

**ANKARA ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

**YÜKLÜ AYAR BOZONLARININ ÜÇLÜ ANORMAL
BAĞLAŞIMLARININ LEPTON ÇARPIŞTIRICILARDA ARAŞTIRILMASI**

Selin SOYSAL DURAK

FİZİK ANABİLİM DALI

**ANKARA
2024**

Her hakkı saklıdır

ÖZET

Yüksek Lisans Tezi

YÜKLÜ AYAR BOZONLARININ ÜÇLÜ ANORMAL BAĞLAŞIMLARININ LEPTON ÇARPIŞTIRICILARDA ARAŞTIRILMASI

Selin SOYSAL DURAK

Ankara Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Fizik Anabilim Dalı

Danışman: Doç. Dr. Volkan ARI

Bu tez kapsamında $e^-e^+ \rightarrow W^+W^- \rightarrow l^\pm \nu_{ll} jj$ süreci için 6-boyutlu anormal üçlü ayar bozon (aTGC) etkileşimleri kompakt lineer çarpıştırıcıda (CLIC) çalışılmıştır. Süreç çarpıştırıcının $\sqrt{s} = 3 \text{ TeV}$ kütle merkezi enerjisi opsiyonu için incelenmiştir. Standart Model Ötesinden gelen katkılar etkin alan teorisi göz önünde bulundurularak üçlü ayar bozonlarının altı boyutlu etkileşmelerinden getirilmiştir ve burada yeni fizik etkileri araştırılarak yeni fizik bağlaşımları üzerine sınırlamalar getirilmeye çalışılmıştır. Sürecin benzetimi yapılırken olayların üretiminde MadGraph5_aMC@NLO programı kullanılmıştır. Üretilen ayar bozonlarının bozunum ve hadronizasyonu için Pythia8 ve detektör benzetimi için de Delphes programı kullanılmıştır. Sonrasında ROOT makroları yardımıyla bağlaşım sabitleri için analizler yapılmıştır. Analiz aşamasında $L_{\text{int}}=1 \text{ ab}^{-1}$ ışınlıkla İstatistiksel Anlamlılık (SS) yöntemi kullanılarak bağlaşım sabitleri üzerine 3σ güvenilirlikle (%99,73) sınırlar getirilmiştir. Analiz sonucunda elde edilen sınırlamalar her bir bağlaşım sabiti için şu şekildedir: $c_b [-8.1; +7.3]$, $c_W [-5.8; +5.4]$, $c_{WWW} [-3.0; +3.1]$, $c_{\tilde{W}WW} [-1.6; +1.4]$. Bulunan sınırlamalar, deneylerden elde edilen limitlerden daha iyidir.

Mayıs 2024, 79 sayfa

Anahtar Kelimeler: Anormal bağlaşımlar, üçlü ayar bozonları, boyut-6 etkileşmeler, etkin alan teorisi, bağlaşım sabitleri, dim-6 operatörleri, etkin Lagranjiyen

ABSTRACT

Master Thesis

INVESTIGATION OF TRIPLE ANOMALOUS COUPLINGS OF CHARGED GAUGE BOSONS AT LEPTON COLLIDERS

Selin SOYSAL DURAK

Ankara University
Graduate School of Natural and Applied Sciences
Department of Physics

Supervisor: Assoc. Prof. Dr. Volkan ARI

In this thesis, the process $e^-e^+ \rightarrow W^+W^- \rightarrow l^\pm \nu_l jj$ for 6-dimensional anomalous triple gauge boson (aTGC) interactions was studied at the Compact Linear Collider (CLIC). The process was investigated for the collider's center-of-mass energy option of $\sqrt{s} = 3 \text{ TeV}$. Contributions beyond the Standard Model were considered using effective field theory, focusing on the six-dimensional interactions of triple gauge bosons. The aim was to explore new physics effects and impose constraints on new physics couplings. For the simulation of the process, the MadGraph5_aMC@NLO program was used for event generation. Pythia8 was used for the decay and hadronization of the generated gauge bosons, and the Delphes program was utilized for detector simulation. Subsequent analyses of the coupling constants were performed using ROOT macros. During the analysis phase, constraints on the coupling constants were derived with 3σ confidence level (99.73%) using the Statistical Significance (SS) method with an integrated luminosity of $L_{\text{int}}=1 \text{ ab}^{-1}$. The constraints obtained for each coupling constant are as follows: $c_b [-8.1; +7.3]$, $c_W [-5.8; +5.4]$, $c_{WWW} [-3.0; +3.1]$, $c_{\tilde{W}WW} [-1.6; +1.4]$. The limits found are better than the limits obtained from experiments.

May 2024, 79 pages

Keywords: Anomalous couplings, triple gauge bosons, dimension-6 interactions, effective field theory, coupling constant, dim-6 operators, effective Lagrangian

TEŞEKKÜR

Bütün sorularıma bıkmadan usanmadan sabırla cevap veren, bana en büyük desteği sağlayan değerli hocam Doç. Dr. Volkan ARI'ya tüm emekleri için sonsuz teşekkürlerimi ve saygılarımı sunarım. Ne zaman bir sıkıntım olsa dinleyen, desteğini esirgemeyen değerli hocam Doç. Dr. Aysuhan OZANSOY'a ve jürimde yer alan değerli hocam Dr. Öğr. Üyesi Volkan ÇETİNKAYA'ya teşekkürlerimi sunarım. Her zaman yanımda olan en değerli varlığım eşim Deniz DURAK'a, üzerimdeki tüm emekleri için canım aileme, tez sürecinde hiçbir desteğini esirgemeyen biricik dostum Ferhat KALKAN'a minnet ve teşekkürlerimi sunarım.

Selin SOYSAL DURAK

Ankara, Mayıs 2024

İÇİNDEKİLER

TEZ ONAY SAYFASI

ETİK.....	i
ÖZET.....	ii
ABSTRACT	iii
TEŞEKKÜR	iv
SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ	vii
ŞEKİLLER DİZİNİ	viii
ÇİZELGELER DİZİNİ	x
1. GİRİŞ	1
1.1 Kuvvetler.....	1
1.1.1 Elektromanyetik kuvvet	1
1.1.2 Zayıf kuvvet	2
1.1.3 Güçlü kuvvet.....	2
1.2 Madde Parçacıkları.....	3
1.2.1 Leptonlar.....	3
1.2.2 Kuarklar	4
2. ELEKTROZAYIF ETKİLEŞMELER	6
2.1 Elektrodinamik Etkileşmeler	6
2.2 Zayıf Etkileşmeler	12
2.3 Elektrozayıf Etkileşmeler	12
3. ETKİN ALAN TEORİSİ.....	24
3.1 Etkin Alan Teorisinin Yukarıdan Aşağıya İnşası	25
3.2 Etkin Alan Teorisinin Aşağıdan Yukarıya İnşası	26
3.2.1 Boyut analizi	27
3.2.2 Etkin Lagranjiyen ve operatörler.....	31
3.2.3 Boyut-6 operatörler.....	34
3.2.4 Yüklü ayar bozonlarının bağlaşımları	38
4. HESAPLAR.....	41
4.1 Bozunma Oranı ve Tesir Kesiti.....	41
4.2 $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$ Süreci için Genlik Hesabı.....	43
4.2.1 $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$ süreci için genlik hesabı (Ara parçacık foton)	43
4.2.2 $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$ süreci için genlik hesabı (Ara parçacık Z bozonu)	46
4.2.3 $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$ süreci için girişim terimleri hesabı ($M_1M_2^\dagger$).....	49
4.2.4 $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$ süreci için girişim terimleri hesabı ($M_2M_1^\dagger$).....	51
5. HİSTOGRAMLAR.....	54
5.1 Pseudorapidity.....	54
5.2 Enine Momentum.....	55

5.3 Histogramlar.....	57
5.3.1 Standart Model histogramları	58
5.3.2 Standart Modele c_b bağlaşım sabiti eklenerek elde edilen histogramlar.....	60
5.3.3 Standart Modele c_{pw} bağlaşım sabiti eklenerek elde edilen histogramlar.....	62
5.3.4 Standart Modele c_{pwww} bağlaşım sabiti eklenerek elde edilen histogramlar...	64
5.3.5 Standart Modele c_w bağlaşım sabiti eklenerek elde edilen histogramlar.....	66
5.3.6 Standart Modele c_{www} bağlaşım sabiti eklenerek elde edilen histogramlar....	68
6. ANALİZ	71
7. SONUÇ VE YORUM.....	75
KAYNAKLAR	76
ÖZGEÇMİŞ.....	79

SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

$\psi_i(x)$	Fermiyon alanı
A_μ	Foton alanı
μ, ν	Lorentz indisleri
e	Elektriksel yük
$g^{\mu\nu}$	Minkowsli metriği
θ_W	Weinberg açısı (zayıf karışım açısı)
W^+, W^-, Z	Zayıf kuvvet bozonları
e^-	Elektron
μ	Müon
τ	Tau
ν_e	Elektron nötrinosu
ν_μ	Müon nötrinosu
ν_τ	Tau nötrinosu
e^+	Pozitron
$\mathcal{L}$	Lagranjiyen
λ	Kesme enerjisi
$\mathcal{L}_{eff}$	Etkin Lagranjiyen
L_{int}	Toplam ışınlık
D_μ	Kovaryant türev
O_i	Operatörler
S	Eylem
σ	Tesir kesiti
Γ	Bozunma oranı
M	Feynman genliği
$\sqrt{s}$	Kütle merkezi enerjisi
$\mathcal{L}_{SM}$	Standart Model Lagranjiyeni
c_i	Bağlaşım sabitleri
η	Pseudorapidity

Kısaltmalar

SM	Standart Model
KED	Kuantum Elektrodinamiği
KRD	Kuantum Renk Dinamiği
GUT	Büyük Birleşik Teori
BHÇ	Büyük Hadron Çarpıştırıcısı
EFT	Etkin Alan Teorisi
SMÖ	Standart Model Ötesi
SMEFT	Standart Model Etkin Alan Teorisi
PT	Enine Momentum
SS	İstatistiksel Anlamlılık
CMS	Compact Muon Solenoid (Tıkız Müon Solenoidi)
CLIC	Kompakt Lineer Çarpıştırıcı

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 3.1 Elektrozayıf ayar bozonlarının birbirleriyle üçlü ve dördü etkileşim diyagramları.....	38
Şekil 4.1 $e^-e^+ \rightarrow W^+W^-$ sürecinin diyagramları	43
Şekil 4.2 $e^-e^+ \rightarrow W^+W^-$ sürecinin ara parçacık foton için diyagramı	44
Şekil 4.3 $e^-e^+ \rightarrow W^+W^-$ sürecinin ara parçacık Z için diyagramı	47
Şekil 5.1 Farklı açılar için pseudorapidity	54
Şekil 5.2 Bir çarpıştırıcı deneyinin standart gösterimi. Işın demeti Z eksenı boyunca yönelirken, x ve y eksenleri enine düzlemi tanımlar.	55
Şekil 5.3 Standart Model için olay sayısı-jet η dağılımı.....	58
Şekil 5.4 Standart Model için olay sayısı- jet P_T dağılımı.....	58
Şekil 5.5 Standart Model olay sayısı-lepton η dağılımı	59
Şekil 5.6 Standart Model olay sayısı-lepton P_T dağılımı	59
Şekil 5.7 c_b Bağlaşım Sabiti için olay sayısı-jet η dağılımı	60
Şekil 5.8 c_b bağlaşım sabiti için olay sayısı- jet P_T dağılımı.....	60
Şekil 5.9 c_b bağlaşım sabiti için olay sayısı-lepton η dağılımı.....	61
Şekil 5.10 c_b bağlaşım sabiti için olay sayısı-lepton P_T dağılımı.....	61
Şekil 5.11 c_{pw} bağlaşım sabiti için olay sayısı-jet η dağılımı	62
Şekil 5.12 c_{pw} bağlaşım sabiti için olay sayısı-jet P_T dağılımı	62
Şekil 5.13 c_{pw} bağlaşım sabiti için olay sayısı-lepton η dağılımı	63
Şekil 5.14 c_{pw} bağlaşım sabiti için olay sayısı-lepton P_T dağılımı	63
Şekil 5.15 c_{pwww} bağlaşım sabiti için olay sayısı-jet η dağılımı.....	64
Şekil 5.16 c_{pwww} bağlaşım sabiti için olay sayısı-jet P_T dağılımı.....	64
Şekil 5.17 c_{pwww} bağlaşım sabiti için olay sayısı-lepton η dağılımı.....	65
Şekil 5.18 c_{pwww} bağlaşım sabiti için olay sayısı-lepton P_T dağılımı.....	65

Şekil 5.19 c_w bağlaşım sabiti için olay sayısı-jet η dağılımı	66
Şekil 5.20 c_w bağlaşım sabiti için olay sayısı-jet P_T dağılımı	66
Şekil 5.21 c_w bağlaşım sabiti için olay sayısı-lepton η dağılımı	67
Şekil 5.22 c_w bağlaşım sabiti için olay sayısı-lepton P_T dağılımı	67
Şekil 5.23 c_{www} bağlaşım sabiti için olay sayısı-jet η dağılımı	68
Şekil 5.24 c_{www} bağlaşım sabiti için olay sayısı-jet P_T dağılımı	68
Şekil 5.25 c_{www} bağlaşım sabiti için olay sayısı-lepton η dağılımı	69
Şekil 5.26 c_{www} bağlaşım sabiti için olay sayısı-lepton P_T dağılımı	69
Şekil 6.1 Bağlaşım sabitlerine göre toplam tesir kesitleri.....	71
Şekil 6.2 Anormal bağlaşım sabitleri için istatistiksel anlamlılık grafiği. Grafikte normal bağlaşım sınırları 3σ çizgisine göre belirlenmiştir.....	72

ÇİZELGELER DİZİNİ

Çizelge 1.1 Kuvvetler ve taşıyıcı bozonları	3
Çizelge 1.2 Leptonlar	4
Çizelge 1.3 Kuarklar ve özellikleri	5
Çizelge 3.1 Dört fermiyondan oluşan boyut-6 operatörleri	35
Çizelge 3.2 Diğer boyut-6 operatörleri	36
Çizelge 6.1 Bağlaşım sabitleri için deneysel limitler	73
Çizelge 6.2 Farklı σ değerlerine karşılık gelen olasılıksal güvenilirlik oranları	74

1. GİRİŞ

Parçacık fiziğinin Standart Modeli (SM) leptonlar ve kuarklar arası zayıf, elektromanyetik ve güçlü etkileşmeleri tanımlayan matematiksel bir teoridir ve deneysel verileri başarılı şekilde açıklar. Standart Model evrendeki tüm maddeyi iki temel parçacık başlığı altında ikiye ayırır. Bunlar “fermionlar” ve “bozonlar” dır. Fermiyonlar madde parçacıkları iken kuvvet taşıyıcı parçacıklar ise bozonlar başlığı altında sınıflandırılır. Doğada dört temel kuvvet vardır: yerçekimi kuvveti, güçlü kuvvet, zayıf kuvvet ve elektromanyetik kuvvet. Standart Model bu dört kuvvetten üçünü ve temel madde parçacıklarının bu kuvvetlerden nasıl etkilendiğini açıklamaya çalışır. Standart Modelde madde parçacıkları yani fermiyonlar arası etkileşmeyi sağlayan kuvvetler birer kuvvet taşıyıcı parçacık ile iletilir. Fermiyonlar arasındaki etkileşmeyi sağlayan bu kuvvet taşıyıcı parçacıklara “ayar (gauge) bozonu” adı verilir. Etkileşmeleri sağlayan kuvvetleri bu şekilde bir kuvvet taşıyıcı parçacık ile açıklanması “cisimlerin uzak mesafelerden aracı olmadan etkileşmesi” gizeminin ortadan kalkmasını sağlar. Standart Model bir alan teorisidir ve Standart Model’deki her bir parçacık uzayda yayılan alanlar olarak tanımlanır. Burada bahsettiğimiz parçacıkların hepsi aslında belirli bir alanın kuantal halini temsil eder ve Standart Model bu alanlar arasındaki etkileşmeleri açıklamaya çalışır.

1.1 Kuvvetler

1.1.1 Elektromanyetik kuvvet

Elektromanyetik kuvvet, elektromanyetik alanla etkileşmenin sonucu olarak ortaya çıkan kuvvettir. Elektromanyetik alanın kuantal haline foton adı verilir. Elektromanyetik etkileşmelerin ya da elektromanyetik kuvvetin taşıyıcı parçacığı fotondur. Elektromanyetik alan sadece yüklü parçacıklarla etkileşime girer. Foton kütsüz ve yüksüz bir parçacıktır ve spin değeri 1’e eşittir. Elektromanyetik kuvvetin menzili sonsuzdur. Elektromanyetik etkileşmeleri açıklayan teoriye Kuantum Elektrodinamiği (KED) adı verilir.

1.1.2 Zayıf kuvvet

Zayıf etkileşmelerin kuvvet taşıyıcı bozonları W^+ , W^- ve Z^0 bozonlarıdır. Bu bozonlar diğer bozonlara göre oldukça ağır bozonlardır. Kütleleri sırasıyla; $80 \text{ GeV}/c^2$, $80 \text{ GeV}/c^2$ ve $91 \text{ GeV}/c^2$ dir. W^+ bozonu +1, W^- bozonu -1 elektrik yüküne sahipken Z bozonu nötr bir bozondur. Zayıf kuvvet beta bozunması gibi radyoaktif bozunmalardan sorumlu olan kuvvettir. Bu bozonların spini 1'dir. Zayıf Kuvvet ve Elektromanyetik Kuvvet “Elektrozayıf Teori” başlığı altında tek bir kuvvet olarak birleşmiştir.

1.1.3 Güçlü kuvvet

Güçlü kuvvet kuark adı verilen parçacıkların etkileşmesinden sorumlu kuvvettir ve bu kuvvetin taşıyıcı parçacığına “gluon” adı verilir. Kuarklar arası etkileşim gluonların değiş tokuşu ile sağlanmaktadır. Proton ve nötronlar kuarklardan oluştuğu için proton ve nötronları bir arada tutulmasından sorumlu parçacıklar gluonlardır. Toplamda 8 adet gluon bulunmaktadır. Gluonlar ve kuarklar “renk yükü” adı verilen bir özelliğe sahiptir ve bu özelliğe sahip parçacıklar güçlü etkileşmelere girer. Renk yükünün gerçek renklerle alakası bulunmamaktadır. Renk yükü taşıyan parçacıklar serbest halde gözlenememektedir çünkü renk yüklerinden dolayı bu parçacıklar bir araya gelmeye eğilimlidirler. Gluonlar kütsüz parçacıklardır ve spinleri 1'dir. Güçlü etkileşmeleri açıklayan teori “Kuantum Renk Dinamiği (KRD)” olarak adlandırılmaktadır.

Elektrik ve manyetizmanın elektromanyetik kuvvet olarak birleşmesi ve elektromanyetik kuvvet ile zayıf kuvvetin elektrozayıf kuvvet olarak birleşmiş olması akıllara bütün kuvvetleri birleştiren tek bir teorinin olma olasılığını getirmektedir. Bu sebeple Elektrozayıf Teori ile Kuantum Renk Dinamiğini birleştirecek “Büyük Birleşik Teori (GUT)” arayışı devam etmektedir.

Çizelge 1.1 Kuvvetler ve taşıyıcı bozonları

Standart Modelde Kuvvetler ve Taşıyıcı Bozonları		
Kuvvet	Etki Ettiği Parçacık	Kuvvet Taşıyıcı Parçacık
Elektromanyetik	Elektrik yüküne sahip bütün parçacıklar	Foton (γ) (Kütlesiz, Spin-1)
Zayıf Kuvvet	Kuarklar, Leptonlar, Elektrozayıf Bozonlar	$W^{\pm}, Z^0$ (80 GeV/c ² , 91 GeV/c ² , Spin-1)
Güçlü Kuvvet	Renk yükü taşıyan tüm parçacıklar (kuarklar ve gluonlar)	8 adet gluon (Kütlesiz, Spin-1)

1.2 Madde Parçacıkları

Daha önce de belirtildiği gibi Standart Model’de parçacıklar 2 temel kategori altında incelenir. Kuvvet taşıyıcı parçacıklar ‘bozonlar’ ile madde parçacıkları olarak adlandırılan ‘fermionlar’. Fermiyonlar da kendi aralarında 2 kategoriye ayrılır. Bunlar ‘Leptonlar’ ve ‘Kuarklardır’. Leptonların ve kuarkların spini $\frac{1}{2}$ dir.

1.2.1 Leptonlar

Standart Modelde 6 çeşit *lepton* bulunmaktadır. Bunlar *elektron* (e), *müon* (μ), *tau* (τ) , *elektron nötrino* (ν_e), *müon nötrino* (ν_μ), *tau nötrino* (ν_τ) olarak isimlendirilir. Elektron, müon ve tau -e elektrik yüküne sahipken nötrinolar yüksüz parçacıklardır. Leptonlar renk yükü taşımaz ve bu sebeple güçlü etkileşmelere girmez. Nötrinolar sadece zayıf etkileşmelere girer, elektriksel olarak yüksüz oldukları için elektromanyetik etkileşmelere girmez. Müon ve tau parçacıkları elektronun daha ağır kopyaları gibidir. Müon ve tau kararsız parçacıklardır ve belli bir süre sonunda elektrona bozunurlar. Müonun ömrü 2.197×10^{-6} s, tau parçacığının ömrü ise $(291.0 \pm 1.5) \times 10^{-15}$ s’dir. Elektron ise bu iki

parçacığın aksine kararlı bir parçacıktır. Leptonlar üç aileye ayrılır. Aşağıdaki tabloda leptonların ailelerine göre sınıflandırılması, yükleri ve kütleleri verilmiştir.

Çizelge 1.2 Leptonlar

Leptonlar			
Aile	Leptonun Adı	Elektriksel Yük (e)	Kütle
Birinci Aile	Elektron (e)	-1	0.511 MeV/c ²
	Elektro Nötrino (ν_e)	0	6.24 eV
İkinci Aile	Müon (μ)	-1	106 MeV/c ²
	Müon Nötrino (ν_μ)	0	89.78 eV
Üçüncü Aile	Tau (τ)	-1	1777 MeV/c ²
	Tau Nötrino (ν_τ)	0	368.7 eV

1.2.2 Kuarklar

Kuarklar madde parçacıklarını oluşturan diğer parçacık grubudur. 6 adet farklı kuark bulunmaktadır. Bunlar sırasıyla *yukarı* (u), *aşağı* (d), *acayip* (s), *tılsım* (c), *alt* (b), *üst* (t) kuark olarak adlandırılır. Kuarklar bütün kuvvetlerle etkileşime girer. Kuarklar, gluonlar gibi renk yüküne sahiptir ve bu sebeple güçlü kuvvet ile etkileşime girer. Bu parçacıklar renk yükünün yanında elektrik yüküne de sahiptir ve elektromanyetik etkileşimlerde bulunurlar. Güçlü etkileşimlerden dolayı kuarklar asla serbest halde gözlenemezler; her zaman başka kuarklarla bağlı durumda bulunurlar. Birden fazla kuarkın bağlı olarak oluşturduğu parçacıklar *hadron* olarak adlandırılmaktadır. Kuarklar da leptonlar gibi üç aileye ayrılır. Aşağıdaki tablo kuarkları ailelerine göre sınıflandırıp, elektrik yükleri ve kütleleri hakkında bilgi vermektedir.

Çizelge 1.3 Kuarklar ve özellikleri

Kuarklar			
Aile	Kuarkın Adı	Elektriksel Yük (e)	Kütle (MeV/c ²)
Birinci Aile	Aşağı Kuark (d)	-1/3	2
	Yukarı Kuark (u)	2/3	5
İkinci Aile	Acayip Kuark (s)	-1/3	100
	Tılsım Kuark (c)	2/3	1200
Üçüncü Aile	Alt Kuark (b)	-1/3	4200
	Üst Kuark (t)	2/3	174000

Leptonlar ve kuarkların ailelere göre sınıflandırılmasında, birinci aileden üçüncü aileye doğru gidildiğinde parçacıkların kütleleri artmaktadır. Leptonlar ve kuarkların kendileriyle aynı kütleye sahip fakat elektrik yükünün tam zıttı elektrik yüküne sahip antiparçacıkları bulunmaktadır. Nötrinolar gibi yüksüz parçacıkların antiparçacıkları da yüksüzdür. Örneğin elektronun antiparçacığı olan *pozitron* (e^+), elektron ile aynı kütleye sahiptir fakat elektrik yükü $+e$ 'dir.

Standart Modelin bir diğer parçacığı 2012 yılında Büyük Hadron Çarpıştırıcısında (BHÇ) ATLAS ve CMS deneyleri sonucunda ortaya çıkan *Higgs Parçacığı* ya da *Higgs Bozonu* olarak adlandırılan parçacıktır. Bu parçacık Higgs alanının kuantasıdır ve spini 0'dır. Higgs bozonu kütlesi olan parçacıkların kütle kazanmasından sorumludur. Kütleye sahip olan parçacıklar, kütlelerini Higgs alanıyla etkileşimleri sonucu kazanırlar. Higgs bozonunu elektriksel olarak yüksüz bir parçacıktır. Higgs bozonunun kütlesi deneyler sonucunda yaklaşık olarak 125 GeV olarak belirlenmiştir.

2. ELEKTROZAYIF ETKİLEŞMELER

Elektrozayıf etkileşmelerin anlaşılabilmesi için öncelikle elektrodinamik etkileşmelerin yani U(1) simetri dönüşümünün ayrı bir şekilde incelenmesi iyi bir başlangıç olacaktır. Bu şekilde elektrozayıf etkileşmelerin anlaşılabilmesi için gerekli olan SU(2)xU(1) model simetri dönüşümünün uygulanması daha kolay olacaktır.

2.1 Elektrodinamik Etkileşmeler

Elektrodinamik etkileşmelerin sorumlu simetri grubu ya da diğer adıyla ayar grubu U(1) simetri grubudur ve bu grubun bir adet üreticisi vardır. Grubun üretici sayısı o grup etkileşmelerinden sorumlu olan parçacık sayısını verir. Bu sebeple elektrodinamik etkileşmelerden sorumlu tek bir kuvvet taşıyıcı bozon vardır ve bu bozona “foton” adı verilmiştir. Foton elektriksel olarak yüksüz bir parçacıktır ve spini 1’dir. Fotonlar sadece elektriksel yüke sahip parçacıklarla etkileşir; yüklü leptonlarla, kuarklarla ve zayıf kuvvetin taşıyıcı parçacıklardan olan yüke sahip W bozonlarıyla. Nötrinolar elektriksel yüke sahip olmadıkları için fotonlarla etkileşmezler.

Ayar teorisinin nasıl kullanılacağına geçilmeden önce konu içerisinde önemli olacak birkaç Lagranjiyenin gösterilmelidir:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi - \frac{1}{2} \left(\frac{mc}{\hbar} \right)^2 \phi^2 \quad (2.1)$$

(2.1) numaralı Lagranjiyen spin-0 parçacıkları içindir ve bu Lagranjiyen Klein-Gordon denklemini verir.

$$\mathcal{L} = i\hbar c \bar{\psi} \gamma^\mu \partial_\mu \psi + mc^2 \bar{\psi} \psi \quad (2.2)$$

(2.2) numaralı Lagranjiyen spin- $\frac{1}{2}$ parçacıkları yani madde parçacıkları içindir ve bu Lagranjiyen Dirac denklemini verir.

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{16\pi} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} + \frac{1}{8\pi} \left(\frac{mc}{\hbar}\right)^2 A^\nu A_\nu \quad (2.3)$$

(2.3) numaralı Lagranjiyen spin-1 parçacıklar içindir ve Proca denklemini verir.

Burada $F^{\mu\nu} = (\partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu)$ 'ye eşittir. Her bir Lagranjiyenin ilk terimi türev içermektedir ve bu terimler Lagranjiyenlerin kinetik terimleridir. ($\hbar = c = 1$)

Yukarıda yer alan U(1) ayar dönüşümünün nasıl uygulanacağı gösterilmeden önce “global ayar dönüşümü” ve “lokal (yerel) ayar dönüşümü” hakkında bilgi verilmelidir. Global ayar dönüşümü şu anlama gelmektedir; uygulanan dönüşüm uzay-zamandaki her noktaya aynı şekilde uygulanmaktadır. Yani uzayda tüm noktalarda aynı dönüşüm gerçekleşmektedir. Lokal yani yerel dönüşümde ise uygulanan dönüşüm uzay-zamandaki farklı noktalar için farklı miktarlarda gerçekleşmektedir yani yerel dönüşümde uzay-zamana bağlı bir dönüşümden bahsedilmektedir. Ayar (Gauge) Teorisi, alanlar arası etkileşimleri simetri gruplarına dayandırmanın teorisidir. Bu teori özetle şu şekilde kurulur; ilk olarak genellikle global yani uzay-zamandan bağımsız bir simetriye sahip olacak şekilde etkileşmeye sebep olmayan bir alan teorisi belirlenir. Daha sonra bu global simetri yerel bir simetriye dönüştürülmeye çalışılır. Global dönüşümden yerel bir dönüşüme geçerken değişmezliğin korunabilmesi için yeni bir “ayar” alanının tanıtılması gerekmektedir. Bu ayar alanı sayesinde global dönüşüm uzay-zaman bağımlı yani yerel bir dönüşüme dönüşür. Bu yeni ayar alanı Lagranjiyendeki türevin “kovaryant türev” ile değiştirilmesiyle ortaya çıkar. Kovaryant türev, Lagranjiyendeki orijinal alan ile yerel dönüşüme geçişte ortaya çıkan yeni “ayar” alanı arasındaki bağlaşım anlamına gelmektedir, yani kovaryant türev bu alanlar arasındaki etkileşimi verir. Alanlar arası etkileşimi elde ettikten sonra dikkat edilmesi gereken şey elde edilen yeni alanın yani “ayar” alanının henüz statik bir durumda olduğudur. Bu yeni alanın anlamlı olabilmesi için kinetik bir hale getirilmesi gerekmektedir. Bu da elde edilen Lagranjiyene kinetik terimin eklenmesiyle sağlanır. Burada kısaca bahsedilen teori uygulamalı olarak kurularak elektrodinamik etkileşimlerin nasıl elde edildiği gözlemlenebilir. Bunun için öncelikle (2.2) numaralı Dirac Lagranjiyeni ile başlanır. Bu Lagranjiyen serbest

durumdaki madde parçacıklarını tanımlayan Lagranjiyendir. Birimsel olarak $\hbar = c = 1$ alınırsa Lagranjiyen

$$\mathcal{L} = i\bar{\psi}(x)\gamma^\mu\partial_\mu\psi(x) + m\bar{\psi}(x)\psi(x) \quad (2.4)$$

halini alacaktır. Bu Lagranjiyende ψ' ler alanları temsil etmektedir. İlk olarak bu alanlara global U(1) dönüşümü uygulanır. U(1) dönüşümü altında ψ ve $\bar{\psi}$ alanları

$$\psi(x) \rightarrow \psi'(x) = e^{iq\theta} \psi(x) \quad (2.5)$$

$$\bar{\psi}(x) \rightarrow \bar{\psi}'(x) = e^{-iq\theta} \bar{\psi}(x) \quad (2.6)$$

olarak dönüşür. Alanlar dönüşüme uğramış halleriyle Lagranjiyene yerleştirildiğinde Lagranjiyenin değişmez kaldığı görülür.

$$\mathcal{L} \rightarrow \mathcal{L}' = ie^{-iq\theta}\bar{\psi}(x)\gamma^\mu\partial_\mu(e^{iq\theta}\psi(x)) + me^{-iq\theta}\bar{\psi}(x)e^{iq\theta}\psi(x) \quad (2.7)$$

$$\mathcal{L}' = i\bar{\psi}(x)\gamma^\mu\partial_\mu\psi(x) + m\bar{\psi}(x)\psi(x) \quad (2.8)$$

Görüldüğü gibi U(1) global dönüşümü altında Lagranjiyen değişmez kalmıştır: $\mathcal{L} = \mathcal{L}'$. Global U(1) dönüşümü herhangi bir etkileşme terimi getirmemiştir. Daha sonra yerel U(1) dönüşümü altında (2.4) numaralı Lagranjiyenin değişmez kalıp kalmayacağı incelenmelidir. Yerel U(1) dönüşümünün global U(1) dönüşümünden farkı, global dönüşümdeki θ 'nın yerel dönüşümde uzay-zamana bağlı olmasıdır; $\theta = \theta(x)$. Öyleyse yerel U(1) dönüşümü altında Lagranjiyendeki alanlar aşağıda gösterildiği gibi bir dönüşüme uğrayacaktır:

$$\psi(x) \rightarrow \psi'(x) = e^{iq\theta(x)} \psi(x) \quad (2.9)$$

$$\bar{\psi}(x) \rightarrow \bar{\psi}'(x) = e^{-iq\theta(x)} \bar{\psi}(x) \quad (2.10)$$

Yerel dönüşüme uğramış haliyle alanlar (2.8) numaralı Lagranjiyende yerine konulursa;

$$\mathcal{L} \rightarrow \mathcal{L}' = ie^{-iq\theta(x)}\bar{\psi}(x)\gamma^\mu\partial_\mu[e^{iq\theta(x)}\psi(x)] + me^{-iq\theta(x)}\bar{\psi}(x)e^{iq\theta(x)}\psi(x) \quad (2.11)$$

$$\mathcal{L}' = ie^{-iq\theta(x)}\bar{\psi}(x)\gamma^\mu[e^{iq\theta(x)}\partial_\mu\psi(x) + iq\psi(x)e^{iq\theta(x)}\partial_\mu\theta(x)] + m\bar{\psi}(x)\psi(x) \quad (2.12)$$

$$\mathcal{L}' = ie^{-iq\theta(x)}\bar{\psi}(x)\gamma^\mu e^{iq\theta(x)}\partial_\mu\psi(x) - e^{-iq\theta(x)}\bar{\psi}(x)\gamma^\mu q\psi(x)e^{iq\theta(x)}\partial_\mu\theta(x) + m\bar{\psi}(x)\psi(x) \quad (2.13)$$

$$\mathcal{L}' = i\bar{\psi}(x)\gamma^\mu\partial_\mu\psi(x) - \bar{\psi}(x)\gamma^\mu q\psi(x)\partial_\mu\theta(x) + m\bar{\psi}(x)\psi(x) \quad (2.14)$$

Yerel U(1) dönüşümü altında $\mathcal{L} \neq \mathcal{L}'$ olduğundan Lagranjiyen değişmez kalmamıştır. Burada aranan yerel U(1) dönüşümü uygulandığında değişmez kalacak bir Lagranjiyendir. Kovaryant türev içeren Lagranjiyen bu değişmezliği sağlar. Bunun için daha önce de belirtildiği şekilde kovaryant bir türev tanımlanarak Lagranjiyenin bu kovaryant türevi içerecek şekilde yazılması gerekmektedir.

$$\mathcal{L} = i\bar{\psi}\gamma^\mu\partial_\mu\psi(x) + m\bar{\psi}(x)\psi(x) \quad (2.15)$$

Lagranjiyende ilk terim türev içermektedir. Bu terimdeki türev ifadesi yerine kovaryant türev yerleştirilip, bu Lagranjiyene U(1) yerel dönüşümü uygulanınca Lagranjiyenin değişmez kalıp kalmadığına bakılır. Kovaryant türev:

$$D_\mu = \partial_\mu + iqA_\mu(x) \quad (2.16)$$

Lagranjiyendeki türevli terim kovaryant türev ile değiştirilerek U(1) yerel dönüşümü uygulanacak Lagranjiyen

$$\mathcal{L} = i\bar{\psi}(x)\gamma^\mu D_\mu\psi(x) + m\bar{\psi}(x)\psi(x) \quad (2.17)$$

olarak elde edilir. Daha sonra (2.15) numaralı Lagranjiyene (2.17)'de gösterildiği şekliyle kovaryant türev yerleştirilirse:

$$\mathcal{L} = i\bar{\psi}(x)\gamma^\mu[\partial_\mu + iqA_\mu(x)]\psi(x) + m\bar{\psi}(x)\psi(x) \quad (2.18)$$

$$\mathcal{L} = i\bar{\psi}(x)\gamma^\mu\partial_\mu\psi(x) - q\bar{\psi}(x)\gamma^\mu A_\mu(x)\psi(x) + m\bar{\psi}(x)\psi(x) \quad (2.19)$$

Artık dönüşüm altında değişmez kalıp kalmayacağı incelenecek olan yeni Lagranjiyen (2.19) numaralı Lagranjiyendir. Dikkat edilecek olursa kovaryant türev yeni bir alan içermektedir. Bu alan $A_\mu(x)$ alanıdır. Global U(1) dönüşümü $e^{iq\theta}$ olarak uygulanmıştı, bu dönüşümün yerel hali $e^{iq\theta(x)}$ şeklinde tanımlanır. Şimdi yerel U(1) dönüşümü (2.19) numaralı Lagranjiyende yer alan alanlara uygulanacaktır. Kovaryant türev de bir alan içerdiğinden bu alanın da bu dönüşüm altında nasıl davranacağı tanımlanmalıdır. U(1) yerel dönüşümü altında alanlar;

$$\psi(x) \rightarrow \psi'(x) = e^{iq\theta(x)}\psi(x) \quad (2.20)$$

$$\bar{\psi}(x) \rightarrow \bar{\psi}'(x) = e^{-iq\theta(x)}\bar{\psi}(x) \quad (2.21)$$

$$A_\mu(x) \rightarrow A_\mu'(x) = A_\mu(x) - \partial_\mu\theta(x) \quad (2.22)$$

şeklinde dönüşür. Yerel U(1) dönüşümü uygulanmış alanlar (2.19) numaralı Lagranjiyene yerleştirilerek dönüşüm altındaki yeni Lagranjiyen elde edilir:

$$\mathcal{L} \rightarrow \mathcal{L}' = i\bar{\psi}'(x)\gamma^\mu\partial_\mu\psi'(x) - q\bar{\psi}'(x)\gamma^\mu A_\mu'(x)\psi'(x) + m\bar{\psi}'(x)\psi'(x) \quad (2.23)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}' = & ie^{-iq\theta(x)}\bar{\psi}(x)\gamma^\mu\partial_\mu\left(e^{iq\theta(x)}\psi(x)\right) - qe^{-iq\theta(x)}\bar{\psi}(x)\gamma^\mu[A_\mu(x) - \\ & \partial_\mu\theta(x)]e^{iq\theta(x)}\psi(x) + me^{-iq\theta(x)}\bar{\psi}(x)e^{iq\theta(x)}\psi(x) \end{aligned} \quad (2.24)$$

$$\begin{aligned}\mathcal{L}' = & ie^{-iq\theta(x)}\bar{\psi}(x)\gamma^\mu[e^{iq\theta(x)}\partial_\mu\psi(x) + iq\psi(x)e^{iq\theta(x)}\partial_\mu\theta(x)] - \\ & qe^{-iq\theta(x)}\bar{\psi}(x)\gamma^\mu A_\mu(x)e^{iq\theta(x)}\psi(x) + qe^{-iq\theta(x)}\bar{\psi}(x)\gamma^\mu e^{iq\theta(x)}\psi(x)\partial_\mu\theta(x) + \\ & m\bar{\psi}(x)\psi(x)\end{aligned}\quad (2.25)$$

$$\begin{aligned}\mathcal{L}' = & ie^{-iq\theta(x)}\bar{\psi}(x)\gamma^\mu e^{iq\theta(x)}\partial_\mu\psi(x) - qe^{-iq\theta(x)}\bar{\psi}(x)\gamma^\mu\psi(x)e^{iq\theta(x)}\partial_\mu\theta(x) - \\ & qe^{-iq\theta(x)}\bar{\psi}(x)\gamma^\mu A_\mu(x)e^{iq\theta(x)}\psi(x) + qe^{-iq\theta(x)}\bar{\psi}(x)\gamma^\mu e^{iq\theta(x)}\psi(x)\partial_\mu\theta(x) + \\ & m\bar{\psi}(x)\psi(x)\end{aligned}\quad (2.26)$$

$$\begin{aligned}\mathcal{L}' = & i\bar{\psi}(x)\gamma^\mu\partial_\mu\psi(x) - q\bar{\psi}(x)\gamma^\mu\psi(x)\partial_\mu\theta(x) - q\bar{\psi}(x)\gamma^\mu A_\mu(x)\psi(x) + \\ & q\bar{\psi}(x)\gamma^\mu\psi(x)\partial_\mu\theta(x) + m\bar{\psi}(x)\psi(x)\end{aligned}\quad (2.27)$$

Yukarıda ikinci ve dördüncü terim birbirini götürdükten sonra geriye kalan Lagranjiyen;

$$\mathcal{L}' = i\bar{\psi}(x)\gamma^\mu\partial_\mu\psi(x) - q\bar{\psi}(x)\gamma^\mu A_\mu(x)\psi(x) + m\bar{\psi}(x)\psi(x)\quad (2.28)$$

Yerel U(1) dönüşümü uygulandıktan sonra elde edilen (2.28) numaralı Lagranjiyen ile (2.19) numaralı Lagranjiyen birbirinin aynısıdır. Yani kovaryant türev sayesinde U(1) yerel dönüşümü altında değişmez kalabilen bir Lagranjiyen elde edilmiştir. En baştaki (2.15) numaralı Lagranjiyen ile en sonda elde edilen (2.28) numaralı Lagranjiyen karşılaştırılmalıdır.

$$\mathcal{L} = i\bar{\psi}\gamma^\mu\partial_\mu\psi(x) + m\bar{\psi}(x)\psi(x)\quad (2.15)$$

$$\mathcal{L}' = i\bar{\psi}(x)\gamma^\mu\partial_\mu\psi(x) - q\bar{\psi}(x)\gamma^\mu A_\mu(x)\psi(x) + m\bar{\psi}(x)\psi(x)\quad (2.28)$$

Dikkat edilirse (2.28) numaralı Lagranjiyen (2.15) numaralı Lagranjiyeni içermektedir fakat $-q\bar{\psi}(x)\gamma^\mu A_\mu(x)\psi(x)$ terimi farklıdır. Bu terim Lagranjiyene eklenen kovaryant türev sebebiyle elde edilmiştir. Bu terim alanların etkileşmesini veren terimdir yani bu terim “*etkileşme terimi*”dir. Kısaca, kovaryant türev sayesinde alanların etkileşmesi elde edilmiştir denebilir. Bu terim şu şekilde yorumlanabilir; $\psi(x)$, $\bar{\psi}(x)$ ve $A_\mu(x)$ alanları birbiriyle etkileşim halindedir, terimin başındaki q sabiti ile bu alanların ne kadar güçlü

bir şekilde etkileştiği hakkında bilgi sahibi olunur. Bu katsayıya “bağlaşım sabiti” denir. $A_\mu(x)$ foton alanıdır, öyleyse ; $\psi(x), \bar{\psi}(x)$ alanları ise foton alanıyla etkileşebilen parçacık alanları olacaktır. Yüklü parçacıklar foton alanıyla taşıdıkları elektriksel yük ile orantılı olacak şekilde etkileşmektedir. Öyleyse q katsayısı aslında elektriksel yük olan “e” dir. Foton alanı $A_\mu(x)$ kendisiyle etkileşime girmeyen bir alandır.

2.2 Zayıf Etkileşmeler

Elektrozayıf etkileşmelere geçmeden önce kısaca zayıf etkileşmelerden bahsedilmelidir. Zayıf etkileşmeleri sağlayan simetri grubu ya da simetri dönüşümü SU(2) ayar grubudur. Bu grubun üç adet üreticisi vardır. Grubun üç adet üreticisinin olması, bu etkileşmelerden sorumlu üç adet kuvvet taşıyıcı bozon olduğu anlamına gelmektedir. Bu bozonlar W^+ , W^- ve Z^0 bozonlarıdır. W^+ bozonu +1 elektrik yüküne sahiptir ve kütlesi $80 \text{ GeV}/c^2$ dir. Benzer şekilde W^- bozonu elektriksel olarak -1 elektrik yüküne sahiptir ve kütlesi $80 \text{ GeV}/c^2$ dir. Z bozonu ise elektriksel olarak yüksüzdür ve $91 \text{ GeV}/c^2$ kütleyle sahiptir. Foton alanının aksine zayıf kuvvet taşıyıcı bozonları kendi alanlarıyla etkileşime girerler. Bu etkileşmeler hakkındaki bilgiler bağlaşım sabitlerinden elde edilmektedir. W bozonları elektriksel yüke sahip olduğu için foton alanıyla etkileşime girer fakat Z bozonu nötr olduğundan foton alanıyla etkileşmez. Zayıf kuvvet bozonları leptonlar ve kuarklarla etkileşime girer. Zayıf etkileşmeler beta bozunması gibi radyoaktif süreçlerden de sorumludur.

2.3 Elektrozayıf Etkileşmeler

Elektrozayıf etkileşmeler, zayıf etkileşmeler ile elektrodinamik etkileşmelerin birleşiminden oluşan etkileşmelerdir. Bu birleşik teori, Sheldon Glashow, Abdus Salam ve Steven Weinberg tarafından geliştirilmiştir. Önceki bölümlerde bahsedildiği gibi elektrodinamik etkileşmelerden sorumlu simetri (ayar) grubu U(1) simetri grubu ve zayıf etkileşmelerden sorumlu ayar grubu ise SU(2) ayar grubudur. Öyleyse elektrozayıf etkileşmelerden sorumlu simetri grubu bu iki ayar grubunun bir çeşit ortak kullanımını içermelidir. Elektrozayıf etkileşmelerden sorumlu simetri grubu $SU(2) \otimes U(1)$ ayar grubudur. Elektrozayıf etkileşmelerin elde edilebilmesi için bu ayar grubunun

dönüşümleri alanlara uygulanmalı ve elektrodinamik etkileşmeler incelenirken yapıldığı gibi kovaryant türev sayesinde parçacık alanlarının etkileşme terimleri elde edilmelidir. Elektrozayıf etkileşmeler incelenirken kuark ailesinden ya da lepton ailesinden yararlanılabilir. İlgili süreç leptonları içerdiği için elektrozayıf etkileşmeler burada leptonlar üzerinden incelenecektir. Bu bölümde parçacıklarla ilgili daha önce bahsedilmeyen bir özellik olan “helisite” kavramına yer verilecektir. Helisite parçacığın “sağ eli” ya da “sol eli” olma durumudur ve parçacığın spini ile bağlantılıdır.

Elektrozayıf etkileşmeleri elde edebilmek için yapılması gereken ilk şey kullanılacak lepton parçacıklarının tanımlanmasıdır:

$$\psi_1(x) = \begin{pmatrix} \nu_e \\ e^- \end{pmatrix}_L \quad \psi_2(x) = \nu_{eR} \quad \psi_3(x) = e_R \quad (2.29)$$

Parçacıkların yanındaki L harfi sol-elli alanı, R harfi ise sağ-elli alanı temsil etmektedir. Dikat edilirse sol eli fermiyonlar ikili (doublet) halinde iken sağ eli fermiyonlar tekli (singlet) halindedir. Serbest durum Lagranjienyi aşağıdaki gibi tanımlanır:

$$\mathcal{L}_o = \sum_{j=1}^3 i\bar{\psi}_j(x) \gamma^\mu \partial_\mu \psi_j(x) \quad (2.30)$$

$$\mathcal{L}_o = i\bar{\psi}_1(x) \gamma^\mu \partial_\mu \psi_1(x) + i\bar{\psi}_2(x) \gamma^\mu \partial_\mu \psi_2(x) + i\bar{\psi}_3(x) \gamma^\mu \partial_\mu \psi_3(x) \quad (2.31)$$

Bu Lagranjien SU(2)⊗U(1) global dönüşümü altında değişmez kalırken, SU(2)⊗U(1) yerel dönüşümü altında değişmez değildir. Bu sebeple bu dönüşüm altında değişmez kalacak Lagranjien kovaryant türev sayesinde elde edilerek alanlar arası etkileşim terimlerine ulaşılır. Bu Lagranjienin her terimi türev içermektedir. Bu terimlerin her biri için ayrı ayrı kovaryant türevler tanımlanması gerekmektedir. $\psi_1(x)$, $\psi_2(x)$ ve $\psi_3(x)$ alanları SU(2)⊗U(1) yerel dönüşümü altında aşağıdaki gibi dönüşür:

$$\psi_1(x) \rightarrow \psi'_1(x) = e^{iy_1\beta(x)} U_L(x) \psi_1(x) \quad (2.32)$$

$$\psi_2(x) \rightarrow \psi'_2(x) = e^{iy_2\beta(x)} \psi_2(x) \quad (2.33)$$

$$\psi_3(x) \rightarrow \psi'_3(x) = e^{iy_3\beta(x)}\psi_3(x) \quad (2.34)$$

Yukarıdaki $SU(2) \otimes U(1)$ yerel dönüşümünde yer alan $e^{iy\beta(x)}$ çarpanı $U(1)$ yerel dönüşümünü yani elektrodinamik etkileşmeyi temsil etmektedir. $\psi_1(x)$ alanına uygulanan $U_L(x)$ terimi ise $SU(2)$ yerel dönüşümünü yani zayıf etkileşmeyi temsil eder. $U_L(x)$ dönüşümü sadece $\psi_1(x)$ alanına etki etmektedir ve $\psi_1(x)$ Lagranjyendeki sol-elli olan tek alan olarak bulunmaktadır. $\psi_2(x)$ ve $\psi_3(x)$ alanları (2.29)'da da görüldüğü üzere sağ-elli alanlardır. Zayıf etkileşmeler yalnızca sol-elli parçacıklara ve sağ-elli antiparçacıklara etki etmektedir. Kovaryant türev kullanarak $SU(2) \otimes U(1)$ yerel dönüşümü altında değişmez kalacak Lagranjiyen aşağıdaki gibi tanımlanır:

$$\mathcal{L} = \sum_{j=1}^3 i\bar{\psi}_j(x) \gamma^\mu D_\mu \psi_j(x) \quad (2.35)$$

$$\mathcal{L} = i\bar{\psi}_1(x) \gamma^\mu D_\mu \psi_1(x) + i\bar{\psi}_2(x) \gamma^\mu D_\mu \psi_2(x) + i\bar{\psi}_3(x) \gamma^\mu D_\mu \psi_3(x) \quad (2.36)$$

(2.36) numaralı Lagranjiyen $SU(2) \otimes U(1)$ yerel dönüşümü altında değişmezdir ve alanlar arası etkileşme terimlerini içerir. Lagranjyendeki kovaryant türevler şu şekildedir (2.40 ile verilen sayılar “hiperyük” olarak adlandırılır):

$$D_\mu \psi_1(x) \equiv [\partial_\mu + ig\tilde{W}_\mu(x) + ig'y_1 B_\mu(x)]\psi_1(x) \quad (2.37)$$

$$D_\mu \psi_2(x) \equiv [\partial_\mu + ig'y_2 B_\mu(x)]\psi_2(x) \quad (2.38)$$

$$D_\mu \psi_3(x) \equiv [\partial_\mu + ig'y_3 B_\mu(x)]\psi_3(x) \quad (2.39)$$

$$y_1 = -\frac{1}{2} \quad y_2 = 0 \quad y_3 = -1 \quad (2.40)$$

Bu kovaryant türevler (2.36)'da yer alan Lagranjiyene yerleştirilecektir fakat yerleştirilmeden önce bazı tanımlar yapılmalıdır:

$$\tilde{W}_\mu(x) \equiv \frac{1}{2} \sigma_i W_\mu^i(x) = \frac{\sigma_1}{2} W_\mu^1(x) + \frac{\sigma_2}{2} W_\mu^2(x) + \frac{\sigma_3}{2} W_\mu^3(x) \quad (2.41)$$

Buradaki σ_i 'ler Pauli matrisleridir. Üç adet Pauli matrisi bulunmaktadır ve bunlar SU(2) simetri grubunun üreticileridir. Pauli matrisleri Hermityen, izsiz, birimsel 2x2'lik matrislerdir.

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (2.42)$$

Pauli matrisleri yerlerine yerleştirilince $\tilde{W}_\mu(x)$ aşağıdaki hale gelir:

$$\begin{aligned} \tilde{W}_\mu(x) = & \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & W_\mu^1(x) \\ W_\mu^1(x) & 0 \end{pmatrix} + \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & -iW_\mu^2(x) \\ iW_\mu^2(x) & 0 \end{pmatrix} + \\ & \frac{1}{2} \begin{pmatrix} W_\mu^3(x) & 0 \\ 0 & -W_\mu^3(x) \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (2.43)$$

$$\tilde{W}_\mu(x) = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} W_\mu^3(x) & W_\mu^1(x) - iW_\mu^2(x) \\ W_\mu^1(x) + iW_\mu^2(x) & -W_\mu^3(x) \end{pmatrix} \quad (2.44)$$

Elde edilen $\tilde{W}_\mu(x)$ aslında W bozonu değildir; bir karışım matrisidir ve içerisinde Pauli matrisleri de yer almaktadır. Burada $\tilde{W}_\mu(x)$ 'i (2.37)'de yer alan kovaryant türevde yerine konulursa:

$$D_\mu \psi_1(x) \equiv [\partial_\mu \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + ig\tilde{W}_\mu(x) + ig'y_1 B_\mu(x) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}] \psi_1(x) \quad (2.45)$$

$$\begin{aligned}
D_\mu \psi_1(x) \equiv & \left[\begin{pmatrix} \partial_\mu & 0 \\ 0 & \partial_\mu \end{pmatrix} + \right. \\
& \begin{pmatrix} \frac{1}{2}igW_\mu^3(x) & \frac{1}{2}igW_\mu^1(x) + \frac{1}{2}gW_\mu^2(x) \\ \frac{1}{2}igW_\mu^1(x) - \frac{1}{2}gW_\mu^2(x) & -\frac{1}{2}igW_\mu^3(x) \end{pmatrix} + \\
& \left. \begin{pmatrix} ig'y_1B_\mu(x) & 0 \\ 0 & ig'y_1B_\mu(x) \end{pmatrix} \right] \begin{pmatrix} v_{e_L} \\ e_L \end{pmatrix} \quad (2.46)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
D_\mu \psi_1(x) \equiv & \left[\begin{pmatrix} \partial_\mu + \frac{1}{2}igW_\mu^3(x) + ig'y_1B_\mu(x) & \frac{1}{2}igW_\mu^1(x) + \frac{1}{2}gW_\mu^2(x) \\ \frac{1}{2}igW_\mu^1(x) - \frac{1}{2}gW_\mu^2(x) & \partial_\mu - \frac{1}{2}igW_\mu^3(x) + ig'y_1B_\mu(x) \end{pmatrix} \right] \begin{pmatrix} v_{e_L} \\ e_L \end{pmatrix} \quad (2.47)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
D_\mu \psi_1(x) & \equiv \left[\begin{pmatrix} \partial_\mu v_{e_L} + \frac{1}{2}igW_\mu^3(x)v_{e_L} + ig'y_1B_\mu(x)v_{e_L} + \frac{1}{2}igW_\mu^1(x)e_L + \frac{1}{2}gW_\mu^2(x)e_L \\ \frac{1}{2}igW_\mu^1(x)v_{e_L} - \frac{1}{2}gW_\mu^2(x)v_{e_L} + \partial_\mu e_L - \frac{1}{2}igW_\mu^3(x)e_L + ig'y_1B_\mu(x)e_L \end{pmatrix} \right] \\
& \quad (2.48)
\end{aligned}$$

Elde edilen $D_\mu \psi_1(x)$ (2.36)'daki Lagranjiyenin ilk teriminde yerine konulur ve bu terim $\mathcal{L}_1$ olarak adlandırılırsa:

$$\mathcal{L}_1 = i\bar{\psi}_1(x)\gamma^\mu D_\mu \psi_1(x) \quad (2.49)$$

$$\psi_1(x) = \begin{pmatrix} v_{e_L} \\ e_L \end{pmatrix} \rightarrow \bar{\psi}_1(x) = (\bar{v}_{e_L} \quad \bar{e}_L) \quad (2.50)$$

$$\mathcal{L}_1 = i(\bar{v}_{e_L} \quad \bar{e}_L)\gamma^\mu \begin{pmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{pmatrix} D_\mu \psi_1(x) = i(\bar{v}_{e_L} \quad \bar{e}_L) \begin{pmatrix} 0 & \gamma^\mu \\ \gamma^\mu & 0 \end{pmatrix} D_\mu \psi_1(x) \quad (2.51)$$

$$\mathcal{L}_1 = i(\bar{\nu}_{eL} \quad \bar{e}_L) \begin{pmatrix} \gamma^\mu & 0 \\ 0 & \gamma^\mu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \partial_\mu \nu_{eL} + \frac{1}{2} i g W_\mu^3(x) \nu_{eL} + i g' y_1 B_\mu(x) \nu_{eL} + \frac{1}{2} i g W_\mu^1(x) e_L + \frac{1}{2} g W_\mu^2(x) e_L \\ \frac{1}{2} i g W_\mu^1(x) \nu_{eL} - \frac{1}{2} g W_\mu^2(x) \nu_{eL} + \partial_\mu e_L - \frac{1}{2} i g W_\mu^3(x) e_L + i g' y_1 B_\mu(x) e_L \end{pmatrix} \quad (2.52)$$

$$\mathcal{L}_1 = i(\bar{\nu}_{eL} \quad \bar{e}_L) \begin{pmatrix} \gamma^\mu \partial_\mu \nu_{eL} + \frac{1}{2} i g \gamma^\mu W_\mu^3(x) \nu_{eL} + i g' y_1 \gamma^\mu B_\mu(x) \nu_{eL} + \frac{1}{2} i g \gamma^\mu W_\mu^1(x) e_L + \frac{1}{2} g \gamma^\mu W_\mu^2(x) e_L \\ \frac{1}{2} i g \gamma^\mu W_\mu^1(x) \nu_{eL} - \frac{1}{2} g \gamma^\mu W_\mu^2(x) \nu_{eL} + \gamma^\mu \partial_\mu e_L - \frac{1}{2} i g \gamma^\mu W_\mu^3(x) e_L + i g' y_1 \gamma^\mu B_\mu(x) e_L \end{pmatrix} \quad (2.53)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_1 = & i \bar{\nu}_{eL} \gamma^\mu \partial_\mu \nu_{eL} - \frac{1}{2} g \bar{\nu}_{eL} \gamma^\mu W_\mu^3(x) \nu_{eL} - g' y_1 \bar{\nu}_{eL} \gamma^\mu B_\mu(x) \nu_{eL} - \\ & \frac{1}{2} g \bar{\nu}_{eL} \gamma^\mu W_\mu^1(x) e_L + \frac{1}{2} i g \bar{\nu}_{eL} \gamma^\mu W_\mu^2(x) e_L - \frac{1}{2} g \bar{e}_L \gamma^\mu W_\mu^1(x) \nu_{eL} - \frac{1}{2} i g \bar{e}_L \gamma^\mu W_\mu^2(x) \nu_{eL} + \\ & i \bar{e}_L \gamma^\mu \partial_\mu e_L + \frac{1}{2} g \bar{e}_L \gamma^\mu W_\mu^3(x) e_L - g' y_1 \bar{e}_L \gamma^\mu B_\mu(x) e_L \end{aligned} \quad (2.54)$$

Şimdi yukarıdaki ifadedeki $W_\mu^3(x)$ ve $B_\mu(x)$ yerine aşağıdaki terimleri yerleştirelim:

$$W_\mu^3(x) = \sin \theta_w A_\mu + \cos \theta_w Z_\mu \quad (2.55)$$

$$B_\mu(x) = \cos \theta_w A_\mu - \sin \theta_w Z_\mu \quad (2.56)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_1 = & i \bar{\nu}_{eL} \gamma^\mu \partial_\mu \nu_{eL} - \frac{1}{2} g \bar{\nu}_{eL} \gamma^\mu (\sin \theta_w A_\mu + \cos \theta_w Z_\mu) \nu_{eL} - \\ & g' y_1 \bar{\nu}_{eL} \gamma^\mu (\cos \theta_w A_\mu - \sin \theta_w Z_\mu) \nu_{eL} - \frac{1}{2} g \bar{\nu}_{eL} \gamma^\mu W_\mu^1(x) e_L + \frac{1}{2} i g \bar{\nu}_{eL} \gamma^\mu W_\mu^2(x) e_L - \\ & \frac{1}{2} g \bar{e}_L \gamma^\mu W_\mu^1(x) \nu_{eL} - \frac{1}{2} i g \bar{e}_L \gamma^\mu W_\mu^2(x) \nu_{eL} + i \bar{e}_L \gamma^\mu \partial_\mu e_L + \\ & \frac{1}{2} g \bar{e}_L \gamma^\mu (\sin \theta_w A_\mu + \cos \theta_w Z_\mu) e_L - g' y_1 \bar{e}_L \gamma^\mu (\cos \theta_w A_\mu - \sin \theta_w Z_\mu) e_L \end{aligned} \quad (2.57)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_1 = & i \bar{\nu}_{eL} \gamma^\mu \partial_\mu \nu_{eL} - \frac{1}{2} g \sin \theta_w \bar{\nu}_{eL} \gamma^\mu A_\mu \nu_{eL} - \frac{1}{2} g \cos \theta_w \bar{\nu}_{eL} \gamma^\mu Z_\mu \nu_{eL} - \\ & g' y_1 \cos \theta_w \bar{\nu}_{eL} \gamma^\mu A_\mu \nu_{eL} + g' y_1 \sin \theta_w \bar{\nu}_{eL} \gamma^\mu Z_\mu \nu_{eL} - \frac{1}{2} g \bar{\nu}_{eL} \gamma^\mu W_\mu^1(x) e_L + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{2} i g \bar{\nu}_{eL} \gamma^\mu W_\mu^2(x) e_L - \frac{1}{2} g \bar{e}_L \gamma^\mu W_\mu^1(x) \nu_{eL} - \frac{1}{2} i g \bar{e}_L \gamma^\mu W_\mu^2(x) \nu_{eL} + i \bar{e}_L \gamma^\mu \partial_\mu e_L + \\
& \frac{1}{2} g \sin \theta_w \bar{e}_L \gamma^\mu A_\mu e_L + \frac{1}{2} g \cos \theta_w \bar{e}_L \gamma^\mu Z_\mu e_L - g' \cos \theta_w y_1 \bar{e}_L \gamma^\mu A_\mu e_L + \\
& g' \sin \theta_w y_1 \bar{e}_L \gamma^\mu Z_\mu e_L
\end{aligned} \tag{2.58}$$

Böylece (2.36) numaralı Lagranjiyendeki birinci terim elde edildi. Şimdi bu Lagranjiyendeki ikinci terim bulunmalıdır. Bu terim $\mathcal{L}_2$ olarak adlandırılırsa:

$$\mathcal{L}_2 = i \bar{\psi}_2(x) \gamma^\mu D_\mu \psi_2(x) = i \bar{\psi}_2(x) \gamma^\mu [\partial_\mu + i g' y_2 B_\mu(x)] \psi_2(x) \tag{2.59}$$

$$\psi_2(x) = \nu_{eR} \rightarrow \bar{\psi}_2(x) = \bar{\nu}_{eR} \tag{2.60}$$

$$\mathcal{L}_2 = i \bar{\nu}_{eR} \gamma^\mu (\partial_\mu \nu_{eR} + i g' y_2 B_\mu(x) \nu_{eR}) \tag{2.61}$$

Eşitlik (2.40)'a bakılarak $y_2 = 0$ değeri yerine konur ve $\mathcal{L}_2$ 'nin son hali elde edilir:

$$\mathcal{L}_2 = i \bar{\nu}_{eR} \gamma^\mu \partial_\mu \nu_{eR} \tag{2.62}$$

Son olarak (2.36) numaralı Lagranjiyendeki üçüncü terim bulunmalıdır. Bu terim $\mathcal{L}_3$ olarak adlandırılırsa:

$$\mathcal{L}_3 = i \bar{\psi}_3(x) \gamma^\mu D_\mu \psi_3(x) = i \bar{\psi}_3(x) \gamma^\mu [\partial_\mu + i g' y_3 B_\mu(x)] \psi_3(x) \tag{2.63}$$

$$\psi_3(x) = e_R \rightarrow \bar{\psi}_3(x) = \bar{e}_R \tag{2.64}$$

$$\mathcal{L}_3 = i \bar{e}_R \gamma^\mu \partial_\mu e_R - g' y_3 \bar{e}_R \gamma^\mu B_\mu(x) e_R \tag{2.65}$$

(2.56) numaralı eşitlikten $B_\mu(x) = \cos \theta_w A_\mu - \sin \theta_w Z_\mu$ olarak ve (2.40) eşitlikten $y_3 = -1$ olarak (2.65)'te yerine yazılırsa:

$$\mathcal{L}_3 = i \bar{e}_R \gamma^\mu \partial_\mu e_R + g' \bar{e}_R \gamma^\mu (\cos \theta_w A_\mu - \sin \theta_w Z_\mu) e_R \tag{2.66}$$

$$\mathcal{L}_3 = i\bar{e}_R\gamma^\mu\partial_\mu e_R + g' \cos\theta_w \bar{e}_R\gamma^\mu A_\mu e_R - g' \sin\theta_w \bar{e}_R\gamma^\mu Z_\mu e_R \quad (2.67)$$

Böylece Lagranjiyendeki son terim de elde edilir. O halde (2.36) numaralı Lagranjiyen son haliyle:

$$\mathcal{L} = i\bar{\psi}_1(x)\gamma^\mu D_\mu\psi_1(x) + i\bar{\psi}_2(x)\gamma^\mu D_\mu\psi_2(x) + i\bar{\psi}_3(x)\gamma^\mu D_\mu\psi_3(x) = \mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_2 + \mathcal{L}_3 \quad (2.68)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & i\bar{\nu}_{eL}\gamma^\mu\partial_\mu\nu_{eL} - \frac{1}{2}g \sin\theta_w \bar{\nu}_{eL}\gamma^\mu A_\mu\nu_{eL} - \frac{1}{2}g \cos\theta_w \bar{\nu}_{eL}\gamma^\mu Z_\mu\nu_{eL} - \\ & g'y_1 \cos\theta_w \bar{\nu}_{eL}\gamma^\mu A_\mu\nu_{eL} + g'y_1 \sin\theta_w \bar{\nu}_{eL}\gamma^\mu Z_\mu\nu_{eL} - \frac{1}{2}g\bar{\nu}_{eL}\gamma^\mu W_\mu^1(x)e_L + \\ & \frac{1}{2}ig\bar{\nu}_{eL}\gamma^\mu W_\mu^2(x)e_L - \frac{1}{2}g\bar{e}_L\gamma^\mu W_\mu^1(x)\nu_{eL} - \frac{1}{2}ig\bar{e}_L\gamma^\mu W_\mu^2(x)\nu_{eL} + i\bar{e}_L\gamma^\mu\partial_\mu e_L + \\ & \frac{1}{2}g \sin\theta_w \bar{e}_L\gamma^\mu A_\mu e_L + \frac{1}{2}g \cos\theta_w \bar{e}_L\gamma^\mu Z_\mu e_L - g' \cos\theta_w y_1 \bar{e}_L\gamma^\mu A_\mu e_L + \\ & g' \sin\theta_w y_1 \bar{e}_L\gamma^\mu Z_\mu e_L + i\bar{\nu}_{eR}\gamma^\mu\partial_\mu\nu_{eR} + i\bar{e}_R\gamma^\mu\partial_\mu e_R + g' \cos\theta_w \bar{e}_R\gamma^\mu A_\mu e_R - \\ & g' \sin\theta_w \bar{e}_R\gamma^\mu Z_\mu e_R \end{aligned} \quad (2.69)$$

halini alır. Dikkat edilecek olursa yukarıdaki Lagranjiyende kalın şekilde yazılmış terimler (2.31)'de yer alan $\mathcal{L}_o$ Lagranjiyenine eşittir. Yani kovaryant türev ile elde edilen Lagranjiyen $\mathcal{L}$ aslında $\mathcal{L}_o$ Lagranjiyenini içermektedir. $\mathcal{L}_o$ 'ın terimlerini çıkardığımızda $\mathcal{L}$ 'de geriye kalan terimler alanlar arası etkileşme terimleridir. Öyleyse $\mathcal{L}$ Lagranjiyeni aşağıdaki şekilde yazılabilir;

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_o + \mathcal{L}_{int} \quad (2.70)$$

Buradaki $\mathcal{L}_{int}$ alanlar arası etkileşme terimlerini içeren etkileşim Lagranjiyenidir. Öyleyse son durumda $\mathcal{L}$ şu şekilde yazılabilir ((2.40)'ta bulunan $y_1 = -\frac{1}{2}$ yerine konularak):

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \mathcal{L}_o - \frac{1}{2}g \sin\theta_w \bar{\nu}_{eL}\gamma^\mu A_\mu\nu_{eL} - \frac{1}{2}g \cos\theta_w \bar{\nu}_{eL}\gamma^\mu Z_\mu\nu_{eL} + \\ & \frac{1}{2}g' \cos\theta_w \bar{\nu}_{eL}\gamma^\mu A_\mu\nu_{eL} - \frac{1}{2}g' \sin\theta_w \bar{\nu}_{eL}\gamma^\mu Z_\mu\nu_{eL} - \frac{1}{2}g\bar{\nu}_{eL}\gamma^\mu W_\mu^1 e_L + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{2} i g \bar{\nu}_{eL} \gamma^\mu W_\mu^2 e_L - \frac{1}{2} g \bar{e}_L \gamma^\mu W_\mu^1 \nu_{eL} - \frac{1}{2} i g \bar{e}_L \gamma^\mu W_\mu^2 \nu_{eL} + \frac{1}{2} g \sin \theta_w \bar{e}_L \gamma^\mu A_\mu e_L + \\
& \frac{1}{2} g \cos \theta_w \bar{e}_L \gamma^\mu Z_\mu e_L + \frac{1}{2} g' \cos \theta_w \bar{e}_L \gamma^\mu A_\mu e_L - \frac{1}{2} g' \sin \theta_w \bar{e}_L \gamma^\mu Z_\mu e_L + \\
& g' \cos \theta_w \bar{e}_R \gamma^\mu A_\mu e_R - g' \sin \theta_w \bar{e}_R \gamma^\mu Z_\mu e_R
\end{aligned} \tag{2.71}$$

Sabitleri aşağıdaki şekilde yerine yerleştirilir:

$$g \sin \theta_w = g' \cos \theta_w = \mathbf{e} \tag{2.72}$$

Yukarıdaki e sabiti elektriksel yükü temsil etmektedir. Bu durumda Lagranjiyen

$$\begin{aligned}
\mathcal{L} = \mathcal{L}_0 & - \frac{1}{2} \mathbf{e} \bar{\nu}_{eL} \gamma^\mu A_\mu \nu_{eL} - \frac{1}{2} g \cos \theta_w \bar{\nu}_{eL} \gamma^\mu Z_\mu \nu_{eL} + \frac{1}{2} \mathbf{e} \bar{\nu}_{eL} \gamma^\mu A_\mu \nu_{eL} - \\
& \frac{1}{2} g' \sin \theta_w \bar{\nu}_{eL} \gamma^\mu Z_\mu \nu_{eL} - \frac{1}{2} g \bar{\nu}_{eL} \gamma^\mu W_\mu^1 e_L + \frac{1}{2} i g \bar{\nu}_{eL} \gamma^\mu W_\mu^2 e_L - \frac{1}{2} g \bar{e}_L \gamma^\mu W_\mu^1 \nu_{eL} - \\
& \frac{1}{2} i g \bar{e}_L \gamma^\mu W_\mu^2 \nu_{eL} + \frac{1}{2} \mathbf{e} \bar{e}_L \gamma^\mu A_\mu e_L + \frac{1}{2} g \cos \theta_w \bar{e}_L \gamma^\mu Z_\mu e_L + \frac{1}{2} \mathbf{e} \bar{e}_L \gamma^\mu A_\mu e_L - \\
& \frac{1}{2} g' \sin \theta_w \bar{e}_L \gamma^\mu Z_\mu e_L + \mathbf{e} \bar{e}_R \gamma^\mu A_\mu e_R - g' \sin \theta_w \bar{e}_R \gamma^\mu Z_\mu e_R
\end{aligned} \tag{2.73}$$

Sol-elli ve sağ-elli parçacıklar aşağıdaki şekilde gösterilir:

$$\psi_L = \frac{1-\gamma^5}{2} \psi \quad \psi_R = \frac{1+\gamma^5}{2} \psi \tag{2.74}$$

$$\bar{\psi}_L = \bar{\psi} \frac{1+\gamma^5}{2} \quad \bar{\psi}_R = \bar{\psi} \frac{1-\gamma^5}{2} \tag{2.75}$$

(2.73) numaralı Lagranjiyende parçacık alanları (2.74) ve (2.75)'te gösterildiği gibi yazılırsa Lagranjiyen (Lagranjiyende ikinci terim ile dördüncü terim birbirini götürmektedir):

$$\begin{aligned}
\mathcal{L} = \mathcal{L}_0 & - \frac{1}{2} g \cos \theta_w \bar{\nu}_e \frac{1+\gamma^5}{2} \gamma^\mu Z_\mu \frac{1-\gamma^5}{2} \nu_e - \frac{1}{2} g' \sin \theta_w \bar{\nu}_e \frac{1+\gamma^5}{2} \gamma^\mu Z_\mu \frac{1-\gamma^5}{2} \nu_e - \\
& \frac{1}{2} g \bar{\nu}_e \frac{1+\gamma^5}{2} \gamma^\mu W_\mu^1 \frac{1-\gamma^5}{2} e + \frac{1}{2} i g \bar{\nu}_e \frac{1+\gamma^5}{2} \gamma^\mu W_\mu^2 \frac{1-\gamma^5}{2} e - \frac{1}{2} g \bar{e} \frac{1+\gamma^5}{2} \gamma^\mu W_\mu^1 \frac{1-\gamma^5}{2} \nu_e - \\
& \frac{1}{2} i g \bar{e} \frac{1+\gamma^5}{2} \gamma^\mu W_\mu^2 \frac{1-\gamma^5}{2} \nu_e + \frac{1}{2} \mathbf{e} \bar{e} \frac{1+\gamma^5}{2} \gamma^\mu A_\mu \frac{1-\gamma^5}{2} e + \frac{1}{2} g \cos \theta_w \bar{e} \frac{1+\gamma^5}{2} \gamma^\mu Z_\mu \frac{1-\gamma^5}{2} e +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \mathbf{e} \bar{\mathbf{e}} \frac{1+\gamma^5}{2} \gamma^\mu A_\mu \frac{1-\gamma^5}{2} \mathbf{e} - \frac{1}{2} g' \sin \theta_w \bar{\mathbf{e}} \frac{1+\gamma^5}{2} \gamma^\mu Z_\mu \frac{1-\gamma^5}{2} \mathbf{e} + \mathbf{e} \bar{\mathbf{e}} \frac{1-\gamma^5}{2} \gamma^\mu A_\mu \frac{1+\gamma^5}{2} \mathbf{e} - \\ & g' \sin \theta_w \bar{\mathbf{e}} \frac{1-\gamma^5}{2} \gamma^\mu Z_\mu \frac{1+\gamma^5}{2} \mathbf{e} \end{aligned} \quad (2.76)$$

Lagranjiyeni düzenlenirse:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \mathcal{L}_o - \frac{1}{4} g \cos \theta_w \bar{\mathbf{v}}_e \gamma^\mu Z_\mu (1 - \gamma^5) \mathbf{v}_e - \frac{1}{4} g' \sin \theta_w \bar{\mathbf{v}}_e \gamma^\mu Z_\mu (1 - \gamma^5) \mathbf{v}_e - \\ & \frac{1}{4} g \bar{\mathbf{v}}_e \gamma^\mu W_\mu^1 (1 - \gamma^5) \mathbf{e} + \frac{1}{4} i g \bar{\mathbf{v}}_e \gamma^\mu W_\mu^2 (1 - \gamma^5) \mathbf{e} - \frac{1}{4} g \bar{\mathbf{e}} \gamma^\mu W_\mu^1 (1 - \gamma^5) \mathbf{v}_e - \\ & \frac{1}{4} i g \bar{\mathbf{e}} \gamma^\mu W_\mu^2 (1 - \gamma^5) \mathbf{v}_e + \frac{1}{4} \mathbf{e} \bar{\mathbf{e}} \gamma^\mu A_\mu (1 - \gamma^5) \mathbf{e} + \frac{1}{4} g \cos \theta_w \bar{\mathbf{e}} \gamma^\mu Z_\mu (1 - \gamma^5) \mathbf{e} + \\ & \frac{1}{4} \mathbf{e} \bar{\mathbf{e}} \gamma^\mu A_\mu (1 - \gamma^5) \mathbf{e} - \frac{1}{4} g' \sin \theta_w \bar{\mathbf{e}} \gamma^\mu Z_\mu (1 - \gamma^5) \mathbf{e} + \frac{1}{2} \mathbf{e} \bar{\mathbf{e}} (1 - \gamma^5) \gamma^\mu A_\mu \mathbf{e} - \\ & \frac{1}{2} g' \sin \theta_w \bar{\mathbf{e}} (1 - \gamma^5) \gamma^\mu Z_\mu \mathbf{e} \end{aligned} \quad (2.77)$$

Yukarıdaki (2.77) numaralı eşitlik benzer terimler bir araya getirilerek ayrı ayrı düzenlenecek olursa ($\mathcal{L}_o$ 'dan sonraki ilk iki terim bir araya getirilirse):

$$\begin{aligned} & -\frac{1}{4} g \cos \theta_w \bar{\mathbf{v}}_e \gamma^\mu Z_\mu (1 - \gamma^5) \mathbf{v}_e - \frac{1}{4} g' \sin \theta_w \bar{\mathbf{v}}_e \gamma^\mu Z_\mu (1 - \gamma^5) \mathbf{v}_e = -\frac{1}{4} (g \cos \theta_w + \\ & g' \sin \theta_w) \bar{\mathbf{v}}_e \gamma^\mu Z_\mu (1 - \gamma^5) \mathbf{v}_e = -\frac{1}{4} \left(g \sin \theta_w \frac{\cos \theta_w}{\sin \theta_w} + g' \cos \theta_w \frac{\sin \theta_w}{\cos \theta_w} \right) \bar{\mathbf{v}}_e \gamma^\mu Z_\mu (1 - \\ & \gamma^5) \mathbf{v}_e = -\frac{1}{4} \left(\frac{\mathbf{e}}{\sin \theta_w \cos \theta_w} \right) \bar{\mathbf{v}}_e \gamma^\mu Z_\mu (1 - \gamma^5) \mathbf{v}_e \end{aligned} \quad (2.78)$$

(2.78) numaralı eşitliğin sonunda yer alan $\bar{\mathbf{v}}_e, Z_\mu, \mathbf{v}_e$ parçacık alanlarının dışında kalan $-\frac{1}{4} \left(\frac{\mathbf{e}}{\sin \theta_w \cos \theta_w} \right) \gamma^\mu (1 - \gamma^5)$ çarpanı, bu alanlarının etkileşimleri için yazılan “köşe faktörü”dür. Genlik hesabı sırasında Z parçacığı ile nötrino etkileşmelerini yazılırken bu köşe faktörü kullanılır. (2.77) numaralı eşitlikte yer alan terimler düzenlenmeye devam edilirse ($\mathcal{L}_o$ 'dan sonraki üçüncü ve dördüncü terimler bir araya getirilerek):

$$-\frac{1}{4} g \bar{\mathbf{v}}_e \gamma^\mu W_\mu^1 (1 - \gamma^5) \mathbf{e} + \frac{1}{4} i g \bar{\mathbf{v}}_e \gamma^\mu W_\mu^2 (1 - \gamma^5) \mathbf{e} = -\frac{1}{4} g \bar{\mathbf{v}}_e \gamma^\mu (W_\mu^1 - i W_\mu^2) (1 - \gamma^5) \mathbf{e} \quad (2.79)$$

elde edilir. Bu noktada:

$$W_\mu = \frac{(W_\mu^1 + iW_\mu^2)}{\sqrt{2}} \quad (2.80)$$

$$W_\mu^\dagger = \frac{(W_\mu^1 - iW_\mu^2)}{\sqrt{2}} \quad (2.81)$$

tanımları kullanılır. (2.79)'daki eşitlik (2.81) kullanılarak:

$$\begin{aligned} -\frac{1}{4}g\bar{\mathbf{v}}_e\gamma^\mu(W_\mu^1 - iW_\mu^2)(1 - \gamma^5)\mathbf{e} &= -\frac{1}{2\sqrt{2}}g\bar{\mathbf{v}}_e\gamma^\mu\mathbf{W}_\mu^\dagger(1 - \\ \gamma^5)\mathbf{e} &= -\frac{1}{2\sqrt{2}}\frac{\mathbf{e}}{\sin\theta_w}\bar{\mathbf{v}}_e\gamma^\mu\mathbf{W}_\mu^\dagger(1 - \gamma^5)\mathbf{e} \end{aligned} \quad (2.82)$$

halini alır. Buradan da $\bar{\mathbf{v}}_e$, $\mathbf{W}$ ve $\mathbf{e}$ parçacık alanlarının etkileşmesini veren köşe faktörü $-\frac{1}{2\sqrt{2}}\frac{\mathbf{e}}{\sin\theta_w}\gamma^\mu(1 - \gamma^5)$ olarak elde edilir. Devam edilecek olursa ($\mathcal{L}_o$ 'dan sonraki beşinci ve altıncı terim bir araya getirilerek):

$$\begin{aligned} -\frac{1}{4}g\bar{\mathbf{e}}\gamma^\mu W_\mu^1(1 - \gamma^5)\mathbf{v}_e - \frac{1}{4}ig\bar{\mathbf{e}}\gamma^\mu W_\mu^2(1 - \gamma^5)\mathbf{v}_e &= -\frac{1}{4}g\bar{\mathbf{e}}\gamma^\mu(W_\mu^1 + iW_\mu^2)(1 - \\ \gamma^5)\mathbf{v}_e &= -\frac{1}{2\sqrt{2}}\frac{\mathbf{e}}{\sin\theta_w}\bar{\mathbf{v}}_e\gamma^\mu W_\mu(1 - \gamma^5)\mathbf{v}_e \end{aligned} \quad (2.83)$$

elde edilir. Burada

$$\begin{aligned} \frac{1}{4}\mathbf{e}\bar{\mathbf{e}}\gamma^\mu A_\mu(1 - \gamma^5)\mathbf{e} + \frac{1}{4}\mathbf{e}\bar{\mathbf{e}}\gamma^\mu A_\mu(1 - \gamma^5)\mathbf{e} + \frac{1}{2}\mathbf{e}\bar{\mathbf{e}}(1 - \gamma^5)\gamma^\mu A_\mu\mathbf{e} &= \frac{1}{2}\mathbf{e}\bar{\mathbf{e}}\gamma^\mu A_\mu(1 - \\ \gamma^5)\mathbf{e} + \frac{1}{2}\mathbf{e}\bar{\mathbf{e}}(1 - \gamma^5)\gamma^\mu A_\mu\mathbf{e} &= \frac{1}{2}\mathbf{e}\bar{\mathbf{e}}\gamma^\mu A_\mu(1 - \gamma^5)\mathbf{e} + \frac{1}{2}\mathbf{e}\bar{\mathbf{e}}\gamma^\mu(1 + \gamma^5)A_\mu\mathbf{e} = \mathbf{e}\bar{\mathbf{e}}\gamma^\mu A_\mu\mathbf{e} \end{aligned} \quad (2.84)$$

elde edilerek $\bar{\mathbf{e}}$, A_μ ve $\mathbf{e}$ alanlarının etkileşmesini veren köşe faktörünün $\mathbf{e}\gamma^\mu$ olduğu görülür. Son olarak geriye kalan üç adet terim bir araya getirilirse şu hali alır:

$$\begin{aligned} \frac{1}{4}g\cos\theta_w\bar{\mathbf{e}}\gamma^\mu Z_\mu(1 - \gamma^5)\mathbf{e} - \frac{1}{4}g'\sin\theta_w\bar{\mathbf{e}}\gamma^\mu Z_\mu(1 - \gamma^5)\mathbf{e} - \frac{1}{2}g'\sin\theta_w\bar{\mathbf{e}}(1 - \\ \gamma^5)\gamma^\mu Z_\mu\mathbf{e} \end{aligned} \quad (2.85)$$

Köşe faktörleri elde edilmeye çalışıldığı için parçacık alanları hesaba dahil edilmeden devam etmek kolaylık sağlayacaktır:

$$= \frac{1}{4} g \cos \theta_w \gamma^\mu (1 - \gamma^5) - g' \sin \theta_w \left(\frac{1}{4} \gamma^\mu (1 - \gamma^5) + \frac{1}{2} \gamma^\mu (1 + \gamma^5) \right) \quad (2.86)$$

$$= \frac{1}{4} g \cos \theta_w \gamma^\mu (1 - \gamma^5) - g' \sin \theta_w \left(\frac{1}{4} \gamma^\mu - \frac{1}{4} \gamma^\mu \gamma^5 + \frac{1}{2} \gamma^\mu + \frac{1}{2} \gamma^\mu \gamma^5 \right) \quad (2.87)$$

$$= \frac{1}{4} g \cos \theta_w \gamma^\mu (1 - \gamma^5) - g' \sin \theta_w \left(\frac{3}{4} \gamma^\mu + \frac{1}{4} \gamma^\mu \gamma^5 \right) \quad (2.88)$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{4} g \cos \theta_w \gamma^\mu (1 - \gamma^5) - \frac{1}{4} g' \sin \theta_w \gamma^\mu (3 + \gamma^5) = \frac{1}{4} g \sin \theta_w \frac{\cos \theta_w}{\sin \theta_w} \gamma^\mu (1 - \gamma^5) - \\ &\frac{1}{4} g' \cos \theta_w \frac{\sin \theta_w}{\cos \theta_w} \gamma^\mu (3 + \gamma^5) = \frac{1}{4} \mathbf{e} \frac{\cos^2 \theta_w}{\sin \theta_w \cos \theta_w} \gamma^\mu (1 - \gamma^5) - \frac{1}{4} \mathbf{e} \frac{\sin^2 \theta_w}{\sin \theta_w \cos \theta_w} \gamma^\mu (3 + \gamma^5) \end{aligned} \quad (2.89)$$

$$= \frac{1}{4} \frac{\mathbf{e}}{\sin \theta_w \cos \theta_w} \gamma^\mu (\cos^2 \theta_w - \cos^2 \theta_w \gamma^5 - 3 \sin^2 \theta_w - \sin^2 \theta_w \gamma^5) \quad (2.90)$$

$$g_Z = \frac{\mathbf{e}}{\sin \theta_w \cos \theta_w} \quad (2.91)$$

$$\begin{aligned} &= \frac{g_Z}{4} \gamma^\mu (\cos^2 \theta_w - 3 \sin^2 \theta_w - \gamma^5) = \frac{g_Z}{4} \gamma^\mu (1 - \sin^2 \theta_w - 3 \sin^2 \theta_w - \gamma^5) = \\ &\frac{g_Z}{4} \gamma^\mu (1 - 4 \sin^2 \theta_w - \gamma^5) = -\frac{g_Z}{2} \gamma^\mu \left(-\frac{1}{2} + 2 \sin^2 \theta_w + \frac{1}{2} \gamma^5 \right) \end{aligned} \quad (2.92)$$

$$c_V = -\frac{1}{2} + 2 \sin^2 \theta_w \quad (2.93)$$

$$c_A = -\frac{1}{2} \quad (2.94)$$

olarak tanımlanırsa Z bozonu ile $\bar{e}$ ve e alanları etkileşmesi için köşe faktörü $-\frac{g_Z}{2} \gamma^\mu (c_V - c_A \gamma^5)$ olarak elde edilir. Böylece zayıf etkileşmeler için köşe faktörleri Lagranjiyenden yola çıkarak elde edilmiştir.

3. ETKİN ALAN TEORİSİ

Evrenimiz farklı enerji veya uzunluk ölçeklerinde farklı şekillerde davranmaktadır ve farklı enerjilerde farklı fiziksel problemlerle karşılaşılır. Örneğin bir topun yuvarlanması inceleniyorsa parçacık fiziğinin ayrıntılarının hesaba katılmasına gerek yoktur ya da birkaç yüz GeV'lik enerjilerde çalışılıyorsa Standart Model (SM) ilgili fiziksel süreç için ihtiyaç olan bilgileri tutarlı bir şekilde sağlamaktadır. Özetle, belirli bir ölçekteki gözlenebilir, diğer ölçeklerdeki fiziksel durumlara doğrudan duyarlı değildir. Bir enerji ölçeğinde fiziksel bir olay incelenirken geri kalan diğer enerji ölçeklerindeki fiziksel durumların hesaba dahil edilmesi gerekmemektedir. Örneğin Newton fiziğinin çoğu olayı yüksek enerji fiziğinden bağımsız bir şekilde ele alınabilir. Kısaca, diğer etkileri katmadan da ilgili ölçekteki süreçle ilgili gereken bilgi elde edilebilir, sadece ilgili ölçekte rol oynayan özelliklerin ele alınması yeterlidir. Etkin bir alan teorisi, belirli bir ölçekte çalışırken o ölçeğin ilgili tüm etkilerini içeren fakat diğer ölçeklerde geçerli olan yani rol oynayan etkileri içermeyen, dahil etmeyen bir fizik modelidir. Etkin Alan Teorisinde (EFT) ilgili ölçeğin dışında kalan etkiler göz ardı edilmektedir, bu sebeple tam teoriden daha basit bir modeldir. Etkin alan teorisi yöntemini kullanmak hesapları kolaylaştırır. Etkin alan teorileri yeni ve eski teoriler arasında bağ kurulmasına yardımcı olur. Aynı zamanda yeni fizik araştırması yapmak için iyi bir yöntemdir.

Bir etkin alan teorisi iki şekilde oluşturulabilir (Brehmer, 2016): İlk yol şu şekildedir; elde bulunan daha kapsamlı veya daha temel bir teoriden yola çıkarak bu teoriden daha basit olan bir etkin teori elde edilir. Örneğin Standart Model'den yola çıkılarak daha düşük enerjilerde geçerli daha basit bir model olan Fermi teorisinin elde edilmesi bu yöntemle örnek olarak gösterilebilir. İkinci yol ise, sahip olunan daha basit bir teoriden daha kapsamlı, daha temel bir teori elde etmeye çalışmaktır. İkinci yöntem elde olan teoriyi geliştirmeyi, farklı ayrıntıları teoriye dahil etmeyi ve teorinin daha geniş bir ölçeği içerecek şekilde kapsamlı hale getirilmesini amaçlamaktadır.

3.1 Etkin Alan Teorisinin Yukarıdan Aşağıya (Top-Down) İnşası

Bu yöntemle bir etkin alan teorisi elde etmek, yukarıda bahsedilen birinci yöntem kullanılarak yapılır. Bu yöntemle elde bulunan daha kapsamlı veya daha temel bir teoriden yola çıkılarak bu teoriden daha basit olan bir etkin teorinin elde edilmesi amaçlanmaktadır. Örneğin, elde bulunan kapsamlı bir yüksek enerji fiziği teorisini kullanarak etkin bir alan teorisi elde edilebilir. Burada sahip olunan teori “tam teori” olarak adlandırılır ve bu tam teoriden yola çıkılarak daha basit bir teori elde edilmesi amaçlanmaktadır. Etkin alan teorisi oluşturulmaya başlanırken öncelikle yapılması gereken şey bir enerji sınırının belirlenmesidir. Belirlenen bu enerji sınırının yukarısında kalan fiziksel olayların etkin alan teorisi üzerinde bir etkisi olmayacaktır. Bu belirlenen sınır enerji seviyesi λ ile gösterilir ve teori oluşturulurken çalışılacak enerji seviyesidir:

$$E \ll \lambda \quad (3.1)$$

Etkin alan teorisi bu enerjinin altında kaldığı sürece fiziksel olayları açıklayabilecektir. Standart Model’den yola çıkarak etkin alan teorisi “yukarıdan -aşağı” yöntemi kullanılarak oluşturulmaya çalışılıyorsa, etkin teori oluşturulurken yapılması gereken diğer şey, λ kesme-enerji seviyesinden (cut-off) yukarıda bulunan yani daha yüksek enerjili olan parçacık alanlarının teoriden çıkarılmasıdır. Bu şu anlama gelir, Lagranjiyen, burada etkin alan teorisini tanımlayan “Etkin Lagranjiyen” daha yüksek enerjili alanları içermeyecektir. Bu enerjiden daha yüksek kütleyle sahip parçacıklar teoriye dahi edilmeyecektir. λ enerji seviyesinden daha düşük enerjilerde oluşan alanlar ϕ ile gösterilir. Etkin alan teorisi “yukarıdan-aşağı” yöntemini kullanılarak elde edilmeye çalışılıyor; burada amaç elde bulunan bir teoriden yola çıkarak daha basit bir teori elde etmek, öyleyse bu yeni teori elde bulunan teorinin simetri özelliklerine uyum sağlamalıdır; simetriler korunmalıdır. Etkin Lagranjiyen şu şekilde yazılabilir (Roussos):

$$\mathcal{L}_{eff}[\phi] = \mathcal{L}[\phi] + \sum_i g_i O_i[\phi] \quad (3.2)$$

Eşitlikte bulunan $\mathcal{L}[\phi]$ tam teorinin Lagranjiyenidir. $\mathcal{L}_{eff}[\phi]$ ise etkin alan teorisinin Lagranjiyenini göstermektedir. Etkin Lagranjiyenin elde edilebilmesi için elde olan

teorinin Lagranjiyenine yeni terimler eklenmiştir. Eklenen terimde yer alan $O_i[\phi]$ 'ler "operatör" olarak adlandırılır. Operatörler enerji aralığına dahil olan farklı alanların çarpımları ile elde edilir. Operatörlerin başında yer alan g_i 'ler ise "bağlaşım sabiti" olarak adlandırılır. Bağlaşım sabitleri etkileşmenin gücü ile ilgili bilgi verir. Etkin Lagranjiyen sadece λ enerji seviyesinden daha düşük enerjilerde oluşan ϕ alanlarını içermektedir. Operatörler oluşturulurken simetrilere uygun şekilde oluşturulmalıdır ve operatörler oluşturulurken dikkat edilmesi gereken bir diğer nokta ise boyutsal analizdir. Lagranjiyene eklenecek operatörlerin kütle boyutu Lagranjiyenin kütle (enerji) boyutuyla uyumlu olmalıdır. Bu yöntem kullanılarak etkin teori oluşturmaya örnek olarak Standart Model'den başlayarak daha düşük enerjili bir teori elde edilmesini verebiliriz. Bu durumda tam teori Standart Model olacaktır. Etkin alan teorisi elde etmenin bir sınırı yok denilebilir. Eğer ki Standart Model'den hareket ederek yeni etkin teoriler elde etmeye çalışılıyorsa neredeyse her bir parçacık kütlesi yeni bir kesme-enerjisi, λ olarak belirlenebilir. Bu enerji aralığının dışında kalan alanlar dışarı atılarak yeni etkin teori elde edilebilir.

3.2 Etkin Alan Teorisinin Aşağıdan-Yukarıya (Bottom-Up) İnşası

Tez kapsamında ilgili kısım bu bölümdür; bu sebeple çok daha detaylı şekilde ele alınması gerekmektedir. Evreni tüm enerji seviyelerinde eksiksiz olarak açıklayabilen bir tam-teoriye (full-theory) sahip olunsaydı, etkin teorilere ihtiyaç kalmazdı; fakat ne yazık ki böyle bir tam teori bulunmamaktadır. Şu an için en kapsayıcı denilebilecek teori Standart Model'dir fakat o da birkaç yüz GeV'lik enerjiden daha yukarısı için tam bir açıklama sağlayamamaktadır. Madde-antimadde simetrisini, karanlık maddeyi, şişmeyi veya yerçekimini tam olarak açıklayan bir teori bulunmamaktadır. "Aşağıdan-Yukarıya" (Bottom-Up) yöntemi kullanılarak oluşturulan etkin alan teorileriyle Standart Model'de oluşan sapmalar açıklanmaya çalışılır ya da Standart Model'in açıklayabildiğinden daha yüksek enerjilerdeki fiziksel olaylar, etkileşmeler vb. için teoriler oluşturulmaya çalışılır. Standart Model Ötesi (SMÖ) denilen süreçlere, enerjilere bakılır. Burada artık elde bir önceki yöntemdeki gibi tam bir teori yani altta yatan bir teori bulunmamaktadır. Tam teori (bu durumda SM'den daha kapsamlı bir teori) etkin alan teorisini kullanarak elde edilen teori olacaktır. Bu şekilde, Standart Model'den yola çıkarak elde edilen etkin alan teorileri

Standart Model Etkin Alan Teorisi (SMEFT) olarak adlandırılır. Bir önceki bölümde anlatıldığı gibi yine bir λ enerji seviyesi belirlenmelidir. λ enerjisi aynı zamanda “yeni fizik ölçeği” olarak adlandırılır. λ enerji ölçeğindeki yeni etkileşmeler etkilerini, λ 'dan daha düşük enerjilerde Standart Model'de küçük sapmalar oluşturarak gösterebilirler (Buchmüller ve Wyler, 1985). Bu etkileşmeler Etkin Lagranjiyene operatör olarak dahil edilir. Operatörleri oluştururken dikkat edilmesi gereken noktalar ileride açıklanacaktır. Etkin Lagranjiyen şu şekilde yazılır (Buchmüller ve Wyler, 1985):

$$\mathcal{L}_{eff} = \mathcal{L}_0 + \frac{1}{\lambda} \mathcal{L}_1 + \frac{1}{\lambda^2} \mathcal{L}_2 + \dots \quad (3.3)$$

Burada Etkin Lagranjiyenin ilk terimi olan $\mathcal{L}_0$ Standart Model Lagranjiyenini temsil etmektedir. İkinci terimde yer alan $\mathcal{L}_1$ boyut-5 operatörlerini, $\mathcal{L}_2$ boyut-6 operatörlerini temsil etmektedir. Devamında daha yüksek boyutlu operatörler yazılarak Standart Model Lagranjiyeni geliştirilir ve Etkin Lagranjiyen elde edilir. Burada dikkat edilmesi gereken nokta şudur; operatörlerin boyutu arttıkça başlarında yer alan katsayının değeri azalmaktadır çünkü paydada yer alan λ 'nın kuvveti artmaktadır. Yani operatörlerin boyutu arttıkça Lagranjiyene katkıları azalmaktadır. Operatörlerin hepsi Standart Model simetrisine uyarak yazılmalıdır; $SU(3) \otimes SU(2) \otimes U(1)$ simetrisine ve Lorentz simetrisine uymalıdır. İlgili enerji aralığında başka korunması gereken özellikler varsa operatörler yazılırken onlara da dikkat edilmelidir. İşte bu operatörler aralıcılığı ile Standart Model Lagranjiyeni geliştirilip, daha yüksek enerjilerde bulunan etkileşmeler süreçlere dahil edilebilmektedir. Bu şekilde bir etkin alan teorileri zincirinde ilerleyerek daha yüksek enerjilerde teoriler elde etme şansı bulunabilir ve bu şekilde tüm teorilerin aslında birer etkin teori olduğu düşünülebilir. Etkin alan teorisi bir sonraki yüksek enerji aralığında neler olacağını düşünmeden, belirlenen yüksek enerji sınırlarında çalışılabilmesi için gereken tüm araçları sağlayacaktır.

3.2.1 Boyut analizi

Operatörleri yazarken dikkat edilmesi gereken önemli noktalardan biri boyut analizidir. Operatörler boyutlarına göre ilgili Lagranjiyene eklenebilir. Standart Model için bir etkin alan teorisi geliştirilmesi isteniyorsa öncelikle Kuantum Alan Teorisi çerçevesinden

başlamak iyi bir başlangıç olacaktır. Başlangıç için 4 boyutlu yerel teoriler ve “Eylem” ele alınabilir. Eylem, kuantum alan teorisini tanımlayan temel nesnedir;

$$S = \int dt L \quad (3.4)$$

ve eylem boyutsuzdur. Eylem’in boyutsuz olduğunun görülebilmesi için birtakım boyut analizleri yapılmalıdır. Kuantum Alan Teorisinde $\hbar = c = 1$ kabul edilir ve bir büyüklüğün boyut analizi yapılırken boyut gösterimi köşeli parantez kullanılarak yapılır. Öyleyse $[\hbar] = [c] = 0$ şeklinde yazılabilir çünkü bunlar birer sabittir ve sabitlerin boyutları sıfır kabul edilir. Eylem boyutsuz olduğu için $[S] = 0$ şeklinde gösterilir. Işık hızından yararlanarak;

$$[c] = \left[\frac{\text{uzunluk}}{\text{zaman}} \right] = \left[\frac{L}{T} \right] = 0 \rightarrow [L] = [T] \quad (3.5)$$

uzunluk ve zamanın aynı boyutta oluşu görülebilir. Boyutsal analiz için bakılabilecek diğer eşitlik Einstein’ın kütle-enerji eşitliğini gösteren $E=mc^2$ denklemidir:

$$[E] = [mc^2] = [M] + 2 [c] = [M] + 0 \rightarrow [E] = [M] \quad (3.6)$$

Yukarıdaki analizden enerji ve kütlenin aynı boyutta olduğu görülmektedir. $\hbar = 1$ ve $[\hbar] = 0$ ve Einstein-Planck bağıntısından ($E = \hbar\omega$) yararlanarak:

$$[E] = [\hbar\omega] \quad (3.7)$$

$$[E] = [\hbar] + [\omega] = 0 + \left[\frac{1}{T} \right] \rightarrow [E] = -[T] \quad (3.8)$$

Bu eşitlikten de enerji ve zamanın boyutsal bağıntısının nasıl yazıldığı elde edilmiş oldu. Bu noktada gösterim şu şekilde düzenlenebilir; kütle boyutu 1 kabul edilirse;

$$[M] = 1 \quad (3.9)$$

Bu kabulden sonra kütle boyutuyla aynı boyutta olan bütün büyüklükler boyutsal analizde 1 katkı verecektir. Bu durumda uzunluk ve zaman gibi büyüklükler -1 kütle boyutuna sahip olacaktır ve katkıları -1 olacaktır.

$$[M] = [E] = 1 \quad (3.10)$$

$$[L] = [T] = -1 \quad (3.11)$$

Bu analizler sayesinde Eylem'in boyutsal analizinin yapılması için gereken bilgilere ulaşılmış oldu. (3.4) denkleminde:

$$S = \int dt L \quad (3.4)$$

Yola çıkılırsa bu denklemde Lagranjiyen enerji boyutunda olduğu için $[L] = 1$ şeklinde gösterilir ve boyutsal olarak 1 katkı sağlar. Boyut analizi:

$$[S] = [dt] + [L] = -1 + 1 = 0 \quad (3.12)$$

şeklinde yapılır. Buradan eylemin kütle boyutunun sıfır olduğunu görülmektedir, yani eylem boyutsuz olmalıdır. Kuantum Alan Teorisi'nde eylem;

$$S = \int d^4x \mathcal{L}(x) \quad (3.13)$$

şeklinde tanımlanır. Kuantum Alan Teorisinde, Lagranjiyen (Lagranjiyen Yoğunluğu) belirli bir nokta için etkileşimleri içerir. Yukarıdaki örnekte x noktası için yazılan Lagranjiyen, x noktasındaki alanların, türevlerin, kinetik ve kütle terimlerinin kombinasyonu şeklinde alanlar arası etkileşimleri ifade edecektir.

Kuantum alan teorisinde çalışılan boyut 4 boyutlu uzay-zaman boyutudur. Bu bilgi doğrultusunda “Eylem” için yine boyut analizi yapılacak olursa;

$$[S] = [d^4x] + [\mathcal{L}] = 0 \quad (3.14)$$

$$[d^4x] = [dx] + [dy] + [dz] + [dt] = (-1) + (-1) + (-1) + (-1) = -4 \quad (3.15)$$

olacaktır. (3.14)'de yer alan $[\mathcal{L}]$ Lagranjiyenin boyutunu temsil etmektedir. Buradan Lagranjiyenin kütle boyutunun $[\mathcal{L}] = 4$ olması gerektiği görülebilir çünkü eylem boyutsuz olmalıdır. Lagranjiyendeki terimlerin her birinin 4 kütle boyutuna sahip olması gerekmektedir. Bunu incelemek için örnek bir Lagranjiyen yazılırsa;

$$\mathcal{L} = i\bar{\psi}_i\gamma^\mu\partial_\mu\psi_i - \frac{1}{4}V_{\mu\nu}V^{\mu\nu} - m_i\bar{\psi}_i\psi_i + m_V^2V_\mu V^\mu - g\bar{\psi}_i\gamma^\mu\psi_i V^\mu \quad (3.16)$$

Yukarıda verilen Lagranjiyende ψ_i fermiyon alanlarını, V^μ 'ler vektör bozonlarını ve son terim olan etkileşme teriminde bulunan g ise alanlar arasındaki bağlaşım sabitini ifade eder. Bu Lagranjiyende bulunan ilk terim kinetik terimdir. Burada alanların ve türevlerinin kombinasyonları “operatör” olarak adlandırılır. Bu durumda Lagranjiyen bağlaşım sabitleri ve operatörlerin çarpımının içeren terimlerin toplamından oluşmaktadır denilebilir. Bağlaşım sabitleri ya da operatörlerin kütle boyutları dikkat edilmesi gereken önemli bir noktadır. Bu Lagranjiyende ayrı ayrı her bir terimin kütle boyutu 4'e eşit olmalıdır. Yukarıda örnek olarak yazılan Lagranjiyenin ilk terimi $(i\bar{\psi}_i\gamma^\mu\partial_\mu\psi_i)$ olan kinetik terim için kütle boyutu analizi yapılırsa;

$$[\partial] = 1 \text{ (uzay-zaman türevinin kütle boyutu 1'e eşittir)} \quad (3.17)$$

$$[\gamma^\mu] = 0 \quad (3.18)$$

$[\bar{\psi}\gamma^\mu\partial\psi] = 4$ olmalı (Lagranjiyendeki tüm terimlerin boyutunun 4 olması gerekmektedir)

$$[\bar{\psi}\gamma^\mu\partial\psi] = [\bar{\psi}] + [\gamma^\mu] + [\partial] + [\psi] = 4 \quad (3.19)$$

Öyleyse fermiyon alanının kütle boyutu $[\psi] = [\bar{\psi}] = \frac{3}{2}$ olmalıdır. Lagranjiyendeki ikinci terimde bulunan $V^{\mu\nu}$ alan kuvveti terimi türev

içermektedir. Yine boyutsal analizden, terimin toplam kütle boyutunu 4'e eşitleyerek $[V^{\mu\nu}] = 2$ boyutuna sahip olduğu görülebilir. $m_V^2 V_\mu V^\mu$ teriminin boyutsal analizinden ise $[V_\mu]=[V^\mu]=1$ olduğu görülür. Lagranjiyenin son terimi olan etkileşme teriminin boyutsal analizi aşağıdaki gibi yapılabilir:

$$[g\bar{\psi}_i\gamma^\mu\psi_iV^\mu] = [g] + [\bar{\psi}] + [\gamma^\mu] + [\psi] + [V^\mu] = [g] + \frac{3}{2} + 0 + \frac{3}{2} + 1 = 4 \quad (3.20)$$

Buradan bağlaşım sabitinin boyutu

$$[g] = 0 \quad (3.21)$$

olarak bulunur.

3.2.2 Etkin Lagranjiyen ve operatörler

Lagranjiyende etkileşme terimi, bağlaşım sabiti ve operatörler incelenip boyutsal analizleri yapıldığına göre artık bu noktada etkin bir Lagranjiyenin nasıl oluşturulabileceği incelenebilir.

Bir önceki bölümde de belirtildiği gibi Etkin Alan Teorisinde bulunan operatörlerin her biri belirli bir kütle boyutuna sahiptir ve EFT'ler bu operatörlerin toplamı olarak tanımlanır. Her bir operatörün önünde bir bağlaşım sabiti, c_i bulunur ve bu bağlaşım sabitleri “Wilson Katsayısı” olarak adlandırılır. Operatörler ve ilgili bağlaşım sabitlerini içeren terimler Standart Model Lagranjiyenine eklenerek elde edilen Lagranjiyene “Etkin Lagranjiyen” denir. Etkin bir Lagranjiyen yazılmaya çalışılmasının sebebi Standart Model Ötesi yeni bir fizik arayışıdır. Öyleyse Etkin Lagranjiyenin yazılmasının asıl sebebi, yeni fizik arayışında önerilen etkileşmelerin Standart Model Lagranjiyenine ve Standart Model Ötesi katkıların da Standart Model hesaplarına dahil edilebilmesidir. Etkin Lagranjiyen

$$\mathcal{L}_{EFT} = \mathcal{L}_{SM} + \sum_i \frac{c_i}{\Lambda^{D_i-d}} \mathcal{O}_i \quad (3.22)$$

şeklinde yazılır. Bu Lagranjiyen şu şekilde de gösterilebilir (Subba ve Singh, 2022):

$$\mathcal{L}_{EFT} = \mathcal{L}_{SM} + \frac{1}{\lambda^2} \sum_i c_i^{(6)} O_i^{(6)} + \frac{1}{\lambda^4} \sum_j c_j^{(8)} O_j^{(8)} + \dots \quad (3.23)$$

Burada bulunan O_i 'ler operatörleri, c_i 'ler bağlaşım sabitlerini ve λ ise yeni fizik ölçeğini temsil etmektedir. D operatörlerin kütle boyutunu, d ise Standart Model Lagranjisinin kütle boyutunu temsil etmektedir; d=4'e eşittir. Standart Model Lagranjiyeni 4 boyutludur; toplam Lagranjiyen 4 boyutlu olmak zorunda olduğundan Standart Model Lagranjiyene eklenecek operatörleri ve bağlaşım sabitlerini içeren her yeni terim de toplamda 4 boyutlu olmak zorundadır. Bu tez kapsamında ilgili süreç için incelenecek model 6-boyutlu operatörlerden oluşmaktadır. Bağlaşım sabiti boyutsuz olduğundan operatörlerden gelen 6 boyutun 4 boyuta düşürülmesi yeni fizik ölçeği λ sayesinde sağlanır. $[\lambda]=1$ olduğundan operatörlerden gelen 6 boyut λ sayesinde 4 boyuta düşürülür. Bu durumda operatörlerin önünde çarpan olarak paydada λ^2 bulunursa Lagranjiyene eklenecek 6-boyutlu operatörleri içeren terimlerin kütle boyutu 4'e düşecektir.

Etkin Lagranjiyenin yazılmasındaki asıl amaç Standart Model'in kapsayıcılığını genişletmek yani Standart Model Ötesi fizik arayışının operatörler aracılığıyla eldeki teoriye dahil edilebilmesidir. Standart Model'in çok iyi bir teori olduğu bilinmektedir; birçok deneysel sonuç teoremin tutarlılığını göstermektedir fakat yine de bazı süreçlerde elde edilen deneysel sonuçlarda Standart Model'den sapmalar meydana gelmektedir. Standart Model Ötesi için Lagranjiyen şu şekilde yazılabilir:

$$\mathcal{L}_{SM\ddot{O}}[\phi_{SM}, \varphi] \rightarrow \mathcal{L}_{eff}[\phi_{SM}] = \mathcal{L}_{SM} + \sum_i g_i O_i(\phi_{SM}) \quad (3.24)$$

Burada Standart Model Ötesi Lagranjiyen, Standart Model alanlarından farklı olarak Standart Modelin içermediği yeni alanlar anlamına gelen φ alanlarını da içermektedir. Buna rağmen Etkin Lagranjiyen Standart Model Ötesi fizik arayışı için yazılmış olmasına rağmen sadece Standart Model'in alanlarını içermektedir. Burası önemli bir noktadır çünkü etkin Lagranjiyenin yeni alanları içermemesi, Etkin Alan Teorisinin Standart

Model Ötesi modellerden “bağımsız” olduğu anlamına gelmektedir. Etkin Alan Teorisi ile yapılmak istenen, Standart Model sayesinde şu an sahip olunan sonuçların açıklanmasına bir katkı getirebilmektir. Yani Etkin Alan Teorisini kullanılarak eldeki deneysel sonuçlar teori ile daha tutarlı hale getirilmeye çalışılmaktadır.

Yukarıdaki açıklama ile şu sonuca ulaşılmıştır: Etkin Lagranjiyen birtakım operatörler ve bu operatörlerin önünde yer alan keyfi sabitlerden oluşmaktadır. Bu sabitler bağlaşım sabiti olarak adlandırılır ve daha yüksek enerjilerden gelen katkıların teoriye dahil edilmesini sağlar. Bu bağlaşım sabitleri kullanılarak daha yüksek enerjilerdeki olası durumlar birbirinden ayırt edilmeye ve analiz edilmeye çalışılır (Artz, Einhorn ve Wudka, 1994). Bir diğer nokta ise operatörler oluşturulurken sadece Standart Model alanlarından yararlanılması, Standart Modelde olmayan yeni alanların Lagranjiyene dahil edilmemesidir.

Operatörler yazılırken dikkat edilmesi gereken üç özellik bulunmaktadır:

1. *Parçacık İçeriği*: Etkin teori yazılırken öncelikli olarak yapılan şey bir enerji sınırı belirlemektir. Belirlenen λ kesme-enerji sınırı Lagranjiyene eklenebilecek parçacıkların kütlelerini belirleyecek olan enerji sınırıdır. Buna göre kütlesi λ yeni fizik ölçeğinden (kesme-enerjisinden) daha yüksek olan parçacıklar operatörleri yazarken kullanılamaz. λ kesme-enerji sınırı etkin teorisin ulaşacağı son enerji olduğundan bu enerjiden daha yüksek enerjiye sahip parçacıklar teoride yer almayacaktır.
2. *Simetriler*: Operatörler yazılırken dikkat edilmesi gereken diğer özellik simetrilerdir. Etkin alan teorisi hangi teorisin uzantısı olacaksa, operatörler de bu teorisin gerektirdiği simetri özelliklerine ve korunum yasalarına (örneğin lepton sayısı) uyum sağlamalıdır. İlgili etkin alan teorisi Standart Model Etkin Alan Teorisi olduğu için operatörler $SU(3) \otimes SU(2) \otimes U(1)$ simetrilerine uygun olarak seçilmelidir.

3. *Boyutsal Özellik:* Operatörle seçilirken dikkat edilmesi gereken son özellik ise seçilecek operatörlerin boyutlarıdır. Etkin Lagranjiyene eklenecek operatörler Lagranjiyenin boyutuna uygun olarak seçilmelidir. Örneğin eğer boyut-6 operatörleriyle çalışılıyorsa, operatörleri oluşturacak alanlar, türevler toplamda 6-boyutlu olmalıdır.

3.2.3 Boyut-6 operatörler

Eğer λ yeni fizik ölçeği Standart Modelin içerdiği alanların kütesinden çok daha büyük alınırsa, Standart Model Etkin Alan Teorisi kapsamında toplamda yazılabilecek 2499 adet olası 6-boyutlu operatör bulunmaktadır (Ellis, 2021):

$$\mathcal{L}_{\text{SMEFT}} = \mathcal{L}_{\text{SM}} + \sum_{i=1}^{2499} \frac{c_i}{\lambda^2} \mathcal{O}_i \quad (3.25)$$

Burada c_i bağlaşım sabitidir ve parçacıklar arası etkileşmenin gücü ile ilgili bilgi verir. Elbette bu operatörlerin hepsi süreçlerin hesaplarında kullanılmayacaktır. Bu sayı yazılabilecek operatörlerin simetrilere uygunluğu, korunum yasalarını sağlaması, yeni fizik ölçeği, birbirinden bağımsız olma vb. diğer özellikler göze alındığında azalacaktır. Aşağıdaki tablolarda dört fermiyondan oluşan ve bunların dışında kalan boyut-6 operatörleri görülmektedir (Grzadkowski, Iskrzynski, Misiak ve Rosiek, 2017):

Çizelge 3.1 Dört fermiyondan oluşan boyut-6 operatörleri

$(\bar{L}L)(\bar{L}L)$		$(\bar{R}R)(\bar{R}R)$		$(\bar{L}L)(\bar{R}R)$	
Q_{ll}	$(\bar{l}_p \gamma_\mu l_r)(\bar{l}_s \gamma^\mu l_t)$	Q_{ee}	$(\bar{e}_p \gamma_\mu e_r)(\bar{e}_s \gamma^\mu e_t)$	Q_{le}	$(\bar{l}_p \gamma_\mu l_r)(\bar{e}_s \gamma^\mu e_t)$
$Q_{qq}^{(1)}$	$(\bar{q}_p \gamma_\mu q_r)(\bar{q}_s \gamma^\mu q_t)$	Q_{uu}	$(\bar{u}_p \gamma_\mu u_r)(\bar{u}_s \gamma^\mu u_t)$	Q_{lu}	$(\bar{l}_p \gamma_\mu l_r)(\bar{u}_s \gamma^\mu u_t)$
$Q_{qq}^{(3)}$	$(\bar{q}_p \gamma_\mu \tau^I q_r)(\bar{q}_s \gamma^\mu \tau^I q_t)$	Q_{dd}	$(\bar{d}_p \gamma_\mu d_r)(\bar{d}_s \gamma^\mu d_t)$	Q_{ld}	$(\bar{l}_p \gamma_\mu l_r)(\bar{d}_s \gamma^\mu d_t)$
$Q_{lq}^{(1)}$	$(\bar{l}_p \gamma_\mu l_r)(\bar{q}_s \gamma^\mu q_t)$	Q_{eu}	$(\bar{e}_p \gamma_\mu e_r)(\bar{u}_s \gamma^\mu u_t)$	Q_{qe}	$(\bar{q}_p \gamma_\mu q_r)(\bar{e}_s \gamma^\mu e_t)$
$Q_{lq}^{(3)}$	$(\bar{l}_p \gamma_\mu \tau^I l_r)(\bar{q}_s \gamma^\mu \tau^I q_t)$	Q_{ed}	$(\bar{e}_p \gamma_\mu e_r)(\bar{d}_s \gamma^\mu d_t)$	$Q_{qu}^{(1)}$	$(\bar{q}_p \gamma_\mu q_r)(\bar{u}_s \gamma^\mu u_t)$
		$Q_{ud}^{(1)}$	$(\bar{u}_p \gamma_\mu u_r)(\bar{d}_s \gamma^\mu d_t)$	$Q_{qu}^{(8)}$	$(\bar{q}_p \gamma_\mu T^A q_r)(\bar{u}_s \gamma^\mu T^A u_t)$
		$Q_{ud}^{(8)}$	$(\bar{u}_p \gamma_\mu T^A u_r)(\bar{d}_s \gamma^\mu T^A d_t)$	$Q_{qd}^{(1)}$	$(\bar{q}_p \gamma_\mu q_r)(\bar{d}_s \gamma^\mu d_t)$
				$Q_{qd}^{(8)}$	$(\bar{q}_p \gamma_\mu T^A q_r)(\bar{d}_s \gamma^\mu T^A d_t)$
$(\bar{L}R)(\bar{R}L)$ and $(\bar{L}R)(\bar{L}R)$		B -violating			
Q_{ledq}	$(\bar{l}_p^j e_r)(\bar{d}_s^j q_t^j)$	Q_{duq}	$\varepsilon^{\alpha\beta\gamma} \varepsilon_{jk} [(d_p^\alpha)^T C u_r^\beta] [(q_s^{\gamma j})^T C l_t^k]$		
$Q_{quqd}^{(1)}$	$(\bar{q}_p^j u_r) \varepsilon_{jk} (\bar{q}_s^k d_t)$	Q_{qqqu}	$\varepsilon^{\alpha\beta\gamma} \varepsilon_{jk} [(q_p^{\alpha j})^T C q_r^{\beta k}] [(u_s^\gamma)^T C e_t]$		
$Q_{quqd}^{(8)}$	$(\bar{q}_p^j T^A u_r) \varepsilon_{jk} (\bar{q}_s^k T^A d_t)$	Q_{qqqq}	$\varepsilon^{\alpha\beta\gamma} \varepsilon_{jn} \varepsilon_{km} [(q_p^{\alpha j})^T C q_r^{\beta k}] [(q_s^{\gamma m})^T C l_t^n]$		
$Q_{lequ}^{(1)}$	$(\bar{l}_p^j e_r) \varepsilon_{jk} (\bar{q}_s^k u_t)$	Q_{duu}	$\varepsilon^{\alpha\beta\gamma} [(d_p^\alpha)^T C u_r^\beta] [(u_s^\gamma)^T C e_t]$		
$Q_{lequ}^{(3)}$	$(\bar{l}_p^j \sigma_{\mu\nu} e_r) \varepsilon_{jk} (\bar{q}_s^k \sigma^{\mu\nu} u_t)$				

Çizelge 3.2 Diğer boyut-6 operatörleri

X^3		φ^6 and $\varphi^4 D^2$		$\psi^2 \varphi^3$	
Q_G	$f^{ABC} G_\mu^{A\nu} G_\nu^{B\rho} G_\rho^{C\mu}$	Q_φ	$(\varphi^\dagger \varphi)^3$	$Q_{e\varphi}$	$(\varphi^\dagger \varphi)(\bar{l}_p e_r \varphi)$
$Q_{\tilde{G}}$	$f^{ABC} \tilde{G}_\mu^{A\nu} G_\nu^{B\rho} G_\rho^{C\mu}$	$Q_{\varphi\Box}$	$(\varphi^\dagger \varphi)\Box(\varphi^\dagger \varphi)$	$Q_{u\varphi}$	$(\varphi^\dagger \varphi)(\bar{q}_p u_r \tilde{\varphi})$
Q_W	$\varepsilon^{IJK} W_\mu^{I\nu} W_\nu^{J\rho} W_\rho^{K\mu}$	$Q_{\varphi D}$	$(\varphi^\dagger D^\mu \varphi)^* (\varphi^\dagger D_\mu \varphi)$	$Q_{d\varphi}$	$(\varphi^\dagger \varphi)(\bar{q}_p d_r \varphi)$
$Q_{\tilde{W}}$	$\varepsilon^{IJK} \tilde{W}_\mu^{I\nu} W_\nu^{J\rho} W_\rho^{K\mu}$				
$X^2 \varphi^2$		$\psi^2 X \varphi$		$\psi^2 \varphi^2 D$	
$Q_{\varphi G}$	$\varphi^\dagger \varphi G_{\mu\nu}^A G^{A\mu\nu}$	Q_{eW}	$(\bar{l}_p \sigma^{\mu\nu} e_r) \tau^I \varphi W_{\mu\nu}^I$	$Q_{\varphi l}^{(1)}$	$(\varphi^\dagger i \overleftrightarrow{D}_\mu \varphi)(\bar{l}_p \gamma^\mu l_r)$
$Q_{\varphi \tilde{G}}$	$\varphi^\dagger \varphi \tilde{G}_{\mu\nu}^A G^{A\mu\nu}$	Q_{eB}	$(\bar{l}_p \sigma^{\mu\nu} e_r) \varphi B_{\mu\nu}$	$Q_{\varphi l}^{(3)}$	$(\varphi^\dagger i \overleftrightarrow{D}_\mu^I \varphi)(\bar{l}_p \tau^I \gamma^\mu l_r)$
$Q_{\varphi W}$	$\varphi^\dagger \varphi W_{\mu\nu}^I W^{I\mu\nu}$	Q_{uG}	$(\bar{q}_p \sigma^{\mu\nu} T^A u_r) \tilde{\varphi} G_{\mu\nu}^A$	$Q_{\varphi e}$	$(\varphi^\dagger i \overleftrightarrow{D}_\mu \varphi)(\bar{e}_p \gamma^\mu e_r)$
$Q_{\varphi \tilde{W}}$	$\varphi^\dagger \varphi \tilde{W}_{\mu\nu}^I W^{I\mu\nu}$	Q_{uW}	$(\bar{q}_p \sigma^{\mu\nu} u_r) \tau^I \tilde{\varphi} W_{\mu\nu}^I$	$Q_{\varphi q}^{(1)}$	$(\varphi^\dagger i \overleftrightarrow{D}_\mu \varphi)(\bar{q}_p \gamma^\mu q_r)$
$Q_{\varphi B}$	$\varphi^\dagger \varphi B_{\mu\nu} B^{\mu\nu}$	Q_{uB}	$(\bar{q}_p \sigma^{\mu\nu} u_r) \tilde{\varphi} B_{\mu\nu}$	$Q_{\varphi q}^{(3)}$	$(\varphi^\dagger i \overleftrightarrow{D}_\mu^I \varphi)(\bar{q}_p \tau^I \gamma^\mu q_r)$
$Q_{\varphi \tilde{B}}$	$\varphi^\dagger \varphi \tilde{B}_{\mu\nu} B^{\mu\nu}$	Q_{dG}	$(\bar{q}_p \sigma^{\mu\nu} T^A d_r) \varphi G_{\mu\nu}^A$	$Q_{\varphi u}$	$(\varphi^\dagger i \overleftrightarrow{D}_\mu \varphi)(\bar{u}_p \gamma^\mu u_r)$
$Q_{\varphi WB}$	$\varphi^\dagger \tau^I \varphi W_{\mu\nu}^I B^{\mu\nu}$	Q_{dW}	$(\bar{q}_p \sigma^{\mu\nu} d_r) \tau^I \varphi W_{\mu\nu}^I$	$Q_{\varphi d}$	$(\varphi^\dagger i \overleftrightarrow{D}_\mu \varphi)(\bar{d}_p \gamma^\mu d_r)$
$Q_{\varphi \tilde{W}B}$	$\varphi^\dagger \tau^I \varphi \tilde{W}_{\mu\nu}^I B^{\mu\nu}$	Q_{dB}	$(\bar{q}_p \sigma^{\mu\nu} d_r) \varphi B_{\mu\nu}$	$Q_{\varphi ud}$	$i(\tilde{\varphi}^\dagger D_\mu \varphi)(\bar{u}_p \gamma^\mu d_r)$

Tablolardaki operatörler sayılacak olursa; 15 adet bozonik operatör, 19 adet fermiyonik akım operatörü ve 25 adet baryon korunumuna uyan operatör olduğu görülmektedir. Bütün bunlar göz önüne alınarak yapılan çalışma sonunda toplamda 59 adet birbirinden bağımsız 6-boyutlu operatör bulunduğu belirlenmiştir (Grzadkowski, Iskrzynski, Misiak ve Rosiek, 2017). Birbirinden farklı birçok boyut-6 operatör bulunmasına rağmen belirli bir süreci etkileyen çok az operatör bulunmaktadır. Bu tez konusu kapsamında ilgili süreç olan elektrozayıf vektör bozon çifti üretim süreci farklı bağlaşımlardan oluşur. Bu bağlaşımlar elektrozayıf vektör bozonlarının fermiyonlara olan bağlaşımdan ya da bu bozonların birbirleriyle olan bağlaşımlarından gelebilir. Elektrozayıf vektör bozon çifti üretimine operatörlerden gelecek asıl katkı elektrozayıf vektör bozonlarının birbirleriyle yaptıkları etkileşimlerden gelecektir. Bunun asıl sebebi bu vektör bozonlarının fermiyonlara olan bağlaşımlarının genellikle diğer süreçlerle sınırlanmasıdır; bu yüzden fermiyonlarla olan bağlaşımlardan gelecek katkılar boyut-6 operatörlerden gelecek

katkılarına dahil edilmeyecektir ve elektrozayıf vektör bozonlarının kendi aralarındaki etkileşimlerinden gelecek operatör katkılarına odaklanılacaktır. Bu durumda elektrozayıf vektör bozon çifti üretimine vektör bozonlarının kendi aralarında yaptığı etkileşimden katkı verecek toplam 5 operatör bulunmaktadır (Hagiwara, Ishihara, Szalapski ve Zeppenfeld, 1993):

$$O_{www} = Tr[W_{\mu\nu}W^{\nu\rho}W_{\rho}^{\mu}] \quad (3.26)$$

$$O_w = (D_{\mu}\phi)^{\dagger}W^{\mu\nu}(D_{\nu}\phi) \quad (3.27)$$

$$O_B = (D_{\mu}\phi)^{\dagger}B^{\mu\nu}(D_{\nu}\phi) \quad (3.28)$$

$$O_{\tilde{w}ww} = Tr[\tilde{W}_{\mu\nu}W^{\nu\rho}W_{\rho}^{\mu}] \quad (3.29)$$

$$O_{\tilde{w}} = (D_{\mu}\phi)^{\dagger}\tilde{W}^{\mu\nu}(D_{\nu}\phi) \quad (3.30)$$

Bu operatörler sayesinde elektrozayıf bozonların birbirleriyle olan etkileşimlerine Standart Model Ötesi katkılar dahil edilebilmektedir. Bu operatörlerde bulunan ϕ alanı Higgs çift alanıdır ve terimlerin açılımı şu şekilde gösterilir:

$$D_{\mu} = \partial_{\mu} + \frac{i}{2}g\tau^I W_{\mu}^I + \frac{i}{2}g'B_{\mu} \quad (3.31)$$

$$W_{\mu\nu} = \frac{i}{2}g\tau^I(\partial_{\mu}W_{\nu}^I - \partial_{\nu}W_{\mu}^I + g\epsilon_{IJK}W_{\mu}^J W_{\nu}^K) \quad (3.32)$$

$$B_{\mu\nu} = \frac{i}{2}g'(\partial_{\mu}B_{\nu} - \partial_{\nu}B_{\mu}) \quad (3.33)$$

Yukarıdaki beş operatörden sadece üç tanesi kiralite (C) ve parite (P) korunumu sağlar. Bu operatörler O_{www} , O_w ve O_B operatörleridir. Geriye kalan $O_{\tilde{w}ww}$ ve $O_{\tilde{w}}$ operatörleri C ve P korunumunu ihlal eden operatörlerdir. Elektrozayıf vektör bozon çift üretimine Standart Model Ötesi katkı bu beş operatör sayesinde parametrize edilecektir. Kısaca Standart Model Ötesi katkılar Standart Model Lagranjyenine bu operatörler eklenerek dahil edilecektir ve böylece etkin teoriye de geçiş yapılmış olunacaktır.

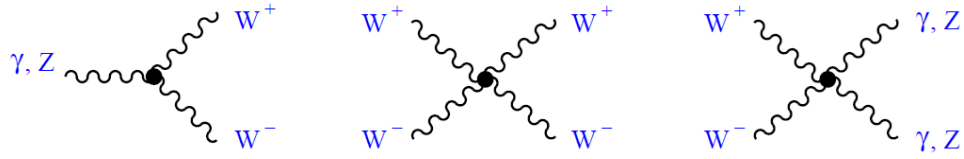
Boyut-6 operatörleri için hızlıca boyut analizi yapılması istenirse; bu analiz operatörü oluşturan terimlerin ayrı ayrı kütle boyutları incelenerek yapılabilir. Boyutların toplamı 6 olmalıdır. Örnek olarak $O_w = (D_\mu \phi)^\dagger W^{\mu\nu} (D_\nu \phi)$ operatörün boyutu incelenirse;

$$[O_w] = [D_\mu] + [\phi] + [W^{\mu\nu}] + [D_\nu] + [\phi] = 1 + 1 + 2 + 1 + 1 = 6 \quad (3.34)$$

olacaktır. Bu şekilde O_w operatörünün 6 boyutlu olduğu görülebilir.

3.2.4 Yüklü ayar bozonlarının bağlaşımları

Yüklü elektrozayıf ayar bozonları birbirleriyle üçlü ya da dördü şeklinde etkileşebilirler:



Şekil 3.1 Elektrozayıf ayar bozonlarının birbirleriyle üçlü ve dördü etkileşim diyagramları

Bu şekillerden birincisi elektrozayıf vektör bozonlarının üçlü etkileşmesini göstermektedir ve bu etkileşmeyi tanımlayan Standart Model Lagranjiyen şu şekildedir (Pich, 2012):

$$\mathcal{L} = ie \cot \theta_w \left[(\partial^\mu W^\nu - \partial^\nu W^\mu) W_\mu^\dagger Z_\nu - (\partial^\nu W^{\nu\dagger} - \partial^\nu W^{\mu\dagger}) W_\mu Z_\nu + W_\mu W_\nu^\dagger (\partial^\mu Z^\nu - \partial^\nu Z^\mu) \right] + ie \left[(\partial^\mu W^\nu - \partial^\nu W^\mu) W_\mu^\dagger A_\nu - (\partial^\mu W^{\nu\dagger} - \partial^\nu W^{\mu\dagger}) W_\mu A_\nu + W_\mu W_\nu^\dagger (\partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu) \right] \quad (3.35)$$

Bu Lagranjiyen Standart Model Lagranjiyen olduğu için her bir terim 4-boyutludur. Şekil 3.1’de yer alan ikinci ve üçüncü etkileşmeler elektrozayıf ayar bozonlarının birbirleriyle yaptığı dördü etkileşmeleri göstermektedir ve bu tür etkileşmeler farklı bir Lagranjiyen

ile gösterilir. (3.35) ile verilen Lagranjiyen Standart Model Ötesinden gelen hiçbir katkıyı ve 6-boyutlu herhangi bir operatörü içermemektedir. Bu Lagranjiyene Standart Model Ötesi katkıların eklenebilmesi için Bölüm 3.2.3'te tanıtılan operatörlerden yararlanılacaktır. Standart Model Ötesi çalışma olarak önerilen etkin Lagranjiyen aşağıdaki gibiydi (Hagiwara, Peccei ve Zeppenfeld, 1986):

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & ig_{WWV}[g_1^V(W_{\mu\nu}^+W^{-\mu} - W^{+\mu}W_{\mu\nu}^-)V^\nu + \kappa_v W_\mu^+ W_\nu^- V^{\mu\nu} + \frac{\lambda_V}{M_W^2} W_\mu^{v+} W_\nu^{-\rho} V_\rho^\mu + \\ & ig_4^V W_\mu^+ W_\nu^- (\partial^\mu V^\nu + \partial^\nu V^\mu) - ig_5^V \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} (W_\mu^+ \partial_\rho W_\nu^- - \partial_\rho W_\mu^+ W_\nu^-) V_\sigma + \tilde{\kappa}_V W_\mu^+ W_\nu^- \tilde{V}^{\mu\nu} + \\ & \frac{\tilde{\lambda}_V}{m_W^2} W_\mu^{v+} W_\nu^{-\rho} \tilde{V}_\rho^\mu] \end{aligned} \quad (3.36)$$

Burada $V = \gamma, Z$ olarak ayrı ayrı ele alınmalıdır. $W_{\mu\nu}^\pm = \partial_\mu W_\nu^\pm - \partial_\nu W_\mu^\pm$ 'ye eşittir ve $V_{\mu\nu} = \partial_\mu V_\nu - \partial_\nu V_\mu$ olarak tanımlanır. Yukarıda yer alan Lagranjiyende bulunan bağlaşım sabiti g_{WWV} sırasıyla $g_{WW\gamma} = -e$ ve $g_{WWZ} = -e \cot \theta_w$ olarak yazılır. (3.36)'da yer alan Lagranjiyen zayıf vektör bozonlarının üçlü etkileşmeleri için yazılabilecek en kapsamlı Lagranjiyen olarak kabul edilebilir fakat bu Lagranjiyen bu süreci sadece sınırlı anlamda tanımlamaktadır ve birtakım eksikleri bulunmaktadır. Yine de bu Lagranjiyen 4-boyutlu terimlerin yanında 6-boyutlu etkileşmeleri de içermektedir ve bu anlamda Standart Model Ötesi katkılara ev sahipliği yapmaktadır. 6-boyutlu terimler başlarında $\frac{\lambda_V}{M_W^2}$ ve $\frac{\tilde{\lambda}_V}{m_W^2}$ katsayılarını bulunduran terimlerdir ve bu katsayılarda paydalarında yer alan M_W^2 ve m_W^2 kütle terimleri sayesinde 4-boyutlu olarak Standart Model Lagranjiyenine eklenebilmiştir. Bu Lagranjiyen Standart Model Ötesi katkıları içermesine rağmen aslında modern etkin alan teorisinin Lagranjiyeni değildir. Bunun en önemli sebebi bu Lagranjiyen yazılırken elektrozayıf simetri grubu olan $SU(2) \otimes U(1)$ ayar grubunun simetri özelliklerine dikkat edilmemiş olunmasıdır. Bunun dışında yüksek enerjilere gidildiğinde üniterlik sınırlarını ihmal etmektedir ve genellikle hesaplarda istenmeyen sapmalara sebep olmaktadır. Bu Lagranjiyen etkin bir teorisinin gerektirdiği özelliklere sahip olmadığından, örneğin simetri özelliği, etkin alan teorisinin Lagranjiyeni oluşturulurken bu özellikler dikkate alınarak birtakım düzenlemeler yapılması gerekmektedir. (3.36)'daki Lagranjiyen (3.35)'de bulunan Standart Model Lagranjiyeni ile karşılaştırılırsa; (3.36)'daki dört boyutlu terimlerin önüne Standart Model

Lagranjiyeninden farklı olarak gelmiş bağlaşım sabitlerinin yer aldığı görülmektedir. Bu sabitler $g_1^V, \kappa_V, g_4^V, g_5^V, \tilde{\kappa}_V$ ve diğer bağlaşım sabitleri de altı boyutlu terimlerden gelmektedir; $\lambda_V, \tilde{\lambda}_V$. Bu bağlaşım sabitleri “*anormal bağlaşım sabitleri*” olarak adlandırılır. Buradan yola çıkılarak etkin alan teorisine geçilirken bu anormal bağlaşım sabitleri 5 yeni sabit cinsinden yazılır:

$$g_1^Z = 1 + c_W \frac{m_Z^2}{2\lambda^2} \quad (3.37)$$

$$\kappa_Y = 1 + (c_W + c_B) \frac{m_W^2}{2\lambda^2} \quad (3.38)$$

$$\kappa_Z = 1 + (c_W - c_B \tan^2 \theta_w) \frac{m_W^2}{2\lambda^2} \quad (3.39)$$

$$\lambda_Y = \lambda_Z = c_{WWW} \frac{3g^2 m_W^2}{2\lambda^2} \quad (3.40)$$

$$\tilde{\kappa}_Y = c_{\tilde{W}} \frac{m_W^2}{2\lambda^2} \quad (3.41)$$

$$\tilde{\kappa}_Z = -c_{\tilde{W}} \tan^2 \theta_w \frac{m_W^2}{2\lambda^2} \quad (3.42)$$

$$\tilde{\lambda}_Y = \tilde{\lambda}_Z = c_{\tilde{W}WW} \frac{3g^2 m_W^2}{2\lambda^2} \quad (3.43)$$

Anormal bağlaşım sabitleri bu şekilde yazılarak etkin teoriye geçiş yapılabilir. Burada bağlaşım sabitleri beş adet yeni bağlaşım sabiti cinsinden tanımlanmıştır: $c_W, c_{\tilde{W}}, c_B, c_{WWW}$ ve $c_{\tilde{W}WW}$. Bu yeni bağlaşım sabitleri sayesinde, yeni 6-boyutlu katkılar Lagranjiyene eklenebilecektir. λ 'nın değeri büyüdükçe bu yeni bağlaşım sabitlerinin katkıları gittikçe azalacaktır ve λ sonsuza giderse 6-boyutlu katkılar ortadan kalkacağı için Standart Model Lagranjiyenine geri dönecektir. Bu yeni bağlaşım sabitleri, Bölüm 3.2.3'te yazılan 5 adet boyut-6 operatörünün bağlaşım sabitleridir. Yani 6-boyutlu operatörlerin içerdiği alanların birbirleriyle olan etkileşimlerine dair bilgiyi bu bağlaşım sabitleri sağlamaktadır. Artık yapılması gereken şey bu bağlaşım sabitlerinin incelenerek Standart Model'e 6-boyutlu etkileşimlerden gelen katkıların analizinin yapılmasıdır.

4. HESAPLAR

4.1 Bozunma Oranı ve Tesir Kesiti

Bu bölümde ilgili parçacık etkileşme süreci için bazı fiziksel nicelikler hesaplanmaya çalışılacaktır. Hesaplara geçmeden önce fiziksel süreçlerle ilgili birkaç önemli noktaya değinilmesi gerekmektedir. Öncelikle şu sorularla başlanılabilir: parçacık etkileşme süreciyle ilgili bilgi edinilmesi isteniyorsa hesaplanması gereken nicelikler nelerdir ya da deneysel olarak neler gözlemlenmelidir? Parçacıklar birbirleriyle ne şekillerde etkileşebilir? Deneysel olarak izlendiğinde parçacıklar üç farklı durumda gözlemlenebilir: parçacıklar bağlı bir durumda bulunabilir, bozunmaya uğrayabilir ya da etkileşim sonucu saçılabilirler. Eğer süreç bir bozunma süreciyse o zaman hesaplanacak fiziksel nicelik “bozunma oranı”, eğer süreç bir saçılma süreciyse yani parçacıklar etkileşimleri sonucu saçılmaya uğruyorsa hesaplanacak fiziksel nicelik “tesir kesiti” olacaktır.

Bozunma oranını hesaplanırken bozunmaya uğrayan parçacığın ömrü ile ilgili bilgi edinilmesi hedeflenir. Her ne kadar bir parçacığın ömrü net bir şekilde belirlenemez olsa da parçacığın ömrü ile ilgili olarak istatistiksel bir dağılım elde edilebilir. İşte “bozunma oranı” olarak adlandırılan şey bu istatistiksel dağılım ile ilgilidir. Bozunma oranı *birim zaman için parçacığın bozunma olasılığıdır*. Durağan bir parçacık bozunma sonucu n parçacık oluşturuyorsa, bozunma oranı aşağıdaki formül ile hesaplanır:

$$\Gamma = \frac{S}{2\hbar m_1} \int |M|^2 (2\pi)^4 \delta^4(p_1 - p_2 - p_3 \dots - p_n) \times \prod_{j=2}^n 2\pi \delta(p_j^2 - m_j^2 c^2) \theta(p_j^0) \frac{d^4 p_j}{(2\pi)^4} \quad (4.1)$$

Yukarıdaki formülde m parçacıkların kütesini, p ise parçacıkların dört-momentumunu gösterir. S ise bir sabittir, istatistiksel düzeltme faktörü olarak adlandırılır. Bir parçacık birden fazla yolla bozunmaya uğrayabilir. Parçacığın toplam bozunma oranı tüm bu farklı süreçler için ayrı ayrı hesaplanan bozunma oranlarının toplamıdır. Bozunmaya uğrayan parçacığın ortalama ömrü (τ) ise aşağıdaki şekilde bulunur:

$$\tau = \frac{1}{\Gamma} \quad (4.2)$$

Saçılma süreçleri için hesaplanması gereken nicelik “tesir kesiti”dir. Tesir kesiti, kesit alanı (σ) cinsinden ifade edilir. Kesit alanı, belirli bir saçılma sürecinin olasılığının bir ölçüsüdür.

$$1 \text{ barn} = 10^{-24} \text{ cm}^2 = 2.568 \text{ GeV}^{-2} \quad (4.3)$$

Saçılma süreçleri için tesir kesiti aşağıdaki formül yardımıyla hesaplanır:

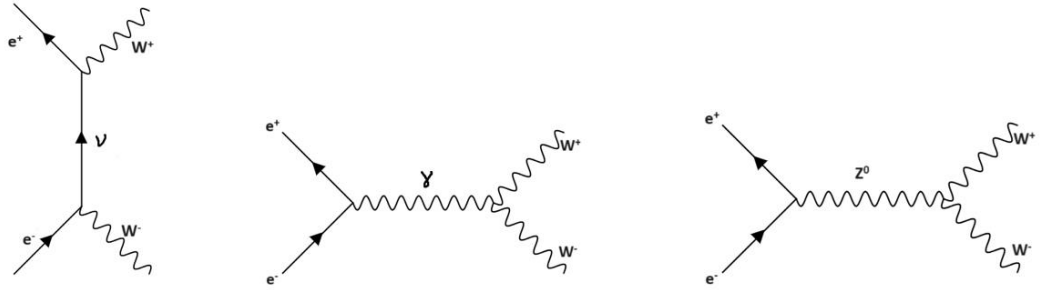
$$\sigma = \frac{S\hbar^2}{4\sqrt{(p_1 \cdot p_2)^2 - (m_1 m_2 c^2)^2}} \int |M|^2 (2\pi)^4 \delta^4(p_1 + p_2 - p_3 \dots - p_n) \times \prod_{j=3}^n 2\pi \delta(p_j^2 - m_j^2 c^2) \theta(p_j^0) \frac{d^4 p_j}{(2\pi)^4} \quad (4.4)$$

Yukarıda p’ler parçacıkların dört-momentumlarına karşılık gelmektedir. S ise bozunma oranında da olduğu gibi istatistiksel faktördür.

Bozunma oranı hesaplanmak istendiğinde de, saçılma tesir kesiti hesaplanmak istendiğinde de $|M|^2$ çarpanı integrallerin içinde yer almaktadır. Buradaki M neyi ifade etmektedir? Süreçlerle ilgili hesap yapılması istendiğinde ilk olarak M’nin hesaplaması gerekmektedir. M sürecin “genliği” olarak adlandırılır ve verilen bir başlangıç durumu ile belli bir son durum arasında bağlantı kuran element olarak açıklanabilir. Genlik M sürecin dinamiği hakkında bilgi verir. Bir parçacık etkileşim süreci, tıpkı yukarıda bozunmalardan bahsedilirken de değinildiği gibi birçok farklı şekilde gerçekleşebilir. Yani bir süreç farklı alt süreçlere sahip olabilir. Bu durumda bir sürecin genliğini elde etmek için o süreci oluşturabilecek bütün farklı senaryolar için genliklerin ayrı ayrı hesaplanıp sonunda toplam genliğin elde edilmesi gerekir. Genlik hesaplanırken Feynman kurallarından yararlanır. Bu kurallar kullanılarak ilgili sürecin genliği elde edilecektir.

4.2 $e^-e^+ \rightarrow W^+W^-$ Süreci için Genlik Hesabı (Standart Model Kapsamında)

Bu tez kapsamında ilgili süreç $e^-e^+ \rightarrow W^+W^-$ sürecidir. Bu etkileşme için genlik hesabı yapılacaktır. $e^-e^+ \rightarrow W^+W^-$ gösterimi sadece etkileşime giren ve etkileşim sonucu çıkan parçacıklar ile ilgili bilgi vermektedir. Bu süreçte elektron ve pozitron giren parçacıklar iken W^+ ve W^- bozonları çıkan parçacıklar olarak görülmektedir. Bu süreçle ilgili hesap yapılabilmesi için sürecin gerçekleşebileceği bütün senaryoların katkılarının hesaba dahil edilmesi gerekmektedir. Bu etkileşim üç farklı şekilde gerçekleşmiş olabilir. Bunlar görsel olarak şu şekilde gösterilebilir:

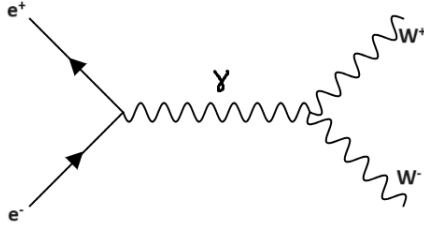


Şekil 4.1 $e^-e^+ \rightarrow W^+W^-$ sürecinin diyagramları.

Şekil 4.1’de $e^-e^+ \rightarrow W^+W^-$ sürecinin gerçekleşebileceği farklı diyagramlar gösterilmektedir. Buradaki ilk diyagramda ara parçacık bir elektron nötrinosu, ikinci diyagramda ara parçacık bir foton ve son diyagramda ara parçacık bir Z bozonudur. Bu üç farklı durum için genlikler ayrı ayrı hesaplanmalıdır fakat bu tez kapsamında genlik hesabı yapılırken nötrinolu süreç hesaba katılmamıştır (üçlü ayar bozonu etkileşmelerine katkı vermemektedir).

4.2.1 $e^-e^+ \rightarrow W^+W^-$ süreci için genlik hesabı (Ara parçacık foton)

Burada Şekil 3.1’de yer alan ikinci diyagramımız için genlik M_1 ve M_1^2 ifadeleri hesaplanacaktır.



Şekil 4.2 $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$ sürecinin ara parçacık foton için diyagramı

$$M_1 = [\epsilon^{\nu*}(q_1)(ig_e[-g_{\nu\lambda}(q_1 - q_2)_\mu - g_{\lambda\mu}(q_2 + q_3)_\nu + g_{\mu\nu}(q_3 + q_1)_\lambda])\epsilon^{\lambda*}(q_2)] \left[-\frac{ig^{\mu\sigma}}{q_3^2}\right] [\bar{v}(p_1)(ig_e\gamma_\sigma)u(p_2)] \quad (4.5)$$

Bu ifade ara parçacık foton için sürecin genliğidir. Bu ifadede yer alan $(ig_e[-g_{\nu\lambda}(q_1 - q_2)_\mu - g_{\lambda\mu}(q_2 + q_3)_\nu + g_{\mu\nu}(q_3 + q_1)_\lambda])$ terimi W^+ , W^- ve fotonu birleştiren köşe için yazılan *köşe faktörüdür*. $\left[-\frac{ig^{\mu\sigma}}{q_3^2}\right]$ çarpanı kütlesiz spin-1 propagatör parçacığı için yazılmıştır. $(ig_e\gamma_\sigma)$ ise e^+e^- ve fotonu birleştiren köşenin köşe faktörüdür. p_1 pozitronun momentumu, p_2 elektronun momentumu, q_3 fotonun momentumu, q_1 W^+ bozonunun ve son olarak q_2 ise W^- bozonunun momentumuna karşılık gelmektedir. Bu ifadenin karesi $M_1^2 = M_1 M_1^*$ şeklinde hesaplanır. M içerisinde yer alan bazı terimleri yazım kolaylığı için,

$$M_1^2 = [\epsilon^{\nu*}(q_1)(ig_e[-g_{\nu\lambda}(q_1 - q_2)_\mu - g_{\lambda\mu}(q_2 + q_3)_\nu + g_{\mu\nu}(q_3 + q_1)_\lambda])\epsilon^{\lambda*}(q_2)] \left[-\frac{ig^{\mu\sigma}}{q_3^2}\right] [\bar{v}(p_1)(ig_e\gamma_\sigma)u(p_2)] [\epsilon^{\nu'*}(q_1)ig_e[g_{\nu'\lambda'}(q_2 - q_1)_{\mu'} - g_{\lambda'\mu'}(q_2 + q_3)_{\nu'} + g_{\mu'\nu'}(q_3 + q_1)_{\lambda'}]\epsilon^{\lambda'*}(q_2)]^\dagger \left[-\frac{ig^{\mu'\sigma'}}{q_3^2}\right]^\dagger [\bar{v}(p_1)(ig_e\gamma_{\tau'})u(p_2)]^\dagger \quad (4.6)$$

olarak yazılırsa:

$$M_1^2 = [\epsilon^{\nu*}(q_1)(ig_e[-g_{\nu\lambda}(q_1 - q_2)_\mu - g_{\lambda\mu}(q_2 + q_3)_\nu + g_{\mu\nu}(q_3 + q_1)_\lambda])\epsilon^{\lambda*}(q_2)] \left[-\frac{ig^{\mu\sigma}}{q_3^2}\right] [\epsilon^{\nu'*}(q_1)ig_e[g_{\nu'\lambda'}(q_2 - q_1)_{\mu'} - g_{\lambda'\mu'}(q_2 + q_3)_{\nu'} + g_{\mu'\nu'}(q_3 + q_1)_{\lambda'}]\epsilon^{\lambda'*}(q_2)]^\dagger \left[-\frac{ig^{\mu'\sigma'}}{q_3^2}\right]^\dagger [\bar{v}(p_1)\gamma_\sigma u(p_2)][\bar{v}(p_1)\gamma_{\tau'} u(p_2)]^* \quad (4.7)$$

olarak yazılabilir. (4.7)'deki $[\bar{v}(p_1)\gamma_\tau u(p_2)]^*$ ifadesi:

$$[\bar{v}(p_1)\gamma_\tau u(p_2)]^* = \bar{u}(p_2)\gamma_\tau v(p_1) \quad (4.8)$$

eşittir. (4.7)'de bulunan $[\bar{v}(p_1)\gamma_\sigma u(p_2)][\bar{v}(p_1)\gamma_\tau u(p_2)]^*$ terimi (4.8)'deki haliyle yerine yazılırsa ifade şu hali alır:

$[\bar{v}(p_1)\gamma_\sigma u(p_2)][\bar{u}(p_2)\gamma_\tau v(p_1)]$ ifadesinin hesaplanabilmesi için *Casimir Hilesi* adı verilen yöntem kullanılır. Bu yöntem spinler üzerinden toplam almayı gerektirir:

$$\sum_{s=1,2} [\bar{v}(p_1)\gamma_\sigma u(p_2)][\bar{u}(p_2)\gamma_\tau v(p_1)] = \text{Tr}[\gamma_\sigma(\not{p}_2 + m_2 c)\gamma_\tau(\not{p}_1 - m_1 c)] \quad (4.9)$$

Casimir Hilesi sayesinde ifade Trace(iz) hesabına dönüşmüştür. Şimdi Trace ifadesini hesaplanmalıdır. Burada $m_1 = m_2 = m$ olarak alınabilir. Öyleyse:

$$\begin{aligned} \text{Tr}[\gamma_\sigma(\not{p}_2 + m_2 c)\gamma_\tau(\not{p}_1 - m_1 c)] &= \text{Tr}[\gamma_\sigma[(p_2)^\beta \gamma_\beta + mc]\gamma_\tau[(p_1)^\varphi \gamma_\varphi - mc]] = \\ &= \text{Tr}[\gamma_\sigma(p_2)^\beta \gamma_\beta + \gamma_\sigma mc] [\gamma_\tau(p_1)^\varphi \gamma_\varphi - \gamma_\tau mc] = \text{Tr}[\gamma_\sigma(p_2)^\beta \gamma_\beta \gamma_\tau(p_1)^\varphi \gamma_\varphi - \\ &= \gamma_\sigma(p_2)^\beta \gamma_\beta \gamma_\tau mc + \gamma_\sigma mc \gamma_\tau(p_1)^\varphi \gamma_\varphi - m^2 c^2 \gamma_\sigma \gamma_\tau] = (p_2)^\beta (p_1)^\varphi \text{Tr}[\gamma_\sigma \gamma_\beta \gamma_\tau \gamma_\varphi] - \\ &= (p_2)^\beta mc \text{Tr}[\gamma_\sigma \gamma_\beta \gamma_\tau] + (p_1)^\varphi mc \text{Tr}[\gamma_\sigma \gamma_\tau \gamma_\varphi] - m^2 c^2 \text{Tr}[\gamma_\sigma \gamma_\tau] \end{aligned} \quad (4.10)$$

Burada $\text{Tr}[\gamma_\sigma \gamma_\beta \gamma_\tau] = \text{Tr}[\gamma_\sigma \gamma_\tau \gamma_\varphi] = 0$ eşittir. Bu terimler tek sayıda gama matrisinin çarpımlarının izi sıfırdır kuralından dolayı sıfıra eşittir. $\text{Tr}[\gamma_\sigma \gamma_\tau] = 4g_{\sigma\tau}$ ifadesine eşittir. Devam edilecek olunursa yukarıdaki ifade şu hale gelmiştir:

$$\begin{aligned} (p_2)^\beta (p_1)^\varphi 4(g_{\sigma\beta} g_{\tau\varphi} - g_{\sigma\tau} g_{\beta\varphi} + g_{\sigma\varphi} g_{\beta\tau}) - 4m^2 c^2 g_{\sigma\tau} = \\ 4(p_2)^\beta (p_1)^\varphi g_{\sigma\beta} g_{\tau\varphi} - 4(p_2)^\beta (p_1)^\varphi g_{\sigma\tau} g_{\beta\varphi} + 4(p_2)^\beta (p_1)^\varphi g_{\sigma\varphi} g_{\beta\tau} - 4m^2 c^2 g_{\sigma\tau} \end{aligned} \quad (4.11)$$

Bu ifade şu şekilde de yazılabilir:

$$\begin{aligned}
& 4(p_2)^\beta (p_1)^\varphi g_{\sigma\beta} g_{\tau\varphi} - 4(p_2 \cdot p_1) g_{\sigma\tau} + 4(p_2)^\beta (p_1)^\varphi g_{\sigma\varphi} g_{\beta\tau} - 4m^2 c^2 g_{\sigma\tau} = \\
& 4(p_2)_\sigma (p_1)_\tau - 4(p_2 \cdot p_1) g_{\sigma\tau} + 4(p_2)_\tau (p_1)_\sigma - 4m^2 c^2 g_{\sigma\tau} = 4[p_{2\sigma} p_{1\tau} - (p_2 \cdot p_1) g_{\sigma\tau} + \\
& p_{2\tau} p_{1\sigma} - m^2 c^2 g_{\sigma\tau}]
\end{aligned} \tag{4.12}$$

Böylece Trace ifadesine ulaşılır:

$$\text{Tr}[\gamma_\sigma (\not{p}_2 + m_2 c) \gamma_\tau (\not{p}_1 - m_1 c)] = 4[p_{2\sigma} p_{1\tau} - (p_2 \cdot p_1) g_{\sigma\tau} + p_{2\tau} p_{1\sigma} - m^2 c^2 g_{\sigma\tau}] \tag{4.13}$$

Artık (4.7)'de bulunan M^2 ifadesi hesaplanmaya geri dönülebilir:

$$M_1^2 = \dots [\bar{v}(p_1) \gamma_\sigma u(p_2)] [\bar{v}(p_1) \gamma_\tau u(p_2)]^* \tag{4.14}$$

(4.13) eşitliğindeki sonuç (4.7)'de yerine konulursa:

$$M_1^2 = \dots 4[p_{2\sigma} p_{1\tau} - (p_2 \cdot p_1) g_{\sigma\tau} + p_{2\tau} p_{1\sigma} - m^2 c^2 g_{\sigma\tau}] \tag{4.15}$$

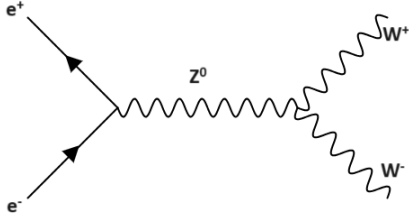
elde edilir. Buradan itibaren terimler hesaplanırsa, son durumda M^2 ifadesi:

$$\begin{aligned}
M_1^2 = & \frac{1}{2M_W^4 s^4} g_e^4 (128M_W^8 + s^2(s^2 - (t - u)^2) + 16M_W^6 (3s - 8(t + u)) + 4M_W^2 s(-t^2 - \\
& 6tu - u^2 + 4s(t + u)) - 4M_W^4 (9s^2 - 5t^2 - 22tu - 5u^2 + 8s(t + u)))
\end{aligned} \tag{4.16}$$

olarak bulunur.

4.2.2 $e^-e^+ \rightarrow W^+W^-$ Süreci için genlik hesabı (Ara parçacık Z bozonu)

Araparçacığın Z bozonu olduğu durum için yani Şekil 4.1'de yer alan üçüncü diyagram için genlik M_2 ve M_2^2 ifadeleri hesaplanacaktır.



Şekil 4.3 $e^-e^+ \rightarrow W^+W^-$ sürecinin ara parçacık Z^0 için diyagramı

Z bozonunun iki fermiyon ile birleştiği köşe için köşe faktörü $\frac{ig_Z}{2}\gamma^\sigma(c_V - c_A\gamma^5)$ ve Z bozonunun W^+ , W^- bozonlarıyla birleştiği köşe için köşe faktörü $ig_W \cos \theta_w [g_{\nu\lambda}(q_2 - q_1)_\mu - g_{\lambda\mu}(q_2 + q_3)_\nu + g_{\mu\nu}(q_3 + q_1)_\lambda]$ 'ye eşittir. Ara vektör bozonu Z bozonu için propagatör terimi ise $[\frac{-i[g^{\mu\sigma} - q^\mu q^\sigma/m^2 c^2]}{q_3^2 - m^2 c^2}]$ 'dir. Genlik M_2 ifadesi:

$$M_2 = [\epsilon^{\nu*}(q_1)ig_W \cos \theta_w [g_{\nu\lambda}(q_2 - q_1)_\mu - g_{\lambda\mu}(q_2 + q_3)_\nu + g_{\mu\nu}(q_3 + q_1)_\lambda]\epsilon^{\lambda*}(q_2)] \left[\frac{-i[g^{\mu\sigma} - \frac{q^\mu q^\sigma}{m^2 c^2}]}{q_3^2 - m^2 c^2} \right] [\bar{v}(p_1) \frac{ig_Z}{2} \gamma_\sigma (c_V - c_A \gamma_5) u(p_2)] \quad (4.17)$$

$M_2^2 = M_2 M_2^*$ ifadesi hesaplanmak istenirse öncelikle karşılaşılabilecek olan Trace'li (izli) ifade hesaplanmalıdır. Burada:

$$M_2^2 = [\epsilon^{\nu*}(q_1)ig_W \cos \theta_w [g_{\nu\lambda}(q_2 - q_1)_\mu - g_{\lambda\mu}(q_2 + q_3)_\nu + g_{\mu\nu}(q_3 + q_1)_\lambda]\epsilon^{\lambda*}(q_2)] \left[\frac{-i[g^{\mu\sigma} - \frac{q^\mu q^\sigma}{m^2 c^2}]}{q_3^2 - m^2 c^2} \right] \frac{ig_Z}{2} [\bar{v}(p_1) \frac{ig_Z}{2} \gamma_\sigma (c_V - c_A \gamma_5) u(p_2)] \\ [\epsilon^{\nu'*}(q_1)ig_W \cos \theta_w [g_{\nu'\lambda'}(q_2 - q_1)_{\mu'} - g_{\lambda'\mu'}(q_2 + q_3)_{\nu'} + g_{\mu'\nu'}(q_3 + q_1)_{\lambda'}]\epsilon^{\lambda'*}(q_2)]^\dagger \left[\frac{-i[g^{\mu'\sigma'} - \frac{q^{\mu'} q^{\sigma'}}{m^2 c^2}]}{q_3^2 - m^2 c^2} \right]^\dagger [\bar{v}(p_1) \frac{ig_Z}{2} \gamma_{\sigma'} (c_V - c_A \gamma_5) u(p_2)]^\dagger \quad (4.18)$$

$$\begin{aligned}
M_2^2 = & [\epsilon^{\nu*}(q_1)ig_w \cos \theta_w [g_{\nu\lambda}(q_2 - q_1)_\mu - g_{\lambda\mu}(q_2 + q_3)_\nu + g_{\mu\nu}(q_3 + \\
& q_1)_\lambda] \epsilon^{\lambda*}(q_2)] \left[\frac{-i[g^{\mu\sigma} - \frac{q^\mu q^\sigma}{m^2 c^2}]}{q_3^2 - m^2 c^2} \right] \frac{ig_Z}{2} [\epsilon^{\nu'*}(q_1)ig_w \cos \theta_w [g_{\nu'\lambda'}(q_2 - q_1)_{\mu'} - g_{\lambda'\mu'}(q_2 + \\
& q_3)_{\nu'} + g_{\mu'\nu'}(q_3 + q_1)_{\lambda'}] \epsilon^{\lambda'^*}(q_2)]^\dagger \left[\frac{-i[g^{\mu'\sigma'} - \frac{q^{\mu'} q^{\sigma'}}{m^2 c^2}]}{q_3^2 - m^2 c^2} \right]^\dagger [\bar{v}(p_1)\gamma_\sigma(c_\nu - \\
& c_A\gamma_5)u(p_2)][\bar{v}(p_1)\gamma_\tau(c_\nu - c_A\gamma_5)u(p_2)]^\dagger
\end{aligned} \tag{4.19}$$

$$M_2^2 = \dots [\bar{v}(p_1)\gamma_\sigma(c_\nu - c_A\gamma_5)u(p_2)][v^\dagger(p_1)\gamma_0\gamma_\tau(c_\nu - c_A\gamma_5)u(p_2)]^\dagger \tag{4.20}$$

$$M_2^2 = \dots [\bar{v}(p_1)\gamma_\sigma(c_\nu - c_A\gamma_5)u(p_2)][\bar{u}(p_2)(c_\nu + c_A\gamma_5)\gamma_\tau v(p_1)] \tag{4.21}$$

Spinler üzerinden toplam alınırsa:

$$\sum_{spin} M_2^2 = \dots Tr[\gamma_\sigma(c_\nu - c_A\gamma_5)(\not{p}_2 + m_2 c)(c_\nu + c_A\gamma_5)\gamma_\tau(\not{p}_1 - m_1 c)] \tag{4.22}$$

Buradan itibaren sadece Trace ifadesinin hesabı ile devam edilecek olursa ve $m_1 = m_2 = m$ olarak yazılırsa:

$$Tr[\gamma_\sigma(c_\nu - c_A\gamma_5)(\not{p}_2 + mc)(c_\nu + c_A\gamma_5)\gamma_\tau(\not{p}_1 - mc)] \tag{4.23}$$

Yukarıdaki ifadede $\epsilon = c_A / c_\nu$ yazılırsa:

$$\begin{aligned}
Tr[\gamma_\sigma(c_\nu - c_A\gamma_5)(\not{p}_2 + mc)(c_\nu + c_A\gamma_5)\gamma_\tau(\not{p}_1 - mc)] = & c_\nu^2 Tr \left[\gamma_\sigma(1 - \right. \\
& \epsilon\gamma_5)(p_2^\beta \gamma_\beta + mc)(1 + \epsilon\gamma_5)\gamma_\tau(p_1^\varphi \gamma_\varphi - mc) \Big] = c_\nu^2 Tr[(p_2^\beta \gamma_\sigma \gamma_\beta + mc\gamma_\sigma - \\
& \epsilon p_2^\beta \gamma_\sigma \gamma_5 \gamma_\beta - \epsilon mc\gamma_\sigma \gamma_5)(p_1^\varphi \gamma_\tau \gamma_\varphi - mc\gamma_\tau + \epsilon p_1^\varphi \gamma_5 \gamma_\tau \gamma_\varphi - \epsilon mc\gamma_5 \gamma_\tau)]
\end{aligned} \tag{4.24}$$

$$\begin{aligned}
Tr[p_1^\varphi p_2^\beta \gamma_\sigma \gamma_\beta \gamma_\tau \gamma_\varphi - mc p_2^\beta \gamma_\sigma \gamma_\beta \gamma_\tau + \epsilon p_1^\varphi p_2^\beta \gamma_\sigma \gamma_\beta \gamma_5 \gamma_\tau \gamma_\varphi - \epsilon mc p_2^\beta \gamma_\sigma \gamma_\beta \gamma_5 \gamma_\tau + \\
mc p_1^\varphi \gamma_\sigma \gamma_\tau \gamma_\varphi - m^2 c^2 \gamma_\sigma \gamma_\tau + \epsilon mc p_1^\varphi \gamma_\sigma \gamma_5 \gamma_\tau \gamma_\varphi - \epsilon m^2 c^2 \gamma_\sigma \gamma_5 \gamma_\tau - \epsilon p_1^\varphi p_2^\beta \gamma_\sigma \gamma_5 \gamma_\beta \gamma_\tau \gamma_\varphi + \\
\epsilon mc p_2^\beta \gamma_\sigma \gamma_5 \gamma_\beta \gamma_\tau - \epsilon^2 p_1^\varphi p_2^\beta \gamma_\sigma \gamma_5 \gamma_\beta \gamma_5 \gamma_\tau \gamma_\varphi + \epsilon^2 mc p_2^\beta \gamma_\sigma \gamma_5 \gamma_\beta \gamma_5 \gamma_\tau - \epsilon mc p_1^\varphi \gamma_\sigma \gamma_5 \gamma_\tau \gamma_\varphi + \\
\epsilon m^2 c^2 \gamma_\sigma \gamma_5 \gamma_\tau - \epsilon^2 mc p_1^\varphi \gamma_\sigma \gamma_5 \gamma_5 \gamma_\tau \gamma_\varphi + \epsilon^2 m^2 c^2 \gamma_\sigma \gamma_5 \gamma_5 \gamma_\tau]
\end{aligned} \tag{4.25}$$

$$\begin{aligned}
&= 4p_1^\varphi p_2^\beta (g_{\sigma\beta}g_{\tau\varphi} - g_{\sigma\tau}g_{\beta\varphi} + g_{\sigma\varphi}g_{\beta\tau}) + 2\epsilon p_1^\varphi p_2^\beta \gamma_5 \gamma_\sigma \gamma_\beta \gamma_\tau \gamma_\varphi - 4m^2 c^2 g_{\sigma\tau} + \\
&4\epsilon^2 p_1^\varphi p_2^\beta (g_{\sigma\beta}g_{\tau\varphi} - g_{\sigma\tau}g_{\beta\varphi} + g_{\sigma\varphi}g_{\beta\tau}) + 4\epsilon^2 m^2 c^2 g_{\sigma\tau}
\end{aligned} \tag{4.26}$$

$$\begin{aligned}
&= 4p_1^\varphi p_2^\beta g_{\sigma\beta}g_{\tau\varphi} - 4p_1^\varphi p_2^\beta g_{\sigma\tau}g_{\beta\varphi} + 4p_1^\varphi p_2^\beta g_{\sigma\varphi}g_{\beta\tau} + 8i\epsilon p_1^\varphi p_2^\beta \epsilon_{\sigma\beta\tau\varphi} - \\
&4m^2 c^2 g_{\sigma\tau} + 4\epsilon^2 p_1^\varphi p_2^\beta g_{\sigma\beta}g_{\tau\varphi} - 4\epsilon^2 p_1^\varphi p_2^\beta g_{\sigma\tau}g_{\beta\varphi} + 4\epsilon^2 p_1^\varphi p_2^\beta g_{\sigma\varphi}g_{\beta\tau} + 4\epsilon^2 m^2 c^2 g_{\sigma\tau}
\end{aligned} \tag{4.27}$$

$$\begin{aligned}
&= 4p_{1\tau}p_{2\sigma} - 4g_{\sigma\tau}(p_1 \cdot p_2) + 4p_{1\sigma}p_{2\tau} + 8i\epsilon p_1^\varphi p_2^\beta \epsilon_{\sigma\beta\tau\varphi} - 4m^2 c^2 g_{\sigma\tau} + 4\epsilon^2 p_{1\tau}p_{2\sigma} - \\
&4\epsilon^2 g_{\sigma\tau}(p_1 \cdot p_2) + 4\epsilon^2 p_{1\sigma}p_{2\tau} + 4\epsilon^2 m^2 c^2 g_{\sigma\tau}
\end{aligned} \tag{4.28}$$

$$\begin{aligned}
&\text{Tr}[\gamma_\sigma(c_v - c_A \gamma_5)(\not{p}_2 + mc)(c_v + c_A \gamma_5)\gamma_\tau(\not{p}_1 - mc)] = c_v^2 [4p_{1\tau}p_{2\sigma} - \\
&4g_{\sigma\tau}(p_1 \cdot p_2) + 4p_{1\sigma}p_{2\tau} + 8i\epsilon p_1^\varphi p_2^\beta \epsilon_{\sigma\beta\tau\varphi} - 4m^2 c^2 g_{\sigma\tau} + 4\epsilon^2 p_{1\tau}p_{2\sigma} - 4\epsilon^2 g_{\sigma\tau}(p_1 \cdot \\
&p_2) + 4\epsilon^2 p_{1\sigma}p_{2\tau} + 4\epsilon^2 m^2 c^2 g_{\sigma\tau}]
\end{aligned} \tag{4.29}$$

Böylece M^2 ifadesini hesaplanırken karşılaşılan Trace'li terim hesaplanmış oldu. Bu ifade geri kalan terimler ile çarpıldığında M_2^2 ifadesi aşağıdaki gibi elde edilir:

$$\begin{aligned}
M_2^2 &= \frac{1}{8M_W^4(M_Z^2 - s^2)^2} (c_A^2 + c_V^2) c_W^2 g_W^2 g_Z^2 (128M_W^8 + s^2(s^2 - (t - u)^2) + 16M_W^6(3s - \\
&8(t + u)) + 4M_W^2 s(-t^2 - 6tu - u^2 + 4s(t + u)) - 4M_W^4(9s^2 - 5t^2 - 22tu - \\
&5u^2 + 8s(t + u)))
\end{aligned} \tag{4.30}$$

4.2.3 $e^-e^+ \rightarrow W^+W^-$ Süreci için girişim terimleri hesabı ($M_1 M_2^\dagger$)

Bir süreç için sürecin genliğinin karesi hesaplanırken, sürece ait tüm diyagramlar için ayrı ayrı genlik hesabı yapılmalıdır. Eğer ki sürece ait iki adet diyagram bulunmaktaysa sürecin genliğinin karesi aşağıdaki gibi ifade edilir:

$$M^2 = M_1^2 + M_2^2 + M_1 M_2^\dagger + M_2 M_1^\dagger = M_1^2 + M_2^2 + 2\text{Re}(M_1 M_2^\dagger) \quad (4.31)$$

Bu ifadede yer alan $M_1 M_2^\dagger$ ve $M_1^\dagger M_2$ terimlerine girişim terimleri denir. Önceki bölümde M_1^2 ve M_2^2 ifadeleri hesaplanmıştı; M^2 ifadesinin elde edilebilmesi için $M_1 M_2^\dagger$ ve $M_2 M_1^\dagger$ terimlerinin de hesaplanması gerekmektedir. M_1 ve M_2 ifadeleri önceki bölümde de yazıldığı haliyle aşağıdaki gibidir:

$$M_1 = [\epsilon^{v*}(q_1)(ig_e[-g_{v\lambda}(q_1 - q_2)_\mu - g_{\lambda\mu}(q_2 + q_3)_\nu + g_{\mu\nu}(q_3 + q_1)_\lambda])\epsilon^{\lambda*}(q_2)]\left[-\frac{ig^{\mu\sigma}}{q_3^2}\right][\bar{v}(p_1)(ig_e\gamma_\sigma)u(p_2)] \quad (4.5)$$

$$M_2 = [\epsilon^{v'*}(q_1)ig_w \cos \theta_w [g_{v'\lambda'}(q_2 - q_1)_{\mu'} - g_{\lambda'\mu'}(q_2 + q_3)_{\nu'} + g_{\mu'\nu'}(q_3 + q_1)_{\lambda'}]\epsilon^{\lambda'*}(q_2)]\left[\frac{-i\left[g^{\mu'\sigma'} - \frac{q^{\mu'}q^{\sigma'}}{m^2c^2}\right]}{q_3^2 - m^2c^2}\right][\bar{v}(p_1)\frac{ig_z}{2}\gamma_{\sigma'}(c_v - c_A\gamma_5)u(p_2)] \quad (4.17)$$

$$M_1 M_2^\dagger = [\epsilon^{v*}(q_1)(ig_e[g_{v\lambda}(q_2 - q_1)_\mu - g_{\lambda\mu}(q_2 + q_3)_\nu + g_{\mu\nu}(q_3 + q_1)_\lambda])\epsilon^{\lambda*}(q_2)]\left[-\frac{ig^{\mu\sigma}}{q_3^2}\right][\bar{v}(p_1)(ig_e\gamma_\sigma)u(p_2)][\epsilon^{v'*}(q_1)ig_w \cos \theta_w [g_{v'\lambda'}(q_2 - q_1)_{\mu'} - g_{\lambda'\mu'}(q_2 + q_3)_{\nu'} + g_{\mu'\nu'}(q_3 + q_1)_{\lambda'}]\epsilon^{\lambda'*}(q_2)]^\dagger\left[\frac{-i\left[g^{\mu'\sigma'} - \frac{q^{\mu'}q^{\sigma'}}{m^2c^2}\right]}{q_3^2 - m^2c^2}\right]^\dagger[\bar{v}(p_1)\frac{ig_z}{2}\gamma_{\sigma'}(c_v - c_A\gamma_5)u(p_2)]^\dagger \quad (4.32)$$

$$M_1 M_2^\dagger = [\epsilon^{v*}(q_1)(ig_e[g_{v\lambda}(q_2 - q_1)_\mu - g_{\lambda\mu}(q_2 + q_3)_\nu + g_{\mu\nu}(q_3 + q_1)_\lambda])\epsilon^{\lambda*}(q_2)]\left[-\frac{ig^{\mu\sigma}}{q_3^2}\right][\epsilon^{v'*}(q_1)ig_w \cos \theta_w [g_{v'\lambda'}(q_2 - q_1)_{\mu'} - g_{\lambda'\mu'}(q_2 + q_3)_{\nu'} +$$

$$g_{\mu'\nu'}(q_3 + q_1)_{\lambda'}] \epsilon^{\lambda'*}(q_2) \Big]^\dagger \left[\frac{-i \left[g^{\mu'\sigma'} - \frac{q^{\mu'} q^{\sigma'}}{m^2 c^2} \right]}{q_3^2 - m^2 c^2} \right]^\dagger [\bar{v}(p_1)(i g_e \gamma_\sigma) u(p_2)] \left[\bar{v}(p_1) \frac{i g_z}{2} \gamma_{\sigma'} (c_\nu - c_A \gamma_5) u(p_2) \right]^\dagger \quad (4.33)$$

$$M_1 M_2^\dagger = [\epsilon^{\nu*}(q_1)(i g_e [g_{\nu\lambda}(q_2 - q_1)_\mu - g_{\lambda\mu}(q_2 + q_3)_\nu + g_{\mu\nu}(q_3 + q_1)_\lambda]) \epsilon^{\lambda*}(q_2)] \left[-\frac{i g^{\mu\sigma}}{q_3^2} \right] [\epsilon^{\nu'*}(q_1) i g_w \cos \theta_w [g_{\nu'\lambda'}(q_2 - q_1)_{\mu'} - g_{\lambda'\mu'}(q_2 + q_3)_{\nu'} + g_{\mu'\nu'}(q_3 + q_1)_{\lambda'}] \epsilon^{\lambda'*}(q_2) \Big]^\dagger \left[\frac{-i \left[g^{\mu'\sigma'} - \frac{q^{\mu'} q^{\sigma'}}{m^2 c^2} \right]}{q_3^2 - m^2 c^2} \right]^\dagger i^2 \frac{g_e g_z}{2} \text{Tr}[\gamma_\sigma (\not{p}_2 + mc)(c_\nu + c_A \gamma_5) \gamma_{\sigma'} (\not{p}_1 - mc)] \quad (4.34)$$

Yukarıdaki ifade hesaplanırsa son durumda $M_1 M_2^\dagger$ terimi aşağıdaki hale gelir:

$$Re(M_1 M_2^\dagger) = \frac{1}{4 M_W^4 M_Z^2 s^2 (M_Z^2 - s^2)} \cos \theta_w g_e^2 g_w g_z (c_\nu M_Z^2 (128 M_W^8 + s^2 (s^2 - (t - u)^2) + 16 M_W^6 (3s - 8(t + u)) + 4 M_W^2 s (-t^2 - 6tu - u^2 + 4s(t + u)) - 4 M_W^4 (9s^2 - 5t^2 - 22tu - 5u^2 + 8s(t + u))) \quad (4.35)$$

4.2.4 $e^- e^+ \rightarrow W^+ W^-$ süreci için girişim terimleri hesabı ($M_2 M_1^\dagger$)

Bu bölümde girişim terimlerinin ikincisi olan $M_2 M_1^\dagger$ terimi hesaplanacaktır.

$$M_2 M_1^\dagger = [\epsilon^{\nu*}(q_1) i g_w \cos \theta_w [g_{\nu\lambda}(q_2 - q_1)_\mu - g_{\lambda\mu}(q_2 + q_3)_\nu + g_{\mu\nu}(q_3 + q_1)_\lambda] \epsilon^{\lambda*}(q_2)] \left[\frac{-i \left[g^{\mu\sigma} - \frac{q^\mu q^\sigma}{m^2 c^2} \right]}{q_3^2 - m^2 c^2} \right] [\bar{v}(p_1) \frac{i g_z}{2} \gamma_\sigma (c_\nu - c_A \gamma_5) u(p_2)] [\epsilon^{\nu'*}(q_1) [g_{\nu'\lambda'}(q_2 -$$

$$q_1)_{\mu'} - g_{\lambda'\mu'}(q_2 + q_3)_{\nu'} + g_{\mu'\nu'}(q_3 + q_1)_{\lambda'}] \epsilon^{\lambda'*}(q_2) \Big]^\dagger \left[-\frac{ig^{\mu'\sigma'}}{q_3^2} \right]^\dagger [\bar{v}(p_1)(ig_e \gamma_{\sigma'})u(p_2)]^\dagger \quad (4.36)$$

$$\begin{aligned} M_2 M_1^\dagger = & \frac{i^2 g_e g_z}{2} [\epsilon^{v*}(q_1) i g_w \cos \theta_w [g_{\nu\lambda}(q_2 - q_1)_\mu - g_{\lambda\mu}(q_2 + q_3)_\nu + g_{\mu\nu}(q_3 + \\ & q_1)_\lambda] \epsilon^{\lambda*}(q_2) \Big] \left[\frac{-i \left[g^{\mu\sigma} - \frac{q^\mu q^\sigma}{m^2 c^2} \right]}{q_3^2 - m^2 c^2} \right] [\epsilon^{v'*}(q_1) [g_{\nu'\lambda'}(q_2 - q_1)_{\mu'} - g_{\lambda'\mu'}(q_2 + q_3)_{\nu'} + \\ & g_{\mu'\nu'}(q_3 + q_1)_{\lambda'}] \epsilon^{\lambda'*}(q_2) \Big]^\dagger \left[-\frac{ig^{\mu'\sigma'}}{q_3^2} \right]^\dagger [\bar{v}(p_1) \gamma_\sigma (c_\nu - c_A \gamma_5) u(p_2)] [\bar{v}(p_1) \gamma_{\sigma'} u(p_2)]^\dagger \end{aligned} \quad (4.37)$$

$$\begin{aligned} M_2 M_1^\dagger = & \frac{i^2 g_e g_z}{2} [\epsilon^{v*}(q_1) i g_w \cos \theta_w [g_{\nu\lambda}(q_2 - q_1)_\mu - g_{\lambda\mu}(q_2 + q_3)_\nu + g_{\mu\nu}(q_3 + \\ & q_1)_\lambda] \epsilon^{\lambda*}(q_2) \Big] \left[\frac{-i \left[g^{\mu\sigma} - \frac{q^\mu q^\sigma}{m^2 c^2} \right]}{q_3^2 - m^2 c^2} \right] [\epsilon^{v'*}(q_1) [g_{\nu'\lambda'}(q_2 - q_1)_{\mu'} - g_{\lambda'\mu'}(q_2 + q_3)_{\nu'} + \\ & g_{\mu'\nu'}(q_3 + q_1)_{\lambda'}] \epsilon^{\lambda'*}(q_2) \Big]^\dagger \left[-\frac{ig^{\mu'\sigma'}}{q_3^2} \right]^\dagger [\bar{v}(p_1) \gamma_\sigma (c_\nu - c_A \gamma_5) u(p_2)] [\bar{u}(p_2) \gamma_{\sigma'} v(p_1)] \end{aligned} \quad (4.38)$$

$$\begin{aligned} M_2 M_1^\dagger = & \frac{i^2 g_e g_z}{2} [\epsilon^{v*}(q_1) i g_w \cos \theta_w [g_{\nu\lambda}(q_2 - q_1)_\mu - g_{\lambda\mu}(q_2 + q_3)_\nu + g_{\mu\nu}(q_3 + \\ & q_1)_\lambda] \epsilon^{\lambda*}(q_2) \Big] \left[\frac{-i \left[g^{\mu\sigma} - \frac{q^\mu q^\sigma}{m^2 c^2} \right]}{q_3^2 - m^2 c^2} \right] [\epsilon^{v'*}(q_1) [g_{\nu'\lambda'}(q_2 - q_1)_{\mu'} - g_{\lambda'\mu'}(q_2 + q_3)_{\nu'} + \\ & g_{\mu'\nu'}(q_3 + q_1)_{\lambda'}] \epsilon^{\lambda'*}(q_2) \Big]^\dagger \left[-\frac{ig^{\mu'\sigma'}}{q_3^2} \right]^\dagger \text{Tr}[\gamma_\sigma (c_\nu - c_A \gamma_5) (\not{p}_2 + mc) \gamma_{\sigma'} (\not{p}_1 - mc)] \end{aligned} \quad (4.39)$$

Yukarıdaki ifade hesaplanırsa son durumda $M_2 M_1^\dagger$ terimi aşağıdaki hale gelir:

$$\begin{aligned}
Re(M_2 M_1^\dagger) = & \frac{1}{4M_W^4 M_Z^2 s^2 (M_Z^2 - s^2)} \cos \theta_W g_e^2 g_W g_Z (c_V M_Z^2 \left(128 M_W^8 + s^2 (s^2 - (t - u)^2) + \right. \\
& 16 M_W^6 (3s - 8(t + u)) + 4 M_W^2 s (-t^2 - 6tu - u^2 + 4s(t + u)) - 4 M_W^4 (9s^2 - 5t^2 - \\
& \left. 22tu - 5u^2 + 8s(t + u)) \right) \Big)
\end{aligned}
\tag{4.40}$$

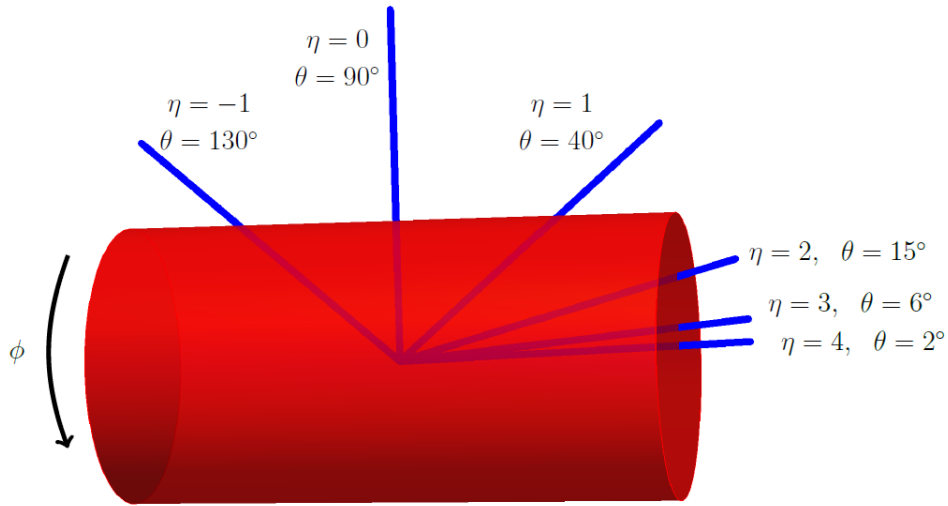
$M_1 M_2^\dagger$ ve $M_2 M_1^\dagger$ girişim terimleri (4.35) ve (4.40) denklemlerinde verildiği gibi elde edilmiştir.

5. HİSTOGRAMLAR

Süreçle ilgili histogramlara ve analize geçmeden önce yapılacak analizlerin anlaşılmasına yardımcı olacak birkaç tanımın yapılmasında fayda bulunmaktadır. Bu tanımlardan ilki “Pseudorapidity (η)” diğeri ise “Enine Momentum (Transverse Momentum, P_T)” olarak adlandırılır.

5.1 Pseudorapidity

Pseudorapidity olarak adlandırılan kavram aslında geometrik bir kavramdır ve açı ile ilgili bir bilgi sağlar.



Şekil 5.1 Farklı açı değerleri için pseudorapidity (η) gösterimleri (Schwartz, 2017)

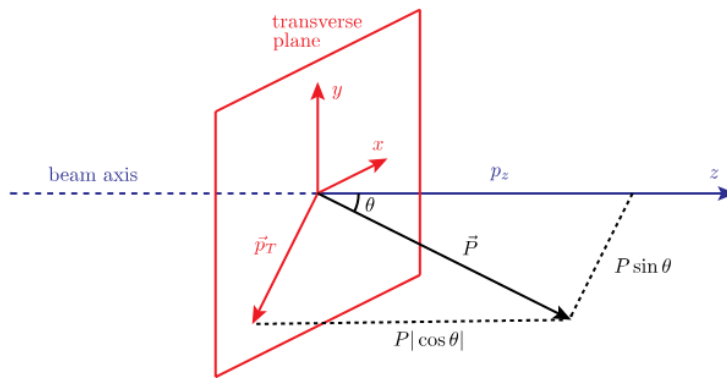
Yukarıdaki şekilde bir silindir ve bu silindirin farklı açılara denk gelen bölgelerindeki η değerleri görülmektedir. Eğer bu silindir bir parçacık dedektörü olarak kabul edilirse pseudorapidity kavramı parçacığın dedektörde bulunduğu ya da saçıldığı açı ile ilgili bilgi verecektir. Örneğin şekilde $\theta = 2^\circ$ lik bir açı ile dedektör tarafından algılanan bir parçacık için η değeri 4 olacaktır. $\theta=90^\circ$ 'de üretilen parçacıklar sıfır pseudorapiditye sahiptir Pseudorapidity aşağıdaki formül ile hesaplanır (Daw, 2012):

$$\eta = -\ln \tan \frac{\theta}{2} \quad (5.1)$$

Eşitlik (5.1)'de yer alan θ açısı saçılan parçacığın ışın demeti ile yaptığı açıdır. Parçacık fiziği analizlerinde “olay sayısı- η ” dağılımları ya da grafikleri incelendiğinde η aralığının dedektörün belirli bir bölgesini gösterdiği görülür. Bu bir örnekle şu şekilde açıklanabilir; diyelim ki “olay sayısı- η ” grafiği çizildi ve bu grafikte η için değer aralığının -1 ile 3 sınırları arasında yer aldığı görülüyor. Öyleyse bu η değerlerinden şu anlaşılabilir: bu örneği şekil 5.1’de yer alan dedektör için düşünecek olursak, bu grafikte şekilde gösterilen dedektörde $\eta = -1$ ile $\eta = 3$ değerleri arasında kalan alandaki olay sayıları analiz edilmektedir. Böylece η değerleri ile aslında dedektörde belirli bir bölge seçilmiştir. Bu bilgi bu bölümün devamında süreçle ilgili gösterilecek olan histogramların yorumlanmasında kullanılacaktır.

5.2 Enine Momentum (P_T)

Çarpıştırıcılarda parçacıkların kinematik özellikleri incelenmek istendiğinde dönüşümler altında değişmez kalan nicelikler bulunmaya çalışılır. Enine momentum bu değişmez kinematik niceliklerden biridir (Han, 2005). Enine momentum parçacığın sahip olduğu momentumun, ışın demetine dik gelen bileşenidir. Işın demeti, parçacığın momentumu ve enine düzlemi aşağıdaki gibi gösterilebilir:



Şekil 5.2 Bir çarpıştırıcı deneyinin standart gösterimi. Işın demeti Z eksenı boyunca yönelirken, x ve y eksenleri enine düzlemi tanımlar. Parçacığın momentumu $\vec{P}$, uzunlamasına bir p_z bileşeni ile enine bir p_T bileşenine sahip olacaktır (Barr vd., 2011)

4-boyutta konum'un Lorentz dönüşümü altında değişimi aşağıdaki gibi gösterilir (Daw, 2012):

$$ct' = \gamma(ct - \beta z) \quad (5.2)$$

$$x' = x \quad (5.3)$$

$$y' = y \quad (5.4)$$

$$z' = \gamma(z - \beta ct) \quad (5.5)$$

Yukarıda verilen dönüşümlere göre 4-momentumun Lorentz dönüşümü altında nasıl değiştiği şu şekilde yazılabilir:

$$\frac{E'}{c} = \gamma \left(\frac{E}{c} - \beta p_z \right) \quad (5.6)$$

$$p'_x = p_x \quad (5.7)$$

$$p'_y = p_y \quad (5.8)$$

$$p'_z = \gamma \left(p_z - \beta \frac{E}{c} \right) \quad (5.9)$$

Burada parçacığın z bileşeni Lorentz dönüşümü altında değişmez kalmıyorken, x ve y bileşenleri bu dönüşüm altında değişmezdir (Lorentz invariant nicelik). Enine momentum şu şekilde gösterilir (Han, 2005):

$$P_T = \sqrt{p_x^2 + p_y^2} = P \sin \theta \quad (5.10)$$

Burada da görüldüğü gibi P_T enine momentumu p_x ve p_y momentumları kullanılarak yazılmaktadır $\vec{P}_T = (p_x, p_y)$. Bileşenlerden p_x ve p_y momentumları Lorentz invariant nicelikler oldukları için P_T enine momentumu dönüşüm altında değişmez kalan kinematik nicelik ihtiyacını karşılayacaktır. Son olarak parçacığın momentum vektörünün büyüklüğü P_T ve η 'yı kullanılarak aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$|P| = P_T \cosh \eta \quad (5.11)$$

Bu eşitlikten de P_T ve η bilgisine sahip olmanın önemi görülebilir.

5.3 Histogramlar

İlgili süreç $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$ süreci idi. Bu süreç gerçekleştiğinde dedektörün algıladığı parçacıklar W bozonları değildir çünkü bu parçacıklar kararsız parçacıklardır ve hızlıca daha kararlı parçacıklara bozunmaktadır. Dedektörlerin algıladığı parçacıklar aslında sürecin devamında ortaya çıkan kararlı haldeki leptonlar ya da quarklardır (jetlerdir). Öyleyse sürecin gösterimi aslında şu şekildedir:

$$e^+e^- \rightarrow W^+W^- \rightarrow qqlv \quad (5.12)$$

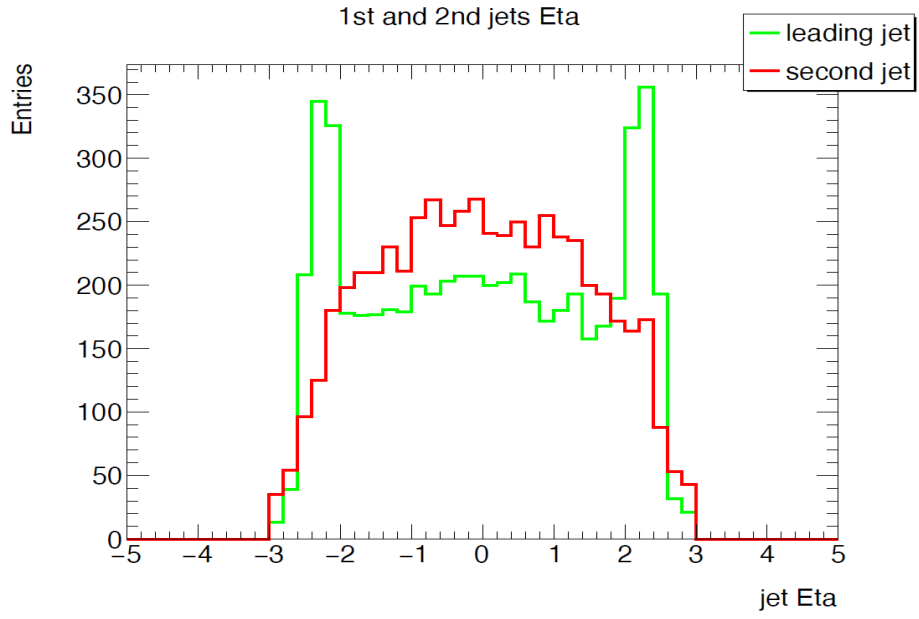
Histogramlar en son durumda ortaya çıkan parçacıklara göre çizdirilmiştir, yani histogramlar W parçacıklarının bozunmuş olduğu durum için çizdirilmiştir. Sürecin kütle merkezi enerjisi $\sqrt{s} = 3 \text{ TeV}$ 'dir; yani elektron ve pozitron demetlerinden her biri 1.5 TeV'lik bir enerjiye sahiptir. Histogramlar öncelikle sadece Standart Modeli içerecek şekilde, daha sonra ise ilgili boyut-6 bağlaşım sabitleri dahil edilerek çizdirilmiştir. Her bir bağlaşım sabitinin değeri 0.5 alınmıştır. Histogramlara geçmeden önce değinilmesi gereken bir diğer kavram ise “olay sayısı” kavramıdır.

Olay sayısı:

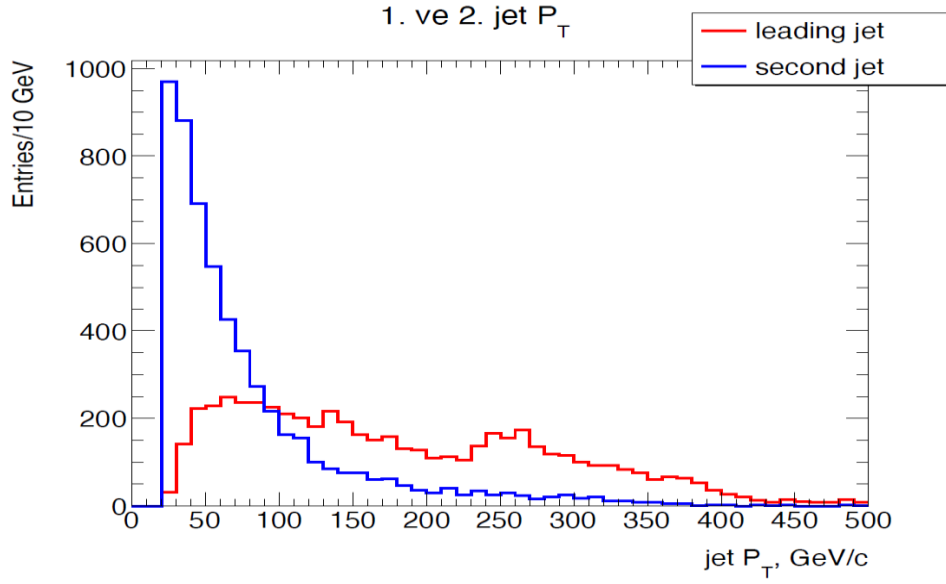
$$N = \sigma L \quad (5.13)$$

olarak ifade edilir. Burada N olay sayısı, σ tesir kesiti ve L ışınlık olarak adlandırılır. Tesir kesiti σ olasılıksal bir kavramdır ve birimi barn'dır: $1 \text{ cm}^2 = 10^{24} \text{ barn}$ olarak gösterilir. Tesir kesiti olay sayısının elde edilmesinde yer aldığı için önemli bir kavramdır. Olay sayısında yer alan L ışınlık “anlık ışınlık”tır ve belirli bir süre için integrali alınırsa “toplam ışınlık (L_{int})” elde edilir. Anlık ışınlık $L \sim f n_1 n_2 / a$ olarak gösterilir. Burada n_1 birinci demette bir paketçikte yer alan parçacık sayısını, n_2 ikinci demette bir paketçikte yer alan parçacık sayısını, f frekansı ve a ise demetlerin kesit alanını göstermektedir. Anlık ışınlığın birimi $\text{cm}^{-2}\text{s}^{-1}$ dir. Toplam ışınlık $L_{int} = \int L dt$ ile hesaplanır ve birimi cm^{-2} dir. Tesir kesiti değişiminin incelenmesi olay sayısı ile ilgili bilgi edinilmesini sağlar ve olay sayısının artması, ilgili sürecin gerçekleşme olasılığını ya da ilgili parçacıkların elde edilme olasılığını artırdığından önemlidir.

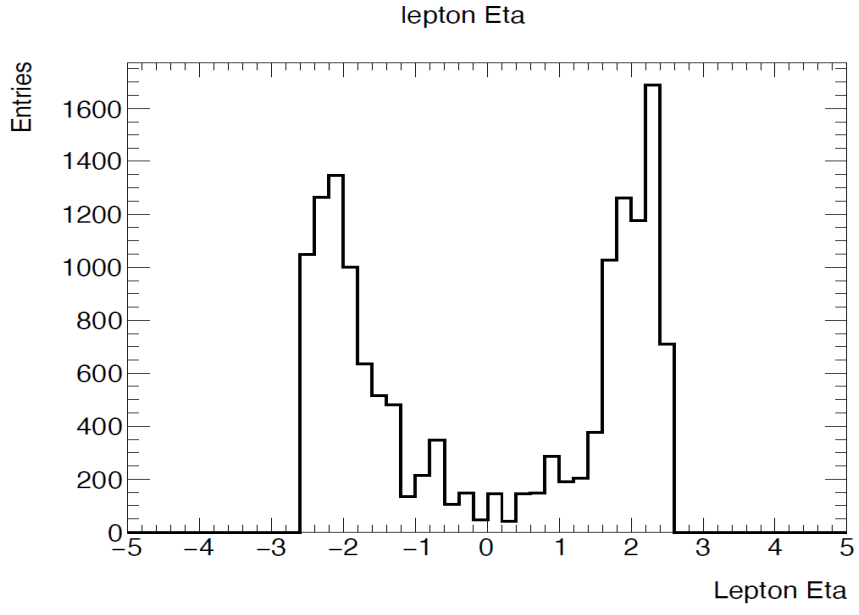
5.3.1 Standart Model histogramları



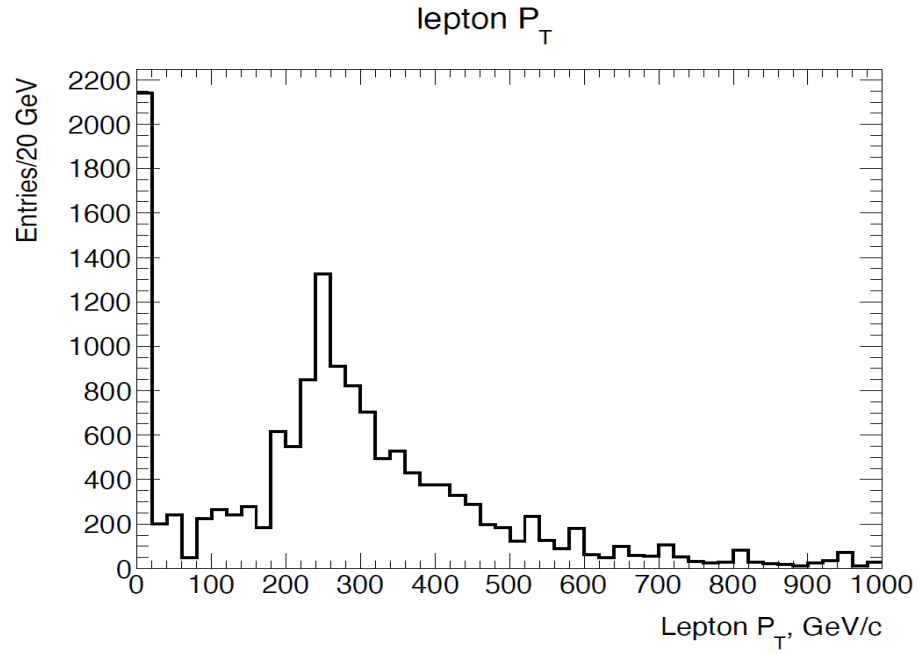
Şekil 5.3 Standart Model için olay sayısı-jet η dağılımı



Şekil 5.4 Standart Model için olay sayısı-jet P_T dağılımı

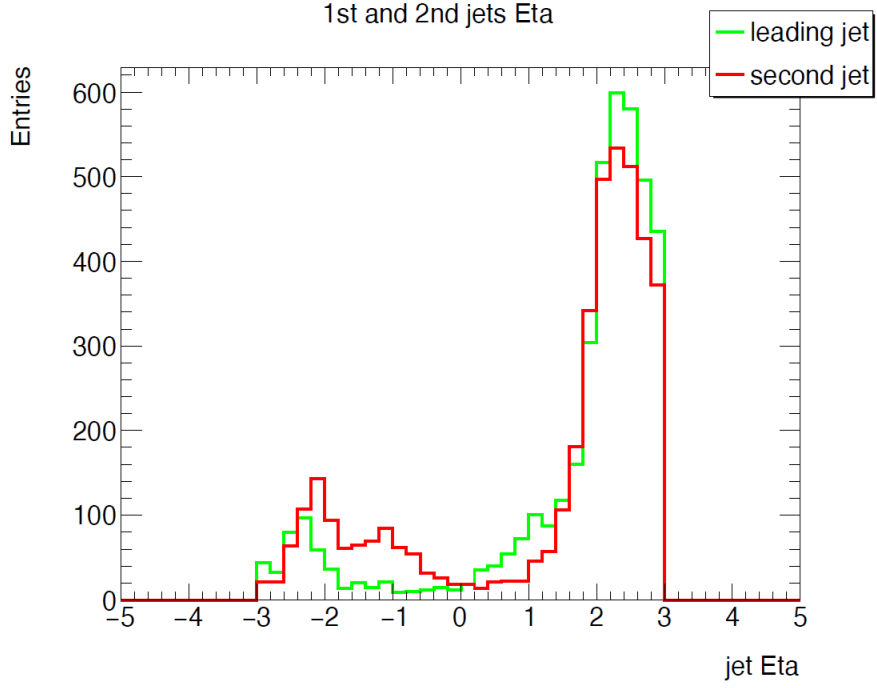


Şekil 5.5 Standart Model olay sayısı-lepton η dağılımı

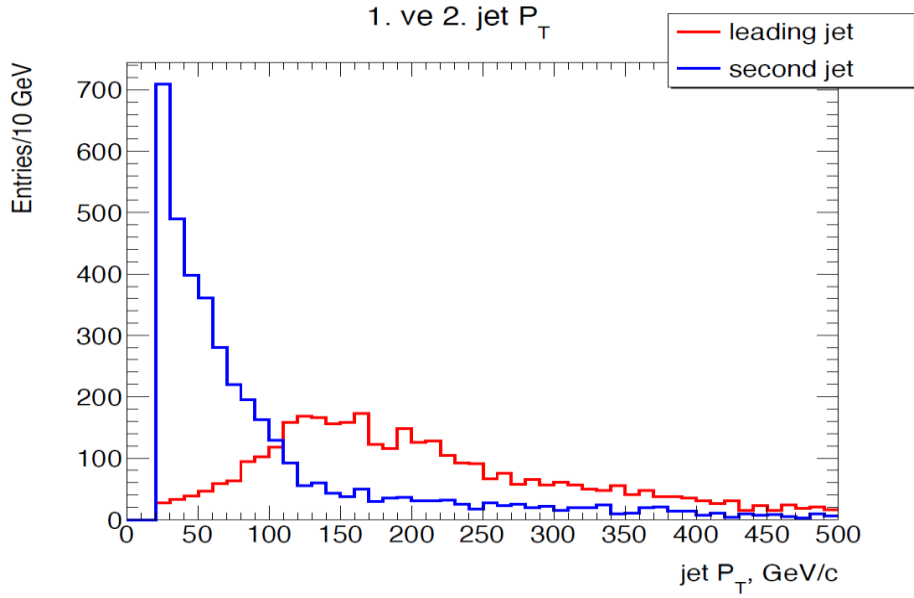


Şekil 5.6 Standart Model olay sayısı-lepton P_T dağılımı

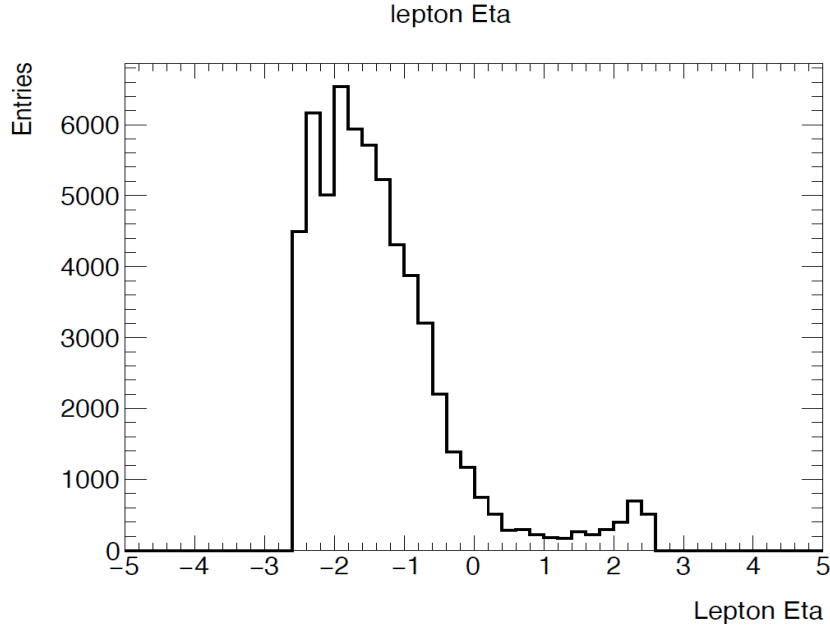
5.3.2 Standart Modele c_b bağlaşım sabiti eklenerek elde edilen histogramlar



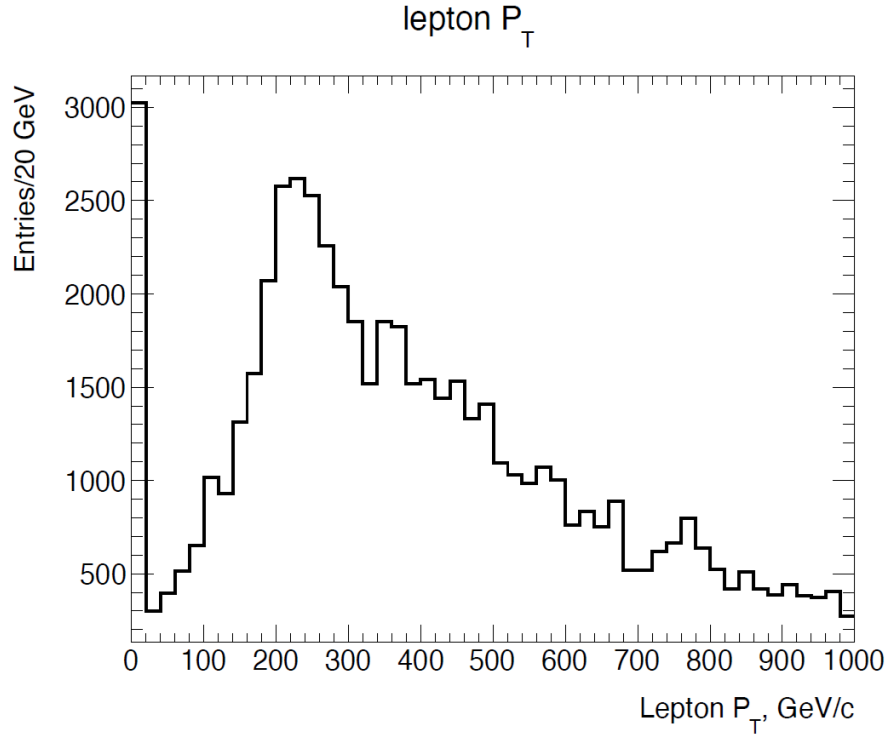
şekil 5.7 c_b Bağlaşım Sabiti için olay sayısı-jet η dağılımı



şekil 5.8 c_b Bağlaşım Sabiti için olay sayısı-jet P_T dağılımı

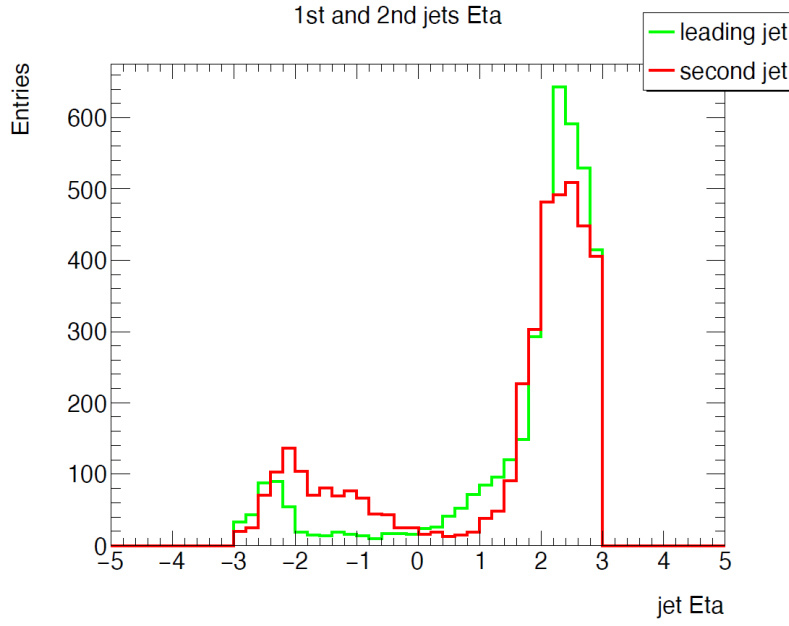


Şekil 5.9 c_b Bağlaşım Sabiti için olay sayısı-lepton η dağılımı

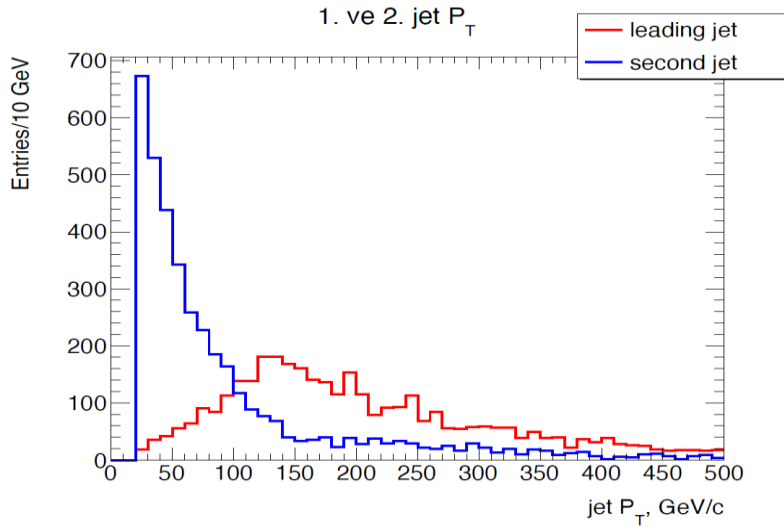


Şekil 5.10 c_b Bağlaşım Sabiti için olay sayısı-lepton P_T dağılımı

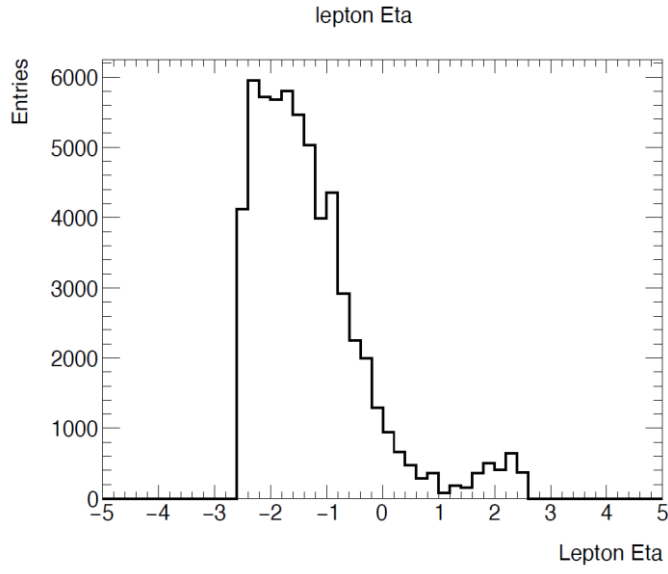
5.3.3 Standart Modele c_{pw} bağlaşım sabiti eklenerek elde edilen histogramlar



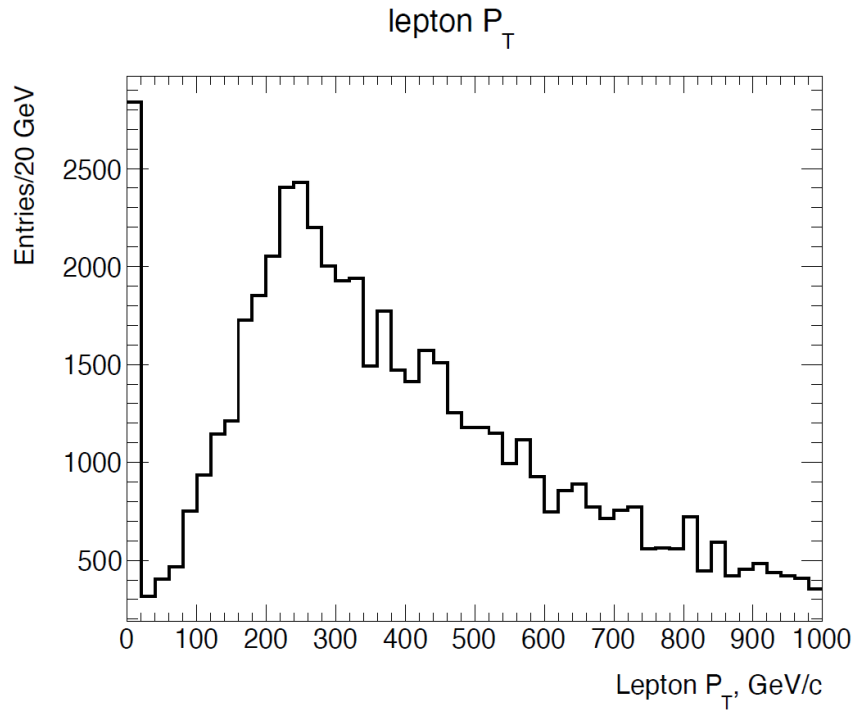
şekil 5.11 c_{pw} Bağlaşım Sabiti için olay sayısı-jet η dağılımı



şekil 5.12 c_{pw} Bağlaşım Sabiti için olay sayısı-jet P_T dağılımı

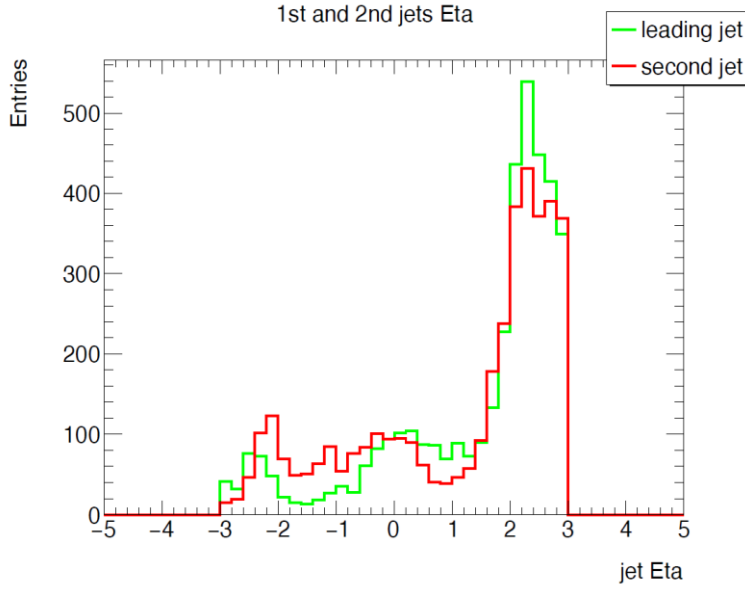


Şekil 5.13 c_{pw} Bağlaşım Sabiti için olay sayısı-lepton η dağılımı

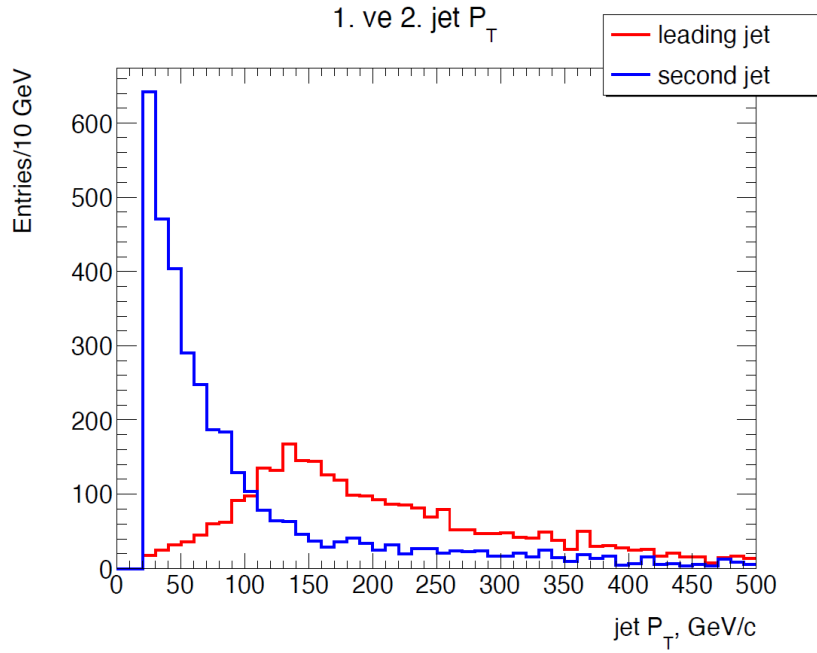


Şekil 5.14 c_{pw} Bağlaşım Sabiti için olay sayısı-lepton P_T dağılımı

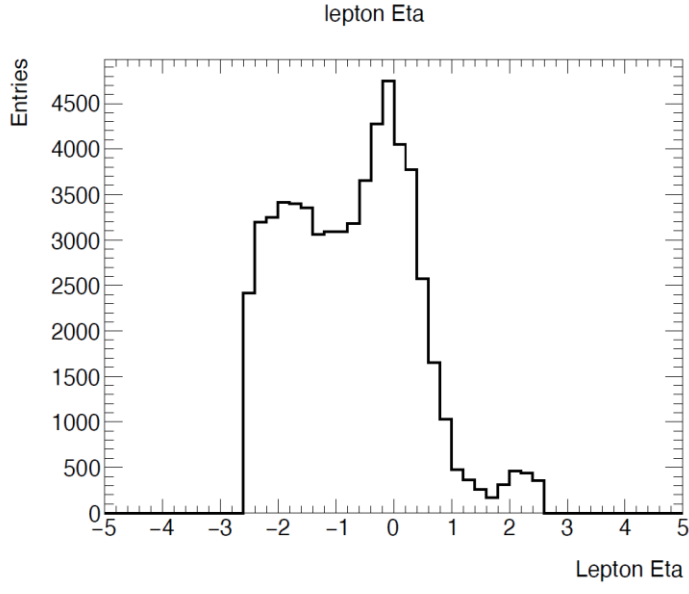
5.3.4 Standart Modele c_{pww} bağlaşım sabiti eklenerek elde edilen histogramlar



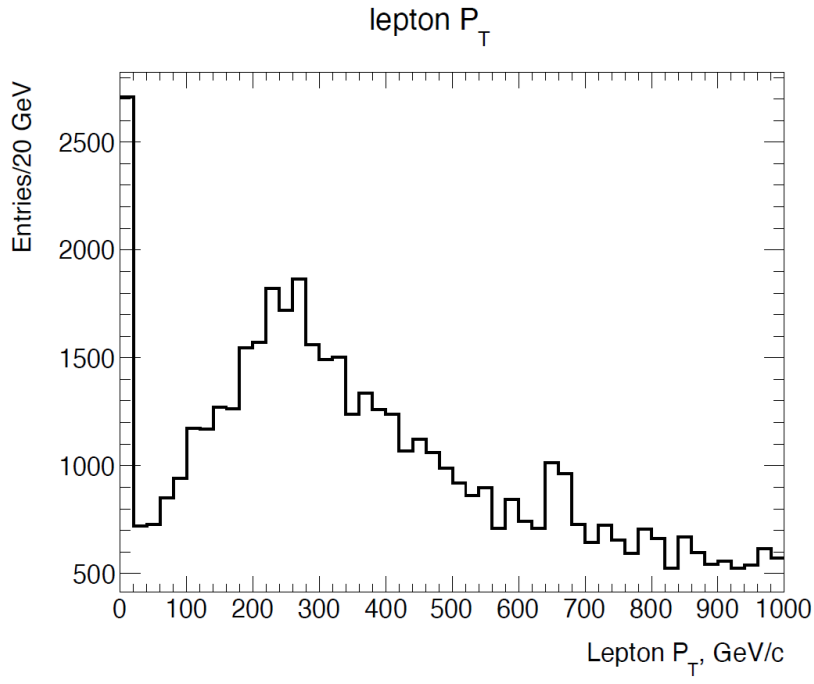
şekil 5.15 c_{pww} Bağlaşım Sabiti için olay sayısı-jet η dağılımı



şekil 5.16 c_{pww} Bağlaşım Sabiti için olay sayısı-jet P_T dağılımı

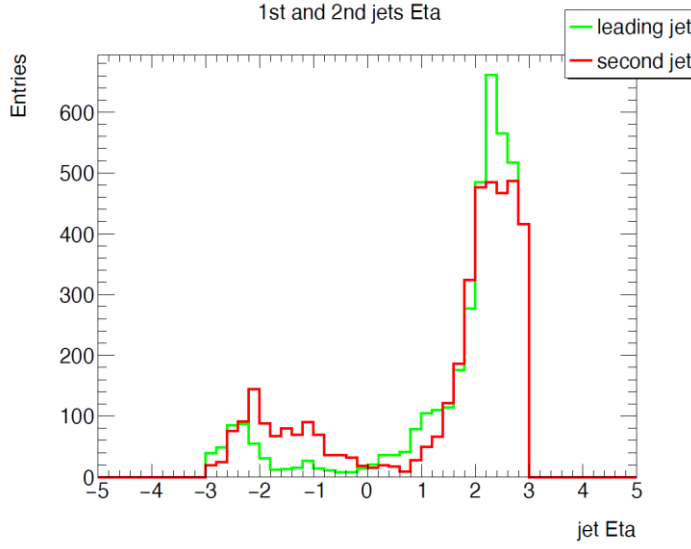


Şekil 5.17 c_{pww} Bağlaşım Sabiti için olay sayısı-lepton η dağılımı

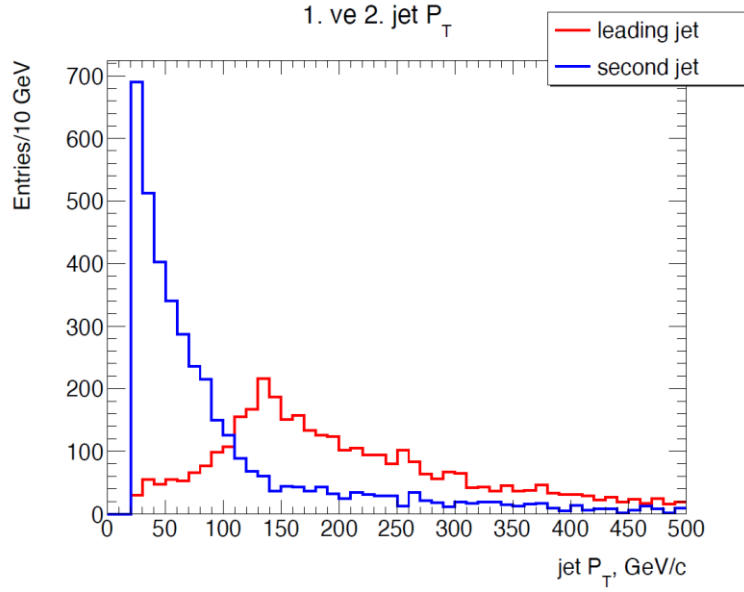


Şekil 5.18 c_{pww} Bağlaşım Sabiti için olay sayısı-lepton P_T dağılımı

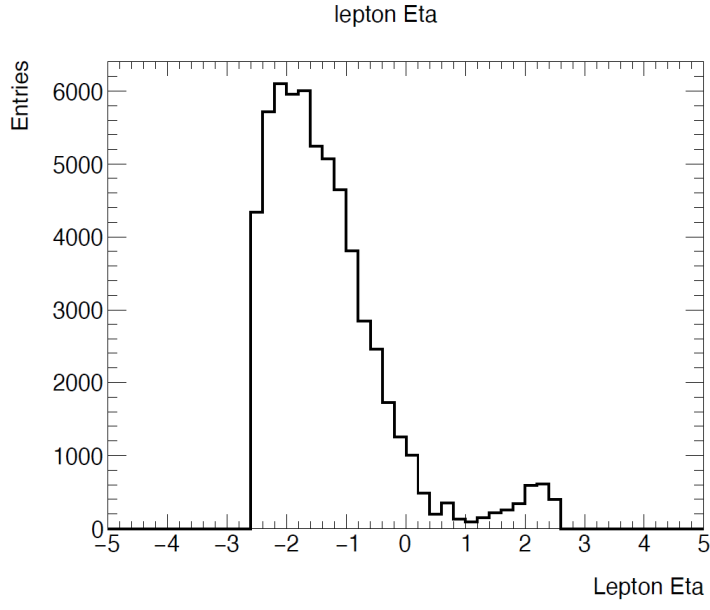
5.3.5 Standart Modele c_w bağlaşım sabiti eklenerek elde edilen histogramlar



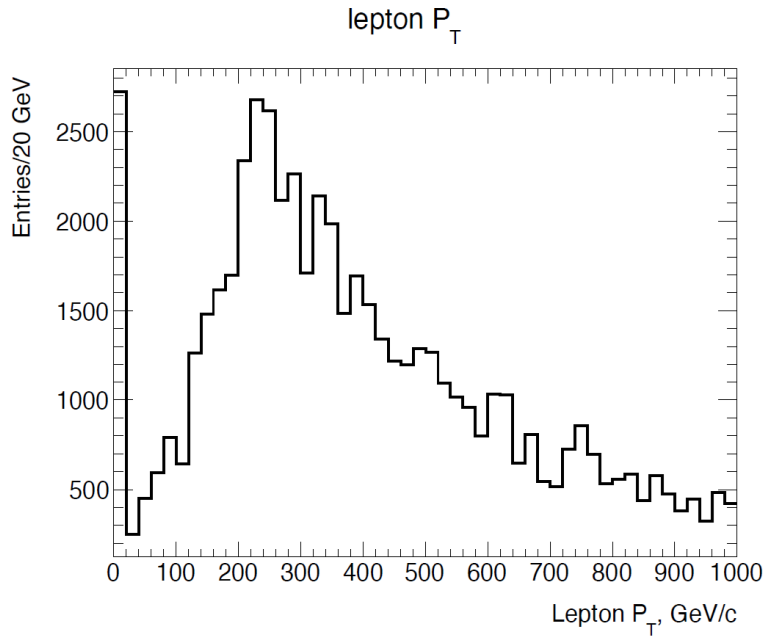
şekil 5.19 c_w Bağlaşım Sabiti için olay sayısı-jet η dağılımı



şekil 5.20 c_w Bağlaşım Sabiti için olay sayısı-jet P_T dağılımı

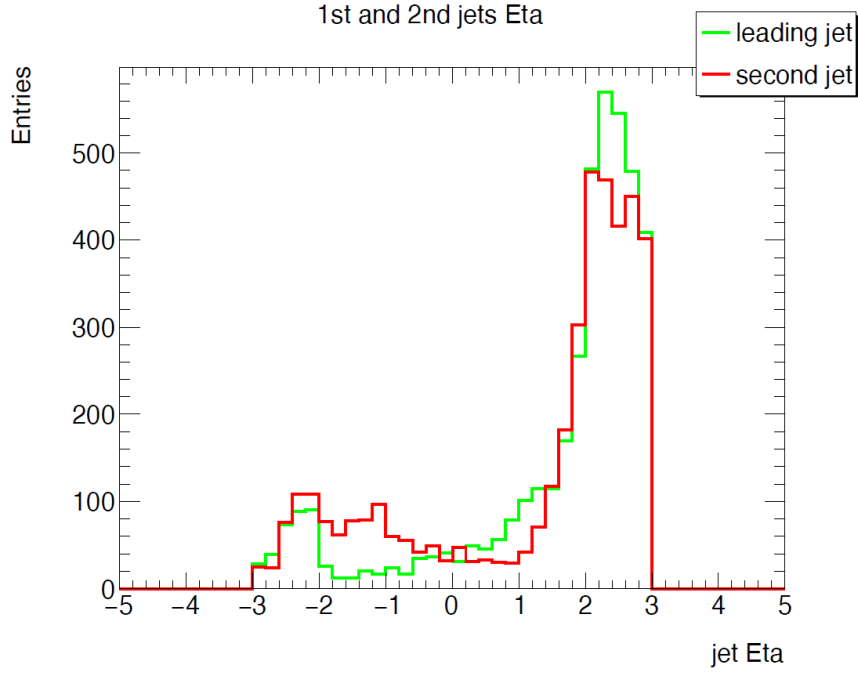


Şekil 5.21 c_w Bağlaşım Sabiti için olay sayısı-lepton η dağılımı

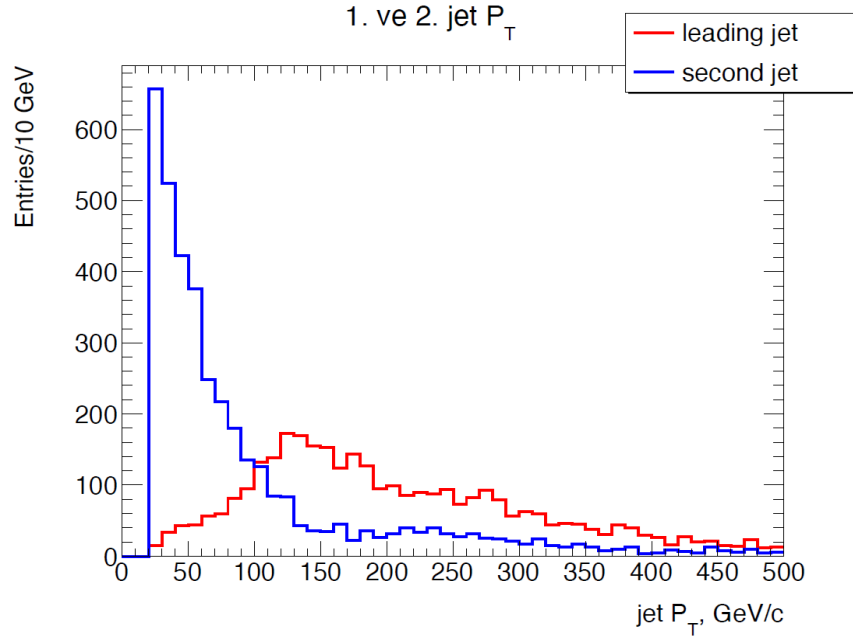


Şekil 5.22 c_w Bağlaşım Sabiti için olay sayısı-lepton P_T dağılımı

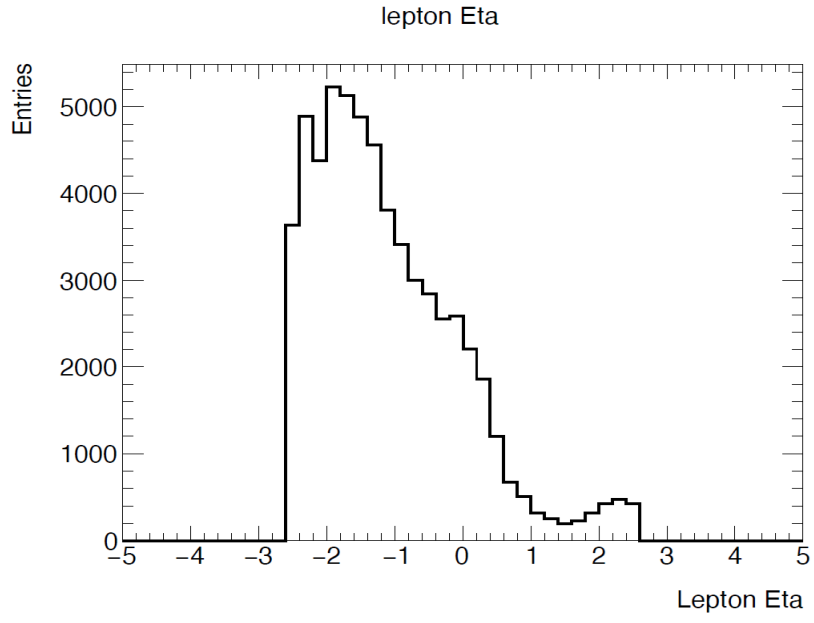
5.3.6 Standart Modele c_{www} bağlaşım sabiti eklenerek elde edilen histogramlar



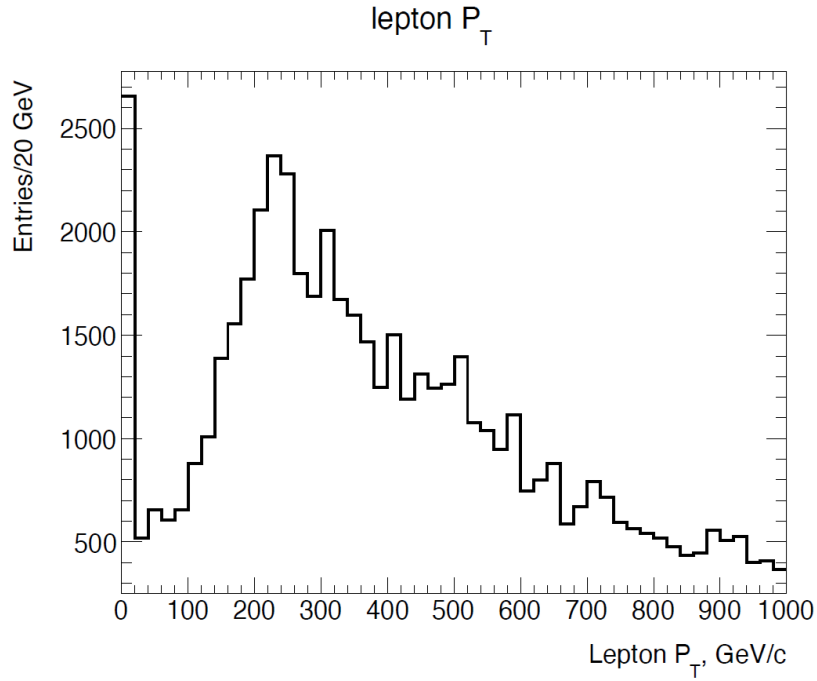
Şekil 5.23 c_{www} Bağlaşım Sabiti için olay sayısı-jet η dağılımı



Şekil 5.24 c_{www} Bağlaşım Sabiti için olay sayısı-jet P_T dağılımı



Şekil 5.25 c_{ww} Bağlaşım Sabiti için olay sayısı-lepton η dağılımı



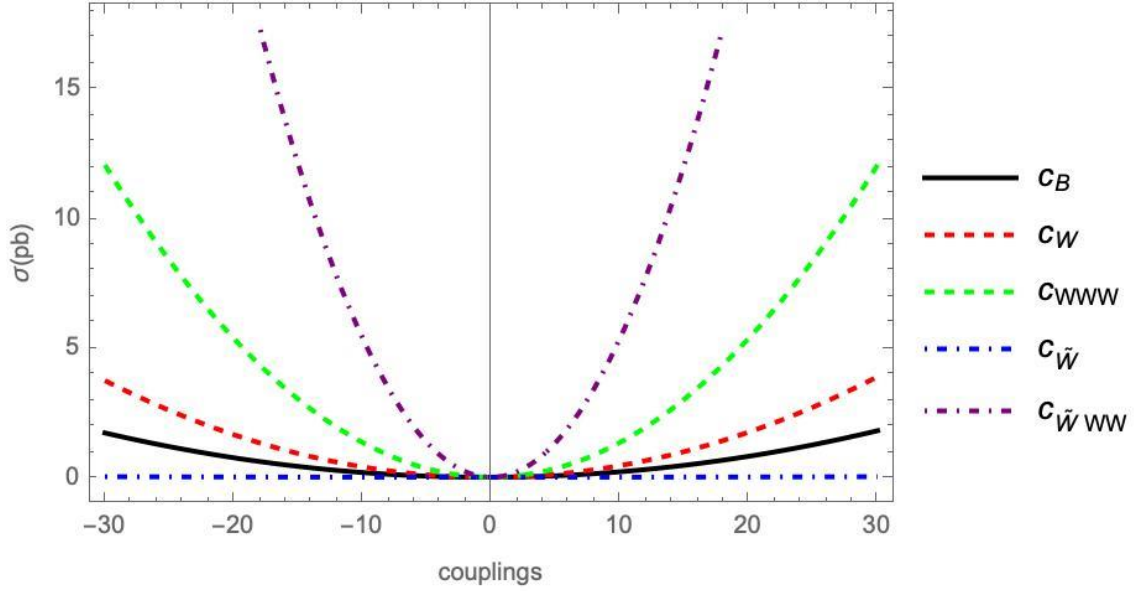
Şekil 5.26 c_{ww} Bağlaşım Sabiti için olay sayısı-lepton P_T dağılımı

Yukarıda Standart Model ve farklı bağlaşım sabitleri için histogramlar verilmiştir. Bu histogramlar her bir bağlaşım sabiti ve Standart Model için sırasıyla jet η , jet P_T , lepton

η ve lepton P_T dağılımlarını içermektedir. Bu dağılımlar olay sayılarına göre yapılmıştır. Histogramların çizilmesindeki asıl sebep süreçle ilgili analize geçildiğinde, kesmeler (cut) nereden başlatılırsa analiz sonuçlarının iyileştirilebileceğinin yorumlanabilmesidir. Analize geçildiğinde Standart Model katkıları azaltılarak yeni fizik verileri ön plana çıkartılmaya çalışılmaktadır. Histogramlar sayesinde Standart Model etkilerinin nerede daha fazla olduğu anlaşılıp seçilen uygun kesmeler (cutlar) ile bu etkiler en aza indirilebilmektedir. Bu da şu şekilde yorumlanabilir; en başta yer alan dört histogram sadece Standart Model değerlerini içerecek şekilde çizdirilmiştir fakat daha sonra gelen histogramların her biri hem Standart Model değerlerini hem de ilgili bağlaşım sabitinin katkılarını içermektedir. Daha önce de belirtildiği gibi analiz yapılırken Standart Model'in analize en az şekilde dahil edilmesi hedeflenmektedir. Standart Modeli çıkarmak için bu histogramlar karşılaştırılarak Standart Model değerlerinin fazla katkı yaptığı yerler analizden kesip atılabilmektedir.

6. ANALİZ

İlk olarak bağlaşım sabitlerine göre tesir kesiti değişimlerini incelenmiştir:



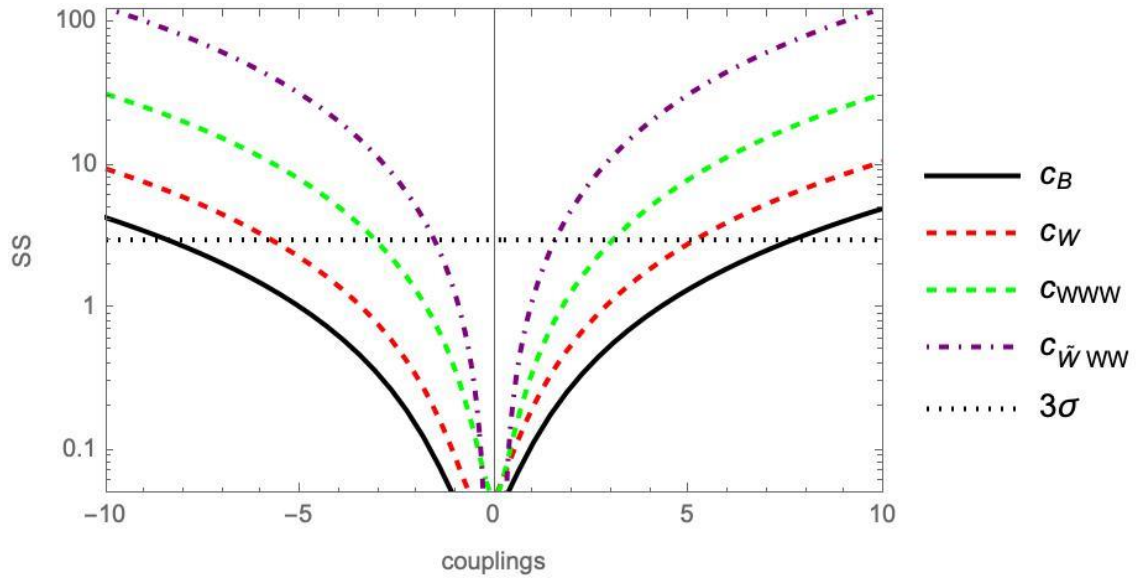
Şekil 6.1 Bağlaşım sabitlerine göre toplam tesir kesitleri

Yukarıda bağlaşım sabitlerinin farklı değerleri için toplam tesir kesitleri verilmiştir. Tesir kesiti parçacıkların etkileşme olasılığı ile ilgili bilgi vermektedir ve artması olay sayısının artması anlamına gelir. Olay sayısının artması ise ilgili sürecin gerçekleşme olasılığının artması anlamına gelmektedir. Yukarıdaki grafik her bir bağlaşım sabiti değerine karşılık gelen tesir kesiti değerleri belirlenerek çizilmiştir ve tesir kesiti grafiği çizdirilirken W parçacıkları bozundurulmamıştır. Grafik incelendiğinde sürece en az katkıyı c_B bağlaşım sabiti verirken, en çok katkıyı ise $c_{\tilde{W}WW}$ bağlaşım sabitinin verdiği görülmektedir. Anormal bağlaşım sabitleri 0 değerini alırsa bu durumda Standart Model için tesir kesiti değeri elde edilir. Dikkat edilecek olursa $c_{\tilde{W}}$ bağlaşım sabitinin aldığı değerler 0'a yakındır ve bu haliyle Standart Modele yakın değerlere sahip olduğu için aslında bu bağlaşım sabiti sürece çok az katkı vermektedir denilebilir. Burada tesir kesiti dağılımının parabolik çıkmasının sebebi, tesir kesitinin genliğin karesiyle ($\sigma \sim |M^2|$) orantılı olmasıdır. Sürecin genliği ilgili köşe faktörlerini içermekteydi, burada Standart Model köşe faktörlerine ek olarak anormal bağlaşım sabitleri de köşe faktörlerinde yer almaktadır (örneğin $M \sim c_W$). Öyleyse genliğin karesi ($|M^2|$) burada yer alan anormal

bağlaşım sabitlerinin kareleriyle orantılı olacaktır. Buradan da tesir kesitlerinin neden bağlaşım sabitlerinin kareleri ile orantılı olduğu görülebilir (örneğin $\sigma \sim c_W^2$). Böylece bağlaşım sabitlerine göre toplam tesir kesiti grafiği Şekil 6.1’de de görüldüğü gibi parabolik olacaktır.

Sürecin analizinde analiz yöntemi olarak “İstatistiksel Anlamlılık (SS)” [$SS = (\sigma_{B+S} - \sigma_B) / \sqrt{\sigma_B} * \sqrt{L}$] yöntemi kullanılmıştır. Bu analiz MadGraph5_aMC (Alwall, Herquet, Maltoni, Mattelaer ve Stelzer, 2011) programı kullanılarak $\sqrt{s} = 3$ TeV kütle merkezi enerjisinde yapılmıştır. Kullanılan cutlar (kesme) şu şekildedir; jetler için $N_j \geq 2$, $\eta^J > 1.0$, $P_T^{J_2} > 30$ GeV; leptonlar için $\eta^l > 0$, $P_T^l > 10$ GeV olarak alınmıştır.

Analize göre istatistiksel anlamlılık grafiği aşağıdaki verilmiştir:



Şekil 6.2 Anormal bağlaşım sabitleri için istatistiksel anlamlılık grafiği. Grafikte anormal bağlaşım sabitleri sınırları 3σ çizgisine göre belirlenmiştir.

Daha önce de bahsedildiği üzere $c_{\tilde{W}}$ bağlaşım sabitinin sürece katkısı çok küçük olduğundan ve sabitin değerlerine iyi bir sınır getirilememesinden dolayı bu bağlaşım sabiti detaylı bir şekilde incelenememiştir ve bu sebeple İstatistiksel Anlamlılık Analizinde bu bağlaşım sabiti yer almamıştır. Tesir kesiti grafiğinden daha önce de gözlemlendiği üzere bu sürece en çok katkı $c_{\tilde{W}WW}$ bağlaşım sabitinden gelmiştir.

İstatistiksel anlamlılık analiz grafiğinde bu bağlaşım sabitinin 3σ çizgisi sınırlarında diğer bağlaşım sabitlerine göre daha küçük değerlere kadar sınırlanabildiğini görülmektedir. Daha düşük sınırlar verilebilmesi $c_{\tilde{w}ww}$ bağlaşım sabitinin daha iyi gözlenebileceği anlamına gelmektedir çünkü bu sınırların içindeki değerler için bağlaşım sabiti gözlenemez. Bu bağlaşım sabitleri için deney sonuçlarından bazı limitler elde edilmiştir. Bu limitler aşağıdaki çizelgede verilmiştir:

Çizelge 6.1 Bağlaşım sabitleri için deneysel limitler

Deneysel Limit	$\frac{c_{\tilde{w}ww}}{\lambda^2}$ (TeV ⁻²)	$\frac{c_{www}}{\lambda^2}$ (TeV ⁻²)	$\frac{c_w}{\lambda^2}$ (TeV ⁻²)	$\frac{c_b}{\lambda^2}$ (TeV ⁻²)
ATLAS (Aaboud vd., 2017) (8 TeV ve $L_{int} = 20.2$ fb ⁻¹)	[-5.3; 5.3]	—	[-6.4; 11.0]	[-36.0; 43.0]
CMS (Sirunyan vd., 2016) (8 TeV ve $L_{int} = 19.4$ fb ⁻¹)	—	[-5.7; 5.9]	[-11.4; 5.4]	[-29.2; 23.9]
CMS (Sirunyan vd., 2019) (13 TeV ve $L_{int} = 35.9$ fb ⁻¹)	—	[-1.58; 1.59]	[-2.0; 2.65]	[-8.78; 8.54]
CMS (Sirunyan vd., 2021) (13 TeV ve $L_{int} = 137$ fb ⁻¹)	[-0.9; 0.91]	[-0.45; 0.45]	[-39.7; 40.7]	[-39.7; 40.7]

Çizelge 6.1’de bağlaşım sabitleri için deneysel limitler verilmiştir. Burada amaç verilen deneysel limitler ile sürecin simülasyon analizi sonucu oluşan Şekil 6.2’deki istatistiksel anlamlılık grafiğinden elde edilen bağlaşım sabitlerinin sınırlarının karşılaştırılıp yorumlanmasıdır. Şekil 6.2’deki istatistiksel anlamlılık grafiğine göre 3σ çizgisi üzerinde simülasyon analizinden elde edilen bağlaşım sabitlerinin sınırları sırasıyla şu şekildedir:

$c_b: [-8.1; +7.3]$, $c_w: [-5.8; +5.4]$, $c_{www}: [-3.0; +3.1]$, $c_{\tilde{w}ww}: [-1.6; +1.4]$. Analiz sonucu elde edilen bu sınırları deneysel sınırlar ile karşılaştırıldığında bağlaşım sabitleri için deneysel olarak verilen limitlerden daha iyi sonuçlar elde edildiği görülmektedir.

Çizelge 6.1’de verilen ve istatistiksel analiz ile elde edilen sınırların içerisindeki değerler bu bağlaşım sabitleri için gözlenemez. Örneğin istatistiksel analiz ile elde edilen c_b bağlaşım sabiti sınırları olan -8.1 ile $+7.3$ noktaları arasında bu bağlaşım sabitinin aldığı değerler gözlenemez çünkü bu bağlaşım sabiti için gözlenebilir aralıkta inilebilecek en düşük sınırlar bunlardır. Bu sınırlar istatistiksel anlamlılık analizinde 3σ güvenilirlikle yapılmıştır. Aşağıdaki çizelgede farklı σ değerleri için güvenilirlik oranları verilmiştir (Taylor, 1981):

Çizelge 6.2 Farklı σ değerlerine karşılık gelen olasılıksal güvenilirlik oranları

σ Değeri	Güvenilirlik Oranı (Anlamlılık Düzeyi)
1σ	%68.27
2σ	%95.45
3σ	%99.73
4σ	%99.994
5σ	%99.99994

Çizelge 6.2’ye göre 3σ çizgisine göre analizin güvenilirlik oranı %99.73’e denk gelmektedir. Bu analiz farklı σ çizgileri baz alınarak da yapılabilir. İstatistiksel anlamlılık grafiğinde bağlaşım sabitlerinin sınırları 1σ çizgisine göre belirlenmiş olsaydı bu durumda daha küçük sınırlara kadar inilebilinirdi fakat bu sefer Çizelge 6.2’den de görüleceği üzere analizin güvenilirlik oranı %68.27’ye düşerdi. Eğer sınırlar 5σ çizgisine göre belirlenmiş olsaydı bu durumda olasılıksal güvenilirlik oranı %99.99994’e çıkacaktı fakat bağlaşım sabitlerinin gözlenemeyeceği aralık yani sınırlar büyüyecekti. Yüksek enerji fiziğinde bir keşif iddiasında bulunmak için geleneksel olarak 5σ anlamlılık düzeyi ve sıfır hipotezine karşı test yaparken ise kanıt için 3σ anlamlılık düzeyi kullanılmaktadır (Behnke vd., 2013).

7. SONUÇ VE YORUM

Standart Model elimizdeki en başarılı teori olmasına rağmen cevap veremediği birçok fiziksel olay bulunmaktadır ve bu sebeple geliştirilmesi gerekmektedir. Birkaç yüz GeV'lik enerjilerden daha yüksek enerjilere çıkıldığında teori ve deneysel sonuçlarda sapmalar meydana gelmektedir. Bu sebeple Standart Model'i geliştirmek ve daha yüksek enerjilerdeki sapmalara açıklama getirmek amacıyla etkin alan teorisi kullanılır. Standart Model için oluşturulan etkin teoriye Standart Model Etkin Alan Teorisi (SMEFT) adı verilir ve bu etkin alan teorisi sayesinde $E \ll \lambda$ yeni fizik enerji ölçeğine kadar çıkılarak sapmalar ve yeni fizik etkileri açıklanmaya çalışılır.

Bu tez kapsamında $e^-e^+ \rightarrow W^+W^- \rightarrow l^\pm \nu_l jj$ süreci için 6-boyutlu anormal üçlü ayar bozon (aTGC) etkileşimleri Standart Model Etkin Alan Teorisi kapsamında çalışılmıştır ve Standart Model Ötesi katkılar göz önüne alınarak teori ve deneysel veriler arası sapmalar açıklanmaya çalışılmıştır. Süreç $\sqrt{s} = 3 \text{ TeV}$ kütle merkezi enerjisi ve $L_{int} = 1 \text{ ab}^{-1}$ ışınlık ile W bozonları bozundurulur kompakt lineer çarpıştırıcıda (CLIC) çalışılmıştır. 6-boyutlu etkileşimler MadGraph içinde bulunan EWdim6 modeli ile sürece dahil edilmiştir. W bozonlarının bozunması ile ortaya çıkan jetler için $N_j \geq 2$, $\eta^J > 1.0$, $P_T^{J_2} > 30 \text{ GeV}$; leptonlar için ise $\eta^l > 0$, $P_T^l > 10 \text{ GeV}$ cutlar kullanılarak yapılan analizler sonucu anormal bağlaşım sabitlerine $c_b: [-8.1; +7.3]$, $c_w: [-5.8; +5.4]$, $c_{www}: [-3.0; +3.1]$, $c_{\tilde{w}ww}: [-1.6; +1.4]$ sınırlamaları getirilmiştir ve bu sınırlamalarla deneysel limitlerden daha iyi sonuçlar elde edilmiştir. Limitlerin iyileştirilmesi için gelen elektron ve pozitron demetlerinin polarize olduğu durumlar ele alınabilir.

KAYNAKLAR

- Aboud, M. vd. (2017). [ATLAS Collaboration], Eur. Phys. J. C. s. 77, 563
- Alwall, J., Herquet, M., Maltoni, F., Mattelaer, O. ve Stelzer, T. (2011). JHEP 06, 128
- Arzt, C., Einhorn, M. B. ve Wudka, J., (1994). Patterns of deviation from the standard model. s. 42. Nuclear Physics B433 (1995) 41-46. doi:10.1016/0550-3213(94)00336-d
- Barr, A. J. vd. (2011). A storm in a T cup: the connoisseur's guide to transverse projections and mass-constraining variables. s. 4. arXiv:1105.2977v2
- Brehmer, J. (2016). Higgs effective field theory, s. 4
- Buchmüller, W., & Lüdeling, C. (2006). Field Theory and the Standard Model. arXiv:hep-ph/0609174v1
- Buchmüller, W., ve Wyler, D., (1985). Effective Lagrangian analysis of new interactions and flavour conservation. s. 621-622 Nuclear Physics B268 (1986) 621-653. doi: 10.1016/0550-3213(86)90262-2
- Daw, E. (2012). Lecture 7 Rapidity and pseudorapidity. s. 8, 4-5.
- Degrande, C., Greiner, N., Kilian, W., Mattelaer, O., Mebane, H., Stelzer, T., ...Zhang, C. (2012). Effective Field Theory: A Modern Approach to Anomalous Couplings. arXiv:1205.4231v1
- Ehnke, O., Kröninger, K., Schott, G. ve Schömer-Sadenius, T. (2013). Data analysis in high energy physics. A practical guide to statistical methods. s. 85.
- Ellis, J. (2021). SMEFT constraints on new physics beyond the Standard Model. s. 2. doi: 10.31526/ACP.BSM-2021.16
- Falkowski, A., Alonso, M., Greljo, A., Marzocca, D. & Son, M. (2017). Anomalous Triple Gauge Coupling in the Effective Field Theory Approach at the LHC. arXiv:1609.06312v2
- Gonzalez-Garcia, M. C. (1999). Anomalous Higgs Couplings. International Journal of Modern Physics A, Vol. 14, No. 20, 3121-3146. arXiv:9902321v1
- Gross, E. (2018). Practical Statistics for High Energy Physics. arXiv:1905.12362v2
- Grzadkowski, B., Iskrzynski, M., Misiak, M. ve Rosiek, J. (2017). Dimension-six terms in the Standard Model Lagrangian. s. 2. arXiv: 1008.4884v3

- Hagiwara, K., Ishihara, S., Szalapski, R. ve Zeppenfeld, D. (1993). Low energy effects of new interactions in the electroweak boson sector. s. 48. Physical Review D. Volume 48, Number 5. doi: 10.1103/PhysRevD.48.2182
- Hagiwara, K., Peccei, R. D. ve Zeppenfeld, D. (1986). Probing the weak boson sector in $e+e-\rightarrow W-W+$. s. 256. Nuclear Physics B282 (1987) 253-307 doi: 10.1016/0550-3213(87)90685-7
- Han, T. (2005). Collider phenomenology. Basic knowledge and techniques. s. 28. arXiv:hep-ph/0508099v1
- Iliopoulos, J. (2013). Introduction to the Standard Model of Electro-Weak Interactions. arXiv: 1305.6779v1
- Jenkins, E. E., Manohar, A. V. & Trott, M. (2020). Renormalization Group Evolution of the Standard Model Dimension Six Operators: Formalism and λ Dependence. arXiv:1308.2627v4 [hep-ph]
- Liu, F. H., Tian, T., Sun, X. S. & Li, B. C. (2014). What can we learn from (pseudo) rapidity distribution in high energy collisions? Advances in High Energy Physics, Vol. 2014, article ID 863863 doi:10.1155/2014/863863
- Manohar, A. V. (2013). An Exactly Solvable Model for Dimension Six Higgs Operators and $h\rightarrow\gamma\gamma$. arXiv:1305.3927v1
- Nachtmann, O., Nagel, F., Pospischil, M., & Utermann, A. (2006). Effective-Lagrangian approach to $\gamma\gamma\rightarrow WW$: Couplings and amplitudes. The European Physical Journal C, 45, 679-691. doi: 10.1140/epjc/s2005-02450-3
- Pich, A. (2012). The Standard Model of electroweak interactions. s. 13. arXiv:1201.0537v1
- Rahaman, R. & Singh, R. K. (2020). Probing the anomalous triple gauge boson couplings in $e+e-\rightarrow W+W-$ using W polarizations with polarized beams. arXiv:1909.05496v2
- Raychaudhuri, S., Patra, M., & Biswal, S. S. (2014). Anomalous Triple Gauge Vertices at the Large Hadron-Electron Collider. arXiv:1405.6056v1 [hep-ph]
- Roussos, J. D. Effective field theory, s. 6
- Schegelsky, V. A., Ryskin, M. G., Martin, A. D. & Khoze, V. A. (2010). A note on rapidity distributions at the LHC. arXiv:1010.2051v1
- Schwartz, M. D. (2017). TASI lectures on collider physics. s. 8. arXiv:1709.04533v1
- Sirunyan, A. M. vd. (2016). [CMS Collaboration], Eur. Phys. J. C. s. 76, 401

- Sirunyan, A. M. vd. (2019). [CMS Collaboration], JHEP s. 12, 062
- Sirunyan, A. M. vd. (2021). [CMS Collaboration], Phys. Rev. Lett. s. 126, 252002
- Subba, A. ve Singh, R. K., (2022). Role of polarizations and spin-spin correlations of W's in $e^+e^- \rightarrow W^-W^+$ at $\sqrt{s} = 250$ GeV to probe anomalous W-W+Z/ γ couplings. s.1. arXiv:2212.12973v2
- Taylor, J. R. (1981). An introduction to error analysis. The study of uncertainties in phsyical measurements. 2nd edition. s. 286.
- Zhang, Z. (2017). Time to Go Beyond Triple-Gauge-Coupling Interpretation of W Pair Production. arXiv:1610.01618v2