırılmamalıdır. Çocukların yazma becerisini geliştirebilmek için okul öncesi dönemde bol miktarda çalışma yapılmalıdır.

Araştırmacılar öğrenmenin temelinde bellek gücünden çok, öğrenme ile edinilen tecrübelerin etkisine ağırlık vermektedirler. Matematik ile ilgili hataların mantıksal düşünemediklerinden değil yeterli düzeyde sayma ile ilgili tecrübeleri olmadığından kaynaklandığını savunurlar. Onlara göre sayılar ile ilgili gelişimin temelini sayma oluşturur. Sayma tam öğrenilmezse sayı ile ilgili diğer kavramlar da tam öğrenilemez veya geç öğrenilir. Çocuk sayma konusunda geliştikçe küçük adımlarla yavaş yavaş ilerleyerek daha karmaşık sayı kavramlarını da öğrenecektir (Glaserfeld 1982).

Araştırmacılara göre çocukların matematik gelişimi karmaşık bir sosyo kültürel ve biyolojik faktörlerden oluşur. Daha önemlisi farklı kültürel ve gelişimsel etkiler çocukların matematik gelişimlerini de etkiler. Bisanz, Morrison ve Dunn (1995) çocukların erken matematik becerilerindeki farklılıkların yaşa ve okula bağlı olarak farklılık gösterdiğini belirtmiştir. Kısmen, sayısal problemler okuldan ziyade güçlü bir şekilde yaşla ilgilidir, öte yandan zihinsel problem performansları, okul ve yaş niteliği ile ilgilidir. Zihinsel görevler için okul problem çözmenin doğruluğunda etkilidir, yaş ise problem çözme stratejisi kullanımında etkilidir.

Yaş, okul ve erken sayısal becerisinin arasındaki ilişkinin özelliği, bu becerilerin gelişimini tamamen anlamanın, çocukların gelişimindeki potansiyel kültürel ve gelişimsel etkiler ve matematik beceri arasındaki ilişkinin incelenip değerlendirilmesi üstün bir öneme sahiptir. Bu nedenle; bu bölümde, matematik beceri gelişimindeki kültürel etkilerden olan dil farklılıkları üzerine bir tartışma sunmaktayım.

Birçok uluslararası karşılaştırmalarda gösterildiği gibi, Doğu Asya öğrencileri genellikle çeşitli sınıf düzeyleri arasında üst düzey uluslararası matematik performansı göstermektedirler.

Ana araştırmaların birçoğu Doğu Asya ülkeleri ve ABD arasında yorumlama algısı açısından farklılıklara dikkat çekmektedir. Bu araştırmalar, içerik kapsamı, öğretim şartları ve yapıları incelerken Doğu Asya ülkeleri ile karşılaştırıldığında, ABD okul matematik müfredatı malzemelerinin daha az odaklı daha tekrarlayan olduğunu göstermektedir (Mayer, 1995; Schmidt, 1999; Schmidt, 1996b). ABD müfredat politikası daha az yetkili, özel ve tutarlıdır. Ayrıca Doğu Asya ülkelerinde öğretmenlerin matematik ve matematiğin temsil ettikleri hakkında daha derin bir anlayış (1999 Ma) geliştirebilmekte ve daha net açıklamalar sağlamakta, sınıfta zamanı daha verimli kullanmakta, daha düzgün pedagojik bir akış getirmekte ve öğrencileri bütün sınıfın yönergesini kullanmaya yöneltmektedir (Perry, 2000; Schmidt, 1996a; Stigler ve Hiebert, 1999; Stigler, 1987). Ayrıca, Doğu Asya öğretmenleri plan yapabilmekte ve öğretim uygulamaları geliştirmek için birbirlerinin öğretimlerini yansıtabilmektedirler (Lewis,2000; Stigler ve Hiebert, 1999,Wang ve Paine,2003). Bu bulgular matematik müfredat standartlarının kurulması ve öğretmenlerin sınav yapmada uyumlu olmaları ve birbirlerinin öğretilerini yansıtmaları gibi özellikleri içeren ABD matematik eğitimi reformu üzerinde önemli etkilere yol açmıştır (Romberg, 1997; 1999).

Diğer araştırmacılar Doğu Asya ve ABD arasındaki performans farkını açıklamak için okul dışı faktörlere odaklanmaktadırlar çünkü, sadece okul faktörlerine odaklanmak Doğu Asya'daki öğretim türleri ya da müfredatından daha az faydalanan ya da hiç faydalanmayan Amerika'daki Asyalı öğrencilerin neden Amerikalı Gruplardan daha iyi matematik performansı gösterdiğini açıklayamaz (Chen ve Stevenson, 1995; Kaufman, 1998; Sanchez, 2000; Stevenson, 1990). Bu okul dışı öğrencilerin zekasını kapsar (Flynn, 1991; Lynn, 1991); öz güven ve öz yeterliliğini (Leung,2002, Stevenson ve ark,1993; Wilkins,2004), akademik beklenti ve çabasını (Chen ve Stevenson, 1995; Chiu, 1987; Tuss, 1995); ailedeki eğitimsel değerler, beklentiler ve destekleri (Crystal ve Stevenson, 1991; Hess ve diğerleri, 1987; Huntsinger ve ark, 2000;.. Patterson ve arkadaşları, 2003) ve dil

niteliğini, kelime yapısını ve desenleri de kapsar (Geary, 1993; Han ve Ginsburg, 2001; Li ve Nuttall, 2001; Miller, 2000; Miura, 1988; Rasmussen, 2006).

Bu dil modeli etkileri üzerine yapılan araştırmalarca, bazı bilim adamları dil yapısı olarak numara adlarında daha şeffaf olan ve 10 tabanlı sistemle tutarlık gösteren Çince, Japonca ve Korece gibi Doğu Asya numara adlandırma dillerinin sonucu olarak Doğu Asya matematik performansında ABD'ye nazaran daha iyi olduklarını göstermiştir (Bell, 1990; Fuson ve Kwon, 1991; Geary, 1996; Miller ve Stigler, 1987). Bu gibi 10 tabanlı sistem bilgisinin benzer matematik içerikli alanlarda daha iyi öğrenmek ve performans göstermek için temel olduğu varsayılır (Ho ve Cheng, 1997).

Bu varsayım, Doğu Asyalı ve ABD'li ve numara adlandırma dillerinin 10 tabanlı sistemi ile tutarsızlık gösterdiği diğer Avrupa ülkelerindeki ilkokul ve anaokulu öğrencileri arasındaki 10 tabanlı sistem bilgisinin karşılaştırılmaları ile desteklenmektedir (Ho ve Fuson, 1998; Miller ve Stigler, 1987; Miller, 1995; 2000; Miura, 1988; Rasmussen, 2006). Bu karşılaştırmalar göstermiştir ki; numara adlandırma dillerinin şeffaflık ve tutarlılık niteliği ve kapsamı, 10 tabanında bilgi ve diğer ilgili matematik alanlarında öğrencilerin performans düzeyleri ile ilişkilidir.

2.6. Sayı Adlandırma Dili ve Matematik performansı

10 tabanlı sayma sistemi ile tutarlılık gösteren numara adlandırma dilinin, öğrencilerin matematik performansı üzerine etkileri hakkındaki araştırmanın merkezi, dil yapısı ve düşünce arasındaki ilişki üzerine olan tartışmalı Spair-Whorf hipotezidir. Bu da şunu göstermektedir; dil yapıları güçlü bir şekilde anadili konuşan kişilerin alışılmış bir şekilde dünyayı algılama biçimlerini etkiler hatta bu biçimi oluşturur. Dilbilim alanında, böyle bir varsayım renk terimleri, akrabalık terimleri, etno-biyolojik taksonomilerin ve zorunlu biçimsel kategoriler gibi farklı dil yapılarının, farklı bir düşünce tarzı üretilip üretilmediğini incelemek için önemli bir araştırma olmuştur. Bu araştırmaya dayanan bulgular, Spair-Whorf hipotezinin en katı formuyla çelişmektedir ve önemli bir ölçüde dilbilgisi, bireysel konuşma ve alışılmış

seviyelerle ilişkili olmadığını ileri sürmektedir (Lucy, 1996; Michael, 2002; Towse ve Saxton,1997).

Numara adlandırılmalı dilin etkileri üzerine olan araştırma (Miura, 1988) göstermiştir ki; numaralar dil boyunca zihinsel olarak temsil edilir ve stoklanır ayrıca Çince, Japonca ve Korece gibi Doğu Asya dillerinde, sayısal isimler, geleneksel 10 tabanlı sayma sistemi ile uyumlu bir şekilde düzenlenir. Ancak, başka dillerde bu şeffaflık ve tutarlılık düzeyi farklı olabilir.

Çince numara adlandırma on ile ilgili kelimeler, on ve üstü olarak temsil edilmektedir. 11 'on bir' 12 'on iki' 13 basitçe 'on üç '. Bu model 10 ve katlarında da devam ediyor 20 'iki tane on, 30 'üç tane on' 45 'dört tane on ve bir tane beş' Böyle bir sayı adlandırma dili sayı sisteminin 10 tabanlı olduğunu ortaya koyuyor. İngilizce konuşanlar 11 "eleven" olarak, 12 "twelve" olarak, 14 'fourteen' olarak öğrenir ki bu durumda bu temsili kelimeler ve numaralar telaffuz ve yapısı açısından farklıdır. Örneğin, çoğu İngilizce konuşanlar 10 tabanlı bir bakış açısından "ten" ve "eleven" ve "twelve" arasındaki bağlantıları kavrayamamaktadırlar. Bu nedenle, Çin sözlü numaralı adlandırmanın 10 tabanlı sistemiyle en şeffaf ve tutarlı olduğu söylenebilir.

1980'lerin sonundan bu yana, bir dizi çalışma 10 tabanlı sistemlerin çocukların anlayışı hakkındaki numaralı adlandırma dilin etkisini test etmek için geliştirilmiştir. Bu çalışmalar, araştırma tasarımları arasında iki benzerlik gösterir. İlk olarak, hepsi anaokulu ve ilkokula yeni başlayan öğrencilerini denek olarak seçmiştir. Böylece; numara adlandırılmalı dilin etkileri resmi okul eğitimi ve öğretimi dışında incelenecektir. İkincisi, numara adlandırılmalı dillerin tutarlılık gösterdiği dillere sahip olan ülkelerdeki yüksek matematik performansında, öğrencilerin 10 tabanlı sistem algılarını, 10tabanlı sistemle uyumluluk göstermeyen numara adlandırılmalı dillere sahip ülkelerdeki düşük seviyeli performansları uygulayan öğrencilerle karşılaştırmaktadır.

Yukarıdaki araştırma tasarımı üzerine yürütülen üç çeşit araştırma vardır:

İlki, tek bir ülke karşılaştırmalarına odaklanır. Soyut sayma ve nesne sayma üzerine ABD'de yapılanlarla Taiwan'daki anaokulu öğrencilerinin

karşılaştırmasını yaparak, Miller ve Stigler (1987) şunu önermektedirler; 10 tabanlı uyumlu Çince numara adlandırma dili, çocuklara nesne hesaplamalarında avantaj sağlarken, 10'luk tabanla uyumsuz olan İngilizce numara adlandırma dili soyut hesaplamalarda ABD'li öğrencilere avantaj sağlamamaktadır. Daha sonralarda, Miller ve arkadaşları (1995), Çinli ve ABD'li çocukların karşılaştırmasını yaparak, bu bulguları doğrulamışlardır. Diğer araştırmacılar (Miura ve Okamoto, 1989), 10'luk ve 1'lik blokları sayıları göstermek için kullanan, Japon ve ABD'li ilkököl öğrencilerini test etmişlerdir ve Japon öğrencilerin, ABD'li akranlarından daha iyi performans sergilediklerini ortaya koymuşlardır ki bu da 10 tabanlı sistem ile uyumlu Japonca numara adlandırılmalı dil sayesinde olmuştur.

İkinci çalışma çeşidi, ulusal sınırlar çerçevesinde, varsayımları test etme girişiminde, tek ülke ve çok ülke modelleri arasındaki karşılaştırmayı kapsar. ABD'li ilkököl öğrencilerini, Çin, Japon ve Koreli öğrencilerle onluk ve birlik blokları kullanan numara sembolleri üzerinden karşılaştırarak, Miura ve meslektaşları (1988) şunu ortaya koymuşlardır: ABD'li çocuklar birlik blokları kullanmaya daha eğilimlilerken, Çinli, Japon ve Koreli çocuklar onluk kombinasyonları ve onların sembollerini bir araya getirmektedirler. Çalışma ayrıca, 10 tabanlı sistem ile uyumlu Çince, Japonca ve Korece numara adlandırma dilinin çocukların performansına pozitif bir etkisi olduğunu ortaya koymuşlardır. Ho ve Fuson (1998), farklı IQ'lara sahip anaokulu öğrencilerinin dizin hesaplamaları üzerinde test yapmışlardır ki burada Çinli ve ABD'li çocukların arasında onlu sayı sistemini adlandırma farklılıkları görülmüştür, bulgulara göre Çinli çocuklar basamak değeri, hesap yapma ve 10'lu sistem hesaplarında ve bunları problem çözümlerinde uygulamalarında, İngiliz ve ABD'li çocukların önüne geçmişler. Araştırmacılara göre ortaya çıkan farklılık Çinli çocukların IQ'ları etkisiyle değil, onların sayı adlandırma sistemleriyle ilgilidir.

Üçüncü çalışma çeşidi ise çoklu ülkeleri içermektedir. Miura ve arkadaşları (1993) Fransız, İsveç ve ABD'li öğrencilerle, Japon ve Koreli birinci sınıf öğrencilerini karşılaştırarak daha önceki çalışmaları tekrarladı. Bu çalışmalar, 10 tabanlı sistemle uyumlu bir dile sahip Doğu Asya öğrencileri ki bu öğrencilerin dilinin, 10 tabanında sistem ile uyumsuz olan diğer numara

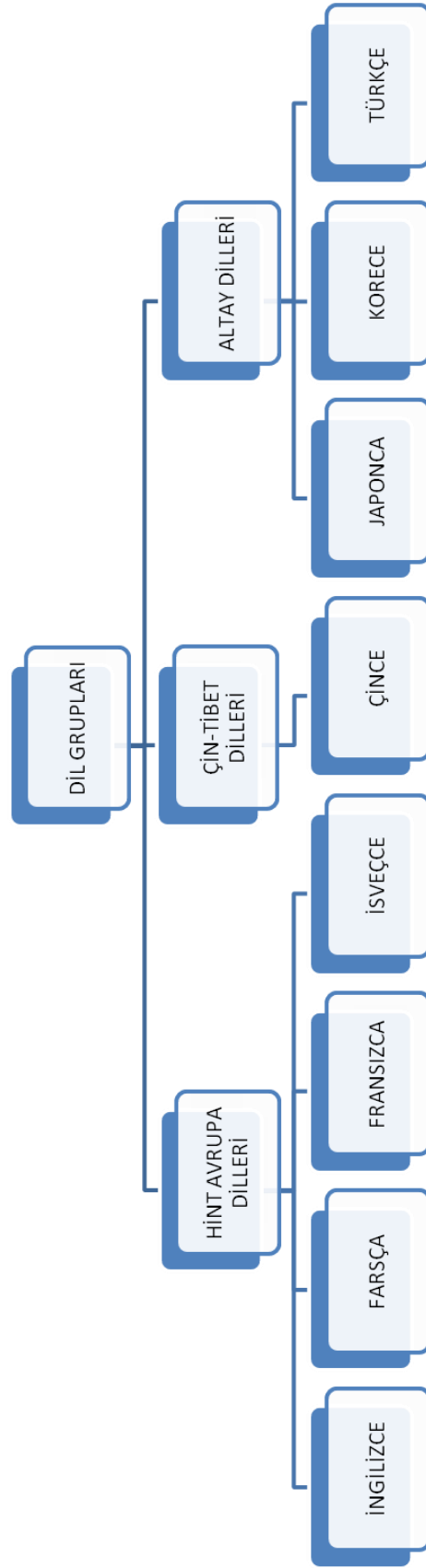
adlandırmalı batı dillerine nazaran daha doğru bir kombinasyon yaptıklarını göstermiştir. Daha sonra, kendi karşılaştırmalarında, Çin birinci sınıf öğrencileri de dahil olmak üzere bu bulguyu doğrulamışlardır ve iki art arda yapılan deneme boyunca tüm öğrencileri kendi dillerinde test etmişlerdir (Miura ve ark, 1994).

Tüm bu çalışmalar, dilleri 10 tabanlı sistemle uyumlu olan okul öncesi veya birinci sınıf çocuklarının, 10 tabanlı sistemle uyumsuz bir dile sahip çocuklara nazaran daha iyi bir algılama gösterdiklerini ortaya koymuştur (Fuson ve Kwon, 1991). Bu da şunu göstermektedir ki; bu Doğu Asya öğrencileri arasında geliştirilen 10 tabanlı fikirler ve basamak değeri düşünceleri büyük ölçekte, onların matematik öğrenmelerinde ve aynı zamanda buna bağlı gösterdikleri performanslarında esneklik ve derin bir algı sağlamaktadır (Bloom, 2000; Siegler, 1998).

Sonuç olarak; sayı sözcüklerinin yapısındaki bu farklılıklardan İranlı çocuklarında ne kadar etkilendiklerini anlamak ve yapı olarak Avrupa dillerine benzeyen Farsçanın onluk tabanı anlama ve basamak değerini uygulama konusunda ne gibi etkileri olduğunu öğrenmek için bu araştırma yapılmıştır. Miura (1994) ve Olkun ve diğerlerinin (2010) araştırmalarına Farsça eklenip çalışma boyutunun geliştirilmesi hedeflenmektedir.

Farsçanın dil yapısına bakacak olursak çocukların sözel saymayı öğrenebilmeleri için İngilizceye benzer bir şekilde 1-19 arasındaki sayıları ve 100'e kadar olan onlukları hatırlamak zorundadırlar. Uzakdoğu dillerini konuşan çocukların 100'e kadar sayabilmesi için 10 tane sayı sözcüğü bilmesi gerekirken, Türk çocuklar için Türkçenin sözel sayma alanında tam olarak Avrupa dilleri ile Uzakdoğu dilleri arasında kaldığından dolayı bu sayı 19, Avrupa dilleri ve Farsça konuşan çocuklar için ise 28'dir.

Araştırma konusu dilleri, dil grupları açısından değerlendirmek istersek, İngilizce, İsveççe, Fransızca ve Farsçanın Hint-Avrupa dilleri ailesine bağlı olduğunu görebiliriz. Diğer taraftan Korece, Japonca ve Türkçenin Altay dilleri grubuna bağlı olduklarını söyleyebiliriz. Çince ise Çin-Tibet dilleri ailesine aittir (Şekil 2).



Şekil 2. Dil grupları

2.7. Basamak ve Basamak Değeri

2.7.1. Kavramsal Çerçeve

Kamii (1992)'nin belirttiği üzere, Piaget, bilginin iki çeşidi olduğunu düşünmekteydi: fiziksel bilgi ve mantıksal-matematiksel bilgi. Fiziksel bilgi, dış dünyadaki nesnelerin bilgisidir. Bir pulun rengi ve ağırlığı, pulun havaya atıldığında düşeceği bilgisi fiziksel bilgiye örnektir. Fiziksel bilgi gözlemlenebilirdir. Bununla birlikte, kırmızı ve mavi bir pulun birbirinden farklı olduğu düşünüldüğünde, bu farklılık mantıksal-matematiksel bilgiye örnek olacaktır. Pullar gözlemlenebilirdir, ancak aralarındaki farklar gözlemlenemez. Farklılık, iki nesne arasında bağlantı kuran bireyin zihninde oluşan bir *ilişkidir*. Farklılık ne kırmızı puldadır ne de mavi pulda ve eğer birey, nesneler arasında bir bağlantı kurmazsa, farklılık bireyde var olmayacaktır.

Piaget ve arkadaşları, sayı kavramının, bireyin, ilişkileri oluşturarak ve düzenleyerek yapılandırıldığını düşünmüşlerdir. Çünkü sayı, her bireyin kendisi tarafından yapılandırılır. Sayı kavramının mantıksal-matematiksel yapısı direk olarak öğretilemez, çocuk bu yapıyı kendisi inşa etmek durumundadır (Kamii,1992).

Çocuk sayı kavramını yapılandırıldığı zaman, $5+5$ ve 5×2 işlemlerini yapabilir hale gelecektir. 999 ve 1000 gibi büyük sayıları yapılandırmaya kalkıştığında ise, nesne kümelerinden bir soyutlamayla tüm sayıları öğrenmenin imkânsız hale geleceği aşikârdır. 1 000 002 nesneyi görmedikten ya da saymadıktan sonra 1 000 002 sayısını 5 ya da 7 sayısı gibi anlamlandırmak imkânsızdır (Kamii, 1992). İşte bu esnada devreye "basamak" ve "basamak değeri" kavramlarının girmesi gerekmektedir.

Herkes bilir ki, bir çocuk sağlam bir basamak değeri anlayışına sahip değilse, aritmetik o çocuk için hiçbir anlamı olmayan bir işlemler bütünü haline gelecektir. Çoğu matematik eğitimcisi, öğrencilerin Hint-Arap sayı sistemi (onluk sayı sistemi) ve bu sistemin içinde yer alan basamak değeri kavramının eksiksiz bir anlayışına sahip olması gerektiğinin önemini sorgulamaz (Sharma, 1993). Şimdi bu anlayışın 2005 yılında Türkiye'de

uygulanmaya başlanan İlköğretim matematik dersi öğretim programında (İMDÖP) ne kadar yer aldığına bakalım.

İMDÖP dökümanında "basamak" ve "basamak değeri" hakkında yapılan açıklamalar şu şekilde belirtilmiştir:

Öğrenciler okula, zengin sayı ve sayma bilgileriyle gelirler. Öğretmenler, öğrencilerin temel sayma becerilerinden daha ileri düzey sayı bilgilerini oluşturmalarına, sayılarla işlem yapmalarına, sayılar arasındaki ilişkileri, sayı örüntülerini ve basamak kavramını anlamalarına yardımcı olmalıdır.

İkinci sınıftan itibaren, basamak kavramı ve onluk sayı sisteminin sağlam temelleri atılmalıdır. Bir sayının somut modellerle gösterimi ile sayının okunuşu ve yazılışı arasındaki ilişkilere dikkat çekilmelidir. Öğrenci 10'un onluk sistemde özel bir birim olduğunu anlamalıdır. 10'un hem bir birim olduğunu hem de 10 tane birden oluştuğunu düşünebilmelidir.

Öğrencilerin basamak kavramını anlamaları, verilen ilginç, zengin içerikli problemleri çözmek için strateji geliştirdikleri zaman gelişir ve derinleşir. Öğrenciler; geliştirdikleri bu stratejileri, yaklaşımları açıklamaya ve özellikle tartışmaya teşvik edilmelidir. Ayrıca, yüzlük tablosu gibi modeller kullanılarak basamak kavramı ile ilgili örüntü arama ve oluşturma gibi düzenli etkinlikler bu kavramın gelişimine yardımcı olur.

Şimdi "basamak" ve "basamak değeri" kavramlarının kazanımlar içerisinde ne kadar yer aldığına bakalım:

İMDÖP, kademeli olarak ilk önce birinci sınıf seviyesinde bir öğrenciden bir basamaklı, 2. sınıf seviyesinde bir öğrenciden iki basamaklı, 3. sınıf seviyesinde bir öğrenciden üç basamaklı, 4. sınıf seviyesinde bir öğrenciden 4, 5, 6 basamaklı ve en son 5. sınıf seviyesinde bir öğrenciden 7, 8 ve 9 basamaklı doğal sayıların basamaklarını, basamaklarındaki rakamların basamak değerlerini belirtmesini beklemektedir.

6-8. sınıflarda ise doğrudan "basamak" ve "basamak değeri" kavramlarına ait bir kazanım bulunmamakta, dolaylı olarak "sayı hissine" dayalı kazanımlar bulunmaktadır. Özellikle;

1. Ondalık kesirleri çözümler.
2. Kesirlerin ondalık açılımlarını belirler
3. Ondalık kesirleri karşılaştırır ve sıralar.
4. Ondalık kesirleri belirli bir basamağa kadar yuvarlar.
5. Ondalık kesirlerle toplama ve çıkarma işlemlerini yapar.
6. Ondalık kesirlerle çarpma işlemini yapar.
7. Ondalık kesirlerle bölme işlemini yapar.

Şeklinde sıraladığımız kazanımların yapılandırılması için basamak ve basamak değeri kavramlarının öğrenciler tarafından tamamen yapılandırılması gerekmektedir.

Tanımlar:

Sayı: Sayma ya da ölçüm sonucu belirlenen niceliği ya da miktarı belirtmeye yarayan soyut bir kavramdır. Sayılar binlerce yıl sonunda insanoğlunun geliştirdiği rakam dediğimiz evrensel simgelerle ifade edilirler. Sayıların farklı gösterimleri vardır. Mesela "üç" miktarı "3" biçiminde veya " $\frac{6}{2}$ " biçiminde gösterilebilir. Aynı şekilde "yarım"ı belirten miktar, " $\frac{1}{2}$ " ya da "0,5" biçiminde de gösterilebilir.

Rakam: Sayıları yazılı olarak göstermeye yarayan sembollere verilen ad.

Sayı sistemi: Dört işlem ya da işlem tanımına göre kapalı (işlemlerin sonucunun o sistemde mevcut olması) olan sisteme sayı sistemi denir.

Konumlu sayı sistemi / Basamak değerli sayı sistemi: Sayıdaki her konumun taban adı verilen ortak bir çarpan ya da ortak bir bölenle, yanındakiyle ilişkili olduğu sayı sistemidir.

Onluk sayı sistemi: Büyüklüğü önemli olmayan herhangi bir sayıyı yazmak için rakam olarak adlandırılan çeşitli sembollerin kullanıldığı, on farklı sembolden (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9) daha fazlasını gerektirmeyen on tabanlı sayı sistemidir.

Basamak: Konumlu sayı sisteminde yer, konum, pozisyon, konumu belirleyen kutucuk.

Basamak değeri: Konumlu sayı sisteminde sembollerin/rakamların, basamaklara göre aldıkları değer.

Basamak tabanı: Konumlu sayı sisteminde sembollerin/rakamların yerleştirildikleri basamaklar arasındaki sabit oran veya kat.

2.7.2. Basamak ve Basamak Değeri Fikri

Rakamları harflere benzetirsek, sayıları da kelimelere benzetmemiz gerekir. Harflerle kelimeleri, rakamlarla sayıları oluşturabiliriz. Her rakam kombinasyonu belirli bir sayıyı oluşturabilir ancak her harf kombinasyonu bir sözcük değildir.

Türkçe alfabesinde 29 harf sınırlı sayıda anlamlı kelimeler meydana getirebilirken, onluk sayı sisteminde sadece 10 rakam, sayılamayacak kadar çok sayı oluşturmaktadır.

Türkçe 'de "i" ve "p" harflerini birleştirerek "ip" kelimesini oluşturabiliriz. Harflerin yerini değiştirirsek, "pi" kelimesi karşımıza çıkar, tamamen anlamı farklı bir kelime elde ederiz. Matematikte de böyledir. "1" ve "2" rakamlarından "12" ve "21" sayılarını oluşturabiliriz. Bu sayıların anlamları da birbirinden farklıdır. Asıl sorun şu ki, "ip" ile "pi" kelimeleri arasındaki farklılıkları çocuklarımıza öğretebiliyorken, "12" ile "21" sayısı arasındaki farklılıkları çocuklarımıza tam olarak öğretip öğretemediğimiz. Öğretmenler ve öğretmen yetiştiren kurumlar olarak, bu soruyu kendimize sormamız gerektiği düşüncesindeyiz.

Sayı sistemine bir dil gibi bakacak olursak, her dilin kendisine göre kendisini oluşturan kurallara sahip olması gibi, sayı sistemlerinin de kendisini oluşturan kuralları vardır.

Bunlardan en önemlisi -olmazsa olmazlardan biri - her rakamın konumuna göre farklı sayısal değerler yüklenmesidir. Mesela;

		3
--	--	----------

	3	
--	----------	--

3		
----------	--	--

Şekil 3. Rakamın konumuna göre farklı sayısal değerler almalarına ilişkin bir örnek

Yukarıda, üç sütuna sahip olan tablolardan her biri, onluk sayı sistemindeki birer sayıyı temsil etsin. Bunları dildeki " kelime"lere benzetebiliriz. Birinci kelimedeki 3 sembolü "üç" anlamına; ikinci kelimedeki 3 sembolü "otuz" anlamına ve üçüncü kelimedeki 3 sembolü ise "üç yüz" anlamına gelmektedir.

Sonuç olarak, basamak değeri, sembollerin basamaklara göre yüklendiği değerdir. Tabi ki, bu değer sayı sisteminin tabanına da bağlıdır. Mesela İngilizcedeki "nice" kelimesinin Türkçe karşılığı "güzel" iken, bu kelimenin Türkçedeki anlamı bambaşkadır. Farklı sayı sistemlerinde de bu böyledir; aynı sayı, tabana bağlı olarak farklı anlamlar içerebilir.

Dilimizi oluşturan kurallar ne kadar önemliyse, sayılarımızı oluşturan kurallar da o derece önemlidir. Bu açıdan bakıldığında, "basamak değeri" kavramının matematik öğretimi içerisinde çok özel ve önemli bir yere sahip olduğu düşüncesindeyiz. Bu denli öneme sahip bir matematik kavramı hakkında öğrencilerin kafasında nasıl bir fikir olduğunu ortaya çıkarmak bu araştırmanın amacını belirlemiştir. Öğrencilerin "basamak" ve " basamak değeri" kavramları hakkında neler düşündüklerini ortaya çıkarabilmek için aşağıdaki alt başlıklar belirlenmiş ve bu başlıklarla ilgili literatür araştırması yapılmıştır.

2.7.3. "Basamak" ve "Basamak Değeri" Kavramlarının Matematiksel Yapısı

"Basamak değerinin ne olduğuna dair görüşlerden bazıları aşağıda verilmiştir:

Sayıdaki konumuyla belirlenen rakamın değeridir (örneğin, 11 sayısındaki bir rakamının değeri konumuna göre 10 da olabilir 1 de olabilir).

<http://mdk12.org/instruction/curriculum/mathematics/glossary.shtml>

Değişik miktarları gösterebilmek için rakamları farklı konumlara yerleştirerek sayıları kaydetme metodudur.

http://www.decs.sa.gov.au/limestonecoast/files/links/Glossary_of_mathematical_t.doc

Sayı sistemindeki tabana bağlı olarak, sayıdaki her konumun belirlediği değerdir. <http://www.yourdictionary.com/place-value>

Sayısal gösteriminde bulunan konumuna bağlı olarak değişen sembolün değeridir (Burton, 1999).

Basamak değeri ilkesi, bir rakamın nominal değeri (örneğin 5 sembolünün beşi ifade etmesi) ile sayıya özgü pozisyonundan dolayı sahip olduğu değeri (örneğin 5; 52 sayısında elli değerine, 534 sayısında beş yüz değerine sahiptir) ayırt etmeyi sağlar (Catchart, Pothier, Vance ve Bezuk, 2003).

Türk Dil Kurumunun terimler sözlüğünde "basamak değeri" kavramı ile ilgili bir bilgi bulunmamakla birlikte, "basamak" kavramı ile ilgili aşağıdaki tanım verilmiştir.

Onluk sayı sisteminde bir sayının sağdan sola doğru rakamlarının derecelerine göre her birinin bulunduğu yer, hane: "Onlar basamağı. Yüzler basamağı" <http://www.tdk.gov.tr>

"Basamak" ve "basamak değeri" kavramlarının matematiksel yapısından bahsedecek olursak, şunları belirtebiliriz:

"Basamak" "konumlu bir sayı sisteminde herhangi bir sayıyı oluşturan sembollerin ayrı ayrı ya da bir küme halinde yazıldığı yer, konum" dur. Her basamak bir tek sembolle veya sınırlı sayıda sembol kümesi ile ifade

edilebilir. Basamaktaki sembol sayısı, "taban" adını verdiğimiz, ayrıcalıklı bir sayıya bağlı olarak değişir. Ifrah (2005), tabanı "işlevi bir üst basamağın bir birimini oluşturmak için belli bir basamak içinde öbeklenmesi gereken birimlerin sayısını belirtmek olan, önceden belirlenmiş sabit bir sayı" olarak tanımlamıştır. Dolayısıyla konumlu sayı sistemindeki bir sayıda birden fazla basamak, bir basamakta da birden fazla sembol bulunabilir.

"Basamak değeri", ise "konumlu bir sayı sisteminde herhangi bir sayıyı oluşturan sembollerin basamaklarına bağlı olarak aldığı değer" dir. Bu değer, bir yanındakine "taban" adını verdiğimiz sabit bir kat veya sabit bir oran ile bağlıdır. Her bir basamaktaki değer, tabanın belli bir kuvveti ile o basamaktaki sembol ya da sembollerin miktarlarının çarpılması sonucu ortaya çıkar. Sayının değeri ise, tüm basamaklardaki sembollerin basamak değerleri toplamıdır.

2.7.4. "Basamak" ve "Basamak değeri" Kavramlarının Tarihsel Yapısı

"Basamak" ve "basamak değeri" kavramlarının tarihinden önce sayıların tarihine şöyle bir göz atalım:

Sayıların tarihinin ne zaman ve nerede başladığını kestirebilmek mümkün değildir. Ancak sayıların, toplumların gereksinimlerinden dolayı ortaya çıktığını söyleyebiliriz.

"Toplu yaşamın gereksinimlerini karşılamak için alet ya da silah stoğu yapanların, yiyeceklerini saklayanların, silahlarının, aletlerinin, yiyeceklerinin durumunun, daha önce bıraktıklarıyla aynı olup olmadığını doğrulamaları gerekiyordu. Komşu topluluklarla dostça olmayan ilişkilere girenlerin, her askeri seferin sonunda, askerlerin sayısının tam olup olmadığını bilmeleri gerekiyordu; gerektiğinde savaşta verilen kayıpların sayısını bilmeleri gerekiyordu. Değiş-tokuş işi yapanların da besin maddesi satın alacak ya da bir malın karşılığında başka bir mal verebilecek durumda olabilmeleri için "değer biçebilmeleri" gerekiyordu (Ifrah, çev. Dinçer, 2005).

"Değer biçme" gereksinimi insanlara bir şekilde sayma ve kaydetme zorunluluğu getirmiştir. Bu şekilde başladığı tahmin edilen sayıların tarihini,

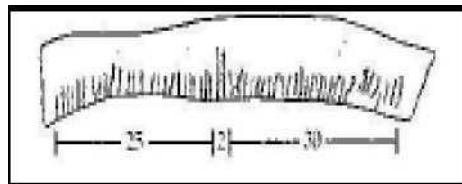
"çetele tutma", "gruplandırma", "sembolleştirme", "sembolleri toplama-çıkarma", "konum" başlıkları altında toplamayı daha uygun gördük.

Çetele tutma: Sayı fikrini görsel olarak ifade etmenin en eski ve dolaysız tekniği çetele tutmadır. Çetele tutmadaki düşünce, yığındaki nesneleri sayabilmek için daha kolay kullanılan nesnelerle -atalarımıza göre bunlar, parmak, deniz kabuğu veya taşlardı- eşleştirme yapmaktır. Mesela bir zafer, antlaşma ya da yeni bir köy inşa etme durumunda - her insan bir taşla temsil edilmek üzere - bir taş yığını oluşturma (Burton, 1999).

Bir çetele dizisi, soyut - sayısal sembol fikrine hizmet eder ve nesnelerin herhangi bir kümesini (hayvanlar, insanlar gibi) temsil eder. Ayrıca, insanların, sahip oldukları nesnelerle ilgili algılamalarını sınırlandırmalarının üstesinden gelmelerine yardımcı olur (Dehaene, 1997).

Gruplandırma: Sayma işlemi, taşlara çizgi çizmekle, tahta sopaya ya da kemik parçasına kertikle, farklı renk ve uzunluktaki iplere düğüm atmakla devam etti. Bu çetelelerin insan gözüyle algılanma aşaması zor bir hal aldığı zaman, o dönemin insanları çeteleleri, bir eldeki parmak sayısını ifade eden beşli grup gibi daha kolay ayırt edilebilir gruplara göre düzenlediler. Gruplandırarak sayma, teker teker saymaya nazaran daha kayda değer bir gelişmedir (Burton, 1999).

Gruplandırarak çetele tutma işlemine dair en eski arkeolojik delillerden biri M.Ö. 30 000 yıllarına ait olduğu düşünülen ve 1937' de Çekoslovakya'da bulunan bir kurt kemiğidir (Burton, 1999). Kemikte iki satıra beşerli gruplar halinde yerleştirilmiş toplam 55 kertik vardır. Kertiklerin, bir avcının öldürdüğü hayvan sayısını ya da bir kabilede yaşayan insan sayısını gösterdiği düşünülmektedir (Bassarier, 2005).



Şekil 4. M.Ö. 30 000 yıllarına ait olduğu düşünülen kurt kemiği

Sembolleştirme: Çetele ve gruplandırma, sadece kâğıt gibi ince-yumuşak tabakalı nesneler üzerinde uygundu. Bir sopa parçasını kazımak, tahta parçası boyunca oyma yapmak yorucuydu. Tahta parçasını belirli bir açıda kesmek daha kolaydı ve her seferinde eğik çubuklardan yapılmış -V sembolü gibi- sembolleri seçmek, çobanların binlerce yıl önce benimsediği metodun ta kendisidir (Dehaene, 1997).

Sembolleri toplama - çıkarma: Semboller toplanarak diğer sayılar biçim kazandı. Sayının değerinin sayıdaki sembollerin toplamına eşit olduğu **ekleme ilkesi**, Roma, Mısır, Sümer sayılarında olduğu gibi, çoğu sayı notasyonlarının temelini oluşturur. Ekleme ilkesi, zamandan ve alandan tasarruf sağlar, örneğin 38, bire-bir eşlemeye dayalı somut nesnelerle gösterildiğinde otuz sekiz özdeş sembol kullanılırken, bu sayı artık, sadece yedi Roma sembolü ile ($38 = 10 + 10 + 10 + 5 + 1 + 1 + 1$ ya da XXXVIII) gösterilebilmekteydi (Dehaene, 1997).

Mısır ve Roma sayı sistemleri Bassarer (2005)'in de belirttiği üzere, **eklemeli sistem** olarak adlandırılırlar. Çünkü eklemeli bir sistemde, bir sayının değeri, sayıdaki sembollerin toplam değeridir (Bassarar, 2005). Eklemeli sisteme örnek olarak Mısır ve Roma sayı sistemleri tanıtılacaktır.

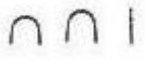
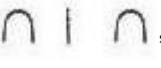
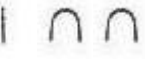
Mısırdaki bilinen en eski yazılı sayılar yaklaşık 5000 yıl önceye aittir. Mısırlılar, bataklıklarda büyüyen, "papirüs" diye adlandırılan su bitkisinden kendi kâğıtlarını üretmişlerdir. Mısırlılar sayıları göstermek için, resim sembollerle (hiyeroglif) çetele tutmayı birleştiren bir sayı sistemi geliştirmişlerdir (Bassarar, 2005).

Aşağıda Mısır sayı sistemindeki semboller tanıtılmıştır:

Bugün Kullanılan sembollerle ifade	Mısır Sembolleri	İfade edilen cisim
1		Düşey bir çizgi
10		At nalı (topuk kemiği)
100		Çengel
1.000		Lotus çiçeği (Mısır nilüfer çiçeği)
10.000		İşaret parmağı
100.000		Tatlı su balığı (yavru kurbağa)
1.000.000		Şaşkın adam

Şekil 5. Mısır Sayı Sistemindeki Semboller

Mısırlılar, yukarıdaki sembollerin kombinasyonlarını kullanarak miktarları gösterebiliyorlardı. Örneğin 2312 sayısını $1000 + 1000 + 100 + 100 + 100 + 10 + 1 + 1$ olarak görüyorlardı ve bunu “” biçiminde yazıyorlardı (Bassarier, 2005). Bu açıdan bakıldığında Mısır sayı sistemi eklemeli bir sistemdir.

Mısır sisteminin “basamak değeri” düşüncesine ihtiyacı yoktur. Çünkü 21 sayısı, genellikle “” biçiminde yazılmakla birlikte “” ya da “” biçiminde de yazılabilirdi (Burris, 2005).

Bir diğer eklemeli sistem olarak adlandırılan Roma sayı sistemindeki semboller aşağıda verilmiştir:

Miktar	Eski Roma	Yeni Roma
1	I	I
5	V or A	V
10	X	X
50	L	L
100	C	C
500	D and D	D
1000	M or x	M

Şekil 6. Roma Sayı Sistemindeki Semboller

Aslında, Roma sayı sistemi de Mısır sayı sistemi gibi eklemeli bir sistemdir. Bununla birlikte Yeni Roma sayı sisteminin **eksiltici** bir yanı da vardır. Örneğin, IV "beşten bir önce" olarak görüldü (Bassarar, 2005).

Konum: Geçmişe bakıldığında, ekleme ilkesinin büyük sayıları ifade etmekte yeterli olmadığı açık olarak görülmektedir. Artık çarpma işlemi zorunlu hale gelmiştir (Dehaene, 1997, s.97). Bu yüzden, artık çarpma işleminin söz konusu olduğu **konumlu sayı sistemine** geçilmiştir.

Konumlu sayı sisteminde bir rakamın konumu, o rakam tarafından ifade edilen değeri belirler. Konumlu sayı sistemi, yeni sembol oluşturmaya gerek duymadan, rakamların değişmeyen bir kümesini kullanır. Bu tip bir sistemin avantajı, ne kadar büyük olduğu önemli olmayan herhangi bir sayının, uygun konumda uygun rakamın yerleştirilmesiyle gösterilebilmesidir (Burris, 2005).

Konumlu bir sayılama, örneğin dokuzun, birinci, ikinci ya da üçüncü basamağın birimleri arasına yerleştirildiğinde aynı değeri taşımadığı bir dizgedir (Ifrah, 2005).

Konum ilkesi kuralına uyan her rakam kombinasyonu yalnız ve yalnız bir sayıyı temsil ettiği gibi her sayı da yalnızca bir rakam kombinasyonunu temsil eder (Guedj, 2007).

NCTM (2004)' ye göre konumlu ya da basamak değerli sayı sisteminde olması gereken üç öge şunlardır:

- Taban olarak seçilecek birden büyük keyfi bir sayı; b,
- "0" sayısını da içeren b kümesinin birbirinden farklı rakamları
- Toplama ve çarpma ilkeleri (Çarpma ilkesi, her bir rakamın miktarının, yazıldığı konuma karşılık gelen taban kuvvetiyle birlikte çarpılmasıdır. Toplama ilkesi ise rakamlarla ifade edilen sayının bu çarpım sonuçların toplamı olmasıdır).

Gerçekte bu temel kural, tarih boyunca yalnızca dört kez akla gelmiştir. İlk kez milattan önce II. binin başında Babil bilginlerince ortaya atılmıştır. Sonra Hristiyan çağının başlamasından biraz önce Çinli matematikçilerce, ardından M.S. III. ile V. yüzyıl arasında Maya gökbilimcilerince, son olarak da V. Yüzyıl yakınlarında Hint matematikçilerince yeniden keşfedilmiştir (Ifrah, 2005).

Biz bu araştırmada, konumlu sayı sisteminin ilk örneği olan Babil sayı sisteminden ve son örneği olan Hint-Arap sayı sisteminden bahsedeceğiz.

Bassarar (2005)'in de belirttiği gibi, Babilliler, sayılarını Mısırlılar gibi papirüse yazmak yerine, kil tabletlerinin üzerine yazmışlardı. Bu yüzden sembolleri Mısır sembolleri gibi süslü olamazdı. Bu fiziksel sınırlama muhtemelen kendi sistemlerinin ilerlemesi için bir güçlük oluşturuyordu. Çünkü sadece iki sembolleri vardı. "Bir"i sembolize eden dikey bir çivi ve "on"u sembolize eden yatay bir çivi. Aslında, Babillilerin yazı sistemi çivi yazısı olarak adlandırılıyordu.

Aşağıda Babillilerin kullandığı semboller verilmiştir:

Miktar	Sembol
1	↓
10	←

Şekil 7. Babil Sayı Sistemindeki Semboller

Babil bilginlerinin sayılması, bizim bugünkü konumlu dizgemiz gibi onluk olmak yerine, altmışlı bir taban üzerine kurulmuştur. Bu demektir ki, belli bir basamağın altmış birimi orada bir üst basamağın bir birimine denkti (Ifrah, 2005).

Ifrah (2005) Babil sayı sisteminde sayıların nasıl yazıldığını Şekil 8'de gösterildiği gibi açıklamıştır:

BABİL BİLGİN SAYILAMASI*											
Görüşü : ~ M.Ö. 1800 Tip : C 1 (1. türden konumlu sayılama: şek. 28.37). – Taban: 60. Sıfır imi gereği : Var – Sıfır imi : Var, ama ancak geç bir dönemde (M.Ö. yaklaşık IV. yüzyılda). Betimleme olanağı : Sınırlı (bkz. 13. Bölüm).											
Temel rakamlar  1 2 3 4 5 6 ... 10 20 30 ... 59 (Biri 1 sayısını, öteki 10 sayısını betimleyen iki temel imden yola çıkarak toplama ilkesiyle oluşturulmuş imler.											
Konum değerleri <table> <tr> <td>1. aşım :</td><td>1</td></tr> <tr> <td>2. aşım :</td><td>60</td></tr> <tr> <td>3. aşım :</td><td>$60^2 = 3\ 600$</td></tr> <tr> <td>4. aşım :</td><td>$60^3 = 216\ 000$</td></tr> <tr> <td>5. aşım :</td><td>$60^4 = 12\ 960\ 000$</td></tr> </table>		1. aşım :	1	2. aşım :	60	3. aşım :	$60^2 = 3\ 600$	4. aşım :	$60^3 = 216\ 000$	5. aşım :	$60^4 = 12\ 960\ 000$
1. aşım :	1										
2. aşım :	60										
3. aşım :	$60^2 = 3\ 600$										
4. aşım :	$60^3 = 216\ 000$										
5. aşım :	$60^4 = 12\ 960\ 000$										
Örnek : 7659  2 ; 7 ; 39 $(7\ 659 = 2 \times 60^3 + 7 \times 60 + 39)$ Konum ilkesine dayanan betimleme, şu tip bir ayrıştırmaya göre yapılır: [1+1 ; 1+1+1+1+1+1+1 ; 10+10+10+1+1+1+1+1+1+1+1] * Bu, tarihin ilk konumlu sayılamasıdır.											

Şekil 8. Babil Bilgin Sayılaması

Büyük sayıları göstermek için Babilliler, "rakamın değeri" fikrini ortaya attı. Bu, kayıtlı tarihteki "basamak değeri" kavramının en eski olayıdır (Bassarar, 2005).

Aslında bu sayı sistemi, tam bir altmışlık taban değildir. Çünkü 60'dan küçük sayılar basit bir onlu gruplama sistemiyle, 60'dan büyük sayılar ise altmış tabanlı konum ilkesiyle belirlenmiştir (NCTM, 2004).

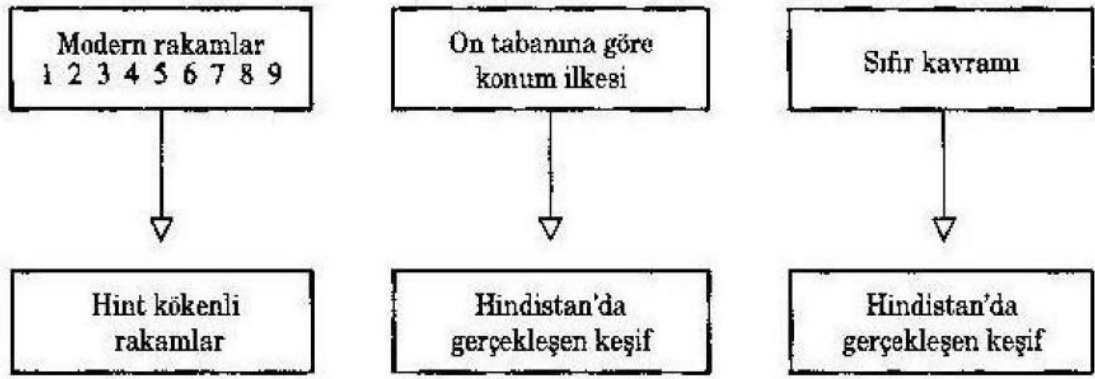
Babililerin neden altmışlık taban kullandıkları kesin olarak belirlenememektedir. Altmışlık taban kullanmalarının nedeninin, büyük birimin küçük birimden altmış kat büyük olduğu bazı eski ağırlık ve ölçü sistemlerindeki miktarlardan kaynaklandığı söylenilebilir (NCTM, 2004).

Babil sayı sistemi, Mısır ve Roma sayı sistemlerinden daha karmaşıktır. Bununla birlikte, bazı küçük teknik problemler de söz konusuydu. Örneğin 3624 nasıl gösterilebilirdi? 3624, $3600 + 24$ olarak düşünülürse, 3600'ü göstermek için üçüncü konumda "1" sayısı ve 24'ü göstermek için birinci konumda "441111" kullanılmalı, fakat ikinci konum boş olmalıydı. Eğer, "1 441111" sayısını yazsalar, bu sayının $60 + 24 = 84$ olmadığı nasıl anlaşılacaktı (Bassarar, 2005).

Arkeologlar, Babil yazarlarının "boş bir yeri" göstermek için, çeşitli notasyonlar denediklerinin kanıtlarını buldu. M.Ö. 300 yıllarında bulunan bir Babil tableti, "sıfır" mış gibi davranan yeni bir sembol "11" içermektedir. Artık 3624 "1 11 441111" şeklinde ifade ediliyordu (Bassarar, 2005).

Bir diğer konumlu sayı sistemi olarak adlandırılan Hint- Arap sayı sistemi için Ifrah (2005) şöyle demiştir: "Modern sayılamamızın keşfini ve bugün kullandığımız yazılı hesabın temellerinin atılışını Hint uygarlığına ve yalnız ona borçluyuz. Çok büyük bir tarihsel önemi bulunan bu olay büyük bir olasılıkla M.S. IV yüzyıl dolaylarında olmuştur.

Aşağıdaki üç büyük fikir, bu fikirleri bir araya getirmeyi bilmiş olan Hint bilginlerinin dehasından çıkmıştır"



Şekil 9. Hindistan'da Gerçekleşen Keşifler

Bu ilerlemelere karşın, son aşamayı geçmek yine Hint bilginlerine kalıyordu, bu da sıfır kavramını yetkinleştirmek, onu bugünkü sayısal anlamı bakımından zenginleştirmekti. Gerçekte o zamana dek sayısal simge ya da çizgisel im olarak *shunya** (Sanskritçe'de sıfır, boşluk, gökyüzü) yalnızca belirli bir basamağın birimlerinin yokluğunu belirtmeye yarıyordu. Ama Hint bilginleri eksikliği çabucak gidermişlerdir. Böylece bu kavram hızla bugün "sıfır sayısı" ya da "yok nicelik" denen şeyin eş anlamlısı haline gelmiştir (Ifrah, 2005).

M.S. 800 yılı civarında sistem Bağdat'a getirildi ve dünya ülkeleriyle ilişkide önemli bir rol oynayan Araplar tarafından benimsendi. Araplar, asla bu buluş için bir hak iddia etmedi, her zaman Hintlilere, hem sayıların biçimi hem de basamak değeri kavramının ayırt edici özellikleri için minnettar kaldılar. Pers'li al-Khowarizmi 825'te bir kitabında, özellikle Hintlilere atfettiği sistemin açıklamasını yaptı (NCTM, 2004).

Al-Khowarizmi, Hint kökenli rakamları hesap yöntemlerini ve cebir işlemlerini, gerek Müslüman dünyaya gerek Hristiyan Batı'ya tanıtmakta büyük katkısı bulunan iki kitabıyla çok ünlenmiştir. *Al cabr va'l mukabala* (Dönüştürme ve İndirgeme) adlı kitabı cebir biliminin temel işlemlerine ayrılmıştır. Bu kitap çağında o kadar ünlüydü ki, bugün cebir denen bu temel matematik dalı, evrensel olarak kabul edilen adını (algèbre) ona borçludur (Ifrah, 2005).

İbn al Nadim'in *Fihrist'inden* öğrendiğimize göre, Al Khwarizmi'nin öteki kitabı *Kitab al cami va'l tafrik bi hisab al hind* (Hint Hesabına Göre Toplama

ve Çıkarma Kitabı) adını taşıyordu. Özgün metin ne yazık ki kayıp ama XII. Yüzyıldan beri yapılmış birçok Latince çevirisi duruyor. Hint kökenli ondalık konumlu sayılamanın ve hesap yöntemlerinin çok sayıda örnekle ayrıntılı açıklama konusu edildiği bilinen ilk Arapça kitap budur (Ifrah, 2005).

X.yüzyılın sonundan itibaren kültür açlığı içindeki bir Fransız rahip, İran kökenli bilgin AlKhowarizmi'nin Arap-İslam dünyasında oynadığı rolle karşılaştırılabilecek bir rol oynar. İki yüz yıldan biraz az bir süre önce Mağrib ile Endülüs'e girmiş olan Hint keşiflerini Hristiyan Batıya yayacaktır. Bu rahip, bin yılında papa olacak Aurillaclı Gerbert'tir (Ifrah, 2005).

Gerçekte Gerbert'in girişimi, esas olarak Roma kökenli sayılamaya ve hesap yöntemlerine, deyim yerindeyse, yapışıp kalmış olan Hristiyan halklarının tutuculuğundan kaynaklanan büyük bir direnişle karşı karşıya kaldı. Çağın uzmanlarının çoğu, kendilerini büyük Roma geleneğinin onurlu ve sadık mirasçıları olarak gördüklerinden, başka bir yöntemin üstünlüğünü kolay kolay kabul edemiyorlardı (Ifrah, 2005).

Ifrah (2005)'e göre Avrupa'da hesabın yaygınlaşmasının ilk adımı, Fibonacci adıyla bilinen Pisa'lı Leonardo'nun 1202 yılında yazmış olduğu Liber Abaci (Çözümler Üzerine Kitap) adlı kitabıdır.

Bu aşamalardan geçen modern sayı sistemimizin adının Hint-Arap sayı sistemi olarak adlandırılmasının nedeni, Hintliler tarafından bulunmuş ve Araplar tarafından yayılmış olmasıdır.

Nispeten ayrıntılı sayı sistemimiz aşağıdaki dört özelliklerle tanımlanır:

1. *Konumsal özellik.* Her bir rakamın bulunduğu sayıdaki konumuyla belirlenerek gösterilen miktarlar.
2. *On-taban özelliği.* Sağdan sola doğru onun kuvvetleriyle artan konumların miktarı.
3. *Çarpımsal özellik.* Rakamın nominal değeri ile konumuna göre belirlenen değer çarpılmasıyla elde edilen değer.
4. *Toplamsal özellik.* Sayının değeri, içindeki her bir rakamın değerleri toplamıdır (Ross, 1989).

Masingila ve arkadaşlarına göre (2002) Hint-Arap sayı sisteminin aşağıdaki gibi altı temel özelliği vardır:

Tanım 1: Bir sayı sistemi birden büyük sayılarla tekrarlı grupta sürecini yansıtır, bu sayı sistemi bir **"taban"a** sahiptir.

Tanım 2: Bir sayı sisteminde her rakamın değeri o rakamın bulunduğu sayıdaki konumuyla belirleniyorsa, bu sayı sistemi bir **"basamak değeri"li** sistemdir.

Tanım 3: Bir sayı sisteminde bir sayıdaki sembol, miktarının farklı katlarını temsil edebiliyorsa, bu sayı sistemi **çarpımsal** bir sistemdir.

Tanım 4: Bir sayı sisteminde, bir sayıdaki semboller kümesinin miktarı içerdiği sembollerin miktarları toplamını temsil edebiliyorsa, bu sayı sistemi **toplamsal** bir sistemdir.

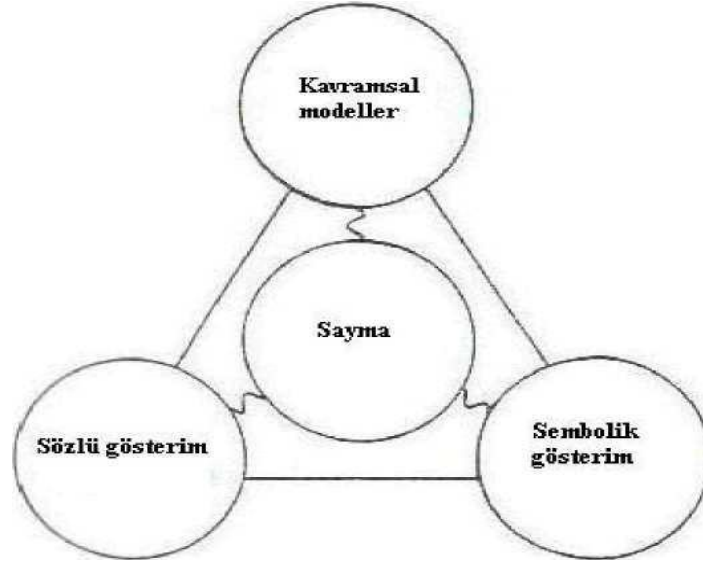
Tanım 5: Bir sayı sisteminde boş kümedeki eleman sayısını gösteren bir sembol varsa, bu sayı sistemi bir **"sıfır"a** sahiptir.

Tanım 6: Bir sayı sisteminde her sayı bir ve yalnızca bir miktara tekabül ederse, bu sayı sistemi **tek gösterimli** bir sistemdir (Masingila, Lester, Raymond, 2002).

2.7.5. "Basamak" ve "Basamak değeri" Kavramlarının Matematik Öğretimindeki Yeri

Van de Walle (2004)'e göre, çeşitli zihinsel metotlar, kâğıt-kalem metotları, tahmin yetenekleri ve etkili bilgisayar ve hesap makinesi hesaplamaları, basamak değerini tam anlamıyla anlamaya bağlıdır. Toplama ve çıkarma hesaplama stratejileri basamak değerini anlayarak geliştirilebilir. Tamsayı basamak değeri fikri, irrasyonel sayı yaklaşımlarının ve rasyonel sayıların bütününe tanıtımını mümkün kılmak için genişletilebilir.

Basamak-değeri anlayışı yeni ve yapılandırması zor olan onar onar gruplandırma kavramı ile (on-taban kavramı), grupların basamak değeri şemamızda nasıl kaydedildiği, sayıların nasıl yazıldığı ve nasıl söylendiği gibi işlemsel bilgilerin bütünleşmesini gerektirir (Van de Walle, 2004).



Şekil 10. Basamak Değeri Bilgisinin Üç Temel Ögesi

Basamak değeri bilgisinin üç temel ögesi, Şekil 11'de gösterildiği gibi üçgensel bir yapıda sunulmuştur. Yapının en üstünde, "kavramsal modeller" vardır, bunlar öğrencide on-taban kavramsal bilgisini biçimlendiren ya da temsil eden materyallerdir. Daha aşağıdaki iki köşe, bu kavramların sözlü ve yazılı gösterimleridir. "Basamak değerini anlama"dan kasıt, üstte söz edilen "modellerle sunulan kavramsal bilgiye sahip olma, bu bilgiyi sözlü ve sembolik gösterimlerle ilişkilendirme"dir. Bu ilişkilendirme, şeklin kenarlarında çizgilerle gösterilmiştir (Thompson, 1990).

Çok sayıda nesneyi bir kerede saymak can sıkıcı hale gelebilir, ikili, üçlü, beşli, onlu vb. gruplarla saymak işi daha da kolaylaştırır. Öğrencilere bu yolla sayma öğretilmeli, tekrarlar yapılmalı ve genellikle bu yöntemin büyük miktarları saymada daha hızlı ve kolay olduğu söylenmelidir. Ayrıca bu yöntem, çarpmaya bir başlangıç olarak düşünülebilir, bu durum gruplayarak saymanın (örneğin üçer üçer) gruptaki eleman sayısının katlarını (üçün katlarını) belirttiğini bilinçaltına itene kadar devam eder. Ve dolayısıyla, onarlı gruplandırma, on tabanlı aritmetiği anlamının da bir başlangıcıdır (Garlikov, 2000).

Okun ve Toluk (2003)'e göre, basamak değeri kavramı "gruplama" becerisine dayanır. Onluk sayı sistemi onarlı gruplamayı içerir. Bu nedenle sayıların basamak değeri öğretilmeden önce yeterince gruplama etkinlikleri yapılmalıdır.

Nesneleri sayma	Nesneleri Gruplama	Sözel	Sembolik	
	   	Üç Onluk Dört birlik veya Otuzdört	30 ve 4	34
Bir grup nesne vererek, öğrencilerin nesneleri sayması istenir. Kaç tane? sorusuna yanıt aranır. Bu durumda öğrenci, 34 sayısını 34 tane birden oluşan bir çokluk olarak düşünür.	Öğrencilerin verilen nesneleri 10 luk gruplara ayırarak sayması istenir. Öğrenciye kaç tane 10 luk grup olduğu sorulur. Böylece çocuğun dikkati 34 sayısının yapısına çekilir. Sayılarla, nesneler arasındaki ilişki vurgulanır.	Öğrencinin kaç tane nesne olduğunu sözel olarak ifade etmesi istenir.	Sayı olarak yazması ve söylemesi istenir.	

Şekil 11. 34 Sayısı için Verilen Etkinlik (Olkun ve Toluk, 2003)

Yukarıdaki etkinlikte 34 sayısının basamak değeri incelenirken, sayının somut nesnelerle temsilinin, hem sözel hem de sembolik temsili arasında bir bağlantı kurulmuştur. Bu etkinliği takiben öğrenciye 34 sayısında 3 ve 4 rakamlarının neyi gösterdiği sorularak, basamak değeri kavramına geçiş yapılabilir (Olkun ve Toluk, 2003).

Matematik Öğretmenleri Ulusal Konseyi (NCTM) 'nin "Okul Matematiği için Standartlar ve Prensipler" (Principles ve Standarts for School Mathematics) adlı dökümanında "sayı hissi" ve "basamak değeri" hakkında yapılan açıklamalar ise aşağıda belirtilmiştir:

Tarih boyunca sayılar, tüm dünyadaki matematik dersi programlarının temel taşı olmuştur. Anaokulundan 12. sınıfa kadar bütün sınıflarda yer alan matematik dersi içeriğinin neredeyse tamamı sayı hissi ve sayı kavramı üzerine oturtulmaktadır. Sayı hissi, Howden (1989) tarafından, "Sayılar ve sayılar arasındaki ilişkilerle ilgili iyi bir önsezidir. Sayı hissi; sayıları

keşfetmenin, sayıları değişik çevre ve şartlarda görselleştirmenin ve sayıları birbirleriyle geleneksel algoritmalarla sınırlı olmayan şekillerde ilişkilendirmenin sonucu olarak yavaş yavaş gelişir." olarak tanımlanmıştır. Sowder (1992) ise "Sayı hissi, öğrencilerin, sayıların büyüklüğünü anlamalarını, sayıların gösterimlerini ve sayıları düşünmenin çeşitli yollarını edinmelerini, istenilen nesne için sayıları kullanmalarını ve işlemlerin sayılar üzerindeki etkisi hakkında doğru bir kavrayış oluşturmalarını geliştirir" demiştir.

Anaokulu öncesinden 12. sınıfa kadar tüm sınıfların matematiği sayı kavramına dayandırılmıştır. Cebirdeki denklem çözme ilkeleri, sayı sistemlerindeki yapısal özelliklerle aynıdır. Geometri ve ölçmede nitelikler sayılarla tanımlanır. Tüm veri analizi alanı sayı hissi alanını içerir. Problem çözme sürecinde öğrenciler sayı anlayışlarını keşfeder ve somutlaştırır. Küçük çocukların matematiksel muhakemeleri daha çok sayıların durumlarıyla ilgilidir ve onlar için ilk matematiksel gösterimler muhtemelen sayılar olacaktır. Araştırmalar, sayı ve işlemleri öğrenmenin çocuklar için karmaşık bir süreç olduğunu göstermiştir.

NCTM standartlarında sayı ve işlemleri anlama, sayı hissi geliştirme ve aritmetik hesaplarda akıcılık kazanma ilk sınıfların matematik eğitiminin temelini oluşturmaktadır. Öğrenciler anaokulundan 12. sınıfa doğru ilerledikçe, sayılarla ilgili zengin bir anlayışa ulaşmalıdırlar. Sayıların ne oldukları, nesnelerle, rakamlarla ya da sayı doğrusunda nasıl gösterildikleri, birbirleriyle nasıl ilişkili oldukları, bazı özelliklere ve yapılar sahip olan sayı sistemlerine nasıl gömüldükleri ve problem çözmede sayıların ve işlemlerin nasıl kullanıldıkları gibi.

NCTM (2000)'nin, sayı ve işlemlerdeki 1.. standardı "Anasınıfından 12. Sınıfa kadar öğretim programı tüm öğrencilere; sayıları, sayıların gösterim yollarını, sayılar arasındaki ilişkileri ve sayı sistemlerini anlamaları için olanak sağlar" dır. Şimdi bu standart altında nelerden bahsedildiğine bakalım:

Sayıların kavranması anaokulu öncesinden 2. sınıfa kadar olan dönemi kapsar. Öğrenciler bu dönemde saymayı ve bir kümede "kaç" eleman olduğunu bulmayı öğrenirler. Bir anahtar düşünce, bir sayının birden fazla

yolla düşünülmesi ve ayrıştırılmasıdır. Örneğin 24 sayısı 2 onluk 4 birlik olarak ayrıştırılabileceği gibi, 2 tane 12'lik olarak da ayrıştırılabilir. 10 sayısını hem 1 onluk, hem de 10 birlik olarak görebilmek, on tabanlı sayı sisteminin yapısını anlayabilmelerinde öğrencilerin kavramaları gereken ilk basamaktır (Cobb ve Wheatly 1988).

Öğrencilerin sayı sisteminin anlamını geliştirmeleri için sayıların nasıl yazıldığını içeren birçok öğretimsel deneyime ihtiyaçları vardır. Örneğin, sayarken 10'nun katlarının "köprü" görevini gördüğünü (38, 39, 40, 41) ve 10'nun on tabanlı sayı sisteminde özel bir birim olduğunu anlayabilmeli, "on" kelimesinin yalnız bir varlık gösterdiğini (1 onluk), aynı zamanda 10 birime ayrıldığını (10 birlik) ve gösterimlerin yer değiştirilebilir olduğunu fark etmelidir (Cobb ve Wheatley, 1988).

Öğrenciler hesaplama yapmak için geliştirdikleri stratejiler aracılığıyla basamak değeri anlamını geliştirirler (Fuson, 1997). Öğrencilerden, 2 ve 3 basamaklı sayılarla problem çözmelerine fırsat vermeden önce basamak değeri anlayışının tamamen gelişmesini beklemek olanaklı değildir. Bazı problemler ilginç ortamlarda ortaya çıkarsa, özellikle de öğrencilerin geliştirdikleri stratejileri ve yaklaşımları açıklamak ve tartışmak için fırsatları varsa, basamak değeri anlayışını içeren ve derinleştiren problemleri çözmek için yöntemler geliştirebilirler. Öğretmenler uygun sorular sorarak, bir sayıdan 10 az ve 10 fazlayı bulmak gibi problemleri seçerek ve ilk sayıyla, verilen cevapların karşılaştırılmasına yardım ederek basamak değerini vurgular. Basamak değeri kavramlarını geliştiren problemlerle yapılan düzenli deneyimlerin bir sonucu olarak, 2.sınıf öğrencileri yüzlükleri'de sayabilir, basamak değeriyle ilişkili sayı sistemindeki örüntüleri keşfedebilir ve 2-ve 3 basamaklı sayıları oluşturabilir (farklı kombinasyonlar aracılığı ile meydana getirir) ve ayrıştırabilir (farklı biçimlere parçalar).

3-5.sınıflarda, öğrencilerden on tabanlı sayı sisteminin basamak değeri yapısını anlamaları ile tam sayılarla ondalık sayıları göstermeleri ve kıyaslamaları beklenir.

İlköğretim ikinci kademedeki öğrenciler ondalık sayılarla ilgili de derin bir anlayış geliştirmeli ve sayı bilgilerini onlara verilen etkinliklerle

zenginleştirmelidirler. Ondalık sayılarla ilgili anlayış, tam sayılara ve basamak değeri kavramına dayanır. 3-5. sınıf düzeyinde, öğrenciler ondalık sayıların, 1'den küçük miktarları göstermek için on tabanlı basamak değerli sistemin doğal bir uzantısı olduğunu öğrenmelidirler. 6-8. sınıf düzeyinde ondalık sayıların paydalarının 10'un kuvveti şeklinde yazılabilen kesirler olduğunu da öğrenirler.

2.8. Araştırmanın Önemi ve Amacı

Dilin matematiksel gelişim üzerine önemli etkilerinden birisi de sayı sözcüklerinin yapısını oluşturmalarıdır (Olkun ve ark 2010). Çünkü sayı sözcüklerinin yapısı, sayı yeterliliğinin ortaya çıkmasını etkileyen önemli bir faktördür (Geary, Bow-Thomas, Liu, Siegler,1996). Bu anlamda bazı araştırmacılar, matematiğin öğretilmesi ve öğrenilmesinde matematiksel kavramların anlaşılmasının çok önemli bir etken olduğunu belirterek araştırmalar yapmışlardır (Chung ve Lew, 2007). Yapılan pek çok araştırma, matematiksel düşünme ve performans üzerinde dil yapısındaki farklılığın etkili olduğunu göstermiştir (Miura, Okamoto, Vlahovic-Stetic, Kim ve Han, 1999).

Miura ve arkadaşları, çocukların kavramsal ifadeleri gösterimleri ile basamak değeri kavramını anlamaları arasındaki farkın dillerindeki sayı isimlendirme sisteminden kaynaklandığını iddia etmiştir (Miura, Okamoto, Vlahovic-Stetic, Kim ve Han, 1999). Uzakdoğu dillerindeki ifadeler sayıların onluk sistemde nasıl gösterileceğine ilişkin daha fazla ipucu vermektedir. Basamak değeri kavramı da bu dillerdeki sayıların ifadeleri sayesinde kendiliğinden ortaya çıkmaktadır. Bir diğer deyişle, Uzakdoğu dillerinde sayı sistemi, çocukların onluk sistemde sayıların kavramsal yapısını anlamalarını ve sayıları göstermelerindeki gelişimi desteklemektedir (Miura, Okamoto, Kim ve Chang, 1988). Bu sayı sisteminde, 1-10 arasındaki sayı kelimeleri basit hecelerden oluşmaktadır. Çizelge 1'den anlaşılacağı üzere, sonrasında 11-19 arasındaki sayılar örneğin; 11, on-1 (bir) olarak ifade edilmektedir. 20'den sonrası ise örneğin; 22, 2on-2(iki) şeklinde ifade edilmektedir. Böylece çocukların 100'e kadar sayımları için 1-10 arası sayı kelimelerini öğrenmeleri

yeterli olmaktadır (Cotter, 2002). İngilizceye baktığımızda (çizelge 1) ise öğrencilerin saymayı öğrenebilmeleri için 1-19 arasındaki sayı sözcüklerinin ayrı ayrı hepsini öğrenmeleri gerekmektedir (Miura, Okamoto, Kim, Chang, Steere ve Fayo,1994).

Farsçanın dil yapısına bakacak olursak çocukların sözel saymayı öğrenebilmeleri için İngilizceye benzer bir şekilde 1-19 arasındaki sayıları ve 100'e kadar olan onlukları hatırlamak zorundadırlar. Uzakdoğu dillerini konuşan çocukların 100'e kadar sayabilmesi için 10 tane sayı sözcüğü bilmesi gerekirken, Türk çocuklar için Türkçenin sözel sayma alanında tam olarak Avrupa dilleri ile Uzakdoğu dilleri arasında kaldığından dolayı bu sayı 19, Avrupa dilleri ve farsça konuşan çocuklar için ise 28'dir.

Uzakdoğulu öğrencilerin Amerikalı yaşlılarına nazaran başarılı bulunmaları ilgi çekicidir. Çocukların özellikle eğitimin ilk evrelerinde hatta anaokullarında farklılaşmaya başlaması matematik eğitime etki eden faktörlerin araştırılmasına olan ihtiyacı arttırmaktadır.

Yukarıdaki konuları göz önünde bulundurduğumuzda dildeki sayı kelimelerinin sayı öğrenimini nasıl etkilediği görülmektedir. Çünkü matematik becerisi farklı dillere sahip farklı kültürler arasında çeşitlilik göstermektedir. Bu nedenle bundan sonraki kısımda dillerdeki sayı kelimelerinin çocukların ve gelecekte yetişkinlerin sayısal performanslarını nasıl etkilediği hakkında bir tartışma sunmaktayım. Bu tartışma üç başlık altında gerçekleşmektedir:

- 1) Çocukların sayısal bilgi edinimlerini etkileyen dillerdeki sayı kelimeleri arasındaki farklılıklar.
- 2) Çocukların matematik öğreniminde daha tutarlı bir sayı sisteminin etkisi.
- 3) Sayısal düşünmede sayı dillerinin uzun vadeli etkileri.

2.8.1. Çocukların Sayısal Bilgi Edinimlerini Etkileyen Dillerdeki Sayı Kelimeleri Arasındaki Farklılıklar

Birçok dilde, 10'a kadar saymak, düzensiz bir dizi ismi bilmeyi gerektirir (örneğin, Türkçede; bir, iki, üç... on, Farsçada yek...deh). 10'dan

sonra ise, bazı dillerin numara adlandırma sistemleri düzenlidir; temel sayı olan "on"u düzenli kurallar kullanarak miktar belirtmek için diğer sayılarla birleştirirler. Diğer dillerin numara adlandırma sistemleri ise düzensizdir; belli kurallar vardır ancak istisnaları da mevcuttur. Örneğin, Çince'de 13 (shi-san) on-üç olarak çevrilir ve 34 üç-on ve dört olarak çevrilir, böylece Çince'de 10'a kadar olan sayıların öğrenilmesi yeterli olur. Çünkü daha büyük bir sayı elde etmek için birden ona kadar olan sayıları bir biri ile birleştirmeyi gerektirir. Buna karşılık, Farsça, İngilizce ve Fransızca dahil olmak üzere birçok diğer diller 11-19 aralığındaki sayılar için özel kelimelere sahiptir. Farsça, 20 ve üzeri sayılar için sayı kelimeleri üreten belli kurallara sahiptir, ancak bunlar doğu Asya dillerindeki gibi kolay tahmin edilebilir değildir (örneğin si ve üç-on gibi). Fransızca gibi bazı diğer dillerde 20 temel alınarak sayılar söylenmektedir (örneğin, 80 sayısı dört tane yirmidir). Daha tutarlı dillerde matematik öğreniminin daha tutarsız dillerdeki öğrenime kıyasla daha kolay olduğu akla yatkın görünmektedir.

Çok basamaklı sayılarda yani 10'dan büyük sayılarda, basamak değeri bilgisi, her bir basamağın değerini bilme konusunda kişiye yardımcı olur. Arapça sayı yazımı sınırlı sayıdaki sembolleri birleştirdiği için tamamen düzenlidir (0 ile 10 aralığındaki sayıları). Ayrıca, yazım sistemi, rakamların bulundukları basamak konumuna bağlı olarak sayının sembolüne değer yükler. Arap basamak sistemi ile karşılaştırıldığında, konuşulan birçok dil daha fazla sembole sahiptir ve miktarı belirten sayı kelimelerini birleştirmede daha karmaşık kurallar içerir. Böylece, farklı numara adlandırma sisteminde, her bir sayı kelimesini ifade eden basamak değeri, sayıların ifade edilen şekli ile tutarlılık göstermeyebilir. Örneğin, Hollandaca ve Almanca gibi dillerde, birler basamağı ve onlar basamağı yer değiştirir yani 45 sayısı kırk-beş değil beş ve kırk şeklindedir. İngilizcede 16 sayısı altı-on olarak adlandırılırken, Çince'de on-altı şeklinde söylenir. Buna ek olarak, karmaşık sayı yapıları çarpma (örneğin iki yüz) ve/veya toplama da (yirmi-üç) içerebilir (Lonin ve Matushansky, 2006). Bu nedenle, basamak değeri bilgisi zordur (Fuson ve Briars, 1990). Öyle görünüyor ki, çocuklar, miktarlar ile sayı kelimelerini eşleştirmede daha tutarlı kuralları olan numara adlandırma sistemlerinin öğrenimini daha kolay buluyorlar. Ayrıca, çocuklar sembolik olmayan ve sembolik sayı kodları

arasında bir birleştirme yapma ihtiyacı duydukları için, konuşulan ve yazılan sayı kelimeleri ile Arap sayılarının sembolleri arasındaki tutarlılık eksikliği bu kodların öğrenimini daha karmaşık yapmaktadır. Sonuç olarak da, diller arasında performans farklılıkları görülmektedir (Pixner, 201-1a).

2.8.2. Çocukların Matematik Öğreniminde Daha Düzenli Bir Sayı Sisteminin Etkisi

Düzenli bir numara adlandırma sistemine sahip bir dili konuşan çocuklar, tahmin yapmanın daha zor olduğu dilleri konuşan çocuklara kıyasla, (a) hesap yapmayı daha kolay öğrenir (LeFevre, Clarke ve Stringer, 2002; Miller, 1995), (b) basamak değerini kolay kavrar (Ho ve Fuson, 1998; Miura, Kim, Chang ve Okamoto, 1988) ve (c) sayı sistemi bilgisini daha kolay öğrenirler (Pixner, 2011b; Siegler ve Mu, 2008). İngilizce ve Farsça gibi düzensiz dillerde, çocuklar 10 ve üzeri sayıları karmaşık sistem yapısı yüzünden daha zor öğrenirler. Bu karmaşık sayı sistemi 10 temelli bir sistemi yansıtmaz. Örneğin, sayma, hesaplama ve problem çözmelerinde farklılıklar olmasa bile, 3-5 yaşlarındaki İngilizce konuşan Amerikalı bir çocuk, Çince konuşan bir çocuk kadar iyi hesaplama yapamaz (Miller, 1995). Benzer şekilde, LeFevre ve arkadaşları (2002) 3-6 yaşlarındaki Fransızca konuşan çocukların İngilizce konuşan akranları kadar iyi hesap yapamadıklarını ortaya koymuşlardır. Sayı dillerindeki yapı farklılıkları çocukların performansları arasındaki farklılıklara neden olmuştur. Ancak, Fransız çocuklar, nesneleri saymada ve sayı tanımlama alıştırmalarında İngilizce konuşan çocuklara nazaran daha düşük bir performans sergilemişlerdir. Bu çalışmada, İngilizce konuşan ebeveynler, Fransızca konuşan ebeveynlere nazaran daha çok erken matematik öğrenimi becerisini vurgulamaktadırlar. Bu nedenle, çocukların erken sayısal bilgilerini değerlendirirken, deneyimsel faktörler de dikkate alınmalıdır.

Düzenli kurallar içeren dillere sahip çocuklar daha az düzenli dilleri olan çocuklara kıyasla, basamak değeri bilgisini daha erken ve daha tutarlı bir şekilde kullanmaktadırlar (Ho ve Fuson, 1998; Miura ve arkadaşları 1993). Örneğin, Miura ve arkadaşları (1993) doğu Asya'da doğan ve eğitim alan

çocukların (Çinli, Japon, Koreli) 23 gibi sayıları onluk bloklar ve birlikler ile (örneğin 2 blok 10 artı 3 birlik) ifade ettiğini ortaya koymuşlardır. Fransız, İngiliz ve İsveçli çocuklar 23 sayısı için yalnız birlikleri kullanmışlardır, 10'luk bloklar kullanmamışlardır. Sayı dillerinin bir sistematığının olması ve 10 tabanlı sistem ile tutarlılık göstermesi çocukların bu sayıları ifade etmelerinde farklılıklara neden olur.

Diğer araştırmacılar sayı dillerini etkileyen farklılıkların özel ifadelerin etkisi ve diğer kültürlerin farklılıkları nedeniyle olabileceğini belirtmişlerdir (Alsawaie, 2004; Dowker ve arkadaşları 2008; Towse ve Saxton, 1997). Örneğin, Towse ve Saxton (1997), bir deneyin ilk uygulamasında İngilizce konuşan çocukların, sayıları ifade etmek için hem onluk blok hem de birlikleri kullanmaktan ziyade yalnız birlikleri kullanmayı tercih ettiklerini göstermişlerdir. Zijuan ve Chan (2005) Çinli okul öncesi çocukların toplama ve çıkarma problemlerine doğru cevaplar verebildiklerini fakat çocukların hesaplama sistemlerinin 10 tabanlı sistemi ya da basamak değerini kavramalarını sağlamadığını görmüşlerdir. Daha ziyade, cevap verirken ve hesap yaparken parmak hesabı yaptıkları için iyi performanslar sergilemişlerdir. Bu nedenle, doğu Asyalı ve doğu Asyalı olmayan çocuklar arasındaki farklılıklar, sayı dillerindeki farklılıktan ziyade, ev veya okuldaki farklı deneyimlerinden kaynaklanıyor olabilir (Chen ve Uttal, 1988; Göbel ve arkadaşları, 2011; Pan ve arkadaşları, 2006; Yang ve Cobb, 1995).

2.8.3. Sayısal Düşünmede Sayı Dillerinin Uzun Vadeli Etkileri

Sayı dil yapısının, çocukların ve yetişkinlerin sayısal performansları üzerinde kalıcı etkileri olabilir. Örneğin, Çek çocuklar sayı kelime sistemlerini eşit genellikte kullanılan iki farklı yöntemle öğrenirler, ilk versiyonu ters numaralı kelime yapısına sahiptir (birler basamağı+onlar; dört ve yirmi, 24) ve diğer versiyonu ise ters olmayan bir kelime yapısına sahiptir (onlar+birler basamağı; yirmi-dört, 24). Pixner ve arkadaşları (2011) 7 yaşlarındaki Çek çocuklara konuşma dilinden sayılar yazmışlardır. Sayılar ters sayı kelimesi ile ifade edildiğinde, çocuklar basamakların düzensiz belirtilmesi gibi birçok hata yapmıştır. Dahası, Brysbaert, Fias ve Noël (1998), Hollandaca ve Fransızca

konuşan çocukların gösterdikleri sayısal performansın sayıların nasıl adlandırıldığı ile ilişkili olduğunu göstermişlerdir. En azından çocuklara sözel olarak cevap verirken bu durum geçerlidir. Fransızcada onlu sayılar onluk basamak düzeninde gösterilirken yirmi üç (23) gibi, Hollandacada, çok basamaklı sayılar üç ve yirmi (23) şeklinde tam tersi basamaklarla ifade edilir. Ters basamaklı sistemi kullanan Çek çocuklar gibi, Hollandalılar da $3+20$ işlemi ile kıyaslandığında $20+3$ işlemini cevaplamakta daha yavaştlar. İlginçtir ki, cevaplar yazıldığında dilsel farklılıklar kaybolmuştur.

Benzer biçimde, Colomé, Laka, ve Sebastián-Gallés (2010), Baskça konuşan yetişkinlerin toplama işlemi performansını incelemiştir ve problemlerin kendi dil yapılarında ifade edildiğinde daha hızlı çözdüklerini ortaya koymuşlardır. Baskça sayı dili 20 tabanlı bir sistemdir örneğin 35 sayısı yirmi-(ve) on beş şeklindedir. Bu nedenle, 20'lik bir taban içermeyen problemlere nazaran, 20'lik ve 10'luk bir sayı içeren (örneğin, $20+15$) toplama problemleri Baskça konuşanlar için daha kolaydır (örneğin, $25+10=35$). Bu gibi bulgular, sayı dillerinin yapısının, sayı işlemlerinde uzun vadeli sonuçları olduğunu ortaya çıkarmıştır.

İki dillilik erken sayısal bilgiyi etkileyebilir. Örneğin, Çince ve İngilizce diline sahip çocuklar, İngilizce ve Çince de hesap yapabilirler, her iki dildeki yeterlilik çocukların ne kadar iyi seviyede hesap yaptıklarını belirler (Rasmussen, Ho, Nicoladis, Leung ve Bisanz, 2006). Çinceyi İngilizceden daha akıcı konuşan çocuklar, Çince de daha iyi hesaplama yaparken, İngilizceyi daha akıcı konuşan çocuklar İngilizcede daha iyi performans sergilemektedirler. Çocukların performanslarının iki sayı dili sistemindeki hesaplamayı öğrenmeleri ile etkilenmiş olabilir, çünkü eş zamanlı öğrenme 10 tabanlı sistem kavramını öğrenmede zorlayıcı olabilir. Dahası, iki dilli çocuklar tek dilli çocuklara nazaran sayıları daha fazla yöntemle ifade edebilirler (Miura ve arkadaşları. 1993).

Sonuç olarak sayı kelimelerindeki çeşitlilik doğu Asya dillerini konuşanların, sayı hesaplamada ve basamak değeri bilgisinin ediniminde neden daha iyi olduklarına dair mantıklı bir açıklama getirmektedir. Sayı kelimelerinin yapısındaki farklılıklar, ayrıca yetişkinlerin matematik işlemlerinde sayı kelimelerini nasıl kullandıklarına dair uzun vadeli bir çıkarım

yapmaktadır. Yine de, örneğin Amerikalı ve Çinli çocuklar arasındaki sayısal beceri farklılıkları ev ve okul deneyimi gibi birçok potansiyel sebeplerin etkisinde olabilir (Huntsinger ve arkadaşları, 1997; Wang ve Lin, 2009). Bu nedenle, sayı dili farklılıkları gözlemlenen kültürel farklılıklar için sadece kısmi bir açıklamadır.

2.8.4. Amaç

Bu çalışmanın amacı, İngilizce ve Fransızca gibi Hint-Avrupa dil grubuna dahil olan Farsça dil yapısının öğrencilerin matematik öğrenmelerine herhangi bir etkisi olup olmadığını araştırmaktır.

ALT AMAÇLAR:

- 1- Farsça konuşan İranlı öğrencilerin sayı temsiliinde onluk blokları nasıl kullanmaktadırlar?
- 2- Farsça konuşan öğrencilerin onluk blokları kullanarak sayı temsili yapmada diğer dilleri (İngilizce, Fransızca, İsveççe, Çince, Japonca, Korece, Türkçe) konuşan öğrencilerle benzerlik ve farklılıkları nedir?

BÖLÜM 3

YÖNTEM

Bu bölümde, araştırma modeli, evren ve örneklem, veri toplama araçları, verilerin toplanması ve toplanan verilerin analizine ilişkin bilgiler yer almaktadır.

3.1. Araştırma Modeli

Bu araştırma genel tarama yöntemiyle gerçekleştirilmiştir. Genel tarama modeli geçmişte veya halen mevcut olan bir durumu var olduğu şekliyle betimlemeyi amaçlayan bir araştırma yaklaşımıdır (Karasar, 1991). Genel tarama modelinde, ihtiyaç duyulan veriler, araştırmanın çalışma evrenindeki bireylerden çeşitli araçlar kullanarak toplanmaktadır. Mevcut durum, var olduğu şekliyle herhangi bir müdahale olmaksızın betimlenmeye çalışılmaktadır.

3.2. Katılımcılar

Katılımcı öğrenciler 2010-2011 eğitim öğretim yılının birinci yarısında İran standartlarına göre sosyo-ekonomik açıdan orta düzeyde ailelerin bulunduğu bir bölgenin okullarından seçilmişlerdir. Öğrencilerin hepsi birinci sınıfa gitmektedirler. Araştırma 56 (27 erkek, 29 kız) öğrenci üzerinde yapılmıştır. Seçilen öğrencilerden tümü okul öncesi eğitimi almışlardır.

3.2.1. Demografik Özelliklere İlişkin Frekans Dağılımları Çizelgesi

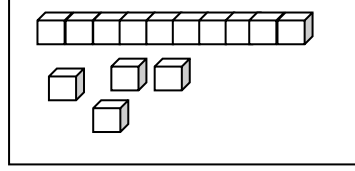
Çizelge 4. Katılımcı Öğrencilerin Cinsiyetlerine İlişkin Bulgular

	f	%
Erkek	27	48,2
Kız	29	51,8
Toplam	56	100,0

Çizelge 4'ten, uygulamaya dahil olan öğrencilerin %48,2'sinin erkek ve %51,8'inin kız olduğu gözlenmiştir. Örneklemen seçilmesinde kız ve erkek öğrencilerin eşit dağılımına özen gösterilmiştir.

3.3. Verilerin Toplanması

Olkun S. ve ark çalışmalarını referans alarak, araştırma 2011-2012 eğitim öğretim yılının birinci yarıyılının başında yapılmıştır. Verilerin toplanması için bire bir görüşme tekniği kullanılmıştır. Görüşme bir sınıf ortamında yapılmış olup yaklaşık her öğrenci için 20 dakika sürmüştür. Katılımcı olarak belirlenen çocuklara kartlara yazılmış olan sayılar gösterilmiş, bunları onluk taban bloklarının çubuk ve küplerini kullanarak göstermeleri istenmiştir. Katılımcılara görüşmeye alınmadan önce konu ile ilgili hiçbir eğitim verilmemiştir. Öncelikle alıştırma amacıyla katılımcı öğrencilere 2 ve 7 sayıları gösterilmiş, bunları çubuk ve küplerle göstermeleri istenmiş ve ne yapılmaya çalışıldığını anlamaları sağlanmıştır. Öğrencilerden 2 ve 7 sayılarını ifade edemeyenler uygulamaya alınmamıştır. Araştırmaya katılan toplam 56 öğrenciden 4 tanesi 2 ve 7'yi doğru gösteremedikleri için uygulamaya alınmamışlardır. Uygulama sırasında 64 adet birlik küp ve 20 adet onluk çubuk bulundurulmuş ancak öğrencilerin onluk çubukları kullanmaları için hiçbir zorlamada bulunulmamıştır. Alıştırmanın ardından Olkun S. ve ark çalışmalarını referans alarak, sırasıyla 11, 13, 28, 30 ve 42 sayılarının yazılı olduğu kartlar öğrencilere gösterilmiştir. Böylelikle her katılımcı öğrenciye 1. ve 2. uygulamanın sonunda toplamda 10 soru yöneltilmiştir.



Şekil 12. Onluk taban bloklarının çubuk ve küpleri

Gösterilen beş sayının her biri için iki uygulama yapılmıştır. Birinci uygulamanın ardından 1 onluk çubuğun 10 tane birlik küpe eşit olduğu öğrencilere hatırlatılmıştır. Daha sonra ilk uygulamada sayıları gösteriş biçimlerinden farklı bir şekilde sayıları nasıl gösterebilecekleri sorulmuştur.

3.4. Verilerin Analizi

Elde edilen veriler kodlandıktan sonra bilgisayar ortamına aktarılarak SPSS 16.0 programının yardımıyla analiz edilmiştir. Çocuklardan alınan cevaplar şu şekilde kodlanmıştır.

- 1- Onluk ve birlikleri yerinde kullandıysa: Gösterilen sayının içinde bulunan 10'luk sayısı kadar çubuklardan, geri kalan birlikleri ise küplerden oluşturduysa (43 sayısı için 4 tane onluk çubuk ve 3 tane küp gibi).
- 2- Onluk ve birlikleri rastgele kullandıysa: 10'luk çubukları ve küpleri kullanırken rastgele bir seçim yaptıysa (43 sayısı için 2 tane onluk çubuk ve 23 tane birlik küp gibi).
- 3- Sadece birlikleri kullandıysa: Onluk çubukları hiç kullanmadıysa (43 sayısı için 43 tane birlik küp gibi).
- 4- Yanlış cevap verdiyse: Kullandığı çubuk ve /veya küplerin toplamı gösterilen sayıyı vermediyse.

Çizelge 5. Öğrenci yanıtlarının kodlanması

Kod	Açıklama
1	Onluk ver birlikleri yerinde kullandı.
2	Onluk ve birlikleri rasgele kullandı.
3	Sadece birlikleri kullandı.
4	Yanlış cevap.

Çizelge 5'den görüldüğü üzere kodlama değeri büyüdükçe öğrencinin onluk ve birlikleri yerinde kullanmama eğilimi artmakta, kodlama değeri küçüldükçe ise onluk ve birlikleri yerinde kullanma eğilimleri artmaktadır. Kodlanma aşamasından sonra katılımcı öğrencilerin demografik özellikleri frekans dağılımları ile belirlenmiş ve öğrencilere gösterilen 11, 13, 28, 30 ve 42 sayıları için uygulama 1 ve 2'nin farklılaşmaları Bağımlı Örneklem T Testinin parametrik olmayan alternatifi olan Wilcoxon İşaretlenmiş Sıra Sayıları Testi ile analiz edilmiştir. Araştırma boyunca hipotezler, 0.05 ve 0.01 önem düzeyleri dikkate alınarak incelenmiştir.

BÖLÜM 4

BULGULAR ve YORUM

Araştırmanın bu bölümünde katılımcı öğrenciler üzerinden uygulamalar sonucunda elde edilen bulgulara yer verilmiştir. Bu bölüm üç aşamada incelenmiştir. İlk aşamada, İranlı öğrencilerin demografik özellikleri ve uygulama 1 ve uygulama 2 sonrasında 11, 13, 28, 30 ve 42 sayılarına ilişkin verdikleri yanıtların frekans dağılımları incelenmiştir. İkinci aşamada farklı sayı yapılarına ilişkin verdikleri cevapların uygulama 1 ve uygulama 2'deki farklılaşmaları incelenmiştir. Son aşamada ise Olkun S. ve ark, yaptığı çalışma ile bu çalışmanın sonuçları karşılaştırılmıştır.

4.1. Birinci Uygulamaya İlişkin Bulgular

Çizelge 6. Birinci Uygulamada 11, 13, 28, 30 ve 42 Sayılarına İlişkin Bulgular

Uygulama	11 sayısı		13 sayısı		28 sayısı		30 sayısı		42 sayısı	
	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%
Onluk ve birlikleri yerinde kullandı	0	0,0	0	0,0	0	0,0	0	0,0	0	0,0
Onluk ve birlikleri rastgele kullandı	0	0	0	0	11	19,6	13	23,2	13	23,2
Sadece birlikleri kullandı	56	100	56	100	42	75	37	66,1	31	55,4
Yanlış cevap	0	0,0	0	0,0	3	5,4	6	10,7	12	21,4
Toplam	56	100	56	100	56	100	56	100	56	100,0

Çizelge 6'dan görüldüğü üzere, öğrencilerin %100,0'ü 11 sayısını gösterirken sadece birlikleri kullanmıştır. 11 sayısını gösterirken onluk ve birlikleri yerinde kullanan, onluk ve birlikleri rastgele kullanan ve yanlış kullanan öğrenciye rastlanmamıştır. Öğrencilerin %100,0'ü 13 sayısını gösterirken sadece birlikleri kullanmıştır. 13 sayısını kullanırken onluk ve birlikleri yerinde kullanan, onluk ve birlikleri rastgele kullanan ve yanlış kullanan öğrenciye rastlanmamıştır. Katılımcı öğrencilerin %19,6'sı 28 sayısını gösterirken onluk ve birlikleri rastgele kullanmış, %75,0'ı sadece

birlikleri kullanmış ve %5,4'ü ise yanlış cevap vermiştir. 28 sayısını kullanırken onluk ve birlikleri yerinde kullanan öğrenciye rastlanmamıştır. Öğrencilerin %23,2'si 30 sayısını gösterirken onluk ve birlikleri rastgele kullanmış, %66,1'i sadece birlikleri kullanmış ve %10,7'si ise yanlış cevap vermiştir. 30 sayısını kullanırken onluk ve birlikleri yerinde kullanan öğrenciye rastlanmamıştır. Katılımcıların %23,2'si 42 sayısını gösterirken onluk ve birlikleri rastgele kullanmış, %55,4'ü sadece birlikleri kullanmış ve %21,4'ü ise yanlış cevap vermiştir. 42 sayısını kullanırken onluk ve birlikleri yerinde kullanan öğrenciye rastlanmamıştır.

4.2. İkinci Uygulamaya İlişkin Bulgular

Çizelge 7. İkinci Uygulamada 11, 13, 28, 30 ve 42 Sayılarına İlişkin Bulgular

Uygulama	11 sayısı		13 sayısı		28 sayısı		30 sayısı		42 sayısı	
	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%
Onluk ve birlikleri yerinde kullandı	53	94,6	53	94,6	35	62,5	28	50,0	26	46,4
Onluk ve birlikleri rastgele kullandı	0	0	0	0	18	32,1	25	44,6	27	48,2
Sadece birlikleri kullandı	3	5,4	3	5,4	1	1,8	1	1,8	0	0,0
Yanlış cevap	0	0,0	0	0,0	2	3,6	2	3,6	3	5,4
Toplam	56	100	56	100	56	100	56	100	56	100,0

Çizelge 7'de görüldüğü üzere, ikinci uygulamada öğrencilerin %94,6'sı 11 sayısını gösterirken onluk ve birlikleri yerinde kullanmış ve %1,8'i sadece birlikleri kullanmıştır. Uygulama sonrasında 11 sayısını gösterirken yanlış cevap veren ve onluk ve birlikleri rastgele kullanan öğrenciye rastlanmamıştır. Öğrencilerin %94,6'sı 13 sayısını gösterirken onluk ve birlikleri yerinde kullanmış ve %1,8'i sadece birlikleri kullanmıştır. İkinci uygulamada 13 sayısını gösterirken onluk ve birlikleri rastgele kullanan ve yanlış cevap veren öğrenciye rastlanmamıştır. Katılımcıların %62,5'i 28 sayısını gösterirken onluk ve birlikleri yerinde kullanmış, %32,1'i onluk ve birlikleri rastgele kullanmış, %1,8'i sadece birlikleri kullanmış ve %3,6'sı yanlış cevap vermiştir. Öğrencilerin %50,0'ı 30 sayısını gösterirken onluk ve birlikleri yerinde kullanmış, %44,6'sı onluk ve birlikleri rastgele kullanmış, %1,8'i sadece birlikleri kullanmış ve %3,6'sı yanlış cevap vermiştir. İkinci

uygulamada öğrencilerin %46,4'ü 42 sayısını gösterirken onluk ve birlikleri yerinde kullanmış, %48,2'si onluk ve birlikleri rastgele kullanmış ve %5,4'ü yanlış cevap vermiştir.

4.3. Uygulama 1 ve Uygulama 2 Sonuçlarının Karşılaştırılmasına İlişkin İstatistiksel Değerlendirme

Bu bölümde İranlı öğrenciler üzerinden gerçekleştirilen iki uygulamada her bir sayı için uygulamalar arası farklılaşmalar değerlendirilmiştir. Veri seti normal dağılım sergilemediği için ve örneklemin küçük olmasından dolayı parametrik olmayan istatistiksel teknikler kullanılmıştır. Uygulama 1 ve uygulama 2 aynı öğrencileri üzerinden gerçekleştirildiği için Bağımlı Örneklem T Testinin parametrik olmayan alternatifi olan Wilcoxon İşaretlenmiş Sıra Sayıları Testi kullanılmış ve sonuçları Çizelge 8 ile 12 arasında verilmiştir.

Çizelge 8. 11 Sayısının oluşturulmasına ilişkin 1.Uygulama ve 2. Uygulamanın Farklılaşmasına İlişkin Wilcoxon Sonuçları

	N	Ortalama±SS	Z	Sig.
Uygulama 1_11	56	2,98 ± 0,13	-	0,00
Uygulama 2_11	56	1,07 ± 0,32	7,24	

Çizelge 8'den görüldüğü üzere, İranlı öğrencilerin 1.uygulama ve 2.uygulama sonucunda 11 sayısını ifade ederken ki başarıları arasında 0,01 düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı bir fark bulunmuştur (Sig.=0,00<0,01). Buna göre 2.uygulama sonunda öğrencilerin 11 sayısını ifade ederken onluk ve birlikleri yerinde kullanma eğiliminde oldukları sonucuna varılmıştır.

Çizelge 9. 13 Sayısının Oluşturulmasına İlişkin 1. Uygulama ve 2.Uygulamanın Farklılaşmasına İlişkin Wilcoxon Sonuçları

	N	Ortalama±SS	Z	Sig.
Uygulama 1_13	56	2,98 ±0,13	-	0,00
Uygulama 2_13	56	1,07 ±0,32	7,24	

Çizelge 9'dan görüldüğü üzere, İranlı öğrencilerin 1.uygulama ve 2.uygulama sonucunda 13 sayısını ifade ederken başarıları arasındaki fark 0,01 düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı fark bulunmuştur (Sig.=0,00<0,01). Buna göre 2.uygulama sonucunda öğrencilerin 13 sayısını ifade ederken onluk ve birlikleri yerinde kullanma eğiliminde oldukları sonucuna varılmıştır. 11 ve 13 sayısının gösteriminde öğrencilerin aynı performansı gösterdiği dikkat çekmiştir.

Çizelge 10. 28 Sayısının Oluşturulmasına İlişkin 1. Uygulama ve 2. Uygulamanın Farklılaşmasına İlişkin Wilcoxon Sonuçları

	N	Ortalama±SS	Z	Sig.
Uygulama 1_28	56	2,86 ± 0,48	-	0,00
Uygulama 2_28	56	1,46 ±0,71	6,54	

Çizelge 10'dan görüldüğü üzere, İranlı öğrencilerin 1.uygulama ve 2.uygulama sonucunda 28 sayısını ifade ederken başarıları arasındaki fark 0,01 düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı fark bulunmuştur (Sig.=0,00<0,01). Buna göre 2.uygulama sonucunda öğrencilerin 28 sayısını ifade ederken onluk ve birlikleri yerinde kullanma eğiliminde oldukları sonucuna varılmıştır.

Çizelge 11. 30 Sayısının Oluşturulmasına İlişkin 1. Uygulama ve 2. Uygulamanın Farklılaşmasına İlişkin Wilcoxon Sonuçları

	N	Ortalama±SS	Z	Sig.
Uygulama 1_30	56	2,88 ± 0,57	-	0,00
Uygulama 2_30	56	1,59 ±0,71	6,43	

Çizelge 11'den görüldüğü üzere, İranlı öğrencilerin 1.uygulama ve 2.uygulama sonucunda 30 sayısını ifade ederken başarıları arasındaki fark 0,01 düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı fark bulunmuştur (Sig.=0,00<0,01). Buna göre 2.uygulama sonucunda öğrencilerin 30 sayısını ifade ederken onluk ve birlikleri yerinde kullanma eğiliminde oldukları sonucuna varılmıştır.

Çizelge 12. 42 Sayısının Oluşturulmasına İlişkin 1. Uygulama ve 2. Uygulamanın Farklılaşmasına İlişkin Wilcoxon Sonuçları

	N	Ortalama $\pm$ SS	Z	Sig.
Uygulama 1_42	56	2,98 $\pm$ 0,67	-6,41	0,00
Uygulama 2_42	56	1,64 $\pm$ 0,75		

Çizelge 12'den görüldüğü üzere, İranlı öğrencilerin 1.uygulama ve 2.uygulama sonucunda 42 sayısını ifade ederken başarıları arasındaki 0,01 düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı fark bulunmuştur (Sig.=0,00<0,01). Buna göre 2.uygulama sonucunda öğrencilerin 42 sayısını ifade ederken onluk ve birlikleri yerinde kullanma eğiliminde oldukları sonucuna varılmıştır.

4.4. Her bir kategorideki sayıların Farsça ve Türkçe Dilinde Temsili

Araştırmanın bu bölümünde, daha önce Olkun ve ark. (2011) tarafından Türkçe dilinde yapılan araştırmadan elde edilen verilere İranlı öğrencilerden elde edilen veriler ilave edilmiş ve uygulamalardaki başarıları karşılaştırılmıştır.

Miura ve diğerlerinin 1994'de yaptığı çalışmaya benzer olarak, Olkun S. ve ark, Türkiye örneğini incelemiş ve elde ettikleri bulgular Çizelge 13'de verilmiştir.

Çizelge 13. Her Bir Kategorideki Sayıların Türkçe ve Farsça Dilinde Temsili

	İran (N=56)	Türkiye (N=47)
Uygulama 1		
Onluk Ve Birlikler Yerinde Kullanıldı	0.00	1.00
Onluk Ve Birlikler Rasgele Kullanıldı	0.69	0.19
Sadece Birlikler Kullanıldı	3.93	3.15
Yanlış Cevap	0.38	0.66
Uygulama 2		
Onluk Ve Birlikler Yerinde Kullanıldı	3.48	1.66
Onluk Ve Birlikler Rasgele Kullanıldı.	1.32	0.83
Sadece Birlikler Kullanıldı	0.07	1.72
Yanlış Cevap	0.13	0.79
Uygulama 1+Uygulama 2		
Onluk Ve Birliklerin Yerinde Kullanılışı Toplam	3.48	2.66

Kaynak: Olkun S. ve ark. (2011)'den uyarlanmıştır.

Not: Test 5 sorudan oluşmakta olup maksimum puan 5'tir.

Çizelge 13'de verilen Türkiye ile İran dili temsili birlikte değerlendirildiğinde şu sonuçlara varılmıştır.

Türk öğrencilerinin ilk deneyimlerinde sayı yapılarını onluk bloklarla temsil etmede İranlı öğrencilere göre daha başarılı oldukları gözlenmiştir. İranlı öğrenciler ise onluk ve birlikleri çoğunlukla rastgele kullanma eğiliminde olmuşlardır. Ayrıca, İranlı öğrencilerin sadece birlikleri kullanarak sayı ifade etme ortalamalarının Türk öğrencilere göre daha yüksek olduğu görülmüştür. Diğer yandan, ilk denemelerinde İranlı öğrencilerin yanlış cevap verme ortalamalarının Türk öğrencilere göre daha düşük olduğu gözlenmiştir.

İkinci uygulamada ise İranlı öğrencilerin Türk öğrencilerine göre sayı yapılarını onluk bloklarla temsil etmede daha başarılı hale geldikleri, sayı ifade etmede sadece birlikleri kullanım ortalamalarının daha düştüğü ve yanlış cevap verme ortalamalarının ise Türk öğrencilerine göre daha az olduğu dikkat çekmiştir. Bu durumda 2.uygulamanın İranlı öğrenciler üzerinde daha başarılı ve etkili sonuçlar ortaya koyduğu gözlenmiştir.

BÖLÜM 5

TARTIŞMA, SONUÇ ve ÖNERİLER

Çocukların aritmetiksel gelişimi karmaşık sosyo-kültürel ve biyolojik faktörlerden etkilenmektedir. En önemli kültürel etkenlerden birisi farklı kültürlerle ait farklı dil yapılarının olmasıdır. Doğu Asya dillerindeki sayı kelimelerinin yapısı 10'luk taban sistemini yansıtmaktadır. Bir diğer değişle bu dillere ait sayı kelimeleri 10'luk taban sistemiyle uyumludur. Örneğin Çince de 11, 12 ve 13 sayılarını yansıtan sayı kelimeleri sırasıyla on bir, on iki ve on üç olarak ifade edilmektedir. Bu sistem 10'un katlarında da devam ediyor, örneğin 20 "iki-on", 30 "üç-on", 45 "dört-on-beş". Böyle bir sayı adlandırma dili sayı sisteminin 10 tabanlı olduğunu daha açık ve anlaşılır bir şekilde yansıtmaktadır.

Bu gibi dil özellikleri İngilizce ve diğer batı dillerinde olmadığı gibi farsça dil yapısında da mevcut değildir. Bu yüzden Doğu Asya öğrencilerinin sürekli olarak matematikte ABD ve diğer batılı öğrencilerden daha iyi bir performans gösterdiklerini bazı araştırmacılar tarafından birçok Doğu Asya dillerinde bulunan 10 tabanında sayı sistemiyle uyumlu numara adlandırma dillerine dayandırılmaktadır.

Bu çalışma iki ana başlık altında yürütülmüştür. İlki farsça dil yapısının İranlı öğrencilerin matematik öğrenmelerine herhangi bir etkisi olup olmadığını araştırmaktır. İkincisi ise farsça konuşan öğrencilerin onluk blokların kullanması ile sayı temsili yapmada diğer dilleri konuşan öğrencilerle farklılıklarını belirlemektir.

Miura ve diğerlerinin 1994'de yaptıkları araştırmalarının analiz sonuçlarına göre; onluk taban temsili kullanma, gruplar arasında anlamlı fark yaratmıştır. Çinli, Koreli ve Japon çocuklar Amerikalı, Fransız ve İsveçli çocuklara göre; ilk deneyimlerinde sayı yapılarını onluk bloklarla temsil etmede daha başarılıdır. Olkun ve arkadaşlarının 2011'de yaptıkları

araştırmalarının analiz sonuçlarına göre ise Türk çocuklar Koreli, Çin ve Japon çocuklara göre başarısız; Amerikan, Fransız ve İsveçli çocuklara göre daha başarılı olmuşlardır.

İranlı öğrencilerin ilk uygulamadaki durumları göz önüne alındığında, sayı gösterimlerinde onluk ve birlikleri asla yerinde kullanmadıkları genel olarak sayı gösteriminde sadece birlikleri kullandıkları görölmüştür. Ancak, uygulama 2'de aynı sayıları ifade ederken onluk ve birlikleri çoğunlukla yerinde kullandıkları gözlenmiştir. Öğrencilerin sayı gösterimlerinde sayı değeri büyüdükçe daha da zorlandıkları dikkat çekmiştir.

Birinci uygulamada İranlı öğrenciler sayı yapılarını onluk bloklarla temsil etmede Türk öğrencilerine göre daha başarısız durumdayken, ikinci uygulama esnasında daha başarılı oldukları görölmüştür. İlk uygulama öncesinde herhangi bir müdahalede bulunulmadığı için sayı temsilinde öğrencilerin doğal eğilimleri ile hareket ettikleri düşünölebilir. Çünkü hem Türkiye de hem de İran'da bu yaş gurubuna yönelik basamak değeri ya da onluk gruplama ile yapılması öngörölen herhangi bir resmi eğitim süreci bulunmamaktadır. Bu nedenle çocukların basamak değeriine göre sayıları öğrenmeleri doğal sürecinde gerçekteşmiş olmalıdır. İkinci uygulamadan önce ise her onluk bloğun 10 tane birlik bloktan oluştuğu öğrencilere gösterilmiştir. Bu nedenle öğrencilerin bu gösterimden sonra sayı temsilinde bulunurken onlukları kullanma eğilimleri gösterimin bir sonucu olarak düşünölmelidir. Bu durumda İranlı öğrencilerin onluk blokları daha çabuk anladıkları söylenebilir.

Genel olarak araştırmaların yapıldığı tüm ölkelerin bulguları ile bir karşılaştırma yapacak olursak, ilk uygulamada Amerikan, Fransız, İsveç ve İranlı çocuklar birbirleriyle benzerlik gösterirken Çinli, Koreli ve Japonyalı çocuklardan da farklılık göstermişlerdir. Türk çocuklarda bu iki grubun ortasında yer almışlardır (Çizelge 14).

Çizelge 14. Her bir kategorideki sayıların sekiz farklı dilde temsili

	ABD (N=24)	Fransa (N=23)	İsveç (N=23)	Çin (N=25)	Japonya (N=25)	Kore (N=24)	Türkiye (N=47)	İran (N=56)
Uygulama 1								
Onluk ve birlikler yerinde kullanıldı	0,38	0,39	0,57	4,04	3,75	4,83	1,00	0,00
Onluk ve birlikler rastgele kullanıldı	0,04	0,26	0	0,44	0,70	0,13	0,19	0,69
Sadece birlikler kullanıldı	4,13	3,96	4,44	0,48	0,45	0,04	3,15	3,93
Yanlış cevap	0,46	0,39	0	0,04	0,10	0	0,66	0,38
Uygulama 2								
Onluk ve birlikler yerinde kullanıldı	1,21	3,00	2,87	0,76	0,60	0,17	1,66	3,48
Onluk ve birlikler rastgele kullanıldı.	0,33	0,91	0,35	1,96	1,65	1,96	0,83	1,32
Sadece birlikler kullanıldı	0,17	0,26	0,44	2,08	2,55	2,75	1,72	0,07
Yanlış cevap	3,29	0,83	1,35	0,20	0,20	0,13	0,79	0,13
Uygulama 1+Uygulama 2								
Onluk ve birliklerin yerinde kullanılışı toplam	1,59	3,39	3,44	4,80	4,35	5,00	2,66	3,48

Kaynak: Olkun S. ve ark. (2011)'den uyarlanmıştır.

Doğu Asya dillerinde konuşanların sayıları oluştururken ilk tercihleri onluk ve birliklerin yerinde kullanıldığı onluk taban temsildir. Bu dil yapılarında basamak değeri daha uygun temsil edilmiştir. İranlı çocuklar ilk tercihlerinde Amerikan, Fransız ve İsveçli çocuklar gibi birlikleri saymayı tercih etmişlerdir. Türk çocuklarının sonuçlarına bakıldığında Amerikan, Fransız, İsveç ve İranlı çocuklardan daha çok onluk ve birlikleri yerinde kullanmalarına rağmen Çinli, Koreli ve Japon çocuklardan daha az onluk ve birlikleri yerinde kullandıkları görülür.

İki uygulama sonucunda ise Türk çocukların sadece Amerikalı çocuklardan daha başarılı olduğu görülürken, İranlı çocukların Amerikalı, Türk, Fransız ve İsveçli çocuklardan daha başarılı olduğu tespit edilmiştir.

Sayıların bilişsel temsillerindeki bu farklılıkların öğrenme stratejileriyle ilgili olmadığı iddia edilmiştir (Miura, Okamoto, Kim, Chang, Steere ve Fayol, 1994). Çünkü basamak değeri, sayı temsilleri için blokları veya abaküsleri kullanma birinci sınıfın birinci yarısından daha sonra gelen konulardır. Uygulamanın yapıldığı öğrenci grubunun birinci sınıfın birinci döneminde

olması, bu kavramları okulda henüz öğrenmediklerinin bir göstergesidir. Bu durum ortaya çıkan temsil farklılıklarının sebeplerinin öğrenme stratejilerinden kaynaklanmadığını ancak konuşulan dillerdeki farklılıklardan kaynaklanabileceğini ortaya koymaktadır.

Miura, Okamoto, Kim, Chang, Steere ve Fayol (1994), yaptıkları araştırmalar sonucunda dilin sayıları algılamada etkili olduğunu ileri sürmüşlerdir. Bu araştırmalarda Asya dillerini konuşan çocukların batı dillerini konuşan çocuklara göre sayıları onluk sistemle daha iyi temsil ettikleri bulunmuştur. Olkun ve arkadaşlarının 2011’de yaptıkları araştırmalar da çok güçlü olmasa da bu iddiayı doğrulamıştır. Araştırmaya dil yapısı olarak Hint-Avrupa dilleri kategorisinde yer alan İran dahil edildiğinde ise yinede benzer sonuçlara varılmıştır.

Sekizinci sınıflar arasında yapılan uluslararası sınavdaki başarı sıralamalarına bakıldığında (TIMSS, 2011) İran araştırmada yer alan diğer ülkelerden daha aşağıda yer almaktadır. Oysa bu araştırmanın sonucuna göre batılı ülkeler ve Türkiye’nin önünde yer alması uluslararası başarı sıralamalarının oluşmasında dil faktörü dışında uzun vadede başka etkenlerin de olabileceğini düşündürmektedir.

Bu çalışma, dilin etkisinin hiç olmadığını kanıtlamaktan ziyade, etkisinin olabileceğini, ama bunun en azından uzun vadede çok belirleyici bir etken olamayacağını göstermektedir. Çünkü İran dil konusunda batılı ülkelerle aynı durumda olduğundan ve diğer yandan Türkiye’den daha dezavantajlı olmasına rağmen, basamak değerinin anlaşılmasında bu ülkelerin önünde yer almakta ama uluslararası başarı sıralamasına göre bu ülkelerin gerisindedir.

Sonuç olarak; dillerdeki farklılıklar daha genç yaşlarda sayıların zihinsel temsilde ve özellikle temel aritmetik hesaplamalarda etkili olabilir (Miura, Okamoto, Kim, Chang, Steere ve Fayol, 1993). Ama daha uzun vadede farklı kültürlerle ait çocuklar arasındaki sayısal beceri farklılıkları ev ve okul deneyimi gibi birçok potansiyel sebeplerin etkisinde olabilir (Huntsinger, Jose, Liaw, & Ching, 1997; Wang & Lin, 2009). Bu nedenle, sayı dili farklılıkları gözlemlenen farklılıklar için sadece kısmi bir açıklamadır.

5.1. Gelecekteki Yönelimler

Yapılan bu araştırmada çok az sayıda katılımcının bulunmasından dolayı bulgularımızın genellendirilmesi sınırlıdır. Bu konu, araştırmacının sınırlanmasına neden olmuştur. Fakat çalışma aynı sorgulama hattıyla yapılmaktadır ve önceki çalışmaların güvenilirliğini test etmektedir. Ayrıca, daha önce bu alanda yapılan çalışmalarda da aynı sınırlamanın bulunduğunu ve karşılaştırılan her grubun genellikle 50 çocuktan az olduğunu söyleyebiliriz. Gelecekte yapılacak olan araştırmalar daha fazla kişiyle, daha fazla ülke arasında ve daha rafine karşılaştırmalar ile yapılmalıdır.

Hepsi olmasa da, düzenli ve düzensiz sayı kelimeleri karşılaştıran çoğu mevcut araştırma korelasyoneldir ve bu nedenle, birçok diğerkaynak matematik performansındaki farklılıkların sebebi olabilir. Alternatif bir yaklaşım da çocuklara erken sayısal beceri öğretimi için müdahalelerin yapılmasıdır ve daha düzenli bir dile sahip çocukların düzensiz dillere sahip çocuklara nazaran daha hızlı öğrenip öğrenmediklerinin araştırılmasıdır. Daha radikal bir şekilde, çocuklara basitleştirilmiş düzenli sayı kelimeleri öğretilabilir ve çocukların öğrenme gelişimleri standart dilleri kullanan çocuklar ile karşılaştırılabilir. Bazı sayı kelimeleri daha basittir. Örneğin, Fransa'da 70, 80, ve 90 sayıları için *soixante-dix*, *quatre-vingt*, ve *quatre-vingt-dix* gibi karmaşık kelimeler kullanılır ki Fransızca konuşulan Belçika'nın Wallon bölgesinde, daha ziyade *septante*, *octante*, ve *nonante* kelimeleri kullanılır (*yetmiş*, *seksen* ve *doksan yerine*). Walloonlu çocuklar Fransız çocuklara nazaran konuşulan şekliyle bu kelimeleri yazarken daha az hata yapmaktadırlar (Seron ve Fayol, 1994). Bu nedenle konuşulan sayı kelimelerinin düzenliliğinin öğrenmeyi tam olarak nasıl etkilediğini ortaya koyan araştırmalar, sayısal düşünme algımızı arttırmak kadar öğrenimi geliştirmeye de katkı sağlar.

KAYNAKLAR

- Alsawaie, O. N. (2004). Language influence on children's cognitive representation of number. *School Science and Mathematics*, 104, 105-111.
- Altun, M. (1997). İlkokul öğrencilerinde miktar korunumu üzerine bir araştırma, *Milli Eğitim Dergisi*.
- Altun, M. (2000). İlköğretimde problem çözme öğretimi, *Milli Eğitim Dergisi*.
- Antell, S & Keating, D, (1983). Perception of Numerical Invariance in Neonates.
- Ashcraft, M. H. (1982). The development of mental arithmetic: A chronometric approach. *Developmental Review*, 2, 213–236.
- Baroody, A. J., & Ginsburg, H. P. (1986). The relationship between initial meaningful and mechanical knowledge of arithmetic. In J. Hiebert (Ed.), *Conceptual and procedural knowledge: The case of mathematics* (pp. 75–112). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Bassarar, T. (2005). Mathematics for Elementary School Teachers. (Üçüncü Baskı). New York ve Boston: Houghton, Mifflin Company.
- Baykul, Y. (2002). İlköğretim de matematik öğretimi. Ankara: Pegem Yayıncılık.
- Bell, G. (1990). Language and counting: Some recent results. *Mathematics Education Research Journal*, 2(1), 1-14.
- Binbaşıoğlu, C. (1987) Eğitimde Ölçme ve Değerlendirme. İstanbul: Binbaşıoğlu Yayınevi.
- Binbaşıoğlu, C. 1991, Genel Öğretim Bilgisi, Kadioğlu Matbaası, Ankara.
- Bisanz, J., Morrison, F. J. & Dunn, M. (1995). Effects of age and schooling on the acquisition of elementary quantitative skills. *Developmental Psychology*.
- Bloom, P. (2000). *How children learn the meanings of words*. Cambridge, MA: MIT Press.
- Blöte, A. W., Klein, A. S., & Beishuizen, M. (2000). Mental computation and Conceptual understanding. *Learning and Instruction*, 10, 221–247.

- Briars, D. J., & Siegler, R. S. (1984). A featural analysis of preschoolers' counting knowledge. *Developmental Psychology*, 20, 607–618.
- Brizuela, B. M. (2001). Children's Ideas About The Written Number System. (Ph.D Thesis, Harvard University).
- Brownell, W. A. (1928). *The development of children's number ideas in the primary grades*. Chicago: University of Chicago.
- Brysbaert, M., Fias, W., & Noël, M.-P. (1998). The Whorfian hypothesis and numerical cognition: Is “twenty-four” processed in the same way as “four-and-twenty”? *Cognition*, 66, 51-77.
- Bullock, M., & Gelman, R. (1977). Numerical reasoning in young children: The ordering principle. *Child Development*, 48, 427–434.
- Burton, D.M. (1999). *The History of Mathematics: An Introduction*. (Dördüncü Baskı). United States of America: McGraw-Hill.
- Butterworth, B. (1999). *The mathematical brain*. London: Macmillan.
- Campbell, J. I. D., & Graham, D. J. (1985). Mental multiplication skill: Structure, process, and acquisition. *Canadian Journal of Psychology*, 39, 338–366.
- Canobi, K. H., Reeve, R. A., & Pattison, P. E. (1998). The role of conceptual understanding in children's addition problem solving. *Developmental Psychology*, 34, 882–891.
- Carpenter, T. P., & Moser, J. M. (1983). The acquisition of addition and subtraction concepts. In R. Lesh & M. Landau (Eds.), *Acquisition of mathematical concepts and processes* (pp. 7–44). New York: Academic Press.
- Carpenter, T. P., & Moser, J. M. (1984). The acquisition of addition and subtraction concepts in grades 1 through 3. *Journal for Research in Mathematics Education*, 15, 179–202.
- Catchart, G., Pothier, Y., Vance, J., Bezuk, N. (2003). *Learning Mathematics in Elementary and Middle Schools*. (Üçüncü Baskı). New Jersey: Pearson Education, Inc.
- Chen, C., & Stevenson, H. W. (1995). Motivation and mathematics achievement: A comparative study of Asian-American, Caucasian-American, and East Asian high school students. *Child Development*, 66(4), 1215-1234.

- Chen, C., & Uttal, D. H. (1988). Cultural values, parents' beliefs, and children's achievement in the United States and China. *Human Development*, 31, 351–358.
- Chiu, L. H. (1987). Locus of control in intellectual situations in American and Chinese school children. *International Journal of Psychology*, 21, 167-176.
- Chung I. and Lew H. (2007). Comparing Korean and U.S. Third Grade Elementary Student Conceptual Understanding of Basic Multiplication Facts. Proceedings of the 31st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, 2, 161-168.
- Colomé, A., Laka, I., & Sebastián-Gallés, N. (2010). Language effects in addition: How you say it counts. *The Quarterly Journal of Experimental Psychology*, 63, 965–983.
- Cotter J. (2002). Using Language and Visualization to Teach Place. National Council of Teachers of Mathematics.
- Cowan, R., & Renton, M. (1996). Do they know what they are doing? Children's use of economical addition strategies and knowledge of commutativity. *Educational Psychology*, 16, 407–420.
- Crystal, D. S., & Stevenson, H. W. (1991). Mothers' perceptions of children's problems with mathematics: A cross-national comparison. *Journal of Educational Psychology*, 83(3), 372-376.
- Çepoğlu, H.N. 1994. Sayı Kavramları Testi'nin geçerlik ve güvenirlik çalışması. Marmara Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü. Yüksek lisans tezi.
- Dehaene, S. (1997). The Number Sense: How the Mind Creates Mathematics. United States of America: Oxford University Press.
- Delaney, P. F., Reder, L. M., Staszewski, J. J., & Ritter, F. E. (1998). The strategy-specific nature of improvement: The power law applies by strategy within task. *Psychological Science*, 9, 1–7.
- Dowker, A., Bala, S., & Lloyd, D. (2008). Linguistics influence of mathematical development: How important is the transparency of the counting system? *Philosophical Psychology*, 21, 523-538.
- Dye, N. W., & Very, P. S. (1968). Growth changes in factorial structure by age and sex. *Genetic Psychology Monographs*, 78, 55–88.

- Ernst von Glasersfeld (1982) The Role of Figural Patterns in the Development of Numerical Concepts. *Archives de Psychologie*.
- Flynn, J. R. (1991). *Asian Americans: Achievement beyond IQ*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.
- Fuson, K. C. (1982). An analysis of the counting-on solution procedure in addition. In T. P. Carpenter, J. M. Moser, & T. A. Romberg (Eds.), *Addition and subtraction: A cognitive perspective* (pp. 67–81). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Fuson, K. C. (1988). *Children's counting and concepts of number*. New York: Springer-Verlag.
- Fuson, K. C. (1990). Conceptual structures for multiunit numbers: Implications for learning and teaching multidigit addition, subtraction, and place value. *Cognition and Instruction*, 7, 343–403.
- Fuson, K. C., & Briars, D. J. (1990). Using a base-ten blocks learning/teaching approach for first- and second-grade place-value and multidigit addition and subtraction. *Journal for Research in Mathematics Education*, 21(3), 180-206.
- Fuson, K. C., & Briars, D. J. (1990). Using a base-10 blocks learning/teaching approach for first- and second-grade place-value and multidigit addition and subtraction. *Journal for Research in Mathematics Education*, 21, 180–206.
- Fuson, K. C., & Kwon, Y. (1991). Chinese-based regular and European irregular systems of number words: the disadvantages for English-speaking children. In, K. Dunkin & B. Shire, (Eds.), *Language in Mathematical Education: Research and Practice*. Philadelphia, PA: Open University Press.
- Fuson, K. C., & Kwon, Y. (1991). Chinese-based regular and European irregular systems of number words: the disadvantages for English-speaking children. In, K. Dunkin & B. Shire, (Eds.), *Language in Mathematical Education: Research and Practice*. Philadelphia, PA: Open University Press.
- Fuson, K. C., Stigler, J. W., & Bartsch, K. (1988). Grade placement of addition and subtraction topics in Japan, Mainland China, the Soviet Union, Taiwan, and the United States. *Journal for Research in Mathematics Education*, 19, 449–456.
- Fuson, K.C., Kwon, Y. (1992), Korean Children's Understanding of Multidigit Addition and Subtraction, *Child Development*, 63, 491-506.
- Gallistel, C. R., & Gelman, R. (1992). Preverbal and verbal counting and computation. *Cognition*, 44, 43–74.

- Geary D. C. (1996). International Differences In Mathematical Achievement Their Nature Causes and Consequences. *Current Directions In Psychological Science*, 5,5.
- Geary D. C. , Bow-Thomas C. C. , Liu F. , Siegler R. S. (1996). Development of Aritmetical Competencies In Chinese and American Children. *Child Development*, 67, 2022-2044.
- Geary D. C., Bow-Thomas C. C., Liu F., Siegler R. S. (1996). Development of Aritmetical Competencies In Chinese and American Children. *Child Development*, 67, 2022-2044.
- Geary D. C., Salthouse T. A., Chen G. Fan L. (1996). Are East Asian Versus American Differences In Aritmetical Ability a Recent Phenomenon? *Developmental Psychology*, 32, 2, 254-262.
- Geary, D. C. (1994). *Children's mathematical development: Research and practical applications*. Washington, DC: American Psychological Association.
- Geary, D. C. (1995). Reflections of evolution and culture in children's cognition: Implications for mathematical development and instruction. *American Psychologist*, 50, 24–37.
- Geary, D. C. (2002). Principles of evolutionary educational psychology. *Learning and Individual Differences*, 12, 317–345.
- Geary, D. C., Bow-Thomas, C. C., & Yao, Y. (1992). Counting knowledge and skill in cognitive addition: A comparison of normal and mathematically disabled children. *Journal of Experimental Child Psychology*, 54, 372–391.
- Geary, D. C., Bow-Thomas, C. C., Liu, F., & Siegler, R. S. (1993). Even before formal instruction, Chinese children outperform American children in mental addition. *Cognitive Development*, 8(4), 517-529.
- Geary, D. C., Hamson, C. O., Chen, G. P., Liu, F., Hoard, M. K., & Salthouse, T. A. (1997). Computational and reasoning abilities in arithmetic: Cross-generational change in China and the United States. *Psychonomic Bulletin and Review*, 4, 425–430.
- Geary, D. C., Hoard, M. K., Byrd-Craven, J., & DeSoto, M. C. (2004). Strategy choices in simple and complex addition: Contributions of working memory and counting knowledge for children with mathematical disability. *Journal of Experimental Child Psychology*, 88, 121–151.

- Geary, D. C., Widaman, K. F., & Little, T. D. (1986). Cognitive addition and multiplication: Evidence for a single memory network. *Memory and Cognition*, 14, 478–487.
- Gelman, R. (1990). First principles organize attention to and learning about relevant data: Number and animate-inanimate distinction as examples. *Cognitive Science*, 14, 79–106.
- Gelman, R., & Gallistel, C. R. (1978). *The child's understanding of number*. Cambridge, MA: Harvard University Press.
- Gelman, R., & Meck, E. (1983). Preschooler's counting: Principles before skill. *Cognition*, 13, 343–359.
- Ginsburg, H. (1977). *Children's arithmetic: The learning process*. New York: Van Nostrand.
- Ginsburg, H. P., Posner, J. K., & Russell, R. L. (1981). The development of mental addition as a function of schooling and culture. *Journal of Cross-Cultural Psychology*, 12, 163–178.
- Gordon, P. (2004, October 15). Numerical cognition without words: Evidence from Amazonia. *Science*, 306, 496–499.
- Göbel, S. M., Shaki, S., & Fischer, M. H. (2011). The cultural number line: A review of cultural and linguistic influences on the development of number processing. *Journal of Cross-Cultural Psychology*, 42(4), 543–565.
- Groen, G., & Resnick, L. B. (1977). Can preschool children invent addition algorithms? *Journal of Educational Psychology*, 69, 645–652.
- Guedj, D. (2007). Sayılar İmparatorluğu. Çeviren: Ömer Aygün.
- Hahn, H. H., & Thorndike, E. L. (1914). Some results of practice in addition under school conditions. *Journal of Educational Psychology*, 5, 65–83.
- Hamann, M. S., & Ashcraft, M. H. (1985). Simple and complex mental addition across development. *Journal of Experimental Child Psychology*, 40, 49–72.
- Han, Y., & Ginsburg, H. P. (2001). Chinese and English mathematics language: The relation between linguistic clarity and mathematics performance. *Mathematical Thinking and Learning*, 3(2-3), 201-220.
- Hess, R. D., & Others. (1987). Cultural variations in family beliefs about Children's performance in mathematics: Comparisons among the People's Republic of China, Chinese-American, and Caucasian-American families. *Journal of Educational Psychology*.

- Hirsch, E. D., Jr. (1996). *The schools we need and why we don't have them*. New York: Doubleday.
- Hitch, G. J. (1978). The role of short-term working memory in mental arithmetic. *Cognitive Psychology*, 10, 302–323.
- Ho, C. S. H., & Fuson, K. C. (1998). Children's knowledge of teen quantities as tens and ones; Comparisons of Chinese, British, and American kindergartners. *Journal of Educational Psychology*, 90(3), 536-544.
- Ho, C. S., & Cheng, F. S. (1997). Training in place-value concepts improves children's additional skills. *Chinese University of Hong Kong*, 22, 495-506.
- Houdé, O. (1997). Numerical development: From the infant to the child—Wynn's (1992) paradigm in 2- and 3-year olds. *Cognitive Development*, 12, 373–391.
- <http://tech.worlded.org/docs/maththing/ny1p7.htm>
- <http://www.cut-the-knot.org/ctk/SelfDescriptive.shtml>
- <http://www.garlikov.com/PlaceValue.html>
- Huntsinger, C. S., Jose, P. E., Liaw, F. R., ve Ching, W. D. (1997). Cultural differences in early mathematics learning: A comparison of Euro-American, Chinese-American, and Taiwan-Chinese families. *International Journal of Behavioral Development*, 21, 371-388.
- Huntsinger, C. S., Jose, P. E., Larson, S. L., Krieg, D. B., & Shaligram, C. (2000). Mathematics, vocabulary, and reading development in Chinese American and European American children over the primary school years. *Journal of Educational Psychology*, 92(4), 745-760.
- Huttenlocher, J., Jordan, N. C., & Levine, S. C. (1994). A mental model for early arithmetic. *Journal of Experimental Psychology: General*, 123, 284–296.
- Ifrah, G. (2005). Rakamların Evrensel Tarihi I: Bir Gölgenin Peşinde. (On üçüncü Basım). Çeviren: Kurtuluş Dinçer. Tübitak Popüler Bilim Kitapları.
- Ifrah, G. (2005). Rakamların Evrensel Tarihi II: Çakıl Taşlarından Babil Kulesine. (On ikinci Basım). Çeviren: Kurtuluş Dinçer. Tübitak Popüler Bilim Kitapları.

- Ifrah, G. (2005). Rakamların Evrensel Tarihi V: Sıfırın Gücü. (Onuncu Basım). Çeviren: Kurtuluş Dinçer. Tübitak Popüler Bilim Kitapları.
- Ifrah, G. (2005). Rakamların Evrensel Tarihi VII: İslam Dünyasında Hint Rakamları. (Altıncı Basım). Çeviren: Kurtuluş Dinçer. Tübitak Popüler Bilim Kitapları.
- Ifrah, G. (2005). Rakamların Evrensel Tarihi VIII: Hesabın Destanı. (Üçüncü Basım). Çeviren: Kurtuluş Dinçer. Tübitak Popüler Bilim Kitapları.
- Ilg, F., & Ames, L. B. (1951). Developmental trends in arithmetic. *Journal of Genetic Psychology*, 79, 3–28.
- Ionin, T., & Matushansky, O. (2006). The composition of complex cardinals. *Journal of Semantics*, 23, 315–360.
- Jordan, N. C., Huttenlocher, J., & Levine, S. C. (1992). Differential calculation abilities in young children from middle- and low-income families. *Developmental Psychology*, 28, 644–653.
- Kamii, C. (1992). Number In Preschool and Kindergarten: Implications of Piaget's Theory. Washington: National Association for the Education of Young Children.
- Kamii, Constance. *Young Children Reinvent Arithmetic: Implications of Piaget's Theory*. New York: Teachers College Press, 1985.
- Karasar, N. (1991). B i l i m s e l araştırma yöntemleri (Dördüncü basım). Ankara.
- Kaufman, P., Chavez, L., & Lauen, D. (1998). *Generational status and educational outcomes among Asian and Hispanic 1988 eighth graders. National postsecondary student aid study: 1995-96*. (Statistical Analysis Report No. NCES 1999-020). Washington, DC: Department of Education, Office of Educational Research and Improvement.
- Klein, J. S., & Bisanz, J. (2000). Preschoolers doing arithmetic: The concepts are willing but the working memory is weak. *Canadian Journal of Experimental Psychology*, 54, 105–115.
- LeFevre, J., Clarke, T., & Stringer, A. (2002). Influences of language and parental involvement on the development of counting skills: Comparisons of French- and English-speaking Canadian children. *Early Child Development and Care*, 172, 283-300.

- Lemaire, P., & Siegler, R. S. (1995). Four aspects of strategic change: Contributions to children's learning of multiplication. *Journal of Experimental Psychology: General*, 124, 83-97.
- Leung, F. K. S. (2002). Behind the high achievement of East Asian students. *Educational Research and Evaluation: An International Journal on Theory and Practice*, 8(1), 87-108.
- Lewis, C. C. (2000). *Lesson study: The core of Japanese professional development*. Paper presented at the Annual Meeting of the American Educational Research Association, New Orleans, LA.
- Li, C., & Nuttall, R. (2001). Writing Chinese and mathematics achievement: A study with Chinese-American undergraduates. *Mathematics Education Research Journal*, 13(1), 15-27.
- Lucy, J. A. (1996). The scope of linguistic relativity: An analysis and review of empirical research. In J. Gumperz & S.C. Levinson (Eds.), *Rethinking linguistic relativity* (pp. 37-69). Cambridge, UK: Cambridge University Press.
- Lynn, R. (1991). Race differences in intelligence: A global perspective. *Mankind Quarterly*, 31(3), 255.
- Markman, E. M. (1979). Classes and collections: Conceptual organization and Numerical abilities. *Cognitive Psychology*, 11, 395-411.
- Masingila, J.O., Lester, F.K., Raymond, A.M., (2002). *Mathematics for Elementary Teachers via Problem Solving*. United States of America: Pearson Education, Inc.
- Masingila, J.O., Lester, F.K., Raymond, A.M., (2002). *Mathematics for Elementary Teachers via Problem Solving*. United States of America: Pearson Education, Inc.
- Mayer, R. E., Barbara, S., & Tajika, H. (1995). A comparison of how textbooks teach mathematical problem solving in Japan and the United States. *American Educational Research Journal*, 32(2), 443-460.
- MEB (Milli Eğitim Bakanlığı). (2002). *İlköğretim Okulu Matematik Programı*. Ankara: Milli Eğitim Basımevi.
- MEB (Milli Eğitim Bakanlığı). (2005). *İlköğretim Matematik Dersi Öğretim Programı ve Kılavuzu*. Ankara: Devlet Kitapları Müdürlüğü.
- Met zler, W. H. (1912). Problems in the experimental pedagogy of geometry. *Journal of Educational Psychology*, 3, 545-560.

- Michael, L. (2002). Reformulating the Sapir-Whorf hypothesis: Discourse, interaction, and distributed cognition. *Texas Linguistic Forum*, 45, 107-116.
- Miller, K. F., & Stigler, J. W. (1987). Counting in Chinese: Cultural variation in a basic cognitive skills. *Child Development* (2), 279-305.
- Miller, K. F., Major, S. M., Shu, H. & Zhang, H. (2000). Ordinal knowledge: number names and number concepts in Chinese and English. *Canadian Journal of Experimental Psychology*, 54 (2), 129-139,
- Miller, K.F, Smith, C.M., Zhu, J.ve Zhang, H. (1995), Preschool Origins of Cross-National Differences in Mathematical Competence: The Role of Number-Naming Systems, *Psychological Science*, 56-60.
- Miura I. T. , Okamoto Y. , Vlahovic-Stetic V. , Kim C. C. , Han H. J. (1999). Language Supports for Children's Understanding of Numerical Fractions: Cross-National Comparisons. *Journal of Experimental Child Psychology*, 74, 356-365.
- Miura I. T., Okamoto Y., Kim C. C., Chang C. (1988). Effects of Language Characteristics on Children's Cognitive Representation of Number: Cross-National Comparisons. *Child Development*, 59, 1445-1450.
- Miura I. T., Okamoto Y., Kim C. C., Chang C., Steere M. Fayol M. (1994). Comprarisons of Children's Cognitive Representantion of Number: China, France, Japan, Korea, Sweden and United State. *International Journal of Behavioral Development*, 17, 401
- Miura, I. T., & Okamoto, Y. (1989). Comparisons of U.S. and Japanese first-graders' cognitive representation of number and understanding of place value. *Journal of Educational Psychology*, 81(1), 109-113.
- Miura, I. T., Kim, C. C., Chang, C. M., & Okamoto, Y. (1988). Effects of language characteristics on childr cognitive representation of number: Cross-national comparisons. *Child Development*, 59(6), 1445-1450.
- Miura, I.T, Okamoto, Y. Stetic, V.V, Kim, C.C ve Han, J.H. (1999), Language Supports for Children's Understanding of Numerical Fractions: Cross-National Comprasions, *Journal of Experimental Child Psychology*, 74, 356-365.
- Miura,I.T., Okamoto, Y., Kim, C.C., Chang,C., Steere,M. ve Fayol, M.(1993), Comparisons of Chidren's Cognitive Representation of Number: China, France, Japan, Korea, Sweden and the United States, The

International Society For The Study Of Behavioral Development, 17-401

- Naito, M., & Miura, H. (2001). Japanese children's numerical competencies: Age- and schooling-related influences on the development of number concepts and addition skills. *Developmental Psychology*, 37, 217–230.
- NCTM (National Council of Teachers of Mathematics). (2004). Historical Topics for the Mathematics Classroom. United States of America.
- NCTM (National Council of Teachers of Mathematics). (2004). Principles and Standards for School Mathematics. United States of America.
- O'Shea, M. V. (1901). The psychology of number: A genetic view. *Psychological Review*, 8, 371–383.
- Olkun, S. Toluk, Z. (2003). İlköğretimde Etkinlik Temelli Matematik Öğretimi. Ankara: Anı yayıncılık.
- Olkun, S., Ata, A., Özer, E., Çelebi, Ö., Reçber, H. ve Soyak, Ö., (2010), *Çocuklarda Bilişsel Sayı Temsilinin Karşılaştırılması: Çin, Japonya, Kore, Fransa, İsveç, Amerika Ve Türkiye*. Elazığ Fatih Üniversitesinde Düzenlenen IX. Ulusal Sınıf Öğretmenliği Sempozyumunda Sunulan Bildiridir.
- Olkun, S., Reçber, H., Ata, A., Özer, E. ve Çelebi, Ö. (2011). Türk Çocuklarının Bilişsel Sayı Temsilinin Çinli, Fransız, Japon, Koreli, İsveçli ve Amerikalı Yaşıtlarıyla Karşılaştırılması. *Ankara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Fakültesi Dergisi*, 44(1), pp.79-90 DOI: 10.1501/Egifak_0000001216
- Pan, Y., Gauvain, M., Liu, Z., & Cheng, L. (2006). American and Chinese parental involvement in young children's mathematics learning. *Cognitive Development*, 21, 17-35.
- Patterson, M., Perry, E., Decker, C., Eckert, R., Klaus, S., Wendling, L., et al. (2003). Factors associated with high school mathematics performance in the United States. *Studies in Educational Evaluation*, 29(2), 91-108.
- Perry, M. (2000). Explanations of mathematical concepts in Japanese, Chinese, and U.S. first- and fifth-grade classrooms. *Cognition and Instruction*, 18(2), 181-207.

- Piaget, J. (1965). *The child's conception of number*. New York: Norton.
- Pixner, S., Moeller, K., Hermanova, V., & Nuerk, H. -C., & Kaufmann, L. (2011a). Whorf reloaded: Language effects on non-verbal number processing in 1st grade – A trilingual study. *Journal of Experimental Child Psychology*, 108, 371–382.
- Pixner, S., Zuber, J., Hermanova, V., Kaufmann, L., Nuerk, H. -C., & Moeller, K., (2011b). One language, two number word systems and many problems: Transcoding in the Czech Language. *Research in Developmental Disabilities*, 32, 2683-2689.
- Rasmussen, c., Ho, e., Nicoladis, E., Leung, J. & Bisanz, J. (2006). Is the Chinese number-naming system transparent? Evidence from Chinese-English bilingual children. *Canadian Journal of Experimental Psychology*, 60(1), 60
- Rasmussen, C., Ho, E., Nicoladis, E., Leung, J., & Bisanz, J. (2006). Is the Chinese number-naming system transparent? Evidence from Chinese-English bilingual children. *Canadian Journal of Experimental Psychology*, 60, 60-67.
- Romberg, T. A. (1997). The influence of programs from other countries on the school mathematics reform curricula in the United States. *American Journal of Education*, 106(1), 127-147.
- Romberg, T. A. (1999). School mathematics: The impact of international comparisons on national policy. In G. Kaiser, E. Luna & L. Huntley (Eds.), *International comparison in mathematics education* (pp. 189-199). Philadelphia, PA: Falmer Press.
- Ross, S. H. (1989). Parts, Wholes, and Place Value: A Developmental View. *The Arithmetic Teacher*. Vol.36, No.6, Feb. s.47.
- Sanchez, K., Kellow, T., & Ye, R. (2000, April 24-28). *A comparison of Stanford Achievement Test (SAT-9) performance across grade, gender, ethnicity, and educational program placement*. Paper presented at the Annual Meeting of the American Educational Research Association, New Orleans, LA.
- Sarnecka, B. W., & Gelman, S. A. (2004). Six does not just mean a lot: Preschoolers see number words as specific. *Cognition*, 92, 329–352.
- Saxe, G. B. (1981). Body parts as numerals: A developmental analysis of numeration among the Oksapmin of Papua, New Guinea. *Child Development*, 52, 306–316.

- Saxe, G. B. (1982). Culture and the development of numerical cognition: Studies among the Oksapmin of Papua, New Guinea. In C. J. Brainerd (Ed.), *Children's logical and mathematical cognition: Progress in cognitive development research* (pp. 157–176). New York : Springer-Verlag.
- Saxe, G. B. (1985). Effects of schooling on arithmetical understandings: Studies with Oksapmin Children in Papua, New Guinea. *Journal of Educational Psychology*, 77, 503–513.
- Saxe, G. B., Guberman, S. R., & Gearhart, M. (1987). Social processes in early number development. *Monographs of the Society for Research in Child Development*, 52(2, Serial No. 216).
- Schmidt, W. H., McKnight, C. C., Cogan, L. S., Jakwerth, P. M., ve Houang, R. T. (1999). *Facing the consequences*. Boston: Kluwer Academic Publishers.
- Schmidt, W. H., McKnight, C. C., ve Raizen, S. A. (1996b). *A splintered vision: An investigation of U.S. science and mathematics education*. Dordrecht, Boston, London: Klumer Academic Publishers.
- Seron, X., & Fayol, M. (1994). Number transcoding in children. A functional analysis. *British Journal of Developmental Psychology*, 12, 281–300.
- Sharma, M. C. (1993). Place Value Concept: How Children Learn It and How to Teach It. Math Notebook, cilt. 10, s. 1-2. <http://www.eric.ed.gov> adresinden 13 Eylül 2007 tarihinde indirilmiştir.
- Siegler, R. (1998). *Children's thinking* (3rd ed.). New York, NY: Prentice Hall.
- Siegler, R. (1998). *Children's thinking* . New York, NY: Prentice Hall.
- Siegler, R. S. (1987). The perils of averaging data over strategies: An example from children's addition. *Journal of Experimental Psychology: General*, 116, 250-264.
- Siegler, R. S. (1988a). Individual differences in strategy choices: Good students, not-so-good students, and perfectionists. *ChildDevelopment*, 59, 833-851.
- Siegler, R. S. (1988b). Strategy choice procedures and the development of multiplication skill. *Journal of Experimental Psychology: General*, 117, 258-275.

- Siegler, R. S. (1989). Hazards of mental chronometry: An example from children's subtraction. *Journal of Educational Psychology*, 81, 497-506.
- Siegler, R. S. (1996). *Emerging minds: The process of change in children's thinking*. New York: Oxford University Press.
- Siegler, R. S., & Mu, Y. (2008). Chinese children excel on novel mathematics problems even before elementary school. *Psychological Science*, 19, 759-763.
- Siegler, R. S., ve Jenkins, E. (1989). *How children discover new strategies*. Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Siegler, R. S., ve Opfer, J. (2003). The development of numerical estimation.
- Siegler, R. S., ve Robinson, M. (1982). The development of numerical understandings. In H. Reese ve L. P. Lipsitt (Eds.), *Advances in child development and behavior* (Vol. 16, pp. 241-312). New York: Academic Press.
- Siegler, R. S., ve Shrager, J. (1984). Strategy choice in addition and subtraction: How do children know what to do. In C. Sophian (Ed.), *Origins of cognitive skills* (pp. 229-293). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Siegler, R. S., ve Stern, E. (1998). Conscious and unconscious strategy discoveries: A microgenetic analysis. *Journal of Experimental Psychology: General*, 127, 377-397.
- Spearman, C. (1927). *The abilities of man*. London: Macmillan.
- Spelke, E. S. (2000). Core knowledge. *American Psychologist*, 55, 1233-1243.
- Spelke, E. S. (2000). Core knowledge. *American Psychologist*, 55, 1233-1243.
- Starch, D. (1911). Transfer of training in arithmetical operations. *Journal of Educational Psychology*, 2, 306-310.
- Starkey, P. (1992). The early development of numerical reasoning. *Cognition*, 43, 93-126.
- Stevenson, H. W., Chen, C., ve Lee, S. (1993). Motivation and achievement of gifted children in East Asia and the United States. *Journal for the Education of the Gifted*, 16(3), 223-250.

- Stevenson, H. W., Lee, S. Y., Chen, C., Stigler, J. W., Hsu, C. C., ve Kitamura, S. (1990). Contexts of achievement: A study of American, Chinese and Japanese children. *Monographs of the Society for Research in Child Development*, 55(SerialNo. 221).
- Stevenson, H. W., Lee, S.-y., Chen, C., & Lummis, M. (1990). Mathematics achievement of children in China and the United States. *Child Development*, 61(4), 1053-1066.
- Stigler, J. W., Lee, S. Y., & Stevenson, H. W. (1987). Mathematics classrooms in Japan, Taiwan, and the United States. *Child Development*, 58(5), 1272-1285.
- Stigler, J. W., ve Hiebert, J. (1999). *Teachinggap*. New York, NY: The Free Press.
- Svenson, O., ve Sjöberg, K. (1983). Evolution of cognitive processes for solving simple additions during the first 3 school years. *Scandinavian Journal of Psychology*, 24, 117-124.
- Swadener, M. & R. Soedjadi, R. (1988). Values, Mathematics Education and the Task Of Developing Pupils' Personalities: An Indonesian Perspective, Educational Studies In Mathematics.
- Taylor, J. F. (1918). The classification of pupils in elementary algebra. *Journal of EducationalPsychology*, 9, 361-380.
- Thompson, C. (1990). Place value and larger numbers. In Mathematics for the young child. Payne, J. N. (Ed.). United States of America: The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.
- Thorndike, E. L. (1922). *The psychology of arithmetic*. New York: Macmillan.
- Thorndike, E. L., ve Woodworth, R. S. (1901). The influence of improvement in one mental function upon the efficiency of other functions: Vol. 2. Estimation of magnitudes. *Psychological Review*, 8, 384-394.
- Thurstone, L. L. (1938). Primary mental abilities. *Psychometric Monographs*(1).
- Thurstone, L. L., ve Thurstone, T. G. (1941). Factorial studies of intelligence. *Psychometric Monographs*(2).

- TIMSS (1999) International Mathematics Report, Findings from IEA's Repeat of the Third International Mathematics and Science Study at the Eight Grade. Retrieved on 12-March-2001, at URL: <http://timss.bc.edu/timss1999i/pdf/T99ilMathITOC.pdf>.
- Towse, J. N., ve Saxton, M. (1997). Linguistic influence on children's number concepts: Methodological and theoretical considerations. *Journal of Experimental Child Psychology*, 66, 362-375.
- Towse, J., ve Saxton, M. (1997). Linguistic influences on children's number concepts: Methodological and theoretical considerations.
- Tronsky, L. N., & Royer, J. M. (2002). Relationships among basic computational automaticity, working memory, and complex mathematical problem solving. In J. M. Royer (Ed.), *Mathematical cognition* (pp. 117–146). Greenwich, CT: Information Age Publishing.
- Tuss, P., Zimmer, J., ve Ho, H. Z. (1995). Causal attributions of underachieving fourth-grade students in China, Japan, and the United States. *Journal of Cross-Cultural Psychology*, 26(4), 408-425.
- Van de Walle, J.A. (2004). Elementary and Middle School Mathematics.(Beşinci Baskı). United States of America: Pearson Education, Inc.
- Varelas, M., ve Becker, J. (1997). Children's developing understanding of place value: Semiotic aspects. *Cognition and Instruction*, 15, 265-286.
- Vergnaud, G. (1983). Multiplicative structures. In R. Lesh ve M. Landau (Eds.), *Acquisition of mathematics concepts and processes* (pp. 127-174). New York: Academic Press.
- Very, P. S. (1967). Differential factor structures in mathematical ability. *Genetic Psychology Monographs*, 75, 169-207.
- Vilette, B. (2002). Do young children grasp the inverse relationship between addition and subtraction? Evidence against early arithmetic. *Cognitive Development*, 17, 1365–1383.
- Wang, J., ve Paine, L. W. (2003). Learning to teach with mandated curriculum and public examination of teaching as contexts. *Teaching and Teacher Education*, 19(1), 75-94.

- Washburne, C., ve Vogel, M. (1928). Are any number combinations inherently difficult? *Journal of Educational Research*, 17, 235-255.
- Welsh, M. C., ve Pennington, B. F. (1988). Assessing frontal lobe functioning in children: Views from developmental psychology. *Developmental Neuropsychology*, 4, 199-230.
- Widaman, K. F., Geary, D. C., Cormier, P., & Little, T. D. (1989). A componential model for mental addition. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition*, 15, 898-919.
- Wilkins, J. L. M. (2004). Mathematics and science self-concept: An international investigation. *Journal of Experimental Education*, 72(4), 331-346.
- Winch, W. H. (1910). Accuracy in school children: Does improvement in numerical accuracy " transfer "? *Journal of Educational Psychology*, 1, 557-589.
- Wynn, K. (1990). Children's understanding of counting. *Cognition*, 36, 155-193.
- Wynn, K. (1992a, August 27). Addition and subtraction by human infants. *Nature*, 358, 749-750.
- Wynn, K. (1992b). Children's acquisition of the number words and the counting system. *Cognitive Psychology*, 24, 220-251.
- Wynn, K. (1995). Origins of numerical knowledge. *MathematicaCognition*, 1, 35-60.
- Wynn, K. (1995). Origins of numerical knowledge. *Mathematical Cognition*, 1, 35-60.
- Yıldırım, C. (1988). Eğitim Felsefesi. Eskişehir: Anadolu Üniversitesi Açıköğretim Fakültesi, Yayın No: 203/EF.
- Zaslavsky, C. (1973). *Africa counts: Number and pattern in African culture*. Boston: Prindle, Weber, ve Schmidt.
- Zhou,Z., Peverly, S.Tve Lin, J. (2005) Understanding Early Mathematical Competencies in American and Chinese Children, *School Psychology International*, 26(4)

Zijuan, C. ve Sang Chan, L. (2005). Chinese number-naming advantages? Analyses of Chinese pre-schoolers' computational strategies and errors. *International Journal of Early Years Education*, Vol. 13, No. 2, 179-192.