

TC  
ANKARA ÜNİVERSİTESİ  
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ  
FELSEFE (BİLİM TARİHİ)  
ANABİLİM DALI

**SALİH ZEKİ'NİN MATEMATİK FELSEFESİ VE MATEMATİK  
EĞİTİMİ YAKLAŞIMI**

**Doktora Tezi**

**Müjdat TAKICAK**

**ANKARA-2016**

**TC  
ANKARA ÜNİVERSİTESİ  
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ  
FELSEFE (BİLİM TARİHİ)  
ANABİLİM DALI**

**SALİH ZEKİ’NİN MATEMATİK FELSEFESİ VE MATEMATİK  
EĞİTİMİ YAKLAŞIMI**

**Doktora Tezi**

**Müjdat TAKICAK**

**Tez Danışmanı**

**Prof. Dr. Melek DOSAY GÖKDOĞAN**

**ANKARA-2016**

TC  
ANKARA ÜNİVERSİTESİ  
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ  
FELSEFE (BİLİM TARİHİ)  
ANABİLİM DALI

SALİH ZEKİ’NİN MATEMATİK FELSEFESİ VE MATEMATİK  
EĞİTİMİ YAKLAŞIMI

Doktora Tezi

Müjdat TAKICAK

Tez Danışmanı

Prof. Dr. Melek DOSAY GÖKDOĞAN

Tez Jürisi Üyeleri

Adı Soyadı

İmzası

.....	.....
.....	.....
.....	.....
.....	.....
.....	.....

Tez Sınavı Tarihi .....

**TÜRKİYE CUMHURİYETİ**

**ANKARA ÜNİVERSİTESİ**

**SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ MÜDÜRLÜĞÜNE**

Bu belge ile, tezdeki bütün bilgilerin akademik kurallara ve etik davranış ilkelerine uygun olarak toplanıp sunulduğunu beyan ederim. Bu kural ve ilkelerin gereği olarak, çalışmada bana ait olmayan tüm veri, düşünce ve sonuçları andığımı ve kaynağını gösterdiğimi ayrıca beyan ederim. (...../...../.....)

Tezi Hazırlayan Öğrencinin

Adı Soyadı

.....

İmzası

.....

## ÖNSÖZ

Bilimsel gelişimin bazen ön koşulu bazen de sonucu olan matematik, tüm toplumlar için öğrenilmesi ve geliştirilmesi gerekli olan önemli uğraş alanlarından biridir. Bu amaçla Türkiye coğrafyasında tarih boyunca matematik üzerine çeşitli çalışmalar yürütülmüştür.

Osmanlı Devleti'nin yıkılıp yerine Türkiye Cumhuriyeti'nin kurulması süreci ile matematikte meydana gelen paradigma değişiklikleri eş zamanlıdır. Matematik bu dönemde yeni bakış açıları kazanmıştır. Matematikte meydana gelen değişimler, matematik eğitimi yöntemlerinde de bir takım gelişimleri tetiklemiştir. Osmanlı Devleti'nden Türkiye Cumhuriyeti'ne geçiş dönemine tanıklık eden en önemli matematikçilerimizden biri Salih Zeki'dir. Salih Zeki'nin matematik felsefesine ve matematik eğitime yaklaşımının belirlenmesi, kuruluş aşamasında Türkiye'nin matematik ve matematik eğitimi algısını ortaya koyması açısından önemlidir.

İlgi duyduğum bir konuda bana çalışma imkânı sunan ve tezin her aşamasında desteğini esirgemeyen danışmanım Prof. Dr. Melek Dosay Gökdoğan'a, tezin kurgulanmasında ve olgunlaşmasında önemli katkıları bulunan Prof. Dr. Remzi Demir'e, matematik eğitimi ile bilim tarihinin ilişkilendirilmesinde destek olan Prof. Dr. Safure Bulut'a, tezin felsefi teorik çerçevesinin oluşturulmasında rehberlik eden Prof. Dr. Işıl Bayar Bravo'ya, matematik tarihine farklı bir pencereden bakmamı sağlayan Prof. Dr. Cem Tezer'e çok teşekkür ederim. Ayrıca doktora sürecinde ders aldığım tüm hocalarıma da teşekkürü borç bilirim. Yüksek lisans hocalarım Prof. Dr. Yavuz Unat ve Prof. Dr. Ahmet Kaçar'a doktora sürecinde de sağladıkları katkılardan dolayı minnettarım.

Yüksek lisans ve doktora hayatımda yeterince ilgilenemediğim kocaman ailemin tüm fertlerine ayrı ayrı teşekkür ederim.

2010 Eylül'ünde yüksek lisans münasebeti ile başlayan tanışıklığımızı, 2014 Ağustos'unda evliliğe dönüştürdüğümüz sevgili eşim Semiha Betül Takıcak'a, tüm akademik kariyerime ve daha da önemlisi tüm hayatıma yaptığı katkılardan dolayı teşekkür ederim.



Müjdat Takıcak

Ankara 2016

## İÇİNDEKİLER

ÖNSÖZ.....	v
İÇİNDEKİLER.....	vii
<b>1. GİRİŞ .....</b>	<b>1</b>
1.1. MATEMATİK FELSEFESİ.....	5
1.1.1 Matematik Felsefesinin İlgili Alanı.....	5
1.1.2 Matematik Felsefesinin Amacı .....	7
1.1.3 Matematik Felsefesinin Konusu.....	8
1.1.4 Matematik Felsefesinin Tarihi Perspektiften Yönelimleri .....	11
1.1.4.1 Yakın Dönem .....	11
1.1.4.1.1 Mantıkçılık .....	14
1.1.4.1.2 Formalizm.....	24
1.1.4.1.3 Sezgicilik .....	34
1.1.4.1.4 Poincaré'nin Matematik Felsefesi.....	45
<b>2. SALİH ZEKİ'NİN MATEMATİK FELSEFESİ YAKLAŞIMI .....</b>	<b>48</b>
2.1 Salih Zeki'nin Henry Poincaré'den Çevirdiği Bilim Kitapları .....	48
2.2 Salih Zeki'nin "Nâmütenâhî" İsimli Makalesi .....	54
2.3 Salih Zeki'nin Dârü'l-Fünûn Konferansları .....	68
2.3.1 Birinci Konferans (14 Teşrin-i Sâni 1330 / 27 Kasım 1914).....	72
2.3.2 İkinci Konferans (28 Teşrin-i Sâni 1330 / 11 Aralık 1914).....	81
2.3.3 Üçüncü Konferans (12 Kânûn-i Evvel 1330 / 25 Aralık 1914) .....	89

2.3.4 Dördüncü Konferans (26 Kânûn-i Evvel 1330 / 8 Ocak 1915) .....	100
2.3.5 Beşinci Konferans (9 Kânûn-i Sâni 1330 / 22 Ocak 1915) .....	108
2.3.6 Altıncı Konferans (23 Kânûn-i Sâni 1330 / 5 Şubat 1915).....	123
2.2.7 Yedinci Konferans (6 Şubat 1330 / 19 Şubat 1915).....	125
2.3.8 Sekizinci Konferans (20 Şubat 1330 / 5 Mart 1915).....	128
2.3.9 Dokuzuncu Konferans (27 Şubat 1330 / 12 Mart 1915).....	130
2.3.10 Onuncu Konferans (13 Mart 1331 / 26 Mart 1915) .....	131
2.3.11 On Birinci Konferans (20 Mart 1331 / 2 Nisan 1915).....	133
2.3.12 On İkinci Konferans (27 Mart 1331 / 9 Nisan 1915) .....	136
2.3.13 On Üçüncü Konferans (3 Nisan 1331 / 16 Nisan 1915).....	139
2.3.14 On Dördüncü Konferans (10 Nisan 1331 / 23 Nisan 1915).....	140
2.4 Görelilik Düşüncesinin Türkiye'ye Girişi .....	143
<b>3. SALİH ZEKİ'NİN VE ALİ SEDAD'IN MANTIK ALGILARI .....</b>	<b>150</b>
<b>4. SALİH ZEKİ'NİN MATEMATİK EĞİTİMİ ANLAYIŞI.....</b>	<b>159</b>
4.1 Eğitim Felsefesi.....	159
4.1.1 İdealizm ve Eğitim .....	159
4.1.2 Realizm ve Eğitim .....	161
4.1.3 Natüralizm ve Eğitim.....	161
4.1.4 Pragmatizm ve Eğitim .....	162
4.1.5 Varoluşçuluk ve Eğitim .....	164
4.1.6 Spiritüalizm ve Eğitim.....	165

4.1.7 Temel Eğitim Felsefeleri Işığında Ortaya Çıkan Eğitim Teorileri.....	165
4.1.8 Matematik Eğitiminde Yapılandırmacılık (Constructivism) ve Yapılandırmacılığın Sezgicilik (İntuitionism) İle İlişkisi .....	170
4.2 Salih Zeki'nin Geometri Ders Kitaplarının Yapılandırmacılık Perspektifinden Analizi .....	174
4.2.1 Hendese-i Tecrubiyeye.....	179
4.3.2 İlk Hendese Dersleri, Devre-i Âliye Birinci Sene, Üçüncü Kitap .....	201
4.3.3 İlk Hendese Dersleri, Devre-i Âliye İkinci Sene, Dördüncü Kitap.....	210
4.3.4 İlk Hendese Dersleri İkinci Sene, Devre-i Mutavassıta, İkinci Kitap .....	227
4.3.5 İlk Hendese Dersleri Birinci Sene .....	233
4.3.6 Mebâdî Hendese .....	240
4.3.7 Nazarî ve 'Amelî Mücmel Hendese .....	247
4.2.8 Değerlendirme .....	278
<b>5. SONUÇ.....</b>	<b>281</b>
<b>KAYNAKÇA.....</b>	<b>286</b>
<b>ÖZET.....</b>	<b>297</b>
<b>ABSTRACT .....</b>	<b>299</b>

## 1. GİRİŞ

Tarih boyunca bilginin bizatihi kendisi ve bilgiye sahip olma düşüncesi, devletlerin en önemli hedefleri arasında yer almıştır. Özellikle sanayi devrimi sonrasında bilginin teknolojiye entegrasyonundaki pozitif ivme, diğer devletleri etkilediği gibi Osmanlı Devleti'ni de derinden etkilemiştir. Yenileşme, Batıyı tanıma, Batıdaki bilgi anlayışını benimseme Osmanlı Devleti'nin temel davranış modeli haline gelmiştir. Kuşkusuz bu batılılaşma, hemen hemen her alanda olduğu gibi eğitim alanında da kendini göstermiştir. Osmanlı Devleti de özellikle 19. yüzyıldan sonra, eğitim alanında bir takım yenilikler yapma çabası içine girmiştir. Tanzimat'tan hemen önce ve Tanzimat sırasında, Osmanlı'nın devlet örgütlenmesinin her alanında görülen İslamî geleneğin eğitim alanında yansıması olan ve artık işlevini yerine getiremeyen medrese sisteminin yerine, Batılı tarzda eğitim kurumları oluşturulmaya çalışılmıştır. 3 Kasım 1839'da ilan edilen Gülhane Hatt-ı Hümayun fermanı ile başlayan Tanzimat dönemi ile birlikte, eğitim alanında reformlar yapması için *Meclis-i Maarif-i Umumiye* kurulmuştur. Bu kuruluş Osmanlı Devleti'nde eğitim işlerinden sorumlu ilk teşkilattır. Bu dönemde eski eğitim kurumlarının yanında Batılı tarzda eğitim kurumları kurulmuştur. Söz konusu teşkilatın etkisi ile kurulan okullardan üç tanesi Türk eğitim sisteminin yenilenmesinde önemli rol oynamıştır. Bunlardan ilki, Fransız sistemi örnek alınarak devlet teşkilatında yönetici yetiştirmek amacıyla kurulan Mekteb-i Mülkiye; ikincisi, değişik dinden ve ırktan çocukların yetiştirilmesi için kurulan ve yine Fransız kültürünün hâkim olduğu Galatasaray Sultanîsi; üçüncüsü ise fakir Türk-Müslüman çocukların eğitilmesi için kurulan Darüşşafaka'dır. Bu okulların yanı sıra, üniversite düzeyinde eğitim veren Dârülfünûn, öğretmen yetiştirmek amacıyla kurulan Dârül Muallim-i Rüşdi ve 1870'de kız öğretmen okulu

olarak kurulan Dârul Muallimât ve Ziraat Mektebi gibi farklı meslek dallarında da okullar kurulmuştur. Bu okulların ortak amacı, başarılı olmuş batılı eğitim sistemini Osmanlıya entegre etmektir.

Söz konusu okulların kurulması ile birlikte bu okullarda okutulmak üzere ders kitapları yazılması sorunu ortaya çıkmıştır. Hâlihazırda bu ders kitaplarını yazacak donanımda çok fazla eğitmen olmadığı için, ilk etapta daha çok batılı kaynaklardan tercüme yoluyla ders kitapları yazılmıştır. 1850'den sonra Osmanlı Devleti, Batıya, özellikle de Fransa'ya, bilim ve teknolojideki gelişmeleri takip etmek ve öğrenmek gayesiyle öğrenci göndermiştir. Bu öğrenciler daha sonra geri gelmiş ve devlet teşkilatında görev almışlardır. Söz konusu görevlerinin yanı sıra uzmanlık alanlarına göre, okullarda okutulmak üzere ders kitapları yazmışlardır. Bu kişilerin en başında, telgraf mühendisi olması için Fransa'ya gönderilen Salih Zeki gelmektedir. Salih Zeki özellikle matematik ve geometri alanında, her kademedede sayısız ders kitabı yazmıştır.

Platon'un akademisinde yetişen Euclides'in, matematikte ortaya koyduğu aksiyomatik sistemin yaklaşık 2000 yıl bilime başarıyla hizmet etmesi ve sürekli doğrulanması, Platon'dan beri süregelen, matematiğin "mutlak doğrunun ta kendisi" olduğu düşüncesini keskinleştirmiştir. Matematik felsefesinin uğraş alanı daha çok matematiğin nesnelere doğası, niteliği ve mahiyeti üzerine yoğunlaşmıştır. Hemen hemen filozofların hepsi matematiksel doğruların mutlak doğru olduğu konusunda hemfikir olmuşlardır. Hatta doğa bilimleri ne kadar çok matematikleşirse, o kadar sağlam olacağı düşüncesi hâkim olmuştur. Matematik bu anlamda başarılı da olmuştur. 19. yüzyılın başlarında Euclides'in meşhur 5. postulatına yönelik ispatlama-çürütme çabalarının ortaya çıkardığı Euclides-dışı geometriler ile birlikte;

matematiğin doğa bilgisine dayanıp dayanmadığı sorgulanmaya başlamıştır. Çok geçmeden, bilinenin aksine matematiğin ilkelerinin seçime dayandığının anlaşılması büyük hayal kırıklığı yaratmış ardından seçim aracının ne olacağı gündeme gelmiştir. Artık matematik felsefesinin konusu matematiğin temellerine doğru yönelmiştir. Bu yöneliş bir nevi matematiği düştüğü durumdan kurtarma çabasıdır. Bu amaçla 19. yüzyılda Platoncu düşünceye alternatif 3 önemli yaklaşım ortaya çıkmıştır: Mantıkçılık, Formalizim ve Sezgicilik. Salih Zeki, matematikteki bu olağan üstü gelişmelerin tam ortasında Fransa'da telgraf mühendisliği eğitimi almaktadır. Salih Zeki'nin söz konusu 3 felsefi yaklaşımlardan hangisine yakın olduğu bu tezin araştırma konularından biridir. Ayrıca Salih Zeki'nin yazmış olduğu ders kitapları ile matematik felsefesi yaklaşımı arasındaki ilişki sorgulanacaktır.

Son dönem Osmanlı düşünürlerinin arasında eşsiz bir yeri olan Salih Zeki bir telgraf mühendisi olmasına rağmen bilim tarihindeki yeri şüphesiz matematikçi kimliğidir. Onun Türk bilimine ve özellikle matematiğine yaptığı katkılar, bilim tarihi perspektifinden çok sayıda araştırmada analiz edilmiştir. Bu tez çalışmasında ise Salih Zeki'nin, matematik felsefecisi ve matematik eğitimcisi kimlikleri ortaya konulacaktır. Bu hedef doğrultusunda tezde; Bilim Tarihi, Matematik Felsefesi ve Matematik Eğitimi disiplinleri bir araya getirilecektir.

Salih Zeki eserleri incelendiğinde matematiğin yanında bilimin diğer dallarında da araştırmalar yaptığı görülmektedir. Özellikle Dârü'l-Fünûn'da rektörlük yaptığı sırada, dönemin bilim dünyasının Hilbert ile birlikte en önemli iki isminden biri olan Fransız filozof Henry Poincaré'den bilim konulu üç kitap çevirmiştir. Ayrıca aynı dönemde 4 sömestr boyunca Dârü'l-Fünûn'da matematik bölümü öğrencilerine ve matematik öğretmenlerine matematik içerikli konferanslar vermiştir. Bu

konferanslarda matematik dünyasının hâlihazırda gündeminde olan Euclides-dışı geometrileri ve karmaşık sayıları dinleyenlerine tanıtmıştır. Yine aynı dönemde ilkokul, ortaokul ve lise seviyesinde geometri ders kitaplarını bizzat kendisi yazmıştır. Peki, Salih Zeki neden bilim kitaplarını Türkçeye çevirme ihtiyacı hissetmiştir? Dârü'l-Fünûn Konferansları ile neyi gerçekleştirmek istemiştir? İlkokul düzeyinde geometri ders kitaplarını bile yazmak istemesinin sebebi ne olabilir? Bu sorular tezin temel araştırma problemleridir.

İmparatorluktan Cumhuriyete geçiş sürecinde Türk bilimin merkezinde yer alan Salih Zeki'nin, matematik felsefesine ve ona paralel olarak matematik eğitimine yönelik düşünceleri analiz edilecektir. Böylece, Cumhuriyet dönemi bilimine bakış ve matematik eğitimi algısı açılarından önemli verilere ulaşılabilecektir. Bu perspektiften değerlendirildiğinde bu tezin önemli bir eksikliği gidereceği düşünülmektedir.

Salih Zeki'nin matematik felsefesine yaklaşımının tespiti için, Henry Poincaré'den yapmış olduğu çeviri kitaplar, Euclides-dışı geometrileri incelediği Dârü'l-Fünûn Konferansları'nın birinci cildi ve "Nâmütenâhî" isimli makalesi incelenecektir. Ayrıca Salih Zeki'nin *Mizân-ı Tefekkür* isimli kitabında, dönemin Osmanlı mantıkçılarından Ali Sedad Bey'i tenkit ettiği bölüm, Salih Zeki'nin matematik ile mantık arasında kurduğu ilişkiyi ortaya koyabileceği düşüncesiyle teze dâhil edilmiştir. Tezin bir sonraki bölümünde ise Salih Zeki'nin matematik eğitimi yaklaşımını ortaya koyabilmek için farklı sınıf düzeylerinde yazmış olduğu geometri ders kitaplarından 7 tanesi incelenecektir.

## 1.1. MATEMATİK FELSEFESİ

### 1.1.1 Matematik Felsefesinin İlgili Alanı

Öznenin amaçlı yönelimi sonucunda nesne ile arasında kurulan ilişkinin ürünü; öğrenilen şey; bir şeyin ayırıcına varma; olgu, doğru ya da ödev olarak görülen bir şeye yönelik açık algı gibi tanımları yapılabilen “bilgi” geçmişten günümüze felsefenin en önemli uğraş konularından biri olmuştur. Bilginin özüne yönelik tanımlar iki önemli konu başlığında incelenmektedir. İçselci yaklaşım olarak adlandırılan akıma göre bilgi, bilen (suje) zihinsel durumu ve bu zihin halinin ortaya koyduğu entelektüel üründür. Buna karşılık dışsalci yaklaşımda ise bilgi, daha çok yöneldiği nesne (obje) türüyle, yani nesnesiyle tanımlanır.<sup>1</sup> “Bilgi nedir” sorusuna cevap aramaya çalışan bu iki ana yönelim beraberinde birtakım felsefe teorileri ortaya çıkarmıştır. Bilgiye yönelik ontolojik ve epistemolojik sorgulamalar yapan bu teorilerin amacı bilgiyi inşa etmektir. Genel olarak bilimsel disiplinlerin birikimi veya ürünü olarak tanımlanabilecek olan bilginin, söz konusu disiplinlerde özelleşmiş formları mevcuttur. Bunlardan biri de matematik bilgisidir. Matematiksel bilginin mahiyeti ile ilgilenen felsefeciler şu soruları sormaktadırlar:

- Matematiksel doğru mutlak doğru mudur?
- Matematiksel doğrular nasıl elde edilir?
- Matematiğin belli bir yöntemi var mıdır?<sup>2</sup>

Paul Ernest’e göre matematik felsefesi şu sorular ile ilgilenmektedir:

- Matematiksel bilginin dayanağı nedir?

<sup>1</sup> Cevizci, A. (2010). *Felsefe Sözlüğü*. İstanbul: Paradigma, s. 236.

<sup>2</sup> Baki, A. (2014). *Matematik Tarihi ve Felsefesi*. Ankara: Pegem Akademi, s. 218-221.

- Matematiksel doğrunun doğası nedir?
- Matematiksel doğruları diğer doğrulardan ayıran özellikler nelerdir?
- Matematiksel doğrular neden kesin doğrulardır?<sup>3</sup>

Bu soruların ışığında matematiksel bilgiye dair elde edilecek epistemolojik ve ontolojik cevaplar, matematik üzerinde düşünmeyi sağlayacak ve onun evreni ve mutlak hakikati sorgulamadaki rolü hakkında bizi bilgilendirecektir. Bu anlamda matematik felsefesinin en önemli ilgi alanı matematiksel bilgidir.

Matematikçiler matematiğe yeni bir teorem kazandırırken veya bir teoremi ispatlarken, matematik felsefecileri bu teorem üzerine ışık tutar ve teoremin özü hakkında sorgulama yaparlar. Yani matematik felsefesi matematik yapmak değildir. Kendine özgü yöntemleri vardır.

G. Priest klasik matematik felsefesinin 2 önemli ilgi alanı olduğunu bildirmektedir. Bunlardan ilki matematiksel nesnelere varoluşlarının doğası ve konumu ile ilgili epistemolojik sorunlar, ikincisi de matematiğin kaynağı, tarihi ve kullanımı ile ilgili sorunlardır.<sup>4</sup> Matematiğin doğasını anlamaya yönelik karşımıza çıkan en önemli soru, matematiksel doğrular niçin doğrudur sorusudur. Matematikte bazı doğrular niçin gerekli ve vazgeçilmezdirler? Matematiksel doğruların niçin yanlış olabileceğini tasavvur edemiyoruz? Bu tasavvur edemeyişimizin nedeni matematiğin doğa bilimlerinde etkili bir şekilde kullanılıyor olması mıdır?<sup>5</sup> Bu sorgulamaların neticesinde ortaya çıkan bakış açıları, matematiğin doğası hakkında açıklama yapmaya çalışmaktadır.

---

<sup>3</sup> Ernest, P. (2004). *The Philosophy of Mathematics Education*. Exeter: Roudledge Falmer, s. 3.

<sup>4</sup> Aktaran Gür, B. (2004). *Matematik Felsefesi*. Ankara: Kadim Yayınları, s. 16.

<sup>5</sup> Baki, a.g.e., s. 220.

Matematik felsefecilerinin matematiğin doğasına yönelik yaptığı açıklamalar farklılık gösterebilmektedir. Ortaya çıkan bu farklı bakış açıları nominalist, mutlakçı, kesinlikçi, objektivist, sübjektivist olarak adlandırabileceğimiz felsefi yaklaşımları ortaya çıkarmıştır. Bu yaklaşımların da daha sonra değineceğimiz üzere farklı yönelimleri olmuştur.

Günümüzde matematik felsefecileri, Benacerraf'ın 1973'te kaleme aldığı "Mathematical Truth" adlı makalesinde ortaya attığı "matematik felsefesinin genel bir ikileme karşılı karşıya olduğu" düşüncesi üzerinde yoğunlaşmıştır. Benacerraf, matematiğin hem matematiksel doğruları ve hem de matematiksel bilgiyi açıklamak durumunda olduğunda; bunlardan birincisinin matematiksel söylemdeki tekil terimlerin göndermeleri olarak birtakım soyut nesnelere talep ettiğini, oysa ikincisinin bu türden göndermelerden sakınmamızı gerekli kıldığını öne sürmüştür.<sup>6</sup>

Tüm bu sorgulamalar matematik felsefesinin ilgi alanının çok geniş olduğunu ortaya koymaktadır. Ortaya çıkan tartışmalar matematiğin doğası, nesnesi ve yapısıyla ilgili farklı yaklaşımları oluşturmuştur.

### **1.1.2 Matematik Felsefesinin Amacı**

Matematik, özellikle 17. yüzyıldan beri bilimde giderek artan düzeyde uygulama alanı bulmaktadır. Bir bilim dalının matematiği kullanma yetkinliği o bilim dalının gelişmişlik düzeyi ile eşdeğer kabul edilmektedir. Örneğin teorik fizik neredeyse matematikten ayırt edilemeyecek düzeyde matematikselleşmiştir. Bunun yanında biyoloji, psikoloji, ekonomi ve sosyoloji gibi nispeten daha geç gelişmiş bilim

---

<sup>6</sup> Cevizci, *a.g.e.*, s. 1073.

dallarının da matematikleşme çabası içinde olduğunu biliyoruz.<sup>7</sup> Salt düşünce ürünü olan matematiğin bilimde bu denli uygulama olanağı bulması nasıl açıklanabilir?

Tarih boyunca matematik, kesinliğin ve değişmezliğin sembolü olmuştur. “Matematiğin kesinliğine olan inanç nereden kaynaklanmaktadır? Matematiksel bilginin temeli nedir? Matematiksel önermelerin doğru olmasının gerekçeleri nelerdir? Matematiksel doğrunun dayanağı nedir?”<sup>8</sup> gibi sayısını daha da çoğaltabileceğimiz sorulara cevap aranan, yeni sorular türetilen, matematiğe yeni bakış açıları kazandırılan, kimi zaman yeni matematiksel araştırma sahalarının ortaya çıkmasına sebep olan mekân, matematik felsefesidir. Bu mekânda matematik felsefesinin rolü, matematiksel bilgi için sistematik ve mutlak güvenli bir temel sağlamaktır. Bunun yanı sıra matematik felsefesi, matematiğin önermelerinin ne olduğu ve bu önermelerin bilgisine nasıl ulaşıldığı sorularına doyurucu bir cevap bulmaya çalışır.<sup>9</sup>

### 1.1.3 Matematik Felsefesinin Konusu

Matematiğin doğa bilimleri gibi bir “bilim” olup olmadığı tarih boyunca tartışma konusu olmuştur. Matematik bir bilim olarak kabul edilirse, tıpkı fizik ve biyoloji felsefeleri gibi matematik felsefesi de bilim felsefesinin bir dalı olarak kabul edilmelidir. Ancak, matematiğin nesnelere araştırma sahası ile doğa bilimlerinin araştırma sahaları farklılık göstermektedirler. Doğa bilimleri araştırmalarını zamanda ve uzayda sürdürmektedirler. Matematik ise; kimi filozoflara göre zihinde, kimilerine göre bu dünyadan bağımsız olarak *idealar* âleminde, kimilerine göre ise bizatihi

---

<sup>7</sup> Yıldırım, *a.g.e.*, s. 128.

<sup>8</sup> Ernest, *a.g.e.*, s. 3.

<sup>9</sup> Cevizci, *a.g.e.*, s. 1066.

nesnenin kendisinde araştırmalarını sürdürmektedir. Ayrıca doğa bilimlerinin araştırma yöntemleri ile matematiğin araştırma yöntemleri de birbirinden farklıdır. Doğa bilimleri tümevarımı tercih ederken, matematik çoğunlukla tümdengelimi kullanmaktadır.<sup>10</sup> Matematik felsefesinin problemlerini ele aldığımızda, matematiğin doğa bilimlerinden ve diğer disiplinlerden tür bakımından farklılık gösterdiği görölmektedir. Matematiğin temel iddia ya da önermeleri, ya da en azından teoremleri tam bir kesinliğe sahiptir. Söz konusu iddialar, önermeler ve teoremler zorunludurlar ve a priori doğrulara karşılık gelmektedirler. Bu yüzden matematik felsefesinin açıklamak zorunda olduğu en önemli konu *matematiğin kesinliği* ve *a priori* oluşudur.<sup>11</sup>

B. Russell, düşün yaşamının bir döneminde, matematiği uğraş konusu belli olmayan bir çalışma olarak nitelemiştir.<sup>12</sup> Gerçekten matematiğin belli bir konusu yok mudur? Sayı, küme, nokta, doğru, fonksiyon gibi bir takım uğraş alanları “matematiğin nesnelere” olarak kabul edilemezler mi? Kabul edilirlerse bu nesnelere ne türden nesnelere dir? Bu nesnelere tıpkı taş, ağaç, su gibi nesnelere ile aynı kategoride değerlendirebilir miyiz? Ya da Ahmet İnam’ın ifadesi ile *matematiğin nesnelere, zamanda ve mekânda bulunmayan biçimsel nesnelere midir?* Bu gibi sorular ve görüşler belki matematiğin değil ama matematik felsefesinin en önemli uğraş alanlarındandır.

G. Leibniz, siyasi veya felsefi tartışmaların matematiksel bir yöntem izlemediğini düşünmekteydi. Elbette matematikçiler de hata yapabiliirdi fakat bu hataları

---

<sup>10</sup> Stanford University. (2012, May 2). *The Philosophy of Mathematics*. November 3, 2014 tarihinde Stanford Encyclopedia of Philosophy: <http://plato.stanford.edu/entries/philosophy-mathematics/> adresinden alındı.

<sup>11</sup> Cevizci, *a.g.e.*, s. 1066.

<sup>12</sup> Yıldırım, *a.g.e.*, s. 56.

keşfedebilecek ölçüm araçları da vardı. Fakat bu araçlardan yoksun felsefecilerin hata yapma olasılıkları daha fazlaydı. Leibniz'e göre, doğruluktan ziyade hislerin egemen olduğu fikir kavgalarının son bulması için *düşüncenin matematikleştirilmesi* gerekmektedir. Düşüncenin biçimselleştirilmesi için, matematikte karşımıza çıkan türden simgeler ve kurallar gerekmektedir. Bu sayede düşüncemizin bir alfabesi ortaya çıkacaktı. Leibniz buna *characteristica universalis* ismini vermiştir. Artık tüm kavgalar bu yöntemle hesaplanarak yargılanabilecektir. Böylece iki farklı görüşü savunan filozoflar çatışmak yerine *calculemus* yani *buyrun hesaplayalım* diyeceklerdir.<sup>13</sup> Matematiğin doğal dünyayı açıklamaya ve anlamaya çalışan bilimsel faaliyetlerde çok önemli bir konumu vardır.

Matematik; doğa bilimlerinin yanı sıra sosyoloji, psikoloji, tıp ve dil bilimi gibi sosyal bilimlere de nüfuz etmiştir.<sup>14</sup> Leibniz'in de işaret ettiği, doğa bilimlerinin ve son dönemde sosyal bilimlerin de matematikselleşmesi, söz konusu bilimlerin doğayı doğru açıklamadaki başarılarını artıracaktır. Matematiksel düşünce tarihine baktığımızda bu durumun sayısız örneklerini görmekteyiz. Bu durumda matematik felsefesinin bir diğer problemi, matematiğin konusunun bilimlerin konusu ile nasıl bir ilişki içinde olduğunu açıklamaktır.<sup>15</sup> Doğa bilimlerinin teorilerinin matematiğin teorilerine göre daha fazla yanlışlanmaya müsait olması, filozofların matematiğin ontolojik ve epistemolojik sorunlarına önem vermelerine sebep olmuştur.<sup>16</sup> Ontolojik problemler, matematiğin konusu ile ve ne hakkında olduğu ile ilgilidir. Epistemolojik

---

<sup>13</sup> Gür, S. B. (2005). Leibniz'in Matematik(sel) Düşüncesi. *Matematik Dünyası*, 91-96.

<sup>14</sup> Davis, P. J., & Hersh, R. (2002). *Matematiğin Seyir Defteri* (E. Abadoğlu, Çev.) Ankara: Doruk Yayıncılık, s. 91

<sup>15</sup> Cevizci, *a.g.e.*, s. 1066.

<sup>16</sup> Stanford University, *a.g.e.*

problemler de, matematiği, matematiksel doğru ve teoremleri nasıl bildiğimizle ilgilidir.

#### **1.1.4 Matematik Felsefesinin Tarihi Perspektiften Yönelimleri**

Matematik tarihi yaklaşık olarak milattan önce 1800-1900 yıllarına kadar uzanmaktadır. Matematik tarihini, değişen uzunlukta başlıca üç grupta inceleyebiliriz. Başlangıçtan 1637'ye kadar olan süreç “uzak”, 1638'den 1800'e kadar olan dönem “orta” ve 1801'den günümüze kadar olan kısım da “yakın” dönem olarak isimlendirilebilir. Dönemler arası geçiş tarihleri matematiğin seyrinde önemli dönüm noktalarını oluşturmaktadır. 1637, Descartes'ın analitik geometriyi inşa ettiği tarihtir. 1801 tarihi ise; Gauss'un başyapıtını yayımladığı ve birbirini izleyen çalışmalarla matematiğin yeni bir boyut kazandığı dönemin başlangıcıdır.<sup>17</sup> Matematik felsefesini de matematik tarihine benzer şekilde sınıflandırabiliriz. Matematiğin başlangıç tarihinden 17. yüzyılın başlarına kadar olan süreci “antik dönem”, 17. yüzyıldan 18. yüzyılın ilk çeyreğine kadar olan ve matematiğin altın yüzyılı olarak da adlandırılan dönemi “modern dönem” ya da “kriz öncesi dönem”, 18. yüzyılın ikinci çeyreğinden günümüze kadar olan dönemi ise “yakın dönem” veya “kriz dönemi” olarak isimlendirebiliriz. Bu çalışmada, yakın dönem matematik felsefesi incelenecektir.

##### **1.1.4.1 Yakın Dönem**

Ortaçağ batı dünyasının Rönesans ile birlikte tekrar canlanan bilimsel hareketi, 17. yüzyılda Descartes, Leibniz, Newton, Spinoza ve Kant ile zirve noktasına

---

<sup>17</sup> Yıldırım, *a.g.e.*, s. 171.

ulaştığında, diğer tüm alanlarda olduğu gibi matematiksel düşüncede de devrim niteliğinde gelişmeler olmuştur. Özellikle Leibniz'in ve Newton'un birbirlerinden bağımsız olarak geliştirdikleri sonsuz küçükler hesabı matematiğe yepyeni bir bakış açısı kazandırmıştır. Artık matematik, uygulayıcılarının bile algılamakta zorlandığı olağan dışı bir hızla gelişmeye, hatta biraz da farklılaşmaya başlamıştır. Matematik dünyasındaki bu kasırgadan Euclides geometrisi de elbette nasibini alacaktı. 18. yüzyıla geldiğimizde, Euclides'in meşhur beşinci postulatu üzerinde çalışmalarının sürdüren Gauss, Bolyai, Lobachevsky, Riemann gibi matematikçiler, söz konusu postulatın doğruluğunu ispatlamaya çalışırken bir takım problemlerle karşılaştılar. Sonuçta Euclides geometrisinin dışında bu matematikçilerin kendi adları ile anılan geometriler doğdu. Bu durum bilim dünyasında, matematiğin mutlaklığı üzerine büyük tartışmaların yaşanmasına sebep olmuştur. Acaba matematiğin önermeleri sanıldığı gibi mutlak doğru değil miydi?

100-150 yılda matematikte yaşanan çok büyük gelişmeler diğer bilim dallarının da olağan üstü bir hızla gelişmesini sağlamıştır. Özellikle Leibniz'in ve Newton'un analiz hesabı, doğayı anlama uğraşında büyük bir boşluğu doldurmuştur. Matematiğin hızlı gelişimi ve değişimi, çok önemli uygulama alanları olsa da, sonsuz küçükler hesabının oturtulması gereken matematiksel temelin ikinci plana atılması sonucunu doğurmuştur. Bu durum; Hume, Berkeley ve Locke gibi ampiristlerin, matematiksel önermelere yönelik eleştirilerinde en önemli dayanak noktasını oluşturmuştur. Sonsuz küçükler hesabı üzerindeki tartışmaların ateşi sönmeden ortaya çıkan Euclides-dışı geometriler, matematiksel doğruların doğruluğu üzerine olan tartışmaları daha da artırmıştır. Artık gelinen noktada matematiğin bir "temel"

problemi ortaya çıkmıştır. Artık matematikçilerin ve felsefecilerin yepyeni bir uğraş alanı doğmuştur: Matematiğin Temelleri...

Gottlop Frege (1848-1925), kendisinden sonraki yüzyılın matematik felsefesinin konusunu belirleyen filozof olmuştur.<sup>18</sup> İlk tam zamanlı matematik felsefecisi olan Frege<sup>19</sup>, matematik felsefesinin ana sorununun, matematiksel bilginin temellerini belirlemek olduğunu belirtmiştir.<sup>20</sup> Euclides miti ile gerçeklik arasında uzun süredir devam eden tutarsızlık matematiğin temellerine yönelik bir “kriz” oluşmasına yol açmıştır.<sup>21</sup>

Frege ve Dedekind 1880’lerden sonra matematik felsefesi üzerine çalışmalarını yoğunlaştırmışlardır. Tek amaçları, matematiği mevcut belirsizlik durumundan kurtarıp çelişkilerden temizlemek ve birtakım yanlışları ortadan kaldıracak sağlam bir temel bulmaktır. Matematiğin böyle bir temeli bulunduğu inancı, *temelcilik (foundationism)* olarak isimlendirilen akımın doğmasına sebep olmuştur. Temelcilik terimi ilk defa I. Lokotos tarafından ortaya atılmıştır.<sup>22</sup> Matematiğe sağlam bir temel bulma amacıyla G. Frege, D. Hilbert ve L.E.J. Brouwer gibi filozoflar sırasıyla, Mantıkcılık (Logicism), Formalizm (Formalism) ve Sezgicilik (İntuitionism) isimleri verilen felsefe okullarını kurmuşlardır.

Temelcilik akımının bu üç önemli filozu, temel özellikler açısından Kant’ın mirasına sadık kalmışlardır. İstisnalar dışında 20. yüzyılın başında herhangi Ampirist gelenek

---

<sup>18</sup> Gür, B. (2004). *Matematik Felsefesi*. Ankara: Kadim Yayınları, s. 38.

<sup>19</sup> Hersh, R. (1997). *What is Mathematics, Really?* New York: Oxford University Press, s. 141.

<sup>20</sup> Gür, a.g.e, s. 38.

<sup>21</sup> Hersh, a.g.e, s. 138.

<sup>22</sup> Gür, a.g.e, s. 39.

söz konusu değildir. Bu üç temelci program da esasında Frege'nin ortaya koyduğu düşünsel zeminde yer almışlardır.<sup>23</sup>

#### 1.1.4.1.1 Mantıkçılık

Matematiğin, yeniden kendi içinde tutarlı bir yapıya kavuşması amacıyla matematiği mantıksal önermelere indirgemeye çalışan matematikçiler ve felsefeciler olmuştur. Onlar, matematiğin mantıktan başka bir şey olmadığını iddia etmişlerdir. Matematik gerçekten mantığa indirgenebilirse, o, kesin bir şekilde tanımlanmış çıkarsama kurallarıyla ve aksiyomlarla ifade edilebilecektir.<sup>24</sup> Matematiğin tümü pür mantıksal terimlerle açıklanabilirse ve sadece mantıksal önermelerle ispatlanabilirse, matematiksel bilginin kesinliği mantığa indirgenebilir olacak demektir. Bu sayede mantıksal program matematikte mutlak kesinliği yeniden kurabilecektir.<sup>25</sup> Mantıkçılık, pür matematiğin mantığın bir parçası olarak görülebileceği düşüncesinin bir ürünüdür. Bu görüşün en önemli savunucuları G. Leibniz, G. Frege, B. Russell, A. N. Whitehead ve R. Carnap'tır.<sup>26</sup> Onlara göre, tüm matematiksel önermeler mantığın temel ilkeleri ile ifade edilebilirlerdir. Frege ve Russell mantığın tam bir kesinlik sunabildiğine inanmaktadırlar.<sup>27</sup>

Matematiğe sağlam bir temel oluşturma yolunda, en göz alıcı felsefi girişimin mantıkçılık olduğu söylenebilir. Kurucusu ve geliştiricisi olarak Frege'nin kabul edildiği mantıkçılık, kökeni daha gerilere uzanan bir görüştür. 17. yüzyılda Leibniz,

---

<sup>23</sup> Gür, *a.g.e.*, s. 39.

<sup>24</sup> Baki, *a.g.e.*, s. 232.

<sup>25</sup> Ernest, *a.g.e.*, s. 9.

<sup>26</sup> Ernest, *a.g.e.*, s. 8.

<sup>27</sup> Gür, *a.g.e.*, s. 40.

mantıkçılığa benzer bir takım görüşler öne sürmüştür.<sup>28</sup> Matematiksel teorilerin temel prensiplerine Dedekind ve Peano tarafından yapılan eklemeler ve Frege tarafından mantığın ilkelerinin açıklanması, 19. yüzyılda, mantıkçı projenin yürütülmesi sürecinde yapılan ciddi girişimlerdir.<sup>29</sup> Leibniz'e göre, mantığın kavram ve ilkeleri, tüm diğer bilimlerin temelinde yer alan bir takım düşüncelerden oluşmaktadır. Frege'den hemen önce Dedekind da aritmetiği mantıksal bir yöntemle ele almıştır. Yalnız Frege kendinden önceki filozoflara göre daha kararlı bir tutumla, aritmetiği topyekûn mantığa indirgemeye çalışmıştır.<sup>30</sup> Frege'nin aritmetiği mantığa indirgeme projesine göre, matematiğin önermeleri her ne kadar a priori olsalar da sentetik önermeler değildir. Onlar sadece mantıksal aksiyomlarla tanımlardan türetilebilir olma anlamında analitiklerdir.<sup>31</sup>

Mantıkçılığın ontolojik konularda tarafsız kalması, mantıkçılık projesini anti-Platonist bir atmosfere uyum sağlıyor gibi gösterse de<sup>32</sup> esasında son zamanlarda mantıkçılık ile Platonizm birlikte anılmaya başlanmıştır. Bir Platonist, mantığın dünyevi olmayan yapısını açıklayabilmek için mantığın ve/veya küme teorisinin kavramlarını kullanmak durumundadır.<sup>33</sup>

Frege, analitik felsefenin kurucularından biridir. Onu analitik felsefesinin dünyasında önemli kılan şey; onun, analitik felsefenin en önemli aracı olan modern matematiksel mantığı bulmuş olmasıdır. Mantıkta yaptıkları ile analitik felsefenin seyrini değiştirmiştir. Frege'nin, Russell ve Moore ile birlikte, Alman idealizminin çok belirgin etkisi ve ağırlığıyla yerleşen idealizmden realizme geçişte çok belirgin

---

<sup>28</sup> Yıldırım *a.g.e.*, s. 88.

<sup>29</sup> Stanford University, *a.g.e.*

<sup>30</sup> Yıldırım, *a.g.e.*, s. 88.

<sup>31</sup> Cevizci, A. (2012). *Felsefe Tarihi*. Ankara: Say Yayınları, s. 1036-1037.

<sup>32</sup> Stanford University, *a.g.e.*

<sup>33</sup> Hersh, *a.g.e.*, s. 138.

katkısı olmuştur. Frege bu noktada kalmamış, üretmiş olduğu bu yeni aracı matematik felsefesine uygulamıştır.<sup>34</sup>

Küme kuramı ilk defa Georg Cantor tarafından, kimilerine göre matematiğin yeni ve temel bir dalı, kimilerine göre ise matematiği istila eden korkunç bir hastalık olarak kendi başına geliştirilmiştir. Küme kuramının müstakil olarak temel ve basit bir karaktere sahip kimliği, onun, matematiğin her alanında kullanılabileceği fikrinin doğmasına sebep olmuştur. Frege küme kuramının işlemlerini kullanarak doğal sayıları boş kümeden inşa etmeyi başarmıştır. Bu durumda aritmetik bile matematiğin temel bir yapısı olmaktan ikinci bir yapı olmaya inmiştir. Küme kuramı başlarda mantık ile hemen hemen aynı gibi görünmektedir. Küme kuramındaki “A, B’nin alt kümesidir” içerme bağıntısı, mantıksal gerektirme bağıntısı olarak kurgulanmıştır. Dolayısıyla bu bağıntı ile küme kuramı mantığı tüm matematik için bir temel teşkil edebilecektir. Bu durumda “mantık” aklın temel yasalarına karşılık gelecektir. Matematiğin tümünün mantığın kurallarının işlenmiş halinden müteşekkil olduğunu göstermek, matematiğin tüm alanlarında kesinlik tahtına tekrar oturtulması demek olacaktır. Ayrıca bu atmosfer Platonizmi de meşrulaştıracaktır. Frege’nin, Russell’in ve Whitehead’in takip ettikleri “mantıkçı program” budur.<sup>35</sup>

Frege, Kant’dan farklı olarak geometri ile aritmetik arasında bir ayrıma gitmiştir. O, insan düşüncesi için, aritmetiğin geometriye göre çok daha temel olduğu inancını taşımaktadır. Frege, dışsal olmalarına rağmen, matematiksel bilginin insan zihniyle içsel bir ilişki içinde olduğunu iddia etmektedir. Aritmetiksel zorunluluk ile geometrik zorunluluk arasındaki farklılık, zihnin aritmetiğin nesnelere ile olan

---

<sup>34</sup> Cevizci, *a.g.e.*, s. 1036.

<sup>35</sup> Davis, P. J., & Hersh, R. *a.g.e.*, s. 336-337.

ilişkinin geometrinin nesnelere olan ilişkisinden ayırmak suretiyle ortaya konulabilir.<sup>36</sup> Kant, geometrinin uzay sezgisine, aritmetiğin ise zaman sezgisine dayandığını düşünmektedir. Yani hem aritmetiğin hem de geometrinin önermeleri sentetik a priori'dir. Geometrinin sentetik a priori olduğu konusunda Frege Kant ile hemfikirdir. Fakat aritmetiğin analitik olması hususunda ise Frege ile Leibniz aynı görüşü paylaşmaktadır.<sup>37</sup> Kant aritmetik önermelerin doğruluğunu, doğal dilin gramerini kullanarak "özne-yüklem" ilişkisi ile çözümlenmeye çalışmıştır. Frege ise Kant'ın aksine, aritmetiğin doğruluğunu mantık yardımı ile göstermeye çalışmıştır. O, aritmetiğin önermelerini Kant'ın "görü" olarak isimlendirdiği sistemden ayrılarak, saf mantık çizgisinde ilerlemiştir. Bu amaçla aritmetiğin önermelerini mantığa indirgemeye çalışmıştır.<sup>38</sup> Frege'ye göre aritmetik, sentetik değil analitiktir, zaman sezgisine dayalı değildir, tamamen mantıktan türetilmektedir.<sup>39</sup>

Frege'nin niceleyici tanımı modern mantığın doğuşu olarak kabul edilmektedir. O, matematiği mantığın bir parçası olarak yeniden oluşturmak istemiştir. Formel ispatta matematikçiler, niceleyicilerle birlikte mantığı kullanmaktadırlar. Frege'nin notasyonu kullanılarak, bir bilgisayarın kontrol edebileceği şekilde, bir matematiksel ispat yazmak mümkündür. Frege ve Leibniz'e göre mantık, doğru düşünce kuralları anlamına gelmektedir. Bu kuralların belirli ve kesin olmaları gerekmektedir. Herhangi birinin düşüncesinden ve deneyiminden bağımsız olmalıdır. Böylece mantıktan türetilen aritmetik, kesin ve her türlü şüpheden uzak olacaktır.<sup>40</sup>

---

<sup>36</sup> Cevizci, A. (2010). *Felsefe Sözlüğü*. İstanbul: Paradigma, s. 1071.

<sup>37</sup> Hersh, *a.g.e.*, s. 141.

<sup>38</sup> Baki, *a.g.e.*, s. 234.

<sup>39</sup> Hersh, *a.g.e.*, s. 141-142.

<sup>40</sup> Hersh, *a.g.e.*, s. 141-142.

Frege'den önce modern zamanlarda matematik felsefesinde önemli çalışmalar yapılmış olmasına rağmen, matematik felsefesinin Frege ile başladığı kabul edilmektedir. 20. yüzyıl matematik felsefesinin yönelimi Frege ile belirlenmiştir. Frege ile beraber matematik felsefesinin meşguliyeti matematiğin doğasından, matematiğin temellerine doğru kaymıştır. Amaç, matematiği olası çelişkilerden temizleyerek matematiksel bilgiyi sağlam temellere oturtmaktır.<sup>41</sup>

Frege aritmetiği mantıktan türetme çabasına girişmeden önce, söz konusu projenin alt yapısını oluşturmak için, aritmetiğin temellerini oluşturan sayı kavramına dikkatini yöneltmiştir.<sup>42</sup> Frege, *Aritmetik'in Temelleri* isimli kitabında sayının tanımını vermeden önce, bilinen tüm tanımlamaları yıkmaya çalışmıştır. O; sayılar, insan zihninde oluşmuş fikirlerdir diyen Platonizme, sayılar evrimleşerek oluşmuştur diyen tarihselciliğe, sayılar fiziksel dünyadaki şeylerdir diyen ampristlere karşı savaş açmıştır.<sup>43</sup> Frege'ye göre sayılar soyut nesnelere. Bu nesnelere ne fiziksel ne de psikolojiktirler. Onlar soyut anlamda gerçektirler. Peki, soyut nedir? Besbelli fiziksel veya zihinsel değildir. Sayılar; zamansızdırlar, doğmamışlardır ve dolayısıyla ölmeyeceklerdir. Frege'nin düşüncesi bu anlamda daha önce ifade ettiğimiz gibi, tam olarak olmasa da, Platonizme yakındır.<sup>44</sup>

Frege, sayı kavramına tatmin edici bir tanımlama getirme çabası içine girmiştir. O, Kant'ın aritmetiğin sezgi veya görüye dayandığı görüşü ile Mill'in sayıların tümevarımsal genellemelerin ürünü olduğu görüşünü eleştirmiştir. Bunun yerine kendi sayı anlayışının üç temel ilkesini şu şekilde ifade eder:

---

<sup>41</sup> Gür, B. (2007). Frege, Russell ve Mantıkçılık. *Matematik Dünyası*, 2, 72-75.

<sup>42</sup> Gür, a.g.e.

<sup>43</sup> Hersh, a.g.e., s. 142.

<sup>44</sup> Hersh, a.g.e., s. 145.

- I. Mantıksal (nesnel) olan ile psikolojik (öznel) olan arasında mutlak bir farklılık vardır.
- II. Sözcükler sadece bir önerme bağlamında bir şey ifade eder. Dolayısıyla sözcüğün anlamının yalıtılmış olarak aranması gerekir.
- III. Kavram ile nesne arasındaki farklılığa dikkat edilmesi gerekir.

Frege, bu şartlarda, “Ali’nin 3 kalem vardır” türü sayı cümlelerinin bir nesneye değil kavrama özellik yüklediğini iddia etmektedir. Fakat Frege, sayıların, kavramların özellikleri olduğu düşüncesine de karşı çıkmaktadır. Ona göre, bir S sayısı bir kavrama aittir, fakat kavramın özelliği S’nin kendisine değil de ona ait olan S sayısına sahip olmalıdır. Frege, her sayının kendinde kaim, yeniden teşhis edilmesi gereken bir nesne olması gerektiğini iddia etmektedir.<sup>45</sup>

Frege sayıya ilişki bilginin temelde a priori ussal bir kavrayışa bağlı olduğunu iddia etmiştir. Onun için sayı, sayısal gerçeğin zamansız yapılarını görme yeteneğine sahip ‘us gözünün’ kullanımıyla ulaşılan bir bilgidir.<sup>46</sup> Frege’ye göre nesnel olan duyusal olandan, görüden, tasımdan ve içsel temsilden bağımsızdır. Buna karşın akıldan bağımsız değildir. Sayı bu anlamda bir nesnedir. Frege tam bu noktada, sayının müstakil olarak var olan nesnel olarak alınmasının bir takım yanlış anlaşılmalara yol açabileceği düşüncesiyle, sayı sözcüklerinin cümle bağlamının dışında da bir gönderime sahipmiş gibi algılanmasının önüne geçmek istemiştir. Yani Platon’un idea düşüncesine karşı çıkmaktadır. Ona göre bir sayı

---

<sup>45</sup> Cevizci, A. (2012). *Felsefe Tarihi*. Ankara: Say Yayınları, s. 1042-1043.

<sup>46</sup> Barker, S. F. (2003). *Matematik Felsefesi* (Y. Dursun, Çev.)Ankara: İmge Kitapevi, s. 130.

sadece kendisinin aynısıdır. Başka bir değişle, tekil bir sayının, onu diğerlerinden ayırt edecek şekilde özdeşliğini ortaya koymaya çalışmıştır.<sup>47</sup>

Frege'nin yanı sıra Peano, aritmetiğe aksiyomatik bir yapı kazandırma yolunda matematik felsefesi için önemli adımlar atmıştır. Peano tüm aritmetiği 5 aksiyoma dayalı bir sistem olarak kurmayı amaçlamıştır.<sup>48</sup> Bu aksiyomlar şunlardır:

- I. 1 doğal sayıdır.
- II. Eğer  $n$  bir doğal sayı ise,  $n$ 'nin bir ardılı vardır ve bu da bir doğal sayıdır.
- III.  $m$  ve  $n$  gibi iki doğal sayının ardılları olan  $m^+$  ve  $n^+$  birbirine eşit ise,  $m$  ve  $n$  de birbirine eşittir.
- IV. Şayet bir özellik; (a) 1'e ait ise; (b) herhangi bir doğal sayıya ait olduğunda o sayının ardılı da ait ise, bu durumda bütün doğal sayılar o özelliğe sahiptir (tümevarım prensibi).<sup>49</sup>

Frege, Peano aksiyomlarını kullanmıştır. Ona göre doğal sayılar kümelerin belli türleri olarak tanımlanabilir. Sıfır bütün boş kümelerin kümesi; bir, bütün boş olmayan kümelerin kümesi; iki, her biri bir diğer üyeden farklı bir üyeye sahip tüm kümelerin kümesi olarak tanımlanır. Boş olmayan kümeler öylesine şeylerdir ki her biri diğeri ile özdeştir. Bu kümelerden herhangi birinden bir üye kaldırıldığında, azaltılan küme sonrakine ait oluyorsa, bu sayı diğerinin hemen ardışığı olacaktır. Dolayısıyla doğal sayılar kümesi, sıfırın tabi olduğuna ve kendisi de tabi olan bir şeyin bütün hemen ardışıklarının da tabi olduğuna bir küme olarak tanımlanır.<sup>50</sup>

---

<sup>47</sup> Cevizci, *a.g.e.*, s. 1043.

<sup>48</sup> Baki, *a.g.e.*, s. 234.

<sup>49</sup> Erim, K. (2008). The Foundations of Mathematics (B. Gür, Çev.) *Matematik Dünyası*, 1, 87-90.

<sup>50</sup> Barker, *a.g.e.*, s. 132-133.

Frege projesini yürütebilmek için özdeşlik ölçütleri temin etmek durumundadır. Sayı kavramını sayısal özdeşlik ile tanımlamaktadır. İki kavram aynı sayıda şeye sahip olduklarında özdeşirler. Buradan Frege, “eş sayılı olma” gibi bir eşdeğerlik bağıntısından mantıksal nesnelere olarak sayılar arasındaki özdeşliğe geçmektedir. Dolayısıyla o, “F kavramı G kavramı ile eş sayılıdır” önermesinden “F kavramına ait olan sayı G kavramına ait olan sayı ile aynıdır” önermesine geçiş yapacaktır. Son durumda Frege, kavramlar arasındaki bir bağıntıdan nesnelere arasındaki bir bağıntıya geçme imkânı bulmuştur. Bu ise birebir eşleme düşüncesinin mantığın özdeşlik yasasına dayandığını göstermektedir.<sup>51</sup> Frege’nin sayı analizinde sayılar sınıflardan oluşmaktadır. O, sayıları birebir eşlemeye dayalı denklik ilişkisinde, sınıfların denklik sınıfı olarak tanımlamaktadır. Örneğin 2 tüm çiftlerin sınıfıdır. Tüm çiftlerin sınıfı bizden bağımsızdır. O, soyut bir nesnedir.<sup>52</sup>

Frege *Aritmetiğin Temelleri* kitabında, doğal sayıları mantığın içinde inşa etmeyi başarmıştır. Söz konusu kitap ve bu çalışma, Russell matematiksel mantık üzerine çalışana dek dünyanın dikkatini çekmemiştir. Russell, Frege’nin çalışmasını ayrıntılı bir şekilde incelemiş ve Frege’yi başarısı için takdir etmiştir. Klasik matematiğin tümünün doğal sayılardan elde edilebileceğini söyleyen Russell, Frege’nin çalışmasını daha da ileriye götürerek, matematiğin tümünü mantığa indirgemeye çalışmıştır.<sup>53</sup>

Russell’in düşünmesi gereken en öncelikli sorun, küme kuramını sağlam bir temele oturtma problemidir. Görünüşte gayet açık olan küme kuramının, beklenmeyen tuzaklarını keşfeden Russell’in kendisidir. 19. yüzyılın sonu ile 20. yüzyılın

---

<sup>51</sup> Cevizci, *a.g.e.*, s. 1044.

<sup>52</sup> Hersh, *a.g.e.*, s. 145.

<sup>53</sup> Hersh, *a.g.e.*, s. 142.

başındaki ihtilafların kaynağı küme kuramıdır. Russell'ın kendi adıyla anılan en ünlü paradoksu şudur: Bir “R-küme”yi, “kendisini içeren bir küme” olarak tanımlayabiliriz. M kümesi de R kümesinin haricindeki bütün kümeler olsun. M bir R-küme midir? Bu sorunun cevabı ne “hayır”dır ne de “evet”tir. Russell bu örneği Frege'ye bir mektup ile göndermiştir. Frege bu sırada aritmetiği, sezgisel formdaki küme kuramı temelinde yeniden kurduğu muazzam bir eserini yayınlamak üzereyken, çalışmasına bir sonsöz eklemek zorunda kalmıştır: “Bir bilim insanı, çalışmasını bitirdikten sonra temellerinin çökmesi kadar beter bir durum ile pek karşılaşmaz. Çalışma neredeyse baskıya gitmek üzereyken Mr Bertnard Russell'dan aldığım bir mektup üzerine vazgeçtim.”<sup>54</sup>

Russell paradoksları çok ciddiye almıştır. Frege'nin başlatmış olduğu matematiği mantığa indirgeme çabasını üstlenmiştir. Öncelikle matematiği söz konusu paradokslardan arındırmak için uğraşmıştır. Russell ve Whitehead bu çabanın neticesinde *Principia Mathematica* isimli meşhur eserlerini kaleme almışlardır. Bu kitapta matematiği, formalize etmeye ve mantığa indirgemeye çabalamışlardır.<sup>55</sup> Russell paradokslara çözüm olarak “tipler kuramı”nı ortaya atmıştır. Bu kuram ile Russell, kendi kendisinin üyesi olan kümeleri dışarıda tutarak paradoksların önüne geçmeyi başarmıştır.<sup>56</sup> *Principia Mathematica* kitabındaki ispatlar, bilinen ispatlardan bazı yönleri ile farklılık göstermektedir. Russell ve Whitehead mantıksal bir bütünlük arayışında oldukları için ve paradoksları saf dışı bırakmak istedikleri için, ancak 180 sayfalık bir uğraş sonucunda 1 sayısının 0 sayısına eşit olmadığını

<sup>54</sup> Davis, P. J., & Hersh, R. *a.g.e.*, s. 377-378.

<sup>55</sup> Gür, B. (2004). *Matematik Felsefesi*. Ankara: Kadim Yayınları, s. 40.

<sup>56</sup> Gür, B. (2007). Frege, Russell ve Mantıkçılık. *Matematik Dünyası*, 2, 72-75.

gösterebilmişlerdir. Nitekim bazı teoremleri ifade ve ispat etmek neredeyse imkânsız hale gelmiştir. Bu durum kitabı ve mantıksal yöntemi kullanışsız kılmaktadır.<sup>57</sup>

Russell, sonsuzluk aksiyomu gibi bazı aksiyomların, mantıksal terimler ile ifade edilebileceğini, ancak sadece mantık ile iddia edilemeyeceğini kabul etmek zorunda kalmıştır. Russell'ın bu düşüncesi daha sonraki çalışmalar ile desteklenmiştir. Cantor'un süreklilik hipotezinin mevcut aksiyomlardan bağımsız olduğu ortaya çıkarılmıştır. Süreklilik hipotezinin yanlışlanamayacağını ispatı Gödel tarafından, doğrulanamayacağını ispatı ise Cohen tarafından yapılmıştır. Dolayısıyla süreklilik hipotezi, bilinen küme kuramının aksiyomları ile ne yanlışlanabilir ne de doğrulanabilir. Bu durumda tüm matematiksel doğruların mantığın aksiyomları ile ifade edilebileceği iddiası çürütülmüştür.<sup>58</sup>

Ne yazık ki Russell, kendi mantık anlayışının ilkelerinin, aritmetiğin temel kanunlarını tamamen ortaya çıkarması için yeterli olmadığını fark etmiştir.<sup>59</sup> Böylece tüm matematiksel teoremler ve matematiğin tüm doğruları sadece mantığın aksiyomlarından türetilmeyeceği ortaya çıkmıştır. Dolayısıyla bazı matematiksel aksiyomlar tutarsızlık olmaksızın bağımsızdırlar ve ne onlar ne de onların reddiyeleri kabul edilebilir. Sonuç olarak matematiği mantığa indirgeme çabasının ikincisi de çürütülmüştür.<sup>60</sup>

---

<sup>57</sup> Gür, B. (2004). *Matematik Felsefesi*. Ankara: Kadim Yayınları, s. 41.

<sup>58</sup> Gür, a.g.e., s. 42.

<sup>59</sup> Stanford University, a.g.e.

<sup>60</sup> Ernest, a.g.e., s. 9.

#### 1.1.4.1.2 Formalizm

Bir önerme ya tamamen doğrudur ya da tamamen saçmadır. Üçüncü bir durum olanaksızdır. Biçimsel aksiyomatik bir sistem içerisinde yapılacak bir ispat mutlaka açık ve tamamıyla pürüzsüz olmalıdır.<sup>61</sup> Bir teoremin ne olduğunu karakterize etmek için, öncelikle iyi biçimlenmiş formüllerden hangilerinin aksiyom olarak kullanılabilmesinin öncelikle belirlenmesi gerekir. Daha sonra sistemin hangi dönüştürme kurallarına sahip olduğu açık bir şekilde belirtilmelidir. Bu durumda iyi bir ispat, iyi biçimlenmiş formüllerin herhangi bir dizisi olarak kabul edilebilir.<sup>62</sup> Bir matematik felsefesi olarak biçimcilik (formalizm), matematiksel sistemlere temel olarak biçimselleştirilmiş sistemleri almaktadır. Bunun dışında hiçbir sistem temel olarak kabul edilemez. Bu görüşün sahipleri, matematiksel sistemlere biçimselleştirilmiş sistemler olarak baktıkları için, matematiğin temellerine dair bir sürü kafa karıştırıcı sorulardan kurtulduklarını düşünmektedirler. Örneğin; Sayıların yasaları ne anlama gelir? Sayıların doğru olup olmadıklarını nasıl biliyoruz?" gibi sorular matematik için problem teşkil etmeyecektir.<sup>63</sup> Popüler anlamda formalizm, kâğıt üzerine yazılan bir takım sembollerle oynanan, anlamsız formal bir oyun olduğunu iddia etmektedir. Matematik felsefesinde formalizmin izleri Bishop Berkeley'in çalışmalarında temellendirilmektedir. Ancak formalizmin en büyük savunucuları David Hilbert, daha yakın tarihte ise J. Von Neumann ve H. Cury'dir.<sup>64</sup>

19. yüzyılın sonları ile 20. yüzyılın başlarında Hilbert, Poincaré ile birlikte bu dönemin en dominant karakterlerinden biri olarak tanınmaktadır. Yaşadığı döneme

---

<sup>61</sup> Chaitin, G. J. (2004). Matematiğin Temelleri Üzerine Uyuşmazlık Yüzyılı (Gür S. B., Çev.) . B, s. Gür içinde, *Matematik Felsefesi* (s. 359-397). Ankara: Kadim Yayınları, s. 368.

<sup>62</sup> Barker, a.g.e., s. 151.

<sup>63</sup> Barker, a.g.e., s. 160.

<sup>64</sup> Ernest, a.g.e., s. 10.

damgasını vurmuş en ünlü matematikçilerden biridir. Hilbert, en az matematiğin temellerine ve matematik felsefesine yaptığı katkı kadar, sayı teorisine, analize, geometriye ve kuramsal fiziğe de katkı sağlamıştır. Bu anlamda çok yönlü bir matematikçidir.<sup>65</sup> Hilbert matematikte, Euclides'ten beri hüküm süren aksiyomatik geleneği ve bunun yanında da formalist (biçimci) geleneği de takip etmektedir. O, tüm matematiği biçimselleştirmek istemektedir. Bu plan, görünürde yeterince makul gibi gözükmesine rağmen çok geçmeden çürütülecektir.<sup>66</sup> Hilbert tıpkı mantıkçılar gibi matematiği sağlam temeller üzerine oturtmak istemiştir. Bu amaçla matematiği, aritmetik ve mantık aksiyomlarıyla sınırlayarak simgesel bir sisteme dönüştürmeyi amaçlamıştır.<sup>67</sup> Hilbert, bir aksiyomlar kümesine ve biçimsel bir dile sahip olunması gerektiğini söylemiştir. Söz konusu biçimsel sistem, tüm matematikçilerin üstünde anlaşabileceği ve matematiksel akıl yürütmelerin tümünü içerisinde barındıran çok yönlü bir sistem olacaktır. O, bunu yaparken sadece matematiği kullanmak istemiştir. Başka bir deyişle Hilbert şunu ifade etmektedir; eğer matematik gerçekten nesnel ise ve özneliği barındırmıyorsa, o halde matematiğin içinde bunu belirleyecek kurallar olmalıdır. Tüm detaylar doldurulduğunda, matematikte yoruma bağlı bir şeyler kalmamalıdır.<sup>68</sup> Kısacası Hilbert, matematiği kâğıt üzerindeki sembollerle oynama ve kuralları kullanma süreci olarak kurgulamaktadır.<sup>69</sup>

Hilbert'in matematik felsefesine yönelik ilgisi, onun en sevdiği öğrencilerinden olan Hermann Weyl'in, Brouwer'in sezgiciliğiyle ilgilenmeye başlamasıyla birlikte ortaya çıkmıştır. Hilbert; Brouwer'in sezgicilik öğretisi ile matematiği, elleri arkadan bağlı

---

<sup>65</sup> Brown, J. R. (2008). *Philosophy of Mathematics*. New York: Routledge, s. 69.

<sup>66</sup> Chaitin, *a.g.e.*, s. 368.

<sup>67</sup> Baki, *a.g.e.*, s. 236.

<sup>68</sup> Chaitin, *a.g.e.*, s. 372.

<sup>69</sup> Baki, *a.g.e.*, s. 236.

bir boksör konumuna düşürdüğü endişesini taşımaktadır.<sup>70</sup> David Hilbert, sezgiciler ile doğal sayıların matematikte bir temel teşkil ettiği hususunda hemfikirdir. Fakat sezgicilerden farklı olarak Hilbert, onlar gibi doğal sayıları zihinsel bir yapı olarak almamıştır. O, doğal sayıların sadece birer sembol olduğunu iddia etmiştir. Örneğin; I şeklinin 0 sayısını, II şeklinin 1 sayısını ifade eden mürekkep izinden başka bir şey olmadığını düşünmüştür.<sup>71</sup> Hilbert, Brouwer'in eleştirilerine karşı programını savunmak için, klasik matematiğin tutarlılığının matematiksel ispatını yapmak istemiştir. Bunu, Brouwer'in asla reddedemeyeceği, tamamen sonlu ve kombinatoryal<sup>72</sup> tipte argümanlarla yapmayı önermiştir.<sup>73</sup> Hilbert, matematiği tutarlı hale getirmek için formüllerle çalışmanın değil içerik ile çalışmanın gerekli olduğunu iddia etmiştir. Hilbert'in programı üç adımdan oluşmaktadır:

1. Öyle bir dil ve formal çıkarılma kuralları ortaya konulsun ki, her teoremin doğru ispatı, her adımı mekanik olarak kontrol edilebilen formal bir türetme ile temsil edilebilsin. Bu zaten daha önce Frege, Russell ve Whitehead tarafından büyük ölçüde başarılmıştır.
2. İspatlar için yeniden düzenlenen bir birleştirici teori geliştirilecektir. Formül dönüştürme kuralları olarak kabul edilen çıkarılma kuralları tarafından sağlandığı şekliyle, yeni düzenlemelere tabi sonlu semboller kümesi olarak kabul edilen söz konusu formal dilin kombinatoryal özelliklerinin bir kuramı ortaya konacaktır.

---

<sup>70</sup> Hersh, R. (1997). *What is Mathematics, Really?* New York: Oxford University Press, s. 159.

<sup>71</sup> Stanford University, *a.g.e.*

<sup>72</sup> Genellikle sonlu soyut nesnelere konu alan pür matematik dalıdır.

<sup>73</sup> Davis, P. J., & Hersh, R., *a.g.e.*, s. 381.

3. Tamamen sonlu argümanları kullanarak, örneğin  $1 = 0$  gibi bir çelişkinin bu sistem dâhilinde türetilmeyeceği ispatlanacaktır.<sup>74</sup>

Hilbert'in formalizmi tıpkı mantıkçılık gibi, kesinlik ve güvenilirlik vadetmektedir.<sup>75</sup> Mantıkçılık, matematiği kendi dışında bir alana, mantığa indirgeyerek bu işi başarmaya çalışırken, formalizm ise kesinlik ve güvenilirliği, matematiğin kendi içinde bir yeniden düzenlemeyle gerçekleştirmeyi öngörmüştür.<sup>76</sup> Ayrıca mantıkçı, matematiği bir totolojiye dönüştürerek korumaya çalışmaktadır. Formalizmin önerisi ise, matematiği anlamsız bir oyuna dönüştürerek koruma altına almaktır. Bu sayede matematik, bir makine tarafından kontrol edilebilecek hale dönüşecektir.<sup>77</sup>

Hilbert'in programı denenmiş iki öncül üzerine kuruludur. Birincisi; Kant'ın da savunduğu, matematiğin içerisindeki bazı şeylerin, özellikle de matematiğin sonlu kısmının sağlam bir temeli olduğundan şüphe edilemeyeceğine dair öncüdür. İkincisi ise formalist öncüdür. Bu öncüle göre; formal cümlelerle sağlam temellere oturtulmuş bir kuram, gerçek hayattaki matematiksel faaliyetleri geçerli kılacaktır. İlk öncül sezgiciler tarafından da benimsenmiştir. Fakat ikinci öncül şüphesiz reddedilmiştir. Formalleştirme programı küme kuramı ve analizin kendi içlerindeki parçayla eşlenmesi anlamına gelmektedir. Hilbert her ne kadar Kant'a açıkça referans vermemiş olsa da, matematiğin kesinlik ve doğruluğu sağlayabileceği düşüncesi, rasyonalistlerden Kant'a ve buradan da Batı Avrupa'ya aktarılan Platonik bir mirastır.<sup>78</sup>

---

<sup>74</sup> Hersh, *a.g.e.*, s. 159.

<sup>75</sup> Ernest, *a.g.e.*, s. 160.

<sup>76</sup> Yıldırım, *a.g.e.*, s. 93-94.

<sup>77</sup> Ernest, *a.g.e.*, s. 160.

<sup>78</sup> Davis & Hersh, *a.g.e.*, s. 383.

Hilbert, doğduğu ve büyüdüğü Königsberg'de Kant'ın düşünceleri ile tanışmıştır. O; Kant'ın inanılması güç olan görüşlerinden arındırdığı düşüncesini formalizm öğretisinde bir araya getirmiştir.<sup>79</sup> Hilbert, aritmetik ve geometrinin a priori karakterini kabul etmesine rağmen, Kant'ın söz konusu iki bilimin kendilerine dayandığı sezgilerle ilgili açıklamasına katılmamaktadır. Russall ile birlikte, Kant'ın matematiğin doğasına ve kaynağına yönelik kanaatine karşı çıkmışlardır. Hilbert, Kant'ın anlama yetisiyle akıl arasında yaptığı ayrımı çok iyi özümsemiştir. O, klasik matematiğin reel kısmı ile ideal kısmı arasında yaptığı ayırmada, Kant'ın bu düşüncesini rehber edinmiştir. Hilbert reel matematiğin, sezgide verilen her türlü düşünce öncesi dolayimsız deneyimi oluşturan, somut gösterge ya da figürlerin şekil ya da formlarıyla ilgili olduğunu iddia etmiştir. Hilbert burada, Kant'ın a priori sezgilerine paralel olarak, söz konusu sonlu sezgileri bütün matematiksel yargıların zorunlu ön koşulu olarak düşünmektedir. Ayrıca bu sezgileri, a priori bilginin nihai kaynağı olarak da düşünmüştür. Ona göre, reel matematiğin gerçek yargıları matematik bilgimizi kuran yargılarken, ideal matematiğin yargıları ise, Kant'ın akıl idelerine benzer bir fonksiyon yerine getirmektedir. Söz konusu ideler ne dünyadaki şeyleri betimlemekte, ne de dünyadaki şeylerle ilgili yargı oluşturmada bir temel teşkil etmektedir. Onlar sadece gerçek bilginin etkin kullanımında yol göstermektedirler.<sup>80</sup>

Hilbert, matematiksel bilginin var olan yapısına yönelik revizyonist bir tavır sergilememiştir. Bunun yerine, yüksek matematik (metamatematik) ile ilgili araçsallaştırılmış bir tutum benimsemiştir. Yüksek matematiğin bilimsel bir oyundan başka bir şey olmadığını düşünmüştür. Hilbert'e göre, yüksek matematiksel

<sup>79</sup> Brown, *a.g.e.*, s. 69.

<sup>80</sup> Cevizci, A. (2010). *Felsefe Sözlüğü*. İstanbul: Paradigma, s. 1071-1072.

ifadelerin yorumlanması (yani bir teoremin ispatlanması), sembollerin belli kurallara göre manipüle edildiği bir oyun anlamına gelmektedir.<sup>81</sup> İki oyuncu arasında ve taşları ile tahta üzerinde oynanan satranç oyununun ve benzeri oyunların kendilerine has bazı sembolleri vardır. Ayrıca taşlarının kendi etrafındaki hareketlerini konu alan bazı kuralları da mevcuttur. Satranç taşları tek başlarına hiç kimse için hiçbir şey ifade etmezler. Onlar ancak oyun içerisinde anlam ve kimlik kazanırlar. Formalizm ile satranç arasında yapılabilecek bir analogiye göre; matematik tıpkı satranç gibi sadece bir oyundur. Matematiğin nesnelere satranç taşları gibi ve matematiğin kuralları da satranç oyununun kuralları gibidir. Bu anlamda matematik şimdiye kadar oynanan en büyük oyundur.<sup>82</sup> Hilbert; söz konusu matematiksel oyunun, üzerinde herkesin hemfikir olacağını ve tüm kurallarının tek seferde ortaya konabileceğini düşünmüştür.<sup>83</sup> Bu durumda öncelikle matematiğin tam olarak biçimselleştirilmesi gerekmektedir.

Peki, bu durumda matematik oyununun kuralları nasıl oluşturulacaktır? Oyunu oynamak için öncelikle işe işaretlerin ilk birleşimleriyle, yani aksiyomlarla, başlanması gerekmektedir. Bunun için belli dönüştürmelerin kullanılması kaçınılmazdır. Böylece bu oyunla çalışılabilecektir. Oyunun kendisinde yer alan herhangi bir işaretin anlamını düşünmeye gerek duymaksızın, oyunun içinde ne yapılabileceğine ve ne yapılamayacağına önceden karar verilebilecek olgular keşfedilebilir olacaktır.<sup>84</sup>

---

<sup>81</sup> Stanford University, *a.g.e.*

<sup>82</sup> Brown, *a.g.e.*, s. 68.

<sup>83</sup> Chaitin, *a.g.e.*, s. 369.

<sup>84</sup> Barker, *a.g.e.*, s. 152.

Matematiğin anlamsız bir oyun olduğu düşüncesi bir takım soruları gündeme getirmektedir. Eğer matematik bir oyun ise; bu oyunun teması nedir, neden matematik oynamaya değerdir? Bu soruya bazı formalistler, bu oyunun tıpkı satranç gibi, yalnızca kendi amacı için çalışmaya ve oynamaya değer olduğunu söyleyebilirler. Bu durumda yeni bir soru gündeme gelecektir: Matematik neden bilimler için muazzam kullanışlıdır? Nasıl oluyor da anlamsız bir oyun fizik, mühendislik ve benzeri bilimde bu denli değerli olabilmektedir? Formalistlerin muhtemel cevabı şu olacaktır; sistemin kullanışlılığı, sistemin aksiyomlarının ve dönüştürme kurallarının, önemli deneysel bildirimleri birbirinden türetmek için kullanılabilmesi gerçeğinden ileri gelmektedir.<sup>85</sup>

Euclides geometrisi tahtını koruduğu dönemde, matematiğin aksiyomlarının birbiriyle çelişme olasılığı hiç gündeme gelmemiştir. Ne var ki, Euclides dışı geometrilerin ortaya çıkması ve geçerliliğinin otoriteler tarafından kabul edilmesiyle birlikte, matematiğin “tutarlılık” ve “tamlık” sorununu gündeme getirmiştir. Bir sistemin temellerini oluşturan aksiyomlar kümesinin kendi içinde tutarlı olup olmadığı sorusu, mantıkçılar ve sezgiciler gibi formalistleri de meşgul etmiştir.<sup>86</sup>

Dolayısıyla formalist görüşe göre, yüksek matematiğin (metamatematiğin) minimum gereksinimi en azından tutarlı olmasıdır. Hilbert yüksek matematiğin bir sistem tutarlılığı olduğunu fark etmiştir. Bu sistem hiç olmazsa aritmetikte görülmektedir. Dolayısıyla Hilbert ve öğrencileri, matematiğin standart önermelerinin tutarlılığı gibi matematiksel ifadeleri ispatlamak üzere işe başlamışlardır. Hilbert ve ekibi klasik Peano aritmetiğinde matematiksel analiz aksiyomlarının tutarlılığını kanıtlamaya

---

<sup>85</sup> Barker, a.g.e, s. 161.

<sup>86</sup> Baki, a.g.e., s. 236.

çalışmışlardır. Bu, Hilbert programı olarak bilinmektedir.<sup>87</sup> Hilbert aritmetiğin yanında Euclides geometrisinin de aksiyomatik yapısıyla kendi içinde tutarlı olduğunu gösterebilmiştir.<sup>88</sup>

Mantıkçılığın, matematiği temellendirmede tek başına yeterli olmadığını gören formalistlere göre, tam ve tutarlı bir matematiğin inşasında formüller ve yöntemler kullanılabilir. Formalistler için matematik, soyut nesne ve ilişkileri konu alan simgesel bir sistemdir.<sup>89</sup> Yıldırım'a göre; "Bir yorumlanmış sistem için, tutarlılık sorusunu ortaya koymanın bir yolu, hem kendisinin hem de kendisinin reddinin, sistemin teoremi olduğu herhangi bir bildirim bulunup bulunmadığını sormaktır. Bir biçimselleştirilmiş sistem açısından, bu sorunun benzeri herhangi iyi biçimlenmiş bir formülün olup olmadığı sorusu, tutarlılığın varlığını ya da yokluğunu ortaya koyan bir sorudur. Eğer yanıt evet ise biçimselleştirilmiş sistem tutarsızdır."<sup>90</sup>

Klasik matematikte matematiğin tutarlılığı, tutarlı olduğu varsayılan başka bir sistemin tutarlılığı temel alınarak yapılmaktadır. Örneğin aritmetiğin tutarlılığı geometrinin tutarlılığı ile veya geometrinin tutarlılığı aritmetiğin tutarlılığı ile test edilmektedir. Formalistlere göre böyle bir tutarlılık araştırması görecel olmaktan ileri gidemeyecektir. Bu durum matematikçileri döngül bir çıkmaza veya sonu gelmeyen bir geri gidişe sürüklemektedir. Hilbert, söz konusu sıkıntıları içerisinde barındırmayan, doğrudan bir yöntemle belirlenebilen bir tutarlılık ölçütü geliştirmeye çalışmıştır.<sup>91</sup>

---

<sup>87</sup> Stanford University, *a.g.e.*

<sup>88</sup> Baki, *a.g.e.*, s. 238.

<sup>89</sup> Baki, *a.g.e.*, s. 236.

<sup>90</sup> Yıldırım, *a.g.e.*, s. 153.

<sup>91</sup> Yıldırım, *a.g.e.*, s. 95.

Tutarlılığın yanında tamlığın da var olması matematiğin güvenilirliği açısından gereklidir. Barker'a göre tamlık fikri şu şekilde formüle edilebilir: "Bir yorumlanmamış sistemin tam olduğunu söylemek, ne kendisi ne de kendisinin reddi sistemin bir teoremi olarak ispatlanabilir olan cümlelerden, sistemin ilkel terimlerinde ifade edilebilir hiçbir tane bulunmadığını söylemektir."<sup>92</sup> Bu durumda matematiğin tam olması, matematiğin boşluk bırakmadan biçimselleştirilmesine bağlıdır. Bir sistem tam değilse, içerisinde kendi aksiyomlarıyla doğrulanamayan bazı noktalar var demektir.

Önermelerin biçimsel ispatlarına odaklanan formalistler, tam ve tutarlı bir sistem ortaya koyabilmek için iki amaca ihtiyaçları olduğunu düşünmüşlerdir: Dil ve yöntem. Yöntem olarak mantıkçıların yöntemi benimsenmiştir. Dil için ise yeniden bir sistem kurulmalıdır ve bu sistem özel olmalıdır. Hilbert bu dilin beş özelliğe sahip olması gerektiğini iddia etmiştir.

- I.  $x, y, z$  gibi değişkenler içermelidir.
- II. Az, çok gibi miktar belirleyici semboller içermelidir.
- III. Eşitlik, denklik, büyük, küçük gibi semboller içermelidir.
- IV.  $\forall, \exists, \rightarrow, \leftrightarrow$  gibi mantıksal araçlar içermelidir.
- V. Tanımsız terimler içermelidir.

Hilbert böyle bir dilin yardımıyla matematiğin tüm önermelerinin ispatlanabileceğini düşünmektedir. Bu durumda matematiği temellendirmek için gerekli olan ikinci önemli özellik olan tamlık meselesi de halledilmiş olacaktır.<sup>93</sup>

---

<sup>92</sup> Barker, *a.g.e.*, s. 154.

<sup>93</sup> Baki, *a.g.e.*, s. 237.

Mantıkçılığın başarıya ulaşamaması gibi formalizm de başarılı olamamıştır. 1930'da Gödel'in eksiklik teoremleri Hilbert programının gerçekleştirilemez bir program olduğunu ispatlamıştır.<sup>94</sup> Gödel eksiklik teoreminde şunu ifade etmektedir: "İçinde bir şeyin doğru olup olmadığını duru ve açık kılacak, bütün matematiksel gerçekliği kapsayacak, bir kurallar kümesi üzerine anlaşılabilir matematiğin tümü için biçimsel bir aksiyomatik sisteme sahip olacak hiçbir yol yoktur."<sup>95</sup> Kurt Gödel, Peano aritmetiğinde, doğruluğu ya da yanlışlığı hususunda karar verilemez bir takım aritmetiksel ifadelerin varlığını kanıtlamıştır. Bu Gödel'in birinci eksiklik teoremi olarak bilinmektedir. Bu teorem Gödel tarafından ortaya atıldığında, söz konusu tanımlanamaz ifadelerin, yüksek matematiğin tutarlılığını etkilemeyeceği düşünülmüştür. Ne yazık ki formalizm bu teoremden çok etkilenmiştir. Çok geçmeden Gödel, Peano aritmetiği tutarsız olmadıkça, Peano aritmetiğinin tutarlılığının, Peano aritmetiğinden bağımsız olacağını göstermiştir.<sup>96</sup> Yani, Peano aritmetiğinin tutarlılığının ispatı için söz konusu sistemin aksiyomlarının yanı sıra sonlu ötesi tümevarım prensipleri gibi ilave varsayımlar gerekmektedir.<sup>97</sup> Bu, Gödel'in ikinci eksiklik teoremidir. Bu durumda, aritmetik ölçüsünde kapsamlı her alanda kurulacak bir sistem eksik olmaktan kurtulamayacaktır.<sup>98</sup> Bu teoremle birlikte Hilbert'in programı tamamen çürütülmüştür.

Gödel'in düşünceleri Hilbert'in formalizmini büyük ölçüde geçersiz kılarsa da, bu programın tümüyle işe yaramaz olduğu anlamına gelmeyecektir. Tamlığın sağlanamamış olması biçimsel ispatları tümüyle geçersiz kılmaz. Formalist ispatlar,

---

<sup>94</sup> Davis & Hersh, *a.g.e.*, s. 383.

<sup>95</sup> Chaitin, *a.g.e.*, s. 373.

<sup>96</sup> Stanford University, *a.g.e.*

<sup>97</sup> Ernest, *a.g.e.*, s. 10-11.

<sup>98</sup> Yıldırım, *a.g.e.*, s. 95.

matematiksel anlama, programlama ve hesaplama konusunda matematikçilere güvenli bir yol sunmuştur.<sup>99</sup> Nitekim Alan Turing; bugün kullanılan bilgisayar programlarının atası sayılabilecek programlama sistemini, formalizm akımının ortaya koyduğu formalist dilin kılavuzluğunda geliştirmiştir.

Hilbert karşılaştığı bu yıkıcı olaydan sonra bu alanda çalışmayı bırakmamıştır. Matematik için oluşturduğu formal dili kullanarak matematiği biçimselleştirmeye devam etmiştir.<sup>100</sup> Hilbert yanılmıştır, fakat çok verimli bir yolda yanılmıştır. Bu süreçte Hilbert, gelecek kuşakların zihinlerini açacak çok önemli bir alana yönelmiştir. Hilbert, Matematiğin kendi içinde döndüğü, kendi kendini araştırdığı metamatematikte (yüksek matematikte), matematiğin neyi başarabileceğini veya başaramayacağını sorgulamıştır.<sup>101</sup> Dolayısıyla Formalizm akımının matematiğe, matematiksel düşünceye ve matematiğin öğretimine çok önemli katkıları olmuştur.

#### **1.1.4.1.3 Sezgicilik**

Euclides-dışı geometrilerdeki gelişmeler matematikçileri, duyulara dayalı geometriler yerine matematiksel bir dile (formalizm) ve mantığa bağımlı salt çıkarımlara dayanan (mantıkçılık) biçimsel matematiğe yöneltmiştir.<sup>102</sup> Bu yönelimlere alternatif olarak; bir şeyin birden açılması, bir bağlantının birden, doğrudan doğruya aracısız bulunması, yakalanması, dolaysız kavrama, bir anda yakalama, sezme anlamlarına gelen “sezgi” sözcüğünün<sup>103</sup> ismini verdiği, “sezgicilik (instiutualism)” ekolü L. E. J. Brouwer’in öncülüğünde geliştirilmiştir. Sezgicilik;

---

<sup>99</sup> Baki, *a.g.e.*, s. 238.

<sup>100</sup> Baki, *a.g.e.*, s. 238.

<sup>101</sup> Chaitin, *a.g.e.*, s. 369.

<sup>102</sup> Baki, *a.g.e.*, s. 239.

<sup>103</sup> Topdemir, H. G. (2008). *Felsefe*. Ankara: Pegem Akademi, s. 43.

genel olarak sezgiyi bilginin temeli olarak gören, açıklık ve kesinlik veren doğrudan kavrayışı ön plana çıkaran tavidir. Bu öğreti; insanın, kendisini uygun bir biçimde kullanması koşuluyla, bilgi edinme sürecinde doğal bir yeteneğe sahip olduğunu kabul etmektedir. Ayrıca sezgicilik kendisini savunanlara göre, insanın bazı ilkelere akıl yürütmede bulunmaksızın dolaylı bir sezgiyle sahip olduğunu iddia etmektedir. Bu durumda sezgisel bilgi, kesinliğinden ötürü, diğer bütün bilgilerin temeli olmak durumunda olacaktır.<sup>104</sup> Sezgicilik, kavram ve çıkarımlara somut içerik sağlayan bir sezgiyi matematiğin tek geçerli yöntemi saymaktadır. Sonlu adımda inşa yöntemi ile matematiğin, sezgisel olarak bildiğimiz doğal sayılar üzerine kurulabileceği savunulmaktadır.<sup>105</sup> Sezgicilik programı, matematiği anlam kaymalarından ve çelişkilerden koruma hedefindedir.<sup>106</sup>

Matematiğin inşa sürecinde sezgiyi ön plana çıkaran Henri Poincaré (1854-1912), topolojinin temel yöntemlerini inşacı bir yaklaşımla ortaya koymaya çalışan L.E.J. Brouwer (1881-1966) ve öğrencisi Arend Heyting (1898-1980) sezgicilik hareketinin öncüleri<sup>107</sup> olarak kabul edilmelerine rağmen, modern sezgici matematiğin ilk nüveleri Kant'da karşımıza çıkmaktadır. Kant'ın en önemli öğretilerinden biri; nesnel bizden bağımsız olarak var olmalarıyla deneyimlenmezler, daha ziyade onlar akıl deneyiminin çerçevesini oluşturmaktadırlar. Örneğin; uzay, zaman ve nedensel ilişkiler insanlar tarafından meydana getirilmektedir, onlar bağımsız, nesnel gerçekliğin birer parçası değildirler.<sup>108</sup> Daha yakın dönemde ise matematikçi E.

---

<sup>104</sup> Cevizci, A. (2010). *Felsefe Sözlüğü*. İstanbul: Paradigma, s. 1393.

<sup>105</sup> Yıldırım, a.g.e., s. 97.

<sup>106</sup> Ernest, a.g.e., s. 11.

<sup>107</sup> Baki, a.g.e., s. 239-240.

<sup>108</sup> Brown, a.g.e., s. 120.

Bishop (1928-1983), analizin büyük bir kısmını inşa yoluyla yeniden oluşturmak suretiyle sezgiciliğe bir hayli yol aldırıştır.<sup>109</sup>

Sezgici programın genel olarak, matematiğin önermelerini sezgi yoluyla inşa ederek yapılandırma amacında olması; literatürde sezgicilik (instiutualism) ve inşacılık-yapılandırmacılık (constructivism) kavramlarının bir arada ve birbirlerinin yerine kullanılmasına sebep olmuştur.

Brouwer'in öncülüğünde sezgiciler, Kant'dan türetilen bu matematik felsefesine yeni yaklaşımlarda bulunarak yeni bir ekol ortaya koymuşlardır. Brouwer, Kant'da olduğu gibi, sayı matematiğinin çıkış noktası olarak hizmet eden zamansal saymanın saf görüşünü ön planda tutarak matematiği yeniden temellendirmeye çalışmıştır.<sup>110</sup> O; zamanın sezgisini bir tür değişme bilinci ve değişmenin bilincine varma olarak tanımlayarak matematiğin çeşitli dallarını sezgici bir temel üzerine inşa etmiştir. Brouwer bu durumda Kant'ın sezgisel temel anlayışını korurken, Kant'ın varoluş bilgisi düşüncesini büyük ölçüde terk ederek yeni bir formülüzasyon üzerinde çalışmıştır. Sezgiciler entelektüel sezgi yoluyla elde edilen varoluş bilgisini kabul etmişlerdir. Bununla beraber sezgiciler, büyük ölçüde Kant'ın geometri düşüncesinden uzaklaşmış olmalarına rağmen onun, matematiksel akıl yürütmenin doğası ve mantıksal akıl yürütme ile ilişkisi konusunda bulunduğu konumu hiçbir zaman terk etmemişlerdir.<sup>111</sup>

Sezgicilere göre, matematik bir zihin inşasından ibaret olduğu için, matematiksel nesnelerin varlıklarını göstermede izlenmesi gereken yol, insan sezgisinin kullanıldığı yapılandırmacı yöntem olmalıdır. Belli özellikleriyle bir matematiksel

---

<sup>109</sup> Ernest, *a.g.e.*, s. 11.

<sup>110</sup> Barker, *a.g.e.*, 123.

<sup>111</sup> Cevizci, *a.g.e.*, s. 1070.

nesnenin varlığı, o özellikleri ile inşa edilebildiğinde ancak mümkün olabilecektir.<sup>112</sup> Dolayısıyla sezgici matematikçiler, klasik matematiğin güvenli olmayabileceğini ve matematiğin yapılandırmacı metodlar ile yeniden inşaya ihtiyacı olduğunu savunmaktadırlar. Onlar, hem matematiksel doğruların hem de matematiksel nesnelerin varlığının yapılandırmacı yöntemler tarafından kurulması gerektiğini iddia etmektedirler. Sezgiciler için bilgi, sınırlandırılmış yapılandırmacı mantığa dayalı yapılandırmacı ispatlarla kurulmalıdır.<sup>113</sup>

Hollandalı topolojist Brouwer, sezgiciliğin en önde gelen savunucusudur. Sezgiciliğin adı, Kant'ın matematiksel bilgi için önerdiği *sezgi teorisinden* miras kalmıştır. Brouwer, matematiğin sezgisel doğrular üzerine kurulduğunu iddia ederken Kant'ın çizgisinden gitmektedir. Brouwer'in sürükleyici etkisi sadece felsefesinin gücünden değil, aynı zamanda topoloji alanında yapmış olduğu muhteşem keşiflerden ve takipçilerinin onu dominant bir karakter olarak hissetmelerinden ileri gelmektedir.<sup>114</sup> Brouwer, matematiksel kavrayışın özel bir sezgi türü olduğunu iddia etmiştir. Ayrıca ona göre; matematiksel ispatlar, salt mantıksal kuralların mekanik bir tarzda manipülasyonundan öte bir şeydir.<sup>115</sup> Bazı sezgiciler, matematiğin kâğıt ve kalemlle yapılan inşacı çalışmaların bir bütünü olduğu düşüncesini korurlarken, Brouwer önderliğindeki daha sert sezgici görüş, matematiğin öncelikle zihinde yer aldığını ve yazılan matematiğin ise ikinci planda tutulması gerektiğini iddia etmektedir.<sup>116</sup>

Brouwer'in sezgiciliğinin ilk yasası olarak bilinen manifestosu şudur: Matematik, matematiksel dilden ve böylece teorik mantığın tanımladığı olgusal dilden tamamen

---

<sup>112</sup> Baki, *a.g.e.*, s. 240.

<sup>113</sup> Ernest, *a.g.e.*, s. 12.

<sup>114</sup> Hersh, *a.g.e.*, s. 153.

<sup>115</sup> Cevizci *a.g.e.*, s. 1394.

<sup>116</sup> Ernest, *a.g.e.*, s. 12.

bağımsızdır. Sezgisel matematik özü itibariyle, kökeni zamanın hareket algısı olan zihinsel bir aktivitedir. Zamanın hareket algısı ise, hayatın bir anını iki ayrı şeye ayırmakla tanımlanabilir. Bunlardan biri diğerine yer verir ama hafızada tutulur. İkilik (twoity) bütün kaliteden yoksun bırakılırsa, tüm ikiliğin özü içi boş bir hale dönüşür. Ayrıca bu ortak öz ve bu içi boş biçim matematiğin temel sezgisidir. Brouwer'e göre, doğal sayılar "zamanın içinde bir hareketin" temel sezgisidir. Bu sezgi tüm matematik için bir başlangıç noktasıdır. Matematiğin tümü doğal sayılar üzerine inşa edilmiş olmalıdır. Ters anlamlı değildir.<sup>117</sup>

Sezgiciliğin ikinci temel yasası ise şudur: Yeni matematiksel varlıkları oluşturmada kabul edilen iki yol vardır. Birincisi, daha önceden elde edilmiş matematiksel varlıkların aşağı yukarı serbestçe ilerleyen sonsuz dizilerini kabul etme biçimindedir. Böylece, hiçbir tam değere sahip olmayan ondalık kesirler için, kabul edilen tam değerleri almanın hiçbir garantisi yoktur. İkinci yol, matematiksel varlıklar için tasavvur edilmesi mümkün olan özellikler kabul edilebilirdir. Örneğin; eğer belirli bir matematiksel varlık için bazı özellikler kabul edilebiliyorsa, o matematiksel varlığa eşit olarak tanımlanan tüm matematiksel varlıklar için de söz konusu özellikler kabul edilebilmelidir.<sup>118</sup>

Brouwer için matematik en önemli uğraş alanıdır. Sezgici matematikçiler, ne Platonist bir tavırla önceden var olan şeyleri keşfederler, ne de formalist bir tavırla bir takım sembolleri manipüle ederler. Bunun yerine, bir takım şeyleri sadece inşa ederler. Matematik tıpkı fiziksel bir etkinlik yapmak, akşam yemeği yemek gibi özel

---

<sup>117</sup> Hersh, *a.g.e.*, s. 154.

<sup>118</sup> Hersh, *a.g.e.*, s. 155.

dil gerektirmeyen bir aktivitedir.<sup>119</sup> Fakat sezgiciler de tıpkı formalistler ve mantıkçılar gibi kesin bir matematik arayışında olmuşlardır. Mantıkçı ekol, matematiği mantığa indirgemeye çalışırken, formalistler bu mantık oyununu sembolleştirerek biraz daha zenginleştirmişlerdir. Sezgiciler ise bu oyuna karşı çıkarak matematiksel bilginin oluşumu sürecinde sezginin konumunu yüceltmişlerdir.<sup>120</sup> Ayrıca sezgicilik diğer iki ekolden ayrı olarak, matematiğin konusunun sezgi yoluyla bilinebilen kavramlar olduğu için, bir önermenin ancak kendisine ilişkin bir kanıtlayıcı ortaya koyabildiği takdirde doğru olabileceğini savunan görüşü ifade etmektedir.<sup>121</sup> Sezgiciler, matematiksel doğruların bütününe, mantıkçılar ve formalistler gibi nesnel bir örgü ya da yapı gözüyle bakmamaktadırlar. Onlara göre matematik tümüyle simgesel bir yapıya indirgenemez. Matematiksel düşünme, onu ifade etmeye yarayan dilden kesinlikle bağımsızdır. Matematiksel bir sürece yönelik bilgi, bu sürecin sınırsız ilerlemesine elverecek şekilde olmalıdır. Yani bir bilgi inşa olanağına sahip değilse, bu bilginin varlığından söz edilemez.<sup>122</sup>

Sezgici bir göz ile bakıldığında, sayılar hakkında herhangi bir önermenin doğruluğu bağlamında bir görüş bildirilmeden önce, onun oluşturucu bir ispatına sahip olunması gerekmektedir. Eğer herhangi bir önerme, herhangi bir türden en az bir sayının var olduğunu ileri sürüyorsa, böyle bir sayının sonlu adımda nasıl oluşturulacağı ya da hesaplanacağı bilinmek zorundadır. Aynı şekilde bir önermenin yanlışlığı hakkında fikir beyan edilmeden önce, onun yapılandırmacı bir çürütmesine sahip olunmalıdır.

---

<sup>119</sup> Brown, *a.g.e.*, s. 121.

<sup>120</sup> Baki, *a.g.e.*, s. 240.

<sup>121</sup> Cevizci, *a.g.e.*, s. 240.

<sup>122</sup> Newsom, C. V. (2010). Modern Matematiksel Düşünce. C. Yıldırım içinde, *Matematiksel Düşünme* (s. 201-212). İstanbul: Remzi Kitapevi.

Ya herhangi bir matematiksel önermenin yapılandırmacı bir ispatı ve yapılandırmacı bir çürütmesi yoksa ne yapılmalıdır? Bu duruma örnek olarak Goldbach sanısı<sup>123</sup> verilebilir. Söz konusu önermenin ne doğruluğu ne de yanlışlığı ispatlanamamıştır. Sezgici bu gibi durumlar karşısında radikal bir tavır takınmaktadır. Sezgici, sayıların zihnin birer yaratımları olduğu görüşündedir. Dolayısıyla zihin kendi yaratımlarını baştan sona bilmek zorundadır. Aynı zamanda sezgici, sayılar hakkında bilinemeyen, yani oluşturucu olarak ispatlanamaz doğruluk ya da yanlışlığın olabileceğini iddia etmektedir. Bu durumda Goldbach sanısının doğruluğu ya da yanlışlığı konusunda emin olunamayacağı görüşündedir. Eğer bir önerme ne ispatlanamıyor ne de çürütülemiyorsa, bu önermeler ne doğru ne de yanlıştır.<sup>124</sup> Herhangi bir varlık tanımının da inşa edilebilir olması gerekmektedir. Bir tam sayı, onu hesaplamaya olanak veren bir yöntem varsa iyi tanımlanmış demektir. Örneğin  $T_1$  ve  $T_2$  isimli iki tanım ele alalım:

$T_1$ :  $n - 1$  asal sayı olduğunda  $n$ 'nin en büyük asal sayı olduğu varsayalım, ancak böyle bir sayı yoksa  $n = 1$  olsun.

$T_2$ :  $m - 2$  asal sayı olduğunda  $m$ 'nin en büyük asal sayı olduğunu varsayalım, ancak böyle bir asal sayı yoksa  $m = 1$  olsun.

Bu iki tanım sezgici perspektiften değerlendirildiğinde,  $T_1$  tanımı geçerli,  $T_2$  tanımı geçersizdir.  $T_1$  tanımında " $n = 3$ " çok kolaylıkla hesaplanabilir. Çünkü  $3 - 1 = 2$  olan biricik çift asal sayı mevcuttur. Fakat  $T_2$  tanımı için, her ne kadar hem 3 hem de 5 asal sayı olsa da,  $m$  sayısını hesaplayabilecek hiçbir geçerli yöntem yoktur. Çünkü  $a$  ve  $a + 2$  gibi ikiz asal sayılar dizisinin sonlu ya da sonsuz olduğu bilinmemektedir.

---

<sup>123</sup> 2'den büyük her çift sayı, iki asal sayının toplamı şeklinde yazılabilir.

<sup>124</sup> Barker, *a.g.e.*, s. 125.

Bu örnekten de anlaşılacağı gibi, sezgiciler zihinsel inşaların oluşturduğu kanıtları önemsemektedirler. Çoğu sezgici bu kanıtları *ampirik veri* olarak görmektedir. Bu anlamda sezgiciliği *pozitivist* bir görüş olarak niteleyenler de vardır.<sup>125</sup>

İçerisinde Goldbach sanısının yer aldığı bir  $x$  sayısı tanımlanmış olsun: “Goldbach sanısı doğru ise,  $x$  sayısı 3, eğer yanlış ise  $x$  sayısı 5 olsun.” Eğer bir sezgiciye, bu tanımlamaya göre  $x$  sayısı asal mıdır diye sorulacak olursa, hiç beklenmedik bir cevapla karşılaşılacaktır: Ne evet, ne de hayır. Sezgicilere göre; şu an için Goldbach sanısının doğruluğu ve yanlışlığı bilinmediğinden veya bu sanının inşacı bir ispatı henüz verilmediğinden  $x$  sayısı için herhangi bir şey söylenmez.<sup>126</sup>

Sezgiciler, matematiği içinde bulunduğu kaos ortamından çıkarmaya çalışmak için matematiği yeniden inşa etme amacıyla yola çıkmışlardır. Onlara göre, doğal sayılardan sonlu sayıda basamak ile inşa edilemeyen önermeler matematik dünyasının dışına çıkarılmalıdır. Klasik matematik güvenilir değildir ve yeniden inşaya ihtiyacı vardır.<sup>127</sup> Matematiksel inşalar ideal bir matematikçi tarafından oluşturulmuş olsun. Bu durumda ideal matematikçinin sonlu bir varlık olduğu akılda tutulduğunda, o rasgele alınmış sonlu büyük bir parçanın inşasını tamamlayabilse bile, sonsuz inşayı hiçbir zaman tamamlayamayacaktır. Bu durum sezgicilerin, kararlı bir şekilde fiili sonsuzun varlığını reddetmesine yol açmaktadır. Sadece potansiyel sonsuz varlıklar için inşa faaliyeti sürdürülebilirdir. Matematiğin doğası hakkındaki bu genel düşüncenin tesiriyle sezgiciler, mantıkta ve matematikte

---

<sup>125</sup> Yıldırım, *a.g.e.*, s. 99.

<sup>126</sup> Gür, B. (2004). *Matematik Felsefesi*. Ankara: Kadim Yayınları, s. 45-46.

<sup>127</sup> Gür, *a.g.e.*, s. 46-47.

revizyoncu bir tutum ortaya koymuşlardır. Onlar inşa edilemez varlıklara dayanan ispatların kabul edilemez olduğu görüşündedirler.<sup>128</sup>

Sezgiciler için; matematikte *hariç tutulan orta ilkesinin (üçüncü halin olanaksızlığı ilkesi)* evrenselliğine olan inanç, tıpkı  $\pi$  sayısının rasyonelliğine ya da gök kubbenin dünya etrafında dönmesine yönelik eski inançlar gibi medeniyet tarihindeki yerini almıştır.<sup>129</sup> Bu ilkeye göre, bir önerme ya doğrudur, ya da onun değili doğrudur ve üçüncü bir durum söz konusu değildir.<sup>130</sup> Ayrıca sezgiciler, doğal sayılardan daha fazla reel sayı olduğuna dair Cantor'un savını da, birçok matematikçinin aksine geçerli kabul etmezler. Cantor bu ilkenin ispatını yapmak için bir sayının tanımını şu şekilde yapmıştır;  $r_0$  belli bir reel sayı olsun, eğer  $r_n$ 'nin  $n$ 'inci rakamı "5" değilse onun bitimsiz ondalık gösterimindeki  $n$ 'inci rakamı "5", diğer durumda "6" dır. Bu ispatı sezgici görüşe sahip bir matematikçi kabul etmeyecektir. Çünkü ispatta kullanılan tanımlama, sezgicinin meşru olarak bakmayacağı bir tanımlamadır. Çünkü söz konusu  $r_0$  reel sayısının, saf görüsel etkinlik yoluyla nasıl inşa edileceği açık değildir. Tanım bir kural vermektedir fakat bu kuralın uygulanması ve her reel sayının inşa edilmesi sonsuz sayıda adım gerektirecektir. Bunun için hiçbir ölümlü matematikçinin zamanı yoktur. Böylece sezgici, Cantor'un savını geçersiz kabul etmektedir.<sup>131</sup> Sezgicilerin bir diğer kurbanı ise *olmayana ergi yöntemi*dir. Bilindiği gibi bu yöntem, bir nesnenin varlık ispatını, o nesnenin yok sayılması durumunda ortaya çıkan çelişkiye dayandırmaktadır. Bu ise söz konusu nesne ya da teoremin inşa edilebilirliğine bir kanıt sağlamamaktadır. Geçerli her mantıksal çıkarım

---

<sup>128</sup> Stanford University, *a.g.e.*

<sup>129</sup> Brouwer, L. E. (2004), Sezgicilik Üzerine Konuşmalar. B. S. Gür içinde, *Matematik Felsefesi* (s. 163-174). Ankara: Kadim Yayınları, s. 169.

<sup>130</sup> Baki, *a.g.e.*, s. 241.

<sup>131</sup> Barker, *a.g.e.*, s. 123-124.

mutlaka matematiksel bir ispat ile sonuçlanmayacaktır. Dolayısıyla sezgiciler, olmayana ergi yöntemini matematiksel açıdan geçersiz saymışlardır.<sup>132</sup> Ayrıca sezgiciler; *reel sayıların her sınırlı kümesinin en küçük bir üst sınıra sahip olduğuna dair teoreme* ve Zermelo tarafından ortaya konan ve onun tarafından sonsuz kümelerle ilişkili birçok savda temel bir varsayım olarak gösterilmiş olan *seçme aksiyomuna* benzer gerekçeler göstererek karşı çıkmışlardır.<sup>133</sup>

Sezgici öğretisi, yukarıda da ifade edildiği gibi, klasik matematikteki standart ispatların birçoğunu geçersiz kabul etmektedir. Onlar bazı vakalar için inşacı bir ispat geliştirmeyi başarmalarına rağmen, birçoğu için de inşacı bir ispatın imkânsız olduğunu ispatlamışlardır. Bu durum için önemli örneklerden bir tanesi *üç hal yasasıdır*. Bu yasaya göre her reel sayı ya sıfırdır, ya pozitifdir, ya da negatiftir. Brouwer üç hal yasasına bir karşı-örnek geliştirmiştir.<sup>134</sup>

### ***Brouwer'in Karşı Örneği***

P: “ $\pi$ 'nin ondalık açılımında 100 tane ardışık sıfırdan oluşan bir dizi mevcuttur” önermesi alınsın. Bu durumda  $\bar{P}$  önermesi; “ $\pi$ 'nin ondalık açılımında 100 tane ardışık sıfırdan oluşan bir dizi hiçbir yerde mevcut değildir” olacaktır. Üç hâl yasasına uygun olarak, çoğu matematikçinin kabul edeceği gibi, ya P önermesi ya da  $\bar{P}$  önermesi doğrudur.  $\pi$ 'nin ondalık açılımının hâlihazırda tamamlanmış olmaması, sezgicilerin  $\pi$  sayısına bağlı olarak ifade edilmiş olan P önermesine kuşku ile bakmasına sebep olacaktır. Nitekim Brouwer bir  $\hat{\pi}$  sayısı tanımlayarak üç hâl yasasını çürüten bir karşı-örnek geliştirmiştir.  $\hat{\pi}$ ,  $\pi$ 'ye oldukça benzemektedir.  $\hat{\pi}$

<sup>132</sup> Yıldırım, *a.g.e.*, s. 97-98.

<sup>133</sup> Barker, *a.g.e.*, s. 127.

<sup>134</sup> Davis, P. J., & Hersh, R. (2002). *Matematiğin Seyir Defteri* (E. Abadoğlu, Çev.) Ankara: Doruk Yayıncılık, s. 380-381.

sayısı için Brouwer'in kuralı şudur: 100 tane ardışık sıfırdan oluşan bir dizi bulana kadar  $\pi$  sayısının ondalık açılımı yapılsın; söz konusu ardışık 100 sayıdan oluşan diziye kadar  $\hat{\pi}$ 'nin açılımı  $\pi$ 'nin açılımı ile aynı olacaktır; diyelim ki 100 ardışık sıfırdan oluşan dizi  $n$ 'inci basamakta başlamış olsun; eğer  $n$  tek sayı ise  $\hat{\pi}$ ,  $n$ 'inci basamakta bitsin; eğer  $n$  çift sayı ise,  $\hat{\pi}$ 'nin  $n + 1$ 'inci basamağına 1 konularak bitirilsin. Bu durumda  $\hat{\pi}$  sayısı koşula bağlı olarak oluşturulmuştur. Bu tür bir  $n$  sayısının var olup olmadığı kesin olarak bilinmiyor ve muhtemelen hiçbir zaman da bilinmeyecektir. Son durumda " $Q = \hat{\pi} - \pi$ " eşitliğini sağlayan bir  $Q$  sayısı tanımlansın.  $Q$  sayısı, eğer  $n$  sayısı tek ise  $\hat{\pi} - \pi = 0$  olacağından "0"; eğer  $n$  sayısı çift ise  $\hat{\pi} - \pi = 1$  olduğundan "1" olacaktır. Bu durumda  $Q$  sayısı hem sıfıra eşit hem de sıfırdan büyük bir sayı olarak ortaya çıkmaktadır. Sezgicilerin iddiasına göre, üç hal yasasında yer alan "bir reel sayı ya negatiftir, ya pozitifdir ya da sıfırdır" önermesinin üçü de bu karşı örnekten dolayı doğru değildir.  $Q$  sayısı ancak,  $n$  için hangi değer doğru olduğu bulunduğu sıfır, negatif ya da pozitif değerlerinden birini alabilecektir. Bu değer saptanana kadar  $Q$  sayısı hakkında hiçbir şey söylenemez. Dolayısıyla matematiksel ispat zamana bağlıdır ve her ne kadar yaşayan herhangi bir canlı matematikçinin zihnine bağlı olmasa da öznedir.<sup>135</sup>

Sezgiciliğin, matematiksel önermelerin ve teoremlerin ispatlarını inşa yöntemine bağlı tutması, matematiği oldukça sınırlandırmıştır. Bu sınırlamanın sonuçlarından biri; sonsuzlar kümesinde üçüncü şıkkın olanaksızlığı ilkesinin geçerliliğini yitirmesidir.<sup>136</sup> Sezgici ekol için yöneltlen en önemli eleştirilerden birisi, söz konusu ekolün bazı sonuçlarının klasik matematik ile tutarsız olmasıdır. Örneğin sezgiciliğin

<sup>135</sup> Davis & Hersh, *a.g.e.*, s. 420-422.

<sup>136</sup> Yıldırım, *a.g.e.*, s. 100.

tanımında, reel sayıların sürekliliği sayılabilir. Bu klasik olmayan sonuç ile çelişmektedir. Çünkü burada reel sayıların tanımları farklı oldukları için içsel bir çelişki vardır. Yapılandırmacı kavramlar, eş klasik kavramlardan farklı anlamlara sahiptir.<sup>137</sup> Sezgicilik, klasik matematiğin bazı aksiyomlarını ve onun usullama yöntemlerini yok sayarak, matematiğe ciddi bir zarar vermiştir.<sup>138</sup>

Sezgicilik, tıpkı mantıkçılık ve formalizm gibi matematiği temellendirmede yeterince başarılı olamamıştır. Buna rağmen sezgicilik, matematiksel düşünceye yeni bir bakış açısı kazandırmıştır. Tohumlarını Kant'dan alan matematiğin inşa edilmesi düşüncesi, her ne kadar matematiği temellendirmede istenilen düzeyde başarı getirmese de, matematiğin öğretiminde “inşa” düşüncesinin oluşmasına zemin hazırlamıştır. Sezgicilik; en etkili matematiksel öğretim yöntemlerinden biri olan ve 21. yüzyılda matematik eğitiminde geçerliliğini koruyan “yapılandırmacı öğrenme yönteminin” felsefi temelini teşkil etmektedir.

#### **1.1.4.1.4 Poincaré'nin Matematik Felsefesi**

1854-1912 yılları arasında yaşamış, ünlü Fransız matematikçi, mühendis ve filozof olan Henri Poincaré, matematikte bir takım sonuçların aksiyomlardan çıkarılması suretiyle mekanik bir usul ile kurulabileceği düşüncesine tamamen karşı çıkmıştır. Düşüncüyü mekanikleştirmek yerine, sezgici, yaratıcı düşünce ve kendiliğindenliği önemsemıştır.<sup>139</sup> Poincaré kendi keşiflerini de göz önünde bulundurarak,

---

<sup>137</sup> Ernest, *a.g.e.*, s. 12.

<sup>138</sup> Barker, *a.g.e.*, s. 127.

<sup>139</sup> Cevizci, A. (2010). *Felsefe Sözlüğü*. İstanbul: Paradigma, s. 1266.

matematiksel keşif sürecinde, sezgilerin, bocalamanın ve bilinçaltının iş gördüğünü iddia etmektedir.<sup>140</sup>

Poincaré'ye göre, matematiksel tümevarım mantıkçıların iddiasında olduğu gibi mantık ilkelerine indirgenemez, dolayısıyla analitik değildir. Matematiksel tümevarım prensibinin tek bir formülde dahi sonsuz sayıda tasım içerebilmesi, onun sentetik a priori bir karakterde olduğunun delillerindedir. Ancak bu prensip ile sonludan sonsuza geçebilmek mümkündür. Bu durumda, aritmetiğin ilkeleri hususunda, Poincaré'nin, Kant'ın düşünce çizgisinden hareket ettiği gözlenmektedir.<sup>141</sup> Poincaré'ye göre, Kant'ın geometri hakkındaki düşünceleri de tamamen terk edilmemelidir. Euclides-dışı geometrilerin, Euclides geometrisi kadar tutarlı olması durumunun ortaya çıktığı atmosferde Kant'ın düşüncesi tekrar ele alınmalıdır. Ona göre, Euclides-dışı geometrilerin keşfiyle birlikte, Kant'ın geometrinin sentetik a priori olduğu görüşü geçersiz olmuştur. Kant, Euclides geometrisinin ve aksiyomlarının zihnimiz tarafından zorunlu olarak kabul edildiği görüşünü savunmuştu. Poincaré yeni gelişmeler ışığında, bu görüşe karşı çıkmaktadır. Şayet Kant'ın iddia ettiği gibi olsaydı, zihin hiçbir zaman Euclides-dışı geometrileri ortaya koyamazdı. Bu durumda “hangi geometri doğrudur?” sorusu akıllara gelmektedir. Poincaré, böyle bir sorunun anlamsız olduğunu, hiçbir geometrinin bir diğerinden üstün olmadığını, ancak bir geometri çeşidinin diğerinden daha kullanışlı olabileceğini iddia etmiştir.<sup>142</sup>

Poincaré yaşı ilerledikçe daha çok matematiğin temelleri üzerine çalışmalarını yoğunlaştırmıştır. Hilbert, Russell ve Peano gibi filozofların mantıksal ve rasyonel

---

<sup>140</sup> Gür, B. (2006). Poincare'nin Matematik Felsefesi Üzerine. *Matematik Dünyası*, 2, 76-80.

<sup>141</sup> Erim, K. (2008). The Foundations of Mathematics (B. Gür, Çev.) *Matematik Dünyası*, 1, 87-90.

<sup>142</sup> Gür, a.g.e.

felsefelerini eleştirmiştir. Bu anlamda yapmış olduğu çalışmalar, Brouwer'in sezgici tartışmalarının düşünsel zemini oluşturmuştur. Poincaré ölümünden kısa süre önce Göttingen'e gelerek farklı konular üzerine konuşma yapmıştır. Bu konulardan biri, elektromanyetik dalganın Dünya'nın etrafında ilerlemesine ilişkin, diğeri matematiğin temelleri üzerinedir. İkinci konuşma, Cantorculuğa ve seçme beliti ile ilgili sıralama ilkesinin kullanımına karşı sert dozda eleştirel bir konuşmadır.<sup>143</sup>

Poincaré'ye göre, Cantor'un kümeler teorisinin bazı kavram, teorem ve yöntemleri geçersizdir.<sup>144</sup> O, Cantor'un tanımlarının gerçekte uyuşmadığını ve belli bir düzende kurgulanmadığını iddia etmiştir.<sup>145</sup> Poincaré'ye göre, bilim şeylerin özünün bilgisini vermez. Bilimsel teori, ısının, elektriğin veya doğanın ne olduğu konusunda bilgi vermeye çalıştığında yanılmaktan kurtulamayacaktır. O, bilimin ancak şeyler arasındaki bağıntının bilgisini verebileceğini iddia etmektedir.<sup>146</sup>

Poincaré, Cantorculuğun yanı sıra mantıkçılığa da, mantıkçılığın matematiksel keşfe ve yeniliğe imkân tanımadığı düşüncesiyle karşı çıkmaktadır. Mantıkçılar Leibniz'in izinden gidip Kant'ı dışlarken, Poincaré tam tersine Kant'ın izinden giderek matematiğin sentetik olduğunu düşünmektedir. Bu anlamda Poincaré'nin matematik felsefesindeki yerinin, matematiğin sezgi, güdü ve tam olarak ifade edilemeyen bir tür bilinç olmaksızın anlaşılamayacağı düşüncesine yakın bir konumda olduğu söylenebilir.<sup>147</sup>

---

<sup>143</sup> James, I. (2013). *Büyük Matematikçiler Euler'den Van Neumann'a* (C. Öztürk, Çev.) İstanbul: Türkiye İş Bankası Kültür Yayınları, s. 340.

<sup>144</sup> Yıldırım, a.g.e., s. 98.

<sup>145</sup> Gür, a.g.e.

<sup>146</sup> Cevizci, a.g.e., s. 1266.

<sup>147</sup> Gür, a.g.e.

## 2. SALİH ZEKİ'NİN MATEMATİK FELSEFESİ YAKLAŞIMI

### 2.1 Salih Zeki'nin Henry Poincaré'den Çevirdiği Bilim Kitapları

Fransa'da eğitim gördüğü yıllarda Henry Poincaré'nin öğrencisi olan Salih Zeki her ne kadar telgraf mühendisliği eğitimi alsada, matematik öğrenmeye devam etmiştir. Salih Zeki, Poincaré'den sadece matematik eğitimi almakla yetinmemiş, onun bilim anlayışını da yakından inceleyip büyük ölçüde benimsemiştir. Fransa'daki eğitimini bitirip yurda döndükten sonra Poincaré'nin bilim felsefesine dair üç kitabını Türkçeye çevirmiştir: *İlmin Kıymeti (La Valeur de la Science)*, *İlim ve Usul (Science et Méthode)*, *İlim ve Faraziye (La Science et l'Hypothèse)*. Bilim felsefesi alanında yazılmış Poincaré'nin bu kitapları, Salih Zeki'nin bilim ve matematik anlayışını etkileyen unsurlardan biri olmuştur.

Salih Zeki'nin yaşadığı dönemde matematik belki de tarihinin en çalkantılı dönemini geçirmekteydi. 19. yüzyılda ortaya çıkan Euclides-dışı geometriler, matematiğin mutlak doğru olduğu anlayışını değiştirdikleri gibi, matematiğin oturduğu temellerin de sorgulanmasına sebep olmuşlardır. Dolayısıyla matematiği sağlam temellere oturtma çabasıyla ortaya çıkan matematik felsefesi yaklaşımları, Salih Zeki dönemi bilim çevrelerinin en yoğun tartışma konularının başında yer almıştır. Böyle bir ortamda Henry Poincaré düşünceleri ile matematik felsefesi açısından birçok matematikçiyi etkilediği gibi Salih Zeki'yi de etkilemiştir. Tezin bu aşamasında Salih Zeki'nin Poincaré'den çevirdiği söz konusu kitaplar, matematik felsefesi açısından değerlendirilecektir.

Matematikte elde edilen her sonuç bir takım öncüller varsayıdır. Bu öncüller ya kendiliklerinden apaçiktırlar ve ispata ihtiyaçları yoktur, ya da doğrulukları ancak

başka önermelere dayanılarak ispatlanabilir. Fakat bu sonsuza kadar devam ettirilemeyeceği için dedüktif olan her bilim ve özel olarak geometri bilimi, bir takım ispat edilemez aksiyomlara ve postulatlara dayanmak zorundadır.<sup>148</sup> Euclides-dışı geometrilerin ortaya çıkmasına sebep olan Euclides'in meşhur 5. postulası matematiğe bambaşka bir rota çizmiştir. Yeni geometrilerin ortaya çıkması matematiğe dair yeni bakış açılarının oluşmasına sebep olmuştur.

Matematikçiler eşyayı değil, eşyalar arasındaki bağıntıları inceler. Bağıntılar değişmemek şartıyla bu eşyaların yerine başkalarını koymak, matematikçiler için önemsizdir.<sup>149</sup> Matematiğin asıl hedefi iki eşyayı birbirine uyuşturan bağıdır. Bu bağı ortaya koyan şey matematiğin ta kendisidir. Ortaya çıkan matematik felsefesi yaklaşımlarının hedefi de söz konusu bağı yeniden organize etmektir.

Poincaré, söz konusu matematik felsefesi yaklaşımlarından mantıkçılık ve sezgicilik anlayışını bu üç kitabında ayrıntılı incelemiştir. O, formalizmi ise mantıkçılığın içinden türemiş bir yaklaşım olarak değerlendirmiştir. Poincaré bu iki ana akımın matematiksel gerçeklikteki konumunu şu şekilde değerlendirmektedir: İnsanoğlunun gerçeği arama uğraşısında matematiğin görevi ona kılavuzluk yapmaktır. Peki, gerçeklik nedir? Fizyolojistler, organizmaların hücrelerden teşekkül ettiğini bize öğretir, kimyacılar da bizzat bu hücrelerin atomlardan teşekkül ettiğini ilave ederler. Acaba bu, o atom veya hücreler gerçekliği, yahut hiç değilse yegane gerçekliği teşkil ediyor mu demektir? O hücrelerin fert birliğini meydana getiren tertip tarzı da bir gerçeklik değil midir? Örneğin fil hücrelerini ancak mikroskopta incelemiş bir veteriner, bu hayvanı yeterince bildiğine inanabilir mi? Matematik bilimlerinde de

---

<sup>148</sup> Poincaré, H. (1927). *İlim ve Faraziye*. (S. Zeki, Çev.) İstanbul: Milli Matbaa, s. 42.

<sup>149</sup> Poincaré, a.g.e., s. 25.

durum buna benzerdir. Mantıkçı, adeta her ispatı çok büyük sayıda basit işlemlere ayırır. Bu işlemler birbiri ardına incelendikten ve her birinin doğru olduğu görüldükten sonra, ispatın hakiki manası anlaşılmiş olduğuna inanılabilir mi? Hatta hafızanın bir gayreti ile bütün bu basit işlemler mucidin bulduğu sıra dâhilinde yeniden yapılarak ispat tekrarlanabilmiş olsa, o mana anlatılmış sayılır mı? Tabii ki hayır. Biz yine tekmil gerçekliği elde etmiş olmayacağız, ispatın birliğini teşkil eden şey tamamen bilinmez kalacaktır. Salt analiz, birçok metotlar emrimize vermekte, bunların şaşmazlığını garanti etmektedir. Dahası bize birbirinden farklı binlerce yol göstermektedir. Her biri üzerine itimatla yürüyebilir, hiçbir engele rastlamayacağımıza emin olabiliriz. Acaba bu yollar arasında bizi hedefe götürecek olan hangisidir? İçlerinden hangisini seçmemiz gerektiğini kim söyleyecektir? Hedefi uzaktan gösterecek bir yeti lazımdır, bu da sezgidir. Sezgi keşif seyyahına yolunu seçmesi için gereklidir, fakat kâşifin izinden giden ve neden bu yolu seçtiğini öğrenmek isteyen kimseye de lüzumludur.<sup>150</sup>

Poincaré sezgiciliğin ve mantıkçılığın matematik yapmadaki rollerini de incelemiştir. “Sezgicilik ve mantıkçılık matematiğin tüm ihtiyaçlarını karşılayabiliyor mu?” sorusuna cevap aramıştır. Matematikçiler iki ana akıma mensupturlar: Sezgicilik ve Mantıkçılık. Bu iki akımı birbirinden ayırmadan matematikçilerin eserlerini incelemek mümkün değildir. Matematikçileri bu iki yöntemden birine götüren şey ele aldıkları konular değildir. Onları sezgici ya da mantıkçı yapan zekalarının yapısıdır.<sup>151</sup> Peki, sezginin ve mantığın matematikteki görevi nedir? Örneğin, matematikte sezgi yardımıyla mutlak kesinliğe ulaşılmış mıdır? Muhtemelen matematikçi dedelerimiz de mutlak kesinliğe ulaştıklarını düşündüler. Onlar

<sup>150</sup> Poincaré, H. (1915). *İlmin Kıymeti*. (S. Zeki, Çev.) İstanbul: Matbaa-i 'Âmire, s. 24-26.

<sup>151</sup> Poincaré, a.g.e., s. 5-6.

aldanmışsa acaba biz de mi aldanıyoruz? Mantıkçılar, algılarımızda artık sezgiye başvurmadığımızı sanıyorlar; filozoflar bunun bir vehim olduğunu söyleyeceklerdir. Salt mantık, bizi hiçbir zaman genellemelerden başka bir şeye götüremeyecektir. Onun yeni şeyler yaratmasına imkân yoktur; hiçbir bilim yalnızca mantıktan doğamaz. Aritmetiği, geometriyi yahut herhangi bir bilimi vücuda getirmek için salt mantıktan başka bir şeye ihtiyaç vardır. Bu başka bir şeyi göstermek için elimizde sezgiden başka bir kelime yoktur.<sup>152</sup>

Poincaré sezginin ve mantığın, matematiğin hangi noktaları ile ilişkili olduklarını satranç oyunu analogisi ile anlatmaya çalışmıştır: Bir satranç müsabakasında hazır bulunsanız, oyunun gidişatını bilmek için taşların hareket ve kabiliyetlerini bilmeniz yetmeyecektir. Bu bilgi, yalnızca her taş sürüşünün kaidelere uygun yapılıp yapılmadığını anlamanıza yarayacaktır. Bunun satranç oyununun bütünü açısından değeri yoktur. İşte bir matematik kitabının okuyucusu da sadece bir mantıkçı olsaydı, böyle olurdu. Satranç oyununu büsbütün anlamak başka bir şeydir. Satrancı anlamak, oyuncunun oyun kaidelerini bozmaksızın filan taşı ileri sürmesi elindeyken, neden bir başkasını ileri sürdüğünü anlaması demektir. Ayrıca satrancı anlamak, bu birbirini ardına yapılan hamleler serisinden bir nevi tutarlı bir bütün meydana getiren gerçek sebebi görmek demektir. Bu yetinin bizzat oyuncunun kendisine, yani matematiksel açıdan mucide gerekli olduğu görülmektedir.<sup>153</sup> Poincaré açıkça bu sözleri ile matematiğin inşasında sezgiyi mantığın önünde görmektedir. Ona göre mantık matematiksel bir ispatın yanlışsız yapılabilmesine imkân sağlarken, sezgi ise o ispatın organizasyonunda yer almaktadır. Kısaca Poincaré, ispatın mantıkla, icadın sezgi ile olabileceğini bildirmektedir.

---

<sup>152</sup> Poincaré, *a.g.e.*, s. 19.

<sup>153</sup> Poincaré, *a.g.e.*, s. 24.

Poincaré'ye göre, mantık bize filan veya falan yolda bir engele rastlanmayacağından emin olduğumuzu öğretir; bizi amaca götürenin hangisi olduğunu söylemez. Bunun için amacı uzaktan görmek gerekir, fakat bize görmeyi öğreten sezgidir. Sezgi olmadan matematikçi, gramere saplanıp kalan ama fikirden mahrum kalan bir yazar gibi olacaktır.<sup>154</sup>

Poincaré, Russell'ın ve Hilbert'in her ikisinin de mantıkçılık için çok çaba sarf ettiğini; her ikisinin de orijinal, derin ve çok defa doğru görüşlerle dolu birer kitap yazdıklarını; bu kitapların bize düşünülecek çok şey verdiklerini ve bunlardan öğrenilecek pek çok şeyin olduğunu; ortaya çıkardıkları sonuçlar açısından bazılarının doğru hatta çok sağlam olduklarını bildirmektedir. Ancak onların, Kant ile Leibniz arasındaki tartışmayı kesin olarak çözemediklerini ve Kant'ın matematik teorisini yıkamadıklarını da peşinen eklemiştir.<sup>155</sup>

Poincaré'nin, bu üç bilim felsefesi kitabında yazdıklarından yola çıkılarak, matematik felsefesinde mantıkçılıktan ziyade sezgicilik ekolüne yakın olduğunu söyleyebiliriz.

Nitekim şu sözleri de bunu doğrulamaktadır:

Ben Lojik'te [Mantıkçılık'ta] icatçılar için engellerden başka bir şey görmüyorum; Lojik bize icat da kazandırmıyor; o bundan uzaktır. Dahası 1'in bir sayı olduğunu ortaya koymak için Lojik'te 27 denklem lazımsa, hakiki bir teorem ispatı için ne kadar gerekecektir?<sup>156</sup>

Poincaré her ne kadar sezgicilik ekolüne yakın bir noktada konumlanırsa da mantıkçılığın matematik için önemini vurgulamaktadır. Ona göre, mantıkla sezginin

---

<sup>154</sup> Poincaré, H. (1928). *İlim ve Usul*. (S. Zeki, Çev.) İstanbul: Devlet Matbaası, s. 135.

<sup>155</sup> Poincaré, *a.g.e.*, s. 189.

<sup>156</sup> Poincaré, *a.g.e.*, s. 191.

her ikisinin de matematik için zorunlu bir rolü vardır, ikisi de gereklidir. Ancak mantık kesin bilgi verebilir ve bir ispat aletidir, sezgi ise icat vasıtasıdır.<sup>157</sup>

Poincaré sezginin mutlaka duyuların şahadetine dayanmasının gerekli olmadığını söylemektedir. Ona göre, eğer böyle olsaydı çok geçmeden duyular aciz kalırdı. Örneğin bin kenarlı bir çokgen tasarlayamayız fakat bin kenarlıyı özel hal olarak kabul eden genel çokgenler üzerinde sezgi yoluyla çıkarımlarda bulunuruz.<sup>158</sup> Birkaç çeşit sezgi vardır. Birincisi duyulara ve hayallere aittir, sonra deneysel bilimlerin metotlarına dayanan endüksiyon yoluyla genelleme gelir. Son olarak salt sayı sezgisi vardır, tümevarım ispat yöntemi buradan çıkmıştır. Hakiki matematiksel ilerlemeyi sağlayan da budur.<sup>159</sup>

Poincaré sezginin, pür matematiğin yanında matematik öğretimi için de önemli bir yere sahip olduğunu iddia etmektedir. O, matematik öğretiminin amacının zihnin bazı güçlerini geliştirmekten ibaret olduğunu ve bu gelişimi sağlayanın da sezgi olduğunu söylemektedir. Sezgi vasıtasıyla matematiksel âlem ile gerçek âlem sürekli temas halinde kalmaktadır.<sup>160</sup>

Salih Zeki'nin, Poincaré'den yaptığı bu çeviriler, onun matematik felsefesi açısından bilgi haznesini geliştirmiştir. Yaptığı çeviriler ile eş zamanlı verdiği Dârü'l-Fünûn Konferansları'nda da bu kitaplardan etkilendiği ve alıntı yaptığı görülmüştür. Ayrıca, kaleme aldığı "Nâmütenâhi" makalesinde, açıkça kendisini matematik felsefesi yaklaşımlarından sezgicilik saflarında konumlandırmıştır.

---

<sup>157</sup> Poincaré, H. (1915). *İlmin Kıymeti*. (S. Zeki, Çev.) İstanbul: Matbaa-i 'Âmire, s. 28.

<sup>158</sup> Poincaré, a.g.e., s. 20.

<sup>159</sup> Poincaré, a.g.e., s. 21-22.

<sup>160</sup> Poincaré, H. (1928). *İlim ve Usul*. (S. Zeki, Çev.) İstanbul: Devlet Matbaası, s. 134.

Salih Zeki'nin özellikle bilim kitapları ile ilgilenmesi tesadüf değildir. Salih Zeki'nin, Daru-l Fünûn'da rektörlük görevini üstlendikten sonra daha da üst seviyeye çıkan ülkenin bilim anlayışına yön verme isteği, onu bu türden bilim kitaplarına yöneltmiştir. Öyle görülüyor ki döneminin tüm büyük bilim adamlarını yakından takip eden Salih Zeki'yi en çok etkileyen, bilim algısına yön veren filozof, hocası Poincaré'dir.

## 2.2 Salih Zeki'nin “Nâmütenâhî”<sup>161</sup> İsimli Makalesi

Salih Zeki bu makaleyi 1332/1913 senesinde, *Dârul Fünûn Fen Fakültesi Mecmuası Riyaziyyât Şubesi, 1.Cilt-1.Sayısı*'nda yayımlamıştır. Makaleyi yayınladığı tarihte Dârü'l-Fünûn (İstanbul Üniversitesi)'da Rektörlük görevini yürüten Salih Zeki Bey, “Nâmütenâhî” (sonsuzluk) kavramını matematikçiler ve felsefeciler nezdinde tartışmış ve yaşadığı dönemde güncel matematik felsefesi görüşleri açısından değerlendirmiştir. Prof. Dr. Celâl Saraç 1994 yılında “*Salih Zeki Bey'in “Nâmütenâhî” İsimli Makalesi*”<sup>162</sup> isimli çalışmasında Salih Zeki'nin bu makalesini konu alan bir değerlendirme yazmıştır. Celal Saraç, “Nâmütenâhî” kavramını Salih Zeki'nin nasıl yorumladığını tasvir etmiş, söz konusu makaleyi sade bir dil ile tekrar ele almıştır. Fakat Salih Zeki Bey'in matematik felsefesine yönelik görüşleri açısından herhangi bir değerlendirmede bulunmamıştır.

Tezin bu bölümünde, “Nâmütenâhî” makalesinde Salih Zeki Bey'in, güncel matematik felsefesi tartışmalarındaki yeri tespit edilmeye çalışılacaktır.

---

<sup>161</sup> Sonsuzluk.

<sup>162</sup> Saraç, C. (1994), Salih Zeki Bey'in Nâmütenâhî İsimli Makalesi. *Bilim Tarihi*, 3-6.

19. yüzyılın başında Euclides-dışı geometrilerin ortaya çıkardığı matematiğin “temel” problemi, matematikçilerin matematiğin tahtını kurtarma çabası içine girmesine sebep olmuştur. Mantıkçılık, Formalizm ve Sezgicilik matematiği yeniden temellendirme düşüncesinin bir sonucu olarak ortaya çıkmış matematik felsefesi görüşleridir. Böyle bir ortamda “Salih Zeki Bey neden “sonsuzluk” üzerine bir makale yazma ihtiyacı hissetti?” sorusu akla gelmektedir. Brouwer’in öncülüğünde ortaya çıkan Sezgicilik ekolü, matematiğin sonsuzluk düşüncesinden arındırılması gerektiğini savunmaktadır. Buna karşın, mantıkçılık ve formalizm ekolleri ise sonsuzluğun matematiğin içinde yer alabileceğini iddia etmektedirler. Dolayısıyla matematikçiler arasında sonsuzluk kavramı üzerine özellikle 19. yüzyılda çok ciddi tartışmalar olmuştur. Sonsuzluk kavramının tartışıldığı yüzyılda Salih Zeki’nin bu kavram üzerine makale yazması, güncel matematik felsefesi tartışmalarını yakından takip ettiğini ve bu alana katkı yaptığını göstermektedir.

Salih Zeki makalesinin girişinde “Sonsuzluk, felsefe ile matematik arasında adeta magma hükmünde olan bir ifadedir” cümlesiyle başlayarak, sonsuzluk kavramının felsefecilerin ve matematikçilerin dikkatini çektiğini belirtmiştir. Bu kavramın matematik tarihindeki yerini açıklamış ve bu tartışmayı 20. yüzyılın başına kadar getirmiştir. Salih Zeki sonsuzluk ile ilgili düşüncelerini şu sözlerle ifade etmektedir:

“Kendinden sınırlı olan şeyler için sonsuzluk isnâdının imkânsız olduğu aşikârdır. Örneğin bir üçgenin kenar uzunlukları sınırlıdır, dolayısıyla üçgenin kenar uzunlukları, sonsuzluk şemsiyesi altında kendilerine yer bulamazlar... Nitelikler için de tıpkı kendinden sınırlı şeyler gibi sonsuzluktan bahsedilemez. Örneğin sonsuz hız düşüncesi rasyonel değildir.

Çünkü sonsuz hız demek, herhangi bir mesafenin sifıra eşit bir zamanda kat edilmesi demektir.”<sup>163</sup>

Salih Bey bu sözleri ile sonsuzluk düşüncesinin ne olmadığını ifade etmeye çalışmıştır. Ayrıca “sınırsız” ve “sonsuz” arasında fark olduğunu; sınırsızın tayin edilmiş bir sınırının olmadığını; buna karşın sonsuzluğun ise bir sınır tayin etme ihtimalinin dahi olmadığını; sonsuzluğun sonu olmayan demek olduğunu belirtmiştir.

Salih Zeki “sınırsızlığın” felsefi anlamını şu örnekle açıklamaktadır:

“1,2,3,...n,... sayı dizisinde bulunan sayıların sayısı felsefeciler tarafından sınırsız olarak kolaylıkla kabul edilmektedir. Fakat 0 ile 1 arasındaki sayıların sayısı da 0 ile 1 arasında sınırlandırılmış olmalarına rağmen, tıpkı ilk dizideki gibi sınırsızdır. Çünkü sınırsız kabul ettiğimiz birinci dizide bulunan sayıların sayısı, 0 ile 1 arasındaki sayıları saymaya muktedir değildir.”<sup>164</sup>

Salih Zeki; matematikte “sınırsız” kavramının sınır kavramının zıttı olarak kullanıldığını makalesinde dile getirmiş ve sınırsızlık için şu örneği vermiştir: Geometride “doğru sınırsızdır (gayr-i mahdûd)” denilir ki bunda amaç iki nokta ile sınırlandırılmayan ve istenildiği kadar uzatılabilen demektir. Doğrunun bir nokta ile sadece bir taraftan sınırlandırılmış olanına “yarım doğru (nisf-ı hatt-ı müstekîm)” veya “bir taraftan sınırsız doğru (bir cihetten gayr-ı mahdûd hatt-ı müstekîm)” denilir. Ayrıca sınırlı ve sınırsız integralde de (belirli ve belirsiz integral) aynı durum geçerlidir.  $\int f(x)dx$  belirsiz integrali,  $\int f(x)dx = F(x) + C$ <sup>165</sup> gibi bir değere eşittir. Bu değerde bizi gittikçe daha büyük bir sayıya farz etmeye sevk eden

<sup>163</sup> Zeki, S. (1332/1914). Nâmütenâhî. *Dâru'l-Fünûn Fen Fakültesi Mecmuası*, S.1, 5-36.

<sup>164</sup> Zeki, a.g.e., s. 8.

<sup>165</sup> Celal Saraç makalesinde bu ifadeyi,  $\int f(x)dx = \text{Log}(x) C$  şeklinde translite ederek matematiksel bir hata yapmıştır.

herhangi bir şey yoktur. Aksine bu ifade bir asli fonksiyondur. Bu da nicelik olarak bilinen, nitelik olarak bilinmeyen bir miktar demektir. Fakat bu fonksiyonun c ve b noktalarında sınırlandırılmış belirli integrali,  $\int_b^c f(x)dx = F(c) - F(b)$ <sup>166</sup> ifadesine eşit olur. Bu ifade tamamen belirli bir değere sahiptir. Bundan dolayı bir önceki integrale, diferansiyel fonksiyonun sınırsız integrali (tefâzüliyyenin tamâmıye-i gayr-i mahdûdu) denir. Dolayısıyla matematikte kullanılan sınırsız (gayr-ı mahdûd) kavramı mutlak surette “artmayı” öngören bir anlam taşımamaktadır. Salih Zeki burada matematiksel anlamda sınırsızlığın, sonsuzluk anlamına gelmeyeceğini anlatmaya çalışmıştır. Salih Bey bu kavram için ayrıca şu örneği de vermektedir:

Matematikte kullanılan sınır kavramı altında, bizi toplama götüren bir şey mevcut değildir. Biz ıraksak dizinin n sayı sınırı arttıkça dizinin toplamı sınırsız olur diyemeyiz. Fakat sonsuza dek artıyor diyebiliriz. Yakınsak dizide de yeni bir sayı sınırı eklendikçe sınırların toplamı, peş peşe eklenir ise de bir toplama karşılık gelmez. Bu durumda hem ıraksak dizinin hem de yakınsak dizinin toplamı sınırsızdır.<sup>167</sup>

Salih Zeki “sonsuzluk” ve “sınırsızlık” kavramları arasındaki farklılığı tasvir ettikten sonra asıl mesele olan sonsuzluk kavramına geri dönmüştür. Ortaçağ filozoflarının iki çeşit sonsuzluk tanımlarını yaptıklarını; birinin “Fiili Sonsuzluk (Bilfiil “Nâmütenâhî” : İnfini Actuel), diğeri de “Potansiyel sonsuzluk (Bilkuvve “Nâmütenâhî” : İnfini Potentiel)” olduğunu; fiili sonsuzluğun halihazırda mevcut olan sonsuzluk, yani her çeşit sınırı aşılmış bir sonsuzluk; potansiyel sonsuzluğun ise gelecekte daima sonsuzluk imkanı olan sonsuzluk olduğunu ifade etmiştir. Salih Zeki, Ortaçağ

---

<sup>166</sup> Celal Saraç makalesinde bu ifadeyi  $\int_b^c f(x)dx = \text{Log}(c) - \text{Log}(b)$  şeklinde translite ederek matematiksel bir hata yapmıştır.

<sup>167</sup> Zeki, a.g.e., s. 9.

filozoflarından fiili sonsuzluğu reddedenin Descartes olduğunu belirtmiştir. Descartes, fiili sonsuzluğun, hiçbir yönden hiçbir uzunluk ve nicelik ile sınırlı olmayan bir sonsuzluk olduğunu ve sadece bir yönden bir doğru ile sınırlı olmayan şeyin de sonsuz değil sınırsız olacağını iddia etmiştir. Böylece Salih Zeki'nin ifadesiyle Descartes, sonsuzluk ile sınırsızlığı birbirinden ayırmıştır. Buna karşın Leibniz'in ise fiili sonsuzluğun niceliğe değil niteliğe ait bir kavram olduğunu iddia ettiğini Salih Bey bildirmektedir.<sup>168</sup>

Matematikçilere göre sonsuzluğun, hiçbir sınırı olmayan sabit bir nicelik değil, bilakis değişken bir nicelik olduğunu ve bu niceliğe hiçbir zaman bir sınır getirilemeyeceğini, dolayısıyla matematikteki sonsuzluğun fiili değil, potansiyel sonsuzluk olduğunu dile getiren Salih Zeki, d'Alembert'in matematikteki sonsuzluk hakkındaki görüşünü şu şekilde aktarmıştır: “Sonsuzluğun dâhil olduğu matematiksel ifadeler, söz konusu ifadelerin kısaltılmış bir versiyonundan başka bir şey değildir.”<sup>169</sup> d'Alembert Scumacher'e yazdığı bir mektupta ise sonsuzluğun bir ifade tarzı olduğunu ve sonsuzluğa saf bir nicelik gözüyle bakılamayacağını belirtmiştir.

Salih Zeki, küme kuramının kurucusu Cantor'un, küme ve sonsuzluk hakkındaki görüşlerine de değinmiştir. Cantor'un sonsuzluk hakkındaki görüşlerini şu sözler ile açıklamıştır:

Cantor demiştir ki; “Doğal sayılar kümesinin yani pozitif tam sayılar dizisinin her bir sınırı ne kadar büyük olursa olsun sonludur. Cantor'a göre, tam sayıların sayısı ile sınırlanmış bir doğru parçasının noktalarının sayısı ve

---

<sup>168</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 10.

<sup>169</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 13.

mekânın noktalarının sayısı hep farklı kuvvetten son-ötesi (transfinit) kardinal sayıları (Nombre Cardinal) teşkil etmektedir.”<sup>170</sup>

Salih Zeki'nin aktardığına göre; Bolzano'nun keşfettiği sonsuz küme, bazı matematikçilerin fiili sonsuzluk hakkındaki görüşlerinde bir takım değişikliklere sebep olmuş, onların fiili sonsuzluğu matematikte kullanabilme ümitlerini artırmıştır. Bu matematikçilerden biri olan Dedekind, “sonsuzluk” kavramını “fiili sonsuzluk” anlamında tarif etmek için sonsuz kümelerin temel özelliklerinden faydalanmıştır ve “biri diğeri ile örtüşen iki sonlu küme benzeşiktir” dedikten sonra bu şekilde sonlu kümelerin var olduğunu ispatlamıştır. Cantor ise Dedekind'dan farklı bir yol izlemiştir. Cantor, sonlu kümede bulunan eleman sayısını dikkate alarak bilinen kabul etmiş ve sonra bu kavramı sonsuz kümelere uyarlamış ve halen sonsuz olan ve artmaya da kabiliyeti olan bir sayı dizisi kavramına ulaşmıştır. Sonlu ötesi (transfinit) sayılar (a'dâd-ı mâba'de-t tenâhi: transfinite numbers) adını verdiği sayılar bu sayılardır ki Cantor bunların özelliklerini keşfetmeye çalışmıştır. Fakat Cantor'un bu yeni transfinite sayısı filozofların betimlediği fiili sonsuzluk kavramı için yeterli değildir. Filozofların fiili sonsuzluk kavramı çok daha genel bir ifadedir. Ayrıca bu kavram mutlak sonsuzluğu da içermektedir. Oysa mutlak sonsuzluğun Cantor'un transfinite sayısı gibi artma kabiliyeti yoktur.

Cantor'un ortaya attığı transfinite sayısı sezgiye ters düştüğü için, diğer matematikçiler gibi Salih Zeki'nin de yoğun eleştirilerine maruz kalmıştır. Sonuç olarak matematikçiler bu noktada ikiye ayrılmıştır. Salih Zeki'ye göre matematikçilerin bir kısmı, matematikte kabul edilmiş olan sonsuzluğun potansiyel sonsuzluk olduğuna inanmaktadır. Hatta bir sonsuz küme denildiği zaman bu

---

<sup>170</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 22.

kümenin elemanlarının sonsuzluğu da onlara göre böyle bir sonsuzluktur. Diğer bir deyişle bu eleman sayısı öyle bir değişken niceliktir ki, bu değişken niceliğe bütün sınırları aşmıştır denilemez, belki imkân olsa aşabilir denir.

Salih Zeki matematikte potansiyel sonsuzluğun dışında bir sonsuzluğun da kullanıldığını şu sözlerle ifade etmektedir:

... Hakiki değişkenler gözüyle pozitif sonsuzluk ve negatif sonsuzluk isimleri ile matematiğe dâhil olan potansiyel bir sonsuzluktan başka bir sonsuzluk daha kullanılmaktadır. Şöyle ki; bir değişkenin alabileceği sonlu değerlerin toplamına  $\infty$  işareti ile gösterilen ve bu sonlu değişkenin hepsinin mutlak değerinden daha büyük kabul edilen hayali bir değer dâhil edilerek adeta bir “fiili sonsuzluk” ’a benzer bir şey kabul edilir. Bu şekildeki bir sonsuzluğun değerinin yansımaları artık sıfıra eşit olur. Bu halde bir  $x$  değişkeninin  $f(x)$  fonksiyonunun  $x = \infty$  için değeri,  $f\left(\frac{1}{x}\right)$  fonksiyonunun  $x = 0$  için elde edeceği değer ile tarif edilir. Fakat fiili sonsuzluğa benzeyen bu sonsuzluk bazı analiz teoremlerinin ifadelerinde kolaylık göstermesi açısından kabul edilen bir tabirden başka bir şey değildir. Çünkü bu fonksiyonun sonucunun tayininde kabul edilen  $+\infty$  ve  $-\infty$  işaretleri gösterilen potansiyel sonsuzlar yerine hala mevcut olan bir sonsuzluğun kabulü bizi hataya sevk edebilir. Aslında  $f(x)$  ifadesi gerçek bir  $x$  değişkeninin bir fonksiyonunu gösterecek olsa ve  $x$  yerine böyle tüm sayıların mutlak değerlerinden daha büyük olan  $\infty$  değişkeni konulduğu (yani  $\frac{1}{x}$  yerine 0 konulduğu) halde bu fonksiyonun elde edeceği değer de  $f(\infty)$  ile gösterilmiş olsa, mutlaka  $f(\infty)$  ifadesinin,  $f(x)$  fonksiyonuna yaklaşacağı sonucuna eşit olması gerekmektedir. Bundan dolayı her çeşit olası değerlerin üzerinde bir sonsuzluğun matematikte kullanılması caiz

değildir... Kısaca matematikte kolaylık olmak üzere kullanılan sonsuzluk tabirinden başka, asıl hesaba dâhil olan sonsuzluk, fiili sonsuzluk değildir. Daha önce de söylediğimiz gibi, matematiksel analizde kullanılan sonsuzluk değişken bir niceliktir, sabit bir nicelik değildir. Her ne zaman bir değişken nicelik, her bir sonucun üstünde toplanma kabiliyeti olursa o değişken niceliğe sonsuzluk gözüyle bakılabilir. Hâlbuki bir sabit değişken ne kadar büyük olursa olsun bu niceliğe sonsuzluk genellemesi caiz değildir.<sup>171</sup>

Salih zeki burada, fiili sonsuzluğun matematikte kullanılmasının bir takım yanlışlara sebebiyet verebileceğini, dolayısıyla matematikte fiili sonsuzluğun kullanılmaması gerektiği sonucuna varmıştır. Bu durumda Salih Zeki'nin, Cantor, Hilbert ve Russell gibi matematikçilerin sonsuzluk kavramı üzerine olan görüşlerinin tam karşısında bir konum aldığı görülmektedir. Salih Zeki'nin sonsuzluk kavramı üzerine fikir beyan etmesi ve kendine güncel matematik felsefesi tartışmalarında bir konum belirlemesi, onun diğer tüm kimliklerinin yanında matematik felsefecisi kimliğini de ortaya koymaktadır.

Salih Zeki sonsuzluk üzerine değerlendirmesine Cantoryan düşüncesini eleştirerek devam etmektedir:

İkinci bir matematikçi grubu ise matematiğe, bazı ifadeleri sadeleştirmek için gerçek olmayan bir sonsuzluğu değil, hakiki ve mevcut bir sonsuzluğu dâhil etmişlerdir ve (diğer matematikçiler gibi potansiyel sonsuzluğu ifade eden) tüm olası sonuçların toplamını aşma kabiliyeti olan bir değişken nicelik değil, aksine bu sonuçları aşmış bir sonsuzluk ve hatta birçok sonsuzluklar lüzum görmüşlerdir. İşte bu matematikçi grubunun mesleğine

---

<sup>171</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 23-24.

“Cantoryan” denir. Cantor transfinite dediği sonsuz asal sayıları, bir diğeri ile mukayese etmeye bile başlamıştır. Bunun için bu transfinite den, sonsuz sayısını barındıran bir kümenin elemanlarının uygun bir surette nasıl düzenleneceğini tasvir etmiştir. Buradan transfinite dereceye mensup sayılar üretilmiştir. Bu kişiler transfinite sayılarıyla o kadar çok fayda sağlamış görünüyolar ki bugün reel sayılar düşüncesini bile Cantor’un transfinite dediği asal sayılar düşüncesine dönüştürüyorlar. Onların gözüyle aritmetiği hakikaten mantığa dayalı bir şekilde öğrenmek için, evvelinde transfinite olan sayıların genelleştirilmiş hallerini bilmek ve sonra bunlar arasında gayet küçük bir sınıf teşkil eden tam sayıları ayırmak gerekiyormuş! Güya şu küçük sınıfa ait teoremlerin tamamı, mantığın haricinde kaide kullanmaksızın ispat ediliyormuş!!<sup>172</sup>

Salih Zeki’nin bu pasajdaki üslubu Cantor ve onun takipçileri ile aynı düşüncede olmadığını göstermektedir. Salih Zeki, Cantor’un transfinite sayılar üzerine olan düşüncelerini eleştirdikten sonra Mantıkçılık ekolünün sonsuzluğa ve akabinde matematik felsefesine yönelik düşüncelerini, Henry Poincaré’den de alıntı yaparak çürütmeye çalışmaktadır.

“Acaba matematik, kendine has olan bazı prensiplere müracaat etmeksizin, sadece mantığa indirgenemez mi? Yahut bütün matematiği sadece mantığın prensipleri üzerine inşa etmek mümkün mü?”<sup>173</sup> sualleriyle Salih Zeki, mantıkçılığın matematik üzerine olan en önemli gayesini, makalesinin tartışma konularından biri yapmıştır. Mantıkçılığı şu şekilde eleştirmektedir:

---

<sup>172</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 30-31.

<sup>173</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 31.

Bugün Avrupa’da bir sınıf matematikçi ile bir sınıf felsefeci vardır ki bunun [matematiği sadece mantığın prensipleri üzerine inşa etme düşüncesinin] mümkün olduğunu iddia etmektedir ve bunu ispat etmek için çok çalışmaktadırlar. Hatta bu mesleğe [mantıkçılık] sahip olmasa da, bu mesleğin doğruluğuna ikna olanların kendilerine has bir de dilleri var ise de, bu dilde artık kelimededen eser yoktur, sadece işaretler kullanılmaktadır. Fakat Poincaré’nin dediği gibi, bu dili kendilerinden başkası anlayamadığından bu mesleğe karşı çıkanlar, bu [mantıkçı] filozofların tereddütte mahal bırakmayan, katî olan beyanları karşısında adeta susmaya mecbur kalırlar. İşte Poincaré’nin son olarak “İlim ve Usul (Bilim ve Yöntem)” isimli eserinde gösterdiği hücum bu matematikçi grubunadır... Hâlbuki bu [mantıkçılar] matematikçilerin sonluluğu, sonsuzluk ile tarif ve izaha kalkışmaları gerçekte hâlâ başarısızdır. Çünkü inşa düşüncesi matematiği teşkil etmek ve inşa etmek için bu tarifi kullanmıştır. Mesele böyle bir yöntemin yükseköğretime dâhil edilmesinde de değildir. Aksine bu yöntemin mantığı olup olmadığıdır. İşin ilginç yanı bu zümreye katılan matematikçilerin sayıca hiç de az olmamalarıdır. Bunlar o kadar manasız kanunlar icat ettiler ve o kadar ispatsız tezler yazdılar ki insan bu kadarını görünce hayrete düşmekten kendini alamamaktadır!<sup>174</sup>

Salih Zeki’nin bu ifadelerinden açıkça anlaşılmaktadır ki; Salih Bey net bir şekilde mantıkçı ekolün karşısında yer almaktadır. Salih Zeki’nin; mantıkçıların matematiği temellendirmek için ortaya koydukları yeni matematiksel dilin mantıkçılık ekolünü savunanlar dışında anlam bulmamasını, ona eleştiri getirmek isteyen matematikçileri ve filozofları çaresiz bırakması açısından eleştirdiği görülmektedir. Ayrıca

---

<sup>174</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 32.

Poincaré'den alıntı yaparak bu eleştirisini güçlendirmesi, Salih Zeki'nin Poincaré'nin de içinde bulunduğu Sezgicilik düşüncesine yakın olduğunu düşündürmektedir.

Mantıkçıların liderleri arasında anlaşmazlık çıktığını, hatta bu anlaşmazlığın zaman zaman birbirlerine tamamen zıt görüşlerden oluştuğunu bildiren Salih Zeki'ye göre işin tuhaf olan yönü; bu kadar anlaşmazlığın olduğu bir ekolde, mensuplarının mantıkçılığı terk etmemesi, buna karşın söz konusu anlaşmazlıkları bertaraf etmek için takip ettikleri kaideleri yeniden düzenleyerek uygun hale getirmeye çalışmalarıdır. Ayrıca Poincaré'nin mantıkçılara yol göstermeyi kendine vazife bildiğini fakat mantıkçıları iknaya muvaffak olamadığını, çünkü mantıkçıların kendilerince çok faydalı bir ortam oluşturduklarını ve bu ortamdan uzaklaştıklarında yaşayamayacaklarına inandıklarını düşünmektedir. Salih Zeki Poincaré'nin düşüncelerinin akabinde kendi eleştirilerini şu sözlerle ifade etmektedir:

...Zaten bu sınıf hayal görenleri ikna etmek mümkün değildir. Bunların ispatları kabul edilmediği zaman da teoremleri yine baki kalmaktadır ve derhal buna başka bir ispat aramaktadırlar. Hatta bu kabul edilmeyen ispatı düzelterek yine ortaya atmaktadırlar. Bu şekilde tekrar derlenmiş ispatlar mevcuttur. Bu fiili sonsuzluk taraftarları yalnız Cantor'un memleketinde, yani Almanya'da değil, İngiltere'de, İtalya'da, Fransa'da ve ihtimaldir ki bilmeyerek bizde de vardır.<sup>175</sup>

Salih Zeki makalesinin sonunda Cantoryan düşüncesinin içinde bulunduğu bir takım çelişkili durumları Poincaré'nin desteği ile tespit etmiştir. Bu mesleğe sahip matematikçilerin düştükleri zıtlıklardan birini ele alalım:

---

<sup>175</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 33.

Zermelo zıtlığı: Zermelo bir ispatında şu postulatı (mevzu'a) kullanmıştı: Rasgele alınan bir kümede istenilen her bir elemanı seçmek daima mümkündür. Diğer bir deyişle kümelerin kümesi sonsuz kümeleri içerse dahi yine her bir eleman diğerlerinden farklıdır. Cantorcular bu postulatı birçok defa açık seçik olarak söylemeksizin kullandılar. Fakat Zermelo bunu bir postulat olarak ifade edince kıyamet koptu. Bazı insaflıları derhal bu postulatı reddettiler fakat bazıları kabul hatta takdir dahi ettiler. Bunun ne demek olduğunu Poincaré'ye uygun olarak garip bir örnek ile açıklayalım: Varsayalım ki tam sayılar adedince çift çizmemiz olsun. Şüphesiz bu çift çizmelere 1'den sonsuza kadar sayı verebiliriz. Bu halde acaba ne kadar çizmemiz vardır? Bu çizmelerin sayısı çift çizmelerin sayısına eşit olacak mı?

Evet: Eğer her bir çiftte sağ ayağın çizmesi sol ayağın çizmesinden ayrıt edilirse. Aslında bunun için n'inci çiftin sol ayak çizmesine  $2n-1$ , sağ ayak çizmesine de  $2n$  sayısını vermek gerekir.

Hayır: Eğer her çifti oluşturan çizmeler diğerinin aynı olur ise. Çünkü bu halde bir çift çizmeyi diğerinden ayırmak mümkün olmaz. Çünkü bu halde her çiftte rasgele bir çizme seçilir ve buna da -örneğin- sağ ayak çizmesi denmesi gerekir.

Peki, burada zıtlık nerede ortaya çıkmaktadır?<sup>176</sup>

Salih Zeki, Zermelo zıtlığı olarak bilinen bu örneği beyan ettikten sonra, ortaya çıkan zıtlığın nereden kaynaklandığı sorulmasını yöneltmiştir. Bu sorunun cevabını Poincaré'den alıntı yaparak şu şekilde aktarmaktadır:

---

<sup>176</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 34.

Hakikaten mantık analizinin ilk unsurları üzerine tesis edici olan bir ispat, önermeler dizisi bir araya getirilerek yapılır. Ya önermelerin bir kısmı -ki bunlar öncüller yerine sadece kâğıt parçasıdır- ya ayniyet ifade ederler veya tanımlardan ibarettirler. Diğer kısmı ise bu iki önermeden ortaya çıkarlar. Her ne kadar her bir önerme ile bunu takip eden önerme arasındaki ilişki hemen görülebilir ise de bir ispatı teşkil eden önermeler dizisinin birincisinden sonuncusuna ne şekilde gidildiği birden bire görülmez ve sonuncu önerme adeta yeni bir gerçeklik gibi düşünülmeğe istenebilir. Fakat bu önermelerde üst üste bulunan tanımlar yerine, bunların anlamları ortaya konur ve bu ortaya konma keyfiyeti mümkün olduğu derecede ileriye götürülecek olur ise, sonuçta birbirinin aynı olan şeylerden başka bir şey kalmaz. Bu şekilde bütün bu büyük ispat bir tekrardan ibaret olur... İşte benim vaktiyle yazmış olduğum şey budur! Yeni mantıkçılar bunun aksini iddia ediyorlar. Fiili yeni hakikatler keşfederek bu iddialarını ispat ettik zannediyorlar. Fakat ne vasıta ile?... Onların tarifleri yüklemli değildir. Bir çeşit kısır döngü içerisindedirler (Adeta bir hükmü ikinci bir hüküm ile ikinci hükmü de birinci hüküm ile açıklamaya çalışmaktadırlar). Bu şartlar altında yeni mantıkçılık sadece faydasız olmakla kalmaz, aynı zamanda iki zıt şeyin birbirine denk olması çelişmesine de bizi sevk eder... Eğer sınırlı sayıda eşya tasnif edilecek ise, mantığın tasniflerini değiştirmeksizin kabul etmek kolaydır. Fakat eşyanın sayısı sınırsız bulunursa, yani tasnife daima yeni ve görülemeyen eşya ilave edilirse, yeni bir şeyin ortaya çıkması tasnifin düzeltilmesini zorunlu kılabilir ve işte bu nedenle iki zıtlığın eşitliği çelişmesine maruz kalınır... Fiili sonsuzluk yoktur. Cantorcular bunu unuttular ve bundan dolayı çelişkiye düştüler. Cantoryan mesleğinin ilme çok büyük hizmet ettiği de inkâr edilemez. Fakat o zaman bu mesele, sınırı açık olarak tarif edilmiş olan gerçek meselelere uygulanıyordu ve bu halde

tereddüsüz ilerlemek mümkün oluyordu. Cantorcular gibi yeni mantıkçılar da bunu unuttular ve bir takım zorluklarla karşılaştılar.<sup>177</sup>

Salih Zeki “*Nâmütenâhî*” makalesini Poincaré’den alıntı yaptığı bu eleştirel bakış ile bitirmiştir. Makale bir bütün olarak değerlendirildiğinde Salih Zeki’nin, sonsuzluk düşüncesini Ortaçağ filozofları ve matematikçilerin gözüyle tasvir ettiği ve farklı görüşleri ortaya koyduğu, akabinde 19. yüzyıl matematikçi ve filozofların düşüncelerini aktardığı görülmektedir. Salih Zeki’nin makalede zaman zaman betimleme yaptığı zaman zaman ise sonsuzluk kavramı üzerine fikir beyan ettiği tespit edilmiştir. Salih Bey makale boyunca, mantıkçılık ve formalizm ekollerine sonsuzluk düşüncesi özelinde açık bir şekilde tavrı almıştır. Bunun yanı sıra Brouwer tarafından ön-sezgici olarak kabul edilen Henry Poincaré’nin<sup>178</sup>, matematiği temellendirme düşüncelerine neredeyse tamamen katıldığı bu makaleden anlaşılmaktadır. Salih Zeki makalede açıkça sezgici ekole mensup olduğunu beyan etmemiştir. Fakat sonsuzluk kavramını ele alırken getirdiği deliller sezgici ekolün prensiplerine paralellik göstermektedir. Ayrıca makalenin sonucunda sonsuzluk kavramının mantıkçıların iddia ettikleri gibi matematikte kullanılamayacağı düşüncesi de sezgici ekolün temel iddialarından biridir.

Sonuç olarak “*Nâmütenâhî*” makalesi ile Salih Zeki, güncel matematik felsefesi tartışmalarının içerisinde yer almış, düşünceleri ile alana katkıda bulunmuş ve belki de en önemlisi matematiği temellendirme düşüncesinde taraf olmuştur. Bu tavrı Osmanlı Devleti’nin, Salih Zeki vasıtasıyla dünya bilimini, matematik felsefesi tartışmaları özelinde zamanında takip edebildiğini göstermektedir. Hemen hemen her

---

<sup>177</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 35-36.

<sup>178</sup> Brouwer, L. E. (2004), Sezgicilik Üzerine Konuşmalar. B. S. Gür içinde, *Matematik Felsefesi* (s. 163-174). Ankara: Kadim Yayınları, s. 165.

alandaki Batı'nın birkaç adım gerisinde kalan Osmanlı aydınlarının, matematik felsefesi açısından Batı'yı yakalamış olması önemlidir.

### 2.3 Salih Zeki'nin Dârü'l-Fünûn Konferansları

Salih Zeki Dârü'l-Fünûn'da, Rûmî 1330-1332 (Miladî 1914-1916) tarihleri arasında matematik öğrencilerine ve matematik öğretmenlerine haftalık konferanslar vermiştir. Bu konferanslar “Dârü'l-Fünûn Konferansları” ismiyle iki cilt halinde yayımlanmıştır. 1914-1915 öğretim yılındaki konferansları içeren ilk ciltte, 19. yüzyılda ortaya çıkan Euclides-dışı geometriler ile sonuçları analiz edilmiştir. İkinci ciltte (1915-1916) ise daha çok sanal sayılar incelenmiştir. Bu çalışmada Dârü'l-Fünûn Konferansları'nın birinci cildi<sup>179</sup> değerlendirilmiştir.

Dârü'l-Fünûn Konferansları'nın birinci cildi 14 konferanstan oluşmaktadır. 19. yüzyılda ortaya çıkan Euclides-dışı geometriler ilk üç konferansın konusunu teşkil etmektedir. Salih Zeki birinci konferansında, 19. yüzyıl sonrası geometri tarihine kısa bir giriş yaptıktan sonra öncelikle Bolyai, Gauss ve Lobatchewsky'nin Euclides-dışı geometrilere dair görüşleri hakkında bilgi vermiştir. Konferansının son bölümünde ise Riemann ve sonrasını incelemiştir.

İkinci konferansında Riemann geometrisinin nasıl ortaya çıktığı konusunda bilgi vermeye devam eden Salih Zeki, Riemann'ın geliştirdiği *eğriliğin n boyutlu manifolda uygulamasını* ve Riemann'ın takipçisi olan Helmholtz'un geometri tasavvurunu dinleyicilerine aktarmıştır. Ayrıca ikinci konferansının ilerleyen kısımlarında 19. yüzyılda meydana gelen matematiksel gelişmelerin felsefi sonuçları üzerinde durmuştur. Salih Zeki'ye göre, ortaya çıkan yeni geometrilere çizilen

<sup>179</sup> Bu çalışmada Dârü'l-Fünûn Konferansları kitabının Milli Kütüphane'deki nüshası incelenmiştir.

şekillerin boyut problemi felsefi tartışmalara sebep olmuştur. Böylece zaman ve mekânın mahiyeti konusunda öteden beri farklı görüşlere sahip olan Ampristler ve Rasyonalistler için yeni bir tartışma konusu ortaya çıkmıştır.

Salih Zeki, Helmholtz'un konferansları ile çeşitli dergilerde yayınlanmış olan makalelerinden yararlanarak üçüncü konferansını sunmuştur. Bu konferansında Euclides geometrisi ile Euclides-dışı geometriler arasındaki ilişkiyi bir analogi yardımıyla açıklamıştır. Salih Zeki, Edwin Abbott'un 1884 yılında kaleme aldığı "Flatland (Düzülke)" kitabındaki benzer bir kurgu ile iki boyutlu bir evren tasarımı yaparak Euclides-dışı geometrileri izah etmeye çalışmıştır.

Salih Zeki dördüncü konferansında Arthur Cayley, Felix Klein, Beltrami, Russell ve Sophus Lie gibi matematikçilerin Euclides-dışı geometrilere katkıları üzerine yoğunlaşmıştır. Salih Zeki, Russell ile sanal sayıların felsefi önemi konusunda hemfikir olmadığını, buna karşın Henry Poincaré ile benzer düşüncelere sahip olduğunu belirtmiştir.

Salih Zeki beşinci konferansının başında, ilk dört konferansında anlattıklarının kısa bir özetini vermiştir. Konferansın ikinci bölümünde ise Henry Poincaré'nin Euclides-dışı geometrilere yönelik düşüncelerini derinlemesine analiz etmiştir.

Salih Zeki ilk beş konferansında Euclides-dışı geometrilerin tarihine, temel özelliklerine ve ortaya çıkardığı felsefi tartışmalara değindikten sonra kalan konferanslarında özellikle Lobatchewsky geometrisinin matematiksel izahâtını yapmıştır. Altıncı, yedinci ve sekizinci konferanslarında Salih Zeki, Lobatchewsky'nin paralellik konusuna nasıl yaklaştığını teorik olarak incelemiştir. Dokuzuncu ve onuncu konferanslarında ise Lobatchewsky geometrisinin

açıklamasını yapmaya çalışmıştır. Salih Zeki bu açıklama için rehber olarak İtalyan Matematikçi Beltrami'nin görüşlerine yer vermiştir.

Salih Zeki on birinci ve on ikinci konferanslarında izdüşümsel geometri konusunu anlatmıştır. On üçüncü ve on dördüncü konferanslarında ise Euclides-dışı dönüşümleri incelemiştir.

Dârü'l-Fünûn Konferansları'nın bu tez çalışmasında yer almasının iki önemli sebebi bulunmaktadır. Bunlardan birincisi; Salih Zeki'nin bu konferanslarında, yaşadığı dönemde matematiğin en önemli güncel uğraş alanlarının başında yer alan Euclides-dışı geometriler ile bu geometrilerin ortaya çıkardığı felsefi tartışmaları konu edinmesidir. Birincil kaynaklara yönelerek incelediği yeni geometriler kendisinin ve çevresindekilerin matematiksel bilgi birikimi açısından taze ve güncel kalmalarını sağlamıştır. Tezin önceki bölümlerinde de dile getirildiği gibi Salih Zeki, 19. yüzyılda ortaya çıkan matematiksel bunalımların neticesinde matematiği yeniden temellendirme düşüncelerinden Sezgicilik (Institutionalism) ekolüne yakın bir noktada kendini konumlandırmıştır. Salih Zeki'nin matematik felsefesi yaklaşımlarından Sezgicilik ekolüne taraf olduğu iddiasının temellendirilebilmesi için, matematik felsefelerinin ortaya çıkmasına sebep olan Euclides-dışı geometrilerin Salih Zeki tarafından derinlemesine analiz edilmiş olması gerekmektedir. Nitekim bu konferanslarda Salih Zeki'nin Euclides-dışı geometrilere hâkim olduğu görülmektedir. Dolayısıyla Salih Zeki matematik felsefesi yaklaşımları hakkında söz söyleme ehliyetine sahiptir.

Dârü'l-Fünûn Konferansları'nın bu tez çalışmasında yer almasının ikinci sebebi ise Salih Zeki'nin; matematik öğrencilerini ve matematik öğretmenlerini güncel

matematiksel gelişmelerden ve tartışmalardan haberdar etmesidir. Bunu biraz açmak gerekirse: Tezin önceki bölümlerinde Salih Zeki'nin, özellikle dönemin önemli filozoflarından olan Poincaré'nin bilim ile ilgili kitaplarını Türkçeye çevirmek suretiyle ülkenin bilim politikasını yönlendirmek istemesinden ve bilim politikasının belirlenmesinde en önemli araç olan matematik eğitimi ile ders kitapları yazarak bizzat ilgilenmesinden bahsetmiştik. Salih Zeki'nin matematik ders kitapları yazması, matematiğin öğrencilere nasıl öğretilceği konusunda matematik öğretmenlerine rehberlik edecektir. Fakat Salih Zeki, Türkiye'nin matematiğine ve dolaylı olarak bilimsel çalışmalarına müdahale etmek istiyorsa, mevcut matematik öğretmenlerinin ve gelecekteki matematik öğretmenlerinin matematik algılarını ve birikimlerini de kontrol etmesi gerekmektedir. Zira Salih Zeki Dârü'l-Fünûn konferansları ile bu ihtiyacı karşılamaya çalışmıştır. Bu açıdan değerlendirildiğinde Dârü'l-Fünûn konferansları, Salih Zeki'nin nihai hedefinin en önemli araçlarından biridir.

Dârü'l-Fünûn Konferansları kitabının ön sözünde bildirildiğine göre Salih Zeki dinleyicilerine bu konferanslarının içeriği ve amacı konusunda şu şekilde bilgi vermiştir:

...Matematiğin özel alanları çoğunlukla 19. yüzyılda ortaya çıkmışlardır. İki açıdan değerlendirilebilirler. Bunlardan biri “matematiksel” diğeri de “felsefi”dir. Bizde “matematiğin felsefe ile ne alakası var?” diyenler yok değildir. Fakat bunlar bilim dünyasının bürokrasi sınıfını teşkil ederler. Asıl

bilim insanları ise matematiğin özel alanlarının felsefî öneminin farkındadırlar.

Bu öğretim yılında size özellikle yeni geometrilerden bahsedeceğim...<sup>180</sup>

Kitabın bu önsözünden Salih Zeki'nin, 19. yüzyılda ortaya çıkan yeni geometrilerin hem felsefî hem de matematiksel açıdan değerlendirilmesini önemseydiği anlaşılmaktadır. Dolayısıyla söz konusu konferanslar bu bağlamda değerlendirilmiştir.

Salih Zeki Dârü'l-Fünûn konferanslarında yeni geometrileri daha çok matematiksel açıdan değerlendireceğini kitabının önsözünde beyan etmiştir. Nitekim Dârü'l-Fünûn konferanslarının ilk beş tanesi yeni geometrilerin tarihini ve bu geometrilerin ortaya çıkardığı felsefî tartışmaları içermektedir. Diğerlerinde ise bu yeni geometrilerin matematiksel açıdan değerlendirilmesi yapılmıştır. Dolayısıyla bu tez çalışmasında, tezin konusu gereği ilk beş konferans derinlemesine incelenmiştir. Sonraki konferanslar hakkında ise genel bilgiler verilerek yetinilmiştir.

### **2.3.1 Birinci Konferans (14 Teşrin-i Sâni 1330 / 27 Kasım 1914)**

Salih Zeki Dârü'l-Fünûn konferanslarına, 18. yüzyılın ikinci yarısında filizlenen ve 19. yüzyılda ortaya çıkan matematiksel gelişmelerin resmini çizerek başlamıştır. Özet mahiyetindeki bu giriş sonraki üç konferansının da konusunu oluşturmaktadır. Bu bağlamda Salih Zeki, Euclides-dışı geometrilerin tarihî serüvenini tanıtmış ve yaşadığı yüzyıla etkilerinden bahsetmiştir.

---

<sup>180</sup> Zeki, S. (1331/1915). *Dârü'l-Fünûn Konferansları (cilt 1)*. İstanbul: Matba'a-i 'Âmire. s. 3.

18. yüzyılın ikinci yarısına kadar mutlak doğru olarak kabul edilen ve diğer bilim dallarının yegâne açıklama aracı olan matematiğin tahtı, bu tarih ile beraber sallanmaya başlamıştır. Salih Zeki bu durumu şu sözler ile ifade etmektedir:

Deneye bağlı olmayan ve bununla birlikte gerçek evrene uygulanması mümkün olan bir bilim meydana getirmek mümkündür diyen filozoflar, Euclides'in geometrisini gösteriyorlardı. Çünkü hiçbir kimse bu geometrinin ne sıhhatinden şüphe etmeye cesaret ediyor, ne de dış dünyaya uygulanmasında tereddüt ediyorlardı... Fakat bu kalenin [Euclides Geometrisi'nin] bir zayıf noktası vardı ki o da "Paraleller Postulası" idi.<sup>181</sup>

Salih Zeki Euclides-dışı geometrilerin ortaya çıkmasını, Euclides'in Paraleller Postulası'nın neden olduğu zihinsel karışıklığa ve bu karışıklığın neticesinde filizlenen yeni düşüncelere bağlamaktadır. Bu postula, "bir düzlem üzerinde bulunan bir noktadan yine aynı düzlem üzerinde bulunan bir düz çizgiyi, her iki yönde kesmemek üzere, yalnız bir düz çizgi çizilebilir"<sup>182</sup> şeklinde ifade edilmektedir. Salih Zeki, Paraleller Postulası'nın diğer 4 postula ile ilişkisinin kurulamadığını ifade etmektedir. Bu 4 postula:

1. Bilinen iki nokta arasında daima bir düz çizgi çizilebilir.
2. Bir düz çizgiyi her iki yönden sonsuza değin uzatmak mümkündür.
3. İkişer noktaları ortak olan iki düz çizgi, bu iki nokta arasında mutlaka birbiriyle çakışırlar.

---

<sup>181</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 4.

<sup>182</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 4.

4. Merkezi ve yarıçapı bilinen her daireyi çizmek mümkündür.<sup>183</sup>

İlk dört postulaya göre daha karmaşık olan ve doğruluğunun ispatına ihtiyaç duyulan bu postula, özellikle 19. yüzyılda matematikçilerin yoğun ilgisi ile karşılaşmıştır.

Salih Zeki'ye göre, Paraleller Postulası'nın farklılığının bir diğer sebebi, bu postulanın bir "belirleme eksikliğinin" varlığıydı. Salih Zeki bu durumu şu sözler ile ifade etmektedir:

...paralel iki doğru çizmek demek, her iki yönden uzatıldıkları halde asla birbirini kesmeyen düz çizgiler demek ise, böyle uzatıldıkları halde birbirine yaklaşan, fakat asla birbirini kesmeyen düz çizgiler tasavvur etmek de mümkün idi. Bir biçimdeki düzlem üzerinde bulunan bir noktadan o düzlem üzerinde bulunan bir düz çizgiyi kesmemek, fakat bu düz çizgiye yaklaşmak şartıyla sonsuz düz çizgi çizmek olanaksız görünmüyor ve bununla birlikte Euclides'in postulasında bir "belirleme eksikliğinin" varlığı duyumsanıyordu.<sup>184</sup>

Salih Zeki bu şekilde dönemin zihinsel yapısını ve sorgulamalarını ifade etmiştir. Böyle bir ortamda çok sayıda düşünür Euclides'in bu problemlili postulası ile yakından ilgilenmesine rağmen çoğu başarısız olmuştur. Salih Zeki bunlardan bazılarını ve yapmaya çalıştıklarını konferansında zikretmiştir. Bu geometricilerden biri olan Legendre, bir düzlem üzerinde olan iki paralel düz çizgiyi, "bir üçüncü düz çizgi ile kesildikleri halde bir yönünde oluşan iki iç açı toplamı, iki dik açığa eşit olan iki düz çizgidir"<sup>185</sup> diye tanımlamıştır. Salih Zeki'ye göre bu tanım, böyle iki düz çizginin birbirini kesmeyeceğini ispat edilebilirken, bir düzlem üzerinde bulunan her iki düz çizginin mutlaka birbirini keseceğini ispatlamaya yeterli değildir. Bundan

---

<sup>183</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 5.

<sup>184</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 5.

<sup>185</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 5.

dolayı Legendre, Paraleller Postulası'sının doğrudan sonucu olan "bir düz kenarlı üçgenin üç açısı toplamının iki dik açiya eşit olduğunu" Paraleller Postulası'nı kullanmaksızın ispatlamaya çalışmıştır. Legendre'nin amacı üçgenin iç açıları toplamının, iki dik açının toplamından büyük ve küçük olamayacağını ispatlamaktı. Bu sayede Paraleller Postulası'nı ispatlamış olacaktı. Fakat Legendre başarısız olmuştur. Legendre'nin bu başarısızlığı Paraleller Postulası'nın diğer aksiyom ve postulalar ile hiçbir ilişkisinin olmadığını ortaya çıkarmıştır. Dolayısıyla Euclides Geometrisi'nin yaklaşık 2000 yıldır sorgulanmayan doğruluğu tartışılmaya başlanmıştır. İlk sorgulamayı Gauss yapmış fakat nihai başarıyı Rus matematikçi Lobathewsky ile Macar matematikçi Bolyai elde etmişlerdir. Legendre ile beraber çeşitli isimler ile anılan Euclides-dışı geometriler ortaya çıkmaya başlamıştır. Gauss, Lobatchewsky ve Bolyai birbirinden habersizce bu konu ile ilgili şu ortak değerlendirmede bulunmuşlardır:

Eğer Euclides Postulası'nın diğer postula ve aksiyomlarda mantık yoluyla çıkarsanması mümkün ise bu postulanın reddi ve diğerlerinin kabulü halinde teşkil edilecek olan bir geometride çelişkiye tesadüf etmemek mümkün değildir.<sup>186</sup>

Böyle bir değerlendirmede bulunan bu üç matematikçi, ayrı ayrı Euclides postulasını inkâr ederek diğer postulalar ve aksiyomlar üzerine birer geometri kurmuşlar ve hiçbir çelişki ile karşılaşmamışlardır.

Gauss yeni geometriye dair hemen hiçbir şey yazmamıştır. Fakat Gauss'un bu yeni geometriyi ilk defa araştıran matematikçi olduğuna dair şüphe yoktur. Gauss'un, Johann Bolyai'nin babası Wolfgang Bolyai ile yazdığı mektuplarında yeni

---

<sup>186</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 6.

geometriye dair izleri görmek mümkündür. Gauss baba Bolyai'ye ilk mektubu 1795 yılında göndermiştir.

Lobatchewsky, Kazan Üniversitesi'nde öğretim üyeliği yapmıştır. 1835-1838 senelerinde "Geometrinin Yeni Temelleri ve Mükemmelleştirilmiş Paraleller Teorisi" adıyla Kazan Üniversitesi Raporlar Dergisinde bir dizi Rusça makaleler yayınlamıştır. O, bu yeni geometrisine "Sanal Geometri" adını vermiştir.<sup>187</sup>

Lobatchewsky, Almanya'da 1840 senesinde "Paraleller Teorisi" ile ilgili makalesinde, iki düz çizginin paralellliğini şu şekilde tanımlamıştır:

Bir düzlem üzerinde bulunan, bilinen bir noktadan çizilen düz çizgiler aynı düzlem üzerinde yer alan bilinen bir düz çizgiye göre iki sınıfa ayrılırlar. Şöyle ki bir sınıf düz çizgiler, bilinen düz çizgiyi keserler. Hâlbuki diğer sınıf düz çizgileri kesemezler. Bu iki sınıfın ortak gayesi olan düz çizgi, bilinen noktadan bilinen düz çizgiye paralel olarak çizilen düz çizgiden ibarettir.<sup>188</sup>

Lobatchewsky 1855'de "Sanal Geometri" adını "Tümgeometri" adına çevirerek oldukça düzenli bir geometri ortaya çıkarmıştır. Salih Zeki Lobatchewsky'nin ortaya koymuş olduğu yeni geometrinin Euclides geometrisinden tamamen farklı olduğunu söylemektedir. Aralarında görünürde hiçbir ilişki yoktur. Örneğin, Euclides geometrisinde bir üçgenin iç açıları toplamı iki dik açıya eşit iken, Lobatchewsky geometrisinde bu toplam, üçgenin alanı ile orantılı olarak sıfır ile iki dik açı arasında değişkenlik gösteren değerler alabilmektedir. Kenarları sonsuz küçük olan bir üçgende bu toplam iki dik açıya eşit, kenarları sonsuz büyük olan bir üçgende ise

---

<sup>187</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 7.

<sup>188</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 8.

sıfıra eşit olacaktır. Euclides geometrisinde iki nokta arasındaki uzaklık sabit, Lobatchewsky geometrisinde ise değişkendir.<sup>189</sup>

Johann Bolyai'nin geometrisi ile Lobatchewsky geometrisi arasında hemen hemen hiçbir farklılık yoktur. Fakat Salih Zeki'ye göre Bolyai'nin kabul ettiği postullar Lobatchewsky'nin postullarından daha anlaşılırdır. Johann Bolyai'nin ilk eseri, 1832 senesinde babası Wolfgang Bolyai'nin *Tentamen* adında yayınladığı matematik külliyyatının birinci cildine eklenmiştir.

Salih Zeki, Wolfgang Bolyai ile Gauss'un okul arkadaşı ve daha sonra da ölünceye kadar iyi dost kaldıklarını bildirmektedir. Gauss'un gerek Johann Bolyai'den gerek Lobatchewsky'den çok daha önce Euclides-dışı geometriyi ortaya koyduğu çeşitli yazışmalardan ortaya çıkmaktadır. Nitekim Gauss'un Schumacher'e 1821 ile 1846 tarihlerinde ve Wolfgang Bolyai'ye 6 Mart 1832 tarihinde yazdığı mektuplarda bu durum açıkça ortaya konulmaktadır:

Bu yönde Euclides-dışı geometri hiçbir çelişki içermez. Gerçi ilk bakışta sonuçlarının büyük bir kısmı birer garibe suretinde görünür ise de bu zahiri olan garabet bizim Euclides geometrisini pek çok zamandan beri kesin kabul etmiş olmamızdan kaynaklanan bir kuruntunun eseridir. Euclides-dışı geometride şekiller arasında eşitlik olmaksızın benzerlik bulunamaz... Son olarak Lobatchewsky'nin "Geometrische Untersuchungen zur Theorie der Parallellinien" adındaki makalesini tekrar okudum. Bu makale, mevcut olması lazım gelen bir geometriyi içermektedir ki eğer Euclides geometrisi doğru olmasa idi, bunun olgunlaşması ve gelişmesi kesin bir silsile vücuda getirir idi. Schweikhardt adında biri bu geometriye "Yıldız Geometrisi" ismini vermiş idi. Hâlbuki

---

<sup>189</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 8.

Lobatchewsky “Sanal Geometri” adını vermiştir. Bilirsiniz ki elli dört seneden beri (demek ki 1792’den beri) ben de aynı kanaate sahibim... Lobatchewsky’nin eserinde yeni hiçbir şey bulamadım. Fakat onun anlatış biçimi benim tasavvur ettiğim anlatış biçiminden büsbütün başkadır.<sup>190</sup>

Salih Zeki bu alıntılar ile Gauss’un, J. Bolyai’den ve Lobatchewsky’den çok daha önce Euclides-dışı geometriyi inşa ettiğini ortaya koymuştur. Gauss, J. Bolyai ve Lobatchewsky Euclides-dışı geometrileri inşa ederlerken bir noktaya yoğunlaşmışlardı. Salih Zeki’ye göre bu nokta, Paraleller Postulası’nın diğer postula ve aksiyomlara bağlı bulunmadığını ispatlamaktı. Nitekim Paraleller Postulası’nı inkâr ederek, diğer postula ve aksiyomlar üzerine bir geometri inşa etmişler ve bu yeni geometrinin teoremleri ve sonuçları arasında bir çelişkiye rastlanıp rastlanmayacağını aramışlardır. Onlar henüz bir çelişkiye ulaşmamışlardı fakat bir gün ulaşılma ihtimali olabilirdi. Daha sonraları Beltrami adında İtalyan bir matematikçi tarafından bu ihtimal bertaraf edilmiştir. Son durumda Salih Zeki’ye göre Lobatchewsky geometrisinin bir teoreminin çürüklüğü, Euclides geometrisinin bir teoreminin çürüklüğü demek olacaktı.<sup>191</sup>

Salih Zeki birinci konferansında Beltrami’nin çalışmaları hakkında başka bilgi vermemiştir. Konferansa Riemann’ın ve Helmholtz’un çalışmalarını izah ederek devam etmiştir. Salih Zeki, Lobatchewsky geometrisinin yaklaşık çeyrek asır kadar matematikçilerin fikirlerini meşgul ettiğini, nihayet 1854 senesinde Riemann’ın *Geometrinin Temellerini Teşkil Eden Varsayım* isimli raporunu sunması ile Euclides-dışı geometrilerin yeni bir yola girdiğini ifade etmektedir. Bu rapor Gauss’un vefatından birkaç ay önce Gottingen şehri Felsefe Fakültesi’nde Riemann tarafından

---

<sup>190</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 9-10.

<sup>191</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 11-12.

sunulmuştur. Fakat Riemann bu bildirinin veya raporun düzeltilmeye muhtaç olduğunu beyan ederek yayımlanmasını istememiştir. Dolayısıyla bu raporun içeriği, Dedekind tarafından Riemann'ın vefatından sonra 1866 yılında basılıncaya kadar anlaşılamadı. Helmholtz da Riemann'dan habersiz benzer sonuçlara ulaşmış ve o da yayımlamamıştı. Fakat Riemann'ın bildirisi yayımlanır yayımlanmaz o da "Geometrinin Temellerine Dair Bir Rapor" isimli makalesini yayımlamıştır. Salih Zeki'ye göre Riemann ve Helmholtz'un amaçları, yalnız Euclides Postulası'nı değil bütün geometrik postulaları mantiken tahlil etmektir. Bunlar uzayı bir "Manifold" veya "Büyüklikler Toplamı" gibi düşünüyorlar ve bu Manifoldda bir eğrilik tasavvur ediyorlardı.

Salih Zeki, döneminin meşhur matematikçilerinden Klein'in, Euclides-dışı geometriler hakkında yapılan incelemeleri farklı bakış açılarına ve farklı dönemlere ayırdığını şu sözler ile ifade etmektedir:

Birinci dönem Gauss ile Lobatscewsky ve Bolyai'den başlayarak Riemann'a uzanır. Bu dönemin bütün uğraşısı Euclides geometrisi postulalarından paralel postulasını inkâr ile diğer postulalar üzerine çelişkiden uzak bir geometri bina etmektir. Riemann ile başlayan ikinci dönem ise büsbütün başka bir mahiyete sahiptir. Çünkü Riemann'ın Göttingen Şehri Felsefe Fakültesi Heyetinin adeta gizli bir oturumunda okuduğu raporun içeriği ne "Paraleller Teorisi" ne de doğrudan doğruya "Euclides-dışı Geometri" meselesidir. Bu raporun konusu geometri konularının karşılıklı ilişkileri veya açıkçası "uzay meselesi"dir. Gerçi bu araştırmalar daha sonra Riemann'ı kendi adıyla anılan bir ikinci Euclides-

dışı geometri icadına yöneltmiş ise de bu da yine onun zorunlu bir sonucundan başka bir şey değildir.<sup>192</sup>

Salih Zeki Riemann ile birlikte başlayan ikinci dönemi bu konferansında açıklamaya başlamış ve ikinci konferansında da sunumuna devam etmiştir.

Salih Zeki'ye göre Riemann, alelâde uzay denilen ve Euclides geometrisine konu alınan şeyi mantıken tarif etmek istiyordu. Bunun için uzaydan daha genel bir kavramı arıyordu. Riemann uzayı bir “Büyüklikler Toplamı” veya bir “Büyüklikler Kümesi”nin özel bir hali gibi görmüştü. Riemann'a göre büyüklik kavramı öyle sadece artmaya ve azalmaya kabiliyeti olan bir şey değildi. Bilakis muhtelif tarzda niceliksel ölçmeye ve belirlemeye kabiliyeti olan bir şeydi. Çeşitli şekillerde yapılabilen bu niceliksel belirlemelerin toplamı onun “Büyüklikler Kümesi” dediği şeyi teşkil ediyordu ki buna da “manifold” adını veriyordu.<sup>193</sup>

Salih Zeki Riemann'ın manifold tasavvurundan başka ikinci bir tasavvuru olan “eğrilik” kavramını incelediğini söylemektedir. Riemann'dan önce Gauss “eğrilik” kavramını açıklamıştır. Hatta bunu Euclides-dışı geometrisini açıklamak için kullandığı rivayet edilmektedir. Riemann ise eğrilik kavramını salt  $n$  boyutlu dediği manifoldda uygulamıştır. Eğrilik fikri daireden alınmıştır. Dairenin eğriliği, sonsuz küçük kısımlara bölünmek suretiyle diğer eğri olan şeylere uygulanabilmiştir. Daire çapı ne kadar büyük ise eğrilik o kadar küçük, daire çapı ne kadar küçük ise eğrilik o kadar büyük olacaktır. Dolayısıyla “eğrilik miktarı” yarıçapın tersi ile ifade edilmiştir. Bir eğrinin bir noktasındaki sonsuz küçük bir kısmına en çok yaklaşan daire yayının eğriliğine, eğrinin o noktasının eğriliği ve bu yayın yarıçapına da

---

<sup>192</sup> Zeki, *a.g.e.*, s 12-13.

<sup>193</sup> Zeki, *a.g.e.*, s 14.

eğrinin aynı noktadaki “eğrilik yarıçapı” denilmiştir. Bir yüzeyin bir noktadaki eğriliği ise, benzer olarak o noktada teğet olan bir düzlemden uzaklık miktarını gösteren şeyden ibaret olması gerekir. Burada artık yüzeye en çok yaklaşan daire yayı aranmaz. Çünkü bir yüzeyin bir noktasından geçmek ve her biri bir yüzey üzerinde bulunmak üzere sonsuz eğri çizilebilir ve bu eğrilerin eğrilikleri umumiyetle bir değildir. Şimdi böyle bir yüzey üzerinde belirli bir noktadan bu yüzey üzerinde ve civarında bulunan bütün noktalar arasında en kısa yolu gösteren eğriler yani “en kısa eğriler” çizilmek istenirse, bu eğri yayları Riemann’a göre bir manifold teşkil ederler. Ayrıca bunların hepsi bir küre yüzeyi üzerinde aynı eğriliğe ve diğer yüzeylerde çeşitli eğrilere sahiptirler. Bu eğrilikler pozitif, sıfır ve negatif eğrilikli yüzeyler olabilirler.<sup>194</sup>

Salih Zeki konferansının bu son bölümünde Riemann’ın Euclides-dışı geometrisini açıklarken kullandığı “manifold” ve “eğrilik” kavramlarına değinmiş ve bir sonraki konferansında eğrilik kavramının  $n$  boyutlu bir manifoldta uygulanmasından bahsedeceğini vadederek konuşmasını sonlandırmıştır.

### **2.3.2 İkinci Konferans (28 Teşrîn-i Sâni 1330 / 11 Aralık 1914)**

Salih Zeki ikinci konferansa, daha önce tanıttığı eğrilik kavramının  $n$  boyutlu bir manifoldta uygulanması ile başlamıştır. Riemann bir yüzeyin bir noktasının eğriliğini belirlemek maksadıyla çizilen normalden geçen kesit eğrilerini (Makt‘a-i Nâzimî Münhanileri), bu yüzeye bağlı birer özellik gibi kabul etmiştir. Yüzeyi iki boyutlu bir uzay sayarak içinde bulunduğu asıl uzayın üçüncü boyutuna tabi olmadığını varsaymıştır. Bu halde Riemann’a göre bir yüzeyin bir noktasının eğriliğini

---

<sup>194</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 16-17.

belirlemek için, bu noktanın normalinden geçen kesitler üzerinde alınan sonsuz küçük yaylar üç eksene göre değil, bu yüzeyin üzerine çizilmiş 2 koordinat eksenine göre belirlenmesi gerekir. Böyle bir yüzeyde bulunan ve koordinatları  $x$  ve  $y$  olan bir noktanın üzerinde alınan sonsuz küçük bir  $d_l$  yayı, Gauss tarafından şu şekilde ifade edilmiştir.<sup>195</sup>

$$(d_l)^{-2} = g_1(d_x)^2 + 2g_2(d_x)(d_y) + g_3(d_y)^2$$

Eğer bir yüzey üzerinde bulunan en kısa çizginin sonsuz küçük bir kısmı bu formül ile belirlenecek olur ise eğriliğe de yüzeye ait bir özellik nazarıyla bakılabilir ve doğal olarak üçüncü boyuta gereksinim olmayacaktır. Riemann  $n$  boyutlu bir manifoldda, her noktanın veya elemanın  $n$  sürekli değişkeni ile tanımlanacağını ifade etmektedir. Böylece Riemann, iki nokta arasındaki uzaklığın bir diğer uzaklık ile hesaplanabileceğini varsaymıştır. Bir nokta ile bu noktaya sonsuz yakın diğer bir nokta arasındaki  $d_l$  uzaklığı şu formül ile bulunmaktadır.<sup>196</sup>

$$d_l = \sqrt{\sum (d_{x_k})^2}$$

Riemann, *çizgi ögesi formülü (unsur-ı hattı dusturu)* denilen bu formülü sadeliği nedeniyle seçmiş daha sonra Helmholtz da kabul ettiği postullar ile bu formülü ispat etmiştir. Bir manifoldun çizgi elemanı bu formül ile bulunabilmektedir. Salih Zeki daha sonraki bölümde bu manifoldun eğriliğinin nasıl tanımlanabileceğini sorgulamaktadır.<sup>197</sup>

---

<sup>195</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 20.

<sup>196</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 21.

<sup>197</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 21.

Salih Zeki'ye göre, en kısa çizginin bir noktası ve bu noktadaki yönü veya bu noktaya sonsuz yakınlıkta olan diğer noktası bilinince söz konusu en kısa çizginin bilindiği varsayılırsa, böyle bir manifoldun bir eğriliğinin olması gerekir.

Riemann'ın tanımına göre  $n$  boyutlu bir manifoldun her noktada ve bütün yönlerde eğriliği sıfır olur ise bu manifoldta bir "düzlemsel manifold" adı verilir. Aslında her yerde eğrilik miktarı sıfıra eşit olan bir manifold, her noktada eğriliği sabit olan manifoldların özel bir hali gibi değerlendirmeye alınabilir. Bir manifold içinde bir şekil, herhangi istenilen bir noktada inşa edilebilir veya eğriliği sabit bir manifold içinde bir şekle istenilen konum verilebilir. Riemann düzlem manifoldu için çizgi elemanı formülünü revize ederek şu formülü ( $b$  eğrilik sabiti) vermiştir:<sup>198</sup>

$$\sqrt{\sum (d_{x_k})} \frac{1}{1 + \frac{b}{4} \sum x_k^2}$$

Salih Zeki, tüm bu maddelerin uzaya uygulanması için uzay dâhilindeki çizgilerin konumlarına tabi olmadıklarını ve her bir çizgi ögesinin de bu ifadeye uygun düştüğünü varsaymak gerektiğini bildirmektedir. Bunun için birkaç yol bulunmaktadır. Bunlardan biri; uzay dâhilinde eğriliğin her noktada sıfır olduğunu bir postula olarak kabul etmek suretiyle mümkün olur. Bu halde bir üçgenin iç açıları toplamı her yerde iki dik açığa eşit bulunur. İkinci yol; Euclides'e göre yalnız çizgilerin değil cisimlerin de uzay dâhilinde konuma bağlı olmayan bir mevcudiyete sahip oldukları farz edilerek mümkün olur. Bu halde yine her yerde eğrilik sabit demek olur ve bir üçgenin iç açıları toplamı belirlenecek olur ise tüm üçgenler için

---

<sup>198</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 22.

belirlenen bu değer sabit olacaktır. Bir diğer yol ise; çizgilerin boylarının ve yönlerinin konuma bağlı bulunmadıklarını varsaymakla mümkün olur.<sup>199</sup>

Riemann bu varsayımların yanında bir de uzayın üç boyutlu bir manifold olduğunu varsaymıştır. Riemann'a göre, uzay üç boyutlu, sınırsız fakat sonlu bir manifolddur. Bu halde yüzey öğesinde (unsur-u sathi) bulunan birincil yönler en kısa uzaklık çizgileri üzerine uzatılarak pozitif eğrilikli bir sınırsız yüzey elde edilir. Bu yüzey üç boyutlu bir düzlemsel manifoldda "bir küre yüzeyi şeklini alan sonlu bir yüzeyden başka bir şey değildir."<sup>200</sup>

Salih Zeki'ye göre Riemann bu yolla yeni bir düzlemsel geometri icat etmiştir. Bu geometride sadece Euclides'in Paraleller Postulası değil, "ikişer noktası müşterek olan iki düz çizgi bu iki nokta arasında mutlaka birbiriyle çakışır" postulası da inkâr edilmektedir. Bu geometride artık düz çizgiler sınırlı fakat sonlu olmaktadır. Bununla birlikte bir noktadan bir düz çizgiye paralel bir düz çizgi çizilememektedir. Ayrıca bir üçgenin iç açıları toplamı iki dik açıdan büyük olmaktadır. Riemann'ın kurduğu bu geometri adeta Lobatchewsky'nin kurduğu geometriye bir nazire teşkil etmektedir. Bu durumda Euclides-dışı iki geometri inşa edilmiş oldu: Lobatchewsky Geometrisi ve Riemann Geometrisi.<sup>201</sup>

Salih Zeki, Riemann ve Lobatchewsky geometrilerinin temel özelliklerinden bahsettikten sonra Helmholtz'un Geometri tasavvurunu analiz etmiştir. Helmholtz, Riemann ile çağdaştır fakat Euclides-dışı geometrilerde Riemann'ın takipçisi olmuştur ve tıpkı onun gibi hiçbir şey yayımlamamıştır. Euclides-dışı geometri tarihinde önemli bir yeri olan Helmholtz, daha önce yayımladığı iki makalenin

---

<sup>199</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 23.

<sup>200</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 23.

<sup>201</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 23-24.

dışında 1870-1878 yılları arasında konferanslar vermiş ve birkaç makale daha yazmıştır. Hem fizikçi hem de fizyoloji uzmanı olan Helmholtz, görme alanı içinde bir cismin konumunu belirlemek için araştırmalar yaptığı sırada uzay düşüncesinin kökleri hakkında da bazı incelemeler de bulunmuştur. Helmholtz'un amacı, geometrik teoremler arasında hangilerinin deneysel hakikatleri ifade ettiklerini ve hangilerinin uzlaşımsal hakikatlerden yani tanımlar ile bu tanımların sonuçlarından ibaret olduklarını bilmektir. Geometrik şekillerin gerçekte varlığı olmayan hayali şekillerden ibaret olması, dış dünyada olan bir takım şekillerin de ancak bu geometrik şekillerin kaba birer numunelerinden oluşması Helmholtz'un oldukça zor bir mesele ile uğraştığını göstermektedir. Helmholtz bu güçlüğün farkındadır. Doğada karşılaşılan düz çizgi ve düzlemsel yüzey, geometrinin düz çizgisi ve düzlemsel yüzeyi ile aynı değildir. Ayrıca Helmholtz, geometride açıkça kabul edilen aksiyomların ve postulaların uzay kavramını şekillendirmede yeterli olmadığını düşünüyordu. Zira bu postulalardan başka Euclides'in bile zımnen kabul ettiği birçok postula daha vardır. Bazı geometri kitaplarında aksiyomların ve postulaların bu eksiklikleri tamamlanmak istenirse de Helmholtz'a göre hiçbir zaman bu eksikliklerin tamamlandığına dair kanıt yoktur. Helmholtz bu eksiklikleri bertaraf etmek için analitik geometriyi kullanmıştır.<sup>202</sup>

Helmholtz, Riemann'ın çalışmalarından haberdar olmaksızın uzayın sürekli ve çok boyutlu olması gibi özelliklerini belirlemek için, her noktası  $n$  sayısı veya koordinatı ile yeri belli edilebilen bir "manifold" tasarlamıştır. Bu koordinatlar birbirilerine bağlı olmadıkları gibi irrasyonel sayılarda değişken olarak varsayılmaktadırlar. Helmholtz, bu manifoldun uzay olabilmesi için bir şeyi eksik görmekteydi: Uzayın

---

<sup>202</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 24-25.

içinde birbirine sonsuz yakın olan iki nokta arasındaki *çizgisel unsurun (unsur-u hattıye)*, hangi yönde olursa olsun, gelişigüzel belirlenmiş diğer bir çizgisel unsur ile karşılaştırılabilir olmasıdır. Uzayda bir çizgisel unsurun koordinatları  $x, y, z$  ile gösterilmiş olsun. Bu noktaya sonsuz yakın olan bir diğer noktanın koordinatları  $x + dx; y + dy; z + dz$  olması gerekir. Helmholtz'un geometrik uzayında iki nokta arasındaki çizgisel unsurun hesabı, bu  $dx, dy, dz$  büyüklüklerinin ikinci dereceden homojen bir fonksiyonunun kareköküne eşittir. O, bu teoreme "Pythagoras genel teoremi" adını vermiştir. Helmholtz'un geometrik uzayını diğer manifoldlardan ayıran en önemli nokta budur.<sup>203</sup>

Salih Zeki, Riemann'ın ve Helmholtz'un Euclides-dışı geometrilere dair görüşlerinin bu şekilde özetini verdikten sonra şu soruyu sormuştur: "Acaba Riemann geometrisinin teoremleri arasında gelecekte bir çelişkiye rastlanma olasılığı var mı?" Salih Zeki, bu soruya kendisi "Hayır! Zaten mümkün değil" cevabını vermiştir. Çünkü Riemann'ın geometrisi sabit ve pozitif eğrilikli yüzeyler üzerindeki şekillere mahsus bir düzlemsel geometridir, amacı açısından bir küresel geometriden farklı değildir. Riemann, Euclides'in küresel yüzey dediği yüzeye "düzlemsel" ve küre yüzeyi üzerinde iki nokta arasındaki en kısa uzaklığı ifade eden büyük daire yayına da "düz çizgi" adını vermiştir. Riemann geometrisi, Euclides'in küresel geometrisinden başka bir şey değildir. Dolayısıyla Euclides'in geometrisinin küre yüzeyine ait kısmında böyle bir çelişki ortaya çıkmadıkça Riemann'ın geometrisinin teoremleri ve sonuçları arasında da bir çelişki ortaya çıkmayacaktır.<sup>204</sup>

---

<sup>203</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 25-26.

<sup>204</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 27-28.

Salih Zeki, Lobatchewsky geometrisinin teoremlerinin de hiçbir zaman çelişkiye düşmeyeceğini bildirmektedir. Lobatchewsky geometrisinin ilk ortaya çıktığı dönemde gelecekte böyle bir çelişki ile karşılaşılma ihtimali mevcuttu. Fakat Riemann ve Helmholtz tarafından düzlem geometriler için böyle birer eğriliğin tasarlanmasının gerekliliği ortaya konulur konulmaz bu ihtimal ortadan kalkmıştır. Riemann'ın raporunun yayımlanmasından sonra, Lobatchewsky geometrisinin şahsi bir geometri değil, bilakis sabit ve negatif eğrilikli yüzeylere çizilmiş şekiller üzerine bir geometri olduğu ortaya çıkmıştır. Riemann'ın geometrisi ise, sabit ve pozitif eğrilikli yüzeylere çizilmiş şekiller üzerine bir geometridir. Bu durumda Riemann ve Lobatchewsky geometrilerinin, Euclides geometrisinin sabit ve pozitif-negatif eğrilikli yüzeylere uygulanmış bir dalı oldukları anlaşılmıştır. Dolayısıyla bu iki yeni geometrinin teoremleri arasında bir çelişkinin oluşma ihtimali kalmamıştır. Ayrıca kurama göre, Euclides geometrisini bu iki Euclides-dışı geometrinin herhangi birinden türetmek mümkündür. Bu durumda Euclides'in düzlemsel geometrisi, gerek Riemann'ın küresel geometrisinin, gerek Lobatchewsky'nin düzlemsel geometrisinin bir özel haline dönüştürülmüştür.<sup>205</sup>

Salih Zeki ikinci konferansının bu bölümünde, 19. yüzyılda ortaya çıkmış olan matematiksel gelişmelerin felsefi sonuçları üzerine konuşmuştur. Ortaya çıkan iki Euclides-dışı geometri teorisinin yanında geometrik şekillerinin de olmasının gerekliliği bir takım felsefi tartışmalara sebep olmuştur. Euclides-dışı geometricilere göre bir boyutlu, Euclides'e göre iki boyutlu olan yüzeyler üzerine inşa edilen bu yeni geometriler birer düzlem geometrisidir. Dolayısıyla ortaya konulan yeni düzlemsel geometrilerde oluşturulacak şekillerin boyut problemi ortaya çıkmıştır. Bu

---

<sup>205</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 28-29.

yeni şekiller kaç boyutludur? Yeni nesil geometricilere göre üç, Euclides geometrisine göre dört boyutlu olması gerekmektedir. Bu sorgulama felsefi tartışmaları beraberinde getirmiştir. Çünkü üç boyutlu düşünmeye elverişli bir algıya sahip olan insan düşüncesi, nasıl olurda dört boyutlu bir şekli hayal edebilirdi? Bunun üzerine mekânın mahiyeti hakkında öteden beri tartışmakta olan ampristler (deneyciler) ile rasyonalistler (kuramcılar) için yeni bir mücadele sahası ortaya çıkmıştır.<sup>206</sup>

Salih Zeki konferansının bu bölümünde, Ampristler'in ve Rasyonalistler'in zaman ve mekân konusundaki devam edegelen tartışmalarını ifade etmek üzere küçük bir parantez açmıştır. Rasyonalistlere göre mekânın nesnel varlığı yoktur, belki zamanı olduğu gibi mekânı da zihin tasavvur ve icat eder. Bunlar zaman tasavvurunu daha açık bir kavrammış gibi düşünerek “oluşa nispeten zaman ne ise, şeylere nispeten mekân da odur” iddiasındadırlar. Onlara göre, eğer zaman fiziki bir mevcudiyete haiz olsaydı ya fiziksel şeylerin (eşya-i tabiiye) haricinde ya da bu şeyler ile koordineli (mütenâsik) bir halde bulunması gerekirdi. Hâlbuki ne böyle şeyler-dışı bir varlık vardır, ne de şeyler ile iç içe bir halde diğer bir şey vardır. Rasyonalistler, “her şey mekân dahilindedir” derken bununla suyun bir kap içerisinde bulunması gibi şeylerin de böyle bir zarf dahilinde buldukları iddiasında değillerdir. Fakat “nesnel yani fizikî bir surette mevcut olan şeyler arasında mutlaka yer kaplamayan bir şey yoktur” düşüncesindedirler. Onlara göre yer kaplama, fizikî mevcudiyetin öncelikli ve esasi bir özelliğidir. Bu durumda rasyonalistler mekânı ne surette ve ne vasıta ile fizikî şeylerden ayırmaktadırlar. Duyumlarla ayırmak mümkün değildir. Rasyonalistler; “hiçbir duyumsal davranış yoktur ki bir cismin işgal ettiği mekânı diğer

---

<sup>206</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 28-29.

özelliklerinden ayırabilsin ve bize ayrıca bildirebilsin” düşüncesine sahiptirler.<sup>207</sup>

Salih Zeki, Ampristler’in bu söyleme şu şekilde cevap verdiklerini bildirmektedir: “Mademki siz diyorsunuz ki yer kaplamaya haiz olmayan hiçbir şey yani fizikî varlık yoktur. Diğer bir deyişle yer kaplama doğal şeylerin hepsinde müşterek bir özelliktir. Bu sizin şeyler dediğiniz varlıklar bütün uzayı işgal edemezler. Bu halde bunlar arasında da fizikî mevcudiyete haiz bir şey yani mekân olması gerekir.”<sup>208</sup>

Salih Zeki; Rasyonalistler ve Ampristler arasındaki bu tartışma bu şekilde devam ederken Helmholtz’un umumî konferanslar vermeye başladığını ve bu konferanslarında Euclides-dışı geometrilerin üç boyutlu (Euclides’e göre dört boyutlu) uzaylarını kinaye ve temsil yoluyla anlatmaya çalıştığını bildirmektedir. Salih Zeki ikinci konferansına bu noktada son verirken, bir sonraki konferansında, Helmholtz’un konferanslarının bazı önemli noktalarını tekrar edeceğini vadetmiştir.

### **2.3.3 Üçüncü Konferans (12 Kânûn-i Evvel 1330 / 25 Aralık 1914)**

Salih Zeki, Riemann ve Helmholtz’un 3 boyutlu şekillerini (Euclides geometrisine göre 4 boyutlu) izah etmek maksadıyla iki boyutlu bir evren tasarımı yapmış ve onların gözünden üçüncü boyutun durumunu analiz etmiştir. İlk olarak iki boyutlu bir düzlem ve bu düzlemde yaşayan akıllı varlıklar örneğini vermiştir. Salih Zeki tasarımını şu şekilde yapmaktadır: Bu yeni dünyada yaşayan akıllı varlıklar arasında bazıları bir geometri inşa edebilecek kadar zeki olsunlar. Varsayalım ki derinliksiz veya sonsuz küçük bir derinliği bulunan düzlemsel yaratıklar bu düzlemsel evren üzerinde hareket ediyorlar, birbirileri ile karşılaşıyorlar, geziyorlar, dolaşıyorlar. Bu sosyal ortam içerisinde kendi yerlerini tespit etmek için bir de geometri kuruyorlar.

---

<sup>207</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 29.

<sup>208</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 30.

Peki, bu geometricilerin inşa edecekleri geometri nasıl bir geometri olacaktır?<sup>209</sup> Salih Zeki bu varsayımları ile iki boyutlu bir evrenden üç boyutlu evrene bakmak istemektedir. İleride benzer bir analogi yardımıyla üç boyutlu evrenden de dört boyutlu şekilleri gözlemlemeye çalışacaktır.

Salih Zeki iki boyutlu düzlemsel evrende ortaya konulabilecek geometrinin sınırlarını şu şekilde belirlemektedir: Bu geometri şüphesiz bizim iki boyutlu dediğimiz düzlemsel geometrinin aynısı olacaktır. Tabii bunlar yürüdükleri evren üzerinde iki nokta arasındaki en kısa yolu bilecekler ve düz çizgi kavramını öğrenmiş olacaklar; eğri çizgiyi, kırık çizgiyi bulacaklar; bir noktadan bir düz çizgiye paralel yalnız bir düz çizgi çizecekler; üçgenler, kareler, çokgenler, daireler resmedecekler ve birçok teoremler çıkarılabileceklerdir. Hatta elipsi, parabolü, hiperbolü ve şekillerin benzerliğini de keşfedebileceklerdir. Fakat hiçbir zaman bir cisim nedir bilemeyeceklerdir. Zira bunlar iki boyutlu olarak yaratılmışlardır. Üçüncü boyut üzerine hiçbir fikirleri yoktur. Bunlar iki üçgenin eşliğine de vakıf olacaklardır. Fakat nasıl? Konumsal ve biçimsel olarak mutabık olabilen iki üçgeni buldukları düzlemsel evren üzerinde kaydırarak birbiri üzerine tatbik edebilecekler ise de biçimsel olarak eşit ve konumsal olarak da simetrik bulunan bu iki üçgeni tatbik edemeyeceklerdir. Çünkü bunları tatbik için üçgenlerden birini kaldırarak diğerinin üzerine koymak gerekecektir. Fakat bunlar üçüncü boyuta vakıf olmadıklarından, bir üçgenin bulunduğu düzlemden kalkmasını bir türlü zihinleri kavrayamayacaktır. Zira bir üçgenin buldukları düzlemden kalkması demek o evrenden çıkması, diğer bir deyişle bu yaratıklar için adeta sırta kadem basması demektir. Bunların buldukları düzlemsel evrenin dışında yine böyle düzlemsel evrenler bulunabilir ki

---

<sup>209</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 32.

bu evrenlerin bazıları kendi evrenlerine paralel bile olabilir. Fakat bu yaratıkların hiçbiri bu paralel evrenlerin varlığından haberdar olmazlar ve kendilerine söylense de inanmazlar. Bu evrenlerden bazıları da yaratıkların bulunduğu bu evreni bir düz çizgi üzere kesebilirler fakat bu yaratıklar öyle çaresizdirler ki böyle kendi evrenlerini keserek geçen aynı cinsten ve aynı türden bir evrenin varlığından da haberdar olamazlar. Aralarındaki ortak kesen vasıtasıyla buldukları evrenden diğer bir evrene de geçemezler. Zira bu ortak kesen vasıtasıyla bir evrenden diğer düzlemsel bir evrene geçebilmek için yaratıkların sahip oldukları iki boyuttan birini geçici olarak kaybetmeleri ve sırf uzunluksal bir şekil kazanmaları ve böylece ortak kesen çizgisine yatmaları gerekir ve sonra da ikinci düzlemsel evren içinde, kaybettikleri bu ikinci boyutlarını yeniden kazanmaları ve tekrar büyümeleri gerekir.<sup>210</sup> Salih Zeki ortaya koyduğu bu düşünce akışıyla üç boyutlu bir evren tasarımı yapmaya çalışarak boyut kavramını tüm yönleri ile şekillendirmeye ve boyutlar arası geçişin zihinsel yansımalarını ifade etmeye çalışmaktadır.

Salih Zeki, boyutlar arası geçiş esnasında ortaya çıkabilecek sorunları ve soruları şu şekilde incelemektedir: Şimdi bir gün bu yaratıkların içinde bir dâhi veya filozof ortaya çıksa da bunlara hitaben “sizin kurduğunuz geometrinin yani iki boyutlu geometrinin üstünde bir geometri vardır, bu geometri üç boyutlu bir geometridir” dese ve bunu yaratıklara anlatmak istese acaba filozofun bu sözlerini nasıl karşılarlar? Filozof bunlara hitaben “sizin resmettiğiniz veya yürüyerek teşkil ettiğiniz dairenin bir çapını çizelim; eğer bir üçüncü boyut olsa idi ben bu dairenin yarısını bu çap etrafında döndürerek diğer yarısı üzerine tatbik ederdim. O zaman hiç görmediğiniz diğer yüzünün yarısını da görürdünüz” demiş olsa, bu zavallı filozofun

---

<sup>210</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 33.

çıldırılmış olduğuna hükmetmezler mi?<sup>211</sup> Salih Zeki bu sorular ile konuyu açmaya çalışmaktadır. İki boyutlu paralel düzlemler ve bunlar arasındaki geçişten bahsettikten sonra artık iki boyutlu düzlemi eğri yüzeyler üzerinde incelemeye başlayacaktır.

Salih Zeki benzer bir yaklaşımı küresel yüzeylerde sergilemiştir: Şimdi bir diğer yüzeysel evren tasavvur edelim. Bu yüzeysel evren de bir küresel evren olsun. Fakat bir küre yüzeyi ancak üç boyutlu bir uzayda mevcut olabilecek bir yüzeydir. Bu durumu küre yüzeyi üzerinde olduğu varsayılan yaratıklar değil, üç boyutlu uzayda yaşayan canlılar fark edebilirler. Dolayısıyla bu yaratıklar için küre yüzeyi iki boyutlu bir evrendir. Bu küresel yaratıkların çevrelerinin şekilleri ne olursa olsun, bu şekiller küre yüzeyi üzerinde sorunsuz hareket ederler ve bundan dolayı hiçbir şekil değişikliğine uğramazlar. Küresel yüzeyin akıl sahibi yaratıkları da bir geometri icat etseler, bu geometri yine iki boyutlu bir geometri olur fakat bu sefer düzlemsel geometri olmayacaktır. Artık bu küresel mühendislere göre iki nokta arasındaki en kısa mesafe bir büyük daire yayıdır. Bununla birlikte iki nokta arasındaki düz çizginin de bu noktalardan geçen büyük daire yayı olması gerekir. Fakat bu iki noktadan geçen diğer daire yayları bir eğri çizgiden başka bir şey değildir. Çünkü bu yayların boyları yarıçap küçüldükçe artarlar. Bu küresel yaratıklar evreninde iki düz çizgi kâfi derecede uzatılırlarsa her iki yönde birbirini mutlaka keserler. Bununla bu küresel evrende bulunan yaratıkların geometrilerinde paralellik yoktur. Paralelliğin ne olduğuna dair fikir dahi beyan edemezler. Dolayısıyla paralellik olmadığı için düz kenarlı dedikleri üçgenlerin üç açısı toplamı iki dik açıdan büyüktür. Bu toplam üçgenin kenarlarına bağlı olarak artar. Bu suretteki üçgenlerin iç açıları toplamı iki

---

<sup>211</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 33.

dik açıdan altı dik açığa kadar değişebilir.<sup>212</sup> Ortaya konulan bu yeni geometride yeni bir takım özellikler ortaya çıkmaktadır. Üçgenin iç açılarının toplamının değişken değerler alması, eşlik ve benzerlik konusunda da farklılıklar ortaya çıkaracaktır. Nitekim Salih Zeki konferansında bu noktaya da değinmiştir.

Salih Zeki bu küresel düzlemde, üçgende eşlik ve benzerlik kavramlarının olamayacağını şu şekilde izah etmiştir: Bu küresel evrenin mühendisleri benzerliğin ne olduğunu bilmezler. Bunlarda ne benzer üçgenler ne de benzer şekiller vardır. Mesela kenarları 12, 21, 32 metre olan bir üçgeni, kenarları 12, 21, 32 cm olan bir küçük üçgen ile gösteremezler. Zira bir üçgenin kenarları ne kadar küçük olur ise açıları toplamı da o kadar iki dik açığa yaklaşır. Bu evren sınırsız fakat sonludur. Fakat üçüncü boyut hakkında hiçbir şey bilinmediğinden bu evrenin ne derinliğine ne de çapına dair de hiçbir şey bilinmemektedir. Bu evrendeki yaratıklara göre, bir noktadan geçen düz çizgiyi bir yöne doğru takip ederek ters yönden aynı noktaya geri dönmek pek doğal görünmektedir. Bu bilgi onlar için tecrübe ile ortaya çıkmış bir şeydir; yoksa kuramsal bir sonuç değildir.<sup>213</sup> Elde edilen bu tecrübî bilginin, küresel evrende yaşayan dâhilerin ve filozofların dikkatinden kaçmayacağını bildiren Salih Zeki, onların gözünden sıfır eğrilikli düzlemi analiz etmiştir.

Salih Zeki iki boyutlu küresel yüzey üzerinde bulunan canlılar varsayımına devam ederek, bu canlılar arasında bulunan filozoflar gözüyle geometrik yüzeyleri incelemektedir: Bir gün bu canlılar arasında bir dâhi veya filozof çıksa da bunlara dese ki “öyle evrenler vardır ki sizin düz çizgi dediğiniz oralarda iki nokta arasındaki en kısa yolu göstermezler. Bu evrenlerde iki düz çizgi sonsuza değin uzatılsa asla

---

<sup>212</sup> Zeki, *a.g.e.*, s 33-34.

<sup>213</sup> Zeki, *a.g.e.*, s 35.

kesişmeyebilirler ve karşılaşmayabilirler. Sizin üçgenleriniz, çokgenleriniz bu evrenlerde resmedilemezler. Çünkü sizin evreninizin kendine mahsus bir şeyi yani bir sabit miktarı vardır. Sizin icat ettiğiniz veya icadıyla iftihar ettiğiniz geometri öyle sandığınız gibi bir mutlak bilim değildir. O geometri sizin evreninize özgüdür. Bu geometrinin teoremleri yalnız sizin mekânınız, sizin evreniniz için doğrudurlar. Başka evrenler için doğru olmayabilirler”. Şüphesiz bu sözü duyan küresel evren mühendisleri filozofu apaçıklığa karşı söz söylediğinden dolayı tahkir ederler. Fakat bu kişilerin söyledikleri doğrudur. Varsayalım ki bir düzlemsel evrende yaşayan düzlemsel yaratıklardan biri kendisince meçhul bir kudretle üçüncü boyuttan dolaştırılarak diğerk bir düzlemsel evrene nakledilmiş olsun. Bu yaratığa ikinci düzlemsel evren yabancı gelmeyecektir. Bu evrende yaşamakta güçlük çekmeyecektir. Fakat küresel bir yaratık böyle üçüncü boyuttan geçirilerek diğerk başka bir küresel evrene nakledilmiş olsun. Eğer bu küresel yaratık aynı yarıçaplı aynı yarıçapta bir küresel yüzeye nakledilmiş ise o da düzlemsel yaratıktan fazla dönüşüme uğramayacaktır. Fakat başka yarıçapta bir evrene nakledilmiş olur ise burada yaşamakta güçlük çekecektir. Zira kendisinin eğriliğı, bu küresel yüzeye intibakına engel olur. Belki de vücudu üçüncü boyutta muallakta kalacağından bu ikinci küresel evrende yaşayamayarak ölür. Demek ki, üzerinde bulunan küresel evrenin kendine mahsus bir şeyi (bir sabit miktarı) vardır. Gerçi küresel evrende yaşayan filozof bunun nasıl bir nicelik olduğunu tayin edemiyor ise de biz bunun ne olduğunu biliyoruz. Çünkü biz üç boyutlu mekânda yaşıyoruz. Bu küresel evrenin sabit miktarı yarıçapıdır. Diğerk bir ifadeyle kendine mahsus olan şeyi yarıçapıdır. Bundan anlaşılıyor ki, her evrenin kendine mahsus yüzeysel şekilleri vardır. Çünkü her evrenin kendine mahsus bir ayırıcı özelliğı, diğerk bir deyişle eğriliğı

mevcuttur.<sup>214</sup> Salih Zeki, iki boyutlu evren ile üç boyutlu evren tahayyülü arasındaki ilişkiyi ortaya koymaya çalışmıştır. Buradan hareketle dördüncü boyut hakkında bir düşünme yöntemi geliştirmiştir.

Salih Zeki, sabit eğrilikli yüzeylerin iki çeşit olduğunu; birincisinin pozitif eğrilikli yüzeyler olduğunu ve bunun da Riemann geometrisine karşılık geldiğini; ikincisinin ise negatif eğrilikli yüzeyler olduğunu ve bu geometrinin ise Lobatchewsky geometrisine karşılık geldiğini özet olarak bildirmektedir. Bu yüzey tanımlamasından sonra Salih Zeki dördüncü boyuta değinmiştir.

Salih Zeki dördüncü boyut düşüncesini, iki boyutlu evrende yaşayan varlıkların üçüncü boyuttan görünümü ile analogi yaparak açıklamıştır. Nasıl ki üç boyutlu evrende yaşayan bizler için iki boyutlu evrende bulunan varlıklar ve onların geometrileri apaçık bilinmektedir, dördüncü boyutta yaşayan muhtemel varlıklar için de üçüncü boyutta yaşayan varlıklar ve geometrileri apaçıktır. Dolayısıyla onlar için Euclides, Riemann ve Lobatchewsky geometrileri anlaşılması güç bir şey değildir.

Salih Zeki boyutlar arasındaki ilişkiden yararlanarak dördüncü boyut düşüncesini ortaya koymaya çalışmaktadır. Örneğin bir noktanın hareketi bir çizgiyi (bir boyutlu mekân), bir çizginin hareketi bir düzlemi (iki boyutlu mekân), bir düzlemin hareketi de bir hacmi (üç boyutlu mekân) oluşturur.<sup>215</sup>

Salih Zeki dördüncü boyuta “mekân-ı zâidî” (Hyperspace) adını vermiştir. Hyperspace’i Euclides geometrisi ile benzerlik kurarak açıklamak isteyen Salih Zeki; Euclides geometrisinde üçüncü boyutun aslında nokta, çizgi ve düzlemden oluştuğunu, dolayısıyla bir boyutlu ve iki boyutlu uzayların dikkate alındığını

---

<sup>214</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 35-37.

<sup>215</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 39.

bildirmektedir. Örneğin bir dik üçgen, dik kenarlarından biri etrafında döndürüldüğünde bir dik koni elde edilir. Yalnız bu döndürme hareketi esnasında karşılaşılabilecek muhtemel bir mukavemet ihmal edilmektedir. Sonuç olarak üç boyutlu bir şekil istenildiği gibi kesilebilir, fakat bu şekle maddi bir varlık yüklenilmek istenirse tabii bir mukavemet ile karşılaşılır. Fakat Euclides'in telkin ettiği mekân böyle direnç gösteren bir şey değildir. Bundan dolayı Salih Zeki'ye göre Euclides mekânı homojendir (mütecenis). Euclides geometrisinde bir cisim bir yerden bir yere nakledilebilir. Yani mekânın bu harekete hiçbir direnci veya etkisi yoktur. Böyle bir mekânda iki nokta arası düz çizgiden ibarettir. Fakat Riemann'ın iki boyutlu mekânında alınan iki nokta arasını böyle bir düz çizgi ile birleştirmek mümkün değildir. Belki en kısa eğri ile bağlamak mümkündür. Lobatchewsky'nin iki boyutlu mekânı da böyledir. İki boyutlu Euclides-dışı geometrilerde her iki nokta arasını birleştiren bir çizgi mutlaka ya bir gerçek küre yüzeyinin veya yalancı bir küre yüzeyinin eğriliğine tâbidir. Helmholtz ve Riemann'ın tasavvur ettikleri eğrilikli mekânlarda iki nokta arasını birleştiren düz çizgi, ya küre veya yalancı küre yüzeyi üzerinde bir kısa çizgi şeklini alacaktır. Bu mekânların iki noktası arasını bir düz çizgi ile birleştirme veya herhangi üç noktadan geçen bir düzlemlerle kesme düşüncesi sadece bir vehimdir. Bu kesitin ortaya çıkması için kullanılacak olan bıçak, mekâna ve kişiye tâbi olmayarak sapacaktır. Artık o bıçak mekânın özelliklerine tâbidir. Riemann ve Helmholtz tarafından "mekânın eğriliği" denilen şey budur.<sup>216</sup>

Salih Zeki, 2 boyutlu Euclides mekânının Riemann ve Lobatchewsky geometrilerinde 3 boyutlu mekâna karşılık geldiğini şu sözleri ile bildirmektedir:

---

<sup>216</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 39-40.

Mekân denilen şey düz çizgiden (bir boyutlu) ibaret olsaydı, bu mekânda yapılabilecek şekiller nokta ile uzun veya kısa düz çizgi parçaları olacaktı. Fakat bu düz çizgi parçalarını çevirmek (örneğin BC parçasını CB parçası haline çevirmek) mümkün olmazdı. Çünkü bunun yapılabilmesi için ikinci boyuta ihtiyaç vardır. İki boyutlu bir düzlemde, orta noktası etrafında yarım tur döndürülen bir düz çizgi parçası kendi üzerine tatbik edilebilir. Bir düzlem üzerinde yarım devir kadar döndürüldüğünde kendisi üzerine intibak eden yegâne şekil düz çizgidir. Diğer hiçbir çizgi bu özelliğe sahip değildir. Örneğin düzlem üzerine çizilmiş bir daire yayı orta noktası etrafında yarım tur döndürülse, önceki konumuna tamamen ters ve orta noktasında, tersi ile arasında yer alan teğet doğrusuna göre simetrik bir konumda olacaktır. Fakat kendi üzerine intibak etmeyecektir. Daire yayını kendisi üzerine intibak ettirmenin bir yolu var mıdır? Şüphesiz vardır. Bu daire yayını ortasından geçen çap etrafında döndürmek yeterlidir. Fakat bu işlem için üçüncü boyuta ihtiyaç vardır. Hâlbuki daire yayının kendi yarıçapında bir küre yüzeyi üzerinde olduğu varsayılırsa, bu yay küre yüzeyinden çıkmadan yarım tur döndürülerek kendisi üzerine intibak ettirilebilir. Küre yüzeyi üzerinde bu özelliğe sahip bir diğer yay, büyük daire yayıdır. Küçük daire yaylarından biri bu şekilde döndürülse kendisi üzerine intibak etmez. Bu durumda düzleme göre düz çizgi ne ise kürenin yüzeyine göre büyük daire yayı da odur. Bunun için Riemann iki boyutlu geometride büyük daire yayına “düz çizgi” adını vermiştir. Peki, neden Riemann ve Helmholtz mekânda eğrilik düşüncesine ihtiyaç duymuşlardır? Biraz önce de ifade edildiği gibi; bir düzlem üzerine çizilmiş daire yayı, bu düzlem üzerinde kalmak şartıyla orta noktası etrafında yarım devir miktarı döndürülerek kendi üzerine tatbik etmek mümkün değildir. Mutlaka üçüncü boyuta ihtiyaç vardır. Yani böyle bir yay mutlaka üç

boyutlu bir mekânda tersinebilirdir (kabil-i aks). Fakat bu daire yayı kendi yarıçapında bir küre yüzeyi üzerinde bulunacak olursa, bu küre yüzeyinden dışarı çıkmaksızın döndürülmek suretiyle kendi üzerine tatbik edilebilir diğer bir deyişle tersinebilir olur. Bu durumda küre yüzeyi gibi iki boyutlu ve eğrilikli bir yüzey, Euclides'in üç boyutlu mekânına karşılık gelmektedir. Küre yüzeyi için geçerli olan bu ifade yalancı küre yüzeyi için de geçerlidir.<sup>217</sup>

Salih Zeki, Euclides-dışı geometrilerin ikinci boyutu ile Euclides geometrisinin üçüncü boyutu arasında kurulan eşliği açıkladıktan sonra asıl hedefi olan dördüncü boyutu anlatmaya çalışmıştır. Bunun için çizgi yerine bir düzlemi ele almıştır. Benzer bir yaklaşımla bir düzlem, üzerine çizilmiş bir düz çizgi etrafında yarım devir döndürüldüğünde elde edilen düzlem diğerinin simetriği olacaktır. Yani bir düzlemin iki yüzü birbirinin simetriğidirler. Bu durumda bir düzlem üzerinde (simetri merkezi olmayan) böyle bir düz çizgiye göre simetrik bulunan iki şekli bu düzlem üzerinde kaydırarak birbiri üzerine tatbik etmek mümkün değildir. Mutlaka düzlemin bir yarısını bu düz çizgi etrafında yarım devir miktarı döndürerek tatbik etmek gereklidir. Bir düzlem üzerine çizilmiş bir şekil, bu düzlemin diğer yüzüne göre söz konusu şeklin simetriği olur. Küre yüzeyinde de böyledir. Bir küre yüzeyi üzerine çizilmiş bir şekil küre yüzeyinin dış yüzüne göre ne ise iç yüzüne göre de onun simetriği budur. Bir küre yüzeyi üzerine çizilmiş bir şekil de yarım devir kadar döndürülürse tıpkı bir düz çizgi etrafında döndürülen düzlemde olduğu kendinin tamamen simetriği bir konum alacaktır. Fakat bir tam küre üzerinde biz bu tersinebilirliği tasavvur edemiyoruz. Çünkü üç boyutlu ve eğrilsiz bir mekânda

---

<sup>217</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 41-43.

bulunuyoruz.<sup>218</sup> Özetle Salih Zeki, üç boyutlu mekânla kaynaşmış olduğumuzu, fakat dördüncü bir boyut olsa kürenin içinin dışına yırtmaksızın çevrilebileceğini bildirmektedir. Euclides-dışı geometrilerin yazarlarının üçüncü boyuta bir eğrilik ilave etmelerini Salih Zeki, üçüncü boyuta bir dördüncü boyutun eklenmesi olarak görmektedir. O, dördüncü boyutun tasavvur edilemeyişi buna bağlamaktadır.

Salih Zeki dördüncü boyutu temsil yoluyla izah ettikten sonra bu üç tür geometriyi birbirinden ayıran özellikleri açıklamıştır. Bir küresel üçgende üç iç açı toplamı iki dik açıdan büyüktür, fakat kürenin yarıçapı sonsuz olursa küre yüzeyinin eğriliği sıfıra inecek ve üzerine çizilmiş bir üçgenin üç iç açısı toplamı da iki dik açıya eşit olacaktır. Bir yalancı kürede ise üç iç açı toplamı iki dik açıdan daha küçüktür. Fakat bunun yarıçapı da sonsuz artırılsa yalancı kürenin yüzeyinin negatif eğriliği sıfıra yaklaşacak ve üzerine çizilecek olan üçgenin üç iç açısı toplamı da iki dik açıya eşit olacaktır. Bu üç tür üçgenin her üçü de mensup oldukları geometrilerin tanımlarına göre düz kenarlıdır. Buradan anlaşılmaktadır ki üç tür trigonometri vardır: “Küresel Trigonometri”, “Yalancı Küresel Trigonometri”, “Düzlemsel Trigonometri”. Bu üç tür trigonometri arasındaki fark bunların her birine ait üçgenlerin açıları toplamı ile ortaya çıkan farktan ibarettir. Şöyle ki, bir üçgenin açıları  $B, C, E$  ve bunları gören kenarlar da  $B', C', E'$  harfleri ile gösterildiğinde, bir Euclides üçgeninde;

$$\frac{\sin B}{B'} = \frac{\sin C}{C'} = \frac{\sin E}{E'}$$

Riemann üçgeninde;

---

<sup>218</sup> Zeki, *a.g.e.*, s 43-44.

$$\frac{\sin B}{\sin B'} = \frac{\sin C}{\sin C'} = \frac{\sin E}{\sin E'}$$

Lobatchewsky üçgeninde,

$$\frac{\sin B}{\sinh B'} = \frac{\sin C}{\sinh C'} = \frac{\sin E}{\sinh E'}$$

olur. Fakat her üçünde varsayılan sonsuz küçük bir üçgen için;

$$\sin B' = \sinh B' = B'$$

eşitliği bulunur.<sup>219</sup>

Salih Zeki, Helmholtz'un verdiği konferanslardan ve çeşitli dergilerde yazılan makalelerinden faydalanarak Euclides-dışı geometrileri ve ortaya koydukları yeni geometri algılarını üçüncü konferansında ifade etmeye çalışmıştır. Salih Zeki sonraki konferanslarında, Euclides-dışı geometrilerin hâlihazırda dâhil oldukları sahalardan bahsedeceğini bildirerek üçüncü konferansını bitirmiştir.

#### **2.3.4 Dördüncü Konferans (26 Kânûn-i Evvel 1330 / 8 Ocak 1915)**

Salih Zeki dördüncü konferansında Arthur Calley, Felix Klein, Beltrami, Russell, Sophus Lie gibi matematikçilerin Euclides-dışı geometrilere katkıları üzerine yoğunlaşmıştır. Özellikle, Salih Zeki ile aynı tarihlerde yaşamış olan Arthur Calley'in *Sixth Memoir Upon Quantities* (Kemmiyata Dair Altı Muhtıra) ve Sophus Lie'in *Transformation Groups* (Zümre-i Mütemadiyeler Nazariyesi) makalelerini analiz etmiştir.

---

<sup>219</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 45-46.

Calley bu makalesinde, bütün uzunluklara ait tanımları sadece projektif ilkeler üzerine inşa etmeyi amaçlamıştır. Uzunluk ve açı gibi kavramları projektif geometride olabildiğince sade bir şekilde aktarmaya çalışmıştır.<sup>220</sup>

Klein tarafından sınıflandırılan yeni geometrilerin tarihinde üçüncü devirde yer alan Calley, uzunluk kavramına sonsuzda bulunan dairesel noktalar ve sonsuzda bulunan düz çizgi vasıtasıyla projektif bir görünüm verilebileceğini ispatlamıştır. İki nokta arasındaki uzaklığı “Projektif Koordinatlar” (Kemiyât-ı Vaz’iyye-i İrtisamiye) ismini verdiği niceliğin bir fonksiyonunun arksinüsüyle veya arkkosinüsüyle tanımlamıştır. Bu bağlamda, şekillerin oranını “mutlak” ismini verdiği bir koniğe göre projektif oranlara dönüştürmüştür. Analitik geometride, sonsuzdaki dairesel noktalar sanal bir konik oluşturmaktadırlar. Ayrıca Calley, projektife dayalı bu koni ile elde edilecek olan iki boyutlu düzlem geometrisinin bir küresel geometri olduğunu ispatlamıştır.<sup>221</sup> Salih Zeki ortaya çıkan bu geometrinin, Riemann’ın geometrisinden farklı olmadığını bildirmiştir. Ayrıca bu sanal koni gerçek olursa, bu durumda ortaya çıkacak olan geometri de Lobatchewsky geometrisi olacaktır. Fakat Calley bu makalesinde Lobatchewsky’den bahsetmemiştir. Bundan dolayı Salih Zeki, Calley’in Euclides-dışı geometrilere vakıf olmadığını düşünmektedir.

Salih Zeki, ortaya çıkan bu koniklerden sonra Klein’in de söz konusu konik meselesine dâhil olduğunu ifade etmektedir. Calley’in ortaya koyduğu uzunluk düşüncesi ile Euclides-dışı geometriler arasında ilişki kuran ilk matematikçi Klein’dir. Klein, izdüşüm (irtisâm) için gerekli olan mutlak eğrileri dört grupta incelemiştir. Klein, bu mutlak eğri gerçek bir konik olursa Lobatchewsky’nin iki

---

<sup>220</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 47.

<sup>221</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 47-48.

boyutlu geometrisini ortaya çıkaracağını ispat etmiştir ve bu geometriye “hiperbolik geometri” (hendese-i zâ’idiye) adını vermiştir. Eğer konik sanal olursa bu sefer Riemann’ın küresel geometrisini ve Helmholtz’un geometrisini ortaya çıkaracaktır, Klein bu geometriye “eliptik geometri” (hendese-i nâkisiye) adını vermiştir. Eğer konik bir çift sanal noktaya karşılık gelirse, Klein’in “parabolik geometri” (hendese-i mükafiye) adını verdiği geometriye ulaşılabacaktır. Son olarak Klein, eğer bu çift sanal nokta sonsuzda ortaya çıkan dairesel noktalar ise Euclides geometrisini meydana çıkaracağını göstermiştir.<sup>222</sup>

Salih Zeki ortaya çıkarılan bu yeni geometrilerin tamamının Euclides’in düzlemi üzerine çizilmiş olan şekillerden, bu düzlem üzerinde iki nokta arasındaki uzunluğun tanımının değiştirilmesi ile ortaya çıkarıldığını eklemiştir. Ayrıca Salih Zeki, Klein’in meseleyi mekânın doğası üzerine değil, iki nokta arasındaki uzunluğun tanımının değiştirilmesi noktasına taşıdığını bildirmektedir. Dolayısıyla iki nokta arasındaki uzunluğun tanımı dikkate alındığında geometrilerin de keyfi olmaları gerektiği sonucuna ulaşıldığını Salih Zeki ortaya koymaktadır.<sup>223</sup> Salih Zeki bu konferansında, Calley’in ve Klein’in Euclides-dışı geometriler ile ilgili düşüncelerini ifade ettikten sonra kısaca Beltrami’nin görüşlerine de değinmiştir.

Calley, Euclides-dışı uzayda iki nokta arasındaki uzunluğun, Euclides uzayında “hiperbolik ölçüm” (mesâha-i zâ’idî) veya “küresel ölçüm” (mesâha-i kürevî) olarak adlandırılabilceğini bildirmiştir. Beltrami de benzer şekilde düşünmektedir. Beltrami iki nokta arasındaki uzunluğun Euclides geometrisinde hiperbolik veya

---

<sup>222</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 48.

<sup>223</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 48.

eliptik ölçüm olarak düşünülebileceğini, dolayısıyla bu yeni geometrilerde yüzeylerin Euclides yüzeyi olarak görülebileceğini belirtmektedir.<sup>224</sup>

Klein'in düşüncelerinin bir başka ortaya çıkardığı sonuç ise sanal sayılardır. Klein, niceliksel geometrinin projektif geometriye dönüştürülmesinde kullanılan yöntemin genellikle sanal bir konik olduğunu ileri sürmektedir. Burada Klein'in "genellikle" sözcüğünü kullanmasının nedeni, sadece Lobatchewsky geometrisinde gerçek koniden böyle bir dönüşüm yapılabilmesidir. Küresel geometrinin veya Euclides geometrisinin dönüştürülmesi için ya sanal koniğe ya da sonsuzda dairesel noktalara ihtiyaç vardır. Bu durumda Euclides geometrisine sanal sayılar dâhil olmuş olmaktadır.<sup>225</sup> Salih Zeki, sanal sayıların matematik için kullanışlı olmasının yanı sıra matematik dışında da çok önemli kullanım alanlarının olduğunu söylemektedir. Eğer sanal sayılar kullanılmıyaydı, Hamilton'un Quaternion hesabı, Maxwel'in elektrik ve manyetik alan ile ilgili teoremi bulunamamış olacaktı. Salih Zeki konferansında, sanal sayıların uygulanmasına dair başka örnekler de vermiştir.

Salih Zeki, Euclides uzayının taraftarı olan Calley'in, uzunluğun tanımını değiştirerek Euclides geometrisinin üstünde bir projektif geometrinin özünü ortaya koymasıyla, Euclides-dışı uzay taraftarlarının ellerine bir silah vermiş olduğunu belirtmektedir. Çünkü felsefecilerin bile uzak durduğu sanal sayıların matematiğin bir konusu haline gelmesinin yolu açılmıştır. Calley 1883 yılında İngiliz Bilim Topluluğunun başkanı seçildiğinde felsefecilerden sanal sayıları tartışmalarını istemiştir. Fakat ne yazık ki felsefeciler sanal sayılar ile uğraşmak istememişlerdir.

---

<sup>224</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 49.

<sup>225</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 50.

Hâlbuki bu felsefeciler arasında matematikten anlayanlar da mevcuttu.<sup>226</sup> Salih Zeki bu matematikçi felsefecilerin içinde Russell'ı zikretmektedir. Salih Zeki, Russel'ın şu sözlerini aynen konferansında nakletmiştir:

Sanal noktalar kavramının geometride önemi çok büyüktür. Zaten sonsuzda bulunan dairesel noktaların sanal olduğu ve niceliksel geometrinin projektif geometriye dönüştürülmesinde bu dairesel noktalara tabi olduğu düşünülünce sanal sayıların önemi bir kat daha artacaktır. Fakat bu sanal noktaların felsefî öneminden bahsetmek benim için zordur. Zira cebirde bile sanal sayıların kullanılmasına izin veren bir felsefî düşünce bilmiyorum.<sup>227</sup>

Salih Zeki, Russell gibi bazı matematikçilerin, sanal sayıların matematiksel önemini kabul etmelerine rağmen, bu sayıları felsefî açıdan tartışmaya değer bulmadıklarını bildirmiştir.

Salih Zeki Russell ile aynı fikirde değildir. Ona göre, sanal sayıların ya da sonsuzdaki dairesel noktaların geometrik karşılıklarının bulunmasına ihtiyaç yoktur. Eğer geometri, ortaya konulan bir takım şeyleri ifade etmek için Euclides'in ortaya attığı bir dil olsaydı, bu dilin ifade edemediği şeyler pekâlâ olmayacaktı. Dolayısıyla sanal sayıların geometri ile ifade edilmemesi Salih Zeki'ye göre önemli değildir.<sup>228</sup>

Salih Zeki'nin, Russell ile ve onun gibi düşünen diğer matematikçiler ile felsefî bakış açısından farklı bir düşünceye sahip olduğu görülmektedir. Salih Zeki sadece bu konferanslarında değil, diğer eserlerinde de matematiğin felsefî yorumunda Russell ile farklı bir konumda yer almıştır. İlerleyen bölümlerde bu konuya değinilecektir.

---

<sup>226</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 52.

<sup>227</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 53.

<sup>228</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 55.

Sonuç olarak Salih Zeki'ye göre, sanal sayılar ve dairesel noktalar gibi felsefecilerin anlamsız buldukları geometrik kavramlar, matematiksel açıklamaları sadeleştirmek amacıyla ortaya konulmuşlardır. Hatta Salih Zeki, Euclides geometrisi ile Euclides-dışı geometrilerin de bu maksatla ortaya konulmuş bir lisandan başka bir şey olmadıklarını ifade etmektedir.<sup>229</sup>

Salih Zeki'nin beyanına göre sanal sayıları tartışmaya yanaşmayan felsefeciler olduğu gibi bu kişilere muhalif olan felsefeciler de olmuştur. Bunların başında Henry Poincaré gelmektedir. Salih Zeki Poincaré'nin görüşlerini açıklamadan önce kronolojik sırayı takip ederek, İsveçli matematikçi Sophus Lie hakkında konuşmuştur. Lie, "Sürekli Gruplar Teorisi" (Zümre-i Mütemadiyeler Nazariyesi) ismiyle bilinen teorinin sahibi ve kâşifidir. Bu teorinin ortaya atılmış olması matematikte çok büyük gelişimlerin tetikleyicisi olmuştur.<sup>230</sup>

Salih Zeki, Lie'in teorisini açıklamış ve bu teorinin geometriye yansımaları hakkında bilgi vermiştir.  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$  gibi sınırlı sayıda bağımsız değişken verilsin ve bu bağımsız değişkenlerin yerine yeni bağımsız değişkenler kabul ederek bir dönüşüm serisi (silile-i tahvilat) oluşturulsun. İşte böyle bir dönüşüm serisinden rasgele ikisinden birinin değerinin yerine konulması asıl serinin sadece bir dönüşümüne eş ise, o dönüşüm serisi bir "grubu" oluşturur. Başka bir grupta ise bir dönüşümden diğer bir dönüşüme sonsuz küçük bir dereceyle geçilecek olur ise bu gruba da "sürekli grup" adı verilir.<sup>231</sup>

---

<sup>229</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 55.

<sup>230</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 56.

<sup>231</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 56.

Salih Zeki konferansının bu bölümünde Lei'in Sürekli Grup Teorisi'nin geometriye uygulanmasını açıklamıştır. Geometride bir şeklin ardışık iki hareketi daima bir hareket ile ortaya konabilir. Dolayısıyla her harekette sonsuz küçük bir hareketten meydana geldiği düşünülebilir. Bu durumda bir şeklin bu şekilde hareketi, o şekli oluşturan noktaların buldukları eksenlere göre koordinatlarının dönüşümü demektir. Böyle bir şeklin hareketine gerek duyulan her bir dönüşümün, sürekli grubu teşkil eden bir dönüşümden oluşması gerekmektedir. Diğer taraftan, niceliksel geometrinin esasını teşkil eden iki şeklin eşliği meselesi, bu iki şekilden birinin diğeri üzerine çakıştırılması suretiyle çözülebilir.<sup>232</sup>

Salih Zeki'ye göre Sophus Lie, Helmholtz gibi uzaya bir manifold gözüyle bakmaktadır. Lie bu manifoldta, üç boyut tahsis etmiş ve manifold dâhilindeki bir noktayı  $x, y, z$  gibi üç koordinat değeri ile belirlemiştir. Lie böyle bir noktanın hareketini:

$$x' = f(x, y, z)$$

$$y' = g(x, y, z)$$

$$z' = h(x, y, z)$$

gibi bir dönüşüm grubuyla ifade etmiştir. Lie Helmholtz'un dört postulasını da kabul etmiş ve bu postulalara uzayın üç boyutlu olması postulasını ilave etmiştir. Bu durumda söz konusu mekânda olabilecek geometrilerin Euclides ve Euclides-dışı geometrilerden ibaret olacağını ispatlamıştır.<sup>233</sup>

---

<sup>232</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 57.

<sup>233</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 57.

Salih Zeki, bu konferansında detaylarını matematiksel olarak açıklayamayacağını beyan ettiği Lie'in düşüncelerinin bir takım sonuçlarının olduğunu bildirmektedir: İki boyutlu geometride, eğer serbest hareket postulası bütün uzay dâhilinde geçerli olsaydı, sadece Euclides ve Euclides-dışı geometrilere denk gelecek olan gruplar var olurdu. Fakat bu postula uzayın bir kısmı için geçerli olursa Helmholtz'un üç postulasına denk gelecek olan bir grup daha vardır. Bu grupta dönel bir noktanın ortaya çıkaracağı hareket sınırlı değildir, bilakis logaritmik bir varlıktır. Bu istisna durum için Helmholtz'un dördüncü postulasını kabul etmek gerekmektedir.<sup>234</sup>

Lie'a göre, üç boyutlu geometride de serbest hareket sadece bir kısım dâhilinde kabul edilecek olur ise aşağıdaki iki durumu birbirinden ayırmak gerekmektedir: Birincisi, hareket bu kısımda serbestçe mümkün olur, yani bir cismin bir noktası sabit ve diğer tüm noktaları bir düzlem üzerinde serbestçe hareket edecek şekilde bulunur ise Helmholtz'un dördüncü postulasına gerek yoktur. Bu durumda üç postula ile oluşturulabilecek olan hareketler, Euclides geometrisine denk gelen hareketten ibaret olur. İkincisi, hareket sınırlı olur yani cismin bir noktası sabit kalırken bir doğru üzerinde bulunan diğer noktaları ancak bu doğrunun üzerinde hareket edebilirler ise başka gruplar da mümkündür. Bu durumda Helmholtz'un dördüncü postulasına ihtiyaç vardır. Salih Zeki'ye göre Sophus Lie'in teorisi "geometrinin prensipleri"ne (mebâdi'-i hendesiye) ilişkin sorunları çözebilmiştir. Ona göre geometri, grupların bir uygulamasından başka bir şey değildir.<sup>235</sup>

Salih Zeki son olarak Sophus Lie'in Euclides ve Euclides-dışı geometrilere yönelik görüşlerini açıklayarak dördüncü konferansını bitirirken, beşinci konferansında

---

<sup>234</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 58.

<sup>235</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 58-59.

Euclides-dışı geometri tarihinden bahsedeceğini vadedmiştir. Ayrıca Poincaré'nin geometriye yönelik görüşlerine de değinecektir.

### **2.3.5 Beşinci Konferans (9 Kânûn-i Sâni 1330 / 22 Ocak 1915)**

Salih Zeki beşinci konferansına ilk dört konferansında anlattığı konuları başlıklar halinde tekrarlayarak başlamıştır. Euclides geometrisinin haricinde, Euclides-dışı geometriler olarak bilinen iki geometri çeşidinden bahsettiğini, bunların Lobatchewsky ve Bolyai geometrisi ile Riemann geometrisi olduklarını; bu inceleme esnasında iki konu üzerinde durduğunu, bunlardan birisinin “uzay” meselesi, diğerinin ise “geometrinin aslı” meselesi olduğunu hatırlatmıştır. Salih Zeki beşinci konferansında bu iki meseleyi birbirinden ayıran meşhur matematikçi Poincaré'nin görüşlerine yer vermiştir.

Salih Zeki Poincaré'nin görüşlerine uygun olarak, Euclides ve Euclides-dışı geometrilerin her birinde ortak olarak bulunan alelade üç boyutlu bir temel “unsur (heyûlâ)” mevcut olduğunu söylemiştir. Bu unsur hem Euclides hem de Euclides-dışı geometriler için aynıdır. Fakat bu iki geometri için söz konusu unsur dâhilinde çizilen şekillerde ve bu şekiller üzerinde yapılan bir takım hesaplamalarda farklılıklar bulunmaktadır. Bu iki geometri arasındaki itilaf da buradan kaynaklanmaktadır. Saf bir şekil olan bu unsurdan hem Euclides uzayı hem de Euclides-dışı uzaylar ortaya çıkarılabilir. Söz konusu unsuru Euclides ya da Euclides-dışı uzay yapan bizim varsayımımızdır. Salih Zeki bu durumu şu şekilde açıklamaktadır:

Şimdi bölümlere ayrılmamış bir sıcaklık ölçer düşünün. Havası boşaltılmış bir cam boru içine civa doldurulmuş olsun. Bu sıcaklık ölçer önce erimekte olan bir buzun içine koyulsun. Bu durumda civanın yüksekliği yavaş yavaş inecektir ve

bir süre sonra duracaktır. Sabit kalacağı nokta sıfır sayısı olarak kabul edilsin. Daha sonra sıcaklık ölçer kaynamakta olan bir suyun buharına tutulsun. Civanın yüksekliği artacaktır ve bir süre sonra sabitlenecektir, bu noktaya da yüz sayısı yazılsın. İşte bu sıfır ile yüz arası yüz eşit kısma ayrılacak olursa Celsius'un santigrat usulü denilen usuldeki sıcaklık ölçeri ortaya çıkarılmış olacaktır. Fakat bu civa dolu cam boruda sıfır yazılan noktaya 32, yüz yazılan noktaya ise 212 sayısı yazılarak bu iki nokta arası 180 eşit kısma ayrılacak olursa, bir başka çeşit sıcaklık ölçer elde edilmiş olur. Bu şekilde bölümlenmiş bir sıcaklık ölçer de bulunmaktadır [Fahrenheit]. Şimdi “bu iki sıcaklık ölçerin hangisi doğrudur?” diye size sorulsa ne cevap verirsiniz? Hiç! Çünkü artık burada doğru olmak veya olmamak meselesi mevzubahis olamaz. Belki “hangisi daha kullanışlıdır?” diye bir soru sorulabilir ve yalnız böyle bir soruya cevap verilebilir. Dikkat ediniz ki bu iki sıcaklık ölçerdeki bölümlerin hiçbiri borunun içindeki civanın mahiyetini göstermediği gibi bu üç geometrinin hiçbiri de hakiki uzay hakkında bize bilgi veremez!<sup>236</sup>

Salih Zeki'nin dikkat çektiği nokta, Euclides ve Euclides-dışı geometrilerin hepsinin de, kendisinin temel unsur olarak adlandırdığı bir ortak uzaya sahip olmalarıdır. Salih Zeki üçgenin iç açıları toplamının Euclides geometrisinde iki dik açıya eşit olmasını, Euclides dışı geometrilere ise iki dik açıdan büyük veya küçük olmasını bu duruma örnek olarak vermiştir. Bu geometri çeşitleri birbirlerinin mevcudiyetini etkilemezler, aksine bu mevcudiyeti güvence altına alırlar. Bu durumda “bu geometrilerden hangisi daha doğrudur?” sorusu, sıcaklık ölçer örneğinde olduğu gibi

---

<sup>236</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 60-61.

anlamli değildir. Bir geometri diğer bir geometriden daha doğru olamaz. Ancak kullanıldığı yere göre daha kullanışlı olabilir.<sup>237</sup>

Salih Zeki, mutlak uzay olarak adlandırdığı “unsurun” bizim tarafımızdan temsil edilemeyeceğini; madd eşyanın ötesinde, değişken ve hareketli olan mutlak uzay dşncesinin tasavvur edilemeyeceğini; mutlak uzaydan bahsetmenin anlamsız olduğunu söylemiştir. Salih Zeki bu dşncesini, pekiştirmek için Poincar’den alıntı yaparak şu analogiyi ifade etmiştir:

Ben varsayalım ki Paris’in bir noktasında, rneğin Pantheon Meydanı’nda, bulunuyorum ve yarın yine tekrar aynı noktaya geleceğimi syluyorum. Eğer bana “uzayın aynı noktasına tekrar geleceğinizi mi söylemek istiyorsunuz?” diye sorsalar ben buna “evet!” diye cevap veririm. Fakat bu şekilde cevap vermekte ne kadar haksızım. Çünkü dünya yarına kadar hareket edecek ve Pantheon Meydanı’nı da sürükleyecek. İki milyon kilometreden fazla mesafe kat ettirecektir. Eğer ben dilimi biraz daha düzeltmek istesem de bir şey kazanmış olmam. Çünkü bizim dünyamız Ay’a nazaran bu iki milyon kilometreyi kat ettiği esnada, Ay’ın bizzat kendisi de samanyoluna göre hareket etmiş olacaktır. Samanyolu da şüphesiz hızını bilmediğimiz bir hareketle hareket edecektir. Dolayısıyla Pantheon Meydanı’nın bir günde ne kadar hareket ettiğini bilemeyeceğim ve hiçbir zaman da bilemeyeceğim. Bu halde yukarıdaki cümle ile ben: “Yarın Pantheon’un kabasıyla cephesini tekrar göreceğim” demek istemiş olurum. şimdi eğer Pantheon olmasaydı, benim söylediğim bu cümlenin manası olur muydu? şüphesiz olmazdı. Tabii ki uzay

---

<sup>237</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 61.

da olmazdı. Dolayısıyla biz dış şeyleri görünümü ile algılarız. Ancak dış şeylere izafetle uzayı tasvir ederiz.<sup>238</sup>

Bu analogi ile Poincaré uzayın izafi olduğunu açıklamıştır. Salih Zeki, Poincaré'den alıntı yaptığı analoginin dışında izafi uzay için bir örnek daha vermiştir. Bu ikinci örneğe göre; varsayalım ki bir gece evren üzerinde bulunan her şey uzunluğunun bin katı kadar büyümüş olsun. Yani daha önce uzunluğu 1 metre olan bir şey 1 kilometre uzunluğunda bulunsun. Tabii ki görünen her şey ile beraber siz de büyümüş olun. Uyandığımızda bu kadar büyük değişiklikler karşısında nasıl bir tepki verirsiniz? Hiçbir şeyin farkına dahi varmazsınız! Evrendeki her şey büyürken ölçüm aletleriniz de büyüyecektir. Dolayısıyla büyüklükteki değişimin farkına varılabilecek ölçüm aleti kalmayacaktır.<sup>239</sup> Salih Zeki hem Poincaré'den alıntı yaptığı örnek durumda hem de kendisinin verdiği örnekte uzayın, uzaklığın ve zamanın izafi olduğunu açıklamaya çalışmıştır.

Salih Zeki tasvir ettiği izafi değişiklikler ile Euclides ve Euclides-dışı geometrilere izafi bakış arasındaki farklılık birebir benzerlik göstermeyecektir. Geometrilere arasındaki ilişki çok daha kompleks bir yapıdadır. Salih Zeki bu durum için de bir örnek vermektedir. Bu örneğe göre, dış dünyada bulunan nesnelere eğri aynalardaki yansımaları incelendiğinde şekillerin bozulduğu fakat karşılıklı oranlarının değişmediği görülecektir. Örneğin asıl âlemde iki cisim birbirine temas ediyor ise bu aynadaki görüntüde de iki cisim birbirine temas edecektir. Fakat bu iki âlemin kendine has kuralları vardır ve cisimler bu kurallara göre konum alacaklardır.

---

<sup>238</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 62.

<sup>239</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 62-63.

Dolayısıyla bu âlemler arasında yer değiştiren bir kişi hiçbir değişiklik hissetmeyecektir.<sup>240</sup>

Salih Zeki bu şekilde birbirinin görüntüsü olan iki âlemi formüle etmiştir. Buna göre  $b$  ve  $c$  bu âlemler olsun.  $b$  âleminde her  $m$  cismine,  $c$  âleminde bir  $m'$  karşılık gelsin. Bu  $m'$  cismi  $m$  cisminin görüntüsüdür. Eğer  $m'$  görüntüsünün koordinatları  $x', y', z'$  ile ve  $m$  cisminin koordinatları  $x, y, z$  ile gösterilecek olur ise:

$$x' = f(x, y, z)$$

$$y' = g(x, y, z)$$

$$z' = h(x, y, z)$$

olur. Bu şekilde  $m$  ve  $m'$  cisimleri arasında bir sabit  $f, g, h$  fonksiyonları tanımlanmıştır. Bu şekilde tasvir edilen iki âlem birbirinden ayırt edilemez. Yani  $b$  âlemi kendi sakinleri için ne ise  $c$  âlemi de kendi sakinleri için odur. Salih Zeki, bu lemlerden birinde, örneğin  $b$  âleminde, bulunduğumuzu varsayarak diğer âlem ile olan ilişkiye değinmiştir. Bu varsayıma göre, bulunduğumuz âlemde geometriyi oldukça geliştirmiş olalım, aynı şekilde  $c$  âlemi sakinleri de geometrilerini geliştirmiş olsunlar. Bu iki âlem arasında bir pencere açılmış olsa,  $b$  âleminde olan bizler  $c$  leminin geometrisini kmseriz ve hatta yanlış buluruz. Çünkü  $c$  âleminde doğrular eğri, çemberler yumru, küreler basık haldedir. Benzer şekilde  $c$  lemindekiler de  $b$  leminin geometrisini hakir grecektirler. Kimin haklı olduğu hiçbir zaman bilinemeyecektir. Dolayısıyla bu iki uzay izafidir.<sup>241</sup>

---

<sup>240</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 63-64.

<sup>241</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 64.

Salih Zeki, uzayın şekilsiz ve saf olduğunu; özünde bulunan şeyin uzaya şekil verdiğini; bizim direk olarak bir mesafeyi ölçecek sezgimizin var olmadığını tekrar ederek şu soruyu sormaktadır: “Bizler bir uzunluğu, bir mesafeyi, bir uzayı doğrudan doğruya bilecek bir sezgiye sahip değil isek nasıl oluyor da böyle bir sezgiye sahip olduğumuz zannına kapılıyoruz?” Salih Zeki bizim herhangi bir miktar hakkında sezgiye sahip olmadığımızı iddia etmektedir. Bizim bilebildiğimiz tek şey bir miktarın ölçüm aletimize olan oranıdır. Bunun dışında hiçbir bilgiye sahip değiliz. Bizim kullandığımız ölçüm aleti ise kendi vücudumuzdur.<sup>242</sup> Nesnelere ilk olarak vücudumuzun büyüklüğüne göre sınıflandırırız. Bundan dolayı Salih Zeki'nin örneğinde bir gecede her şey bin katı kadar büyüye hiçbir şey fark edilemez. Tıpkı sabit hızla, engebesiz bir yolda ilerleyen bir ulaşım aracının içinde yer alan bir insanın aracın hareket edip etmediğini bilemeyecek olması gibi...

Salih Zeki, ölçüm yapılacak olan herhangi bir miktar yani dış nesnelere için vücudumuzun, matematiksel anlamda adeta koordinat sisteminin eksenleri gibi olduğunu ifade etmektedir. Bu şekilde düşünüldüğünde üç çeşit koordinat tanımlanabilir. Bunlardan birincisi görsel duyular [ihtisat-ı basariye], ikincisi dokunsal duyular [ihtisat-ı lemsiyye], üçüncüsü hareket duyuları [ihtisat-ı harekiye]'dir. Uzay ancak bu üç unsur ile ifade edilebilir.<sup>243</sup>

Salih Zeki Poincaré'ye bir gün şunu söylemiştir: “Ben duyularıyla uzayı üç şekilde tasvir ve temsil ederim. Bunlar da görsel uzay, dokunsal uzay, hareketsetel uzaydır.”

Poincaré Salih Zeki'nin bu yaklaşımını çok beğenmiştir.<sup>244</sup>

---

<sup>242</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 65.

<sup>243</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 66.

<sup>244</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 66 (dipnot).

Bu üç uzayın hiç biri hakikî uzayı temsil edemez, ancak söz konusu unsurun temsili olabilirler. Bu uzaylar Euclides geometrisindeki uzay değildir. Salih Zeki bu iki uzayı birbirinden ayırmak istemiştir. Geometride kullanılan uzaya geometrik uzay, duyularla temsil edilen uzaya ise temsilî uzay adını vermiştir. Geometrik uzay sürekli, sonsuz, üç boyutlu, homojen<sup>245</sup> (mütecanis) ve izotropiktir<sup>246</sup> (mütesavî-ul cihet). Temsilî uzay ise görsel, dokunsal ve hareketseldir. Dış nesnelere için bilinenler bu temsilî uzaylardan ibarettir.<sup>247</sup>

Salih Zeki geometrik uzay ile temsilî uzay arasındaki farklılıkları ortaya koymuştur. İlk olarak görsel uzayı değerlendirmiştir. Bir dış nesnenin gözün tabakaları üzerinde oluşan görüntüsü iki boyutludur. Dolayısıyla geometrik uzaydan farklıdır. Bu görüntünün teşkil ettiği uzaya özellikle “saf görsel uzay” denilmiştir. İkinci olarak gözün retina tabakasında meydana gelen bu görüntü çerçevelidir, yani sınırlıdır. Sonsuz değildir, dolayısıyla geometrik uzaydan farklıdır. Üçüncü olarak bu saf görsel uzay homojen değildir. Çünkü retinada her bir noktanın görevi aynı değildir.<sup>248</sup>

Göz nasıl oluyor da retinada iki boyutlu olan görüntüyü üç boyutlu olarak algılıyor? Üçüncü boyutun ortaya çıkması için görüntüye iki duyu daha eklenmektedir. Bunlar uyum (itbâk) ve yakınsama (tekarüb) duyularıdır. Ortaya çıkan bu görsel uzay öncekilerden farklıdır. Bu şekilde dış nesnelere üç boyutlu olduğu uzay “tam görsel

---

<sup>245</sup> Salih Zeki *homojen* için “tüm noktaların birbirinin aynısı olması” tanımını yapmıştır.

<sup>246</sup> Salih Zeki *izotropik* için “bir noktadan geçen doğruların hepsinin aynı olması” tanımını yapmıştır.

<sup>247</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 66-67.

<sup>248</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 67.

uzay” olarak adlandırılır. Tam görsel uzay geometrik uzaydan izotropik olmamasından dolayı farklıdır. Çünkü iki göz ve iki kastan oluşmaktadır.<sup>249</sup>

Salih Zeki görsel uzay ile ilgili bu açıklamalarını matematik terimleri ile de değerlendirmiştir. Görsel uzayı iki tanesi saf görsel ve diğer ikisi de kas olan dört değişken ile tanımlamıştır. Bunlardan ilk iki tanesi bağımsız diğer ikisi bağımlıdır. Salih Zeki’ye göre tecrübe ile sabittir ki uyum (itbak) ve yakınsama (takarüb) duyuları daima birbirileri ile uygun bir şekilde bulunurlar. Bu halde “tam görsel uzay üç boyutludur” demek, söz konusu üç değişkenin bilinmesi demektir.<sup>250</sup>

Salih Zeki görsel uzaydan sonra daha karmaşık bir yapıya sahip olan dokunsal uzayı değerlendirmiştir. Ayrıca dokunsal uzay geometrik uzaydan görsel uzaya göre daha uygunsuzdur. Bu iki duyudan başka duyular da vardır ki bunlar uzay kavramının anlaşılmasına görsel ve dokunsal duyudan daha fazla hizmet ederler. Bunlar kas duygusu ve hareket duygusudur. Vücudumuzda çok sayıda kas vardır. Dolayısıyla bir kasın ortaya koyduğu uzay diğer kasların ortaya koydukları uzaylar ile aynı olmayacaktır. Salih Zeki buna bir itiraz gelebileceğini belirtmiştir: Kas duygusunun uzay kavramını teşkil etmeye yönelik hizmet etmesi, her hareketin istikametine dair bizde var olan bir duyudan ortaya çıkar, bu duyunun ise kas duygusunun bir parçası olduğuna şüphe yoktur. Salih Zeki bu itiraza cevap olarak şunları söylemiştir: Eğer böyle olsaydı, geometrik uzayın sadece bizim hassasiyetimize tesir eden bir şey olması gerekirdi. Fakat aynı yönde harekete etki eden bazı fikirler de vardır. Yön duygusu sadece bu fikirlerin toplamıdır. Bir kas duygusunda bu fikirleri bulmak mümkün değildir. Ayrıca farklı kültürlerde tecrübeye dayalı kas hareketleri farklılık

---

<sup>249</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 67.

<sup>250</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 67-68.

arz edebilir. Dolayısıyla bu fikirler ile kas hareketleri çevresel faktörlere göre çeşitlilik gösterebilir.<sup>251</sup>

Sonuç olarak görsel, dokunsal ve hareketsetel gibi üç çeşidi olan temsilî uzay, geometrik uzaydan tamamen farklıdır. Çünkü temsilî uzay homojen ve izotropik değildir. Hatta daima üç boyutlu olmak zorunda da değildir.<sup>252</sup>

Salih Zeki'ye göre, bir ressam bir cismi düz bir zemin üzerinde üç boyutlu olarak resmedemeyeceği gibi, dış nesnelere de geometrik uzayda temsil edilemezler. Fakat dış nesnelere sanki geometrik uzayda bulunuyorlarmış gibi üzerinde işlem yapılır. İkinci olarak bir geometrik uzay içinde bir cisme veya noktaya yer tayin edilemez. Çünkü bu cismi veya noktayı elde etmek için gerekli olan hareket ancak temsil edilebilir. Bu hareketin temsil edilmesi demek, bu hareketle bir arada bulunan kas duygusunu temsil etmek demektir. Bundan dolayı bu temsil geometrik uzayın hiçbir şekilde mevcudiyetini gerekli kılmayacaktır.<sup>253</sup>

Salih Zeki Poincaré'den alıntı yaparak şu iddiayı dile getirmektedir: Duyularımızın hiçbirini yalnız başına bizi uzay tasvirine sevk edemez, söz konusu sevkîyat ancak bu duyuların ardışık olarak birbirini takip etmesi kanununu incelemekle mümkün olabilir. Aslında biz her şeyden önce görüyoruz ki izlenimlerimiz daima değişime tabidir. Fakat bizim ortaya koyduğumuz değişimlerin arasında da ayırım yapmamız gerekmektedir. Çünkü bu izlenimler aletleri olan dış nesnelere için bazen halini, bazen de yerini (mevzi') değiştirmiştir. Hâlbuki bir cismin halini veya yerini değiştirmek bizde ortaya çıkardığı tüm izlenimlerde bir değişim ile mümkündür. Bu durumda biz nasıl oluyor da bu izlenimlerde bir ayırım yapmaya sevk ediliyoruz? Poincaré'ye göre

---

<sup>251</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 68-69.

<sup>252</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 69.

<sup>253</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 70.

eğer bir cismin sadece yeri değişime uğradıysa, bu cismin daha önceden bizde ortaya çıkardığı izlenimleri tekrar gün yüzüne çıkartabiliriz. Bunun için bu cisme vücudumuza göre aynı yerde bulunduracak şekilde bir hareket yaparız, bu şekilde cismin yerini değiştirmesinden dolayı izlenimlerimizde ortaya çıkan değişimi düzenleriz. Matematiksel bir ifade ile bir  $b$  izlenimler toplamından  $c$  izlenimler toplamına geçmek için iki yol mevcuttur. Birincisi, bu geçiş istem dışı olur ve kas duyusu ile bir arada bulunmaz. Bu hal bizim vücudumuzun sabit olmasına ve bir cismin yerinin değişmesine denk gelir. İkincisi, istemli bir şekilde kas duyusu ile bir arada bulunur. Bu halde de cisim sabit kalır, biz cisme göre hareket ederiz. Yani  $b$  izlenimler toplamından  $c$  izlenimler toplamına olan geçiş bu yöntemlerin biriyle ortaya çıkar ise bu geçiş bir yer değişimidir.<sup>254</sup>

Poincaré'ye göre, bizim çevremizde bulunan dış nesnelere arasında şekillerini muhafaza ederek yer değişimi (tebdil-i mevzi) yapan bir takım cisimler vardır. Bunların yer değişimleri bizim vücudumuzun bir hareketiyle düzeltilebilir. Bu cisimler katı (sulf) cisimlerdir. Diğer cisimlerin ise şekilleri değişkendir. Bunlar istisna hallerde bu gibi bir yer değişimi ile karşılaşmış olurlar. Çünkü bir cisim şeklini değiştirmek suretiyle yer değişimi yapacak olur ise bu cismin bizim gözümüzde karşılaştığı değişim artık bizim vücudumuzun bir hareketiyle gerçekleşmiş olmaz.<sup>255</sup>

Şeklin değişimi ile birlikte bulunan yer değişimi gayet karmaşık bir kavramdır. Şeklini değiştirmeden yer değişimi kavramı hâsıl olmadıkça bunun incelenmesi dahi mümkün değildir. Zaten katı cisimler mevcut olmasalardı şekil değişimi ile birlikte

---

<sup>254</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 70-71.

<sup>255</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 72.

yer değişimi kavramı ortaya çıkmazdı. Zira katı cismin şekilsiz olan yer değişimi kavramı, şekil değişimi ile birlikte bulunan yer değişimi kavramının tanımlanmasına sebep olmuştur.<sup>256</sup>

Salih Zeki iki tür olayın birbirinden ayrılması için iki çeşit yol olduğunu bildirmektedir. Birincisi; istemsiz bir şekilde kas duyusu ile birlikte bulunan olaylar vardır. Bunları dış nesnelere atfederiz. Bu olaylara “dışsal değişimler” adı verilir. İkincisi; istemli bir şekilde kas duyusu ile birlikte bulunan olaylar vardır. Bunları da kendi vücudumuza atfederiz. Bu değişimlere de “içsel değişimler” denir.<sup>257</sup>

İçsel değişiklikler tarafından düzeltilebilen dışsal değişiklikler arasında “yer değişikliği” olarak isimlendirilen olaylar vardır. Bu olaylar geometrinin kanunlarının konusunu oluşturur.

Bu kanunların birincisi homojen değildir. Varsayalım ki bir  $b_1$  dışsal değişimiyle  $b$  izlenimlerinden  $c$  izlenimlerine geçilmiş olsun. Sonra bu  $b_1$  dışsal değişimi bir  $c_1$  istemli içsel değişimi ile düzelterek biz yine  $b$  izlenimine geri dndrlmş olalım. Yine varsayalım ki diğer  $b_2$  dışsal değişimi bizi yeniden  $b$  izleniminden  $c$  izlenimine nakletmiş olsun. Bu  $b_2$  dışsal değişimi  $b$  dışsal değişimleri gibi bir  $c_2$  istemli içsel değişimi ile düzeltir ve bu  $c_1$  içsel değişimi de  $b_1$  dışsal değişimini düzelteren  $c_1$  içsel değişimine denk gelen kas duyusuna eştir. İşte homojen ve izotropik uzayın anlamı budur. Ancak geometriyi oluşturmak için bu kanunun yanı sıra başka kanunlar daha ilave etmek gerekmektedir. Kısacası bu yer değişiklikleri bir grup teşkil etmelidirler. Poincar’ye göre, eğer geometrik uzay bizim temsillerimizin ayrı ayrı her birine konulmuş bir erveden ibaret olsaydı, bu erve olmaksızın hiçbir görüntüyü

---

<sup>256</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 72.

<sup>257</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 73.

temsil etmemiz mümkün olamazdı ve biz de elimizdeki geometride hiçbir şeyi değiştiremezdik. Hâlbuki hiç de böyle değildir. Çünkü geometri bu görüntülerin ardışık kanunlarının toplamından ibarettir. Bundan dolayı bizim basit temsillerimize eş bulunan ve bize aşına olan kanunlardan başka ardışık kanunlara tâbi olan bir temsiller dizisi tanımlanabilir.<sup>258</sup>

Salih Zeki'ye göre, bizim aşına olduğumuz kanunların dışında kanunların geçerli olduğu bir eğitimden geçirilen insanlar, bizim geometrimizden büsbütün farklı bir geometri inşa edebilirler. Örneğin çok büyük bir küre yüzeyine sahip bir âlem düşünölsün. Bu âlemde sıcaklığın en yüksek seviyede olduğu yer merkez küre olsun ve kürenin yüzeyine yaklaştıkça sıcaklığın düştüğü varsayölsün. Kürenin yüzeyinde sıcaklık mutlaka sıfıra eşit olsun. Bu âlemde kürenin yarıçapı  $r$ , kürenin üzerinde alınan bir noktanın merkez küreye olan uzaklığı da  $b$  ile gösterölsün. Bu kürenin herhangi bir noktasında sıcaklığı  $(r^2 - b^2)$  ile orantılı olacaktır. Burada bulunan tüm cisimlerin genleşme katsayılarının da eşit oldukları varsayölsün. Ayrıca şu da varsayölsün ki, bir cisim bu âlem içinde bir noktadan diğeri bir noktaya nakledilince derhal çevresinde bulunan cisimler ile sıcaklıkları dengelensin. Bu varsayımlarda herhangi bir çelişki yoktur. Dolayısıyla böyle bir âlemde hareket eden canlıların ve cansız cisimlerin kürenin yüzeyine yaklaştıkça küçölmeleri gerekir. Bundan dolayı böyle bir âlem kendi sakinlerine sonsuz gibi görünecektir. Çünkü bu âlemin sakinleri kürenin yüzeyine yaklaşmak istedikçe soğuyacaklar ve git gide küçöleceklerdir. Bu küçölme sürekli olacağından bu âlemin sakinleri hiçbir zaman kürenin yüzeyine ulaşamayacaklardır. Eğer geometri, değişimsiz olan katı cisimlerin hareket kanunlarının incelenmesinden ibaret ise, bu sakinler için geometrinin de sıcaklığın

---

<sup>258</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 73.

incelenmesinden dolayı şekil değişimi ve katı cisimlerin hareket yasalarının incelenmesinden ibaret olması gerekir.<sup>259</sup>

Salih Zeki, çevre koşullarının geometriye etkisi üzerine bir başka örnek daha vermiştir. Bu âlemde ışığın sudan kırılarak geçtiği varsayalım. Her noktada kırılma indeksi  $r^2 - b^2$  ile ters orantılı olsun. Böyle bir âlemde ışığın izlediği yol doğru değil daire olacaktır. Salih Zeki, bu durum için bir cismin yer değiştirdiğini varsayarak incelemesine başlamıştır. Bu cisim aşına olunan katı cisim yerine, bir önceki örnek durumda varsayılan sıcaklık yasalarına uygun bir şekilde genişmeye ve büzölmeye tâbi olarak değişime uğrayacaktır. Bu şekilde bir cismin yerini değiştirmesine “Euclides-dışı bir yer değiştirme” ismi verilsin. Euclides geometrisinde bir cismin yer değiştirmesine ise “Euclidesî yer değiştirme” denilsin. Salih Zeki’ye göre, eğer bu hayal âleminde hareket eden bir cismin yakınlarında akıllı bir yaratık bulunacak olsaydı, bu cismin daha önce bu yaratık üzerinde bıraktığı izlenimler hareketinden dolayı değişime uğrayacaktı. Fakat uygun bir şekilde hareket ederek cismin daha önce kendi üzerinde oluşturduğu izlenimleri yakından tesis edebileceklerdir. Bunun için söz konusu cisim ile bu yaratığın ortak bir şekilde Euclides-dışı bir yer değişimi yapmış olmaları yeterlidir. Bu mümkündür. Çünkü varsayımımıza göre cisim ve yaratık aynı şekilde genişip büzölecektir. Euclides geometrisine göre, bu hayal âleminde hareket eden bir cisim şekil değiştirmiş olur ve çeşitli parçaları aynı oranda büyüyüp küçölemese de varsayılan yaratığın izlenimleri tekrar ortaya çıkmış olur. Aslında cismin çeşitli parçaları arasındaki mesafeler

---

<sup>259</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 73.

farklılık gösterse de, cismin daha önceden birbirine temas eden parçaları yer değişiminden sonra da yine temas edeceklerdir.<sup>260</sup>

Salih Zeki tüm bu anlattıklarından yola çıkarak bu yaratıkların da bizim gibi dış değişimlerini ikiye ayırmalarının gerekli olduğunu bildirmiştir. Yer değişimi diyecekleri olayları “istemli dış değişiklik” olarak kabul edeceklerdir. Dolayısıyla bu yaratıklar bir geometri ortaya koysalar, bu geometri bizim aşına olduğumuz Euclides geometrisi gibi olmayacaktır. Çünkü bu yaratıklar değişimsiz olan katı cisimler yasası bilgisine bile sahip değillerdir. Bunların geometrisi, Euclidesci olmayan yer değişimine ait kanun üzerine kurulmuş bir geometri olacaktır. Bu geometri de Euclides-dışı geometri demektir. Salih Zeki Euclides geometrisinin yanı sıra başka geometrilerin de inşa edilebilmesine dair önemli bir sonuca varmıştır. Ona göre, geometrinin şekillendirilmesinde tecrübenin önemli bir yeri vardır. Fakat buradan hareketle geometrinin tecrübeye dayalı bir bilim dalı olduğu söylenemez. Çünkü geometri kısmen de olsa tecrübî olsaydı, olasılığa dayalı ve geçici bir bilim olurdu. Geometri demek katı cisimlerin hareketinin incelenmesi demektir. Fakat bu katı cisimlerden doğadaki katı cisimler anlaşılmalıdır. Çünkü doğadaki katı cisimler değişkendirler. Geometrinin konusunu teşkil eden katı cisimler mutlak surette değişimsizdirler. Doğadaki katı cisimler geometrik katı cisimlerin sadece birer numunesini oluştururlar. Salih Zeki’ye göre bu hayali katı cisim kavramı tamamen insan zihninin bir ürünüdür. Fakat bu ürüne tecrübe vesile olmuştur.<sup>261</sup>

Salih Zeki konferansının sonuna doğru geometrinin araştırma sahasına yönelik bilgiler vermiştir. Ona göre, geometri belirli bir grubu incelemektedir. Hâlbuki genel

---

<sup>260</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 74-75.

<sup>261</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 76.

belirli bir grup fikri bizim zihnimize yer almaktadır. Bu düşünce bize, bizim hislerimizin bir görünümü gibi değil, aklımızın bir yansıması gibi görünmelidir. Yalnız tüm olası gruplar arasından doğal olaylar için birini seçmek zorundayız. Tecrübe bize bu gruplardan birinin seçilmesini emretmez, bu seçimde bize sadece rehberlik eder.<sup>262</sup>

Salih Zeki'ye göre tecrübe bize en kolay ve bulunduğumuz âleme en elverişli geometriyi belirlemede katkı sağlamıştır. Ayrıca söz konusu tecrübe geometrinin inşası için gerekli olan aksiyomların ve postulaların belirlenmesinde de rol oynamıştır. Bu postulaların bir kısmı gayet açık iken büyük bir kısmının ise ispatlarının örtük olduğu varsayılmıştır. Bu varsayımların sayısı Sophus Lie tarafından minimuma indirilmiştir.<sup>263</sup>

Salih Zeki, Kant'ın "postulalar bizim zihnimize ortaya çıkan sentetik a priori yargılardır" düşüncesine karşı çıkmaktadır. Çünkü eğer Kant'ın dediği gibi olsaydı, bu geometrilerin karşıtları, değilleri anlaşılamazdı. Dolayısıyla yeni geometriler de inşa edilemezdi. Euclides ve Euclides-dışı geometriler olmaz sadece tek çeşit geometri olurdu. Sonuç olarak Salih Zeki'ye göre, postulalar ve aksiyomlar sadece Kant'ın dediği gibi sentetik a priori değildir. Ayrıca sadece tecrübeye dayalı da değildir. Bunlar "varsayımlardan" ibarettirler. Ancak bu varsayımlar seçilirken daima tecrübe rehber olarak takip edilmektedir.<sup>264</sup>

Salih Zeki konferansının son bölümünde şu soruya cevap aramıştır: Acaba postulaların sayısı arttıkça geometrilerin sayısı da artmaz mı? Bu soruyu Sophus Lie bir teorem ile çözümlenmiştir. Varsayalım ki;

---

<sup>262</sup> Zeki, *a.g.e.*, s 76.

<sup>263</sup> Zeki, *a.g.e.*, s 77.

<sup>264</sup> Zeki, *a.g.e.*, s 77.

1.  $n$  boyutlu bir uzay olsun.
2. Bu uzayda deđişmez bir Őeklin serbestçe hareketi műmkűn olsun.
3. Bir Şeklin bu uzay içinde yerinin tespit edilebilmesi için  $k$  Őarta gereksinim duyulsun.

Sophus Lie, bu varsayımlar ile inŐa edilebilecek geometri sayısının sınırlı olduđunu ispat etmiŐtir. Hatta Poincaré’ye gűre,  $n$  sayısı bilinir ise  $k$  sayısı için bir űst limit belirlenebilir. Bundan dolayı  $n = 3$  olduđuna gűre ancak birkaç geometri icat etmek műmkűndűr.<sup>265</sup>

Salih Zeki beŐinci konferansı ile birlikte geometri tarihini bitirmiŐtir. İlk beŐ konferansında geometri tarihinin kısa űzetinin yanı sıra Euclides-dıŐı geometriler ile birlikte ortaya çıkan felsefi tartıŐmalara da deđinmiŐtir. Salih Zeki beŐinci konferansından sonra Euclides-dıŐı geometrilere dair ayrıntılı bilgi vereceğini bildirmiŐtir. Altıncı konferansında Lobachewsky geometrisinin “analitik teoride paralellik” konusunu inceleyeceğini vadetmiŐtir.

### **2.3.6 Altıncı Konferans (23 Kânűn-i Sâni 1330<sup>266</sup> / 5 Őubat 1915)**

Salih Zeki bu konferansında ve dahi yedinci ve sekizinci konferanslarında Lobatchewsky’nin paralellik konusuna matematiksel olarak nasıl yaklaŐtıđına değinmiştir.

Salih Zeki bu konferansına Euclides geometrisini kısaca hatırlatarak baŐlamıŐtır. Euclides’in aksiyomlarını, postulalarını ve űnermelerini űzetlemiŐtir. Salih Zeki,

---

<sup>265</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 77-78.

<sup>266</sup> Kitapta “23 Kanun-i Evvel 1330” tarihi yazılmıŐtır. Bu tarih beŐinci konferanstan daha űnce olduđundan yanlış yazıldıđını dűŐűnűyorum. Dođru tarih “23 Kanun-i Sâni 1330” olmalıdır. Zira bu tarih kronolojik olarak beŐinci ve yedinci konferansların tarihi ile uyumludur.

Euclides'in ilk dört postulasının ispata ihtiyaç duymadığını; ancak beşinci postulasının ispatlanmaya muhtaç olduğunu; hatta beşinci postulanın bir teorem olarak bile kabul edilebileceğini bildirmiştir. Uzun süre Euclides postulaları o kadar açık ve yalın olarak kalmışlardır ki bunların tecrubî bilgiden uzak olduklarına hemen hemen herkes tereddütsüz inanmaktadır. Fakat on dokuzuncu yüzyıldan sonra Euclides aksiyomlarının hepsinin tecrübeden ortaya çıktığı görülmüştür. Bu tecrübe bilinen tecrübe gibi değildir. Söz konusu tecrübe, herkesin üzerinde hemfikir olabileceği bir düşünce jimnastiği gibi düşünülebilir. Salih Zeki, tecrübeden ortaya çıkmış bir bilginin doğruluğu konusunda bir takım soru işaretlerinin oluşabileceğini ifade etmiştir. Bu yaklaşıma kendisi şu şekilde bir açıklama getirmiştir: Geometri fizik gibi salt tecrübeye dayanmaz. Bilakis müstakil bir bilimdir. Geometri temel prensipler olarak kabul ettiği aksiyom ve postulaları belirledikten sonra bunların ortaya çıkardıkları sonuçlar için tecrübeye ihtiyaç duymaz. Salih Zeki, Euclides'in beşinci postulasına (paralellik postulasına) özel olarak dikkat çekmiştir. Bu postulaları ispatlama çabalarına da değinen Salih Zeki bu konferansında Legendre, Gauss, Bolyai ve özellikle de Lobatchewsky'nin görüşlerine değinmiştir.<sup>267</sup>

Legendre paralellik postulasını kullanmaksızın, bir üçgenin iç açıları toplamının iki dik açıdan büyük olamayacağını ispatlamıştır. Eğer bu toplamın iki dik açıdan küçük olamayacağını da ispatlayabilseydi paralellik postulası meselesini de çözüme kavuşturmuş olacaktı. Fakat yapamadı. Bu durumda yapılacak olan tek şey yeni bir geometri inşa edip, tutarlılığını test etmektir. Gauss, Euclides dışında geometri tasvir eden ilk kişidir. Fakat Gauss'un bu konuda hiçbir yayını yoktur.

---

<sup>267</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 80-81.

Lobatchewsky 1829-1830 tarihinde bir dersinde paralellik teorisine dair bazı makaleler yayınlamıştır. Bolyai ise Lobatchewsky'den habersiz 1832 senesinde *mutlak uzay bilimi* isimli bir risale yayınlamıştır. Bolyai ve Lobatchewsky farklı yöntemlerle konuyu ele alıp aynı sonuçlara ulaşmışlardır.

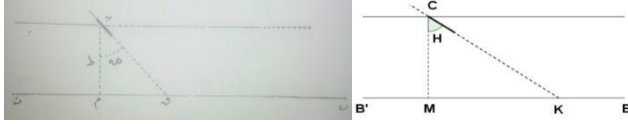
Bu konferansında Salih Zeki, daha çok Lobatchewsky'nin paralellik postulasına dair analizini incelemiştir. Lobatchewsky "paralel açılar" olarak isimlendirdiği açılar tanımlamıştır. Lobatchewsky'e göre, bir doğruya dışındaki bir noktadan geçen sonsuz sayıda doğru çizilebilir. Salih Zeki, Lobatchewsky'nin bu iddiasını ispatlamıştır. Söz konusu paralellik tanımı üzerine Lobatchewsky yeni bir geometri inşa etmiştir. Bu geometride bir üçgenin iç açıları toplamı iki dik açıdan büyük olacaktır ve Euclides geometrisindeki gibi benzer şekiller de olmayacaktır. Artık bu geometride ne bir doğru parçasını basit bir şekilde üç eşit parçaya bölebilmek, ne de bir üçgenin dışına çevrel çember çizilemek veya başka bir ifade ile bir düzlemde bulunan üç noktadan geçen bir çember çizilemek mümkündür.

Salih Zeki Lobatchewsky'nin paralellik teorisini, İtalyan matematikçi Battaglini'nin yöntemini kullanarak izah etmiştir. Salih Zeki'nin bu izâhâtı, altıncı konferansın kalan kısmı ile birlikte yedinci ve sekizinci konferanslarının büyük bölümünü kapsamaktadır. Konferansların bu bölümlerinde çoğunlukla matematiksel bir dil kullanılmıştır.

### **2.2.7 Yedinci Konferans (6 Şubat 1330 / 19 Şubat 1915)**

Salih Zeki yedinci konferansında, altıncı konferansında başladığı paralellik teorisini matematiksel olarak açıklamaya devam etmiştir. Bu konferansının sonuna doğru

paralel açılarının tanımları açısından Lobatchewsky ve Euclides geometrileri arasındaki farklılıklara değinmiştir.



Şekil 1

Salih Zeki bu farklılıklar için bir varsayımda bulunmuştur. Bir düzlem üzerinde (Şekil 1)  $BB'$

doğrusu istikametinde  $M$  noktasından itibaren  $B$  noktasına doğru uzaklaşan bir kişi varsayalım ve  $C$  noktasında dikey bir doğru üzerinde sabit bir dürbün yardımıyla bu kişiyi takip eden bir de gözlemci varsayalım. Doğal olarak bu kişi  $M$  noktasında bulunduğu zaman, gözlemci dürbününü  $BB'$  doğrusuna dik vaziyette tutacağı gibi kişi  $B$  noktasına doğru gittikçe gözlemci de dürbününü sola doğru çevirir. Varsayalım ki dürbünün büyütmesi harikulade hatta sonsuz olsun. Bu halde  $K$  kişisi  $BB'$  doğrusu üzerinde  $M$  noktasından uzaklaşa uzaklaşa ve gözlemci de dürbününü döndüre döndüre nihayet bir noktaya ulaşırlar ki bu noktada kişi sonsuzluk denen



Şekil 2

sahaya dâhil olur. Varsayılan kişinin bu noktaya ulaşmasında, dürbünün doğrultusu  $CL$

doğrusuna (Şekil 2) çakışık ve bu doğrultunun  $CM$  dikmesiyle yaptığı açı da  $T$  paralel açısına eşit bulunur.

Lobatchewsky'ye göre bu kişi artık  $BB'$  doğrusu üzerinde bu noktadan ileriye gidemez. Dürbünün doğrultusu ne kadar az olursa olsun  $CL$  istikametinden saptırılacak olsa hareketli kişi dürbünün içinde görülemez. Bu şekilde  $MB$  tarafında sonsuzluğa ulaşan bu kişi hareketine devam etmek için geriye dönmeye ve tekrar  $M$  başlangıç noktasına göre hareket etmeye mecbur olur. Fakat  $M$  noktasından  $B'$

tarafında ve sonsuzda bulunan diğer bir nokta da aynı halde bulunur. İşte Lobatchewsky'ye göre  $BB'$  doğrusu üzerinde  $M$  noktasının iki tarafında ve sonsuzda bulunan bu iki nokta birbirinden farklıdır. Diğer bir deyişle, hareketli kişi  $M$ 'den  $B$  tarafına doğru hareket ettiği halde  $M$  başlangıç noktasına olan mesafesi hepsi pozitif değerden ve  $B'$  tarafına gittiğinde de hepsi negatif değerlerden oluşmuş olur. Adeta  $BB'$  doğrusu  $+\infty$  ve  $-\infty$ 'da bulunan bu iki nokta ile sınırlandırılmış bulunur. Bu durumda Lobatchewsky'ye göre,  $+\infty$ 'dan  $-\infty$ 'a ve  $-\infty$ 'dan  $+\infty$ 'a geçebilmek için hareketli kişinin mutlaka  $M$  noktasından, diğer bir deyişle sıfır noktasından geçmesi gerekmektedir.

Euclides'e gelince, ona göre hareketli kişi, Lobatchewsky'nin sonsuz noktasına ulaştıktan sonra da ileriye doğru harekete devam edebilir. Ancak bu kişiyi dürbün ile takip eden gözlemci artık dürbününü çevirmeye gerek duymaksızın hareketli kişinin dürbününün içinde ilerleyebildiğini gözlemleyebilir. Fakat bir müddet sonra gözlemci, bu kişinin görüntüsünü dürbününün içinde birdenbire kaybeder. Gözlemci dürbününü,  $CM$  dikmesine göre simetrik (Şekil 2)  $CK'$  vaziyetine getirecek olursa, hareketli kişinin yine dürbününün içinde  $B'$  tarafından  $M$  noktasına doğru geldiğini görür. Gözlemci bir süre dürbününün vaziyetini değiştirmeye gerek duymasa da, hareketli kişinin  $CK'$  doğrusunun  $BB'$  doğrusunu kestiği noktaya ulaştıktan sonra dürbünü  $CM$  dikmesine doğru yavaş yavaş yaklaştırmaya mecbur olur. İşte hareketli kişinin gerek  $B$  tarafında gerek  $B'$  tarafında, dürbününün Lobatchewsky'nin sonsuz noktasının ilerisinde bulunduğu noktalar sonsuzda var olan noktalardır. Bu noktaların her biriyle  $C$  noktası arasında sonsuz sayıda doğruların hepsi  $BB'$  doğrusunu sonsuzda bir noktada kestikleri için Euclides'in paralellik tanımı gereğince  $BB'$  doğrusuna

paraleldir. Bunun için Lobatchewsky “Euclides’in paralelik tanımında bir belirsizlik var” demiştir.<sup>268</sup>

Salih Zeki bu son açıklamalarında önemli bir takım sonuçlara ulaşılabilceğini belirtmiştir. Bu sonuçlara göre, Euclides’in düşündüğü doğru sınırsız olsa da, iki tarafta sonsuzda bulunan noktalar birbiriyle birleşmiş olur. Çünkü Euclides’in doğrusu üzerinde  $MB$  tarafına doğru giden bir kişi  $+\infty$ ’a ulaştıktan sonra, buradan geriye dönmeksizin birdenbire  $-\infty$ ’a geçebilmektedir. Aynı şekilde  $MB'$  tarafından  $-\infty$ ’a ulaştıktan sonra yine birdenbire  $+\infty$ ’a geçebilmektedir. Bu halde Euclides’in doğrusunun, sonsuzda bulunan iki noktası birbiriyle birleşmiş garip bir düz çizgi veya eğri çizgi olması gerekir.

### **2.3.8 Sekizinci Konferans (20 Şubat 1330 / 5 Mart 1915)**

Salih Zeki yedinci konferansını “Trigonometride teğetlerin değişimi, iki tarafı sonsuzda birleşen bir doğrudan başka nasıl bir çizgi ile ifade edilebilir?” sorusu ile bitirmiştir. Sekizinci konferansının konusunu bu soru teşkil etmektedir.

Salih Zeki, paralelliğin Lobatchewsky’ye göre tanımına uygun olarak trigonometri kurallarının nasıl elde edileceklerine dair matematiksel bir dil kullanarak teorik bilgi vermiştir.<sup>269</sup> Yapılan işlemler sonucunda, Euclides geometrisi ile Lobatchewsky geometrisinin trigonometrik kurallarının büyük ölçüde aynı oldukları görülmüştür.

Salih Zeki konferansında yaptığı matematiksel analiz sonucunda bazı önemli sonuçlara ulaşmıştır. Ona göre, Euclides geometrisi günlük ihtiyaçları karşılayabilen bir geometridir. Ayrıca içinde bulunduğumuz âlem de genel tecrübelerden nüzul

---

<sup>268</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 104-106.

<sup>269</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 108.

etmiş bir gerçekliktir. Salih Zeki daha önceki konferanslarında da sıklıkla tekrarladığı gibi, Euclides postulaları tecrübe ile ispat edilemez. Fakat bunun aksini iddia eden düşünürler de vardır. Salih Zeki, Poincaré'nin düşüncelerini referans olarak kendi görüşünü şu şekilde delillendirmektedir: Eğer Lobatchewsky geometrisi doğru ise bizden çok uzakta olan gezegenlerin senelik görüntülerindeki farklılığın belli bir sınırın üstünde olması gerekir. Eğer Riemann'ın geometrisi doğru ise bu gezegenlerin görüntülerindeki farklılığın negatif olması gerekir. Bu görüşe göre uzun süre, üç geometri çeşidinden hangisinin doğru olduğunu anlamak için astronomik gözlemlerden bir hükmün çıkması beklenmiştir. Bu düşünceyi ilk dile getiren de Lobatchewsky'dir: “Bir üçgenin iç açıları toplamının iki dik açığa eşit olması varsayımının gerçekliğini tecrübe tasdik edebilir. Bunun için ya sunî bir düzlem üzerine resmedilmiş bir üçgenin kenarlarının üç açısı veya uzayda bulunan bir üçgenin kenarlarının üç açısı hesaplanır. İkinci durum için kenarları oldukça büyük üçgenleri tercih etmek gerekmektedir. Çünkü geometri camiasına göre, iki dik açı ile bir üçgenin üç iç açısı toplamı arasındaki farklılık, üçgenin kenarları ne kadar büyük olur ise o derecede büyük olacaktır. Gökyüzündeki yıldızlar arasındaki uzaklıklar bize kenarları çok büyük olan üçgenlerin iç açılarını gözleme imkânını vermektedir.”<sup>270</sup>

Sonuç olarak Salih Zeki, tecrübenin hiçbir zaman Euclides ile Lobatchewsky geometrilerinden biri lehine hükümde bulunamayacağını ifade etmiştir. Tecrübe bize “hangi geometri doğrudur” sorusuna cevap veremez. Belki bulunduğumuz bu âlemde tecrübe, “hangi geometri daha kullanışlı ve kolaydır” sorusuna cevap verebilir.

---

<sup>270</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 123-124.

Salih Zeki sekizinci konferansını tecrübenin mevcut üç geometri ile münasebetini inceleyerek bitirmiştir.

### **2.3.9 Dokuzuncu Konferans (27 Şubat 1330<sup>271</sup> / 12 Mart 1915)**

Son üç konferansında Lobatchewsky geometrisinin teorik altyapısını tanıtan Salih Zeki, dokuzuncu ve onuncu konferanslarının başlığını “Lobatchewsky Geometrisinin Tefsiri” olarak belirlemiştir. Salih Zeki bu konferansında da rehber olarak İtalyan matematikçi Beltramî'nin görüşlerine başvurmuştur.

Salih Zeki, Euclides ve Lobatchewsky geometrilerinin düzlem üzerinde kullandıkları yöntem ve tekniklerin eğimi sabit ve sıfır olan silindir ve koni gibi başka yüzeyler üzerinde de uygulanabileceğini belirtmiştir. Örneğin bu eğriliği sabit ve sıfır olan yüzeyler üzerinde kısa çizgiler (hatt-ı aksar) birbirileri üzerine tamamen çakıştırılabilirse, bu kısa çizgilerin tüm özellikleri birbirinin aynısı olacaktır. Benzer şekilde kısa çizgilerden oluşan şekiller için de durum aynıdır. Zaten küresel geometri ile düzlemsel geometri arasında bulunan mevcut benzerliklerin kaynağı da bu yaklaşımdır. Sabit ve pozitif eğrilikli olan küre yüzeyi üzerindeki yay parçaları düzlem üzerindeki kısa çizgiler ile benzer özellikler barındırmaktadır. Fakat küresel geometri ile düzlemsel geometrinin tüm teoremleri benzerlik arz etmez. Nitekim düzlem geometrisinde iki doğru üçüncü bir doğruya dik ise, bu iki doğru hiçbir zaman birbirini kesmezken, ancak küresel bir yüzeyde birbirini kesebilirler.<sup>272</sup>

---

<sup>271</sup> Kitapta “27 Mart 1331” tarihi yazılmıştır. Bu tarih onuncu konferanstan daha sonra olduğundan ve takip eden konferansların tarihlerinde bir uyumsuzluk olmadığından yanlış yazıldığını düşünüyorum. Doğru tarih “27 Şubat 1330” olmalıdır. Zira bu tarih kronolojik olarak sekizinci ve dokuzuncu konferansların tarihleri ile uyumludur.

<sup>272</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 130-132.

Salih Zeki, Beltrami'nin çalışmalarını kullanarak sabit ve pozitif eğrilikli yüzeyler ile düzlem arasında kurduğu matematiksel ilişkiyi, sabit ve negatif eğrilikli yüzeyler ile düzlem arasında da aramıştır. Salih Zeki, Beltrami'nin çalışmalarına atıfta bulunarak şu sonuca ulaşmıştır: Sabit ve negatif eğrilikli yüzeyler, sabit ve pozitif eğrilikli yüzeylerde olduğu gibi istisnai durumları barındırmazlar. Dolayısıyla Lobatchewsky geometrisinin düzlem için bulunan tüm teoremleri bu yüzeylere uygulamak anlamsızdır. Bu sabit ve negatif eğrilikli yüzeylere genellikle “yalancı küre yüzeyi (sath-ı küre-i kâzibe)” adı verilir. Bu, Beltrami tarafından kullanılan “pseudospherical surfaces” kavramının karşılığıdır. Ayrıca bu yüzeylerin eğriliklerinin tâbi oldukları  $r$  sabit sayısına da “yalancı kürenin yarıçapı” denir.<sup>273</sup> Salih Zeki Beltrami'nin görüşlerini dikkate alarak, bir yalancı küre üzerine çizilen bir şekle ait geometri ile Lobatchewsky'nin düzlem geometrisi arasındaki uyumun genel hatlarını bildirmiştir.

Salih Zeki Euclides-dışı geometrilere dair Gauss'un analizini incelemiş ve ulaştığı sonuçlar ile Beltrami'nin Lobatchewsky geometrisine yönelik görüşlerini karşılaştırmıştır. Salih Zeki, bu iki meşhur matematikçinin ulaştıkları sonuçların birbirleri ile örtüştüğünü göstermiştir.

### **2.3.10 Onuncu Konferans (13 Mart 1331 / 26 Mart 1915)**

Salih Zeki bu konferansında Lobatchewsky geometrisinin tefsirine kaldığı yerden devam etmiştir. Dokuzuncu konferansında genel özelliklerini verdiği Lobatchewsky geometrisi ile yalancı küre yüzeyi arasındaki uyumu, daha somut örnekler ile yine Beltrami'ye uygun olarak açıklayacağını onuncu konferansının başında beyan

---

<sup>273</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 140.

etmiştir. Ayrıca Lobatchewsky'nin doğrudan doğruya ulaşılmış olduğu sonuçların yalancı küre yüzeyinde mevcut olduğunu da göstereceğini vadetmiştir.<sup>274</sup>

Salih Zeki ilk olarak Beltrami'nin yalancı küre yüzeyi için paralellik kuralları ile Lobatchewsky'nin paralellik kuralları arasındaki uyumu matematiksel olarak açıklamıştır.<sup>275</sup>

Salih Zeki, Lobatchewsky ve Bolyai'nin ortaya koydukları geometri ile yalancı küre yüzeyi arasındaki uygunluğu örneklendirmek için bir üçgenin iç açıları toplamının ne olabileceğini, yine Beltrami'ye uygun olarak, incelemiştir. Bunun için küre yüzeyi üzerinde bir dik üçgenin çizildiğini düşünerek analizine başlamıştır. Yapılan bir takım matematiksel işlemler neticesinde bir üçgenin iç açıları toplamının  $180^0$ 'ye eşit olamayacağı sonucuna ulaşılmıştır. Nitekim Lobatchewsky “her üçgenin iç açıları toplamı iki dik açıya eşit olmaz” iddiasını ispat etmiştir. Eğer bu toplam  $180^0$ 'e eşit olursa, yarıçapı  $\infty$  olan bir küre olmak şartıyla, kenarları sınırlı büyüklükte olan tüm üçgenlerin de iç açıları toplamı  $180^0$  olacaktır.<sup>276</sup> Salih Zeki'ye göre tüm bu neticeler Lobatchewsky ile Bolyai'nin çalışmalarının birleştirilmesi ile ortaya çıkan teoremlerden başka bir şey değildir.

Salih Zeki'nin Lobatchewsky geometrisine yönelik yaptığı analizlerin sonuçlarından biri de şudur: Eğer bir düzlem üzerinde bulunan her üç noktadan bir çemberin geçmesi ispat edilmiş olsaydı, bu noktaların oluşturacağı üçgenin iç açıları toplamının da iki dik açıya eşit olacağı ispat edilmiş olurdu.<sup>277</sup>

---

<sup>274</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 146.

<sup>275</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 146-149.

<sup>276</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 154.

<sup>277</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 157.

Salih Zeki onuncu konferansı boyunca yaptığı analizlerin sonucu olarak, Lobatchewsky'nin düzlemsel geometrisine ait olan teoremlerinin tamamının, sabit ve negatif eğrilikli yüzeyler için de geçerli olduğunu bildirmiştir.<sup>278</sup>

### **2.3.11 On Birinci Konferans (20 Mart 1331 / 2 Nisan 1915)**

Salih zeki, on birinci ve on ikinci konferanslarında izdüşümsel geometri (hendese-i irtisâmiye) konusunu analiz etmiştir. Salih Zeki'ye göre izdüşümsel geometri, ölçek geometrisi (hendese-i mikyâsiye) gibi “boyut” kavramı üzerine değil, “doğru” kavramı üzerine inşa edilmiştir. Bu yeni geometride iki şeklin birbirine eş olması için bu şekiller üzerine yapılan matematiksel hesaplamaların birbirine eşit olmasına gerek yoktur, izdüşümsel dönüşüm yöntemiyle birinden diğerine geçilebilmesi yeterlidir.

Herhangi bir şekil bir yönteme uygun olarak değiştirildiğinde elde edilen yeni şekil ile orijinal şekil birbirine bir takım ilişkilerle bağlı bulunur. Hatta bazen her iki şekilde ortak olan özellikler de bulunabilir. Ortak olarak bulunan bu özelliklere “izdüşüm özellikleri (havas-ı irtisâmiye)” denir. İzdüşümsel geometride nokta ve doğrulardan oluşmuş bir şeklin sabit bir noktaya göre izdüşümünü almak demek, bu sabit nokta ile şeklin noktaları arasını birleştiren doğruları ve yine sabit nokta ile şeklin doğrularından geçen düzlemleri resmetmek demektir. Bu şekilde elde edilen piramit yüzeyine “izdüşüm (irtisam)” denir. Sabit noktaya “izdüşüm merkezi (merkez-i irtisam)”, bu merkez ile şeklin köşe noktaları arasını birleştiren doğrulara “izdüşüm vektörü (şu'â-'ı râsim)” ve yine izdüşüm merkezi ile şeklin sınır doğrularından geçen yüzeylere de “izdüşüm yüzeyleri (müsteviye-i râsim)” denir.<sup>279</sup>

---

<sup>278</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 166.

<sup>279</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 168-169.

Salih Zeki izdüşüm geometrisinin temel kurallarını verdikten sonra Euclides geometrisi ile izdüşüm geometrisi arasındaki benzerlik ve farklılıkları belirtmiştir. Ona göre, izdüşüm geometrisinde şekillerin niceliksel özellikleri asla dikkate alınmaz. Bunun yerine niteliksel ve şekilsel özellikleri dikkate alınır. Euclides geometrisinde şekillerin genellikle niceliksel özellikleri analiz edilirken izdüşümsel geometride şekillerin çoğunlukla resimsel özellikleri analiz edilir. Bunun için Euclides geometrisi bir niceliksel geometri ve izdüşümsel geometri de keyfî geometri olarak kabul edilebilir.

İzdüşümsel geometri iki matematiksel kavram üzerine inşa edilir. Bunlardan birincisi “çifte oran (nisbet-i muzâ‘ife)”, ikincisi ise “tam dörtgen (münharif-i tâmm)” kavramlarıdır. Çifte oran, bir doğru üzerinde  $B$  ve  $C$  gibi iki rasgele noktanın, aynı doğru üzerinde olan diğer  $E$  ve  $H$  gibi iki noktaya olan uzaklıkları arasındaki oranların birbirilerine bölümünden ortaya çıkan sonuca denir. Bir doğru üzerinde rasgele alınan  $B, C, E, H$  gibi dört nokta arasındaki çifte oran şu şekilde yazılabilir:<sup>280</sup>

$$\frac{EB}{EC} \div \frac{BH}{CH}$$

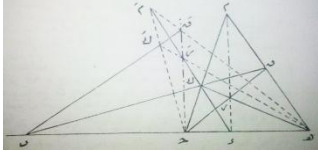
Salih Zeki, izdüşümsel geometriyi temellendirenlerden olan Crémona'nın izdüşüm vektörü için yaptığı “izdüşüm ile değişim kabiliyeti olmayan bir niceliksel özelliktir” tanımını yeterli bulmamıştır. Çünkü Salih Zeki'ye göre, bu kadarı bile izdüşümsel geometrinin kendi başına müstakil olarak var oluş mantığına engeldir. İzdüşüm vektörünün müstakil olma mantığı, vektörel oranı sadece mantığın meşru yöntemlerine uygun olarak tanımlamaktır.<sup>281</sup>

---

<sup>280</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 170.

<sup>281</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 178.

Salih Zeki'ye göre izdüşüm geometrisinin temelini oluşturan ikinci kavram tam dörtgendir. Tam dörtgen, dört doğrudan oluşan, altı köşeli, üç köşegenli kapalı bir şekildir. Bu şeklin en önemli özelliği, köşegenlerinin orta noktalarının bir doğru üzerinde bulunmalarıdır.<sup>282</sup>



Şekil 3

Salih Zeki tam dörtgenin nasıl çizilebileceğini şu şekilde açıklamıştır: Varsayalım ki (Şekil 3) bir doğru üzerinde  $B, C, H$  gibi üç nokta verilsin. Bu üç noktanın doğrusunun dışında bir  $M$  noktası alalım ve  $MC, MH$  doğrularını çizelim. Bundan başka bu  $MC, MH$  doğrularını  $K, G$  noktalarında kesmek üzere  $B$  noktasından bir de  $BG$  doğrusunu çizelim. Eğer bu doğrunun  $MC, MH$  doğrularını kestiği noktalardan  $G$  noktasıyla  $C, K$  noktasıyla da  $H$  noktası arası birleştirilirse bu çizilen doğrular birbirini bir  $R$  noktasında keserler. Şimdi bu  $R$  noktası ile  $M$  noktası arasını birleştirelim.  $MR$  doğrusunun  $BH$  doğrusunu kestiği bir dördüncü  $E$  noktası  $BHMCG$  tam dörtgenini oluşturan nokta olacaktır.<sup>283</sup>

Salih Zeki, izdüşüm geometrisinde bir doğru üzerinde bulunan bir noktanın, konumu bilinen üç nokta ile belirlenebileceğini, ayrıca bir düzlem üzerinde bulunan bir noktanın da, iki doğru üzerinde konumu bilinen üçer nokta ile belirlenebileceğini söylemiştir.<sup>284</sup>

<sup>282</sup> Zeki, *a.g.e.*, s 181.

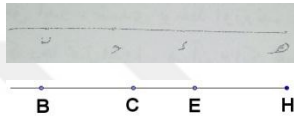
<sup>283</sup> Zeki, *a.g.e.*, s 182-183.

<sup>284</sup> Zeki, *a.g.e.*, s 187.

Salih Zeki bu konferansında izdüşüm geometrisinin genel özelliklerini ve temel kavramlarını açıklamıştır. On ikinci konferansında da izdüşüm geometrisi bahsine devam edecektir.

### 2.3.12 On İkinci Konferans (27 Mart 1331 / 9 Nisan 1915)

Salih Zeki on ikinci konferansında izdüşüm geometrisini anlatmaya devam etmiştir. Toplantıya “acaba bu geometriye uzaklık (bu‘d) düşüncesi dâhil edilebilir mi?”



Şekil 4

sorusu ile başlamıştır. Salih Zeki izdüşüm geometrisinde uzaklık kavramının olmadığını fakat dâhil edilebileceğini bildirmiştir. Nitekim Klein'in seçtiği koordinat sistemi yönteminden faydalanmadan bu kavramın dâhil edilmesi mümkün olabilmıştır. Fakat bu durumda izdüşüm geometrisinin hesabî geometri ile farkını ortaya koyan nicelik, bu geometriye dâhil edilmiş gibi olmaktadır. Zira izdüşüm geometri ile uğraşan bazı matematikçiler çoğu zaman bu geometride uzaklık kelimesini büsbütün kaldırmışlardır. İzdüşüm geometrisi özellikle şekillerin niteliklerinden bahseder. Niteliksel özelliklere göre birbirine benzer olan iki şeklin bu geometride hiçbir farkı yoktur. Bu bir benzerlik çeşididir ve bu benzerliğe “niteliksel benzerlik” adı verilir. Niteliksel benzerliğin dikkate alınması sayesinde “kolinyasyon (collinéation)<sup>285</sup>” denilen dönüşüm yöntemi oluşturulabilmiştir. Örneğin (Şekil 4), bir doğru üzerinde  $(B, C)$ ;  $(E, H)$  gibi iki çift nokta arasındaki uzaklık her ne olursa olsun, bu çift nokta niteliksel olarak benzer kabul edilirler. Çünkü bu şekilde iki çift nokta arasında mevcut olan niteliksel münasebet sadece her iki çiftin aynı doğru üzerinde

<sup>285</sup> Düzlemden düzleme veya uzaydan uzaya öyle bir dönüşümdür ki, bu dönüşüm noktaları noktalara, doğruları doğrulara ve düzlemleri düzlemlere resmeder (Hacısalihogulları, H. H., Hacıyev, A., Kalantarov, V., & SABuncuoğlu, A. (2009). *Matematik Terimleri Sözlüğü*. Ankara: Türk Dil Kurumu Yayınları, s. 222.).

bulunmasıdır. Bunlar arasındaki  $\overline{BC}$ ,  $\overline{EH}$  uzaklıklarının bu niteliksel benzerliğe hiçbir tesiri yoktur.<sup>286</sup>

Salih Zeki'ye göre, izdüşüm geometrisinde iki nokta arasındaki uzaklığın, bu noktaların izdüşüm koordinatlarının bir fonksiyonu olarak görülmesi gerekmektedir. Salih Zeki bu ifadesini bir örnek durum ile izah etmiştir: Bir doğru üzerinde bulunan 0 noktasından  $\infty$  noktasına doğru giden bir hareketli nokta düşünelim. Doğal olarak bu hareketli noktanın izdüşüm koordinatları 0'dan başlayarak sürekli değişecektir. Bu hareketli noktanın bulunduğu her koordinat değeri pozitif olacaktır. Şimdi bu doğru üzerinde aynı şekilde hareket eden bir ikinci hareketli nokta daha düşünelim. Her an bu iki hareketli nokta arasındaki uzaklığın, hareket yolu üzerinde buldukları yerlere ait izdüşümsel koordinatların bir fonksiyonu olması gerekir. Çünkü bu uzaklık, iki hareketli noktanın bu anda buldukları yerlere bağımlı oldukları gibi bu andaki izdüşümsel koordinatları da yine bu yerlere bağımlıdır. Bu şekilde iki hareketli noktanın belli bir anda birbirine olan uzaklıklarını izdüşümsel geometriye göre tanımlamak için bu noktalara katılan diğer iki sabit noktadan sadece kendisinin seçilmiş olması, acaba uzaklık fikrinin izafî olması sonucunu ortaya koymaz mı? Bu açıklayıcı soruyu Salih Zeki konuyu açmak için dile getirmiştir. Ona göre bu sorunun cevabı evettir. İki nokta arasındaki uzaklık izafîdir. Fakat felsefecilerden ve matematikçilerden buna itiraz edenler olsa da Salih Zeki'ye göre bu itirazlar manasızdır. Hatta Calley ve Poincare'ye göre, keyfi olarak iki sabit nokta seçildiği andan itibaren diğer iki hareketli nokta arasındaki uzaklık

---

<sup>286</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 188-189.

belirlenmiş olur. Salih Zeki böylece uzaklık kavramının izdüşüm geometrisine dâhil edilebileceğini bildirmektedir.<sup>287</sup>

Salih Zeki, izdüşüm geometrisinde iki nokta arasındaki uzaklığın tespit edilebileceğini gösterdikten sonra, iki doğru arasındaki açının tespit edilip edilemeyeceğini incelemiştir. Yaptığı inceleme sonucunda iki doğru arasındaki açının izdüşüm geometrisine dâhil edilmesinin bir zorunluluk olduğu sonucuna varmıştır. Hatta ona göre, izdüşüm geometrisine her şeyden önce açının izdüşüm yasaları dâhil edilmelidir. Zira izdüşüm geometrisine doğru atılan ilk adım açılarının izdüşüm yasaları ile başlar. Salih Zeki'nin bildirdiğine göre bu adımı atan da Fransız matematikçilerinden Laguerre'dir.<sup>288</sup> Laguerre bu yasaları daha çok Euclides geometrisine uygun olarak dizayn etmiştir. Fakat her ne kadar Laguerre açılarının izdüşüm yasaları üzerine çalışan ilk matematikçi olsa da, bu alanda asıl gelişim kaydeden matematikçi Calley'dir. Calley, hem Euclides hem de Euclides-dışı geometrilere uygulanabilecek yasaları ortaya koyabilmiştir.<sup>289</sup>

İtalyan matematikçilerinden Beltrami, Euclides-dışı geometrilere üç boyutlu şekilleri (biz bu şekilleri tanımlayamıyoruz), bir çeşit “ikiz yöntem (usul-u tev’emiyyet)” ile Euclides geometrisine göre üç boyutlu şekillere dönüştürmeyi başarmıştır.<sup>290</sup>

Salih Zeki konferansını, Euclides-dışı uzayın Euclides uzayına tâbi olmadığını söyleyerek bitirmiştir.

---

<sup>287</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 189-190.

<sup>288</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 193.

<sup>289</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 197.

<sup>290</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 201.

### 2.3.13 On Üçüncü Konferans (3 Nisan 1331 / 16 Nisan 1915)

Salih Zeki on üçüncü ve on dördüncü konferanslarında Euclides-dışı dönüşümleri anlatmıştır. Öncelikle üç açısı dik olan bir dörtgeni incelemiştir. Söz konusu dörtgenin üç açısı dik açı iken, dördüncü açısının dik açıdan farklı bir değere sahip olması, bu dörtgenin Euclides-dışı bir dörtgen olduğunu göstermektedir. Salih Zeki üç açısı dik açı olan dörtgen üzerinde trigonometrik oranların dönüşümlerini tanımlamıştır.<sup>291</sup>

Salih Zeki ikinci olarak, iki açısı dik olan bir dörtgeni analiz etmiştir. Şekil üzerinde ek çizim yaparak bu dörtgeni üç açısı dik açı olan dörtgene dönüştürmüş ve trigonometrik dönüşümlerini benzer bir yöntem ile tanımlamıştır.<sup>292</sup>

Salih Zeki konferansının bu bölümünde, Euclides-dışı geometrilere dik koordinatların nasıl konumlanacağını ve Euclides geometrisinde kullanılan yöntemler ile benzerliklerini ve farklılıklarını teorik olarak incelemiştir. Daha sonra Salih Zeki koordinatların dönüşümü meselesini ele almıştır.<sup>293</sup>

Salih Zeki Euclides-dışı geometrilere bir doğrunun denklemini bulmak için öncelikle bir noktanın bir doğruya olan uzaklığının tanımlanması gerektiğini ifade etmiştir. Buradan yola çıkarak doğruya ait  $Ax + By + C = 0$  genel denklemine ulaşmıştır.<sup>294</sup>

---

<sup>291</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 203-204.

<sup>292</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 205-206.

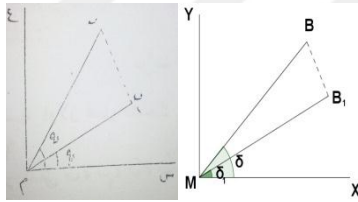
<sup>293</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 206-212.

<sup>294</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 212-214.

Salih Zeki daha önceki konferanslarında incelediği çifte oran (nisbet-i muzâafa)<sup>295</sup> konusunu bu konferansında kısaca tekrar etmiş ve çifte oranı kullanarak şu teoremi ifade etmiştir: Bir doğru üzerinde bulunan dört noktanın çifte oranı, bu noktaları başka bir noktaya bağlayan dört doğrudan oluşan doğru demetinin çifte oranına eşittir.<sup>296</sup>

Salih Zeki bu teoremi ispat ettikten sonra söz konusu teoremin ortaya çıkardığı önemli bir sonucu ifade ederek konferansını bitirmiştir: Gerek bir doğrunun üzerinde bulunan dört noktanın, gerek doğru demetinin çifte oranı ve çifte oran üzerinde inşa edilen farklı görüşlerin hepsi Euclides'e tâbi değildir. Bunlar Euclides geometrisinde mevcut oldukları gibi Euclides-dışı geometrilere de mevcuttur.<sup>297</sup>

### 2.3.14 On Dördüncü Konferans (10 Nisan 1331 / 23 Nisan 1915)



Şekil 5

Salih Zeki on dördüncü konferansında uzaklık kavramını genel özellikleri ile anlatmıştır. İlk olarak iki nokta arasındaki uzaklığı şu şekilde incelemiştir:  $B, B_1$  gibi iki geometrik nokta düşünelim. Bu noktaları

$M$  başlangıç noktasına (Şekil 5) birleştirelim.  $B$  noktasının koordinatları  $x, y, z$  ve  $B_1$  noktasının koordinatları da  $x_1, y_1, z_1$  olsun.  $MBB_1$  üçgeninden;

$$\cos(BB_1) = -\frac{zz_1 - yy_1 - xx_1}{\sqrt{z^2 - y^2 - x^2} \sqrt{z_1^2 - y_1^2 - x_1^2}}$$

bulunur. Şimdi;

<sup>295</sup> Nisbet-i muzâafa: Çifte Oran (veya iki kat oran) (Tuncer, a.g.e., s. 130), harmonisiz oran (Devellioğlu, a.g.e., s. 983), [Fr. rapport anharmonique, İng. Crosse ratio]. Türk matematik literatüründe "çifte oran" kullanımı mevcuttur (Demir 1991, a.g.m., s.2; Büke c. 2, a.g.e., s. 71).

<sup>296</sup> Zeki, a.g.e., s. 218-219.

<sup>297</sup> Zeki, a.g.e., s. 220.

$$K = z^2 - y^2 - x^2$$

$$K' = z_1^2 - y_1^2 - x_1^2$$

$$H = zz_1 - yy_1 - xx_1$$

yazılacak olursa;

$$\tan(BB_1) = \frac{\sqrt{H^2 - KK'}}{H}$$

veya

$$e^{(BB_1)^2} = \frac{H + \sqrt{H^2 - KK'}}{H - \sqrt{H^2 - KK'}}$$

sonucu ortaya çıkar. Eğer

$$K + 2H \left(\frac{\theta}{\gamma}\right) + K' \left(\frac{\theta}{\gamma}\right)^2 = 0 \quad [1]$$

denkleminin kökleri de,

$$\frac{\theta'}{\gamma'}; \frac{\theta''}{\gamma''}$$

ile gösterilirse,

$$e^{(BB_1)^2} = \frac{\theta'}{\gamma'} \div \frac{\theta''}{\gamma''}$$

bulunur. Hâlbuki [1] denklemi  $BB_1$  doğrusu üzerinde koordinatları:

$$\gamma x + \theta x_1$$

$$\gamma y + \theta y_1$$

$$\gamma z + \theta z_1$$

olan bir noktanın daire-i gâye üzerinde bulunduğunu göstermektedir. Bundan anlaşılır ki eğer  $BB_1$  doğrusunun:

$$z^2 - y^2 - x^2 = 0$$

daire-i gayesi ile olan kesişim noktası  $B', B''$  ile gösterilecek olursa  $\frac{\theta'}{\gamma'} \div \frac{\theta''}{\gamma''}$  oranı  $B, B_1, B', B''$  dört noktanın çifte oranından başka bir şey değildir. Bundan dolayı:

$$e^{(BB_1)^2} = \frac{\theta'}{\gamma'} \div \frac{\theta''}{\gamma''} = (BB_1B'B'')$$

veyahut

$$2\overline{BB_1} = \log(BB_1B'B'')$$

sonuç olarak,

$$\overline{BB_1} = \frac{1}{2} \log(BB_1B'B'')$$

sonucuna ulaşılır. Calley bu sonuçtan şu teoremi ortaya çıkarmıştır: İki nokta arasındaki uzunluk, bu iki nokta ile bunların aralarını birleştiren doğrunun daire-i gayeyi kestiği sonsuzda bulunan diğer iki noktadan oluşmuş topluluğun çifte oranı logaritmasının yarısına eşittir.<sup>298</sup>

Salih Zeki on dördüncü konferansında iki nokta arasındaki uzaklığı genel olarak bu şekilde tanımladıktan sonra “düşünce (mülâhaza)” başlığı altında bir takım ek açıklamalarda bulunmuştur. Fakat Dârü'l-Fünûn kitabının birinci cildinin bu nüshası,

---

<sup>298</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 222-223.

on dördüncü konferansın tamamını içermemektedir. Dolayısıyla Salih Zeki'nin son konferansı bu noktaya kadar değerlendirilmiştir.

#### **2.4 Görelilik Düşüncesinin Türkiye'ye Girişi**

Einstein 1905 yılında Özel Görelilik Kuramı'nı yayınladıktan sonra, bu kurama kütle çekimini dâhil etmek üzere çalışmalarını yoğunlaştırmıştır. Uzun düşünce deneyleri neticesinde Euclides-dışı geometrileri kullanarak temellendirdiği teorisini 1915 yılında Prusya Bilimler Akademisi'nde sunmuştur. Einstein'ı dünya çapında üne kavuşturan olay ise, kuramının 1919 yılında A. S. Eddington tarafından yürütülen güneş tutulması gözlemi ile doğrulanmasıdır. Böylece Einstein ve kuramı bilim dünyasının en önemli tartışma konusu haline gelmiştir. Einstein'ın görelilik kuramı hemen hemen her ülkede analiz edilmiş, üzerine çalışmalar yapılmıştır. Meydana gelen bu olağandışı bilimsel gelişmeden Osmanlı Türkiye'sinin de haberdar olmuş olması beklenmektedir.

Meltem Akbaş, *Einstein'ın Görelilik Kuramının Türkiye'ye Girişi* isimli yüksek lisans tezinde ve "Einstein'ın Görelilik Teorisini Türkiye'ye Tanıtanlar (I): Mehmed Refik Fenmen ve Kerim Erim" ve "Einstein'ın Görelilik Teorisini Türkiye'ye Tanıtanlar (II): Hüsnü Hamid Sayman" isimli makalelerinde Einstein'ın görelilik kuramının Türkiye'ye girişini analiz etmiştir. Meltem Akbaş bu çalışmalarında, Kerim Erim'in, Mehmet Refik Fenmen'in ve Hüsnü Hâmit Sayman'ın Einstein'ın görelilik kuramı ile ilgilendiklerini ve ortaya koydukları bilimsel çalışmalarla bu kuramın Türkiye'de tanınmasını sağladıklarını tespit etmiştir.<sup>299</sup>

---

<sup>299</sup> Akbaş, M. (2003). Einstein'ın Görelilik Teorisini Türkiye'ye Tanıtanlar (I): Mehmed Refik Fenmen ve Kerim Erim. *Osmanlı Bilimi Araştırmaları*, IV/2, 29-59. s. 29.

Akbaş'ın yaptığı çalışmalardan açığa çıkmaktadır ki, Einstein'ın Görelilik Kuramı'nın Türkiye'de tanıtılmasına ilişkin en erken tarihli çalışma Kerim Erim'in 1920 yılında verdiği konferanstır.<sup>300</sup> Erim'in, 5 Mart 1922 tarihinde *Dergâh Dergisi*'nde yayınlanan "Umum-î İzafiyet Nazariyatı"<sup>301</sup> isimli makalesi ise, Akbaş'ın çalışmalarında yer almamıştır. Ayrıca Akbaş'ın çalışmalarından, Mehmet Refik'in, Einstein'ın görelilik kuramı üzerine 1922 yılında yayınladığı, *Aynştayn Nazariyesi, Mekân, Uzay, Zaman ve Kütle Mefhumlarının Tebdili* isimli kitabı ile<sup>302</sup>, Erim'in 1925 yılında, Mehmet Refik tarafından çıkarılan *Fen Âlemi* isimli dergide konu üzerine yayınladığı dört makalesi ile, Hüsnü Hamit'in ise 1925 ve 1926 yıllarında *Dârü'l-Fünûn Fen Fakültesi Mecmuası*'nda iki bölüm halinde yayınladığı bir makale ve 1926 yılında yayınladığı *Aynştayn Nazariyelerinin İlmi Kıymeti* adını taşıyan bir kitabı ile<sup>303</sup> Einstein kuramının Türkiye'de tanınmasına katkı sağladıkları açığa çıkmıştır. Cemil Sena'nın 1927 yılında *Hayat Mecmû'ası*'nda yayınlanan "İzafiyet Nazariyesine Umûmî Bakışlar"<sup>304</sup> isimli makalesi Akbaş'ın çalışmalarında yer almayan diğer bir makedir.

Daha önce de ifade ettiğimiz gibi Akbaş'a göre, Einstein'ın Görelilik Kuramı'nın Türkiye'ye girişi, 1920 tarihinde Kerim Erim'in verdiği bir konferans ile gerçekleşmiştir. Oysa 19. yüzyılın başlarında ortaya çıkan Euclides-dışı geometriler ile gündeme gelen görelilik düşüncesinin, Einstein'ın kuramları ile sınırlandırılmadan analiz edilip değerlendirilmesi ve Osmanlı Türkiye'sindeki yansımalarının da çok daha ayrıntılı incelenmesi gerekmektedir. Bu bağlamda

<sup>300</sup> Akbaş, *a.g.e.*, s. 30; Kocaman, *a. g. e.*, s. 55.

<sup>301</sup> Erim, K. (1922). Umûm-î İzâfiyet Nazariyatı. *Dergâh*, C.2, S.22, 149-150.

<sup>302</sup> Akbaş, *a.g.e.*, s. 35.

<sup>303</sup> Kocaman, M. (2002). *Einstein'ın Görelilik Kuramının Türkiyeye Girişi*. (Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi) İstanbul: İstanbul Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü. s. 44.

<sup>304</sup> Sena, C. (1927). İzâfiyet Nazariyesine Umûmî Bakışlar. *Hayat Mecmu'ası*, C. 3, S. 4, 38.

Einstein'dan çok daha önce H. A. Lorentz (1853-1928) ve H. Poincaré'nin (1854-1912) görelilik hakkında ortaya koydukları çalışmalar değerlendirilmelidir.

19. yüzyılın sonlarında İngiltere, Fransa, Almanya gibi devletler, sömürgelerine yenilerini eklemek ve mevcut olanlarını da daha rahat kontrol edebilmek amacıyla ayrıntılı dünya haritası çizme yarışına girmişlerdir. Bu amaçla devlet kontrolünde Boylam Daireleri kurulmuştur. Hedefleri, tüm dünyada bulunan saatlerin aynı zamanı göstermesini sağlayarak koordinat tespiti yapmaktır. Dolayısıyla dönemin gelişmiş devletleri eş zamanlı saatler oluşturma konusunda birbirleri ile yarışmışlardır. Fransa adına bu yarışta yer alan ekibin başında H. Poincaré yer almaktadır. Poincaré Boylam Dairesi'nde görevlendirildiği 1893 yılında<sup>305</sup> eş zamanlı saatler konusunda çalışmaya başlamıştır. Görelilik hakkında düşünceleri, eş anlılık üzerine yaptığı çalışmaların neticesinde ortaya çıkmıştır. Poincaré asıl görevinin yanı sıra göreliliğin felsefi ve matematiksel temelleri üzerine çalışmalarını da sürdürmüştür. Nitekim 1898 yılında yayınladığı “Zamanın Ölçüsü” isimli makalesinde eş anlılığın bir uzlaşım olduğunu iddia ederek görelilik düşüncesinin ilk örneklerini ortaya koymuştur.<sup>306</sup> Ona göre, bir A noktasında gerçekleşen bütün olaylar zaman içinde geriler ama hepsi aynı anda gerilediğinden gözlemci bunun farkına varamaz, çünkü saati de aynı oranda gerilemiştir; bu yüzden gözlemcinin durağan ya da hareket halinde olduğunu bilmesinin bir anlamı yoktur.<sup>307</sup>

Poincaré, ilk olarak 1895 yılında iddia ettiği dünyanın mutlak hareketinin olmayacağı düşüncesine, 1900 yılında “izafi hareket prensipleri” ismini vermiştir.

---

<sup>305</sup> Galison, P. (2015). *Einstein Saatleri Poincaré Haritaları*. (A. Akın, Çev.) Ankara: Akılçelen Kitaplar. s. 118.

<sup>306</sup> Galison, *a.g.e.*, s. 118.

<sup>307</sup> Galison, *a.g.e.*, s. 282.

1902’de yayınladığı *La Science et l’Hypothèse* isimli (Salih Zeki tarafından *İlim ve Faraziye* adıyla Türkçeye çevrilen) kitabında görelilik düşüncesine yer vermiştir.<sup>308</sup>

Poincaré, 1900 yılında Paris’te düzenlenen bir konferanstaki bildirisinde ise, fiziğin hipotezlerini ve modern fiziğin teorilerini tartışmıştır. Bu konferansta Poincaré, dönemin fizik anlayışı açısından büyük önem taşıyan şu soruyu dile getirmiştir: Eter gerçekten var mı? Bu soru, 1920 yılında Einstein’ın yerçekimine dair düşüncesinde tekrar görülecektir. Poincaré, 1904 yılında St. Louis’te düzenlenen Uluslararası Sanat ve Matematik Kongresi’nde, “Matematiksel Fiziğin Prensipleri” isimli bir bildiri sunmuştur. Bu bildiri de fiziğin 6 genel prensibini tartışmıştır. Bunlardan biri de şudur:

“Fiziksel olgular kanunlarına göre izafiyet prensiplerinin, ister sabit bir gözlemci için olsun, ister düzgün bir öteleme hareketi ile taşınan bir gözlemci için olsun aynı olması gerekmektedir; böyle bir hareket ile taşınıp taşınmadığımızı fark edecek bir araca sahip değiliz ve sahip olamadık.” Poincaré, bu söylediklerini şu şekilde açıklamaktadır: “Aslında deneyim izafiyet prensibinin bu yorumunu çürütmeyi üstlenmiştir. Dünyanın hızının ölçülmesi amacıyla eter ile ilişkilendirilmiş tüm teşebbüsler olumsuz sonuç vermiştir. Bu durumda deneysel fizik, matematiksel fiziğin ilkelerine nazaran daha bağımlı hale gelmiştir; ... fakat deney bunu teyit etmek için direnç göstermiştir.” Buradan çıkan sonuç, Poincaré’nin ortaya koyduğu izafiyet prensibi açıkça yeni bir yaklaşımdır ve klasik mekanikteki Galileo ve Newton göreliliğinden farklıdır.<sup>309</sup>

---

<sup>308</sup> Hsu, J. P., & Hsu, L. (2006). *A Broader View of Relativity*. Singapore: World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd. s. 38.

<sup>309</sup> Hsu, J. P., & Hsu, L., *a.g.e.*, s. 39.

Poincaré, 1904 yılında hiçbir hızın ışık hızını aşamayacağını iddia etmiştir. Bu iddia bir yıl sonra Einstein'ın özel görelilik kuramının temel iddiası haline gelecektir. Poincaré, Haziran ve Temmuz 1905 tarihlerinde “Elektronun Dinamikleri Üzerine” isimli iki makalesini tamamlamıştır. Aynı isimleri taşıyan bu iki makalesinin konusu, kendi izafiyet prensipleri ve Lorentz dönüşümleri hakkındadır. Birinci makale, çok daha uzun olan ikinci makalenin özeti şeklindedir. Poincaré'nin izafiyet ile ilgili son büyük çalışması olan bu makalesi, Einstein'ın özel görelilik ile ilgili ilk makalesi ile eş zamanlı yazılmıştır. İşin ilginç yanı, bir matematikçi olan Poincaré izafiyet düşüncesini daha çok fizikle, bir fizikçi olan Einstein ise daha çok matematik ile formüle etmişlerdir.<sup>310</sup>

Poincaré'nin makalesi, izafiyet için tam bir mantıksal temel, matematiksel bir yapı ve elektromanyetik alanlar ile yüklü parçacıklar için ortak bir denklem sunmuştur. Einstein görelilik hakkında Poincaré ve Lorentz'in çalışmalarından haberdar olmasına rağmen, kendi özel görelilik kuramını tamamen yeni argümanlarla ortaya koymuştur.<sup>311</sup> Nitekim, 1904 yılında daha yeni Almancaya çevrilmiş olan Poincaré'nin *Bilim ve Hipotez* isimli eseri, incelenmek ve tartışılmak üzere Einstein ve arkadaşlarının kurdukları düşünce derneğinin gündemine gelmiştir. Bu kitabın özellikle, Poincaré'nin görelilik ile ilgili düşüncelerini içeren “Zamanın Ölçüsü” isimli bölümü Einstein'ın ilgisini çekmiştir.<sup>312</sup>

Her ne kadar İzafiyet Kuramı'nın keşfi, Einstein'e atfedilse de Poincaré, anı zamanda görelilik düşüncesini içine alan ayrıntılı bir matematiksel fiziği, tamamen

---

<sup>310</sup> Hsu, J. P., & Hsu, L., *a.g.e.*, s. 41.

<sup>311</sup> Hsu, J. P., & Hsu, L., *a.g.e.*, s. 51.

<sup>312</sup> Galison, *a.g.e.*, s. 310-311.

Einstein'den bağımsız olarak ortaya koymuştur.<sup>313</sup> Dârü'l-Fünûn Fen fakültesinde *Dârü'l-Fünûn Konferansları* ismiyle konferans veren Salih Zeki, bu konferanslardan beşincisinde Poincaré'nin izafiyet düşüncesini ayrıntılı bir şekilde dinleyenlerine aktarmaya çalışmıştır. Örneğin Salih Zeki izafiyet düşüncesini ortaya koymak için Poincaré'den alıntı yaparak şu örneği vermiştir:

Ben varsayalım ki Paris'in bir noktasında, örneğin Pantheon Meydanı'nda, bulunuyorum ve yarın yine tekrar aynı noktaya geleceğimi söylüyorum. Eğer bana “mekânın aynı noktasına tekrar geleceğinizi mi söylemek istiyorsunuz?” diye sorsalar ben buna “evet!” diye cevap veririm. Fakat bu şekilde cevap vermekte ne kadar haksızım. Çünkü dünya yarına kadar hareket edecek ve Pantheon Meydanı'nı da sürükleyecek. İki milyon kilometreden fazla mesafe kat ettirecektir. Eğer ben dilimi biraz daha düzeltmek istesem de bir şey kazanmış olmam. Çünkü bizim dünyamız Ay'a nazaran bu iki milyon kilometreyi kat ettiği esnada, Ay'ın bizzat kendisi de samanyoluna göre hareket etmiş olacaktır. Samanyolu da şüphesiz hızını bilmediğimiz bir hareketle hareket edecektir. Dolayısıyla Pantheon Meydanı'nın bir günde ne kadar hareket ettiğini bilemeyeceğim ve hiçbir zaman da bilemeyeceğim. Bu halde yukarıdaki cümle ile ben: “Yarın Pantheon'un kabasıyla cephesini tekrar göreceğim” demek istemiş olurum. Şimdi eğer Pantheon olmasaydı, benim söylediğim bu cümlenin manası olur muydu? Şüphesiz olmazdı. Tabii ki mekân da olmazdı. Dolayısıyla biz dış şeyleri görünümü ile algılarız. Ancak dış şeylere izafetle mekânı tasvir ederiz.<sup>314</sup>

Bu analogi ile Poincaré mekânın izafî olduğunu açıklamıştır. Salih Zeki, Poincaré'den alıntı yaptığı analoginin dışında izafî mekân için bir örnek daha

<sup>313</sup> Galison, *a.g.e.*, s. 22.

<sup>314</sup> Zeki, S. (1331/1915). *Dârü'l-Fünûn Konferansları (cilt 1)*. İstanbul: Matba'a-i 'Âmire. s. 62.

vermiştir. Bu ikinci örneğe göre; varsayalım ki bir gece evren üzerinde bulunan her şey uzunluğunun bin katı kadar büyümüş olsun. Yani daha önce uzunluğu 1 metre olan bir şey 1 kilometre uzunluğunda bulunsun. Tabii ki görünen her şey ile beraber siz de büyümüş olun. Uyandığınızda bu kadar büyük değişiklikler karşısında nasıl bir tepki verirsiniz? Hiçbir şeyin farkına dahi varmazsınız! Evrendeki her şey büyürken ölçüm aletleriniz de büyüyecektir. Dolayısıyla büyüklükteki değişimin farkına varılabilecek ölçüm aleti kalmayacaktır.<sup>315</sup> Salih Zeki hem Poincaré'den alıntı yaptığı örnek durumda hem de kendisinin verdiği örnekte mekânın, uzaklığın ve zamanın izafi olduğunu açıklamaya çalışmıştır.<sup>316</sup>

Sonuç olarak Salih Zeki bildiğimiz kadarıyla, Einstein'ın *Özel Görelilik* ve *Genel Görelilik* kuramları ile doğrudan ilgilenmemiştir. Dolayısıyla Einstein'ın izafiyet kuramının Türkiye'ye girişi Salih Zeki vasıtasıyla gerçekleşmemiştir. Fakat Türkçe literatürde zamanın ve mekânın göreliliği fikrinin, Salih Zeki'nin vermiş olduğu Dârü'l-Fünûn Konferansları'nda ortaya çıktığı anlaşılmaktadır. Salih Zeki'nin bu konferanslarının özellikle beşincisinde, Poincaré'nin izafiyet düşüncesini Türk bilim dünyasına taşıdığı görülmektedir.

---

<sup>315</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 62-63.

<sup>316</sup> Salih Zeki'nin Beşinci Konferansı, bu tezin 2.3.5 *Beşinci Konferans (9 Kânûn-i Sâni 1330 / 22 Ocak 1915)* isimli başlığında ayrıntılı olarak incelenmiştir.

### 3. SALİH ZEKİ'NİN VE ALİ SEDAD'IN MANTIK ALGILARI

Aristoteles'in ortaya koyduğu mantık, sadece bir felsefe disiplini değil, 16. yüzyıla kadar bilim dünyasının metodu olmuştur.<sup>317</sup> Rönesans ile birlikte, özellikle Batı'da meydana gelen bilimsel gelişmeler, zamanla öyle bir boyuta ulaşacaktır ki, artık mantık, bilimin başvurduğu yegâne yöntem olma özelliğini yavaş yavaş kaybedecektir. Dolayısıyla mantık, bilimin gerisinde kalmaya başlayacaktır.

Aristoteles mantığını yenileme çabaları, Descartes ve Leibniz'e kadar gitmektedir. Fakat mantık alanındaki bu çabalar iptidai düzeyde kalmış<sup>318</sup> ve asıl gelişimini 19. yüzyılda göstermiştir. Mantığın sembolleştirilmesi üzerine yapılan çalışmalar iki ana damar üzerinde gerçekleşmiştir. Bunlardan birincisi; De Morgan, Boole ve Jevons'un önderliğinde İngiliz mantıkçıların, Aristoteles mantığına alternatif olarak geliştirdikleri, mantığın matematiksel işlemlerle ifade edilmesi ile ortaya konulan, matematik mantıktır. Özellikle Boole'un çalışmaları bu alanda çalışan düşünörlere ilham kaynağı olmuştur. Burada amaç, bilimsel araştırmalar için yetersiz olan eski mantığın yerine yeni bir mantık anlayışı geliştirmektir. İngiliz mantıkçıları cebirin işlem ve işaretlerini mantığa uygulamayı denemişlerdir.

İngiliz mantıkçıların matematiği mantığa temel yapmaya çalıştığı dönemde, Euclides dışı geometrilerin matematiğin temellerini derinden etkilediği görölmektedir. Dolayısıyla klasik mantık ile birlikte matematik de zor durumdadır. Matematik ile beraber bilimin de sorgulandığı bu dönemde mantık alanında yapılan çalışmalardan ikincisi; Schröder, Frege, Peano, Russell, Hilbert, Whitehaed gibi matematikçilerin, matematiği mantığın önermeleri ile yeniden temellendirme

<sup>317</sup> Carnap, R. (1935). Eski Mantık Yeni Mantık. *Felsefe Yıllığı II* (s. 246-262). içinde (Terc. Macit Şükrü (Gökberk)) İstanbul, s. 246.

<sup>318</sup> Carnap, *a.g.e.*, s. 247.

çabasıdır. Burada amaç matematiği mantığa indirgemektir. Fakat matematiği mantık ile izah etme uğraşında klasik mantık yeterli gelmeyince yeni bir mantık inşasına girişilmiştir. Birinci akım mantığı matematik ile izah etmeye çalışırken, ikinci akım ise matematiği mantık ile açıklamaya çalışmaktadır. Dolayısıyla mantık alanında yapılan bu iki çalışmanın temel amacı birbirinden tamamen farklıdır. Boole'un başını çektiği anlayış *matematik mantık*, diğeri ise *lojik* olarak<sup>319</sup> isimlendirilmiştir. Matematik mantık ilerleyen yıllarda gelişimini sürdürememiş ve yeni mantık üzerine çalışmalar lojik alanında ilerlemiştir. Şimdi bu iki akımın 19. yüzyıl Türk mütefekkirlerine yansımalarını inceleyelim.

İslam medeniyetinde, felsefi disiplinler arasında mantık önemli bir yer işgal etmektedir. Tıpkı Batı'da olduğu gibi, İslam dünyasında da uzun süre Aristoteles mantığının ötesine geçilememiştir. Mantık alanında yapılan çalışmalar daha çok Aristoteles mantığını analiz etmeye ve ayrıntılandırmaya yönelik olmuştur. Batı, yeni mantık arayışlarına 16-17. yüzyıllarda başlarken, Osmanlı'da bu çalışmalar ancak Tanzimat'tan sonra batılılaşma hareketleri neticesinde görülmektedir.<sup>320</sup> 1854 yılında George Boole mantık üzerine eserini yayımlamıştır. Aristoteles mantığını, matematiksel temellere oturtarak, iki değerli simgesel mantığın mucidi olan Boole, Osmanlı düşünürlerinin de dikkatini çekmiştir. Ali Sedad, Avrupa'da görülen bu yeni mantık hareketini ilk fark eden mütefekkirlerimizdendir.

Ali Sedad *riyazi mantık* olarak isimlendirdiği Boole cebirini, 1885 yılında kaleme aldığı ve esasını Aristoteles mantığının oluşturduğu, *Mizanü'l-Ukûl fi'l-Mantık ve'l-*

---

<sup>319</sup> Öner, N. (2012). *Tanzimattan Sonra Türkiye'de İlim ve Mantık Anlayışı (Doktora Tezi,1957)*. Ankara: Divan Kitap, s. 117.

<sup>320</sup> Öner, N. (1959). Türkiye'de Yeni Mantık Cereyanlarının İlk Habercisi: Ali Sedad. *Ankara Üniversitesi İlahiyat Fakültesi Dergisi*, Sayı 1-5, 60-69, s. 37.

*Usûl* isimli kitabının ek (lahika) kısmında izah etmeye çalışmıştır. Necati Öner'in ve İsmail Köz'ün dikkat çektikleri üzere<sup>321</sup>, ülkemizi bu yeni mantık hareketinden ilk defa haberdar eden Ali Sedad'tır. *Mizan-ı Ukul* ile beraber Türk düşünürünün önünde yepyeni bir mantık dünyası ortaya çıkmıştır. Batının Rönesans'tan beri gündeminde olan bu yeni mantık arayışı, Ali Sedad ile birlikte 19. yüzyılın ikinci yarısında Osmanlı coğrafyasına tanıtılmıştır. Her ne kadar geç kalınmış gibi görünse de George Boole'un eserinin 1854'de, *Mizân-ı Ukul*'ün de 1885'de yazılmış olması, Ali Sedad'ın Batı bilimini ve düşüncesini yakından takip ettiğini göstermektedir. Ali Sedad, kitabının lahikasında George Boole ve Stanley Jevans'un ortaya koymuş oldukları mantık anlayışlarını izah etmeye çalışmıştır. Kitap riyazi mantığın daha çok teknik kısmını içermektedir.<sup>322</sup> Fakat Ali Sedad kitabının takdim yazısında; mantık alanında yapılan yeni çalışmaların, her ne kadar bazı problemlere çözüm getirebilseler de, Aristoteles mantığını tam olarak açıklamaktan uzak olduklarını, yeni mantığın abartıldığı kadar mühim bir iş olmadığını, bu yeni mantığı kitabına dahil etmesinin tek sebebi olarak ülkemizi bu yeni gelişmelerden haberdar etmek istemesi olduğunu belirtmektedir.<sup>323</sup> Dolayısıyla Ali Sedad, açıkça Boole cebirine taraftar olmadığını kitabının takdim yazısında belirtmiştir.

Necati Öner ve İsmail Köz, Ali Sedad'ın Aristoteles mantığı savunucusu olduğunu, ayrıca yeniliklere de açık bir Osmanlı aydını olduğunu; her ne kadar Boole cebirine taraftar olmasa da, Osmanlı'ya bu yeni gelişmeleri tanıtması noktasında önemli

---

<sup>321</sup> Köz, İ. (1992), *Salih Zeki'nin Mantık Anlayışı*. (Basılmamış Yüksek Lisans Tezi) Ankara: Ankara Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, s. 41.; Öner, a.g.e, s. 61.

<sup>322</sup> Öner, N. (1957). *Tanzimattan Sonra Türkiye'de İlim ve Mantık Anlayışı*. Ankara: Ankara Üniversitesi İlahiyat Fakültesi, s. 118.

<sup>323</sup> Sedad, A. (1303/1886). *Mizanü'l-Ukûl fî'l-Mantık ve'l-Usûl*. İstanbul: Karabet ve Kasbar Matbaası, s. 38.

katkılarının görüldüğünü belirtmektedirler.<sup>324</sup> Ali Sedad'ın Mizân-ı Ukul kitabı, üç önsöz, üç kitap ve bir ekden oluşmaktadır. Riyazi mantık olarak isimlendirdiği Boole cebirine, daha önce de belirtildiği gibi, kitabının ek bölümünde yer vermiştir. Yazar bu bölümde, George Boole'un yanı sıra, onun öğrencisi olan bir diğer İngiliz mantıkçısı Stanley Jevons'un riyazi mantık ile ilgili görüşlerine yer vermiştir. Hilmi Ziya Ülken'e göre Ali Sedad, bütün kitabında klasik mantık ile yeni mantığı uzlaştırmaya çalışmaktadır.<sup>325</sup> Fakat Ülken'in iddia ettiği gibi Ali Sedad'ın bir uzlaştırma gayreti olsa, kitabının takdim bölümünde bu amacından bahsetmesi beklenirken, aksine Boole cebirinin sûri mantığı<sup>326</sup> yeterince açıklayamadığını ve bu çabanın bir mübaaladan ibaret olduğunu belirtmiştir.

Necati Öner, Ali Sedad'a yeteri kadar ilgi gösterilmediğini, yaptığı hizmetin büyüklüğünün göz ardı edildiğini, hatta Salih Zeki'nin haksız yere Ali Sedad'ı eleştirdiğini iddia etmiştir.<sup>327</sup> Salih Zeki, daha sonra ayrıntılı olarak inceleneceği gibi, Boole cebirini iyi analiz etmiş ve bu konu ile ilgili incelemelerini içeren *Mizan-ı Tefekkür* isimli bir kitap yazmıştır. Salih Zeki, Ali Sedad ile ilgili eleştirilerine de bu kitapta yer vermiştir. Öner, Salih Zeki'yi şu sözlerle eleştirmektedir:

...Ali Sedad'a şimdiye kadar hiçbir takdir hükmü verilmemiş, bilakis bu yolun yolcusu olan bir mütefekkimiz Salih Zeki tarafından, maalesef, tarize bile hedef olmuştur. Salih Zeki, Ali Sedad'ın mantık sahasında bu çok yeni fikirleri tanıtmaya hizmetini dikkate almayarak, sırf riyazi mantığı tenkit ettiği için, onun hakkında şu haksız hükümleri veriyor: "*Mizan-ı Ukul*'ün 87. sayfasından

<sup>324</sup> Köz, a.g.e., s. 41; Öner, N. (2012). *Tanzimattan Sonra Türkiye'de İlim ve Mantık Anlayışı (Doktora Tezi, 1957)*. Ankara: Divan Kitap, s. 118-119.

<sup>325</sup> Ülken, H. Z. (1935). *Tanzimattan Sonra Mantık Hareketleri. Edebiyat*, Sayı 3, 37-52, s. 41.

<sup>326</sup> Aristoteles mantığı.

<sup>327</sup> Öner, a.g.e., s. 119.

sonrası gözden geçirilirse muharririn yeni mantığı anlamadığı görülür.” Bahsedilen eserin 87. sayfasından sonra Ali Sedad, yüklem niceliği meselesi, ilimlerde metod bahsi ve riyazi mantıktan bahsetmiştir... “Bizde mantık-ı işariden ilk bahseden kitap *Mizan-ı Ukul*’dür. Ancak mantığın cebre tatbiki unvan-ı garibine haiz olan bu kitabın lahikasını okuyupta anlamak kabil değildir.” *Mizan-ı Ukul*’ün lahika kısmı, evvelce de kaydettiğimiz gibi riyazi mantığa aittir. Burada Boole ve Jevons’un mantıkları izah edilmektedir. Salih Zeki bu hükmünde de tamamen haklı değildir. Ali Sedad, Boole’u izah ederken meseleleri pek açık bir şekilde ele almamıştır. Fakat burada Boole mantığının esasını kavramak mümkündür.<sup>328</sup>

Necati Öner; Salih Zeki’yi Ali Sedad’a haksızlık yapmakla suçladığı alıntının bir bölümünü bu sözlerle ifade etmiştir. Fakat Salih Zeki’nin *Mizan-ı Tefekkür* isimli kitabında söz konusu eleştirisinin devamı okunduğunda, Ali Sedad’ı hangi konuda eleştirdiğini gerekçesi ile birlikte belirtmiştir:

... *Mizanü'l-Ukûl fi'l-Mantık ve'l-Usûl* namıyla maruf olunan bu kitap okunur ve alel husus 87. sahifeden aşağısı gözden geçirilecek olur ise ne müessirinin ne de muharririnin teceddüdât-ı mantıkıyyeye bilhak vakıf olmadıkları görülür. Çünkü bu mebahati takdir için kazıyyeye [önermeye], akd-i haml [yüklem niceliği] nokta-i nazarından değil, münâsebât-ı mütekabile ve mıntıka gibi daha yüksek birer nokta-i nazardan bakmak lazımdır.<sup>329</sup>

Buradan anlaşılacaktır ki, Öner’in iddia ettiği gibi Salih Zeki, Ali Sedad’ı riyazi mantığı tenkit ettiği için değil, bilakis onun Boole cebirini ele alış tarzını eleştirmiştir. Salih Zeki, Ali Sedad’ın Boole mantığını yeterince kavrayamadığını,

<sup>328</sup> Öner, *a.g.e.*, s. 119-120.

<sup>329</sup> Zeki, S. (1332/1913). *Mizân-ı Tefekkür*. İstanbul: Kanaat Matbaası, s. 25 (dipnot).

dolayısıyla bu yeni mantığı eleştirecek ehliyete sahip olmadığını düşünmektedir. Ayrıca Salih Zeki, riyazi mantıktan Osmanlı coğrafyasında ilk defa bahsedenin Ali Sedad olduğunu da belirtmiştir.<sup>330</sup>

Salih Zeki, *Mizan-ı Ukul*'un lahikasının tam olarak anlaşılmadığını belirtmiştir.<sup>331</sup> Fakat Necati Öner, Salih Zeki'nin bu görüşüne katılmayarak, Boole cebirinin temel yaklaşımlarının kolaylıkla anlaşılabilirliğini belirttikten hemen sonra, çelişkili bir biçimde kitap ile ilgili şu görüşünü beyan etmiştir:

... Boole'un hareket noktası, kullanılan işaretlerin manası, bu mantıkta önermelerin ifade tarzı açıkça anlaşılmalıdır. Yalnız, fonksiyon münasebeti ile önermelerin geliştirilmesi meselesi müphemdir; [Ali Sedad] izahat vermediği için bu kısımda gösterilen formüller pek anlaşılmamaktadır. Stanley Jevons'un izahında ise muğlak bir kısım yoktur.<sup>332</sup>

İsmail Köz'e göre Necati Öner, Ali Sedad'ın riyazi mantığa taraftar olmadığını söylerken, Hilmi Ziya Ülken bunun aksine onun klasik mantığa karşı matematik mantığı savunduğunu iddia etmektedir.<sup>333</sup> Fakat Hilmi Ziya Ülken ilgili makalede, Ali Sedad'ın matematik mantığa taraftar olup olmadığı konusunu değerlendirmeye almamıştır. İsmail Köz'ün bahsettiği alıntıda Ülken, *Mizan-ı Ukul*'ün içeriğini anlatmaktadır:

...[Ali Sedad] üçüncü kitapta artık doğrudan doğruya tatbiki mantığa giriyor. Müellif gene burada da prensiplerini sûri mantıktan alıyor. Buna ait eski misaller veriyor ve sonradan ilimleri riyazi ilimler, tabii ilimler, tarihi ilimler ve

<sup>330</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 65.

<sup>331</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 65 (dipnot).

<sup>332</sup> Öner, *a.g.e.*, s. 120.

<sup>333</sup> Köz, İ. (2002). Modern Türk Düşüncesinde Mantık Çalışmaları. *Ankara Üniversitesi İlahiyat Fakültesi Dergisi*, Cilt XLIII, Sayı 1, 135-169, s. 147.; Köz, İ. (1992), *Salih Zeki'nin Mantık Anlayışı*. (Basılmamış Yüksek Lisans Tezi) Ankara: Ankara Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, s. 42.

ilahi ilimler olmak üzere dört grupta tetkik ediyor. Riyazi ilimler kadrosuna asıl Riyaziyat ile Mihanik ve Hey'eti koyuyor. Burada Port-Royal mantıkçılarının Euclides'e karşı yaptıkları itirazları zikrederek bunları reddediyor. Bu suretle kelamcı mantığa karşı riyaziyeyi müdafaa ediyor.<sup>334</sup>

Ülken'in ifadesinde son cümleye dikkat edilirse, buradan İsmail Kız'ın iddia ettiği gibi, Ali Sedad'ın riyazi mantık taraftarı olduğu anlamı çıkmaz. Sadece klasik mantığa karşı matematik mantığı değil, matematiği savunduğu sonucu çıkartılabilir. Dolayısıyla Ülken, Ali Sedad ile ilgili bu şekilde bir değerlendirmeye girmemiştir.

Salih Zeki, 1324/1906 yılında Darülfünun Riyaziyat şubesinde vermiş olduğu konferanslarını bir araya getirerek *Mizan-ı Tefekkür* isimli kitabını 1332/1913 yılında yayınlamıştır. Yazarın ifadesiyle; sembolik mantık, 19. yüzyılda İngiltere'de matematikçiler ile mantıkçılar arasında gerçekleşen uzun konuşmalar ve şiddetli münakaşalar neticesinde ortaya çıkmış olan bir bilimdir.<sup>335</sup>

Salih Zeki *Mizan-ı Tefekkür* isimli kitabında riyazi mantığı açıkça müdafaa etmektedir. Riyazi mantık, özellikle Aristoteles mantıkçılarının şiddetli eleştirisine maruz kalmıştır. Boole cebirine yönelik yapılan itirazlardan bir tanesi  $x^2 = x$  eşitliğinin kabul edilmiş olmasıdır. Salih Zeki bu eşitliği, Hemilton'ın Quaternion hesabı ile karşılaştırarak şu şekilde müdafaa etmektedir:

Mesela  $x^2$  ifadesi  $x$  haddinden daha yüksek bir derecede olduğu halde  $x^2 = x$  itibar olunduğu ve bu muadelenin tarafeyninde bulunan müşterek madrubelerin (çarpımların) ifna (çıkarma) olunamadığını dermeyân eylerler. Vakıa bu gibi bazı nokatta işariyyunun riyaziyundan tebâ'üd etmiş (uzaklaşmak) buldukları

<sup>334</sup> Ülken, *a.g.e.*, s. 41-42.

<sup>335</sup> Zeki, *a.g.e.*, (mukaddime) s. 3-4.

görülür ise de gerek riyaziyat gerek tatbikatta kabul olunan müvade (kanunlar) dair âtide verilecek olan izahat bu itirazâtı yine def'a kanidirler. Acaba  $x^2 = x$  demek ile hesabın bize naklettiği kuvaneyn-i esasiyeden (dinamik) Quaternion taraftarlarından daha ziyade mi tebâ'üd edilmiş olur? Hiç şüphe yoktur ki “mantıkiyyun-işariyyun” bu babda riyaziyyun kadar bile bu kuvvâneynenden (dinamik) tebâ'üd etmemişlerdir. Çünkü hiç olmaz ise darbtta kanun-u tebâdüliyi (çarpma işleminin değışme özelliğı) muhafaza ederek  $xy = yx$  olduğunu tasdik etmişlerdir. Hâlbuki Quaternion hesabında bunu esasen reddederek  $xy$  ile  $yx$  ifadelerine başka başka manalar vermişlerdir. Filhakika Quaternion'da suret-i umumiyede  $xy$  hâsıl-ı darbı  $yx$  hâsıl-ı darbına muadil değıldir. Mademki bu gibi bir tefsire riyaziyyun miyanında cevâz verilmiştir, mantıkiyyunun bu babda müdahaleye hak ve salahiyetleri yoktur.<sup>336</sup>

Salih Zeki'nin bu ifadelerinden anlaşıldığı üzere, kendisi bizzat mantığın matematik ile ifade edilebileceğini düşünmektedir. Dolayısıyla Salih Zeki matematiğın işaretlerinin mantık için kullanılmasının zaruretine inanmaktadır. Fakat Hilbert'in önerdiği gibi mantık için yeni bir işaret sistemi kullanmayı reddetmektedir.<sup>337</sup>

Salih Zeki, bütün bilimler arasında en iyi ifade şeklini matematiğın sağlayabileceğini düşünmektedir. Bu nedenle ona, mantığın matematik diliyle ifade edilmesi makul görünmüştür. Zamanında gerçekleşen her yeni gelişmeyi yakında takip eden Salih Zeki'nin, bu konu üzerinde de yoğun çalışmaları olmuştur. Fakat Lojik olarak adlandırılan, matematiğın mantığın önermeleri ile izah edilmesi yöntemine açıkça karşı çıkmıştır. Ona göre matematik, bir takım mantıksal sembollere hapsedildiğinde gelişim kabiliyetini kaybedecektir. Henri Poincaré'den yapmış olduğu çeviriler

---

<sup>336</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 120-121.

<sup>337</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 121-122.

ışığında kaleme almış olduğu *Nâmütenâhi* makalesinde, Cantor’u, Frege’yi, Russell’ı ve Hilbert’i, dolayısıyla lojistiği, eleştirmiş ve bu akımın karşısında bir konum almıştır. Bu durumda Salih Zeki bir taraftan, İngiliz mantıkçılarının ortaya koymuş olduğu matematik mantığın yanında yer alırken; Frege, Russell ve Hilbert gibi matematikçilerin öncülüğünde geliştirilen lojistiğin tam karşısında yer almıştır. Salih Zeki’nin mantık anlayışını inceleyen İsmail Kóz ve Tanzimat’tan sonra Türkiye’de ilim ve mantık anlayışını inceleyen Necati Öner, Salih Zeki’nin *Nâmütenâhi* makalesini çalışmalarına dâhil etmemişlerdir. Dolayısıyla Salih Zeki’nin mantık anlayışını çok iyi ortaya koyan bu makalenin incelenmemiş olması, söz konusu çalışmaları eksik bırakmıştır. Sonuç olarak Salih Zeki’nin; Russell, Frege, Hilbert gibi matematikçilerin matematik felsefesinde ortaya koydukları mantıkçılık anlayışını kabul etmediğini ve Poincaré ile birlikte sezgici ekolü savunduğunu gözden kaçırmışlardır.

## 4. SALİH ZEKİ'NİN MATEMATİK EĞİTİMİ ANLAYIŞI

### 4.1 Eğitim Felsefesi

Uzun yıllardan beri var olan insan ırkının felsefi düşünceleri, doğa, insan, kâinat, iyi, güzel, doğru, bilgi v.s. gibi uğraş alanlarında farklılıklar gösterirler. Felsefi düşüncede oluşan bu çeşitliliğin yanı sıra; çeşitli meseleleri ele alma, değerlendirme, izah etme ve çözümler getirme konusunda farklılıklar da ortaya çıkmıştır.<sup>338</sup> Ortaya çıkan bu farklılaşmalar eğitim alanında da karşılık bulmuş ve eğitim felsefesini ortaya çıkarmıştır. Eğitim felsefesi kısaca, eğitimcilere farklı bir bakış açısı sağlayan bir disiplin veya düşünce sistemidir.<sup>339</sup> Çalışmanın bu bölümünde temel eğitim felsefeleri tanıtılacak ve matematik eğitimine yansımaları değerlendirilerek Salih Zeki'nin matematik eğitimine yaklaşımı tasvir edilmeye çalışılacaktır.

#### 4.1.1 İdealizm ve Eğitim

Gerçekten var olanın madde cinsinden olmadığını, tam tersine zihin, tin ya da idea cinsinden olduğunu öne süren felsefe sistemi ya da görüşü olan İdealizm<sup>340</sup>, dış dünyadaki varlıkları düşüncenin ürünü veya düşüncenin bizzat kendisi olarak kabul eder<sup>341</sup>. İnsanlığın en etkili ve eski düşünce sistemlerinden biri olan İdealizmin temel ilkesi, Budizm ve Hinduizm'de olduğu gibi, insanın ve dünyanın evrensel ruhun parçaları olduğudur<sup>342</sup>. İdealizm'de duyu organlarımızın verdiği bilgiler aldatmacadır, dış dünya duyularımızdan başka bir şey değildir, algılarımız yok

<sup>338</sup> Ergün, M. (2014). *Eğitim Felsefesi*. Ankara: Pegem Akademi, s. 49.

<sup>339</sup> Brauner, C. J., & Burns, H. (1965). Eğitim Felsefesi (S. Büyükdüvenci, Çev.). *Problems in Education and Philosophy*, 20-26.

<sup>340</sup> Cevizci, A. (2014). *Eğitim Felsefesi*. İstanbul: Say, s. 25.

<sup>341</sup> Ergün, a.g.e., s. 49.

<sup>342</sup> Arslanoğlu, İ. (2012). *Eğitim Felsefesi*. Ankara: Nobel Akademik Yayıncılık, s. 55.

olursa dış dünya da yok olur, nesnelere ancak bizim varlığımızla ve düşüncelerimizle vardırırlar<sup>343</sup>.

İdealizm'in ilk örnekleri Platon'un düşüncelerinde görülmektedir. Çağdaş filozoflar arasında çok azı idealisttir. Bunlardan biri olan Hegel'e göre gerçek akılsaldır ve sebep kendi kendisini açıklar. Onun diyalektiğine göre her şeyin sebebi her şeydir, varlık hem varoluşu hem de yok oluşu içine alır. Her tezin içinde bir antitez vardır.<sup>344</sup>

İdealizm'e göre hayatın ve öğrenmenin amacı, hayatın herkes tarafından kabul edilen değerlerini anlamak olmalıdır. Öğretmen-öğrenci ilişkisinde merkez rol öğretmendir. Öğretmen öğrencilerine örnek olabilecek özelliklerle donanmış olmalıdır.<sup>345</sup> İdealist eğitimin metodolojisi, öğretmenin rehberliğinde hakikatin aranmasını mümkün kılan bir diyalog yöntemi olmalıdır.<sup>346</sup> İdealist eğitimciler insanın değerini çok yüksek görürler ve eğitimle bunun daha da yükselbileceğine inanırlar. Bu nedenle eğitim uzun vadede insanda yüksek değerler oluşturmalıdır, insan kendisi karar verebilmeli, kendiliğinden hareket edebilmeli, yaratıcılığını ve aklını tam olarak kullanabilmelidir. İnsan bilgi depolayan canlı bir varlıktan daha fazla bir şeydir. Gerçek bilgi sadece aklın ürünüdür, çünkü esas gerçek fizik âlemde değil aklın içindedir.<sup>347</sup>

---

<sup>343</sup> Ergün, *a.g.e.*, s. 49.

<sup>344</sup> Arslanoğlu, *a.g.e.*, s. 64.

<sup>345</sup> Arslanoğlu, *a.g.e.*, s. 65.

<sup>346</sup> Cevizci, *a.g.e.*, s. 31.

<sup>347</sup> Ergün, *a.g.e.*, s. 49-50.

#### 4.1.2 Realizm ve Eğitim

En genel anlamı ile düşüncede veya eylemde gerçekçilik anlamına gelen Realizm'e göre<sup>348</sup> varlıklar, insan bilincinin dışında ve ondan bağımsız olarak bulunurlar. Aristoteles realist bir düşünür olarak kabul edilmektedir. Aristoteles'e ve Realizm'e göre gerçek zihnimizin dışındadır, zihnimizdeki bilgiler dış dünyadan aldığımız duyumlara göre şekillenir ve yeni durumlar ortaya çıktığında da ona göre değişir.<sup>349</sup> Realistler, nesnelerin bizim onları algılamalarımızdan bağımsız olarak var olduklarını ileri sürmektedirler.<sup>350</sup>

Realizm'in varlık, bilgi ve değer anlayışının doğrudan bir sonucu olan eğitim felsefesinin amacı, iyi ve insana yaraşır bir hayat sürmek ve insanı en mükemmel yeteneklerle donatarak mutlu etmektir. Bunun için bilgi edinmede en önemli güç olan akli geliştirmek çok önemlidir.<sup>351</sup>

Realizm'de değerler objektif ve devamlıdır, insandan insana, zamandan zamana değişmezler. Eğitim bütün insanlık tarihi boyunca doğruluğu tartışmasız kabul edilen değerleri öğretmelidir. Öğrencilerin neler öğreneceğine öğretmenler karar verir. Çünkü o, öğrenciden daha bilgili, dış dünyayı daha iyi tanıyan ve öğretecek olan bir kimsedir.<sup>352</sup>

#### 4.1.3 Natüralizm ve Eğitim

Natüralizm, doğanın var olan her şeyi ihtiva ettiğini, bütün varlıkları açıklamak açısından tek başına doğanın yeterli olduğunu, insanın doğaüstü bir varlık olmayıp,

---

<sup>348</sup> Cevizci, *a.g.e.*, s. 45.

<sup>349</sup> Ergün, *a.g.e.*, s. 50.

<sup>350</sup> Arslanoğlu, *a.g.e.*, s. 69.

<sup>351</sup> Cevizci, *a.g.e.*, s. 48; Arslanoğlu, *a.g.e.*, s. 73.

<sup>352</sup> Ergün, *a.g.e.*, s. 50.

tüm boyutları ile doğal bir varlık olduğunu ileri sürmektedir.<sup>353</sup> Bu görüşe göre bilim, var olanı somut ve deneysel olduğu sürece ele almaktadır ve nedensellik çerçevesinde incelemektedir.<sup>354</sup>

Natüralist eğitim felsefesi modern zamanlarda karşımıza sıklıkla çıkacak olan çocuk merkezli eğitimin ilk örneklerini sunmaktadır. Eğitimi anlama ve amaçlarını belirleme noktasında doğaya bakılması gerektiğini bildirmektedir. Natüralizm, duyular aracılığıyla anladığımız, ampirik yoldan kavradığımız doğadaki tüm süreçlerle doğal gelişmelerin yavaş yavaş ve aşamalı bir şekilde gerçekleştiğini ileri sürmektedir. Bu nedenle bu felsefeye uygun bir eğitim aceleye getirilmeden belli bir plan dâhilinde ve doğa yasalarına uygun bir şekilde hayata geçirilmelidir.<sup>355</sup>

Natüralizm felsefesine uygun bir eğitim ortamında öğrenci merkezde yer almalıdır ve ona uygun bir program uygulanmalıdır. Kişi doğal ortamda öğreneceklerini ilgisine ve yeteneğine göre seçecektir. Öğrenci hazır bilgiye konmamalı, aksine o bilgiyi keşfederek öğrenmelidir.<sup>356</sup>

#### **4.1.4 Pragmatizm ve Eğitim**

Pragmatizm doğrudan doğruya pratiğin teori üzerindeki üstünlüğünden doğar. Teoriyi yaratan iştir. Hakikatin değeri tecrübelerin bizi tatmin etmesinden ve pratik faydaya uygun olmasından gelir. Bu felsefede gerçek fikrini fayda fikrinden ayırmak imkânsızdır. Bunların ikisi de aynı kavramın başka şekillerde ifadesidir.<sup>357</sup>

---

<sup>353</sup> Cevizci, *a.g.e.*, s. 84.

<sup>354</sup> Arslanoğlu, *a.g.e.*, s. 77.

<sup>355</sup> Cevizci, *a.g.e.*, s. 85.

<sup>356</sup> Sönmez, V. (2014). *Eğitim Felsefesi*. Ankara: Anı Yayıncılık, s. 107-108; Cevizci, *a.g.e.*, s. 91.

<sup>357</sup> Ülken, H. Z. (2013). *Eğitim Felsefesi*. Ankara: Doğu Batı s. 37; Arslanoğlu, *a.g.e.*, s. 85; Ergün, *a.g.e.*, s. 50-51.

Pragmatizm, klasik Natüralizm'in ve liberal dünya görüşünün sanayileşme sonrasında Amerikan ruhunda ortaya çıkan yeni bir versiyonudur. 20. yüzyılın başlarında önce C. S. Pierce, W. James ve nihayet John Dewey tarafından geliştirilmiş olan Pragmatizm felsefesi, insanı anlama ve herhangi bir alanda karşılaşılan problemleri çözme noktasında genellikle bilimsel yöntemi benimseme eğilimi göstermektedir. Pragmatist anlayış, klasik felsefenin insanın sabit bir öz ya da doğasının olduğu inancına karşı çıkar ve insan doğasını biyolojik organizma ile sosyal çevresi arasındaki karşılıklı etkileşimin bir ürünü olarak değerlendirir.<sup>358</sup>

Pragmatist bir düşünür olan Dewey'e göre, eğitimde muhtevadan çok düşünme yöntemine ağırlık verilmelidir. Modern bilim sürekli keşifler ve buluşlar içinde ve sürekli değişim içindedir. O halde eğitim katı ve değişmez bilgiler yerine araştırmayı, bilgi sahibi olmayı ve pratik uygulamayı öğretmelidir. Okulla hayat iç içe olmalıdır.<sup>359</sup>

Pragmatizmin varlık, değer ve bilgi algısından ortaya çıkan eğitim anlayışı, Rousseau ile başlayan öğrenci merkezli eğitim felsefesi geleneğinin doruk noktasını oluşturmaktadır. Bu eğitim anlayışı, eğitimin bireyselliğinin yanında sosyal boyutunun da önemli olduğunu vurgulamaktadır. Pragmatik eğitim anlayışı, müfredatta olağanüstü bir değişiklik ile veya kapsamlı bir takım değişiklikler yapma önerisi ile ortaya çıkmaz. Pragmatizmin söyledikleri, müfredatın içeriğinden ziyade yapısıyla veya bu eğitim programının öğrenciye nasıl verileceği ile ilgilidir.<sup>360</sup>

---

<sup>358</sup> Cevizci, *a.g.e.*, s. 122-123.

<sup>359</sup> Ergün, *a.g.e.*, s. 51.

<sup>360</sup> Cevizci, *a.g.e.*, s. 126-128, 132.

#### 4.1.5 Varoluşçuluk ve Eğitim

Varoluşçuluk nesnel hakikat çağında unutulmuş öznel hakikate geri dönüşün önemine vurgu yapan felsefi yaklaşımdır. Hareket noktası bireydir.<sup>361</sup> Varoluşçuluk, varlığın özünü değil, doğrudan doğruya varlığın kendisini tanıma çabasıdır.<sup>362</sup> İnsanda varoluş varlıktan önce gelir. İnsan önce var olur ve daha sonra kendi iradesiyle kendi özünü kendisi yaratır. İnsan kendi varlığını kendisi yaratan tek varlıktır.<sup>363</sup>

Varoluşçulara göre eğitim esas olarak insan zekâsının geliştirilmesi ile ilgilidir.<sup>364</sup> Eğitim durumunda aşırı uzmanlaşmadan kaçınılmalıdır, çünkü bu durum çocuğun içsel yaşamının gelişimini engeller. Dolayısıyla meslek seçimine küçük yaşta başlanmamalıdır.<sup>365</sup> Varoluşçuluk, insanın bir bilinç ve irade varlığı olarak, önceden belirlenmiş bir özünün olmadığını, onun olduğundan başka türlü olabileceğini ifade eder. Bu yaklaşımda kişi kendini nasıl tanımlamak istiyorsa ve kendi özünü nasıl ortaya koymak istiyorsa öyle yapabileceği bir ortamda eğitim görebilmelidir.<sup>366</sup>

Varoluşçuluk kendine has bir eğitim yaklaşımı geliştirmemiştir. Fakat genel özellikleri dikkate alındığında ortaya çıkan varoluşçu eğitimin öncelikle hümanist bir eğitim felsefesi olduğu ve bu eğitim yaklaşımında öğrencinin eğitim sürecinin merkezine yerleştirildiği söylenebilir. Varoluşçuluğa göre eğitimin en büyük amacı, öğrenciyi kendisine döndürmek olmalıdır.<sup>367</sup>

---

<sup>361</sup> Cevizci, *a.g.e.*, s. 147-148.

<sup>362</sup> Arslanoğlu, *a.g.e.*, s. 96.

<sup>363</sup> Sönmez, *a.g.e.*, s. 121; Ergün, *a.g.e.*, s. 52.

<sup>364</sup> Arslanoğlu, *a.g.e.*, s. 102.

<sup>365</sup> Sönmez, *a.g.e.*, s. 130.

<sup>366</sup> Cevizci, *a.g.e.*, s. 149.

<sup>367</sup> Cevizci, *a.g.e.*, s. 153.

#### 4.1.6 Spiritüalizm ve Eğitim

Bu yaklaşımın temelinde, gerçekten var olanın ilahi ve bireysel ruh olduğunu, insanın bir bütün olarak hayatını bu gerçeği hesaba katarak geçirmesi gerektiğini bildiren maneviyatçı veya ruhçu bir bakış açısı bulunur.<sup>368</sup>

Spiritüalist müfredatlarda dini bilimler akli bilimlerden daha önceliklidir. Bu yaklaşımda eğitimin amacı, insanın yaratıcısına en saf ve en iyi şekilde dönebilmesi için, yapılması gerekli pratik ve teorik hazırlıkları yapmasına yardım etmektir.<sup>369</sup>

#### 4.1.7 Temel Eğitim Felsefeleri Işığında Ortaya Çıkan Eğitim Teorileri

Felsefenin bilgiye bakış açısı, eğitim durumunu etkileyen değişkenlerden biridir. Örneğin İdealizm’de bilgi a priori’dir. Aklın kurallarına göre tündengelim yoluyla elde edilen bilgi kesin ve değişmezdir. Bu bağlamda öğrenci aklını çalıştırarak elde ettiği bilgiye kesin gözü ile bakar. Bu tür bilgi tartışılmaz, ezberlenir. Realizm ve Naturalizm’de ise bilgi a posteriori’dir. Deney, gözlem ve araştırma yoluyla elde edilen bilgi kesin ve değişmezdir. Bu yolla elde edilen bilgi üzerinde tartışılmaz. Öğrenci bu tür bilgileri ezberler. Pragmatizm ve Varoluşçuluk’ta bilgi görecelidir ve etkileşim sonucu elde edilir. Mutlak doğru yoktur. Pragmatizm’de bilimsel yöntemlerle elde edilen bilginin doğruluk değeri yüksektir, fakat kesin değildir. Sürekli işlerliği sınanmalıdır. Varoluşçulukta ise kişi kendi kendini yarattığından, bilgiyi de anlık olarak elde eder. Bir an için doğru olan diğer bir an için yanlış olabilir. Tüm bu

---

<sup>368</sup> Cevizci, *a.g.e.*, s. 62.

<sup>369</sup> Cevizci, *a.g.e.*, s. 66.

nedenlerden dolayı eğitimde ezberlemeye değil, problem çözmeye, tartışmaya ve sınamaya ağırlık verilmelidir.<sup>370</sup>

Filozoflar, bahsi geçen eğitim felsefeleri yaklaşımlarının etkisi ile birbirinden farklı eğitim teorileri geliştirmişlerdir. Bu teorilerin her biri dünyanın farklı yerlerinde olduğu gibi Türkiye’de de uygulanmıştır. Bu teorilerden öne çıkanları tanıtılacak ve Salih Zeki’nin yakın olduğu eğitim teorisi tespit edilmeye çalışılacaktır.

**İlerlemecilik (Progressivism)**, kökleri Pragmatist felsefeye dayanan ve onun eğitime uygulanması olan eğitim teorisidir. Bu akım geleneksel eğitimin aşırı şekilciliğine karşıdır.<sup>371</sup> Eğitim, toplumda geleneksel olarak devam eden standartları ve değişmezlikleri değil, sürekli değişen hayatı öğretmelidir. Bu şekilde bir eğitimden geçen birey hayata uyan değil, ona yön veren ve şekillendiren kişidir.<sup>372</sup> İlerlemecilik teorisine göre çocuk kendi ilgileri ile bağlantılı olan şeyleri öğrenme ve problem çözme eğilimindedir. Dolayısıyla eğitimin merkezinde öğrenci yer almaktadır. Bu akıma göre öğretmen, öğrenci için bir rehber, kaynak kişi ve araştırmacıdır.<sup>373</sup>

**Esasicilik (Essentialism)** akımı ilkelerini İdealizm ve Realizm’den almaktadır. Bu akıma göre insan, toplumsal ve kültürel bir varlıktır. Doğuştan hiçbir bilgi ile donanmış değildir. Bilgi aposterioridir ve onu elde etmenin yolu genelde tümevarımdır. Tümevarım ile elde edilen bilgi kesin doğrudur.<sup>374</sup> Okulun görevi kesin olan bu bilgiyi öğrenciye aktarmaktır. Dolayısıyla bu akıma göre eğitimin özünü konu alanının çok iyi özümsemesi oluşturur. Okul, entelektüel ve ahlaki disiplinler yolu ile kültürün özünü korumalı ve üstün öğrencileri geliştirecek şekilde

<sup>370</sup> Sönmez, *a.g.e.*, s. 48-49.

<sup>371</sup> Sönmez, *a.g.e.*, s. 92; Ergün, *a.g.e.*, s. 53; Arslanoğlu, *a.g.e.*, s. 129.

<sup>372</sup> Ergün, *a.g.e.*, s. 53.

<sup>373</sup> Arslanoğlu, *a.g.e.*, s 130; Sönmez, *a.g.e.*, s. 97.

<sup>374</sup> Sönmez, *a.g.e.*, s. 90.

bireysel farklılıklara ağırlık vermelidir.<sup>375</sup> Esasicilik akımında tümevarım ile elde edilmiş kesin doğru bilgiler öğretmenler vasıtasıyla öğrencilere aktarılmalıdır. Eğitimin merkezinde öğretmen vardır. Çocuk bu dünyayı tanımak için okula gider, dolayısıyla öğrenci kendi haline bırakılamaz.<sup>376</sup>

**Daimicilik (Perennialism)**, Realizm ve İdealizmden etkilenmiştir.<sup>377</sup> Bu akım, insanlara hemen her yerde, kalıcı bir önem ve değere sahip olan şeylerin öğretilmesi gerektiğini ve öğretilmesi gereken bu şeylerin de sürekli değişen olgulardan ziyade insanı insan yapan kalıcı değerler, evrensel ilkeler ve ezeli ve ebedi fikirler olduğunu iddia eder.<sup>378</sup> Bu akıma göre öğretmen, öğrencileri ileri düzeyde bir entelektüel disipline sevk etmeli ve önemsiz pratik derslerle zamanı boşuna harcamamalıdır.<sup>379</sup>

**Yeniden Yapılandırıcılık (Reconstructivism)** akımı, ilerlemeciliğin devamıdır ve dayandığı felsefe Pragmatizm'dir. Bu akıma göre insanlık bir yol ayrımına gelmiştir, ya yok olacak, ya da yeni bir uygarlığa geçecektir. İnsanlığın yok olmaması, daha tutarlı bir uygarlığa geçebilmesi için çatışan değerlerden kurtulması gerekmektedir.<sup>380</sup> Bu akıma göre eğitimin en önemli görevi, yüzyılımızın kültürel krizini aşmak için toplumun yeniden inşa edilmesidir. Bu yeni düzenleme sırasında uygarlığın bütün değerleri yeniden gözden geçirilecektir. Yeni bir toplum düzeni oluşturmak için okul önderlik etmelidir.<sup>381</sup>

Genel özellikleri ifade edilen eğitim teorilerinin temel felsefi akımlarla ilişkisi ve söz konusu teorilerin eğitsel hedefleri ile uygulama ilkeleri *Tablo 3.1*'de özetlenmiştir.

---

<sup>375</sup> Arslanoğlu, *a.g.e.*, s. 133.

<sup>376</sup> Ergün, *a.g.e.*, s. 54.

<sup>377</sup> Arslanoğlu, *a.g.e.*, s. 134; Ergün, *a.g.e.*, s. 53.

<sup>378</sup> Cevizci, *a.g.e.*, s. 27.

<sup>379</sup> Arslanoğlu, *a.g.e.*, s. 136.

<sup>380</sup> Sönmez, *a.g.e.*, s. 103-104.

<sup>381</sup> Ergün, *a.g.e.*, s. 54.

**Tablo 4.1<sup>382</sup> Eğitim Teorilerinin Temel Eğitim Felsefeleri İle İlişkisi**

<b>Felsefe</b>	<b>Eğitim Teorisi</b>	<b>Hedefler</b>	<b>Uygulama</b>
İdealizm	Daimicilik	Adil bir toplum düzeninin inşası Entelektüel ve manevi potansiyelin gelişimi	Sokratik yöntem, mantıksal akıl yürütme. Öğretmen merkezli eğitim. Hiyerarşik müfredat. Nitelikli ve iyi yetişmiş öğretmenler. Düzen ve disiplin. Otoriter bir eğitim.
Realizm	Esasicilik	Kültürün temel unsurlarının aktarılması	Erdeme götüren alışkanlıkların geliştirilmesi. Duyusal bilgiden soyut bilgiye yükseliş. Eleştirel düşünme. Öğretmen merkezli eğitim. Otoriter bir eğitim. Nitelikli ve iyi yetişmiş öğretmenler. Düzen ve disiplin.
Pragmatizm	İlerlemecilik, Yapılandırımcılık	Öğrencilere kendi bilgi ve davranışlarını inşa etme imkânı sağlamak. Onlara bilgilerini, hâlihazırda bilmekte ve inanmakta oldukları şeylerle yeni temasa geçtikleri olay ve faaliyetlerin karşılıklı etkileşimi üzerinden yapılandırma imkânı temin etmek. Öğrencileri yurtsever ve akıllı yurttaşlar haline getirmek.	Öğrencileri anlamın yapılandırılmasını ve bilginin inşasını kolaylaştıracak faaliyetler içine sokmak. Onları başkaları ile anlamlı etkileşimler içine sokacak bir öğrenme çevresi yaratmak. İşbirliğine dayalı, proje temelli, problem çözme amaçlı, dosya sunumu üzerinde gerçekleşen modern eğitim öğretim tekniklerini kullanmak. Öğrenmenin sosyal bağlamına dikkat edip buna ayrı bir özen göstermek. İşe geniş kapsamlı fikir, iş ve çalışmalarla başlayıp, ayrıntılı bir şekilde ele alıp incelenmeyi gerektiren ayrıntılara geçmek.

<sup>382</sup> Cevizci, *a.g.e.*, s. 27, 48, 65, 89, 128, 154.

Spiritüalizm	Skolastisizm / Medrese Eğitimi	Terbiye. Akılsallığın ve düşüncenin mantıksal gelişimi. İnsanları dünyevi huzura ve ebedi saadete erişmeleri için bilgi ve özellikle de erdem bakımından yetiştirmek.	Akıl yürütme, mantıksal argüman ve yoruma vurgu. Bilgi kaynağı olarak otoriteye güvenme. Bilginin bazen ezber bazen de tartışma sanatı yoluyla ve bazen de polemik geliştirme tarzı kullanılarak pekiştirilmesi.
Natüralizm	İlerlemecilik, Gelişim kuramı, Davranışçılık	Çocuğun yeteneklerine ve ilgilerine uygun olarak doğal bir biçimde gelişeceği bir terbiye. İnsan durumunu iyileştirmek amacıyla doğal dünyaya ilişkin bilgiyi temele alan bir eğitim.	Öğrenci merkezli bir eğitim. Öğrenenin ihtiyaçlarına ve ilgilerine dikkat etme. İyi ve dikkatli bir biçimde düzenlenmiş çevrede, zamana, mekâna ve kullanılan malzemeye ayrı bir özen gösterme. Gözlem ve deney yoluyla bir şeyleri keşfederek öğrenmeye önem verme. Kişisel ve duyumsal deneyimlere vurgu.
Egzistansiyalizm (Varoluşçuluk)	Yapılandırmacılık	Öğrencinin ben bilincini kazanmasını temin etme. Varlığın tanımlanmasını ve imkânlarıyla alternatiflerinin farkına varmasını sağlama. Bir varoluş aydınlanmasına erişmesini temin etme.	Doğrudan öğretim ve yüz yüze ilişki, diyalojik bir yöntem anlayışı. Sokratik bir sorgulama yöntemi üzerinden, üç aşamalı bir diyalektik yaklaşımla, öğrencinin önce sahip olduğu inançlarla ilgili tutarlı bir kavrayışa ulaşmasını, sonra da mevcut inançlarıyla anlamlarını sorgulamasını ve en nihayetinde, başta kendi varlığı olmak üzere her şeyi yeni baştan değerlendirmesini temin etmek için çalışma.

#### 4.1.8 Matematik Eğitiminde Yapılandırmacılık (Constructivism) ve Yapılandırmacılığın Sezgicilik (İntuitionism) İle İlişkisi

Matematik eğitiminde, matematik felsefesi sınıf ve okul ortamında matematiği nasıl öğrendiğimizi ve öğrettiğimizi belirlemektedir. Eğer matematik, Platonist geleneğin savunduğu gibi keşfedilmeyi bekleyen ideal bir varlık olarak bulunuyorsa, o zaman okulların, matematiği doğrular, tanımlar ve algoritmaların sıradan bir bütünü olarak sunmaları yeterli olacaktır. Bu açıdan bakıldığında matematik, öğrencilerin hiçbir muhakeme yapmadan doğru olarak kabul etmek zorunda olduğu, değişmez bir bilgi birikimini aktarmaya benzer. Ancak, eğer matematik kültürel, yaratıcı ve deneysel bir aktivite ise, o zaman öğrencilerin benimsedikleri metodoloji, klasik matematikten ne kadar farklı olursa olsun kendi matematiksel bilgilerini yapılandırma konumunda olacaktır.<sup>383</sup> Bu metodolojiye uygun yaklaşım yapılandırmacılıktır.

Yapılandırmacılığın tarihi Sokrates'e kadar götürülebilir. Sokrates'in bilginin inşası için kullandığı diyalog yöntemi ile yapılandırmacı paradigma arasında doğrudan bir benzerlik kurulabilmektedir.<sup>384</sup> Von Glasersfeld'e göre ise ilk yapılandırmacı İtalyan düşünür Giambattista Vico'dur. Vico 1710 yılında geliştirdiği "insan beyni ancak kendi yarattığını bilebilir" sloganı ile temel fikrini açıklamaktadır. Bir diğer yapılandırmacı olarak Kant kabul edilir. Kant'a göre zihin sürekli olarak kendini geliştirir. Daha yakın tarihli yapılandırmacılar olarak ise William James ve John Dewey gibi Amerikan pragmatistleri kabul edilmektedir. Dewey geleneksel öğretimde hatırlama ve ezberi reddederek, "eğitim yaşama hazırlık değil, bilakis

<sup>383</sup> Handal, B. (2009). Matematik Pedagojisi ve Felsefesi. (S. Ö. Günaydın, Çev.) *İlköğretim Online*, 1-6.

<sup>384</sup> Brooks, J. G., & Brooks, M. G. (1999). *In Search of Understanding: The Case for Constructivist Classrooms*. Virginia: Association for Supervision and Curriculum Development, s. 23.

yaşamın ta kendisidir” düşüncesini savunmaktadır.<sup>385</sup> Yapılandırmacılık 20. yüzyıl boyunca hakkında konuşulan bir kavram olmasına rağmen, bu yüzyılın sonlarına doğru yapılandırmacılığın popülerliği iyice artmıştır. Bunun nedeni özellikle 1990’lı yıllarda beyin üzerinde yapılan araştırmaların önemli bir artış göstermesidir. Nörofizyoloji alanında elde edilen bulgular eğitimcileri yakından ilgilendirmiş, öğrenme ve öğretme süreçlerinin düzenlenmesinde bu bulgular temele alınmaya başlanmıştır.<sup>386</sup> Bu akımın temsilcileri olarak; G. Vico, L. E. J. Brouwer, A. Hayting, J. J. Rousseau ve I. Kant’ın yanı sıra 20. yüzyıl düşünürleri olan J. Piaget, J. Dewey, J. Bruner ve L. S. Vygotsky gibi felsefecilerin isimleri sayılabilir.<sup>387</sup>

Yapılandırmacılık yaklaşımı bilgi, bilginin doğası, nasıl bildiğimiz, bilginin yaygınlaştırılması sürecinin nasıl bir süreç olduğu ve bu sürecin nelerden etkilendiği gibi konularla ilgilenmekte ve düşünceleri eğitimsel uygulamalara temel oluşturmaktadır.<sup>388</sup> Bu yaklaşıma göre öğrenme, bilginin pasif bir şekilde ele alımı değil, kavramların yapılandırılmasının aktif olarak devam ettiği bir süreçtir, bu süreçte ezberleme değil anlama vurgulanır.<sup>389</sup> Yapılandırmacılar, bilginin kendi yaşantısını anlamlı kılmaya çalışan birey tarafından yapılandırıldığını ve çevreden pasif bir biçimde alınmadığını savunmaktadır. Bireyler doldurulmayı bekleyen boş variller değildir.<sup>390</sup> Dolayısıyla yapılandırmacılık bireyin zihinsel inşa süreci ile

---

<sup>385</sup> Tezci, E. (2003). Oluşturmacı Öğretim Tasarımı ve Yaratıcılık. *The Turkish Online Journal of Educational Technology*, 50-55; Koç, G., & Demirel, M. (2004). Davranışçılıktan Yapılandırmacılığa: Eğitimde Yeni Bir Paradigma, s. 175.

<sup>386</sup> Arslan, M. (2007). Eğitimde Yapılandırmacı Yaklaşımlar. *Ankara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Fakültesi Dergisi*, C 40, S 1, 41-61.

<sup>387</sup> Ernest, P. (2004). *The Philosophy of Mathematics Education*. Exeter: Roudledge Falmer, s. 11; Arslan, a.g.e., s. 47.

<sup>388</sup> Demir, S., & Şahin, S. (2009). İlköğretim Okullarında 1-5, Sınıflarda Yapılandırmacılık Yaklaşımına Göre Oluşturulan Eğitim Programlarının Uygulanmasında Öğretmenlerin Karşılaştığı Sorunlar. *Journal of Qafqaz University*, S 26, 158-171.

<sup>389</sup> Gömleksiz, N., & Kan, A. Ü. (2007). Yeni İlköğretim Programlarının Dayandığı Temel İlke ve Yaklaşımlar. *Doğu Anadolu Bölgesi Araştırmaları*, 60-66.

<sup>390</sup> Koç, G., & Demirel, M., a.g.e., s. 174.

öğrenenin dünyasında gerçekleşen biliş temelli bir yaklaşımdır ve bilginin inşasında öğrenen, öğrenme sürecinin merkezindedir.<sup>391</sup> Bir başka açıdan bakıldığında yapılandırmacılık, yeni karşılaşılan bilgileri önceki bilgilerle ilişkilendirerek öğrenmek, böylece daha önceden bilinen konulara bağlı olarak yeni öğrenmeler oluşturmaktır.<sup>392</sup> Yapılandırmacı öğrenme programında öğrenme içeriği öğrencilerin ilgileri ve gereksinimlerine yanıt vermenin yanında, gerçek yaşamla bağlantılı ve özgün olmalıdır. Başka bir deyişle konu merkezli tasarım yerine öğrenen merkezli tasarım uygulanmalıdır. Öğrenenin öğrendiğini yapılandırması ön plandadır.<sup>393</sup>

Öğrenenlerin bilgiyi nasıl öğrendiklerine dair bir kuram olarak gelişmeye başlayan yapılandırmacılık, zamanla öğrenenlerin bilgiyi nasıl inşa ettiklerine ilişkin bir yaklaşım halini almıştır. Öğrenme ezberlemeye değil öğrenenin bilgiyi transfer etmesine, var olan bilgiyi yeniden yorumlamasına ve yeni bilgiyi oluşturmaya dayanır.<sup>394</sup>

Yapılandırmacılığın genel karakterine uygun bir matematik eğitimi nasıl verilebilir? Paul Ernest'a göre yapılandırmacı matematikçiler şu görüşe sahiptirler: Klasik matematik güvenli olmayabilir ve matematiğin “yapılandırmacı” metotlarla yeniden inşa edilmeye ihtiyacı vardır. Ayrıca yapılandırmacılar, hem matematiksel doğruların, hem de matematiksel nesnelerin varlıklarının yapılandırmacı yöntemlerle inşa edilmesinin gerekli olduğunu iddia etmektedirler. Bu, doğruyu veya varlığı inşa etmek için çelişki ile ispata dayanan yöntemlere karşı, matematiksel inşaların gerekli

---

<sup>391</sup> Brooks, J. G., & Brooks, M. G., *a.g.e.*, s. 27-28.

<sup>392</sup> Arslan, *a.g.e.*, s. 44.

<sup>393</sup> Koç, G., & Demirel, M., *a.g.e.*, s. 178.

<sup>394</sup> Erdem, E., & Demirel, Ö. (2002). Program Geliştirmede Yapılandırmacılık Yaklaşımı. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, S 23, 81-87.

oldukları anlamına gelmektedir.<sup>395</sup> Yapılandırmacıların bu son iddiası ile matematik felsefesinin, matematiği yeniden temellendirmek iddiası ile Brouwer'in öncülüğünde ortaya çıkan Sezgicilik akımının, matematiksel ispat yöntemlerinden “olmayana ergi” yöntemini reddetmesi ile paralellik göstermektedir.

Bazı yapılandırmacılar, matematiğin kâğıt ve kalem ile ortaya konan inşacı yöntemlerin çalışması olduğu düşüncesini muhafaza etmelerine rağmen, Brouwer önderliğindeki daha sert sezgici görüş, matematiğin öncelikle zihinde yer aldığını, hâlihazırda birikmiş olan matematiğin ikinci sırada geldiğini iddia etmektedir. Bir sonucun hem klasik hem de yapılandırmacı ispatlarının olduğu sınırlı alanlarda, yapılandırmacı olan ispatlar daha bilgilendirici olmaları nedeniyle tercih edilir. Klasik bir varlık ispatı ise sadece varoluşun mantıksal zorunluluğunu gösterebilirken, yapılandırmacı bir varlık ispatı, var olduğu iddia edilebilen matematiksel bir nesnenin nasıl inşa edilebildiğini göstermektedir.<sup>396</sup> Salih Zeki'nin ders kitaplarında yapılandırmacı varlık ispatları tezin sonraki bölümünde incelenecektir.

19. yüzyılın başlarında matematiğin temellerinde yaşanan bunalım neticesinde, matematiği tekrar sağlam temellere oturtmak düşüncesi 3 paradigmanın doğmasına sebep olmuştur: Mantıkçılık (Logicism), Formalizm (Formalism), Sezgicilik (İntuitionism).<sup>397</sup> Ernest ise *The philosophy of Mathematics Education* kitabında bu 3 paradigmayı tanıtırken mantıkçılığın ve formalizmin yanında üçüncü paradigma olarak yapılandırmacılığı (Constructivism) dile getirmiştir. Sezgicilik ve yapılandırmacılığın aynı anlama geldiğini belirtmek için de *Constructivism*

---

<sup>395</sup> Ernest, *a.g.e.*, s. 11.

<sup>396</sup> Ernest, *a.g.e.*, s. 11-12.

<sup>397</sup> Handal, *a.g.e.*, s. 2.

(*Intuitionism*) şeklinde bir kullanıma yer vermiştir.<sup>398</sup> Ernest gibi bazı felsefeciler sezgiciliği ve yapılandırmacılığı birbirinin yerine kullanabilmektedirler.

Matematik felsefesinde yapılandırmacılık yaklaşımı, Kant ve Kronecker'a kadar geriye götürülebilir. Yapılandırmacı program, matematiğin anlam kaymalarından ve çelişkilerden korunması amacıyla ortaya konan matematiksel bilginin yeniden inşası çalışmalarından biridir. En meşhur matematikçi yapılandırmacılar, sezgiciler L. E. J. Brouwer ve A. Hayting'dir.<sup>399</sup>

Bu tezin önceki bölümlerinde Salih Zeki'nin matematik felsefesi yaklaşımlarından Sezgicilik akımına yakın bir konumda yer aldığı delillendirilmişti. Bu bölümde ise Sezgicilik ile yapılandırmacılık arasında temel noktalarda benzerliklerin olduğu ortaya konulmuştur. Bir sonraki bölümde Salih Zeki'nin bugünkü anlamda ortaokul öğrencileri için yazmış olduğu ders kitaplarında yapılandırmacılık akımının izleri aranacaktır.

#### **4.2 Salih Zeki'nin Geometri Ders Kitaplarının Yapılandırmacılık Perspektifinden Analizi**

Salih Zeki'nin 1907-1915 tarihleri arasında yazmış olduğu yedi adet geometri ders kitabı<sup>400</sup>, matematik eğitimcileri tarafından 20. ve 21. yüzyıllarda etkili öğretim stratejilerinden biri olarak kabul edilen Yapılandırmacılık (Constructivism) yaklaşımı açısından değerlendirilecektir. Salih Zeki'nin pür matematikçi ve matematik felsefeci kimliklerinin yanı sıra matematik eğitimcisi kimliğinin, söz konusu ders

---

<sup>398</sup> Ernest, *a.g.e.*, s. 11.

<sup>399</sup> Ernest, *a.g.e.*, s. 11.

<sup>400</sup> Hendese-i Tecrubiyye; İlk Hendese Dersleri, Devre-i Âliye Birinci Sene, Üçüncü Kitap; İlk Hendese Dersleri, Devre-i Âliye İkinci Sene, Dördüncü Kitap; İlk Hendese Dersleri İkinci Sene, Devre-i Mutavassıta, İkinci Kitap; İlk Hendese Dersleri Birinci Sene; Mebâdî Hendese; Nazârî ve 'Amelî Mücmel Hendese.

kitaplarında izi sürülecektir. Dolayısıyla ne öğrettiğinden çok, nasıl öğrettiğinin üzerinde durulacaktır.

Matematik eğitimi genel anlamda 2 temel strateji üzerine oturtulmaktadır. Bunlardan birincisi; matematiksel bağıntıların, formüllerin, ilişkilerin bir bütün olarak, eğitim verilecek olan birey ya da bireylerin kişisel özellikleri dikkate alınmaksızın sürecin dışında tutularak sunulması şeklinde ortaya çıkan stratejidir. Bu stratejide öğrenci eğitim öğretim faaliyetlerinde pasif alıcı konumundadırlar. İkincisi ise; matematiğin bir bütün olarak algılandığı, matematiksel kavramların birbirleri ile ilişkilendirildiği, formül, bağıntı ve teoremlerin neden sonuç ilişkisine bağlı kalınarak açıklığa kavuşturulduğu, matematiksel bilginin gelişim sürecinden öğrencinin haberdar edildiği, bireylerin eğitim öğretim sürecinde aktif olarak konumlandığı, matematiksel bilginin anlamlandırıldığı, matematiğin öğrenci zihninde yeniden inşa edildiği stratejidir. Yapılandırmacı eğitim anlayışı olarak isimlendirilen ikinci yaklaşımın temel özellikleri şu şekilde ifade edilebilir:

- Yapılandırmacı yaklaşımda, anlama, problem çözme, bilgiyi yeni durumlara uyarlama yeteneğini geliştirme hedeflenmektedir. Bu yaklaşım eğitimde baskın konumda bulunan gelenekselci ve nesnelci paradigmaya karşıdır. Yapılandırmacılara göre bilgi, duyu organları ile çevreden pasif bir biçimde alınmaz, öğrenen tarafından etkin bir biçimde yapılandırılır. Yapılandırmacı öğrenmede amaç, öğrenenlerin önceden belli bir hiyerarşiye göre belirlenmiş hedeflere ulaşmalarına yardımcı olmak değil; öğrenenlere bilgiyi zihinsel olarak anlamlandırmaları için öğrenme fırsatları sağlamaktır. Piaget ve Vygotsky yapılandırmacılığı en çok etkileyen bilim adamlarıdır. Yapılandırmacı eğitim programında tümdengelim ve tümevarım yaklaşımları

kullanılmaktadır. İçerik temel kavram ve ilkeler etrafında yapılandırılmaktadır.<sup>401</sup>

- Yapılandırmacı öğrenme, Piaget (1896 - 1980) ile özdeş görünmesine rağmen kökleri yaklaşık 100 yıl geriye giden bir kuramdır.<sup>402</sup>
- Öğretme değil, bir öğrenme teorisi olan yapılandırmacılık şu üç varsayıma dayanır:<sup>403</sup>
  - Bilgi kişisel bir katkıda bulunulmadan inşa edilemez.
  - Anlama, adaptasyon sonucu ortaya çıkar. Kişi kendi deneyimleri, bilgi ve birikimleriyle tartışılan konu arasında uyumlandırma sağlayarak konuyu anlar.
  - Bilgi, etkileşim sonucu oluşturulur. Kullanılan dil ve içinde bulunulan sosyal çevre bu etkileşimde önemli rol oynar.
- Yapılandırmacı yaklaşımda bilginin nasıl oluşturulduğu konusunda üç temel görüş vardır:
  - Bilişsel Yapılandırmacılık (Cognitive Constructivism)
  - Sosyal Yapılandırmacılık (Social Constructivism)
  - Radikal Yapılandırmacılık (Radical Constructivism)
- Söz konusu yaklaşımların üçünde de bilgi pasif olarak dışarıdan alınmaz. Bu yaklaşımlarda ortak nokta, bilginin zihinde yapılandırılması ve bireyin bilgiyi kendisinin oluşturmasıdır. Öğrenme için uygun ortamların hazırlanması da bireyin bilgisini kendisinin oluşturması için etkili olan etmenlerden biridir.

---

<sup>401</sup> Aktaran Çelik, F. (2006), Wilson, B. G. (1997). *Reflections on Constructivism and Instructional Desig.* Denver, Englewood Cliiffs N. J. Educational Technology Publications.

<sup>402</sup> Altun, M. (2004). *Matematik Öğretimi.* Bursa: Alfa Yayınları.

<sup>403</sup> Aktaran Delil, A. & Güleş, S. (2007); Akar H., & Yıldırım A, (2004). Oluşturmacı öğretim etkinliklerinin sınıf yönetimi dersinde kullanılması: Bir eylem araştırması, İyi örnekler konferansı, Sabancı üniversitesi.

Öyle anlaşılıyor ki, ne öğrenmişsek, ne öğreniyorsak ve ne öğreneceksek zihnimize yapılandırarak öğreniriz. Yani, deneyimlerimiz aracılığıyla yanılarak, tartışarak, düşündüğümüzü ve yaptığımızı sahiplenerek, analiz ederek, yapıp yaşayarak öğreniriz.<sup>404</sup>

Temel özellikleri ifade edilen Yapılandırmacılık, eğitim-öğretim ortamında okul-öğrenci-öğretmen paydaşlarının uyum içinde çalışmasını gerektiren bir eğitim stratejisidir. Yapılandırmacı öğrenme yaklaşımının uygulanabilmesi için bu üç paydanın her biri gereklidir. Bu çalışmada yapılacak olan, Salih Zeki tarafından yazılmış olan ders kitaplarının bu yaklaşıma uygun yazılıp yazılmadığını tespit etmektir. Yapılandırmacılığın yukarıda ifade edilen temel özelliklerinden yola çıkarak, bir ders kitabının yapılandırmacı karakter taşıyıp taşımadığını tespit etmek için bir takım temel kriterlere ihtiyaç vardır. Bunlar 11 maddede şu şekilde gruplandırılabilir:

1. Matematiksel kavramlar arasında ilişkilendirme yapılmış mıdır?<sup>405</sup>
2. Kitap, bilginin inşa edilmesinde öğrenciye gerekli malzemeyi ve bilişsel ortamı sağlamış mıdır?<sup>406</sup>
3. Eski bilgiler harekete geçirilerek yeni bilgiler ile ilişkilendirilmesi sağlanmış mıdır?<sup>407</sup>

---

<sup>404</sup> Aktaran Delil & Güleş, a.g.e.

<sup>405</sup> MEB. (2009). *İlköğretim Matematik Dersi 6-8.Sınıflar Öğretim Programı ve Klavuzu*. Ankara: Milli Eğitim Bakanlığı Talim Terbiye Kurulu Başkanlığı; MEB. (2009, Nisan). *Orta Öğretim Programlarının Yenilenme Gereçleri ve Davranışçı Yaklaşım ile Yapılandırmacı Yaklaşım Arasındaki Farklar*. Kasım 28, 2015 tarihinde T.C. Millî Eğitim Bakanlığı Orta Öğretim Genel Müdürlüğü: [ogm.meb.gov.tr/belgeler/program\\_yaklasim.ppt](http://ogm.meb.gov.tr/belgeler/program_yaklasim.ppt) adresinden alındı; MEB. (2013). *Ortaokul Matematik Dersi (5,6,7 ve 8, s. ınflar) Öğretim Programı*. Ankara: Milli Eğitim Bakanlığı Talim Terbiye Kurulu Başkanlığı.

<sup>406</sup> Baki, A. (2006). *Kuramdan Uygulamaya Matematik Eğitimi*. Trabzon: Derya Kitabevi; Delil & Güleş, a.g.e.; MEB. (2009, Nisan). a.g.e.; MEB. (2013). a.g.e..

<sup>407</sup> Bukova-Güzel, a.g.e.; MEB. (2009, Nisan). a.g.e..

4. Matematik konuları ile gerçek yaşam arasında ilişkilendirme yapılmış mıdır?<sup>408</sup>
5. Matematiksel kavramlar kitapta, öğrencilerin somut deneyimlerinden ve sezgilerinden matematiksel anlamları oluşturacak şekilde yer almış mıdır?<sup>409</sup>
6. Bilgi öğrencinin zihninde inşa edilerek, öğrenci anlamlı öğrenmeye<sup>410</sup> yöneltilmiş midir?<sup>411</sup>
7. Diğer disiplinlerle ilişki kurulmuş mudur?<sup>412</sup>
8. İçerikte grafik, resim, şekil gibi çoklu gösterim araçlarına yer verilmiş midir?<sup>413</sup>
9. Kitapta problem çözme yöntemine yer verilmiş midir?<sup>414</sup>
10. Konu ile ilgili soruların alıştırmaya problemleri, öğrencinin muhakeme becerisini geliştirecek şekilde organize edilmiş midir?
11. Öğrencilere üst düzey düşünme becerileri kazandıracak etkinliklere yer verilmiş midir?

Yukarıda ifade edilen temel kriterler çerçevesinde, Salih Zeki'nin yedi adet geometri ders kitabı incelenecektir.

---

<sup>408</sup> Arkün, S., & Aşkar, P. (2010). Yapılandırmacı Öğrenme Ortamlarını Değerlendirme Ölçeğinin Geliştirilmesi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 32-43; Bukova-Güzel, a.g.e.; MEB. (2009). a.g.e.; MEB. (2009, Nisan). a.g.e.; MEB. (2013). a.g.e.

<sup>409</sup> MEB. (2009). a.g.e.; MEB. (2013). a.g.e.

<sup>410</sup> Öğrencilerin bilgileri sadece hatırlamalarına yönelik değil, öğrendiklerinin arkasında yatan anlamı kavramaya yönelik öğrenmesi.

<sup>411</sup> MEB. (2009, Nisan). a.g.e.; Özgen, K., & Alkan, H. (2012). Yapılandırmacı Öğrenme Ortamında Öğrenme Stillere Uygun Geliştirilen Etkinliklere Yönelik Öğrenci Görüşlerinin İncelenmesi. *Dicle Üniversitesi Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Dergisi*, 239-258.

<sup>412</sup> MEB. (2009, Nisan). a.g.e.

<sup>413</sup> Baki, a.g.e.; Özgen & Alkan, a.g.e.

<sup>414</sup> Özgen & Alkan, a.g.e.

## 4.2.1 Hendese-i Tecrubiyye

**Yazar:** Salih Zeki

**Tarih:** 1327-1909

**Okutulduğu Yer:** Bütün rüştiyelerin (Ortaokul) üçüncü sınıflarında okutulmak üzere Maarif Nezareti (Milli Eğitim Bakanlığı) tarafından resmen kabul edilmiştir.

### İÇİNDEKİLER:

**DERS-1:** Tanımlar...3

#### Birinci Kısım

**Bir Doğru Parçasının Uzunluğunu**

**Ölçmek**

**DERS-2:** Bir Ucundan Öteki Ucuna

Gidilebilen Bir Doğru Parçasının

Boyu...12

**DERS-3:** Bir Ucundan Öteki Ucuna

Doğrudan Doğruya Gidilemeyen Bir

Doğru Parçasının uzunluğu...16

**DERS-4:** Bir Ağacın Yüksekliğini

Ölçmek...26

**DERS-5:** Bir Ağacın Yüksekliğini

Ölçme Yönteminin İspatı...30

**DERS-6:** Bir Ağacın Yüksekliğini

Bulmak İçin İkinci Yöntem...34

**DERS 7:** İki Ucuna Gidilemeyen Bir

Doğru Parçasının Uzunluğunu

Ölçmek...38

**DERS 8:** İki Ucuna Gidilmesi

Mümkün Olmayan Bir Doğru

Parçasını Ölçmek...44

#### İKİNCİ KISIM

**Kenarları Doğru Parçası Olan**

**Yüzeylerin Alanını Ölçmek**

**DERS-9:** Dikdörtgen ve Kare...47

**DERS-10:** Dikdörtgenin Alanını

Ölçmek...52

**DERS-11:** Kare ve Paralelkenar...59

**DERS-12:** Bir Paralelkenarın Alanını

Ölçmek...62

**DERS-13:** Bir Üçgenin Alanını

Ölçmek...66

**DERS-14:** Rasgele Bir düzlemin

Alanı...69

### **ÜÇÜNCÜ KISIM**

**Düzlemlerle Sınırlı Olan Bir hacmi**

**Ölçmek**

**DERS-15:** Hacimleri Ölçmek...74

**DERS-16:** Paralel Yüzlünün Hacmini

Ölçmek...78

**DERS-17:** Bir Küpün Hacmini

Ölçmek...80

**DERS-18:** Bir Dik Prizmanın

Hacmini Ölçmek...83

**DERS-19:** Rasgele Bir Paralel

Yüzlünün Hacmini Ölçmek...84

**DERS-20:** Bir Piramidin Hacmini

Ölçmek...86

### **DÖRDÜNCÜ KISIM**

**Eğri Çizgilerin Uzunluğunu Ölçmek**

**DERS-21:** Eğri Çizgilerin

Uzunluğunu Ölçmenin Kuralları...88

**DERS-22:** Çemberin Çevresini

Ölçmek...91

**DERS-23:** Açıların Birbirinden

Farkı...90

**DERS-24:** Açıları ve Yayları

Ölçmek...99

### **BEŞİNCİ KISIM**

**Eğri Yüzeyler ile Sınırlı Düzlemleri**

**Ölçmek**

**DERS-25:** Dairenin Alanını

Ölçmek...102

**DERS-26:** Bir Yüzeyi Nasıl Olursa

Olsun Ölçmek...107

### **ALTINCI KISIM**

## Eğri Yüzeyler ile Sınırlı Olan

### Hacimleri Ölçmek

**DERS-27:** Silindir...109

**DERS-28:** Bir Silindirin Hacmini  
Ölçmek...111

**DERS-29:** Koni ve Koninin Hacmini  
Ölçmek...114

## YEDİNCİ KISIM

### Döndürölmüş Yüzeyler ile Sınırlı

### Hacimleri Ölçmek

**DERS-30:** Küre...118

**DERS-31:** Bir Kürenin Alanı ve  
Hacmi...120

*Hendese-i Tecrubîyye* kitabında; matematik eğitimi yaklaşımlarından genel olarak “yapılandırmacılık (constructivism)”ın benimsendiği tespit edilmiştir. Bu bölümde; söz konusu yaklaşımın *Hendese-i Tecrubîyye* kitabındaki yansımaları izah edilmeye çalışılacaktır.

Kitap; “ta‘rifât” yani tanımlar ile başlamıştır. Yazar, tanımlamaları salt kitabî bilgiler ile değil örnek durumlar ile inşa etmeye çalışmıştır. Amaç öğrencinin tanımları özümsemesini sağlamaktır. Örneğin;

## SEKİZİNCİ KISIM

### Geometri Şekillerini Resmetmek

**DERS-32:** Geometri Aletleri...124

**DERS-33:** Doğru, Paralel ve Dik  
Çizgileri Resmetmek...126

**DERS-34:** Bir Doğru Parçasını Eşit  
Kısımlara Ayırmak...132

**DERS-35:** Üçgeni Resmetmek...134

Ölçülebilen şeyler 3 çeşittir. Bunlar, uzunluk, alan ve hacimdir. Örneğin, ‘Bu sınıfın bir ucundan diğer ucuna kadar olan mesafe kaç metredir?’ şeklinde bir soru yöneltirse amaç uzunluk ölçmek olur. ‘Bu sınıfın zeminine, bir kenarı 1 metre olan kare şeklindeki mermerlerden kaç tane döşenebilir?’ şeklinde bir soru yöneltirse amaç alan ölçmektir. ‘Bu sınıfın içine, bir kenarı 1 metre olan küplerden en fazla kaç tane sığar?’ şeklinde bir soru sorulsa amaç hacim ölçmektir.<sup>415</sup>

Alan ve hacim için bir kavramın inşasının önemsenmediği bir bakışta, “Bir dikdörtgenin alanı iki kenarının çarpımıyla bulunur... Dikdörtgenler prizmasının hacmi taban alanı ile yüksekliğinin çarpımıdır... Hacim = Taban alanı x Yükseklik ...” vb. gibi ifadeler yer alır. Oysaki *Hendese-i Tecrubiyeye* kitabında alan ve hacim konusu ile ilgili verilen örnek durumlar, bu kavramların matematiksel açıdan “asıl anlamlarına” ulaşma hedefindedir. Formülden ve kuraldan uzak, kavramın özünü açıklamaya çalışan bir yaklaşım benimsenmiştir. “Bu sınıfın zeminine, bir kenarı 1 metre olan kare şeklindeki mermerlerden kaç tane döşenebilir?” sorusu alan kavramına ulaştıracak önemli bir örnek durumu ifade etmektedir. Tanımlar bölümünde yer alan diğer kavramlar için de benzer yaklaşımlar benimsenmiştir. Örneğin;

Alan, herhangi bir şeyin yüzeyidir... Üç tür alan vardır. Bazı alanlar vardır ki bir cetvel tahtası o alana her noktada değer. Bir masanın üzeri gibi. Bu alanlara *düzgün alanlar* denir... Bazı alanlar vardır ki bu alanlara bir cetvel tahtası bir yönde tamamen değer iken diğer bir yönde sadece bir noktada değer. Mesela bir su borusunun yanal alanı gibi. Bu alanlara *eğri alanlar*

---

<sup>415</sup> Zeki, S. (1309/1892). *Hendese-i Tecrubiyeye*. İstanbul: Karabet Matbaası, s. 3-4.

denir... Bazı alanlar vardır ki bir cetvel tahtası her yönde ancak bir noktada değer. Bir yumurtanın yüzey alanı gibi. Bu alanlara yuvarlak alanlar denir.<sup>416</sup>

Tanımlar bölümündeki bu noktayı, kavramların inşa edilmesi açısından, yapılandırmacılık yaklaşımının ilk işareti olarak düşünebiliriz. Salih Zeki kitabın bu bölümünde; uzunluk, alan, hacim, uzunluk çeşitleri, alan çeşitleri, hacim çeşitleri kavramlarını inşa etmiştir.

Kitabın ikinci kısmında daha ayrıntılı bir şekilde, temel özellikleri ilk derste verilen uzunluk ve uzunluk ölçme konularına değinilmiştir. Uzunluk ölçümü şu şekilde açıklanmıştır:

Bir şeyin uzunluğunu ölçmek, o şeyde herkesçe bilinen başka bir şeyden kaç tane olduğunu bulmak demektir. Herkesçe bilinen şeye *karşılaştırma birimi* veya *birim* denir. Mesela bu sınıfın uzunluğunu ölçmek, bu uzunlukta *metre* dediğimiz uzunluktan kaç tane olduğunu bulmak demektir.<sup>417</sup>

Bu cümlede yer alan “bir şeyin içinde herkesçe bilinen bir şeyden kaç tane olduğu” sorgulaması bizi *birim* kavramının kökenine götürmektedir. Herhangi bir ölçüm yapmak için karşılaştırılabilecek bir şeyin olmasının gerekliliği ifade edilmektedir. Bu sayede öğrenciye; kilometre, metre, santimetre, gibi uzunluk ölçü birimlerinin mutlak ölçüm birimleri olmadıkları, evrensel bir uzunluk kabulü oldukları, bunların dışında da uzunluk ölçü birimleri oluşturulabileceği hissettirilmektedir. Bu düşünsel zemin ileride ifade edeceğimiz alan ve hacim hesaplamalarına kaynaklık edecektir.

Bir sonraki konuda, “*bir ucundan diğerine gidilemeyen iki nokta arasındaki mesafeyi ölçmek*” problem durumuna değinilmiştir. Kitabın bu bölümünde bir problem

---

<sup>416</sup> Zeki, a.g.e., s. 6-7.

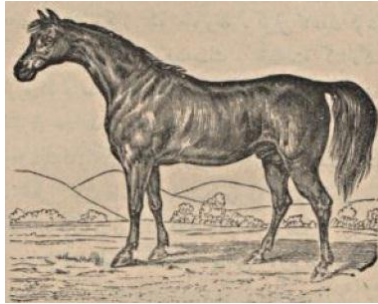
<sup>417</sup> Zeki, a.g.e., s. 13.

durumu ortaya atılıp problemin çözümünde kullanılmak üzere benzerlik konusu işlenmiştir. Bu açıdan bakıldığında bugün PDÖ<sup>418</sup> diye adlandırdığımız yöntemin bir örneklemesini görmekteyiz. Yapılandırmacı eğitim programında öğrenilecek içerik, öğrencinin ilgi ve gereksinimlerine uygun olmasının yanında gerçek yaşamla da bağlantılıdır.<sup>419</sup> Problem:

Okulumuzun ilerisine gittiğimizde orda bir ağaç ile yakınından bir de dere geçtiğini görürüz. Derenin karşı tarafına geçip bir çubuk dikmiş olsak, çubuk ile bulunduğumuz yerde bulunan ağaç arasındaki en kısa mesafeyi nasıl ölçebiliriz?<sup>420</sup>

Bu sorunun çözümünde üçgende benzerlik konusu kullanılmıştır. Benzerlik ihtiyacı olduğu anda şu şekilde tarif edilmiştir:

...şu küçük şekil, üç kenar ve üç açıdan oluşmuş kapalı bir şekildir. İşte böyle 3 kenar ve 3 açıdan ibaret olan kapalı şekle geometride ‘üçgen’ denir. Bundan başka kâğıt üzerine çizdiğimiz küçük şekil; toprak üzerine çizdiğimiz M ağacı,



Şekil 6

G değneği B çubuğu arasında bulunan MBG üçgenini gösterdiğinden, onun küçük bir suretidir denir. Böyle yapılan bir resim aslına benzerdir. İşte kitaplarda gördüğümüz ev, at, araba resimleri şehirlerde gördüğümüz ev, at, araba resimlerine benzeyecek şekilde yapılmış

birer numunedir. Altıncı şekilde gördüğümüz at resmi aslına benzer şekilde yapılmış bir numunedir. Bu resmin her tarafı dikkatlice ölçülmüş olsa gerçek

<sup>418</sup> PDÖ: Probleme dayalı öğretim.

<sup>419</sup> Çelik, F. (2006). Türk Eğitim Sisteminde Hedefler ve Hedef Belirlemede Yeni Yönelimler. *Burdur Eğitim Fakültesi Dergisi*, 1-15.

<sup>420</sup> Zeki, a.g.e., s. 17.

atın büyüklüğü anlaşılabilir. Örneğin resimde ön ayağı ölçülmüş olsa ve asıl atın ayağından yirmi defa küçük olsa, başı, kuyruğu, kulağı gibi resmin diğer tarafları da atın diğer taraflarından yirmi defa küçük olur. Böyle bir kenarı belli oranda küçültülen resme benzer resim denir. İşte kâğıt üzerine çizmiş olduğumuz  $M'B'G'$  üçgeni de gerçekte var olan toprak üzerine çizdiğimiz  $MBG$  üçgenine benzerdir...<sup>421</sup>

Benzerlik konusu, hayatın doğal akışında karşılaşılabilecek problem durumunun içine gizlenmiş ve yine bu olağan akış devam ettirilerek benzerlik konusu sezdirilmeye çalışılmıştır. Matematik eğitimi yaklaşımlarından *gerçekçi matematik eğitimi* yaklaşımı da temelde yapısalcı karaktere sahiptir. Hollandalı matematik eğitimcisi Hans Freudenthal Gerçekçi Matematik Eğitimi'nin (Realistic Mathematics Education-RME) kurucusudur. Freudenthal tarihte matematiğin gerçek hayat problemleri ile başladığını ve önce gerçek hayatın matematikleştirildiğini daha sonra formal matematik bilgiye ulaştığını ileri sürmüştür. Bunun karışığında yer alan, önce formal bilginin verilip daha sonra uygulamaya geçilmesi Freudenthal'e göre öğretici olmayan bir yöntemdir.<sup>422</sup> Yapılandırmacı yaklaşımın zıttı olarak düşünebileceğimiz *davranışçı yaklaşımla* organize edilmiş bir ders akışı şu şekilde olabilirdi: “Bir  $ABC$  üçgeni ile  $DEF$  üçgeninin benzer olabilmesi için  $AB$  kenarı ile  $DE$  kenarı,  $AC$  kenarı ile  $DF$  kenarı,  $BC$  kenarı ile  $EF$  kenarı arasında sabit bir oran olması gerekir.” Bilginin öğrenciye bu tarz bir yaklaşımla aktarılması; benzerlik kavramının, mutlak matematiksel doğru olarak düşünüldüğünün ve ezberlenmesi gereken bir kavram olduğunun göstergesi olacaktır. Bu matematiksel bilgi ancak ezberlenir, özümsemez.

<sup>421</sup> Zeki, a.g.e., s. 23-24.

<sup>422</sup> Altun, M. (2006). Matematik Öğretiminde Gelişmeler. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 223-238.

Bir sonraki derste de, ikizkenar dik üçgenin özelliklerinin gizil olarak anlatıldığı, günlük hayattan bir problem durumu seçilmiştir. Kitapta konuya giriş şu şekildedir:

...Bu derste yakınında bulunduğumuz bir ağacın yüksekliğini ölçeceğiz. Bu ders size bir önceki derslerden daha zor görünse de o kadar zor değildir. Böyle bir ağacın yüksekliğini ölçmek sanki bir ucuna gidilebilen [fakat] diğer ucuna gidilemeyen bir doğrunun uzunluğunu ölçmek demektir. Bunda ucuna gidilebilen uç ağacın dibi, gidilemeyen uç da ağacın tepesidir.<sup>423</sup>

*Hendese-i Tecrubiyeye* kitabının bu konusunda, bir önceki derste *benzerlik* kavramında izlenen yöntem *dik üçgen ve özellikleri* için tekrarlanmıştır. İkizkenar dik üçgen oluşturulurken, bir dikdörtgen kâğıt önce kare kâğıda dönüştürülmekte, akabinde köşegen boyunca kesilerek dik üçgen elde edilmektedir. Elde edilen dik üçgenin ikizkenar olma durumu ise kenarlarının birbiri üzerine katlanarak karşılaştırılması yöntemiyle test edilmektedir.

Kitapta uzunluk ölçümü anlatıldıktan sonra alan ölçümüne geçilmiştir. İlk olarak dikdörtgen ve akabinde kare tanımı yapılmıştır:

Elimize basit bir kâğıt alırsak dört köşesinde bulunan açılardan birer dik açı olduğunu görürüz. Bundan başka kâğıdın dört kenarının da birbirine eşit olduğu ve ikisinin büyük, diğer ikisinin de küçük olduğunu herhangi bir tecrübemizle biliriz. Fakat bunlardan büyükleri birbirine eşit olduğu gibi küçük kenarlar da birbirine eşittir. Bunu anlamak için kâğıtları bir kere enince bir kere de boyunca bükerek olur isek birincide büyük kenarların ikincide küçük kenarların eşit olduğu ortaya çıkar. İşte böyle basit bir kâğıt gibi dört açısı da dik açı olan ve yalnız karşı karşıya bulunan kenarları birbirine eşit olan dört kenarlı şekle

---

<sup>423</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 20-21.

geometri de *dikdörtgen* denir. Şimdi o kâğıdı bir de büyük kenarı, küçük kenarlardan birinin üstüne gelecek şekilde köşegen boyunca bükelim. Bu halde kâğıdın boyunda bir parça fazlalık oluşur. Bir makas ile bu fazlalığı kaldırır ve kâğıdı tekrar masa üzerine açarsak bu sefer açılarını dik olan ve dörtkenarı birbirine eşit olan bir şekil meydana gelir. İşte bu şekildeki gibi dörtkenarı birbirine eşit olan ve açıları dik açı olan şekle de geometride *kare* denir. Her kenarının boyu 1 metreye eşit olan bir karenin alanı da *bir metre kare* şeklinde ifade edilir.<sup>424</sup>

Günlük hayatta kullandığımız bir A4 kâğıdından yola çıkarak dikdörtgen ve kare tanımları yapılmıştır. Bilindik bir örnekten yola çıkılarak yapılan tanım, yeni öğrenilecek bir kavramın zihinde oluşturulmasını kolaylaştırmaktadır. Dikdörtgenden yola çıkarak kare tanımının yapılması, her karenin aynı zamanda dikdörtgen olduğunu da hissettirmektedir. Aynı paragraf içerisinde birim kare tanımının yapılması da daha sonra geçiş yapılacak olan alan kavramının temelini teşkil etmesi açısından inşa faaliyetinin devam ettiğini göstermektedir. Parçaların bir araya getirilerek bir yapının oluşturulması anlamında kullanılan yapısalılık<sup>425</sup> kitabın bu bölümünde karşılık bulmaktadır.

Davranışçı yaklaşımda alan ölçü birimleri arasındaki dönüşümler (1 *metrekare* = 100 *desimetrekare* = 10000 *santimetrekare* ... gibi) bir tabloda maddeler halinde verilir. *Hendese-i Tecrubiyye* kitabında bu dönüşümler şu şekilde izah edilmektedir:

...Şimdi siyah tahta üzerine bir kenarı 1 metre olmak üzere bir kare çizelim. Bu karenin her kenarını onar eşit parçaya ayıralım. Sonra da karşı karşıya bulunan

---

<sup>424</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 48-50.

<sup>425</sup> Baki, *a.g.e.*

noktaları doğru parçaları ile birleştirelim. Bu halde tahta üzerine çizmiş olduğumuz kareyi bir takım küçük karelere ayırmış oluruz. Bu karelerin her birinin kenarları 1 desimetreye eşit bulunur. İşte kenarı 1 desimetreye eşit olan bu gibi karelere de desimetrekaire denir. Acaba daha önce tahta üzerine çizdiğimiz metrekairenin içinde böyle kaç desimetrekaire vardır? Bunu bulmak için önce büyük karenin bir kenarı hizasınca kaç tane küçük kare olduğunu sayalım: on tane desimetrekaire olduğunu buluruz. Bundan anlarız ki büyük karenin içinde birbiri üzerinde on sıra var ve her sırada da on tane küçük kare vardır. O halde bütün kare içinde  $10 \times 10 = 100$  kare bulunması gerekir. Demek oluyor ki 1 metrekairede yani kenarı 1 metre veya 10 desimetre olan bir karede 100 desimetrekaire vardır.<sup>426</sup>

Davranışçı yöntemde, alan ölçü birimleri *yüzer yüzer büyüyüp küçülür* şeklinde ezberletilerek öğretilen bilgi burada modellenerek ifade edilmiştir. Aynı model kitabın ilerleyen bölümlerinde santimetrekaire ve milimetrekaire için de tekrarlanarak alan ölçü birimlerinin, öğrencilerin zihinlerinde bütünleşmesine imkân sağlamıştır. Ayrıca yukarıdaki paragrafta yer alan “Acaba daha önce tahta üzerine çizdiğimiz metrekairenin içinde böyle kaç desimetrekaire vardır?” sorusu geometrik şekillerde yüzey alanının nasıl bulunacağını da hissettirmektedir. Bu açıdan bir sonraki konu için inşa faaliyetinin devam ettiğini görmekteyiz. Kitabın bu bölümünde şu cümle alan kavramını açıklamaktadır:

İşte bir alanı ölçmek demek o alanda kaç tane metrekaire veya kaç tane desimetrekaire veyahut kaç tane santimetrekaire olduğunu bulmak demektir.<sup>427</sup>

---

<sup>426</sup> Zeki, a.g.e., s. 50-51.

<sup>427</sup> Zeki, a.g.e., s. 52.

Yine yapılandırmacı olmayan yaklaşımlarda; “bir dikdörtgenin alanı, kısa kenarı ile uzun kenarının çarpımıdır” gibi anlamsız tanımlamalar ile verilen alan kavramının, *Hendese-i Tecrubiyeye* kitabında tek bir cümleyle oluşturulduğu görülmektedir. Kavram önce inşa edilmiş, sonra kurallaştırılmıştır. Daha sonra kitapta alan ile ilgili şu açıklamaya yer verilmiştir:

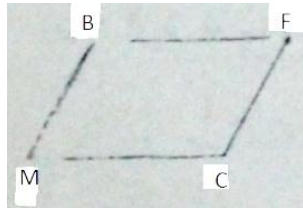
Elimize bir santimetre eninde iki santimetre boyunda bir takım domino taşları alır ve ortalarından ikiye bölersek bir kenarı 1 santimetre olan birçok kare elde etmiş oluruz. Bu karelerden her biri önceki derslerde gördüğümüz gibi 1 santimetrekareden ibarettir. Bu küçük karelerden dört tanesini alarak birbiri ardı sıra dizelim. Bu halde bir dikdörtgen elde etmiş oluruz ki bu dikdörtgenin alanı 4 santimetrekare toplamına eşit olur. Çünkü yalnız bir sıra olduğundan onda da dört tane santimetrekare bulunduğundan şüphesiz ki toplamı  $1 \times 4 = 4$  santimetrekare olur. Şimdi bu sıranın altına dört yarım domino taşı daha koyarak bir ikinci sıra ilave edelim. Ortaya çıkan şekil yine bir dikdörtgen olur. Fakat bu dikdörtgende 2 sıra olduğundan ve her sırada 4 santimetrekare bulunduğundan alanı toplam  $2 \times 4 = 8$  santimetrekareden ibarettir. ...İşte şu birkaç örnekte görülüyor ki bir dikdörtgenin alanını ölçmek yani kaç santimetrekareye eşit olduğunu bulmak için büyük ve küçük kenarlarda kaç tane santimetre olduğunu aramak ve sonra da bulunan 2 sayıyı birbiri ile çarpmak gerekir. Bir dikdörtgenin alanını bulmak için yaptığımız bu işe dikdörtgenin enini boyuna çarpmak denilir ki bunda amaç eniyle boyu ayrı ayrı ölçülerek kaç santimetre bulunur ise o sayıları birbiri ile çarpmaktır. Böylece elde edilen sonuç o dikdörtgende kaç santimetrekare olduğunu gösterir.<sup>428</sup>

---

<sup>428</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 52-53.

Bir dikdörtgenin alanının nasıl hesaplandığının açıklandığı bu paragrafta, küçük karelerden büyük dikdörtgenler oluşturularak tümevarım yönteminin benimsendiği görülmektedir. Alan kavramı özüne uygun olarak öğrencinin zihninde parça parça inşa edilmiştir. Yapılandırmacı yaklaşımın öncülerinden Piaget, bireyin çevresi ile aktif etkileşimi sonucu bilgisini kurmasını uyma ve özümseme adını verdiği iki ardışık süreç ile açıklamaktadır. Buna göre birey karşılaştığı yeni durumu fark eder, mevcut bilgisiyle yeni durumu anlamlandırmaya ve yorumlama çalışır. Bu tanıma sürecinin akabinde yeni durumu özümser.<sup>429</sup> *Hendese-i Tecrubiyeye* kitabında anlatılan alan kavramı da uyma ve özümseme basamaklarına uygun olarak organize edilmiştir. Kitabın ilerleyen bölümünde karenin alan hesabı için de benzer bir yaklaşım benimsenmiştir.

Yapılandırmacı öğrenme yaklaşımında genellikle şu sıranın izlendiği görülmektedir: Dersin başında öğrencilerin dikkati çekilir, problem durumu sunulur, öğrenenlerin bilgileri açığa çıkarılır, daha sonra öğrenenler ile işbirliği içinde problem durumu incelenir, hipotezler üretilir.<sup>430</sup> *Hendese-i Tecrubiyeye* kitabının bu bölümünde de, dikdörtgenin ve karenin alan hesabı anlatıldıktan sonra, bu bilgilerden yola çıkarak paralelkenarın alan hesaplaması için çıkarımda bulunulmaktadır. Alan hesabına geçmeden önce paralelkenar tanımlanmış ve özellikleri bu tanımdan yola çıkarak somuttan soyuta doğru şu şekilde sezdirilmiştir:



Şekil 7

“Birbirine paralel iki doğru” diye aralarındaki mesafe daima bir olan, yani birbirine yaklaşıp uzaklaşmayan iki doğruya denir. Böyle iki doğru

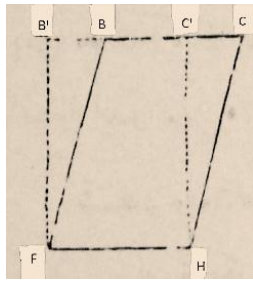
<sup>429</sup> Baki, a.g.e.

<sup>430</sup> Çelik, a.g.e.

boyunca ne kadar uzatılırsa uzatılsın birbirine değmezler. Şeklimizdeki BF doğrusu ile MC doğrusu ve yine CF hattıyla MB doğrusu birbirlerine paraleldir. Şimdi mademki FC doğrusunun MB doğrusuna olan mesafesi değişmiyor, mademki MC, FB doğruları da bunların arasında birbirine paralel bulunan, yani aynı istikamette olan mesafeleri gösteriyor, bu halde MC ile FB doğrularının birbirine eşit olması gerekir. Aynıyla BF doğrusu da MC doğrusuna eşittir. Bundan anlaşılmaktadır ki paralelkenarın da dikdörtgen ve karede olduğu gibi karşılıklı kenarları hem birbirine paralel hem de eşit ise de açıları, diğerlerinde olduğu gibi dik açı olmaz.<sup>431</sup>

Kare ve dikdörtgenin özellikleri ile paralelkenar arasında bir ilişki kurularak paralelkenarın özellikleri çıkarsanmıştır. Kurulan ilişki alan hesabı için de sürdürülmüştür:

Şimdi bir paralelkenarın ne olduğunu öğrendikten sonra alanının nasıl ölçüldüğüne gelelim. Bir A4 kâğıdı üzerine bir  $BCHF$  paralelkenarı çizer ve



Şekil 8

kâğıdı şekildeki gibi CB hattını kendi üzerine gelecek şekilde, F ve H noktalarında iki kere bükerek olursak,  $FB', HC'$  gibi iki büküm doğrusu elde etmiş oluruz. Bu  $FB'HC'$  büküm doğruları önceden verdiğimiz gibi  $FH$  doğrusuna dik olduklarından, yani iki tarafta elde edilen açılar birer dik açıya eşit bulduklarından tabidir ki elde edilen  $FB'HC'$  şekli de bir dikdörtgen olur. Bu şekilde oluşmuş bir dikdörtgenin alanı da önceki derslerde gördüğümüz üzere  $FB'$  kenarının  $HF$  kenarı ile çarpımına eşittir. Şimdi diyoruz ki; resmetmiş olduğumuz  $FHCB$  paralelkenarının alanı, bulmuş olduğumuz  $FB'C'H$  dikdörtgeninin alanına eşittir. Bunu ispat etmek çok

<sup>431</sup> Zeki, a.g.e., s. 61-62.

kolaydır; evet bu iki şekle dikkat ile bakılacak olur ise görülür ki  $HC'BF$  bölgesi her ikisinde yani hem paralelkenarın hem de dikdörtgenin içinde bulunur. Paralelkenarın bundan fazlası  $HC'C$  üçgenidir. O zaman dikdörtgenin bundan fazlası ise  $FBB'$  üçgenidir. Bu halde paralelkenarın alanının dikdörtgenin alanına eşit olması bu iki üçgenin birbirinin aynısı olmasını gerekli kılar. Şimdi bir makas ile  $C'CH$  üçgenini çıkaralım ve bir cetvel alarak kenarını  $BC'$  kenarına yerleştirdikten sonra çıkardığımız  $C'CH$  üçgeninin  $C'C$  kenarını cetvel kenarına dayayarak ileriye doğru kaydıralım. Üçgenin  $H$  noktası  $F$  noktasına geldiğinde,  $HC$  hattının  $FB'$  doğrusuna eşitliği bozulmayacağından,  $C'$  noktası da  $B'$  noktasına gelmiş olur. Bu halde şüphesiz  $C'H$  doğrusu da  $B'F$  doğrusuna paralel kalarak gelmiş olacağından, onlar da birbiri üzerine çakışmış olur. İşte bu iki üçgenin birbiri üzerine çakışmasına, alanlarının birbirine eşit olduğuna yani dikdörtgenin alanının paralelkenarın alanına eşit olduğuna hükmederiz.<sup>432</sup>

Dikdörtgen ve paralelkenar şekilleri arasında kurulan ilişkinin alan hesabı konusunda da devam ettiği görülmektedir. Önceki bilgilerden yola çıkarak bir sonraki bilgi hakkında hipotezde bulunma ve bu hipotezi ispatlama yöntemi yapılandırıcılık anlayışının bir ürünüdür.<sup>433</sup> *Hendese-i Tecrubiyye*'nin bir sonraki konusu olan bir üçgenin alanının hesaplanmasında da benzer bir hiyerarşi izlenerek, paralel kenarın alanından üçgenin alanına ulaşıldığı görülmektedir.<sup>434</sup>

Bir sonraki konuda; “düzgün yüzeylerden oluşan hacimleri ölçmek” başlığı altında hacim hesabı anlatılmaktadır:

...Elimize bir tabla zarı alalım. Görürüz ki bu zarda altı yüz vardır. Bu yüzlerin her biri de bir kare yani dört açısı dik ve dört kenarı birbirine eşit bir şekildir.

<sup>432</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 63-64.

<sup>433</sup> Çelik, *a.g.e.*

<sup>434</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 68-69.

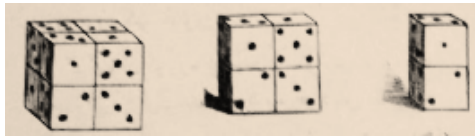
İşte böyle bir hacme geometride küp denildiği gibi bu hacmin yüzlerine de ‘yüzey’ denir.

...Ayrıtları metre olan küpe metreküüp denir. İşte alanları ölçmek için metrekare nasıl karşılaştırılacak bir birim olarak alınmış ise, hacimleri ölçmek için de metreküüp karşılaştırılacak birim olarak kabul edilir.<sup>435</sup>

Alan hesabı için birim karenin nasıl oluştuğu anlatılmıştı, hacim konusu için de birimküüpün nasıl oluşturulduğu ayrıntılı olarak verilmektedir. Bir geometrik cismin hacmini hesaplamaya geçmeden önce, o hacmin hesabında kullanılacak *vahid-i kıyasî* yani karşılaştırılacak şeyin oluşturulması, hacim kavramının inşasının temelini teşkil etmektedir.

Düzgün bir prizmanın hacim hesabı, *Hendese-i Tecrubîyye* kitabında şu şekilde izah edilmektedir:

...Bir dikdörtgenin hacmi nasıl ölçülür? Veyahut dikdörtgen dik prizmada kaç tane metreküüp, kaç tane desimetreküüp ve kaç tane santimetreküüp bulunduğu nasıl tayin olur? Biz bu ana kadar gördüğümüz dersler yardımıyla cismin ayrıtlarının uzunluklarını ve yüzeylerinin alanını ölçebiliriz. Acaba bu bilgi ile



Şekil 9

cismin hacmini nasıl buluruz? Buna cevap verebilmek için bu zarların ayrıtlarını birer santimetre olarak

alalım. Bu halde her zar bir santimetreküüp olur. Şimdi gördüğümüz dikdörtgen iki zardan ibaret olduğundan hacmi 2 santimetreküüpe eşit olur. Şimdi bu zarlardan 4 tanesini bir yere götürerek dikdörtgen prizma yapalım. Bu dikdörtgen prizmada dört zar olduğundan hacmi de 4 santimetreküüptür.

<sup>435</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 75.

Böylece yapılmış iki dikdörtgen prizmada yan yana getirerek bir üçüncü dikdörtgen prizma yapalım. Bunun hacmi mademki 8 zardan oluşmaktadır, o halde hacmi de 8 santimetreküptür. Bu minval üzere yapacağımız dikdörtgen prizmaların hacimleri zarların adedine göre kolaylıkla bulunur. Şimdi şekillere dikkatle bakalım. Birinci şekildeki dikdörtgenin yüksekliği 2 santimetre, eni 1 santimetre ve kalınlığı 1 santimetre idi. Bu üç sayının birbirine çarpımı  $2 \times 1 \times 1 = 2$  olur ki bu da dikdörtgenin hacmine eşittir. Dikkat ediniz ki bu çarpım sonucu tamamen dikdörtgen prizmanın kaç tane santimetreküp olduğunu gösterir. ...Bu örneklerden anlaşılır ki bir dikdörtgen dik prizmanın hacmini bulmak için yüksekliğini, genişliğini ve uzunluğunu birbiri ile çarpmak gerekir. Bu kural şu şekilde ifade edilir:

$$\text{Dikdörtgen prizmanın hacmi} = \text{Yükseklik} \times \text{Genişlik} \times \text{Uzunluk}$$

Hâlbuki bir dikdörtgen prizmanın uzunluğunun genişliğine çarpımı o dikdörtgen prizmanın tabanı olan dikdörtgenin alanına eşit olacağından bu takdirde bir dikdörtgen prizmanın hacmi, taban alanının yüksekliği ile çarpımına eşittir. Bu kural şu şekilde ifade edilir:

$$C(\text{hacim}) = B(\text{taban alanı}) \times A(\text{yükseklik})^{436}$$

*Hendese-i Tecrubiyeye* kitabının ilk sayfalarında ölçme; “Bir şeyin içinde herkesçe bilinen bir şeyden kaç tane vardır?” sorusunun cevabı olarak tanımlanmıştı. Uzunluk ölçümünde herkesçe bilinen şey, metre, desimetre ve santimetre olarak alınırken, alan hesabı için herkesçe bilinen şeyin bir ölçüm aleti olamayacağı ve karşılaştırılacak bir şeklin oluşturulması gerektiği açıklanarak metrekare *vahid-i kıyâsî* olarak kabul edilmişti. İşte önce hacim hesabında da vahid-i kıyasi olarak

---

<sup>436</sup> Zeki, a.g.e., s. 77-78.

kullanılacak olan metreküp de bu şekilde oluşturulmuştur. Bu işlemden sonra yöneltilen “Bir dikdörtgenin hacmi nasıl ölçülür? Veyahut dikdörtgen dik prizmada kaç tane metreküp, kaç tane desimetreküp ve kaç tane santimetreküp bulunduğu nasıl tayin olur?” sorusu uzunluk ve alan hesabı için elde ettiğimiz bilginin hacim hesabında işe koşulmasına yöneliktir. Piaget’e göre birey, yeni öğrendiği bilgiyi zihnindeki şemalara uyarlamakta, uyarlayamıyorsa zihnindeki şemaları yenileyip geliştirmektedir.<sup>437</sup> Yapılandırmacılık anlayışının, mevcut bilgilerden yola çıkarak yeni problem durumlarının çözümlenmesi ilkesinin bir örnekleme olan bu bölümde hacim hesabının, “Bir şeyin içinde herkesçe bilinen bir şeyden kaç tane vardır?” genel tanımının içine oturtulduğu, yani bilginin öğrenci zihninde inşa edilmeye çalışıldığı görülmektedir. Bölümün sonunda hacmin genel kuralı “taban alanı x yükseklik” olarak belirtilmiştir. Oysaki davranışçı yaklaşımla hazırlanmış bir ders kitabında hacim hesabı ilk bu kuralın verilmesi ile başlar ve öğrencinin bu bilgiyi ezberlemesi istenir. Daha sonra hacim hesabı için gerekli ölçüm birimleri verilir. Bu açıdan bakıldığında dikdörtgenler prizmasının hacminin anlatıldığı bu bölümün de yapılandırmacı anlayışla yazıldığı söylenebilir. *Hendese-i Tecrubiyeye* kitabının sonraki konuları olan “bir küpün hacminin hesaplanması” ve “üçgen prizmanın hacminin hesaplanması” konularında da dikdörtgen prizmanın hacim hesabında kullanılan strateji aynen korunmuştur.

*Hendese-i Tecrubiyeye* kitabının bu bölümünde eğri çizgilerin uzunluklarının ve alanlarının nasıl ölçüldüğü anlatılmaktadır:

---

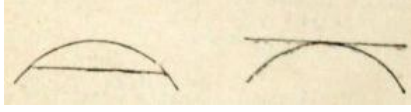
<sup>437</sup> Altun, M. (2004). *Matematik Öğretimi*. Bursa: Alfa Yayınları.



Şekil 10

...Şimdi siyah tahta üzerine eğri büğrü bir çizgi çizelim (Şekil 10). Bu çizginin üzerine metreyi koyarak uzunluğunu

ölçemeyiz. Bu halde ne yapmalıyız? Böyle bir eğri çizimin uzunluğunu ölçmek için gayet kolay ve gayet doğru bir yöntem vardır ki o da ince bir iplik alarak bir ucunu hattın M ucuna bağladıktan sonra diğer ucuna kadar eğri üzerine



Şekil 11

yatırmaktan ibarettir. Eğrinin iki ucu arasında bulunan iplik gerilecek olur ise bir doğru oluşur ki bu doğrunun boyu, eğrinin

uzunluğuna eşittir. Fakat ne fayda ki bu yöntemi her yerde kullanmak mümkün değildir. İşte bunun için eğri, bir takım BM, BC, CF, FH gibi küçük küçük doğruların uç uca birleşmelerinden oluşmuş gibi kabul olunur. Gayet küçük olan bu doğrulardan bazısı eğriye 2 noktada değer ki bunlara geometride “kiriş” denir (Şekil 11). Bazısı da yalnız bir noktada değer. Bu gibi doğrulara da “teğet” denir. İşte bu küçük doğruların ayrı ayrı uzunlukları ölçüldükten sonra bu uzunluklar toplanacak olur ise bulunacak toplam yaklaşık olarak MH eğrisinin uzunluğuna eşit olur. Şüphesiz ki bu küçük doğrular, ne kadar kısa ve ne kadar çok olur ise, onların uzunluklarının toplamı da eğrinin uzunluğuna o kadar yaklaşmış olur.<sup>438</sup>

Daha önceki konularda olduğu gibi bu konuda da Salih Zeki, somuttan soyuta doğru ilerleyen bir yöntem benimsemiştir. Yapılandırmacı eğitim yaklaşımında konuların birbiriyle ilişki kurularak verildiğini daha önce ifade etmiştik. Dolayısıyla herhangi bir konunun bir sonraki konuyla ilişkisi olacaksa öğrenci o konuya hazırlanır. “Şüphesiz ki bu küçük doğrular, ne kadar kısa ve ne kadar çok olur ise, onların uzunluklarının toplamı da eğrinin uzunluğuna o kadar yaklaşmış olur” cümlesi,

<sup>438</sup> Zeki, a.g.e., s. 89-90.

içerisinde sonsuz küçükler kavramını barındırmaktadır. İntegral konusu bu yaş grubu öğrencilerin öğrenebileceği bir konu değildir. Ancak *Hendese-i Tecrubiyye* ders kitabının ortaokul 3. sınıf öğrencilerine yönelik hazırlanmış olduğu düşünüldüğünde, sonsuz küçükler mantığı öğrenciye kazandırılarak, sonraki eğitim kurumu olan liseye öğrencilerin matematiksel algılarının hazırlandığı düşünülebilir.

Düzgün olmayan bir eğri tanımlanıp uzunluğu ölçüldükten sonra, düzgün bir eğri olan çemberin çevre uzunluğunun nasıl bulunacağı şu şekilde anlatılmıştır:

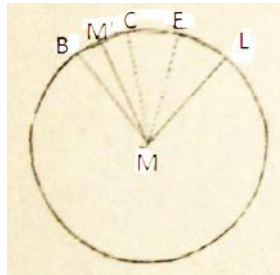
...Size geçen derslerde çizmiş olduğumuz eğri büsbütün düzgün olmayan bir eğriydi. Bir takım düzgün eğriler vardır ki bunların uzunluklarını bulmak için ilave küçük küçük doğrulara ayırmaya veya üzerine iplik germeye lüzum görünmez. Bu şekilde düzgün eğriler ya bir ölçüm aleti ile veyahut doğrudan doğruya hesap yardımıyla bulunur. İşte bu eğrilerin en sadesi “çember” denilen eğridir. Şimdi bir parça iplik alalım. Bu ipliğin ucunu siyah tahtanın M ucuna bir çivi ile bağlayalım veya parmak vasıtasıyla tutalım. Diğer ucuna da bir tebeşir takalım. Bu halde tebeşiri gergin tutarak ve tebeşiri tahta üzerinde gezdirerek bir eğri çizelim. Bu surette çizdiğimiz eğri yuvarlak bir eğridir ki geometride bu eğrinin alanına “daire” ve kendisine “çember”, M noktasına “merkez” ve sicimin kendisine “yarıçap” ve uzunluğun 2 misline “çap” denir. İşte görüyoruz ki bu eğrinin her noktası, M merkezinden daima sicimin uzunluğuna eşit mesafede bulunur. Bu halde çember, dairenin merkezinden eşit mesafede bulunan bir eğri çizgiden ibarettir diye tanımlanabilir. Bu çemberin yarıçapı bulunacak olur ise bundan çemberin uzunluğunu bulmak mümkündür. Şimdi daireyi çizdikten sonra sicimi alarak...<sup>439</sup> Bu halde bir çemberin çevresi  $\pi$

<sup>439</sup> Kitabın 2 ayrı baskısında da bu cümle tam bu noktada yarıda kalmıştır.

sayısının çapa veya yarıçapın 2 katı ile çarpımına eşittir. Bir başka ifadeyle, yarıçap  $r$  ile gösterilirse; *çemberin çevresi*  $= \pi \times 2 r$  olur.<sup>440</sup>

Çemberin çevre hesabı anlatılmadan önce çemberin tanımının yapıldığı, elemanlarının özelliklerinin belirtildiği, çember ile dairenin ayırımına dikkat çekildiği ve çemberin somut bir şekilde çizdirildiği görülmektedir. Kitabın bu bölümünde yarım kalan cümlelerin öncesi ve sonrası incelendiğinde, bana öyle geliyor ki bu cümlede bir etkinlik ile herhangi bir çemberde, çevrenin çapa oranının  $\pi$  sayısını verdiği gösterilmiştir. Bu düşünceden hareketle son cümlede bir çemberin çevresinin,  $\pi$  sayısının doğası gereği, çapın  $\pi$  ile çarpımına eşit olduğu ortaya çıkarılmıştır. Yapılandırmacı eğitim yaklaşımında, bireyin daha önceki deneyimlerinden ve ön bilgilerinden yararlanarak yeni karşılaştığı durumlara anlam verebileceği ortamlar tasarlanmaktadır.<sup>441</sup> Bu açıdan söz konusu ortamın çemberin çevresinin hesaplanması için oluşturulduğu söylenebilir.

*Hendese-i Tecrubiyeye* kitabında, bir çemberin çevre hesabı anlatıldıktan sonra dairenin alanı için şu ifadelere yer verilmiştir:



Şekil 12

Etrafı eğri olan alanları ölçmek için evvela en kolay ve sade bir alanın nasıl ölçüldüğünü söyleyeceğim ki o da dairedir. İşte *Şekil 12*'de gördüğümüz eğri, bir daire ve  $M$  noktası da bu dairenin merkezidir. Şimdi çember dediğimiz eğri yerine  $BC, CF, FL$  gibi birçok küçük küçük doğruları veya daha doğrusu küçük kirişleri alalım. Bu kirişlerin  $B, C, F, L$  noktaları ile  $M$  merkezi arasına birer doğru çizelim. Bu halde  $MBC, MCF, MFL$  gibi birçok üçgen elde etmiş oluruz. İşte bu küçük üçgenlerin

<sup>440</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 93-94.

<sup>441</sup> Baki, *a.g.e.*

alanları toplamı, yaklaşık olarak dairenin alanına eşit olur. Bu oluşturulan üçgenlerin alanları toplamı ile dairenin alanı arasında bir fark olduğunu görürüz ki bu fark da  $BC$  gibi kirişler ile bunlara ait yaylar arasındaki alan parçalarıdır. Fakat kirişlerin gayet küçük olduğunu farz edersek bu fark da neredeyse yok hükmünde olur. Bu üçgenlerden her birinin alanı neye eşittir? Biliriz ki bir üçgenin alanı, tabanının yüksekliği ile çarpımının yarısına eşittir. Buradaki üçgenlerin tabanları  $BC, CF$  gibi küçük kirişler ve yüksekliği de  $M$  merkezinden bunlar üzerine indirilen  $MM'$  dikmesidir. Lakin biz kirişleri sonsuz derecede küçük farz ettiğimiz için bu kirişler yaylar ile karışacağı gibi  $MM'$  dikmesi de dairenin  $MB$  yarıçapına eşit olur. Bu halde böyle gayet küçük farz ettiğimiz üçgenlerden her birinin alanı, kendi yayının yarıçap ile çarpımının yarısına yani:  $\frac{BC \text{ yayı} \times MB}{2}$  sayısına eşit olur. Şimdi dairenin alanı, bu küçük üçgenlerin alanları toplamına eşit olduğundan, o da  $BCM$  üçgeni gibi küçük yaylar toplamının  $BM$  yarıçapı ile çarpımının yarısına eşit olur. Hâlbuki küçük kirişlerin toplamı çemberin çevresinden başka bir şey değildir. Demek olur ki dairenin alanı, çevrenin yarıçap ile çarpımının yarısına eşittir. Çemberin çevresini daha önce  $2\pi r$  ile göstermiştik. Bu halde dairenin alanı, bunun  $r$  yarıçap ile çarpımının yarısına eşit olacağından;

$$Daire \text{ Alanı} = \frac{2\pi r \times r}{2} = \pi r \times r = \pi r^2 \quad \text{olur.}^{442}$$

Davranışçı yaklaşımda, öğrenciye kazandırılmak istenen kazanımlar öğrenciye verilip, bireyden o bilgiyi kullanarak problem çözmesi beklenir.<sup>443</sup> Bu düşünceyle hazırlanmış bir ders kitabında, “Çemberin alanı =  $\pi r^2$ ” bilgisi verilir. Söz konusu formülün nasıl oluştuğu önemli değildir. Oysa *Hendese-i Tecrubiyye* kitabında

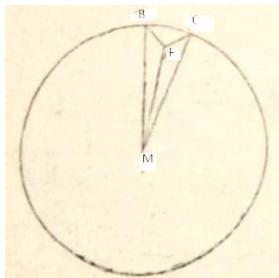
<sup>442</sup> Zeki, a.g.e., s 103-105.

<sup>443</sup> Baki, A. (2006). *Kuramdan Uygulamaya Matematik Eğitimi*. Trabzon: Derya Kitabevi.

gördüğümüz anlatım yönteminde, bu düşüncenin tersine, tümevarım yaklaşımına uygun olarak çemberin alanı oluşturulmuştur. Kavram inşa edildikten sonra soyutlamaya gidilmiş ve formül verilmiştir. Bu konuda da öğrenci, mevcut bilgilerinden yola çıkarak yeni bilgiyi özümseyebileceği bir anlatımla karşılaşmaktadır. Ayrıca, “*Bu oluşturulan üçgenlerin alanları toplamı ile dairenin alanı arasında bir fark olduğunu görürüz ki bu fark da BC gibi kırışlar ile bunlara ait yaylar arasındaki alan parçalarıdır. Fakat kırışların gayet küçük olduğunu farz etsek bu fark da neredeyse yok hükmünde olur*” ifadesinin, daha önce de belirttiğimiz gibi öğrenciyi sonsuz küçükler kavramına hazırlamayı hedeflediği düşünülebilir.

*Hendese-i Tecrubiyeye* kitabında bundan sonra, silindirin alan ve hacmi, piramidin alan ve hacmi, koninin hacmi konuları gelmektedir. Bunlar içinde yapılandırmacılık yaklaşımına uygun benzer stratejiler sergilenmiştir. Son olarak *Hendese-i Tecrubiyeye* kitabında, kürenin alan ve hacim hesabı için şu ifadeler yer almaktadır:

Hendesede, şimdilik sizin layıkıyla anlayamayacağınız bir şekilde, ispat edilir ki bir kürenin üst yüzey alanı, en büyük daire alanının dört katına eşittir. Bu  $r$



Şekil 13

yarıçaplı kürenin en büyük dairelerinden birinin alanı daha önce gördüğümüz üzere  $\pi r^2$  olacağından kürenin tamamının yüzey alanı da: *Kürenin Alanı* =  $4\pi r^2$  olur. Kürenin hacmine gelelim. Bunun için (Şekil 13) kürenin alanı üzerinde B, C, F gibi 3 nokta

alalım. Bunların aralarına birer doğru ve her biri ile de M merkez arasında yine doğru çizelim. Böylece bir küçük piramit elde etmiş oluruz. Şimdi küreyi eksiksiz bir şekilde bu gibi piramitlere ayırdığımızı düşünürsek kürenin hacminin bu piramitlerin hacimleri toplamına eşit olacağını buluruz. Şimdi bir piramidin hacmi, taban alanının yüksekliği ile çarpımının üçte birine eşittir. Bu

küçük piramitlerin tabanları toplamı, kürenin yüzey alanına eşit olacağı gibi yükseklikleri de yarıçapına eşit olur. Bu halde kürenin hacmi üst yüzey alanının yarıçap ile çarpımının üçte birine eşit olur. Veyahut:

$$\text{Kürenin Hacmi} = \text{Kürenin yüzey alanı} \times \frac{1}{3} \times \text{yarıçap}$$

Hâlbuki kürenin yüzey alanı da  $4 \times \pi (\text{Yarıçap})^2$  olduğundan;

$$\text{Kürenin Hacmi} = 4 \times \pi (\text{Yarıçap})^2 \times \frac{1}{3} \text{ yarıçap}$$

veyahut;

$$C(\text{Kürenin Hacmi}) = \frac{4}{3} \pi \times r^3 \text{ olur.}^{444}$$

Salih Zeki; Kürenin alan formülünün bu yaş grubu öğrenciler için uygun olmayacağını ifade ederek konuya başlamıştır. Ancak kürenin hacmi için mevcut bilgileri işe koşarak, üçgen piramidin hacminden kürenin hacmine ulaşmıştır. Bu konuda da şimdiye kadar olduğu gibi bilgiyi inşa faaliyetine devam etmiştir.

Tüm bu analizlerden çıkan sonuç; Salih Zeki'nin kaleme aldığı *Hendese-i Tecrubiyye* kitabı bir bütün olarak matematik eğitimi yaklaşımlarından yapılandırmacı anlayışa uygun olarak hazırlanmıştır.

#### 4.3.2 İlk Hendese Dersleri, Devre-i Âliye Birinci Sene, Üçüncü Kitap

**Yazar:** Salih Zeki & Hamzasb Hâkî

**Tarih:** 1334-1915

---

<sup>444</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 120-122.

**Okutulduğu Yer:** Mekteb-i İbtidâiye'nin<sup>445</sup> Devre-i 'Âliye<sup>446</sup> birinci sınıflarında (Ortaokul 1) okutulmak üzere Maarif Nezareti (Milli Eğitim Bakanlığı) tarafından uygun görülmüştür.

### **Hendese Müfredat Programı (Devre-i Âliye'nin Birinci Sınıfı)**

Zâviye<sup>447</sup> - Zaviyenin mesâhâsı<sup>448</sup> - Derece - Minkale<sup>449</sup> - Bir dairenin 360 dereceye taksim olduğu - Kavs<sup>450</sup> - Veter<sup>451</sup> - Zâviye-i kâime<sup>452</sup> - Zâviye-i hâdde<sup>453</sup> - Zâviye-i münferice<sup>454</sup> - Amûd<sup>455</sup> - Bir müsellesin üç zâviyesi mecmû'u iki kaimeye müsâvîdir - Bir hatt-ı müstekîme nasıl amûd resmolunur? - Müvâzi<sup>456</sup> hatlerin tersimi<sup>457</sup> - Kutur<sup>458</sup> - Nısf-ı kutur<sup>459</sup> - \*-Mesâhat-ı sathiyeye - Kaide ve irtifâ<sup>460</sup> - Mütevâzi-ül adla' - Müselles - Şibh-i münharif<sup>461</sup> - Muayyen ve mudalla'in<sup>462</sup> mesâha-i sathiyeleri - Metre mik'ab ve eczâsı - Bir menşûr<sup>463</sup> ve bir mik'abın<sup>464</sup> mesâha-i hacmiyesini bulmak.

<sup>445</sup> İkinci Meşrutiyet ile birlikte 6 yıllık eğitim veren ilköğretim okulu.

<sup>446</sup> Bugünkü anlamda ortaokul.

<sup>447</sup> Aç.

<sup>448</sup> Açımın hesaplanması.

<sup>449</sup> İletki.

<sup>450</sup> Yay.

<sup>451</sup> Kiriş.

<sup>452</sup> Dik açı.

<sup>453</sup> Dar açı.

<sup>454</sup> Geniş açı.

<sup>455</sup> Dik, dikme.

<sup>456</sup> Paralel.

<sup>457</sup> Resmini yapmak.

<sup>458</sup> Çap.

<sup>459</sup> Yarıçap.

<sup>460</sup> Taban ve yükseklik.

<sup>461</sup> Yamuk.

<sup>462</sup> Çokgen.

<sup>463</sup> Prizma.

<sup>464</sup> Küp.

## İÇİNDEKİLER:

### İlkokul Bilgileri

#### 1. Doğrular

#### 2. Yüzeyle

Doğrulara ve Yüzeyle Dair

Uygulamalar

#### 3. Açılar

Açılara Dair Uygulamalar

#### 4. Çember ve Daire

Açıların Ölçülmesi

Çemberin Çevresinin

Ölçülmesi

#### 5. Uygulamalar

Düşey ve Yatay istikametler

Çemberi Resmetmek

Gönye ile Dikme Resmetmek

Pergel ve Cetvel Tahtasıyla

Dikme Resmetmek

### Açıların Çizimi

Doğruların, Açılarının ve

Çemberin Eşit Kısımlara

Ayrılması

Paralellerin Çizimi

Uygulamalara Dair

Alıştırmalar

#### 6. Çokgenler

Üçgenler

Dört Kenarlılar

Düzgün Çokgenler

#### 7. Uygulamalar

Üçgenlerin Çizimi

Dört Kenarlıların Çizimi

#### 8. Alanların Hesaplanması

#### 9. Hacimlerin Hesaplanması

*İlk Hendese Dersleri* kitabının ilk 18 sayfasında, temel geometrik kavramlar, şekiller ve geometrik çizimlerde kullanılan araç gereçler tanıtılmıştır. Kitapta bir dairenin çevresinin nasıl hesaplanacağı şu şekilde anlatılmıştır:

Bir dairenin büyük veya küçük olması, çapının büyük veya küçük olmasına bağlıdır. Yani, bir dairenin çapı kaç kere büyür veya küçülürse, çevresinin uzunluğu dahi o kadar kere büyür veya küçülür. Bir takım hesaplar ve birçok çalışmalar sonucunda, her dairenin çevresinin, kendi çapından 3,1416 sayısı kere büyük olduğu bulunmuştur. Yani bir daire çevresinin ne uzunlukta olduğunun hesaplanabilmesi için önce o dairenin çapı ölçülmeli, daha sonra bulunan sayı 3,1416 sayısı ile çarpılmalıdır. Bu sayı sabittir ve Yunancada “ $\pi$ ” harfi ile gösterilir ve “pi” şeklinde okunur.

...Demek ki *dairenin çevresi* = *çap*  $\times$   $\pi$  ‘dir.<sup>465</sup>

Öğrenme kuramlarından biri olan davranışçı yaklaşım öğrenmeyi, bilişsel süreçlerin yerine, çevrenin davranışlar üzerindeki gözlenebilir etkileriyle açıklar. Bu yaklaşım, öğrenme ürünlerinin gözlenebilir davranışlar olduğu ve bu davranışların değiştirilebileceği varsayımına dayanır. Davranışçılar, kişinin nasıl öğrendiği ile ilgili değil, beynin hangi uyarılara ne gibi tepkiler verdiği ile ilgili çalışmalar yaparlar. Bu yaklaşıma göre öğretilecek konu küçük küçük davranışlara ayrılır ve bu davranışlar öğrenciye sırayla verilir. Davranışçılar öğrenmede kalıcılığın bol tekrar ve alıştırmalar ile sağlanacağını savunurlar.<sup>466</sup> Bu yaklaşıma göre konular alt başlıklar halinde verilir. Öğrencinin konu ile ilgili kural ve formülleri etkili kullanması beklenir. Davranışçı yaklaşımda konu ile ilgili tanım verilir, arkasından örnek çözüm yapılır, daha sonra diğer konuya geçilir. Tanımlar arasında ilişki kurulması gerekmez. Öğrenci daha çok yöntem öğrenir. Bu perspektiften bakıldığında yukarıdaki paragrafta dikkat çekici olan nokta, dairenin çevresinin “*Bir*

<sup>465</sup> Zeki, S., & Hâkî, H. (1334/1915). *İlk Hendese Dersleri (Birinci Sene)*. İstanbul: Necm-i İstikbal Matbaası, s. 24.

<sup>466</sup> Olkun, S., & Toluk, Z. (2007). *İlköğretimde Etkinlik Temelli Matematik Öğretimi*. Ankara: Maya Akademi.

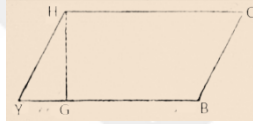
*takım hesaplar ve birçok çalışmalar sonucunda, her dairenin çevresinin, kendi çapından 3,1416 sayısı kere büyük olduğu bulunmuştur*” şeklinde belirtilmesidir. Bu yaklaşımda dairenin çevresinin kural olarak öğrenciye verildiği görülmektedir.  $\pi$  sayısının ne anlama geldiği anlatılmadığı için,  $\pi$  sayısı ile dairenin çevresi arasındaki ilişki havada kalmıştır. Buna rağmen yukarıdaki anlatıma muhatap olan bir öğrenci “*Yarıçapı 4 metre olan bir dairenin çevresi nedir?*” sorusuna doğru cevap verebilecektir. Fakat anlamlı öğrenme gerçekleşmeyecektir. Bunun yerine; *Hendese-i Tecrubiyye* kitabında ifade edildiği gibi; herhangi bir dairenin çevresinin çapına oranının  $\pi$  sayısına karşılık geldiği, dolayısıyla çap ile  $\pi$  sayısının çarpımının da dairenin çevresini vereceği açıklanmış olsa, bireyin zihninde dairenin çevresi kavramının inşa edilmesi sağlanmış olacaktır. Kitabın 24. Sayfasından 65. Sayfasına kadar konular bu yaklaşım benimsenerek anlatılmıştır. *İlk Hendese Dersleri* kitabının bu bölümlerinin davranışçı yaklaşıma uygun olduğu söylenebilir.

Kitabın genel yaklaşımına aykırı bir şekilde sayfa 65’den itibaren anlatılan alan ve hacim konularında farklı bir strateji benimsenmiştir. Alan kavramı şu şekilde izah edilmiştir:

Bir alanı ölçmek demek, birim alan (vahid-i kıyâsi) olarak kabul edilen bir alanın, bu alanda kaç defa olduğunu arayıp bulmak demektir. Alanlar için genellikle kabul edilen birim alan, eni ve boyu bir metre olan bir karenin alanıdır ki buna metrekare denir.

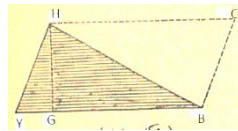
...İşte bir alan, bir metrekareden kaç tanesini alabiliyorsa, o alana o kadar metrekaredir denir.

...Bir dikdörtgenin alanı, tabanının yüksekliği ile çarpımına eşittir. Mesela bir  $CBHY$  dikdörtgeninin tabanı 7 metre ve yüksekliği 4 metre olsa, bu dikdörtgenin alanı  $7 \times 4 = 28$  metrekare olur. Yani bu dikdörtgenin, eni 1 metre boyu 1 metre olan dama tahtalarından 28 tanesini barındırmış olur. Gerçekten bu dikdörtgeni 1 metre eninde 4 dikdörtgene ayırdığımızda, bunların her biri, 1 metre eninde ve 7 metre boyunda olduğu için alan itibariyle 7 metrekare değerinde olurlar. Şimdi bu ayırdığımız dikdörtgenlerden biri 7 metrekare ederse; dördü, 4 kere daha fazla olacağından  $4 \times 7 = 28$  metrekare meydana gelmiş olur.



Şekil 14

...Bir paralelkenarın alanı, tabanının yüksekliğine çarpımına eşittir. Örneğin; Şekil 14'de görülen  $BCHY$  paralelkenarının  $BY$  tabanı 8 metre ve  $HG$  yüksekliği de 3,62 metre olsun, bunun alanı  $8 \times 3,62 = 28,96$  metrekare olur. Çünkü bu paralelkenar,  $BY$  kenarı üzerine  $HG$  yüksekliğinde resmedilecek olan dikdörtgen ile eşitir.



Şekil 15

...Bir üçgenin alanı, tabanı ile yüksekliğinin çarpımının yarısına eşittir. Mesela Şekil 15'de gösterilen  $BHY$  üçgeninin  $BY$  tabanı 8 metre ve yüksekliği de 3 metre olsa, bunun alanı:  $\frac{3 \times 8}{2} = 12$  metrekare olur. Şekilden anlaşılır ki  $BHY$  üçgeni,  $BCHY$  paralelkenarının  $HG$  yüksekliği ile çarpımına eşittir. Bu paralelkenarın yarısına eşit olan  $BHY$  üçgeninin alanı ise, elde edilen çarpım sonucunun yarısına eşit olması gerekir.<sup>467</sup>

<sup>467</sup> Zeki & Hâkî, *a.g.e.*, s. 65-68.

Yapılandırmacılık bireyin bilgiye nasıl ulaştığını, bu süreçleri nasıl geliştirdiğini ve kullandığını açıklar.<sup>468</sup> İlk Hendese Dersleri kitabında alan kavramı, daha önce *Hendese-i Tecrubiyeye* kitabında da olduğu gibi, “Bir alanı ölçmek demek, birim alan olarak kabul edilen bir alanın, bu alanda kaç defa olduğunu arayıp bulmak demektir.” şeklinde genel bir tanım ile ifade edilmiş ve tüm alan hesaplamaları bu kavram üzerine inşa edilmiştir. Yukarıdaki paragrafta anlatılan dikdörtgenin, paralelkenarın ve üçgenin alan bağıntıları birbirleriyle ilişkilendirilerek anlatılmıştır. Bu açıdan değerlendirildiğinde kitabın bu kısmı yapılandırmacı yaklaşıma uygundur. Fakat hemen arkasından alan ölçü birimlerinin birbirlerine dönüşümü, bir tabloda davranışçı yaklaşıma uygun bir şekilde verilmiştir. Oysaki *Hendese-i Tecrubiyeye* kitabında bu konu da yapılandırmacı yaklaşıma uygun ele alınabilmiştir.

Dikdörtgen, kare, paralelkenar ve üçgenin alanları anlatıldıktan sonra benzer bir strateji ile dairenin alanı şu şekilde izah edilmiştir:

Bir dairenin alanı, çevresinin yarıçap ile çarpımının yarısına eşittir. Bir dairenin içine bir düzgün çokgen resmetsek ve bunu kenarlarının adedini bin, on bin, yüz bin, milyon... kere çoğaltsak, bu çokgenin kenarları o kadar küçülür ki çevresinin toplamının adeta daireden farkı kalmaz olur. Hâlbuki bir düzgün çokgenin alanı hakkındaki kural (daha önce ispatlanmıştı), kenar sayısının çoğalmasıyla değişmez. Düzgün çokgenin alanı [için], daireye dönüştüğü zaman da yine aynı kural geçerli olur. Başka bir ifadeyle; bir dairenin alanının hesaplanması, çevresinin çapı ile çarpımının yarısına eşit olur.

$$\text{Yani; dairenin alanı} = \frac{\text{dairenin çevresi} \times \text{yarıçap}}{2} = \frac{2r\pi \times r}{2} = \pi r^2 \text{ olur.}^{469}$$

<sup>468</sup> Gömleksiz & Kan, *a.g.e.*

<sup>469</sup> Zeki & Hâkî, *a.g.e.*, s. 72.

Yapılandırmacılığa ilişkin iki önemli nokta vardır. Bunlardan birincisi bireyin öğrendiklerini daha önce bildiklerinin üzerine kurduğu; diğeri ise öğrenmenin aktif bir biçimde gerçekleştiğidir.<sup>470</sup> Bir dairenin çevresi, herhangi bir konu ile ilişkilendirilmeden kural olarak “bir takım hesaplar ve birçok çalışmalar sonucunda, her dairenin çevresinin kendi çapından 3,1416 sayısı kere büyük olduğu bulunmuştur” şeklinde anlatıldıktan sonra, beklenmedik bir şekilde, dairenin alanının hesaplanması için gerekli olan kural, diğer alan kavramları ile ilişkilendirilerek ve ispatı verilerek anlatılmıştır. Dairenin alanının, daha önce öğrenilmiş olan, üçgenin alan bağıntısından yola çıkılarak oluşturulması, söz konusu matematiksel bilginin inşa edildiğini göstermektedir. Yine bu konu da *Hendese-i Tecrubiyye* kitabına paralel olarak yapılandırmacı yaklaşıma uygundur.

*İlk Hendese Dersleri* kitabında geometrik cisimlerin ispat gerektirmeyen özellikleri ayrıntılı bir şekilde tanıtılmıştır. Daha sonra geometrik cisimlerin hacimleri şu şekilde anlatılmıştır:

Bir cismin hacmini ölçmek demek, hacimler için birim olarak kabul edilen bir hacmin, o cisimde kaç defa olduğunu arayıp bulmak demektir. Hacim için birim metreküptür. Küp, altı eş karenin birleşmesinden meydana gelen bir cisimdir diye daha önce söylemiştik. İşte hacimler için birim olarak kabul edilen küpün kenar uzunlukları birer metredir.<sup>471</sup>

Alan kavramı için oluşturulan stratejinin hacim kavramı için de aynen korunduğu yukarıdaki açıklamalarda görülmektedir. Fakat yine alan ölçü birimlerinde olduğu

---

<sup>470</sup> Gömleksiz & Kan, *a.g.e.*

<sup>471</sup> Zeki & Hâkî, *a.g.e.*, s 78.

gibi hacim ölçü birimlerinin birbirine dönüştürülmesi bir tabloda, herhangi bir açıklama yapılmadan, verilmiştir:

Bir metreküpte..... 1000 desimetreküp,

Bir desimetreküpte..... 1000 santimetreküp,

Bir santimetreküpte.....1000 milimetreküp vardır.<sup>472</sup>

Bu açıdan bakıldığında hacim kavramı için, ilk kısmı yapılandırmacı yaklaşıma uygun, ikinci kısım ise davranışçı yaklaşıma uygundur.

Kitabın kalan kısmında dikdörtgenler prizmasının hacmi ve küpün hacmi, benzer bir yaklaşımla, yapılandırmacılığa uygun bir şekilde anlatılmıştır.

Salih Zeki'nin "İlk Hendese Dersleri" kitabının ilk dörtte üçlük kısmı genel hatlarıyla davranışçı yaklaşıma uygun bir şekilde hazırlanmışken, son dörtte birlik kısmı yapılandırmacı yaklaşıma uygun hazırlandığı görülmektedir. Hâlbuki Salih Zeki tarafından aynı öğrenci grubu için aynı dönemde yazılmış olan *Hendese-i Tecrubiyye* kitabının, öğrencinin zihninde bilginin inşasına uygun bir şekilde bir bütün olarak oluşturulduğunu tespit etmiştik. İlk Hendese Dersleri kitabının her iki yaklaşımı da içinde barındırıyor olması, çift yazarlı olan bu kitabın farklı bölümlerinin, farklı yazarlar tarafından hazırlanmış olabileceğini düşündürmektedir.

---

<sup>472</sup> Zeki & Hâkî, *a.g.e.*, s. 78.

### 4.3.3 İlk Hendese Dersleri, Devre-i Âliye İkinci Sene, Dördüncü Kitap

**Yazar:** Salih Zeki & Hamzasb Hâkî

**Tarih:** 1334-1915

**Okutulduğu Yer:** Maarif nezareti celiliyyesi tarafından altı dershaneli Mekâtib-i İbtidâiyenin Devre-i ‘Âliye ikinci senesinde tedris edilmek üzere birinci derecede kabul edilmiştir.

#### **Hendese Müfredat Programı (Devre-i Âliye’nin İkinci Sınıfı)**

Hendese-i Tecrûbiyyeye devam olunacaktır.

Sathın mesahaları tekrar edilecek. Sath-ı müsteviler ile mahdûd<sup>473</sup> cisimlerin hacimleri nasıl ölçüleceği gösterilecektir.

Mik‘abın hacmi, menşûr’un hacmi, ehrâmın hacmi.

Münhanî hatlerin tulleri nasıl ölçülür?

Muhît-i dairenin tûlü<sup>474</sup> nasıl ölçülür? Münhanî hatler<sup>475</sup> ile mahdûd satırların ölçülmesi. Dairenin mesahası. Sath-ı müstevî<sup>476</sup> ve sath-ı münhaniler<sup>477</sup> ile mahdûd cisimlerin hacimlerini ölçmek. Üstüvanenin<sup>478</sup> hacmi ve sathı. Mahrûtun<sup>479</sup> hacmi ve sathı. Kürenin hacmi ve sathı. Tesviye<sup>480</sup> aleti. Arazi üzerinde tesviye ameliyyâtı.

Plan ve kroki.

---

<sup>473</sup> Sınır.

<sup>474</sup> Dairenin çevresinin uzunluğu.

<sup>475</sup> Eğri çizgiler.

<sup>476</sup> Düz yüzey.

<sup>477</sup> Eğri yüzey.

<sup>478</sup> Silindir.

<sup>479</sup> Koni.

<sup>480</sup> Düzleme.

## İÇİNDEKİLER

### Birinci Bölüm

Yüzey Alanı  
Fasıl 1. Tanımlar  
Fasıl 2. Alanların Hesaplanması  
Fasıl 3. Çemberin Çevresi ve Dairenin Alan Hesabı  
Alıştırmalar ve Uygulamalar

### İkinci Bölüm

Uzay Geometrisi  
Doğruların Yüzeyler ile Birleşmesi  
Fasıl 1. Tanımlar  
Fasıl 2. Bir Düzleme Dik Olan Doğru  
Fasıl-3 Paralel Düzlemler  
Fasıl 4. İki Düzlemin Arasındaki Açık  
Fasıl 5. Cisimlerin Açıkları  
Alıştırmalar ve Uygulamalar

### Üçüncü Bölüm

Fasıl 1. Prizma  
Fasıl 2. Piramit  
Alıştırmalar ve Uygulamalar

### Dördüncü Bölüm

Döner Cisimler  
Fasıl 1. Silindir  
Fasıl 2. Koni  
Fasıl 3. Küre  
Alıştırmalar ve Uygulamalar

### Beşinci Bahis

Uygulamalar  
Fasıl 1. Düzgün Olmayan Bir Cismin Hacmi  
Fasıl 2. Odunlar

### Altıncı Bölüm

Arazilerin Hesaplanması  
Fasıl 1. Ölçüm Aletleri  
Fasıl 2. İstikametler

### Yedinci Bölüm

Arazilerin Sınırları  
Fasıl 1. İlkokul Bilgileri  
Fasıl 2. Düzleştirme İşlemi

Salih Zeki'nin *Hendese-i Tecrubiyye ve İlk Hendese Dersleri, Devre-i Âliye Birinci Sene* isimli ders kitaplarının devamı niteliğinde olan *İlk Hendese Dersleri, Devre-i Âliye İkinci Sene* ders kitabı yedi ana bölümden oluşmaktadır. Kitabın ilk bölümü, bir önceki yıl okutulan geometri ders kitabının “düzlemde alan” konusunun tekrarı niteliğindedir. İkinci, üçüncü ve dördüncü bölümler geometrik cisimlerin yüzey alanları ve hacimleri konularını içermektedir. Kitabın kalan bölümlerinde ise ilk dört bölümünde öğrenilen konuların gerçek hayat problemlerine uygulaması yapılmıştır. Her bölüm, kullanılacak olan matematiksel kavramların tanımı ve araç-gereçlerin tanıtımı ile başlamaktadır.

Salih Zeki alan ve hacim kurallarını önce açıklayıp, sonra söz konusu kuralları somuttan soyuta giderek doğrulama yöntemi izlemektedir. Bu tarz yaklaşım, günümüzde buluş yoluyla öğrenme stratejisinde sık sık kullanılan bir yöntemdir.

Kitabın birinci bölümü eş yüzeylerin (müsâvî satıhların) tanımı ile başlamıştır:

Bir yüzeyin her bir noktası tamamen diğer bir yüzeyin her noktasına çakışık (müntabık) olursa bu yüzeylere birbirlerine eş yüzeyler denir.<sup>481</sup>

İki yüzeyin birbirine eşliği, daha sonra anlatılacak olan konuların, öğrenenin zihninde inşa edilmesine uygun bir şekilde tanımlanmıştır. Tanımlar, bilginin inşa edilmesinde öğrenciye gerekli bilişsel ortamı sunmaktadır. Ayrıca herhangi bir yüzeyin alanı şu ifadeler ile açıklanmaktadır:

Bir yüzeyi ölçmek demek, karşılaştırmak amacıyla birim olarak (vâhid-i kıyâsî) kabul edilen diğer bir yüzeyin, bu yüzeyde kaç defa bulunduğunu arayıp bulmak demektir. Yüzeyler için umumiyetle kabul edilen birim yüzey, eni bir metre

<sup>481</sup> Salih Zeki, H. H. (1332/1914). *İlk Hendese Dersleri (İkinci Sene)*. İstanbul: Şirket-i Mürettebiye Matbaası, s. 4.

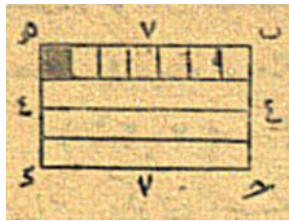
boyu bir metre olan karenin yüzeyidir ki buna metre kare denir... İşte bir yüzey, bir metre kareden kaç tanesini alabilirse, o yüzeye o kadar metrekaredir derler.<sup>482</sup>

Bu alan tanımı, daha sonra anlatılacak olan tüm yüzeylerin alan hesabında kullanılacaktır. Dolayısıyla verilen tanımlar arasında ilişki kitabın sonuna kadar korunacaktır. Bu anlamda kitapta bir iç tutarlılıktan bahsetmek mümkündür. Alan tanımı verildikten sonra gerçek yaşamdan şu örnek verilerek matematiksel bilgi ile gerçek yaşam arasında köprü kurulması amaçlanmıştır:

Mesela; “şu beşinci sınıfın dershanesinin alanı 32 metrekaredir” dersek, bu dershanenin zeminine, metrekarelerden yan yana konmak ve aralık bırakmamak şartıyla 32 tanesinin yerleştirilebileceğini anlarız.<sup>483</sup>

“Bir dikdörtgenin alanı, kısa kenarı ile uzun kenarının çarpımına eşittir” ifadesi, formülün öğrenci tarafından bilinmesi ve uygulanması amacını güden davranışçı yaklaşıma uygun bir anlatımdır. Buna karşın Salih Zeki kitabında, dikdörtgenin alanını daha önce verdiği genel alan tanımına uygun olarak şu şekilde anlatmaktadır:

Bir dikdörtgenin alanı, tabanının yüksekliğine çarpımına eşittir. [Bunu şu örnek



Şekil 16

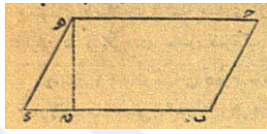
ile açıklayalım] Şekil 16’da görüldüğü gibi [uzun kenarı 7 metre, kısa kenarı 4 metre olan] bu dikdörtgeni, 1 metre eninde 4 dikdörtgene ayırarak olursak, bunların her biri 1 metre eninde 7 metre boyunda olduğu için alan itibariyle 7 metre kare değerinde olur. Şimdi, bu ayırdığımız dikdörtgenlerden biri 7 metre kare ise dördü, 4 kere daha artırılacağından  $4 \times 7 = 28$  metrekare olacaktır.<sup>484</sup>

<sup>482</sup> Zeki & Hâkî, *a.g.e.*, s. 5.

<sup>483</sup> Zeki & Hâkî, *a.g.e.*, s. 5.

Dikdörtgen tanımının ardından verilen ispat, formülü doğrulayacak mahiyettedir. Dolayısıyla dikdörtgenin alanı, öğrenci tarafından ezberlenmeden anlamlandırılabilir. Dikdörtgenin alanı için kullanılan stratejinin aynısı karenin alanı için de kullanılmıştır.

Salih Zeki paralel kenarın alanını dikdörtgenin alanından faydalanarak şu şekilde anlatmaktadır:



Şekil 17

Paralelkenarın alanı, tabanı ile tabana ait yüksekliğin çarpımına eşittir. [Bu kural şu şekilde ispatlanabilir] Şekil 17'deki paralelkenar, BE kenarı üzerinde HG yüksekliğinde çizilecek [alan] dikdörtgene eşittir.<sup>485</sup>

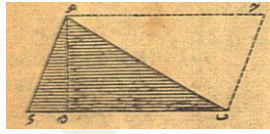
Paralelkenarın alanı dikdörtgenin alanı ile ilişkilendirilerek anlatılmasına rağmen, bu kitapta paralelkenarın alanının dikdörtgenin alanına nasıl eşit olduğu açık bir şekilde anlatılmamıştır. Bu anlamda ilişkilendirmenin eksik kaldığı söylenebilir. Oysa Salih Zeki, *Hendese-i Tecrubiyeye* kitabında söz konusu ilişkiyi çok daha açık bir şekilde ifade etmiştir. Bu kitapta ilgili konunun yeterince ilişkilendirilmeden geçilmesinin iki muhtemel sebebi olabilir. Birincisi; İlk Hendese Dersleri kitabının birinci sayfasında da ifade edildiği gibi, İlk Hendese Dersleri kitabı, *Hendese-i Tecrubiyeye* kitabının devamı niteliğinde olduğundan, konu tekrar edilmek amacıyla yazılmış ve çok uzatılmadan geçilmiş olabilir. İkincisi ise, İlk Hendese Dersleri kitabının çift yazarlı olması, dolayısıyla ilgili yerin Hamazasp Hâkî tarafından yazılmış olması ihtimalidir.

İlk Hendese Dersleri kitabının kronolojik sırasında dikdörtgenin alanı, karenin alanı ve paralelkenarın alanı anlatıldıktan sonra sıradaki konu üçgenin alanıdır. Davranışçı

<sup>484</sup> Zeki & Hâkî, *a.g.e.*, s. 6.

<sup>485</sup> Zeki & Hâkî, *a.g.e.*, s. 7.

strateji ile hazırlanmış klasik bir ders kitabında bu şekilde bir konu sıralaması takip edilmez. Kenar sayısına paralel bir şekilde, önce üçgenin alanı daha sonra dikdörtgenin ve karenin alanı anlatılır. Ancak bunlardan sonra paralelkenar, eşkenar dörtgen ve yamuğ gibi nispeten daha özelleşmiş şekillerin alanları anlatılır. Bu kitapta, dikdörtgenin, karenin ve paralelkenarın alanı üçgenin alanı ile şu şekilde ilişkilendirilmiştir:



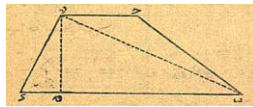
Şekil 18

Bir üçgenin alanı, tabanının yüksekliğine çarpımının yarısına eşittir. [Bu kuralın ispatı şu şekilde yapılabilir]

Şekil 18'den de anlaşılacağı gibi  $BHE$  üçgeni,  $BCHE$  paralelkenarının tam yarısıdır.  $BCHE$  paralelkenarının alanı ise,  $BE$  tabanının  $HG$  yüksekliğine çarpımına eşittir. Dolayısıyla bu paralelkenarın yarısına eşit olan  $BHE$  üçgeninin alanı da daha önce elde edilmiş olan  $|BE| \times |HG|$  çarpımının yarısına eşit olması gerekir.<sup>486</sup>

Üçgenin alanının nasıl hesaplanacağını bulunmuş olması, alanı üçgenlere ayrılabilen tüm şekillerin alanlarının da hesaplanabilmesi anlamına gelmektedir.

Nitekim bunun ilk örneği yamuğun alanında karşımıza çıkmaktadır:



Şekil 19

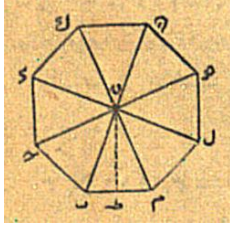
Yamuğun alanı, iki tabanı toplamının yüksekliğine çarpımının yarısına eşittir. Şekil 19'daki gibi

$BCHE$  yamuğunu,  $HB$  köşegeni ile  $BCH$  ve  $BHE$  gibi üçgenlere ayırırsak, yamuğun alanı, bu iki üçgenin alanının toplamına eşit olacağını görürüz ki bu yöntem yukarıdaki kuralın doğruluğunu ispatlamaktadır.<sup>487</sup>

<sup>486</sup> Zeki & Hâkî, *a.g.e.*, s. 7-8.

<sup>487</sup> Zeki & Hâkî, *a.g.e.*, s. 8-9.

Üçgenin alanı kullanılarak alanı hesaplanan bir diğer şekil düzgün çokgendir. Düzgün çokgenler eş üçgenlere ayrılarak alanları hesaplanabilmektedir. Matematiksel şekillerin alan konusundaki kavramsal ilişkisi, düzgün çokgenin alanı bahsinde de karşımıza çıkmaktadır:



Şekil 20

Bir düzgün çokgenin alanı, çevresinin yüksekliğine çarpımının yarısına eşittir... [Bu kaide şu şekilde ispatlanmaktadır] Bu şeklin [Şekilde gösterilen *MLHNKECB* gibi bir sekiz kenarlı düzgün çokgenin] bütün yarıçap üçgenlerini çizsek, sekiz tane birbirine eş ikizkenar üçgenler meydana gelir (Şekil 20). Bunlardan birinin, örneğin *FMB* üçgeninin alanı,  $\frac{|MB| \times |FT|}{2}$ , yani  $\frac{2 \times 3}{2} = 3$  metrekare olur. Bu düzgün şekil bunun gibi sekiz üçgenden oluştuğundan çokgenin alanı,  $8 \times 3 = 24$  metrekare olur.<sup>488</sup>

Öğrencinin zihninde alan kavramı ile ilgili boşluk kalmayacak şekilde üçgenin alanı ile düzgün çokgenin alanı ilişkilendirilmiştir. Dolayısıyla düzlemsel şekillerin alan bilgisinin öğrenci tarafından oluşturulması için gerekli bilişsel ortamın sağlandığı görülmektedir. Alanı, üçgenin alanı ile ilişkilendirilerek anlatılan son şekil dairedir.

Dairenin çevresi ve alanı konusu öğrencilerin öğrenmekte zorlandıkları konuların başında gelmektedir. Çoğu öğrenci hayatında ilk defa bu konu münasebetiyle  $\pi$  sayısını duymaktadır. Yalnız öğrencilere bu sayının;  $\pi = 3,1416$  olduğu ve çemberin çevresinin uzunluğu ile dairenin alanının hesaplanmasında kullanılan sabit bir sayı olduğu söylenirse, öğrenciler bu bilgiyi sadece uygulama düzeyindeki sorularda, formülün yerine ilgili sayıları yazmak suretiyle kullanmaktan başka bir şey

<sup>488</sup> Zeki & Hâkî, *a.g.e.*, s. 11-12.

yapamayacaklardır. Buna karşın Salih Zeki,  $\pi$  sayısı ile çemberin çevresi arasındaki ilişkiyi şu şekilde açıklamaktadır:

... Eğri çizgilerin en düzgünü dairenin çevresidir... Bir takım hesaplamalar ve birçok çalışmalar neticesinde, her daire çevresinin kendi çapından 3,1416 adet kere büyük olduğu bulunmuştur. Yani bir dairenin çevresinin ne uzunlukta olduğunu anlamak için, ilk önce o dairenin çapı ölçülmeli, sonra bulunan değer 3,1416 sayısı ile çarpılmalıdır. Bu miktar sabittir. Yunanca  $\pi$  harfi ile gösterilir ve *pi* şeklinde okunur. Demek ki;  $dairenin\ çevresi = çap \times \pi$ 'dir.<sup>489</sup>

$\pi$  sayısının ne anlama geldiğinin ve nereden ortaya çıktığının açıklandığı yukarıdaki paragrafta, dairenin çevresi ile  $\pi$  sayısının doğası gereği kurulan ilişkinin ortaya konulması, anlamlı öğrenmeye uygun olarak dairenin çevresinin öğrencinin zihninde inşa edilmesine imkân sağlamıştır. Dairenin alanı ise, çevresi ile ilişkilendirilerek şu şekilde anlatılmıştır:

Bir dairenin alanı, çevresinin yarıçapı ile çarpımının yarısına eşittir... [Bu ifade şu şekilde ispatlanabilir] Bir dairenin içine bir düzgün çokgen çizsek ve bunun kenarlarının sayısını bin, on bin, yüz bin, bir milyon... [bu şekilde devam ederek] sonsuz kere çoğalttığımızı farz etsek, bu çokgenin kenarları o kadar küçülür ki, adeta daireden farkı kalmaz. Hâlbuki bir düzgün çokgenin alanı hakkındaki kural, [daha önce ispatlandığı gibi] kenar sayılarının artırılması ile asla değişmez ve düzgün çokgen daireye dönüştüğü zaman da yine aynı kural geçerli olur. Yani, bir dairenin alanı, çevresinin yarıçapına çarpımının yarısına eşit olur.<sup>490</sup>

<sup>489</sup> Zeki & Hâkî, *a.g.e.*, s. 12.

<sup>490</sup> Zeki & Hâkî, *a.g.e.*, s. 14.

Davranışçı yaklaşıma göre dizayn edilen bir ders kitabında dairenin alanı “*Dairenin Alanı =  $\pi \times r^2$* ” şeklinde verilerek, öğrenciden bu formülü aklında tutması ve problemlere uygulaması beklenir. Oysaki Salih Zeki kitabında, üçgenin alanı ile dairenin alanı arasında bir ilişki kurarak, dairede alan kavramının inşasına ortam hazırlamıştır. Bilgi adım adım oluşturulmuştur.

*İlk Hendese Dersleri* isimli ders kitabında düzlemde alan konusunun birbiriyle ilişkili bir biçimde verildiği yukarıdaki analizde ortaya konulmuştur. Bir matematiksel bilginin öğrenci tarafından anlamlandırılarak öğrenilmesi sürecinde, verilen tanım ve kuralların mevcut bilgilerle ilişkilendirilerek açıklanması ve gerçek yaşamla ilişkisinin kurulması, bilginin öğrencinin zihninde oluşmasına imkân sağlamaktadır. Bu anlamda Salih Zeki kitabında, alan konusunu söz konusu kriterlere uygun bir şekilde organize etmiştir.

Kitabın bir sonraki bölümü, geometrik cisimlerin alan ve hacimlerinin hesaplanması konusunu içermektedir. Prizma, piramit, silindir ve koni gibi geometrik cisimlerin yüzey alanları, bir önceki bölümde anlatılan alan konusu ile benzer strateji izlenerek verilmiştir. Dolayısıyla geometrik cisimlerin yüzey alanı konusu tekrara düşmemek adına incelenmeyecektir.

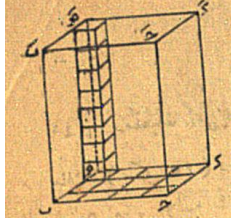
Salih Zeki, herhangi bir geometrik cismin hacmini şu şekilde tanımlamıştır:

Herhangi bir cismin hacmini ölçmek demek, o cisimde hacimler için, [karşılaştırmak amacıyla] birim olarak kabul edilen (vâhid-i kıyâsî) hacmin kaç defa bulunduğunu arayıp bulmak demektir... Hacim için birim metreküptür.<sup>491</sup>

---

<sup>491</sup> Zeki & Hâkî, *a.g.e.*, s. 32.

İlk Hendeşe Dersleri kitabında alan konusu için yapılan inşa faaliyeti, yukarıda ifade edilen genel hacim tanımına uygun olarak, geometrik cisimlerin hacimleri için de kurgulanmıştır. Örneğin dikdörtgenler prizmasının hacmi şu şekilde anlatılmıştır:



Şekil 21

Bir dikdörtgenler prizmasının hacmi, üç uzunluğunun [en, boy, yükseklik] birbirleriyle çarpımına eşittir. Mesela Şekil 21’de görülen dikdörtgenler prizmasının tabanının uzunluğu  $BC$ , eni  $HE$  ve bu prizmanın yüksekliği de  $CC'$  olsun. Bu durumda hacmi  $CC' \times BC \times HE$  olur. Örneğin; taban uzunluğu  $BC = 4 \text{ metre}$ , eni  $HE = 3 \text{ metre}$ , yüksekliği  $CC' = 8 \text{ metre}$  olsa, prizmanın hacmi  $4 \times 3 \times 8 = 96 \text{ metrekare}$  olur. [Bu durum şu şekilde ispatlanabilir] Bu dikdörtgenler prizmasının tabanı  $4 \times 3 = 12 \text{ metrekareye}$  eşittir. Şimdi 12 adet metrekare üzerine birer metreküp konulsa bir metre yüksekliğinde olmak üzere bir tabaka yani bir kat dikdörtgenler prizması vücuda getirilmiş olur. Diğer bir deyişle, taban alanı 12 metrekare ve yüksekliği 1 metre olan bu katta 12 tane küp bulunur. Fakat bu dikdörtgenler prizmasının yüksekliği 8 metre olduğundan bu tabakanın üzerine daha böyle 7 tabaka istif edilebilir. Bütün dikdörtgenler prizması ise böyle 8 tabakaya eşit olabileceğinden ve her bir tabakada  $4 \times 3 = 12 \text{ metrekare}$  bulunacağından toplam küplerin adedi  $4 \times 3 \times 8 = 96$  olur... Bu durumda bir dikdörtgenler prizmasının hacmi şu şekilde de ifade edilebilir; bir dikdörtgenler prizmasının hacmi, taban alanı ile yüksekliğinin çarpımına eşittir.<sup>492</sup>

Salih Zeki bu anlatımda, salt matematiksel bir formülün oluşturduğu zihinsel kıskaçtan öğrenciyi kurtararak, onun zihninde hacim kavramının oluşmasını sağlamıştır. Yazar bu amaçla konuyu görsel unsurlar ile desteklemiştir. Oysa

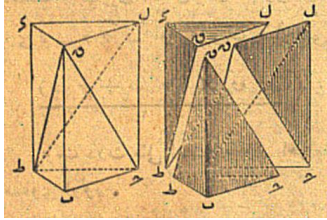
<sup>492</sup> Zeki & Hâkî, *a.g.e.*, s. 32-33.

“matematiğin zihinde inşası” düşüncesine sahip olmayan bir ders kitabında bu konu sadece “bir dikdörtgenler prizmasının hacmi, taban alanı ile yüksekliğinin çarpımına eşittir” tanımlamasıyla sınırlı kalacaktır.

İlk Hendese Dersleri kitabının sıradaki konusu bir küpün hacminin nasıl hesaplanacağı üzerinedir. Dikdörtgenler prizmasının hacmi konusunda izlenen zihinsel sürecin aynısı küpün hacmi için de uygulanmıştır. Ayrıca Salih Zeki, herhangi bir prizma için ulaşılmış olduğu “bir prizmanın hacmi, taban alanı ile yüksekliğinin çarpımına eşittir” tanımını üçgen prizma için de uygulamıştır.

Prizmanın hacmi meselesi halledildikten sonra piramidin hacmi konusu anlatılmıştır. Salih Zeki’nin piramidin hacmini hesaplamak için prizmanın hacminden yola çıktığı anlatımı şu şekildedir:

Bir piramidin hacmi, taban alanının yüksekliği ile çarpımının üçte birine eşittir.



Şekil 22

[Bu kural şu şekilde ispatlanabilir] Mesela Şekil 22’de gösterilen *FTBC* üçgen piramidin hacmi, yüksekliği bu piramidin yüksekliğine eşit olmak üzere piramidin tabanı üzerine resmedilen prizmanın hacminin üçte birine eşittir. Bir

prizmanın hacmi, [daha önce ispatlandığı gibi ] taban alanı ile yüksekliğinin çarpımına eşit olduğundan bunun üçte biri olan *FTBC* piramidinin hacmi de;

$$\text{Piramidin hacmi} = \frac{\text{Taban Alanı} \times \text{Yükseklik}}{3}$$

olur.<sup>493</sup>

<sup>493</sup> Zeki & Hâkî, *a.g.e.*, s. 37-38.

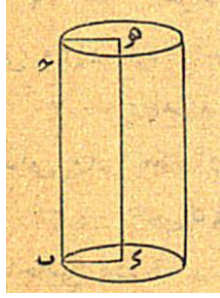
Piramidin hacim formülünde yer alan  $\frac{1}{3}$  katsayısı öğrencilerin zihinlerini karıştıran, ilk bakışta çok da anlamı olmayan bir sayıdır. Dolayısıyla bu katsayının anlamlandırılması, hacim kavramının tam olarak oluşmasında hayati öneme sahip noktalardan bir tanesidir. Yazarın bu hacim formülünü izah şekli, öğrencinin kafasında oluşabilecek muhtemel soru işaretlerini giderebilecek içeriktedir. Ayrıca Salih Zeki Bey'in dikdörtgenin hacmi kavramı ile piramidin hacmi kavramı arasında ilişki kurduğu açıkça hissedilmektedir. Bu anlamda Salih Zeki'nin, matematiksel kavramları inşa faaliyetine piramidin hacmi konusunda da devam ettiği görülmektedir.

*İlk Hendese Dersleri* kitabında sıradaki bölüm, bir yüzey alanının herhangi bir kenarı etrafında döndürülmesi ile oluşan cisimlerin incelendiği ve kitapta “müdevver cisimler” olarak isimlendirilen konuları içermektedir. Bunlardan ilki; “bir dikdörtgenin kenarlarından biri etrafında dolandırılması ile elde edilen cisim olan silindir”<sup>494</sup> konusudur. Kitapta, öğrencinin söz konusu şekli zihninde canlandırabilmesi için “minare gövdesi, soba borusu, saç soba” gibi, dönem çocuklarının günlük hayatta rahatlıkla rastlayabileceği örnekler verilmiştir. Dolayısıyla matematiksel kavramların günlük yaşamla ilişkisi kurulmuştur.

Silindirin tanıtımına ve yanal alanının nasıl hesaplanacağına şu şekilde değinilmiştir:

---

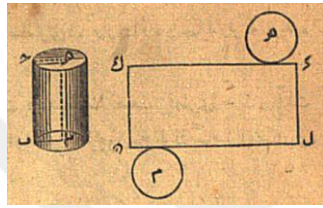
<sup>494</sup> Zeki & Hâkî, *a.g.e.*, s. 42.



Şekil 23

[Şekil 23'deki]  $BCHE$  dikdörtgeni  $HE$  etrafında çevrilecek olursa elde edilen şekil silindir olacaktır.  $HE$  kenarına silindirin yüksekliği, silindirin yüzeyini oluşturan  $BC$  kenarına da silindirin müvellidi<sup>495</sup> denir...

Bir silindirin yanal alanı taban çevresinin yüksekliğine çarpımına eşittir. [Bu kural şu şekilde ispatlanmıştır] Mesela Şekil 24'de görülen silindirin yüzey alanı, tabanında bulunan dairenin çevresinin yüksekliği



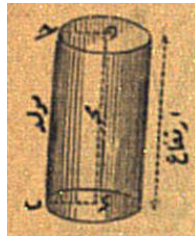
Şekil 24

ile çarpımına eşittir. Hakikatte; silindirin yüzeyleri gayet çok ve gayet dar bir prizma gibi tasvir edilebilir. Bir dik prizmanın yanal alanı ise, taban çevresinin yüksekliği ile çarpımına eşittir.

Dolayısıyla bir silindirin yanal alanı  $2 \cdot \pi \cdot MB \cdot BC$  olur.<sup>496</sup>

Salih Zeki, prizmanın yanal alan bağıntısı ile silindirin yanal alanı arasında bir ilişki kurarak yukarıdaki anlatımı gerçekleştirmiştir. Bu şekilde öğrenenin zihninde alan kavramı bir bütün olarak inşa edilmiş olacaktır. Ayrıca kitapta silindirin yanal alanı; bir silindirin açılması ile yanal yüzeyinden elde edilecek olan dikdörtgenin alan bağıntısından yararlanarak da bulunabileceği ifade edilmiştir.

Silindirin yüzey alanı anlatıldıktan sonra hacim bağıntısı için şu yol izlenmiştir:



Şekil 25

Bir silindirin hacmi, taban alanı ile yüksekliğinin çarpımına eşittir. [Bu kural şu şekilde izah edilmiştir] Mesela Şekil 25'deki silindirin hacmi *taban alanı*  $\times$  *yükseklik* olur. Hakikatte; silindir, yüzeyleri gayet çok ve gayet dar bir

<sup>495</sup> Husule getiren, doğuran, doğurtan, meydana getiren.

<sup>496</sup> Zeki & Hâkî, *a.g.e.*, s. 42-43.

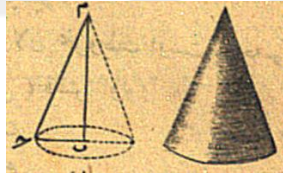
prizma gibi tasvir edilebilir. Prizmanın hacmi ise taban alanı ile yüksekliğinin çarpımına eşittir. Dolayısıyla silindirin hacmi de;

$$\text{Silindirin Hacmi} = \text{Taban Alanı} \times \text{Yükseklik}$$

$$= \pi \times (\text{Yarıçap})^2 \times \text{Yükseklik} \quad \text{olur.}^{497}$$

Salih Zeki *İlk Hendese* kitabının en başından beri yapmış olduğu matematiğin kavramları arasındaki ilişkilendirmeye silindirin hacmi konusunda da devam etmiştir. Hacim bağıntısını oluştururken prizmanın hacim bağıntısından faydalanmıştır. Dolayısıyla kavramsal bütünlük ve bunun bir sonucu olarak zihinsel bütünlük korunmuştur.

Salih Zeki silindiri tanıttikten sonra koniyi incelemiştir. Öncelikle koninin nasıl oluştuğu ve temel elemanlarının neler olduğu konusunda şu bilgileri vermiştir:



Şekil 26

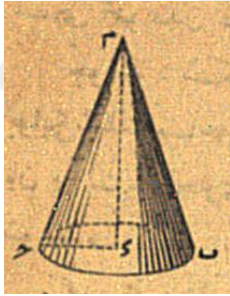
Bir dik üçgen, dik kenarlarından biri etrafında çevrilecek olur ise ortaya çıkan yüzeye koni yüzeyi denir ve bunun kapladığı cisme de koni denir. Mesela Şekil 26'de  $MBC$  dik üçgeni,  $MB$  dik kenarı ve  $MC$

dik kenarı etrafında döndürülürse ortaya çıkan yüzey koninin yüzeyidir ve bunun sınırladığı hacim de koniden ibarettir. Dik açılı üçgenin  $MC$  kenarına koninin yüksekliği ve koninin yüzeyini oluşturan  $MC$  dik kenarına müvellid denir. Bu döndürme esnasında diğer  $BC$  kenarı da bir daire resmeder. Buna da koninin tabanı denir... Her koniye, tabanı daire olan bir piramit gözüyle bakılabilir. Her yerde koni şeklinde cisimler ile karşılaşılabilir. Nitekim şeker

<sup>497</sup> Zeki & Hâkî, *a.g.e.*, s. 44-45.

külahları, huniler, çalgıcıların çaldıkları boruların ağızları, minare, vesaire hep koni şeklindedir.<sup>498</sup>

Salih Zeki'nin koni cismini, bir dik üçgenin dik kenarlarından biri etrafında döndürülmesi ile oluşan bir cisim olarak tanımlaması, alan konusu ile hacim konusu arasında, dahası üçgen ile koni arasında bir ilişki kurması, öğrencinin konuyu özümsemesi açısından değerlidir. Aksi bir yöntemle tanıtılan silindir ve koni cisimlerinin, diğer iki boyutlu şekillerden bağımsız birer cisim gibi algılanmasına sebep olacaktır. Oysa bu anlatımda, tümevarım prensibine uygun olarak üçgenden koninin nasıl oluşturulacağı öğrenciye adım adım aktarılmaya çalışılmıştır. Ayrıca koni için günlük hayattan verilen örnekler, şeklin bir bütün olarak algılanmasını kolaylaştıracak niteliktedir. Koninin yüzey alanı ise şu şekilde tanıtılmıştır:



Şekil 27

Bir koninin yanal alanı, taban çevresi ile yanal yüksekliğinin çarpımının yarısına eşittir. Mesela Şekil 27'de görülen koninin yanal alanı  $\frac{\text{taban çevresi} \times \text{yanal yükseklik}}{2}$  'dir. Hakikatte; bir koni, tabanının kenarları pek çok olan bir düzgün piramit gibi farz edilebilir. Bu halde koni, yüzlerinin sayısı pek çok

olan bir piramit demek olur. Hâlbuki piramidin yanal alanı, taban çevresinin yanal yüksekliği ile çarpımının yarısına eşittir. Dolayısıyla bu koninin yanal alanı da, taban çevresinin yanal yüksekliği ile çarpımının yarısına eşit olması gerekir. İşte, şekildeki koninin taban yarıçapı  $r$  ile ve yanal yüksekliği  $R$  ile ifade edilir ise, taban çevresi  $2 \times \pi \times r$  olduğundan;

$$\text{Koninin Yanal Alanı} = \frac{2 \times \pi \times r \times R}{2} = \pi \times r \times R$$

<sup>498</sup> Zeki & Hâkî, *a.g.e.*, s. 45-46.

olur.<sup>499</sup>

Kitabın bu bölümünde, koninin yanal yüzeyi ve piramidin yanal yüzeyi arasında kurulan ilişki ile koninin yanal alan formülünün ispatlandığı görülmektedir. Ayrıca benzer ilişki hacim konusunda da kendini gösterecektir. Nitekim hacim konusu şu ifadeler ile anlatılmıştır:

Bir koninin hacmi, taban alanı ile yüksekliğinin çarpımının üçte birine eşittir.

Yani koninin hacmi  $\frac{\text{taban alanı} \times \text{yükseklik}}{3}$  'tür. Hakikatte; bir koni, yüzeyleri gayet çok ve gayet dar bir piramit gibi tasvir olunabilir. O halde koninin hacmi, piramidin hacmi gibi hesaplanabilir. Hâlbuki bir piramidin hacmi (45.sayfada anlatıldığı üzere) taban alanının yüksekliği ile çarpımının üçte birine eşittir. Bu halde koninin hacmi de, taban alanı ile yüksekliğin çarpımının üçte birine eşit olmak zorundadır.<sup>500</sup>

Salih Zeki kitabının başından itibaren daireye, kenar sayıları sonsuza giden bir düzgün çokgen muamelesi yapmıştır. Daireye ait alan hesabı için de bu düzgün çokgeni kullanmıştır. Salih Zeki'nin bu tavrını, tabanı daire olan cisimlerin yüzey alanı ve hacim hesapları için de sürdürdüğü görülmektedir. İçerdiği formüller açısından koninin hacmi konusunun karmaşık yapısı, bu ilişkilendirme ile anlamlı hale getirilmiştir.

Salih Zeki son olarak küreye ait hesaplamalarını kitabına dâhil etmiştir. Şimdiye kadar anlatılan konularda, verilen tüm formüllerin ispatlarının yapılmış olmasına ve diğer matematiksel kavramlar ile ilişkilendirilmiş olmalarına rağmen, kürenin yüzey alanı ve hacmi konusu için bu şekilde bir yöntem kullanılmamıştır. Bunun sebebi,

---

<sup>499</sup> Zeki & Hâkî, *a.g.e.*, s. 46-47.

<sup>500</sup> Zeki & Hâkî, *a.g.e.*, s. 48.

kitabın muhatabı olan öğrencilerin matematiksel birikiminin, kürenin yüzey alanı ve hacim formüllerinin ispatlarını algılayabilecek düzeyde olmamasıdır. Dolayısıyla Salih Zeki formülü mecburen ispatsız bir şekilde vermiştir.

Yapılan incelemeler sonucunda, Salih Zeki'nin *İlk Hendese Dersleri* isimli ders kitabının, başta belirttiğimiz Yapılandırmacılık (Constructivism) ilkelerine büyük ölçüde uygun olarak yazıldığı belirlenmiştir. Kitabın başından sonuna kadar, matematiksel kavramlar arasındaki ilişkinin kurulduğu, ifade, tanım ve formüllerin öğrencinin zihninde inşa edilebilecek mahiyette verildiği; matematiksel kavramların öğrencilerin günlük hayatta karşılaşılabileceği örnekler ile zenginleştirildiği, dolayısıyla matematiğin gerçek yaşamla birebir ilişkisinin kurulduğu; kitabın içeriğinde resim ve şekil gibi görsel unsurlara bolca yer verildiği; kitapta verilen tanımların genelden özele doğru gidilerek anlamlı öğrenmeye uygun olarak verildiği; her bölüm sonunda öğrencilerin problem sorularıyla baş başa bırakıldıkları görülmüştür.

Ayrıca kitabın son bölümünde, devletin memurlarının günlük hayatta yaptıkları işlerden kitabın konuları ile ilişkili olanları örnek durumlar şeklinde verilerek, öğrencilerin öğrendikleri konuları uygulayabilecekleri problem durumları oluşturulmuştur. Dolayısıyla öğrenciler gerçek problem durumları ile karşı karşıya bırakılmışlardır. Bu anlamda matematiksel bilginin zihinde inşası tamamlanmış olacaktır.

#### 4.3.4 İlk Hendese Dersleri İkinci Sene, Devre-i Mutavassıta, İkinci Kitap

**Yazar:** Salih Zeki

**Tarih:** 1332-1914

**Okutulduğu Yer:** Maarif Nezareti Celiliyye'si tarafından altı dershaneli Mekâtib-i İbtidâiyenin [Devre-i Mutavassıta] dördüncü senelerinde tedris edilmek üzere birinci derecede kabul olunmuştur.

#### İÇİNDEKİLER

##### **Birinci Bölüm...3**

Alanları Ölçmek...3

Daire...10

Hipotenüsün Karesi...13

Eş Şekiller...15

##### **İkinci Bölüm...19**

Hacimleri Ölçmek...19

Kare...20

Prizma...21

Silindir...24

Piramit...27

Koni...30

Küre...34

##### **Üçüncü Bölüm...36**

Uygulamalar...36

Çini Denen Taşlarla Döşemeler...36

Bir Şekle Eş Bir Şekli Çizmek...38

Bir Şeklin Alanına Eş Başka Bir Şekil Çizmek...42

Uygulamalar...47

Bir Yerden Bir Yere Doğrudan Doğruya Gidilemeyen İki Nokta Arasındaki Mesafeyi Ölçmek...47

Bir Ucuna Varılamayan Doğru Parçasının Uzunluğunu Ölçmek...48

Bir Ağacın Yüksekliğini Ölçmek...51

Toprak Üzerinde Mesafe Ölçmeğe Yarayan Aletler...52

Salih Zeki'nin *İlk Hendese Dersleri, Devre-i Mutavassıta İkinci Kitap* isimindeki kitabı, *İlk Hendese Dersleri Birinci Sene* isimli kitabının devamı niteliğindedir. Anlaşılan o ki, Salih Zeki eş zamanlı, geometri ders kitaplarını tüm sınıflar için ayrı ayrı hazırlamıştır. Söz konusu ders kitapları incelendiğinde, konu sıralamaları birbirlerini tamamlayacak niteliktedir. Ayrıca bu kitaplardaki öğretim anlayışı hepsinde ortaktır.

Salih Zeki bu kitabına, bir önceki sınıf için okutulan ders kitabındaki alan ve hacim konularını tekrar ederek başlamıştır. İlk olarak alan kavramını incelemiştir.

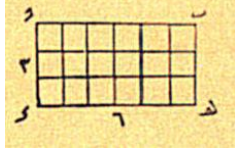
Bir yüzeyin alanını ölçmek için diğer bir yüzeyin alanı, karşılaştırılacak birim (vâhid-i kıyâsî) olarak kabul edilir. Bu birim, eni ve boyu birer metre olan bir metre karedir. Buna “metrekare” derler. İşte bir yüzey, bu metrekarelerden kaç tanesini alabilir ise o yüzeyin alanı o kadar metrekaredir derler. Mesela bir odanın döşemesi “10 metre karedir” denilince bundan şu anlaşılmalıdır: Bu odanın döşemesi 10 tane metrekare kadar bir alana sahiptir.<sup>501</sup>

Herhangi bir yüzeyin alanı için verilen bu ifade, öğrencinin zihninde alan kavramına yönelik genel bir bakış açısının kazandırılmasını sağlamıştır. Bu şekilde matematiksel kavramlar arasında bir ilişki kurulmuş olacaktır. Genel alan tanımından sonra özel geometrik yüzeylerin alanları anlatılmıştır.

---

<sup>501</sup> Zeki, S. (1332/1914). *İlk Hendese Dersleri İkinci Sene, Devre-i Mutavassıta Dördüncü Sınıf*. İstanbul: Necm-i İstikbal Matbaası, s. 3-4.

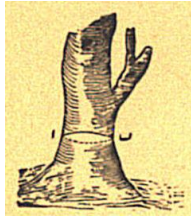
Bir dikdörtgenin alanı taban uzunluğu ile yüksekliğinin çarpımına eşittir. Mesela (Şekil 28) 6 metre eninde 3 metre boyunda bir dikdörtgen olsa, bu



Şekil 28

sayıların çarpımı  $3 \times 6 = 18$  eder, işte bu dikdörtgenin alanı da 18 metrekare olur. [Bu kural şu şekilde izah edilmektedir] Dikdörtgenin boyu 6 metreye ve yüksekliği 3 metreye ayrılrsa ve ayrılan noktadan dikdörtgenin kenarlarına paralel doğrular çizilse, 18 tane kare ortaya çıkar ki bu karelerin her biri bir metrekaredir.<sup>502</sup>

Dikdörtgenin alan hesabı, zihinsel inşa faaliyetine uygun olarak anlatılmış olmasına rağmen, karenin, paralel kenarın, eşkenar dörtgenin ve üçgenin alanlarının nasıl bulunacağı sadece formüllerle izah edilmiştir. Salih Zeki diğer geometri ders kitaplarında formüllerin ispatlarını verirken bu kitabında yer vermemiştir. Bu kitabın diğer ders kitaplarının devamı niteliğinde olması, söz konusu kavramların ayrıntıya girilmeden sadece tekrar edilerek açıklanmasına sebep olmuştur. Dolayısıyla anlamlı öğrenmeden bir sapma görülmemektedir.



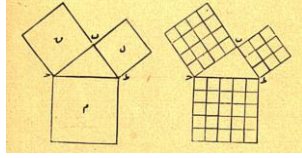
Şekil 29

Dairenin çevresi: Bir daireyi açtığınız zaman ne uzunlukta olduğunu bulmak için çapını 3,1416 sayısıyla çarpmak gerekir. Bu 3,1416 sayısı bir daire çevresinin çapına oranından çıkan sonuçtur. Bu sayı tüm daireler için geçerlidir, değişmez... Mesela yuvarlak bir ağacın çevresi 2,40 metre olsa (Şekil 29) çapı ne olur? Bir ağacın çapını bulmak için ip ile ölçtüğümüz çevreyi 3,1416 sayısına böleriz.  $\frac{2,40}{3,1416} = 0,76$  metre buluruz.<sup>503</sup>

<sup>502</sup> Zeki, a.g.e., s. 4-5.

<sup>503</sup> Zeki, a.g.e., s. 10.

Dairenin çevresi için verilen açıklama yapılandırıcılık kaidelerine uygun iken, dairenin alanı konusu kısa geçilmiş ve sadece formül verilmiştir. Bu konu da daha önceki yıllara ait ders kitaplarında ayrıntılı olarak incelenmiştir.



Şekil 30

Bir dik üçgenin hipotenüsü üzerine resmedilen karenin alanı, diğer kenarı üzerine resmedilen karelerin alanları toplamına eşittir. Mesela Şekil

30'da görülen *BCT* dik üçgeninin kenarları üzerine

böyle birer kare resmolunsa bunlardan iki küçük karenin alanları toplamı, büyük karenin alanına eşit olur.

Salih Zeki kitabın bu bölümünde Pisagor Bağintısını, ismini zikretmese de anlatmıştır. Bu anlatımda, Pisagor bağintısının formülünü verirken görsel ispatını da ilave etmiştir.  $a^2 + b^2 = c^2$  gibi ilk defa öğrenen için çok da anlamı olmayan bir formül ile ifadelelendirilmiş bir Pisagor bağintısı kavramı, öğrenci tarafından algılanması zor olacak ve ancak ezber bir bilgi hüviyetine bürünecektir. Matematiksel kavramlar arasındaki ilişkilerin bütün olarak öğrenciye verilmesi, matematiksel bilginin zihinde inşası açısından gereklidir. Bu gereklilik Pisagor bağintısı için yerine getirilmiştir.

Salih Zeki alan kavramını verdikten sonra “benzer şekiller” başlığı altında benzerlik konusunu anlatmıştır. Benzerlik konusu için görsel unsurlar yoğun bir şekilde verilmiş olmasına rağmen, “benzerlik” kavramının zihinsel inşası için ekstra bir çalışma yapılmamıştır. Dolayısıyla kitabın bu bölümü yapılandırıcı bakışa uygun değildir.

Bir sonraki bölüm hacim konusunu içermektedir.

Bir hacim, boyu, eni ve derinliği veya yüksekliği olan Şeydir. Bir odanın içi, bir tuğlanın duvarda kapladığı yer, bir fiğının boşluğu hep birer hacimdir. Bir hacmin hem boyu, hem eni, hem derinliği veya yüksekliği vardır. Cisimlerin

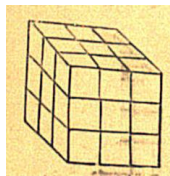


Şekil 31

hacimlerini ölçmek için bilinen bir hacmi 1 olarak kabul etmişlerdir. Bu 1 olarak kabul edilen hacim, eni, boyu, derinliği bir metre olan tavlada zarı Şeklinde (Şekil 31) bir “küp” dür. İşte boyu, eni, yüksekliği 1 metre olan bu küpe “metreküp” derler. Bir hacim, bu metreküpten kaç kaç tanesini içine alabiliyorsa o cismin hacmi de o kadar metreküptür derler.<sup>504</sup>

Salih Zeki daha önce incelediğimiz ders kitaplarında<sup>505</sup> olduğu gibi, hacim kavramının ne olduğu, nasıl ölçüldüğu, hangi ölçüm aracının kullanıldığı düşünsel basamaklar takip edilerek, öğrenci algısına uygun bir Şekilde öğrenciye hissettirmeye çalışılmıştır. Bu yerleŐtirilen hacim kavramı, daha sonra anlatılacak olan tüm cisimlerin hacimlerinde kullanılacaktır.

Genel hacim yaklaşımı belirtildikten sonra, bazı geometrik cisimlerin yüzey alanları ve hacimleri tanıtılmıştır. Öncelikle küp ele alınmıştır. Daha önce alan bahsinde belirtilen, alan hesabı bağıntısına uygun olarak küpün yüzey alanı anlatılmıştır. Küpün hacmi ise Şu Şekilde ifade edilmiştir:



Şekil 32

Bir küpün hacmi, bir kenarının iki kere kendisiyle çarpımına eşittir. Mesela bir kenarı 3 metre (Şekil 32) olan bir küpün hacmi:  $3 \times 3 \times 3 = 27$  metreküp olur ve böyle bir küpe 27 tane bir metreküp yerleŐtirilebilir.

<sup>504</sup> Zeki, a.g.e., s. 10.

<sup>505</sup> *Hendese-i Tecrubiyeye, İlk Hendese Dersleri Devre-i Âliye Birinci Sene; İlk Hendese Dersleri Devre-i Âliye İkinci Sene.*

Küpün hacmi, anlamlı öğrenme yaklaşımına uygun olarak verilmiş olan genel hacim anlayışı ile paralel bir şekilde anlatılmıştır. Şekilde birim küplere ayrılmış bir küp resmi yer almaktadır. Bu şekilde söz konusu küpün içine kaç tane birim küpün yer alacağı sorusu, dolayısıyla hacim kavramı karşılanmaktadır. Fakat Salih Zeki diğer ders kitaplarında prizmaların hacmi bahsinde küpün hacmini daha ayrıntılı bir şekilde açıklarken bu kitapta 4 satırda anlatımını tamamlamıştır. Bu durum, tıpkı yüzeylerin alanı konusunda olduğu gibi, incelemekte olduğumuz ders kitabının bir devam kitabı olmasından kaynaklanmaktadır. Salih Zeki tarafından yazılmış olan önceki sınıflara ait geometri ders kitabında hacim konusu ayrıntılı bir şekilde izah edilmiştir. Dolayısıyla bu kitapta yer alan hacim konusu, daha önce soyutlanabilmiş olan hacim kavramının tekrarı hüviyetinde bu kitaba dâhil edilmiştir.

Küp cismine benzer şekilde prizmaların yüzey alanları ve hacmi incelenmiştir. Prizma şekli tanıtılırken, dönem öğrencilerinin günlük yaşamlarında sık sık karşılaştıkları soba gibi görsel unsurlar kullanılmıştır. Günlük yaşam ile prizma arasında bir ilişki kurmayı amaçlayan bu yöntemle, öğrencinin zihninde prizma şeklinin somut varlıktan soyut varlığa süzülerek inşa edilmesi amaçlanmaktadır. Fakat prizmanın yüzey alanı ve hacmi konusu ayrıntıya girilmeden, kuralı verilerek açıklanmıştır. Prizma şeklinden sonra sırasıyla, silindir, piramit koni ve küre cisimlerinin temel özellikleri, yüzey alanları ve hacimleri benzer strateji ile açıklanmıştır. Bu konularda da diğerlerinde olduğu ayrıntıya girilmemiştir.

İlk Hendese Dersleri geometri kitapları serisinin dördüncüsü olan bu kitapta, daha önceki kitaplarda verilmiş olan konular kısaca tekrar edilmiştir. Bunun yanında

Pisagor bağıntısı ve benzerlik gibi yeni konuların da bu kitaba dâhil edilmiş olduğu görülmektedir. Sonuç olarak, Salih Zeki'nin ders kitaplarındaki anlamlı öğrenme yaklaşımı bu kitapta da aynen korunmuştur. Kitabın içeriğinde önceki kitaplarda anlatılan bazı konular da yer almaktadır. Bu konular kısa cümleler ile ayrıntıya girilmeden tekrar edilmiştir.

### 4.3.5 İlk Hendese Dersleri Birinci Sene

**Yazar:** Salih Zeki

**Tarih:** 1332-1914

**Okutulduğu Yer:** Maarif Nezareti Celiliyye'si tarafından (son defa neşr olunan programa göre) altı dershaneli Mekâtib-i İbtidâiyenin üçüncü senelerinde tedris edilmek üzere birinci derecede kabul olunmuştur.

### İÇİNDEKİLER

#### Birinci Kısım...3

Tanımlar...3

#### Birinci Bölüm...5

- 1) Çizgiler...5
- 2) Çember...8
- 3) Paralel...10
- 4) Açı...11
- 5) Diklik, eğrilik...13
- 6) Çokgenler...21
- 7) Üçgenler...23
- 8) Dörtgenler...28
- 9) Düzgün Çokgenler...31

#### İkinci Bölüm...36

- 1) Doğru Resmetmek...36
- 2) Açıları Resmetmek...44
- 3) Diklerin Resmi...48
- 4) Gönye ile Dik Resmetmek...50
- 5) Doğruları, Açıları Eşit parçalara ayırmak...56
- 6) Paralel Resmetmek...60
- 7) Teğetler...62
- 8) Üçgeni Resmetmek...66
- 9) Dörtgenleri Resmetmek...68

Salih Zeki “İlk Hendese Dersleri Birinci Sene” isimli ders kitabının girişinde, dersi okutacak olan öğretmenlere hitaben bir uyarı yazısı kaleme almıştır. Bu yazıda, dersin öğretiminde kullanılacak olan yöntem ve stratejileri belirtmektedir:

### **Öğretmenlere: Uyarı**

Bu kitap geometriye yeni başlayan çocukların ellerinde bulunacak ve fakat içindeki konular (mevâdd) ezberlettirilmeksizin çocuklara anlattırılacaktır. Birinci bölümün konuları sınıfta, bahçede, kısaca her yerde çocuklara yavaş yavaş gösterilecek ve ikinci bölümün bununla ilgili olan uygulamaları da hemen beraberce yaptırılacaktır.

Çocukların bulunduğu okulda birkaç cetvel ve pergel, hatta ucuna tebeşir takılır tahta bir pergel ile kâfi miktarda kurşun kalem, birkaç gönye, en az bir açıölçer bulunmadıkça nafiye yere geometri öğretmeye kalkışmamalıdır. Çocuklara hiçbir zaman tarifler ezberlettirilmemeli; bilakis şekiller yaptırılarak bu tarifler kendilerine buldurulmalıdır.<sup>506</sup>

Salih Zeki kitabının önsözünde geometri öğretimine yönelik tavsiyelerde bulunmuş olması, onun sadece matematikçi değil aynı zamanda eğitimci olduğunu da göstermektedir. Uyarısının birinci paragrafında, öğrencilere herhangi bir bilginin kesinlikle ezberlettirilmemesini, öğrencinin bilgiyi inşa etmesini sağlayacak eğitim öğretim ortamlarının oluşturulmasını istemiştir. İkinci paragrafta ise, öğrencilere herhangi bir tanımın veya kuralın ezberlettirilmemesini, daha ziyade bir takım şekiller yaptırılarak söz konusu tanımın ya da kuralın buldurulmasının gerekliliğini

---

<sup>506</sup> Zeki, S. (1332/1914). *İlk Hendese Dersleri (Birinci Sene)*. İstanbul: Necm-i İstikbal Matbaası, s. 2.

bildirmiştir. Bu anlamda Salih Zeki, günümüzde buluş yoluyla öğrenme stratejisi olarak bilinen yöntemi, o dönemin öğrencilerinin matematik eğitiminde uygulamayı düşünmüştür. Ayrıca okullarda, matematik öğretimi için gerekli olan bazı araç gereçlerin bulunması gerektiğini de bildirmiştir. Salih Zeki'nin matematik öğretmenlerine yönelik kaleme aldığı bu uyarı yazısı; yazarın matematik eğitiminde uyguladığı yöntem ve teknikleri bilinçli bir şekilde seçmekte olduğunu ve bu sayede ülkenin matematik eğitimine yön vermek istediğini göstermektedir.

Kitap, temel geometrik elemanların sırasıyla hacim, alan ve uzunluk tarifleri ile başlamıştır. İzlenen sıra dikkate alındığında tümenden gelim prensibinin kullanıldığı görülmektedir. Söz konusu tanımlar günlük hayat ile ilişkilendirilerek oluşturulmuştur.<sup>507</sup>



Şekil 33

Düz çizgi (doğru) ile eğri çizginin tanımının yapıldığı bu bölümde, iki kavram arasındaki fark bir ip

yardımıyla oluşturulmaya çalışılmıştır. İpin iki ucundan gergin tutulduğu şekil doğruyu, gevşek hali ise eğri çizgiyi gösterdiği ifade edilmiştir. Ayrıca sosyal yaşam ile ilişkilendirilmiş bu durum resimlerle desteklenmiştir. Çizgi kavramı ile beraber eğri yüzey ile düz yüzey arasındaki fark da ifade edilmiştir. Dolayısıyla kavramlar, birbirleri ile ilişkilendirilerek anlatılmaktadır.<sup>508</sup>

Paralel doğrular; “bir düzlem üzerinde bulunan ve ne kadar uzatılır ise uzatılınsınlar, asla birbirleriyle kesişmeyen doğrulara paraleldirler denir” şeklinde tanımlanmıştır. Parallellik kavramı günlük hayattan verilen örnekler ve resimlerle zenginleştirilmiştir.

<sup>507</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 3-4.

<sup>508</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 5-8.

Örneğin Şekil 34’de görüldüğü gibi demir parmaklıklar, müzik notalarının yazıldığı çizgiler, bir taburenin ayakları örnek verilmiştir. Bu anlamda disiplinler arasında ilişki kurulmuştur.<sup>509</sup>



Şekil 34

Salih Zeki, kitabının birinci bölümünde çizgi, çember, paralellik, açı, çokgen, üçgen gibi geometrik şekilleri ve bu şekillerin temel

elemanlarını tanıtmıştır. Üçgene ait, kenar, köşe, yükseklik gibi kavramları izah ettikten sonra, üçgende açı bahsine değinmiştir. Üçgenin iç açıları toplamının iki dik açıya eşit olduğunu bildirmiş fakat neden böyle olduğu konusunda sorgulamaya gitmemiştir. Bunun yerine öğrenciler problem çözmeye yöneltilmiştir. Dolayısıyla Salih Zeki üçgende açı konusunda inşacı bir yöntem benimsememiştir.<sup>510</sup>

Kitapta temel geometrik şekiller tanıtıldıktan sonra düzgün çokgenler, “kenarları eşit olan çokgenlere düzgün çokgen denir”<sup>511</sup> açıklamasıyla anlatılmaya çalışılmıştır. Bu ifadede düzgün çokgenlere ait, *tüm kenar uzunluklarının ve tüm iç açılarının birbirine eşit olması* şartlarından ikincisinin yer almadığı görülmektedir. Salih Zeki’nin düzgün çokgene ait özellikleri eksik vermesinin sebebi, kitabın muhatabı olan öğrencilerin çokgende iç açı bilgisine henüz sahip olmamasından kaynaklanmaktadır. Nitekim daha sonraki bölümde düzgün çokgenlerin iç açıları konusuna değinilmiştir. Salih Zeki, “Çember, kenarları gayet küçük ve sayıları gayet çok olan bir düzgün çokgen gibi kabul edilebilir”<sup>512</sup> notuyla çember ile düzgün çokgen arasında ilişkilendirme yapmıştır.

<sup>509</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 10-11.

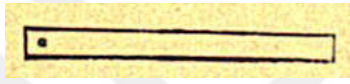
<sup>510</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 27-28.

<sup>511</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 31.

<sup>512</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 32.

Salih Zeki düzgün çokgenler konusu ile kitabın birinci bölümünü bitirmiştir. İkinci bölüm ise birinci bölümde öğrenilen konulara dair uygulamaları içermektedir. Salih Zeki'nin amacı, birinci bölümde temel özellikleri verilen geometrik şekillerin ve onlara ait basit düzeydeki kuralların öğrenciler tarafından inşa edilmesini sağlamaktır. Yazarın önsözde de belirttiği gibi, öğrenciler tanımları ve kuralları ezberlemeyecek, buluş yoluyla öğreneceklerdir.

İlk olarak öğrenilen doğru kavramı için uygulama şu şekilde yapılmıştır:



Şekil 35

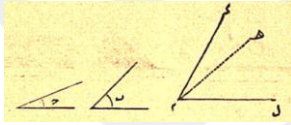
Hemen her şeyde doğruyla karşılaşmak mümkündür: Mesela ev eşyasından bir dolabın kenarları, etrafı kesilmiş bir kitabın sayfalarının kenarları hep birer doğrudan ibarettir. Doğruyu çizmek: bir doğru çizmek için cetvel denilen alet kullanılır. Cetvel uzunca bir tahtadır ki bir kenarı iki uçundan gerilmiş ince bir ipliğe mutabik gelecek surette (Şekil 35) düz kesilmiştir. Bununla bir doğru resmetmek yani çizmek için, cetvel kâğıt üzerine yatırılır ve bir kurşun kalem alınarak düz olan kenarı boyunca kaydırılır. Bu halde kalem kâğıt üzerine bir doğru resmeder.<sup>513</sup>

Bir doğrunun nasıl inşa edileceği ayrıntılı bir şekilde açıklandıktan sonra, verilen iki nokta arasından doğrunun nasıl çizileceği, çizilmiş bir doğrunun nasıl uzatılacağı ve bir cetvelin düzgün çalışıp çalışmadığının nasıl anlaşılacağı uygulamalı olarak gösterilmiştir. Ayrıca marangozların, duvar ustalarının ve bahçıvanların düz çizgiyi nasıl elde ettikleri ve kullandıkları teçhizatlar izah edilmiştir. Bu sayede doğru kavramının günlük yaşamda izi sürülmüş, kavramın zihinde olgunlaşmasına imkân sağlanmıştır. Gerekli ilişkilendirme sağlandıktan sonra verilen bir doğru parçasının

<sup>513</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 36-37.

cetvel ile ölçülmesi işlemi yapılmıştır. Doğru kavramı verildikten sonra çemberin nasıl çizileceği anlatılmıştır. Pergel kullanılarak çember çizdirilmiştir.<sup>514</sup> Bu sayede öğrenciler, ilgili matematiksel kavramları yaparak yaşayarak öğrenme fırsatı bulmuşlardır.

Doğru çizimi ve ölçümü yapıldıktan sonra açıların nasıl ölçüleceği meselesi ele alınmıştır. Bu iş için gerekli olan açıölçer tanıtılmış, bir açının nasıl ölçüleceği izah edilmiştir. Pergel ve açıölçer yardımıyla bir açıya eş büyüklükte bir açı çizimi anlatıldıktan sonra şu problem çözdürülmüştür:



Şekil 36

Mesela  $B, C$  (Şekil 36) açıları verilmiş olsun ve bunların toplamına eşit bir açı çizilmek istensin.

Evvvela  $ML$  doğrusu resmi ile bunun üzerinde  $B$  açısına eşit bir  $\widehat{LMH}$  açısı çizilir. Sonra  $MH$  doğrusu üzerine  $C$  açısına eşit  $\widehat{HME}$  açısı resmedilir. Ortaya çıkan  $\widehat{LME}$  açısı  $B, C$  açılarının toplamına eşittir.<sup>515</sup>

Yukarıda ifade edilen problem durumu, elde edilmiş olan kazanımın bir uygulamasıdır. Öğrenci söz konusu açı kavramını, sadece teorik bilgi olarak değil aynı zamanda uygulamasını da görme imkânına sahip olmuştur. Ayrıca marangozların, *karga burun gönye* adını verdikleri bir alet yardımıyla, aynı açı değerine sahip bir açıyı çizmeleri şu şekilde anlatılmıştır:



Şekil 37

Marangozlar bir açıya eşit açıyı resmetmek için bir çeşit gönye kullanırlar. Bu gönye

<sup>514</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 37-43.

<sup>515</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 46.

iki kollu (Şekil 37) adeta birer uçları birleştirilmiş iki cetvelden ibarettir. Fakat bu birleşen uçlardaki bir çivi etrafında kollar açılıp kapanabilir. Bununla  $\widehat{BEC}$  açısına eşit bir açı çizmek için (Şekil 37) kollar açılır ve gönyenin iç köşesi  $E$  noktasına ve iç kenarları da  $EC, EB$  doğrularına çakıştırılır. Sonra bu kolların açıklığı bozulmaksızın alet kaldırılır ve nereye bu açıyı çizmek gerekiyorsa oraya (mesela bir tahta parçasına) götürülür, ve kolların iç kenarları hizasınca birer çizgi çizilir. Hâsıl olan  $\widehat{BEC}$  açısı evvelki açının aynı olur.<sup>516</sup>

Marangozların işlerinde sıklıkla kullandıkları bu işlemin öğrenme ortamına dâhil edilmiş olması, öğrencinin açı kavramını inşa etme sürecinde katkı sağlayacaktır. Kitabın hitap ettiği yaş grubunun 10-12 yaş grubu öğrenciler olması, söz konusu kavramların somut bir şekilde öğrencilere verilmesini zorunlu kılmaktadır. Salih Zeki hemen hemen her matematiksel kavramı günlük hayat ile ilişkilendirmeye çalışarak matematiği anlamlandırmaya çalışmıştır.

Diklik, paralellik, teğet konuları da, tıpkı açı konusunda olduğu gibi, öğrencilerin bizzat katıldıkları etkinlikler ile kavratılmaya çalışılmıştır. Ayrıca belirli elemanları verilerek üçgen çizimi yaptırılmıştır.

Salih Zeki bu kitabında, geometri ile ilk defa tanışan öğrencilere, bir takım geometrik hesaplamalar yaptırmadan, geometrinin temel şekillerini, özelliklerini, bu şekilleri çizmek için kullanılan araç gereci ve nasıl kullanıldıklarını tanıtmıştır. Günlük hayat ile bu konuları ilişkilendirerek öğrencilerin anlamlı öğrenmesini sağlayacak uygun ortamı organize etmiştir.

---

<sup>516</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 46-47.

### 4.3.6 Mebâdî Hendese

**Yazar:** Salih Zeki

**Tarih:** 1325-1327/1907-1909, Karabet Matbaası

**Okutulduğu Yer:** Maarif Nezaret-i Celîlesi'nin son programına tevfikân tertip edilmiş ve Mekâtib-i Rüştiye'nin ikinci sınıflarında tedris edilmek üzere kabul buyrulmuştur.

#### İçindekiler:

<b>Giriş...3</b>	Dörtgen...23
Basit Düzeyde Bilgiler...3	<b>5.Konu...28</b>
<b>1.Konu...4</b>	Çokgenler...28
Çizgiler...4	<b>6.Konu...28</b>
Şekil Çizme Aletleri...5	Çember ve Daire...29
Doğruların Ölçülmesi...8	<b>7.Konu...36</b>
Dik, Eğik, Paralel Doğrular...10	Hacimler...36
<b>2.Konu...12</b>	Prizma...37
Açılar...12	Piramit...42
<b>3.Konu...20</b>	Silindir...42
Üçgenler...20	Koni...43
<b>4.Konu...23</b>	Küre...44

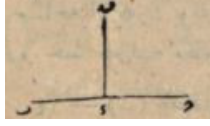
Salih Zeki kitabın giriş bölümünde, geometri, hacim, düzlem, doğru, nokta gibi basit düzeydeki kavramları tanıtmıştır. Geometriyi, “üzerinde bulunduğumuz şu yerin ve etrafımızda bulunan şeylerin ne yoldan ölçüldüklerini bildiren bir ilim”; cismi, “içinde yaşadığımız dünya denilen boşlukta bir yer kaplayan şey”; düzlemi, “bir cismin yüzü, yani göz ile görünen yer”; doğruyu “iki düzlemin birleştiği müşterek yer”; noktayı, “iki doğrunun birleştiği yer” şeklinde kavramları birbirleriyle ilişkilendirerek tanıtan Salih Zeki’nin, bu tanımlar için tümden gelimli bir strateji geliştirdiği görülmektedir.<sup>517</sup>

Kitabın birinci bölümünde, düz çizgi (doğru), eğri çizgi, bükümlü çizgi olmak üzere üç çeşit çizgi tanımı yapılmıştır. Daha sonra bu geometrik şekilleri çizmek için gerekli olan araç gereçler ve kullanım şekilleri ile söz konusu şekillerin uzunluklarının nasıl ölçüleceği anlatılmıştır.

Günümüzde ortaokul öğrencileri, çoğu matematiksel kuralı sorgulamaksızın ezberlemektedirler. Diklik ve paralellik kavramları da sorgulanmadan kabul edilen kavramlar arasındadır. Örneğin öğrenciler tarafından diklik kavramı, *iki doğrunun 90 derecelik açı yapacak şekilde kesişmesi* olarak bilinmektedir. Oysa 90 derecelik açı diklik için bir şart değildir, sadece tam açının 360 derece olarak kabul edilmesinin neticesinde ortaya çıkan bir açı değeridir. Yani tam açı 400 derece olarak kabul edilerek dik açının değeri 100 derece olarak bulunabilir. Nitekim derece yerine radyan ölçüm birimi kullanıldığında bu yanlış daha da ortaya çıkmaktadır. Salih Zeki geometri ile yeni tanışacak olan öğrencileri diklik, eğiklik ve paralellik kavramlarını anlatmak için bu yanlışta düşürmemiştir. O; diklik, eğiklik ve paralellik kavramlarını şu şekilde anlatmıştır:

---

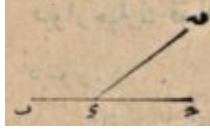
<sup>517</sup> Zeki, S. (1325/1907). *Mebâdi Hendese*. İstanbul: Karabet Matbaası, s. 3.



Şekil 38

Diklik: Bir doğru (Şekil 38) diğeri bir doğruya nazaran üç vaziyette bulunur. Ya dik, ya eğik ya da paralel olur. Bir doğru diğeri doğru ile kesişerek bunun [kesişim noktasının]

her iki tarafında eşit açıklık oluşturursa, bu iki doğru birbirlerine diktir denir.



Şekil 39

Eğiklik: Bilakis (Şekil 39) iki doğru birbirini, aralarındaki [iki] açıklık birbirlerine eşit olmamak üzere keserse, ilk doğru diğeri eğiktir denir.



Paralellik: Bir düzlemde bulunmak şartıyla iki veya daha fazla doğru (Şekil 40) ne kadar uzatılırsa uzatılınsı asla birbirlerini kesmezler ise bunlara paralel doğrular denir.<sup>518</sup>

Salih Zeki'nin bu üç kavramı, öğrencileri kavram yanılgısına sürüklemeyen anlatması, öğrencilerin zihinlerinde temel geometrik bilgilerin doğru inşa edilmesine imkân sağlamıştır.

Kitabın mebâdî, yani kısaltılmış olması ve hitap ettiği öğrenci grubunun geometri ile ilk defa tanışacak olmaları, Mebâdî Hendese kitabını, kısa bilgilerin yer aldığı bir cep kitabı haline dönüştürmüştür.

Salih Zeki kitabında ikinci olarak açı konusuna yer vermiştir. Bir açının nasıl oluşturulduğunu, açı çeşitlerini, bir açıyı ölçmek için kullanılan araç gereci, paralel iki doğruyu kesen üçüncü bir doğrunun ortaya çıkardığı açıları tanıtmıştır. Ayrıca diklik bahsinde itina ile söylemekten kaçındığı, bir dik açının ölçüsünün 90 dereceye eşit olduğu bilgisini, açılar konusunda dile getirmiştir. Fakat bu bölümün sonunda, yöndeş açılar, iç ters açılar, dış ters açılar birbirlerine eşit olması durumlarını,

<sup>518</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 10-11.

herhangi bir ispat yapmaksızın anlatmıştır. Dolayısıyla kitabın bu bölümü, matematiksel bilginin anlamlı bir şekilde öğrenciye aktarılması sürecine uygun hazırlanmamıştır.<sup>519</sup>

Diklik, eğiklik ve paralellik konuları verildikten sonra üçgen, üçgenin elemanları, eş üçgenler konuları anlatılmıştır. Üçgenin üç kenardan oluşması, üç köşesi ve üç açısının olması gibi temel özellikleri ayrıntılı bir şekilde anlatılmış ve şekillerle bu anlatım zenginleştirilmiştir. Kenar uzunluklarına göre üçgen çeşitleri (eşkenar üçgen, ikizkenar üçgen çeşitkenar üçgen) ve açılarına göre üçgen çeşitleri (dar açılı üçgen geniş açılı üçgen, dik üçgen) tanıtılmıştır. Üçgen ile ilgili son olarak, iki üçgenin birbirine eşliği bahsine değinilmiştir. Salih Zeki iki üçgenin birbirine eş olma durumunu şu sözlerle ifade etmiştir:

Bir üçgeni zihnen kaldırıp diğer bir üçgenin üzerine konduğu halde, her noktası tamamen diğerinin her noktasına intibak ederse, o üçgenlere birbirilerine eş denir.<sup>520</sup>

Salih Zeki'nin eş üçgenler için yaptığı tanım, eşlik kavramını karşılayacak niteliktedir. Fakat bu tanımlama, bir üçgenin temel özelliklerini birkaç satır önce yeni öğrenmiş bir öğrenci için fazlasıyla soyut bir açıklamadır. Söz konusu açıklama, somut birkaç işlemle desteklenmiş olsa, anlamlı öğrenme yaklaşımına daha uygun olacaktır. Örneğin yazar, öğrenciye zihnen yapmasını önerdiği *üçgeni kaldırıp diğer üçgenin üzerine yatırma* işlemini, kâğıt üzerine çizilmiş gerçek üçgenlerle yaptırabilirdi. Dolayısıyla eşlik kavramı öğrencinin zihninde yeterince inşa edilememiştir.

---

<sup>519</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 12-19.

<sup>520</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 19-23.

Bu bölümde dörtgen çeşitleri tanıtılmıştır. Paralelkenarın, eşkenar dörtgenin, karenin ve dikdörtgenin temel özellikleri belirtilmiştir. Daha sonra üç kenarlı ve dört kenarlı şekillerin yüzey alanlarının hesabı ile ilgili şu açıklama yapılmıştır:

Bir şeklin yüzeyinin kendi çevresi içinde kalan düzlem parçasına o şeklin yüzey alanı denir. Herhangi bir yüzeyi ölçmek demek, birim olarak kabul olunan diğer bir yüzeyin bu yüzeyde kaç defa dâhil olduğunu arayıp bulmak demektir.<sup>521</sup>

Salih Zeki'nin alan hesabı ile ilgili bu tanımı tüm ders kitaplarında yer almaktadır. Alan hesabı düşüncesinin özünü teşkil eden bu tanımın ısrarla her ders kitabında yer alması, Salih Zeki'nin zihninde öğrencileri matematiksel düşünmeye sevk etme hedefinin yer aldığını göstermektedir. Temel yaklaşım inşacı bir karakter göstermesine rağmen; karenin, dikdörtgenin, paralelkenarın, eşkenar dörtgenin ve üçgenin alan hesap yöntemleri, herhangi bir açıklama yapılmaksızın, sadece kuralla dayalı bir şekilde açıklanmış olduğundan, aynı inşacı karakteri yansıtmamaktadır.

Salih Zeki, kitabın altıncı konusu olarak çember ve daireyi belirlemiştir. Çap, giriş, kesen, teğet, çember ve daire gibi kavramları açıklamıştır. Merkez açı ve çevre açı kavramlarını tanıtmış, özelliklerini anlatmıştır. *Merkez açının gördüğü yaya eşit olması ve çevre açının gördüğü yayın yarısı olması* durumlarını ifade etmiştir. Fakat diğer ders kitaplarında olduğu gibi bu özellikleri ispatlamaya çalışmamıştır. Salih Zeki çemberin çevresi konusunda ise, *bir takım çalışmalar ve bir takım hesaplamalar neticesinde herhangi bir çemberin çevresinin, çap uzunluğunun 3,1416 katı olduğunun belirlendiğini, bu sabit sayının  $\pi$  ile gösterildiğini* ifade etmiştir.  $\pi$  sayısı hakkındaki açıklamaları, öğrencinin konuyu anlamlandırması açısından faydalı olmuştur. Fakat dairenin alanının  $\pi r^2$  olduğunu, herhangi bir açıklama yapmadan

---

<sup>521</sup> Zeki, a.g.e., s. 23-27.

söylemiştir. Bu durumda öğrenci bu kuralın nereden geldiği konusunda anlamlı öğrenmeyi gerçekleştiremeyecektir. Salih Zeki çember ve daire konusunda yöntem olarak zaman zaman yapılandırmacı bir yaklaşım izlerken, zaman zaman da yapılandırmacı kaidelere uygun hareket etmemiştir.<sup>522</sup>

Yedinci ve son bölümde hacim hesabı üzerinde durulmuştur. Salih Zeki hacim kavramını, tıpkı diğer ders kitaplarında olduğu gibi, şu şekilde açıklamıştır:

Bir hacmi hesaplamak demek, o hacmin kaç metreküpe yahut metreküplerden kaç tanesinin toplamına eşit olduğunu arayıp bulmak demektir. Geometrik hacim için birim şekil küptür.<sup>523</sup>

Neden-sonuç ilişkisine uygun olarak verilen bu genel hacim hesabı düşüncesi, hacim kavramının zihinsel inşasına uygundur. Genel hacim kuralında izlenen zihinsel inşa faaliyetine, prizma, piramit, silindir, koni, küre gibi özelleşmiş geometrik cisimlerin hacim hesaplarında da devam edilmesi durumunda, hacim kavramı topyekûn anlamlandırılarak öğrenciye sunulabilecektir. Fakat Salih Zeki bu özelleşmiş geometrik şekillerin hacim hesapları için, neden-sonuç ilişkisini kurmadan direk kural verme yöntemini izlemiştir. Bu durumda zihinsel inşa faaliyetinin kesintiye uğradığı görülmektedir.<sup>524</sup>

Mebâdî Hendese isimli ders kitabı genel olarak değerlendirildiğinde, kitabın bazı bölümlerinin, özellikle de konu girişlerinin, yapılandırmacı karaktere uygun olduğu tespit edilmiştir. Fakat ilgili bölümlerde konu ayrıntılandırıldığında, neden sonuç ilişkisi bozularak, anlamlı öğrenme stratejisinden uzaklaşıldığı görülmektedir. Salih

---

<sup>522</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 29-36.

<sup>523</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 36-37.

<sup>524</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 36-40.

Zeki diğer ders kitaplarında yapılandırıcı öğrenme yaklaşımına tüm kitap boyunca sadık kalırken, bu kitabında yöntemsel açıdan dalgalanmalar sergilemiştir. Salih Zeki'nin *Mebâdî Hendese* isimli ders kitabı 40 sayfadan oluşmaktadır, diğer kitapları ise yaklaşık 150 sayfadan müteşekkildir. Konu kapsamı açısından bir farklılık olmamasına rağmen, bu kitabın sayfa sayısının sınırlı tutulmuş olması, yapılandırıcı karakterin yansıtılmasına engel olmuş olabilir. Kitabın isminde yer alan *mebâdî* sözcüğünün kelime anlamının, *ilk unsurlar, prensipler, başlangıçlar*<sup>525</sup> olması bu düşüneyi doğrulamaktadır. Kitap bir nevi formüller kitabı olarak dizayn edilmiştir.

---

<sup>525</sup> Devellioğlu, F. (2011). *Osmanlıca-Türkçe Sözlük*. Ankara: Aydın Kitapevi Yayınları, s. 683.

### 4.3.7 Nazarî ve ‘Amelî Mücmel Hendese

**Yazar:** Salih Zeki

**Tarih:** 1329/1911, Âsâduryan ve Mahdûmeleri Matbaası

**Okutulduğu Yer:** Sadece amelî hendese okutulan Rüştiye öğrencilerinin nazarî hendese tahsillerini kolaylaştırmak için tertip edilmiştir.

#### İçindekiler:

#### **Birinci Kısım...10**

#### **Düzlemsel Geometri...10**

#### **Birinci Bölüm...10**

#### **Çizgiler, Açılar...10**

1. Çizgiler...10

2. Açılar...14

#### **İkinci Bölüm...35**

1. Çokgenler...35

2. Üçgenler...38

3. Üçgenlerin Eşliği...43

4. Dik Üçgenin Eşliği...47

5. Çokgenin İç Açıları Toplamı...49

6. Dörtgenler

#### **Üçüncü Bölüm...58**

#### **Daire...58**

1. Tanımlar...58

2. Açılarının Hesaplanması...75

3. Düzgün Çokgenler...85

#### **Dördüncü Bölüm...90**

#### **Çizimler...90**

1. Doğruya Dair Uygulamalar...90

2. Açılara Dair Uygulamalar...98

3. Paralellere Dair Uygulamalar...102

4. Üçgenlere Dair Uygulamalar...105

5. Dörtgenlere Dair

Uygulamalar...108

6. Düzgün Çokgenlere Dair

Uygulamalar...111

7. Teğetlere Dair Uygulamalar...114

#### **Beşinci Bölüm...117**

#### **Benzer Şekiller...117**

1. Orantılı Doğrular...117

2. Çokgenlerin Benzerliği...123

3. Üçgenlerin Benzerliği...127

4. Dik Üçgenlerin Özellikleri...132

5. Dairenin Özellikleri...138

6. Dairenin Çevresinin

Hesaplanması...146

7. Geometrik Çizimlere Dair

Örnekler...147

### **Altıncı Bölüm...152**

1. Düz Yüzeylerin

Hesaplanması...152

2. Çizimlerin Uygulaması...169

### **İkinci Kısım...178**

### **Cisim Geometrisi...178**

### **Birinci Bölüm...178**

1. Tanımlar...178

2. Prizma...188

3. Piramit...199

### **İkinci Bölüm...205**

### **Döner Cisimler...205**

1. Silindir...205

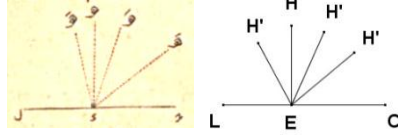
2. Koni...208

3. Küre...211

Salih Zeki kitabın birinci kısmını düzlem geometrisine, ikinci kısmını ise uzay geometrisine ayırmıştır. İlk olarak çizgiler konusunu ele alan yazar, düz çizgi (doğru), eğri çizgi, bükümlü çizgi, düzlem, nokta kavramlarını ve bir düzlem üzerinde doğru çizmenin şartlarını, diklik ve paralellik kavramlarını izah etmiştir. Şekillerle zenginleştirdiği anlatımında, kavramlar arasındaki ilişkiyi gözetmiş ve tanımlarını yapılandırmacı karaktere uygun olarak vermiştir.<sup>526</sup>

Salih Zeki'nin ikinci konusu açılar olmuştur. Açının temel özellikleri, dik açı, dar açı, geniş açı kavramları açıklandıktan sonra, *bir doğruya dikme inşa etme* meselesi ele alınmıştır. *Bir doğru üzerindeki noktadan sadece bir dik doğru çizilebilir* önermesini Salih Zeki şu şekilde anlatmıştır:

Örneğin  $LC$  (Şekil 41) doğrusunun  $E$  noktasından bu doğruya  $EH$  gibi yalnız bir dikme resmedilebilir. Çünkü  $EH$  doğrusunu, önce  $EC$  doğrusu üzerine çakışık



Şekil 41

varsayalım ve  $E$  noktası etrafında sağdan sola doğru döndürelim. Bu döndürme hareketine devam edildikçe sağ tarafında hâsıl olan açı daima büyüyeceği gibi sol tarafta hâsıl olan açı da küçülür. İşte  $E$  noktası etrafında döndürülen bu  $EH'$  doğrusu,  $EH$  gibi bir vaziyete gelir ki bu vaziyette her iki tarafında yani sağ ve solunda hâsıl olan açılar birbirlerine eşit olur. Binaen aleyh bu vaziyette  $EH$  doğrusu  $LC$  doğrusuna dik bulunur. Bu vaziyetten ne şekilde olur ise olsun, küçük bir hareket edilecek olsa iki tarafında hâsıl olan açılar arasındaki eşitlik bozulacağından  $EH'$  doğrusu da  $LC$  doğrusuna dik olamaz. Bundan anlaşılır ki

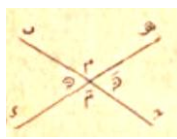
<sup>526</sup> Zeki, S. (1322/1904). *Nazarî ve Amelî Mücmel Hendese*. İstanbul: Karabet Matbaası. s. 10-14.

$LC$  doğrusunun  $E$  gibi bir noktasından bu doğruya yalnız bir  $EH$  dikmesi çizilebilir; birden fazla olamaz.<sup>527</sup>

Bir doğruya, üzerindeki bir noktadan ancak bir dik doğru çizilebilir önermesi için verilen açıklama, öğrencinin bu önermeyi zihninde oluşturabileceği niteliktedir. Tek bir cümlede verilebilecek bir kural, işlem basamakları ayrıntılı bir şekilde uzun uzun açıklanarak anlamlı öğrenme ortamı oluşturulmaya çalışılmıştır.

Salih Zeki açı değerini “derece” cinsinden vermek yerine, sadece “dik açı” cinsinden ifade etmiştir. Bu durum, geometri ile yeni tanışan öğrencilerin zihinlerinde açı kavramının dereceden bağımsız bir şekilde yerleşmesine imkân sağlayacaktır. Aksi takdirde öğrenci, dik açının sadece 90 derece ile ifade edilebileceği yanılgısına düşebilecektir.<sup>528</sup>

Salih Zeki açı konusu ile ilgili, tümler açı, bütünler açı, doğru açı, tam açı kavramlarını açıkladıktan sonra, ters açılarının birbirine eşitliği mevzuunu şu şekilde anlamlandırmıştır:



Şekil 42

Örneğin (Şekil 42)  $BC, EH$  doğruları birbirlerini kesse, hâsıl olan ve birbiriyle karşıklı bulunan  $M, M'$  ve  $N, N'$  açıları birbirine eşit olur. Zira

$M, N$  açıları  $EH$  doğrusunun bir tarafında ve  $M', N$  açıları da  $BC$  doğrusunun yine bir tarafında buldukları için;

$$M + N = 2 \text{ dik açı}$$

$$M' + N = 2 \text{ dik açı}$$

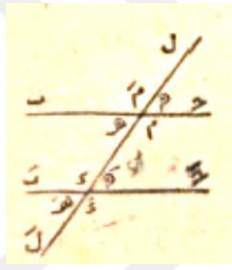
<sup>527</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 17-18.

<sup>528</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 19-21.

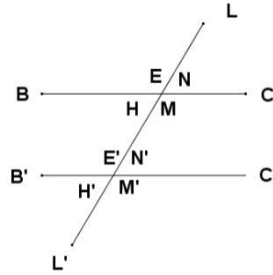
olduğundan, yani  $M + N$ ,  $M' + N$  açılarından  $N$  açısı çıkarılırsa sonuçları birbirine eşit olacağından  $M = M'$  olması gerekir. Benzer şekilde  $N$  açısının da  $N'$  açısına eşit olduğu ispat edilebilir.<sup>529</sup>

Ters açıların birbirine eşit olması meselesi bu ifadelerle anlamlı hale gelmiş ve öğrencinin zihninde bir ters açı kategorisinin oluşması sağlanmıştır.

Ters açıların eşitliği ispat edildikten sonra, paralel iki doğruyu üçüncü bir doğrunun kesmesi ile oluşan iç ters açılar, dış ters açılar ve yöndeş açılar tanımlanmış ve bu açıların birbirlerine eşitliği şu şekilde ispatlanmıştır:



Şekil 43



Örneğin (Şekil 43) birbirlerine paralel olan  $BC$ ,  $B'C'$  doğrularını  $LL'$  doğrusu kesse ilk önce yöndeş açılar eşit olur. Yani;

$$M = M' \quad N = N'$$

$$E = E' \quad H = H'$$

Zira  $BC$ ,  $B'C'$  doğruları birbirlerine paralel olduklarından  $LL'$  doğrusu bunların her ikisine de aynı derecede eğik bulunur. Dolayısıyla biri ile ne açı teşkil eder ise diğeriyle de aynı açıyı teşkil eder. Bu halde  $N$  açısı  $N'$  açısına,  $M'$  açısı da  $M$  açısına v.d. eşit olur.<sup>530</sup>

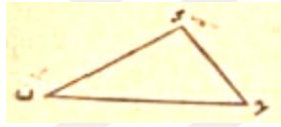
Salih Zeki bu açıklamasında yukarıda bahsi geçen bazı açıların eşitliğini ispatlamıştır. Dolayısıyla öğrencilerin, *paralel doğruların üçüncü bir doğru tarafından kesilmesi ile ortaya çıkan açıların eşitliği* kaidesini ezberlemeden,

<sup>529</sup> Zeki, a.g.e., s. 22.

<sup>530</sup> Zeki, a.g.e., s. 25.

nedenlerini araştırabileceği bir öğrenme ortamı oluşturulmuştur. Benzer şekilde, iç ters açılar ve dış ters açılar birbirine eşitliği de ispatlanmıştır.

Kitabın ikinci bölümü çokgenlere ayrılmıştır. Öncelikle çokgenlerin temel özellikleri, nasıl isimlendirildikleri, açıları, kenarları ve köşegenleri hakkında bilgi verilmiştir. Genel çokgen tanımı yapıldıktan sonra en basit çokgen olan üçgen şeklinin özelliklerine geçilmiştir. İlk olarak kenar uzunluklarına göre üçgen çeşitleri, açılarına göre üçgen çeşitleri, üçgende yükseklik gibi üçgene ait temel kavramlar anlatılmıştır. Salih Zeki üçgen eşitsizliği olarak bilinen teoremin ifadesini ve ispatını şu şekilde yapmıştır:



Şekil 44

Her üçgende bir kenar, diğer iki kenarın uzunlukları toplamından küçük ve farkından büyüktür.

Mesela (Şekil 44)  $BCE$

üçgeninde  $BC$  kenarı diğer  $BC$  ve  $EC$  kenarları toplamından küçük ve  $CE$  kenarı da diğer  $BC$ ,  $BE$  kenarları arasındaki farktan büyüktür. Diğer bir deyişle:

İlk olarak,  $CE + EB > CB$

İkinci olarak,  $EB - CB < EC$  bulunur.

Zira ilk olarak  $B, C$  noktaları arasını birleştiren  $BC$  doğrusu bu aralıkta bulunan diğer doğruların hepsinden daha kısa olduğundan  $CE + EB > CB$  olur. İkinci olarak bu eşitsizliğin iki tarafından aynı miktar ve mesela  $EB$  miktarı çıkarılsa eşitsizlik bozulmayacağından  $CE + EB - EB > CB - EB$  veya  $CE + EB - EB$

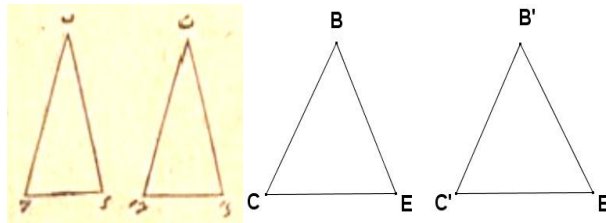
toplamı  $CE$ 'den ibaret bulunduğundan  $CE > CB - EB$  olur. Böylece teoremin iki şıkkı da ispat edilmiş bulunur.<sup>531</sup>

*Bir üçgende herhangi bir kenar uzunluğu diğer iki kenar uzunluğunun toplamından büyük, farkından küçüktür* gibi soyut bir teorem ifadesinin öğrencilerin seviyesine uygun bir şekilde, önceki bilgileri harekete geçirilerek ispatlanması, öğrencinin ilgili konuyu içselleştirmesini ve bu sayede bilgiyi inşa edebilmesini sağlamıştır.

Üçgenlerin eşliği konusu Salih Zeki tarafından şu şekilde izah edilmiştir:

Herhangi iki şekil birbiri üzerine tamamen her noktada çakışır ise, o iki şekil birbirine eştir denir. Bu tanıma göre iki üçgen birbirine tamamen, yani kenarı kenarına ve açısı açısına çakıştırılabilir ise bu iki üçgen birbirine eş olur.

Salih Zeki genel eşlik tanımına, üçgenleri dâhil ederek bir açıklama yapmıştır. Dolayısıyla genel eşlik kavramı ile üçgenlerin eşliği kavramını ilişkilendirmiştir. Ayrıca iki üçgenin eşliğini veren üç ayrı teoremi ifade ve ispat etmiştir. Bu teoremlerden, *ikişer kenarı ve bu kenarların arasında kalan açıları eşit olan üçgenler birbirlerine eştir* teoremini şu şekilde ispatlamıştır:



Şekil 46

Bir üçgeni iki kenarı diğer bir üçgenin iki kenarına ve aralarında bulunan açıları da birbirine eşit ise bu iki

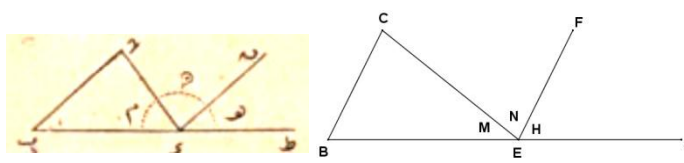
üçgen birbirine eştir. Mesela (Şekil 46)  $BCE$  üçgeninin  $BC$  kenarı,  $B'E'C'$  üçgeninin  $B'C'$  kenarına ve  $BE$  kenarı,  $B'E'$  kenarına ve bunların aralarında bulunan  $B$  açısı da  $B'$  açısına eşit olsa,  $BCE$  üçgeni  $B'E'C'$  üçgenine eş olur.

<sup>531</sup> Zeki, a.g.e., s. 40-41.

Bunu ispat için  $B'E'C'$  üçgenini zihnen  $BCE$  üçgeni üzerine yerleştirelim. Bir suretteki  $B'$  köşesi  $B$  köşesine ve  $B'C'$  kenarı  $BC$  kenarına çakışık olsun. Zaten  $B, B'$  açıları birbirine eşit olduğundan  $B'E'$  kenarı  $BE$  kenarı istikametine gelmiş bulunur ve  $B'E', BE$  kenarları birbirine eşit olduğu şekilde  $E'$  noktası da  $E$  noktasına tatbik edilmiş olur. Bu halde  $C'$  noktası  $C$  noktasında ve  $E'$  noktası da  $E$  noktasında bulunacağından zaruri olarak  $C'E'$  kenarı da  $CE$  kenarına çakışık olur. İşte  $BCE, B'E'C'$  üçgenleri bu şekilde her noktada birbirine çakışık bulunduğundan birbirine eş olur.<sup>532</sup>

Verilen bu teoremin ispat şekli, öğrencinin adım adım tekrarlayabileceği, hatta kâğıt üzerinde uygulayabileceği şekildedir. Dolayısıyla üçgenlerin eşliği için gerekli olan şartlardan biri anlamlı bir şekilde ispatlanmıştır. Diğer iki şart da benzer yaklaşım ile ispatlanmıştır.

Salih Zeki'nin bir sonraki konusu *çokgenlerin iç açılarının toplamı* meselesidir. Öncelikle *üçgenin iç açılarının toplamı* ile ilgili teoremin ifadesini ve ispatını şu şekilde anlatmıştır:



Şekil 47

Bir üçgenin iç açıları toplamı iki dik açıya eşittir. Mesela (Şekil 47)

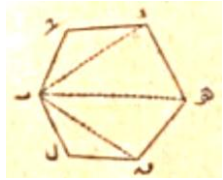
$BCE$  üçgeninde bulunan  $B, C, E$  açıları toplamı iki dik açıya eşittir. Yani  $B + C + E = 2$  dik açı olur. Zira  $BE$  kenarını aynı doğrultuda uzatalım ve  $E$  noktasından  $BC$  kenarına paralel  $EF$  doğrusunu resmedelim. Bu halde  $E$  noktasında ve  $BT$  doğrusunun bir tarafında  $M, N, H$  gibi üç açı oluşur. Bu açıların toplamı [daha önce ispatlanan teoreme göre] iki dik açıya eşittir. Diğer

<sup>532</sup>Zeki, *a.g.e.*, s. 43-44.

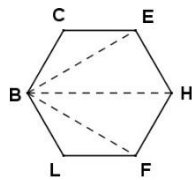
bir deyişle;  $H + N + M = 2$  dik açı olur. Şimdi  $H$  açısı ile  $B$  açısı yöndeş açı olduklarından dolayı birbirlerine eşit ve yine  $N$  açısı ile  $C$  açısı da iç ters açılar olduklarından birbirlerine eşit bulunmakla bunlar yukarıdaki eşitlikte yerlerine konulduklarında;  $B + C + M = 2$  dik açı olur. Zaten  $M$  açısı  $BCE$  üçgeninin  $E$  açısından başka bir şey olmadıklarından o da  $E$  ile gösterildiğinde  $B + C + E = 2$  dik açı olur.<sup>533</sup>

Matematikte neden-sonuç ilişkisinin iyi kurulması, matematiksel bilgilerin anlamlandırılması düşüncesinde en önemli ön koşuldur. Üçgenin iç açılarının ölçülerinin toplamı, ispat edilmeden öğrenciye aktarıldığında, öğrencinin zihninde soru işaretleri oluşmaya başlayacak ve bu soru işaretleri öğrenme güçlüğü olarak yansiyacaktır. Salih Zeki üçgenin iç açılarının neden iki dik açıya ( $180^{\circ}$ 'ye) eşit olduğunu, öğrencilerin önceki bilgilerini harekete geçirerek, öğrenci seviyesine uygun bir şekilde ispatlamıştır. Dolayısıyla söz konusu matematiksel bilginin zihinsel inşasına uygun bir ortam oluşturulmuştur.

Üçgenlerin iç açıları toplamının iki dik açıya eşit olması teoreminin ispatlanması ile birlikte, tüm çokgenlerin iç açıların toplamı hesaplanabilir. Salih Zeki kitabında bu iki kavramı şu şekilde ilişkilendirmiştir:



Şekil 48



Bir çokgenin iç açıları toplamı, o çokgenin kenar sayısının iki eksiği kadar iki dik açıya eşittir. Mesela (Şekil 48)  $BCEHFL$  çokgeni altı kenarlı olduğu

halde  $B, C, E, H, F, L$  açıları toplamı  $6 - 2 = 4$  defa iki dik açıya eşit olur. Zira çokgenin herhangi bir köşesi, örneğin  $B$  köşesi ile çokgenin diğer köşelerini

<sup>533</sup> Zeki, a.g.e., s. 49-50.

birleştirelim. Bu halde daima bir köşeye komşu iki köşe bulunacağından, çokgen kenar sayısının iki eksiği kadar üçgene ayrılabilir. Şöyle ki  $BCEHFL$  çokgeni  $BCF, BEH, BHF, BFL$  gibi dört üçgene ayrılmış olur. Şimdi bu üçgenlerin açıları toplamı çokgenin iç açıları toplamına eşit olacağından, bir üçgenin üç açısı toplamı iki dik açıya eşit bulunduğundan, söz konusu çokgenin iç açıları toplamı da,  $6 - 2 = 4$  kadar, yani kenar sayısından iki eksik defa iki dik açıya eşit olur. İşte bir çokgenin kenar sayısı  $n$  harfi ile gösterilirse, içerisinde oluşturulacak üçgenlerin sayısı  $n - 2$  olacağından, açıları toplamı  $(n - 2) \times 2$  dik açı olur.<sup>534</sup>

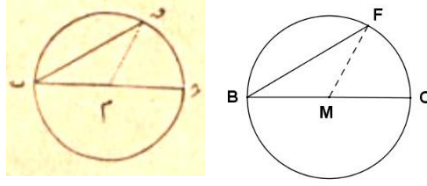
Salih Zeki'nin, çokgenlerin iç açıları toplamının nasıl bulunacağını anlatmak için üçgenleri kullanması, bu iki konu arasında gizil bulunan ilişkiyi açığa çıkarmıştır. Öğrenci, herhangi bir kurala gereksinim duymadan, kenar sayısı ne olursa olsun bir çokgenin iç açılarının toplamını hesaplayabilecektir. Salih Zeki, hemen hemen her yeni matematiksel bilgiyi, diğer matematiksel bilgilerle ilişkilendirerek anlatmaktadır. Bu yöntemle öğrenci, matematiği bir bütün olarak kavrayabilmektedir. Salih Zeki, konuyu anlattıktan sonra, söz konusu yeni bilgiyi soyutlayarak, formülleştirmeyi de ihmal etmemiştir.

Kitabın üçüncü bölümü daireye ayrılmıştır. Öncelikle daire ile ilgili temel özellikler tanıtılmıştır. Dairenin elemanlarının birbirleri ile ilişkilendirildiği, ispata muhtaç olan ve olmayan teoremler ifade edilmiştir. İspata muhtaç olan teoremlerden bir tanesi de, dairede çap ile kiriş arasındaki uzunluk ilişkisidir. Salih Zeki bu teoremin ifadesini ve ispatını şu şekilde anlatmıştır:

---

<sup>534</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 51-52.

Her dairede çap, kirişlerin hepsinden büyüktür. Mesela (Şekil 49)  $BFC$  dairesinde  $BC$  çapı  $BF$  kirişinden büyük olur. Yani  $BC > BF$  bulunur. Çünkü  $F$

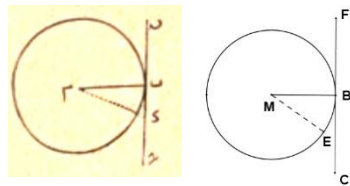


Şekil 49

noktası ile  $M$  merkezi arasına  $MF$  yarıçapını resmedelim. Ortaya çıkan  $BMF$  üçgeninde  $BM + MF > BF$  olması gerekir. Fakat  $MF$  doğrusu yarıçap olduğu ve  $MC$  doğrusuna eşit bulunduğu tarafta yerine konulduğunda  $MB + MC > BF$  olur. Şimdi  $BM + MC$  toplamı  $BC$  çapından ibaret olduğundan  $BC > BF$  bulunur.<sup>535</sup>

Salih Zeki, en temel bilgilerden biri olan *çapın tüm kirişlerden daha büyük olması* bilgisinin dahi ispatını yaparak, tüm geometrinin bir bütün olarak anlaşılmasını istemiştir. Dolayısıyla öğrencinin zihinsel inşasına uygun bir ortam oluşturmuştur.

Dairenin önemli özelliklerinden bir tanesi de teğet konusudur. Salih Zeki, *teğet doğrusu ile dairenin yarıçapının birbirine dik olması teoremini* şu şekilde ifade ve ispat etmiştir:



Şekil 50

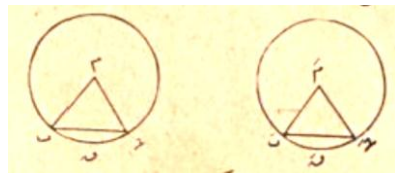
Bir çapın uç noktasına dik olan doğru, çembere teğet olur. Mesela (Şekil 50) merkezi  $M$  olan bir dairede  $MB$  yarıçapının  $B$  ucundan bu yarıçapa  $BF$  dikmesi çizilse bu  $BF$  dikmesi daireye  $B$  noktasında teğet olur. Bunu ispat etmek için  $BF$  doğrusunu  $C$  noktasına kadar uzatalım ve üzerinde bir  $E$  noktası alarak bununla  $M$  merkez noktası arasını birleştirelim. Şimdi  $MB$  doğrusu  $CF$  doğrusuna dik iken  $ME$  eğik bulunduğundan [daha önce ispatlanan bir] teorem gereğince daima  $MF < ME$  olur. Bundan anlaşılır ki  $E$  noktası

<sup>535</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 64-65.

çemberin dışında bulunur. Şimdi  $FC$  doğrusu üzerinde  $B$  noktasından başka hangi  $E$  noktası alınır ise alınsın, daima bu nokta ile  $M$  merkez noktası arasına çizilen  $ME$  doğrusu  $MB$ 'den büyük olur. Diğer bir deyişle,  $CF$  doğrusu üzerinde  $B$  noktasından başka bir nokta daire üzerinde bulunmaz. İşte  $FC$  dikmesi ile çember arasında yalnız bir  $B$  noktası müşterek olduğundan  $CF$  doğrusunun daireye bu noktada teğet bulunması gerekir.<sup>536</sup>

Bazı matematiksel bilgiler çok basit görünmelerine rağmen, neden-sonuç ilişkileri yeterince iyi incelenmemiş olabilmektedir. Dairenin teğet doğrusu da bunlardan bir tanesidir. Yarıçapın teğet doğrusuna dik olması, aklın bir bakışta kabullendiği bir matematiksel bilgidir. Fakat teoremin ispatı, ifadesi kadar kolay anlaşılammaktadır. Salih Zeki bu konunun ve diğer konuların ortaokul öğrencilerinin anlayabileceği düzeyde ispatlarını vererek, matematiksel bilginin öğretiminde ortaya çıkabilecek olan boşlukların önüne geçmeyi amaçlamıştır.

Salih Zeki'nin açı konusunu anlatırken dik açıyı birim açı olarak aldığını, derece ya da radyan birimlerini kullanmadığını belirtmiştik. Kitabın bu bölümünde derece birimini tanıtmıştır. Bir açının açıölçer yardımıyla nasıl ölçülebileceğini uygulamalı olarak anlatmıştır. Daha sonra çemberde merkez açı ve çevre açı kavramlarını tanıtmış ve aralarındaki ilişkiyi şu şekilde belirtmiştir:



Şekil 51

Bir dairede  
veya eş  
dairelerde eş  
merkez açılara

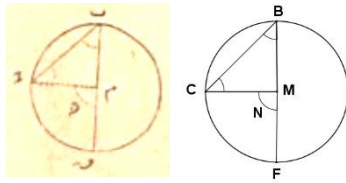
ait yaylar da birbirine eştir ve eş yaylara ait merkez açıları da birbirine eştir.

<sup>536</sup> Zeki, a.g.e., s. 69-70.

Mesela (Şekil 51) biri diğerine eş olan iki çemberde  $M, M'$  açıları birbirine eş olsa  $BC$  yayı  $B'C'$  yayı olur. [Bunu ispat etmek için]  $BC, B'C'$  kirişlerini resmedelim. Ortaya çıkan  $MBC, M'B'C'$  üçgenlerinin  $M, M'$  açıları birbirine eşit varsayıldığı gibi  $MB, MC$  kenarları da, dairelerin eşliğinden,  $M'B', M'C'$  yarıçaplarına eşit bulunduğundan [daha önce ispatlanan] teorem gereğince bu iki üçgen birbirine ve elbette  $BC$  kenarı  $B'C'$  kenarına eşit olur. Böylece [daha önce ispatlanan] teorem gereğince eş kirişlerin yayları da birbirine eş olacağından  $BC$  yayı  $B'C'$  yayına eş olur. İkinci olarak, birbirine eş bu iki dairede  $BC$  yayı  $B'C'$  yayına eş olsa, bunlara ait  $M, M'$  merkez açıları da birbirine eş olur. Diğer bir deyişle  $M$  açısı  $M'$  açısı bulunur.<sup>537</sup>

Bu açıklamalar ile merkez açının ölçüsünün, gördüğü yayın ölçüsüne eşit olduğu ispatlanmıştır. Ayrıca birbirine eş olan iki daireye ait eş yayları gören merkez açıların da eş oldukları ispatlanmıştır. Böylece çemberde merkez açının gördüğü yay ile ilişkisi anlamlandırılmıştır. Çemberde çevre açısı ise şu şekilde tanıtılmıştır:

Çevre açısı, kenarları arasında kalan yayın yarısına eşittir. Bu teoremden dikkate alınacak dört hâl vardır. İlk olarak; çevre açının bir kenarı merkezin üzerinden



Şekil 52

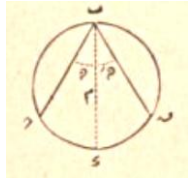
geçer. Mesela (Şekil 52)  $B$  açısının  $BF$  kenarı çemberin  $M$  merkezinden geçmiş olsun. Bu halde  $MC$  yarıçapı resmedilir ise ortaya çıkan  $BMC$  üçgeni bir ikizkenar üçgen olur. Bu

kenarın dışında oluşan  $N$  açısı ise içeride bulunan  $B, C$  açıları toplamına eşit, yani  $N = B + C$  olur. Fakat  $BMC$  üçgeni bir ikizkenar üçgen olduğundan  $B = C$  olmakla  $N = 2B$  bulunur. Şimdi  $N$  açısı bir merkez açısı olduğu için  $FC$

<sup>537</sup> Zeki, a.g.e., s. 75-76.

yayı ile eşit olduğundan  $FC$  yayı  $= 2 \times B$  açısı veyahut  $B$  açısı  $= \frac{FC \text{ açısı}}{2}$

bulunur ve teorem ispat edilmiş olur.

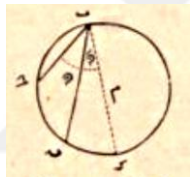


Şekil 53

İkinci olarak; merkez, çevre açının kenarları arasında bulunur. Mesela (Şekil 53)  $M$  merkezi  $FBC$  çevre açısının kenarları arasında bulunsun.  $B$  noktasından geçen  $BE$  çapını

resmedelim. Bu halde  $FBC$  çevre açısı  $N, N'$  gibi iki çevre açısına bölünmüş olur ki bunların birer kenarları  $M$  merkezinden geçer. Şimdi birinci hal gereğince:

$N = \frac{CE}{2}$  yayı,  $N' = \frac{EF}{2}$  yayı olacağından bunlar toplanırsa:  $N + N' = \frac{CE \text{ yayı} + EF \text{ yayı}}{2}$  veya  $B = \frac{CF}{2}$  yayı bulunur.



Şekil 54

Üçüncü olarak; merkez, çevre açının kenarlarının haricinde bulunur. Mesela (Şekil 54)  $M$  merkezi  $FBC$  çevre açısının kenarlarının haricinde olsun. Bu halde yine  $B$

noktasından geçen  $BE$  çapını resmedelim. İkinci halde olduğu gibi burada da  $N = CBE$ ,  $N' = FBE$  gibi iki çevre açısı ortaya çıkar. Bunların birer kenarları  $M$  merkezinden geçer. Fakat  $B = FBC$  açısı, bu iki açının toplamına değil bilakis

$N - N'$  farkına eşittir. Şimdi ikinci hal gereğince:  $N = \frac{CE}{2}$  yayı,  $N' = \frac{FE}{2}$  yayı olduğundan bunlar birbirlerinden çıkarılırsa:  $N - N' = \frac{CE}{2}$  yayı  $- \frac{FE}{2}$  yayı veya

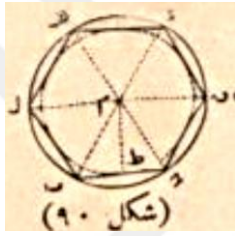
$B = \frac{CF}{2}$  yayı bulunur.<sup>538</sup>

*Çevre açısı gördüğü yayın yarısına eşittir* cümlesi bir öğrenci için oldukça soyut bir ifadedir. Neden-sonuç ilişkisi kurularak açıklanan bu anlatımda ise, öğrencinin

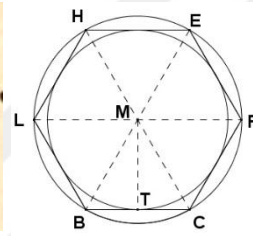
<sup>538</sup> Zeki, a.g.e., s. 80-82.

bilgiyi zihninde inşa edebileceği bir ortamı yakalamasına imkân sağlanmıştır. Dolayısıyla yapılandırmacı eğitim anlayışına uygun bir yaklaşım benimsenmiştir.

Üçüncü bölümün üçüncü konusu düzgün çokgenler ile ilgilidir. Salih Zeki düzgün çokgenlerin temel elemanlarını tanıtmış ve önemli gördüğü özellikleri de teorem olarak ifade edip, ispatlarını yapmıştır. Bunlardan biri de, *düzgün altıgenin bir kenarının uzunluğunun, dış teğet çemberinin yarıçapına eşit olması* durumudur. Salih Zeki teoreminin ifade ve ispatını şu şekilde yapmıştır:



Şekil 55



Bir düzgün altıgenin bir kenarı, dış teğet çemberinin yarıçapına eşittir. Mesela (Şekil 55)  $BM$  yarıçapıyla resmedilen bir çemberin içine teğet  $BCFEHL$  düzgün altıgeninde

$BC = BM$  olur. Çünkü bu altıgen, bir düzgün altıgen olduğu için her bir açısı  $\frac{360}{6} = 60$  dereceliktir. Bu halde  $MBC$  üçgeninde  $M$  açısı 60 derece olunca diğer  $B, C$  açıları toplamının da [Daha önce ispatlanan] teorem gereğince  $180 - 60 = 120$  derece olması gerekir. Bu durumda  $MB, MC$  kenarları aynı çemberin yarıçapları oldukları için birbirine eşittir. Dolayısıyla  $B, C$  açıları da birbirine eşit olacağından her biri  $\frac{120}{2} = 60$  derecelik olur. İşte  $MBC$  üçgeni;  $M, B, C$  açılarından her birinin 60 derecelik olması ve dolayısıyla birbirine eşit olması neticesinde bir eşkenar üçgen olacağından  $MB = MC = BC$  bulunur.<sup>539</sup>

Salih Zeki kitabının önceki bölümlerinde olduğu gibi, düzgün çokgenler konusunda da öğrenci seviyesini gözeterik teorem ispatlarını yapmıştır. Dolayısıyla öğrenci

<sup>539</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 86-88.

öğrenmesi gereken matematiksel kavramları bir bütün olarak yeniden inşa edebilecektir.

Matematiksel bir kavramın, bağıntının veya teoremin öğrenen tarafından yeniden inşa edilebilmesi sürecinde en gerekli adımlardan bir tanesi de, öğrenilmiş olan bilgilerin uygulamalarının öğrenen tarafından bizzat yapılması, mümkünse günlük hayatta karşılıklarının belirtilmesidir. Salih Zeki kitabının dördüncü bölümünü, ilk üç bölümde öğretilen matematiksel bilgilerin uygulamalarına ayırmıştır. Doğruya dair uygulamalara, açılara dair uygulamalara, paralellere dair uygulamalara, üçgenlere dair uygulamalara, dörtgenlere dair uygulamalara, düzgün çokgenlere dair uygulamalara ve son olarak da teğetlere dair uygulamalara yer verilmiştir. Söz konusu uygulamalarda gerçek ölçüler ile çizimler yapılmıştır.<sup>540</sup> Salih Zeki'nin bu yaklaşımı, bilginin özümsemesi yolunda öğrenene katkı sağlamıştır. Bu anlamda kitabın bu bölümünün yapılandırmacı karaktere uygun olduğu görülmektedir.

Kitabın beşinci bölümünde benzerlik konusu ile çember ve dairede uzunluk ve alan hesabı konuları incelenmiştir. Çokgenlerde ve üçgenlerde benzerlik şartları ispatları ile birlikte anlatılmıştır. Neden sonuç ilişkisine bağlı kalınarak yapılan bu inceleme sonucunda, çemberde ve dairede bir takım bağıntılar benzerlik yardımıyla ortaya konulmuştur. Bunlardan bir tanesi *çemberde kuvvet alma işlemi* olarak bilinen bağıntıdır. Salih Zeki bu bağıntıyı şu şekilde ifade ve ispat etmiştir:

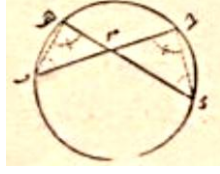
Bir dairenin içinde biri diğerini kesen iki kirişin birbirinden ayrıldıkları kısımların çarpımları eşittir. Mesela (Şekil 56) bir daire içinde birbirini  $M$  noktasında kesen  $MB, MC$  kısımlarının çarpımları; diğerinin  $MH, ME$  kısımları çarpımına eşittir. Diğer bir deyişle,  $|MB| \times |MC| = |ME| \times |MH|$  olur. Çünkü

---

<sup>540</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 90-116.

[bunu ispat etmek için]  $B$  ile  $H$ ,  $C$  ile  $E$  noktaları arasını birleştirelim.

$MCH, MEC$  gibi iki üçgen oluşmuştur ki bunların açıları birbirine eşit



Şekil 56

olduğundan biri diğerine benzerdir.

Çünkü öncelikle köşeleri  $M$  noktasında olan açılar, ters açılar oldukları için

birbirine eşittir. İkinci olarak  $C$  açısı  $H$

açısının her biri  $BE$  yayının yarısına eşit olduklarından birbirine eşittir. Üçüncü

olarak  $E$  açısı ile  $B$  açısının her biri  $HC$  yayının yarısına eşit olduğu için

birbirine eşittir. İşte bu iki üçgenin benzerliğinden, birbirine eşit olan açılardan

karşısındaki kenarlar orantılı olacaktır:  $\frac{MB}{ME} = \frac{MH}{MC}$  veyahut  $|MB| \times |MC| =$

$|ME| \times |MH|$  bulunur.<sup>541</sup>

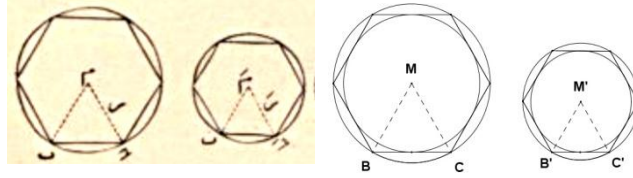
Çemberde uzunluk bağıntılarından biri olan *çemberde kuvvet hesabı*, Salih Zeki tarafından etkili bir şekilde ispatlanmıştır. Salih Zeki'nin bu kitabında hemen hemen her matematiksel bağıntının ispatı verilmiştir. Öğrencilerin hiçbir boşluk kalmaksızın, ilgili konuları öğrenebilecekleri bir öğretim ortamının hazırlandığı görülmektedir. Bu öğretim ortamında öğrenci matematiksel bilgiyi inşa edebilecektir.

Salih Zeki, öğrenciler için anlaşılması çok kolay olmayan çemberin çevresi ve dairenin alanı bağıntılarını, seviyelerine uygun bir şekilde ispatlayarak anlatmıştır. Salih Zeki, bu bağıntılarda kullanılan  $\pi$  sabit değerinin nasıl oluştuğunu tümevarım prensibini kullanarak şu şekilde anlatmıştır:

Aynı kenar sayısına sahip olan iki düzgün çokgenin çevreleri arasındaki oran, bunların çevrel çemberlerin yarıçapları arasındaki orana eşittir. Mesela (Şekil 57)  $M, M'$  daireleri içine birer düzgün altıgen resmedilsin. Bu iki düzgün

<sup>541</sup> Zeki, a.g.e., s 139-140.

altıgenin kenarları toplamı, yani çevreleri sırasıyla  $t, t'$  ile ve dairelerin yarıçapları da  $r, r'$  ile ifade olunur ise  $\frac{t}{t'} = \frac{r}{r'}$  olur. Çünkü bu iki çokgen aynı kenar sayısına sahip olduğundan [ispatlanmış olan teoreme göre] birbirine



Şekil 57

benzerdir. Dolayısıyla bunların çevreleri arasındaki oran [ispatlanmış olan

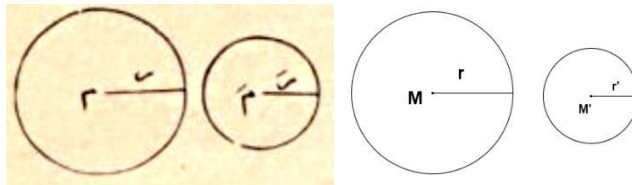
teoreme göre] kenarları arasındaki orana eşittir. Diğer bir deyişle,  $\frac{t}{t'} = \frac{BC}{B'C'}$  olur.

Hâlbuki  $M$  ile  $B, C$  ve  $M'$  ile  $B', C'$  noktaları arasında doğru parçaları çizilirse  $MBC$  ve  $M'B'C'$  gibi iki üçgen oluşur ki bunlar da birbirine benzerdir. Şimdi

bunların benzerliğinden  $\frac{BC}{B'C'} = \frac{BM}{B'M'}$  veyahut  $\frac{BC}{B'C'} = \frac{r}{r'}$  bulunur. Yukarıdaki

orantıda bu oran yerine konulursa,  $\frac{t}{t'} = \frac{r}{r'}$  elde edilmiş olur.<sup>542</sup>

Salih Zeki iki düzgün altıgenin çevreleri arasındaki oranın, bu altıgenin çevrel çemberinin yarıçapları arasındaki orana eşit olduğunu ispatladıktan sonra, sonsuz kenarlı çokgen olarak düşündüğü daireler için de aynı orantının düşünülebileceğini izah etmiştir:



Şekil 58

İki dairenin çevreleri arasındaki oran, çapları arasındaki orana eşittir.

Mesela (Şekil 58)  $M, M'$

dairelerinin çevreleri  $t, t'$  ile çapları  $R, R'$  ile ifade olunur ise,  $\frac{t}{t'} = \frac{r}{r'}$  olur.

Çünkü her iki daire de, kenar sayısı sonsuz iki benzer düzgün çokgen gibi kabul olduğundan bunların çevreleri arasındaki oran, bir önceki teorem gereğince

<sup>542</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 143-144.

$r, r'$  yarıçapları arasındaki orana eşit olur. Diğer bir deyişle  $\frac{t}{t'} = \frac{r}{r'}$  olur. Şimdi ikinci oranın değişkenleri 2 ile çarpıldığında,  $\frac{t}{t'} = \frac{2r}{2r'} = \frac{R}{R'}$  olur ki bu da teoremi ispat eder.<sup>543</sup>

Salih Zeki, düzgün altıgen ile başladığı inşa faaliyetine sonsuz kenarlı çokgen olarak tanımladığı daire ile devam etmiştir. Bu teorem ile iki dairenin çevrelerinin oranının, çapları arasındaki orana eşit olduğunu ispatlamıştır. Bu orantıdan faydalanarak  $\pi$  sayısına ulaşmıştır:

Her dairenin çevresinin çapına oranı sabit bir sayıya eşittir. Mesela (Şekil 58)  $M, M'$  dairelerinin çevreleri  $t, t'$  ve çapları da  $R, R'$  olsun. Bir önceki teorem gereğince çevreleri çapları ile orantılı olduğundan  $\frac{R}{R'} = \frac{t}{t'}$  olur. Bu orantıda orta oranlarının yerleri değiştirilirse  $\frac{t'}{R'} = \frac{t}{R}$  elde edilir. Bu eşitlik, birinci dairenin çevresinin kendi çapına oranı, ikinci dairenin çevresinin kendi çapına oranına eşit olduğunu ispat ettiğinden, her dairenin çevresinin kendi çapına oranının sabit olduğunu ifade eder. Bu sabit oran yani bir dairenin çevresi ile çapı arasındaki oran yaklaşık olarak 3,1416 sayısına eşittir. Bu oran genellikle, Yunan alfabesindeki  $\pi$  harfi ile gösterilerek  $\pi$  diye okunur. İşte herhangi bir dairenin çevresi ile çapı arasındaki sabit oran  $\frac{t}{R} = \pi$  şeklinde ifade edilir.<sup>544</sup>

$\pi$  sayısı, çoğu öğrencinin rahatlıkla özümseyebildiği bir ifade değildir. 3,1416... şeklinde sonsuza kadar devam eden bir sayının nasıl ortaya çıktığının izah edilmesi, çember ve daire kavramlarının üzerine inşa edildiği temel noktanın da açıklığa kavuşturulması demek olacaktır.  $\pi$  sayısının elde edilmesinden sonra dairenin çevresi ve dairenin alanı ile ilgili bağıntıların ifade edilmesi, ayrıca öğrenciler tarafından

<sup>543</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 144-145.

<sup>544</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 145-146.

özümsemesi kolaylaşacaktır. Nitekim Salih Zeki dairenin çevresi ile ilgili bağıntıyı, öğrencilerin seviyesine uygun bir şekilde elde etmiştir:

Bir önceki  $\frac{t}{R} = \pi$  orantısından,  $t = R \times \pi$  veya  $R = \frac{t}{\pi}$  eşitlikleri ortaya çıkartılır. Bu eşitliklerde  $R$  çapı yerine yarıçapının iki katı yani  $2r$  yazılacak olur ise  $t = 2\pi r$  ve  $r = \frac{t}{2\pi}$  ifadeleri ortaya çıkar.<sup>545</sup>

Salih Zeki, dairenin çevresi ile ilgili bağıntıyı, öğrencilerin zihninde inşa edilebilecek düzeyde, matematiğin diğer kavramları ile ilişkilendirerek anlatmıştır. Öğrencilerin  $\pi$  sayısı üzerine düşüncelerini sağlamış ve onun nereden ortaya çıktığını çokgen konusu ile ilişkilendirerek izah etmiştir. Neden sonuç ilişkisine, diğer konularda olduğu gibi çember konusunda da önem vermiştir. Ayrıca resimlerle konuyu zenginleştirmiştir. Bu durumda Salih Zeki'nin, çember konusunda yapılandırmacı karaktere uygun bir anlatımı benimsediği görülmektedir.

Dördüncü bölümün sonunda *geometrik çizimlere dair örnekler* başlığı altında bir alt başlık açılmış, burada bir doğruyu istenilen sayıda eşit parçaya ayırma, benzer şekiller çizme gibi etkinlikler yapılmıştır. Salih Zeki, problem durumu haline dönüştürdüğü geometrik çizimler vasıtasıyla, teorik olarak ispatladığı bağıntıların uygulamalarını öğrencilere yaptırmıştır.<sup>546</sup> Dolayısıyla öğrencilerin yaparak yaşayarak öğrenmelerini sağlayacak uygun bir öğretim ortamını organize etmiştir. Uygulamaların birey tarafından bizzat yapılması, matematiksel bilginin inşasında en gerekli halkalardan biridir.

---

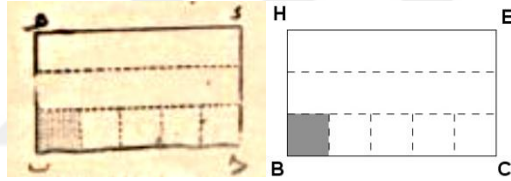
<sup>545</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 146-147.

<sup>546</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 147-151.

Kitabın altıncı bölümü düzlemsel şekillerin alan hesabı ile ilgilidir. Salih Zeki herhangi bir düzlemin alanı ile ilgili şu genel tanımını yapmıştır:

Bir yüzeyi ölçmek demek, birim şekil olarak alınan diğer bir yüzeyin bu yüzeyin içinde kaç defa bulunduğunu bulmak demektir... Alanı ölçmek için kullanılan birim şekil ise bir kenar uzunluğu bir metre olan karedir ki metrekare olarak bilinir.<sup>547</sup>

Salih Zeki bu tanımı, alanı hesaplanmak istenen tüm yüzeylere uygulamıştır. Dikdörtgen, kare, paralel kenar, üçgen, eşkenar dörtgen, yamuk, düzgün altıgen, daire gibi özelleşmiş yüzeylerin alanını, zikredilen sırayla anlatmıştır. Dikdörtgenin alanının nasıl hesaplanacağını şu şekilde izah etmiştir:



Şekil 59

Bir dikdörtgenin alanı, tabanının yüksekliği ile çarpımına eşittir. Mesela (Şekil 59)  $BCEH$  dikdörtgeninin  $BC$  tabanı 5 metre;

$CE$  yüksekliği 3 metre olsun. Bu dikdörtgen 5 metre uzunluğunda ve bir metre yüksekliğinde üç adet dikdörtgene ayrılabilir. Bu dikdörtgenlerin her biri de bir kenarı 1 metre olan 5 adet kareye tekrar ayrılabilir ve bu halde dikdörtgenin alanı  $5 \times 3 = 15$  metrekare olması gerekir... İşte bir dikdörtgenin tabanı  $B$ , yüksekliği  $Y$  ve alanı  $C$  ile gösterilir ise alanı  $C = B \times Y$  ile ifade olunur.<sup>548</sup>

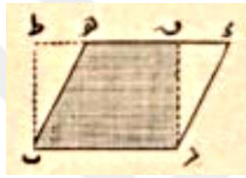
Dikdörtgenin alanını, diğer ders kitaplarında da kullandığı yöntem ile anlatan Salih Zeki, karenin alan bağıntısı için de benzer tekniği kullanmıştır. Herhangi bir açıklama yapmaksızın sadece formüller ile anlatılan bir matematik öğrenilmeyecek, bilakis bir şiir gibi ezberlenecektir. Şiir ezberleyerek şair olunamayacağı gibi, formül

<sup>547</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 152.

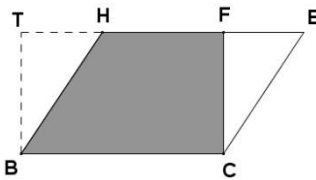
<sup>548</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 153-154.

ezberleyerek de matematik yapılamaz. Salih Zeki mümkün olduğunca, öğrenci seviyesine uygun etkinliklerle matematiksel bağıntıları açıklamaya çalışmıştır.

Dikdörtgenin ve karenin alan bağıntılarını inşa eden Salih Zeki'nin bir sonraki şekli paralelkenardır. Klasik anlatım tekniklerinde, paralelkenarın alan bağıntısı en son anlatılan geometrik şekillerden bir tanesi iken, Salih Zeki bilinçli bir şekilde dikdörtgen ve kareden hemen sonra paralelkenarın alanını anlatmıştır. Paralelkenarın alan bağıntısını, dikdörtgenden yararlanarak şu şekilde ifade etmiştir:



Şekil 60



Bir paralelkenarın alanı, tabanının yüksekliği ile çarpımına eşittir. Mesela (Şekil 60)  $BCEH$  bir

paralelkenar olsun. Bunun tabanı  $BC$  ve yüksekliği  $CF$ 'den ibarettir. Eğer  $C, B$  noktalarından  $BC$  tabanına dikme çizilir;  $EH$  doğrusu da uzatılır ise  $BCFT$  gibi bir dikdörtgen ortaya çıkar. İşte bu dikdörtgenin alanı  $BCEH$  paralelkenarının alanına eşit ve bundan dolayı bu iki şekil birbirine muadildir. Çünkü bu iki şekilde  $BCFH$  kısmı müşterek olduğundan paralelkenarda baki kalan  $CEF$  üçgeninin, dikdörtgende açıkta kalan  $BHT$  üçgenine eşit olduğunu ispat etmek gerekmektedir. Şimdi bu iki üçgenden biri diğerine eşit. Zira bunlar dik üçgen oldukları gibi öncelikle paralelkenarın karşılıklı kenarları olmaları hasebiyle  $CE$  kenarı,  $BH$  kenarına eşittir. İkinci olarak paraleller arasında kalmalarından dolayı  $CF$  kenarı da  $BT$  kenarına eşittir. Bundan dolayı bu iki üçgen birbirine eşit. İşte;

$$\text{üçgen}(CFE) = \text{üçgen}(BHT) \text{ olmakla;}$$

$$(BCFH) + (CFE) = (BCFH) + (BHT),$$

paralelkenar( $BCEH$ ) = dikdörtgen( $BCHT$ ) olur.

Dolayısıyla  $BCFT$  dikdörtgeninin alanı  $BC$  tabanının  $CF$  yüksekliği ile çarpımına eşit olduğundan  $BCEH$  paralelkenarının da alanı yine  $BC$  tabanının  $CF$  yüksekliği ile çarpımına eşit olur. Sonuç olarak paralelkenarın alanı  $C$ , tabanı  $F$  ve yüksekliği  $Y$  ile gösterilir ise alanı  $C = F \times Y$  ile ifade edilir.<sup>549</sup>

Paralelkenarın alan bağıntısını dikdörtgenin alan bağıntısından yararlanarak ispatlayan Salih Zeki, üçgenin alan bağıntısına da paralelkenarın alan bağıntısını kullanarak ulaşmaktadır. Paralelkenar köşegen doğrusu ile iki eşit üçgene ayrıldığında, üçgenlerden birinin alanının, paralelkenarın alanının yarısına eşit olacağını; dolayısıyla paralelkenarın alan bağıntısı  $taban \times yükseklik$  olduğundan, bu durumda üçgenin alanının ise  $\frac{taban \times yükseklik}{2}$  olacağını ifade etmiştir.<sup>550</sup> Salih Zeki, üçgenin alan bağıntısından yararlanarak da yamuğun alan bağıntısını elde etmiştir. Yamuğu köşegeni boyunca iki üçgene ayırmış ve üçgenlerin alanlarını toplayarak yamuğun alan bağıntısı olan  $\frac{(alt\ taban + üst\ taban) \times yükseklik}{2}$  formülüne ulaşmıştır.<sup>551</sup> Matematiğin tüm konularını bir bütün olarak düşünen Salih Zeki, her yeni konuyu önceki konular ile ilişkilendirerek anlatmaktadır. Bu sayede öğrenci matematiği anlamlandırmada herhangi bir boşluk ile karşılaşmayacaktır.

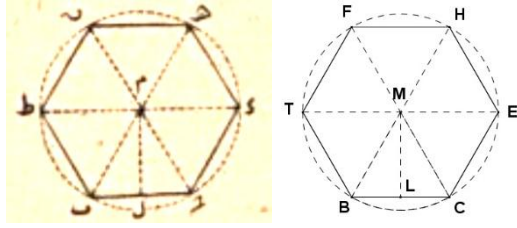
Alan hesabında en karmaşık bağıntıya sahip olan şekil daire olarak kabul edilebilir. Salih Zeki dairenin alan bağıntısına ulaşmak için, tıpkı çevre hesabında yaptığı gibi, düzgün çokgenleri kullanmıştır. Öncelikle düzgün bir çokgenin alan bağıntısını şu şekilde oluşturmuştur:

---

<sup>549</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 156-158.

<sup>550</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 158-159.

<sup>551</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 162.



Şekil 61

Bir düzgün çokgenin alanı; çevresinin, iç teğet çemberinin yarıçapı ile çarpımının yarısına eşittir. Mesela (Şekil 61)

$BCEHFT$  bir düzgün altıgen

olsun. Bu düzgün altıgenin köşeleri ile  $M$  merkezi birleştirilirse çokgen altı adet eş üçgene ayrılmış olur. Böylelikle bu üçgenlerden birinin alanı, tabanının yüksekliği ile çarpımının yarısına eşit olduğundan, yani  $\frac{1}{2}|BC| \times |ML|$  bulunduğundan, bütün altıgenin alanı da bunun altı katına eşit olur. Diğer bir deyişle,

Düzgün altıgenin alanı  $= 6 \times \frac{1}{2} \times |BC| \times |ML|$  veya  $6|BC| \times \frac{1}{2}|ML|$  olur.

Dolayısıyla  $6|BC|$  altıgenin çevresi olduğundan  $T$  ile,  $ML$  de iç teğet çemberinin<sup>552</sup> yarıçapı veyahut altıgenin yüksekliği bulunduğundan o da  $Y$  ile gösterilir ise:

Düzgün altıgenin alanı  $= \frac{1}{2}T \times Y$  olacaktır.<sup>553</sup>

Salih Zeki düzgün altıgenin alan bağıntısını, üçgenin alan bağıntısından yararlanarak oluşturmuş ve dairenin alan bağıntısı için zemin hazırlamıştır. Dairenin alan bağıntısına şu şekilde ulaşmıştır:

Bir dairenin alanı; çevresinin, yarıçapı ile çarpımının yarısına eşittir. Çünkü bir daire, kenar sayısı sonsuz olan bir düzgün çokgen gibi düşünülebilir. Şu kadar ki bu düzgün çokgenin çevresi, dairenin çevresinden ve yüksekliği de dairenin yarıçapından ibarettir. Dolayısıyla dairenin çevresi  $T$ , yarıçapı  $r$  ile gösterilir ise

<sup>552</sup> Salih Zeki kitabında, “iç teğet çember” ifadesi kullanmasına rağmen şekilde “çevrel çemberi” göstermiştir. Dolayısıyla kitapta verilen şekil yanlıştır.

<sup>553</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 163-164.

bir önceki teorem gereğince;  $daire = \frac{1}{2}T \times r$  olacaktır ki bu da teoremi ispat eder. Buradan,  $dairenin \text{ çevresi} = 2\pi r$  olduğu [daha önce] görülmüştü. Eğer daire çevresinin bu değeri yukarıdaki eşitlikte yerine yazılacak olur ise;

$$daire = \frac{1}{2} \times 2\pi r \times r = \pi r^2 \text{ bulunur.}^{554}$$

Salih Zeki dairenin alan bağıntısını, çokgenlerin alan bağıntısını kullanarak anlatmıştır. Bu durumda alan konusu bir bütün olarak, tüm konular birbirleriyle ilişkilendirilerek anlatılmıştır. Özellikle dairenin alanı ile diğer geometrik şekillerin alan bağıntılarının ilişkilendirilmiş olması, öğrencileri formüllerin kısı kacından kurtaracaktır. Salih Zeki'nin ezberlemekten ziyade öğrenmeye teşvik edici bir yöntem benimsediği görülmektedir. Daha önceki bölümlerde de olduğu gibi, bu bölüm de öğrenilen konuların uygulamalarının yaptırıldığı etkinliklerle sona ermektedir.<sup>555</sup> Dolayısıyla alan kavramı için inşa faaliyeti, yapılan çizimler ile sürdürülmüştür.

*Nazarî ve Amelî Mücmel Hendese* kitabının birinci kısmı alan konusu ile sona ermiştir. Kitabın ikinci kısmı ise *Hendese-i Mücesseme*'ye, yani cisimlerin geometrisine (uzay geometri) ayrılmıştır. Burada geometrik cisimlerin alan ve hacim bağıntıları anlatılmıştır. Seçilen ilk geometrik cisim prizmalardır. Prizmaların temel özellikleri tanıtıldıktan sonra yüzey alanı anlatılmıştır. Prizmaların yüzeyleri birer çokgen olduğundan, daha önce anlatılmış olan çokgenlerin alan kavramı ile prizmaların yüzey alanı bağıntısı ilişkilendirilmiştir. Bu bölümde alan kavramından ziyade hacim kavramı, öğrenciler için yeni bir kavramdır. Dolayısıyla prizmaların

---

<sup>554</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 165.

<sup>555</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 169-187.

hacim hesabından önce *hacim* kavramının izah edilmesi gerekmektedir. Salih Zeki genel hacim hesabı için şu ifadeleri kullanmaktadır:

Herhangi bir cismin hacmini ölçmek, o cismin hacimler için kabul edilen birim cisimden en fazla kaç tanesini içine alabildiğini arayıp bulmak demektir. Hacimler için kabul edilen birim cisim “metreküp” yani her kenarı bir metre olan bir küptür. Bu halde bir cismin hacmini ölçmek demek, o cismin kaç metreküpü içine alabildiğini bulmak demektir.<sup>556</sup>

Salih Zeki bu hacim tanımını diğer geometri ders kitaplarında da yapmıştır. Hacim hesabının özünü yansıtan bu tanım, öğrencinin alan ile hacim kavramı arasındaki ilişkiyi ve farklılığı görmesine imkân sağlamaktadır. Genel alan kavramı ile genel hacim kavramını iyi özümseyememiş bir öğrenci, formüllerin yerine rakamları yazmaktan öte bir matematik öğrenemeyecektir. Bir nevi hesap makinesi görevini üstlenmiş olacaktır. Bu şekilde eğitilmiş bir öğrencide beklenebilecek matematiksel birikim sadece *iyi hesap yapabilme kabiliyeti* olacaktır. Bu açıdan değerlendirildiğinde, Salih Zeki'nin genel alan kavramını ve genel hacim kavramını izah etmeye çalışması, söz konusu kavramların öğrenci tarafından özümsemesinin amaçlandığını göstermektedir.

Salih Zeki hacim kavramını açıkladıktan sonra özelleşmiş geometrik cisimlerin hacim bağıntılarını ayrı ayrı oluşturmuştur. İlk olarak, prizmaların hacim bağıntısını şu şekilde anlatmıştır:

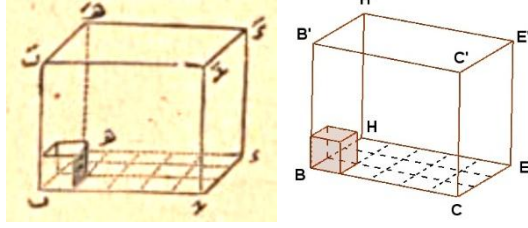
Bir dikdörtgenler prizmasının hacmi; en, boy ve yüksekliğinin çarpımına eşittir.

Mesela (Şekil 62)  $BE'$  şekli bir dikdörtgenler prizması olsun. Varsayalım ki bu dikdörtgenler prizmasının tabanını oluşturan  $BCEH$  dikdörtgeninin  $BC$  kenarı 5

---

<sup>556</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 192.

metre,  $BH$  kenarı 3 metre ve dikdörtgenler prizmasının  $BB'$  yüksekliği de 4



Şekil 62

metreye eşit bulunsun. Daha önce birinci kısımda görüldüğü üzere [kitabın birinci kısmı], bu dikdörtgenler prizmasının taban alanı  $5 \times 3 = 15$  metrekareye

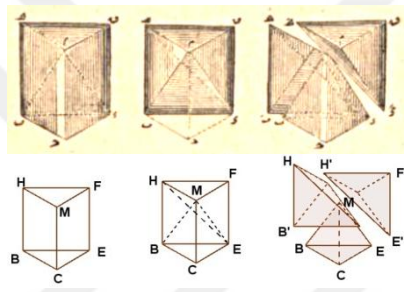
eşittir. Şimdi bu 15 metrekare sayısı üzerine birer metreküp konulacak olur ise bir metre yüksekliğinde bir tabaka, yani ince bir dikdörtgenler prizması ortaya çıkmış olur. Diğer bir deyişle tabanın alanı 15 metrekare, yüksekliği 1 metre olan bu tabaka 15 metreküpe eşit bulunur. Fakat dikdörtgenler prizmasının yüksekliği 4 metre olduğundan, bu tabakanın üzerine daha böyle üç tabaka daha istif edilebilir. İşte bütün dikdörtgenler prizması böyle dört tabakaya eşit olduğundan ve her bir tabakada  $5 \times 3 = 15$  metreküp bulunduğundan toplam metreküp sayısı,  $5 \times 3 \times 4 = 60$  olacaktır. Diğer bir deyişle, *dikkörtgenler prizmasının hacmi*  $= \overline{BC} \times \overline{BH} \times \overline{BB'}$  veya  $En \times Boy \times Yükseklik$  olduğu görülür.<sup>557</sup>

Salih Zeki dikdörtgenler prizmasının hacim bağıntısının oluşum sürecini bu ifadeler ile açıklayarak, bağıntının sonucu olan,  $En \times Boy \times Yükseklik$  formülünü öğrencinin zihninde inşa etmiştir. Salih Zeki'nin dikdörtgenin alan bağıntısı ile benzer strateji kullanması, öğrencinin hacim kavramını anlamlandırmasını kolaylaştırmıştır. Ayrıca bağıntı için kullandığı resim de inşa faaliyetine destek sağlamıştır. Bu öğretim stratejisinin yerine, hacim hesabı için öğrenciye sadece formülün verildiği bir strateji izlenmiş olsa, öğrencinin tek yapabileceği şey bu formülün uygulamasını yapmaktır. Bu durumda matematikte ve bilimde yeni şeyler

<sup>557</sup> Zeki, a.g.e., s. 192-194.

üreten bir beyin gelişimi beklenemez. Salih Zeki dikdörtgenin hacim bağıntısından yararlanarak, benzer şekilde diğer prizmaların hacim bağıntılarını da oluşturmuştur.

Salih Zeki, prizmalardan sonra piramit cismini ele almıştır. Öncelikle piramidin temel özellikleri ifade edilmiştir. Yüzey şekilleri birer çokgen olduğu için, daha önce anlatılan alan bağıntısı ile ilişki kurularak piramidin yüzey alanı bağıntısı oluşturulmuştur. Piramidin hacmi ise, prizmanın hacim bağıntısı ile ilişkilendirilerek şu şekilde anlatılmıştır:



Şekil 63

Her üçgen prizma, aynı taban ve yüksekliğe yani biri diğeri ile eş olan üçgen piramide ayrılabilir. Mesela (Şekil 63)  $BCEHMN$  gibi bir üçgen dik prizma varsayalım. Bu prizmayı  $MBE$  noktalarından geçen bir düzlem ile

keselim. Bu düzlem ile prizmadan  $MBCE$  gibi bir üçgen piramit ayrılmış olur. Şimdi bir de (Şekil 63)  $MHE$  düzlemi ile prizmanın geriye kalan kısmı da  $MBEH, MEHF$  gibi iki üçgen piramide ayrılmış olur. Şimdi bu üç piramit birbirine eştir. Zira daha önce  $MBCE, MEHF$  piramitlerini alalım: Bunların her birinin tabanı, prizmanın tabanlarından biri ve yüksekliği de prizmanın yüksekliğinden ibarettir. Diğer taraftan  $MEHF, MBEH$  piramitleri de birbirine eştir. Zira bunların da tabanları  $EHF, EHB$  üçgenleri olduğuna ve bu üçgenler de  $BEFH$  paralelkenarının yarısından ibaret bulunduğuna göre bunlar birbirine eşittir. Yüksekliklerine gelince, o da  $M$  noktasının  $BEFH$  paralelkenarına olan uzaklığına eşit olduğu için ortaktır. İşte bu üç piramit aynı taban ve yüksekliğe sahip olmaları nedeniyle birbirine eştir. Bundan çıkarılır ki: Bir üçgen piramit, aynı taban ve yüksekliğe sahip bir üçgen prizmanın üçte birine eşittir.

[Dolayısıyla] Bir piramidin hacmi, tabanının yüksekliğine çarpımının üçte birine eşittir.<sup>558</sup>

Piramidin yüzey alanı bağıntısı, bir bakışta anlaşılabilir bir bağıntı iken, piramidin hacim bağıntısı bir anda anlaşılabilir bir bağıntı değildir. Prizmanın hacmi *taban alanı*  $\times$  *yükseklik* bağıntısı ile bulunurken; piramidin hacim bağıntısında neden  $\frac{1}{3} \times \text{taban alanı} \times \text{yükseklik}$  olduğu,  $\frac{1}{3}$  katsayısının nereden geldiği gibi sorular öğrencinin zihnini karıştıran sorulardır. Salih Zeki bu karışıklığın önüne geçmek için, prizma ile piramit arasında ilişki kurarak, bir prizmanın eş üç piramide ayrılabilirliğini; dolayısıyla prizmanın hacminin üçte birinin, aynı tabana ve yüksekliğe sahip bir piramidin hacmine eşit olacağını göstermiştir. Dolayısıyla piramidin hacmi öğrenci tarafından anlamlandırılmıştır.

İkinci kısmın ikinci bölümü ise Salih Zeki'nin *döner cisimler* olarak adlandırdığı, silindir, koni ve küre cisimlerini kapsar. Salih Zeki öncelikle silindirin temel özelliklerini, alanını ve hacmini anlatmıştır. Alan ve hacim kavramları için prizmaların alan ve hacim kavramlarını kullanmıştır. Silindiri, tabanı sonsuz kenarlı çokgen olan prizma olarak düşünen Salih Zeki, alan için dairenin çevresi [taban] ile yüksekliğinin çarpımı; hacim için ise, dairenin alanının yüksekliği ile çarpımı olduğunu ifade etmiştir.<sup>559</sup> Salih Zeki diğer konularda da olduğu gibi, silindir kavramını da diğer matematiksel kavramlarla ilişkilendirmiştir. Belli bir stratejiye sadık kalması, öğrencilerde oluşabilecek olan muhtemel kafa karışıklığını en alt seviyeye indirecektir.

---

<sup>558</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 202-203.

<sup>559</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 205-208.

Silindiri, tabanı sonsuz kenarlı çokgen olan prizmaya benzeten Salih Zeki, koniyi de tabanı sonsuz kenarlı düzgün çokgen olan piramide benzetmiştir. Piramidin yüzey alanı ve hacim bağıntılarını koniye uyarlamıştır.<sup>560</sup> Salih Zeki'nin koni kavramında da matematiksel kavramları ilişkilendirerek açıklama geleneğine devam ettiği görülmektedir.

Salih Zeki son olarak küre kavramına değinmiştir. Kürenin temel özelliklerini belirttikten sonra alan bağıntısını ifade etmiştir. Kürenin alanı için; *büyük dairesinin çevresi ile çapının çarpımına* eşit olacağını veya başka bir ifadeyle  $4\pi r^2$  olacağını belirtmiştir. Fakat Salih Zeki bu bağıntının ispatını yapmamış, dipnotunda “bunun ispatı *Nazâr-i Hendese*'de görülecektir” demiştir. Dolayısıyla kürenin yüzey alanı bağıntısının sadece ifadesi verilmiştir. Salih Zeki'nin düşündüğü ispat muhtemelen öğrencilerin bilgi seviyesine uygun değildir ve dolayısıyla Salih Zeki bu kavramın ispatını sonraki yıllara bırakmış olabilir. Fakat kürenin hacim bağıntısını yapılandırmacı bir yaklaşım ile şu şekilde anlatmıştır:



Şekil 64

Bir kürenin hacmi, yüzey alanının yarıçap ile çarpımının  $\frac{4}{3}$  katına eşittir. Çünkü (Şekil 64) bir kürenin yüzey alanı, sonsuz sayıda ufak ufak yüzey parçalarının birleşiminden oluşmuş gibi kabul olunabilir. Dolayısıyla kürenin hacmi de, bu yüzey parçaları taban olmak ve köşeleri kürenin merkezinde bulunmak üzere bir takım küçük konilerden oluşmuş varsayılabilir ki bunların toplamı küreye eşittir. Şimdi bu konilerden birinin hacmi taban alanının yüksekliği ile çarpımının üçte birine eşittir. Bunların toplamının hacmi de tabanları toplamının ortak yüksekliklerine çarpımının üçte birine eşit olur.

<sup>560</sup> Zeki, a.g.e., s 208-210.

Bu konilerin tabanlarının yüzeyleri toplamı küre yüzeyi olduğuna ve ortak olan yükseklikleri de kürenin yarıçapına eşit bulunduğuna göre:

$$\text{kürenin hacmi} = \frac{\text{kürenin yüzey alanı} \times \text{yarıçap}}{3} \text{ olur.}$$

İşte kürenin yarıçapı  $r$  olduğundan:

$$\text{kürenin hacmi} = \frac{4\pi r^2 \times r}{3} = \frac{4}{3} \pi r^3 \text{ olur.}^{561}$$

Salih Zeki son olarak kürenin hacmini anlatmıştır. Kürenin hacminde bulunan  $\frac{4}{3}$  katsayısının nasıl oluştuğunu ve neden yarıçapın küpünün alındığını açıkladığı bu anlatımla birlikte geometrik cisimleri bitirmiştir. Salih Zeki küre kavramını da öğrenci seviyesine indirgemiş ve anlamlı öğrenmeye imkân sağlayacak bir strateji geliştirmiştir. Ayrıca anlatımını resimlerle zenginleştirdiği görülmektedir.

Salih Zeki'nin en hacimli kitabı olan bu kitap, geometrinin temel özelliklerini ve temel bağıntılarını içermektedir. Salih Zeki, öğrencilerin ilgili kavramı diğer matematiksel kavramlarla ilişkilendirmesine kitabın her bölümünde önem vermiştir. Konuları resimlerle zenginleştirerek anlatımına derinlik kazandırmıştır. Ayrıca bölüm sonlarında öğrenilen konular ile ilgili tatbikat yaptırarak, söz konusu kavramların günlük hayattaki karşılıklarının görülmesini sağlamıştır. Öğrencilerin bizzat çizim yaptıkları bu tatbikatlarda matematik ve somut dünya bir araya getirilmiştir. Matematiğin formüllerden uzaklaştırılarak, ezberlenmeden kavratılmasının hedeflendiği bu anlatım tekniği, bugün *yapılandırmacı eğitim anlayışı* olarak bilinen öğretme stratejisine uygundur.

---

<sup>561</sup> Zeki, *a.g.e.*, s. 215-216.

#### 4.2.8 Değerlendirme

Bilimsel bilginin elde edilmesinde ve geliştirilmesinde temel teşkil eden matematik tüm toplumların eğitsel hedeflerinin başında yer almaktadır. Buna karşın, insanlık tarihi boyunca ortaya çıkmış olan topluluklarda matematiği algılayıp öğrenebilenlerin sayısı hep azınlıkta olmuştur. Matematik öğrenmek ve öğretmek ayrıcalık olarak kabul edilmiştir. Günümüzde gelişmiş devletlerin temel bilimlerde diğer toplumlara göre daha ileride olmaları bu durumu örneklendirmektedir. Matematiğin öneminin farkında olan devletler, genç bireylerine matematiği en iyi şekilde öğretme uğraşındadırlar. Dolayısıyla matematik eğitimi sürekli değişim ve gelişim içerisinde olan bir disiplindir. Matematik eğitimcilerinin üzerinde çalıştığı farklı stratejiler bulunmaktadır. Alanyazında kabul gören matematik eğitimi stratejilerinden biri de yapılandırmacı eğitim anlayışıdır. Salih Zeki, bu anlayışın sahip olduğu temel kriterleri içerisinde barındıran geometri ders kitapları hazırlamıştır. İncelenen kitaplar arasında *İlk Hendese Dersleri Birinci Sene* isimli ders kitabının önsözünde, ders kitabını okutacak olan matematik öğretmenlerine yönelik, kılavuz mahiyetinde uyarı yazısı kaleme alınmıştır. Bu uyarı yazısında Salih Zeki, "...kitabın içindeki konular ezberlettirilmeksizin çocuklara anlattırılacak" cümlesiyle ezberlemeye karşı olduğunu ve öğrencilerin pasif alıcı olmak yerine aktif olarak derse katılmalarının sağlanmasını; "...birinci bölümün konuları sınıfta, bahçede, kısaca her yerde çocuklara yavaş yavaş gösterilecek ve ikinci bölümün bununla ilgili uygulamaları da hemen beraberce yaptırılacaktır" cümlesiyle öğretilecek olan geometri konularının doğada izlerinin aranmasını ve matematiksel kavramların günlük hayat ile ilişkilendirilmesini; "...çocuklara hiçbir zaman tarifler ezberlettirilmemeli; bilakis şekiller yaptırılarak bu tarifler kendilerine

buldurulmalıdır” cümlesiyle tanım ezberletmek yerine, öğrencinin zihninde tanımların yeniden inşasının yapılmasını ve matematiksel bağıntıların öğrenciler tarafından keşfedilmesinin sağlanmasını istemiştir. Salih Zeki'nin bu önsözde ifade ettiği genel çerçeve, yapılandırmacı eğitim anlayışının temel kriterlerini içerisinde barındırmaktadır. Salih Zeki'nin yedi ders kitabının altısında bu kriterlere sadık kaldığı tespit edilmiştir. Fakat *Mebâdî Hendese* isimli ders kitabında bu temel kriterlerden uzaklaşarak, matematiksel bağıntılar ve formüller geleneksel eğitim anlayışına uygun olarak öğrencilere anlatılmıştır. Peki Salih Zeki yedi ders kitabının altısında yapılandırmacı anlayışa uygun hareket ederken, neden bir ders kitabında bu anlayıştan uzaklaşmıştır? Bu soru farklı açılardan değerlendirilebilir. Öncelikle kitabı yapısal olarak değerlendirelim. Yedi ders kitabından altısı yaklaşık 150 ile 200 sayfa iken, söz konusu *Mebâdî Hendese* kitabı 36 sayfadan müteşekkildir. Ayrıca *Mebâdî* kelimesi *başlangıç*, *ilk unsurlar*, *ilke*, *kök* anlamlarına gelmektedir. Dolayısıyla *Mebâdî Hendese*, geometrinin temel unsurlarının, bağıntılarının ve teoremlerinin bir arada bulunduğu bir cep kitabı şeklinde tasarlanmış olabilir. Bu durumda salt formüllerden oluşan bu ders kitabının bir eğitsel karakterinin oluşmuş olması beklenemez.

Salih Zeki'nin matematik felsefesi yaklaşımlarından sezgicilik ekolüne yakın olduğu, Henry Poincaré çevirilerinde ve “Nâmütenâhî” makalesinde ortaya konulmuştur. Matematiği temellendirmek için seçtiği bu ekolün önermelerini, matematik eğitiminde de uygulamıştır. Yapılandırmacı eğitim anlayışı, 20. yüzyıl matematik felsefesi akımlarından Sezgicilik'ten türemiş, temel önermelerini bu akımdan almış bir matematik eğitimi stratejisidir. Dolayısıyla Salih Zeki'nin, hem matematiği açıklamada hem de matematik eğitiminde hedefe yönelik bilinçli bir yol izlediği

görülmektedir. Bu durumda Salih Zeki'nin planlı ve programlı bir şekilde, felsefi temeli olan bir matematik eğitimi öngördüğü ve bu öngörü ile Türkiye'nin matematik eğitimine yön vermek istediğı ortaya çıkmaktadır.



## 5. SONUÇ

Salih Zeki Fransa'da eğitim gördüğü yıllarda Poincaré ile yakın ilişki kurmuş ve matematik öğrenmenin yanı sıra, onun bilime bakışından da etkilenmiştir. Bu etkinin bir sonucu olarak Henry Poincaré'nin eserlerinden Türkçe'ye çevirdiği *İlmin Kıymeti*<sup>562</sup>, *İlim ve Usul*<sup>563</sup>, *İlim ve Faraziye*<sup>564</sup> isimli kitaplar ile Osmanlı bilimine yön vermek istemiştir.

Salih Zeki'nin Poincaré'den çevirdiği bu kitapların matematik ile ilgili bölümlerinde, Poincaré açıkça Mantıkçılığın ve Formalizmin matematiği yeniden temellendirmek için ortaya koydukları ilkeleri reddetmiştir. İlk sezgici olarak kabul edilen Poincaré'nin bilim felsefesi konulu eserlerini titizlikle Türkçe'ye çeviren Salih Zeki'nin, Mantıkçı ve Formalist ekollere mensup filozoflara ait kitapları incelemesine rağmen Türkçeye çevrilmeye değer bulmamış olması, onun bu tartışmalarda Poincaré ile aynı safta olduğu düşüncesini akla getirmektedir.

Sezgicilerle Mantıkçıların ve Formalistlerin arasındaki en önemli ihtilafların başında “sonsuzluk” düşüncesinin matematikteki varlığı gelmektedir. Brouwer'in öncülüğünde ortaya çıkan Sezgicilik ekolü, sonsuzluk düşüncesinin matematikten arındırılması gerektiğini savunmaktadır. Böyle bir ortamda Salih Zeki “*Nâmütenâhî*” (*Sonsuzluk*) isimli makalesini kaleme almıştır. Bu makalede Osmanlı'nın, matematik felsefesi tartışmalarını Salih Zeki aracılığıyla yakından takip edebildiği görülmektedir. Salih Zeki, makale boyunca sonsuzluk kavramı üzerinden Mantıkçı ve Formalist görüşe açıkça tavır almıştır. Bunun yanı sıra, Sezgici olan Poincaré'nin sonsuzluk için ortaya koyduğu düşüncelerini Salih Zeki'nin de benimsediği bu

---

<sup>562</sup> Fr. *La Valeur de la Science*.

<sup>563</sup> Fr. *Science et Méthode*.

<sup>564</sup> Fr. *La Science et l'Hypothèse*.

makalede tespit edilmiştir. “*Nâmütenâhî*” makalesinde açıkça Sezgici olduğunu beyan etmeyen Salih Zeki’nin, bu makaledeki sonsuzluğa yaklaşımı ile Sezgici görüşün iddiaları paralellik göstermektedir. Dolayısıyla bu makalenin diğer önemli bir sonucu, Salih Zeki’nin “*Nâmütenâhî*”de sonsuzluk düşüncesine dair matematik felsefesinde yer alan tartışmaları tanıtmanın ötesinde, bu felsefî akımlardan Mantıkçılığın ve Formalizmin düşüncelerini matematiksel açıdan çürütüp, Sezgici görüşün sonsuzluk kavramına yönelik yaklaşımını kabul etmesidir. O, bu tartışmalarda izleyici değil katılımcıdır. Sonuç olarak “*Nâmütenâhî*” makalesinde Salih Zeki’nin matematiği temellendirmede Sezgici bir bakışa sahip olduğu görülmüştür.

Salih Zeki Dârü’l-Fünûn’da rektörlük görevini yürüttüğü dönemde matematik öğrencilerine ve matematik öğretmenlerine yönelik Cuma günleri konferans düzenlemiştir. Daha sonra bu konferanslar *Dârü’l-Fünûn Konferansları* ismiyle kitap olarak basılmıştır. İki ciltten oluşan bu kitabın birinci cildi Euclides-dışı geometrileri içermektedir. Birinci cildinde yer alan 14 konferanstan ilkinde Salih Zeki, Bolyai, Gauss ve Lobatchewsky’nin Euclides-dışı geometrilere dair görüşleri hakkında bilgi vermiştir. İkinci konferansında ise Riemann geometrisini, Helmholtz’un görüşlerinden yararlanarak açıklamıştır. Ayrıca ikinci konferansında 19. yüzyılda ortaya çıkan felsefî tartışmalara da değinmiştir. Rasyonalistler ve Ampristler arasında, Euclides-dışı geometrilerdeki şekillerin boyut sayıları problemi tartışma konusu olmuştur. Salih Zeki üçüncü konferansında Euclides ve Euclides-dışı geometrileri karşılaştırmıştır. Dördüncü konferansında ise dönemin ileri gelen matematikçilerinin Euclides-dışı geometriler hakkındaki düşüncelerini aktarmıştır. Bu konferansta, mantıkçı olduğu bilinen Russell ile Salih Zeki’nin sanal sayıların

felsefi önemi konusunda farklı görüşlere sahip oldukları görülmektedir. Buna karşın Salih Zeki, Poincaré'nin bu konu hakkındaki görüşlerini desteklemektedir. Beşinci konferansında Salih Zeki, ilk dört konferansında anlattıklarının kısa bir özetini verdikten sonra Poincaré'nin Euclides-dışı geometriler hakkındaki görüşlerini derinlemesine analiz etmiştir. Salih Zeki ilk beş konferansında Euclides-dışı geometrilerin tarihi serüveninden bahsetmiş ve kalan konferanslarında ise Euclides-dışı geometrileri matematiksel kaideleri açısından değerlendirmiştir. Dârü'l-Fünûn Konferanslarını bu tez çalışması için önemli kılan bir diğer nokta ise, Salih Zeki'nin matematik felsefesi yaklaşımlarından Sezgicilik ekolüne taraf olduğu iddiasının temellendirilebilmesi için, bu felsefi görüşlerin ortaya çıkmasını sağlayan Euclides-dışı geometrilerin matematiksel açıdan derinlemesine analiz etmiş olduğunun görülmesidir. Zira bu konferanslarında Salih Zeki'nin Euclides-dışı geometrilere hâkim olduğu, dolayısıyla matematik felsefesi tartışmalarına müdahil olma ehliyetine sahip olduğu görülmektedir. Ayrıca Salih Zeki, matematik bölümü öğrencilerini ve matematik öğretmenlerini Dârü'l-Fünûn Konferansları ile matematikteki son gelişmelerden haberdar ederek, onların mesleki gelişimlerine katkı sağlamayı hedeflemiştir.

19. yüzyılda matematiğin temellerinde yaşanan probleme çözüm getirmek amacıyla ortaya çıkan matematik felsefesi yaklaşımlarından biri olan *Mantıkçılığın (Logicism)*, Frege, Russell ve Hilbert'in öncülüğünde geliştirildiğini ve amacının tüm matematiği mantığın kaideleri ile açıklayarak yeniden temellendirmek olduğunu daha önce dile getirmiştik. Aynı yüzyıl içinde, De Morgan, Boole ve Jevons'un önderliğinde bir grup İngiliz matematikçi ise, klasik mantığın işlevselliğinin kalmadığını düşünerek, Frege, Russell ve Hilbert'in Mantıkçılığından farklı olarak, Boole Cebiri ve Yeni

Mantık isimleri ile anılan bir çalışma başlatmışlardır. Bu İngiliz matematikçilerinin amacı matematiği yeniden temellendirmek değil, aksine onlara göre işlevselliğini kaybeden klasik mantığı, matematiğin hâlihazırda sahip olduğu teoremleri ile yeniden temellendirmektir. Dolayısıyla Boole Cebiri'nin matematik felsefesindeki mantıkçılık ile bir ilgisi yoktur. Osmanlı'nın önemli aydınlarından olan Ali Sedad Bey, İngilizlerin yaptığı bu çalışmayı yakından takip etmiştir. Ali Sedad, *riyazi mantık* olarak isimlendirdiği Boole Cebiri'ni, 1885 yılında kaleme aldığı ve esasını Aristoteles mantığının oluşturduğu, *Mizanü'l-Ukûl fi'l-Mantık ve'l-Usûl* isimli kitabının ek (*lahika*) kısmında açıklamaya çalışarak Osmanlı mütefekkirlerinin dikkatine sunmuştur. Fakat Ali Sedad Bey'in kendisi mantığın matematikleştirilmesine taraftar değildir. Salih Zeki ise *Mizan-ı Tefekkür* isimli kitabında mantığın, matematiğin kaideleri kullanılarak izah edilebileceğini ispatlamaya çalışmıştır. O, riyazi mantığı Ali Sedad'ın aksine desteklemiştir. Çünkü Salih Zeki'ye göre en önemli açıklama aracı matematiktir. Dolayısıyla mantık da matematik ile pekâlâ açıklanabilir.

Salih Zeki'nin matematik felsefesi yaklaşımlarında Sezgicilik ekolüne yakın bir konumda yer alması, onun matematik eğitime bakışını da etkilemiştir. Sezgicilik ekolünden hareketle ortaya çıkan ve matematik eğitimi teorilerinden biri olan Yapılandırmacılık yaklaşımına göre Salih Zeki'nin geometri ders kitaplarını kaleme aldığı tespit edilmiştir. Salih Zeki'nin bu ders kitaplarını, öğrencilerin matematiği ezberlemeden zihinlerinde inşa etmelerini sağlayacak şekilde organize ettiği görülmüştür.

Günümüzde matematik eğitimi için en etkili yöntemlerden biri olduğu konusunda matematik eğitimcilerinin hemfikir olduğu Yapılandırmacı yaklaşımın, Salih Zeki

tarafından 20. yüzyılın başında ders kitaplarında kullanılmış olması dikkate değerdir. 19. yüzyılın başından günümüze kadar eğitimde, özellikle de matematik eğitiminde sürekli reformlar yapılmaktadır. Matematik eğitiminde yapılan reformlar daha çok öğretim programlarının ve ders kitaplarının yeniden düzenlemesi şeklinde olmuştur. Salih Zeki'nin yazmış olduğu geometri ders kitapları ile bugün matematik eğitiminde kullanılan ders kitaplarının yapılandırmacı karakter taşıdığı görülmektedir. Dolayısıyla bugün matematik eğitiminin kalitesini yükseltmek amacıyla ders kitaplarının ezberden uzak, inşacı bir karakterle donatılması projesinin, Salih Zeki'nin eliyle Cumhuriyet'in ilk yıllarında uygulandığı bu tez çalışmasında tespit edilmiştir. Bu durumda matematik eğitiminin geliştirilmesi adına ders kitaplarının ve öğretim programlarının geliştirilmesinin tek başına yeterli olmadığı görülmektedir. Türkiye'nin matematik eğitiminde ve dolayısıyla matematik üretiminde geri kalmasının nedenleri daha derinlikli bir araştırmayı gerekli kılmaktadır.

Osmanlı Devleti özellikle 18. yüzyıldan itibaren Pragmatizm felsefesine uygun bir şekilde yönetilmiştir. Söz konusu felsefenin eğitim uygulamalarından biri olan Yapılandırmacılığı Salih Zeki'nin matematik eğitiminde kullanmış olması, devletin eğitimden beklentisi ile örtüşmektedir.

Son olarak Salih Zeki, dönemin en önemli filozoflarından Poincaré'nin bilim konulu kitaplarını Türkçeye çevirmek suretiyle ülkenin bilim algısına yön vermek istemiş ve bilime yön vermek için gerekli en önemli araç olan matematik eğitime, anlamlı öğrenmeye uygun ders kitapları yazarak müdahale etmiş ve bu ders kitaplarını okutacak olan matematik öğretmenlerine yine bizzat kendisi haftalık eğitim vererek meslekî anlamda yetkin öğretmenler yetiştirilmesini sağlamaya çalışmıştır.

## KAYNAKÇA

- Adivar, A. A. (1982). *Osmanlı Türklerinde İlim*. İstanbul: Remzi Kitapevi.
- Akbaş, M. (2003). Einstein'ın Görelilik Teorisini Türkiye'ye Tanıtanlar (I): Mehmed Refik Fenmen ve Kerim Erim. *Osmanlı Bilimi Araştırmaları*, IV/2, 29-59.
- Akbaş, M. (2003). Einstein'ın Görelilik Teorisini Türkiye'ye Tanıtanlar (II): Hüsni Hamid Sayman. *Osmanlı Bilimi Araştırmaları*, V/1, 51-68.
- Akbaş, M. (2005). Salih Zeki ve "Zaman" Başlıklı Konferansı. *Osmanlı Bilim Araştırmaları*, VII/1, 79-96.
- Altun, M. (2004). *Matematik Öğretimi*. Bursa: Alfa Yayınları.
- Altun, M. (2006). Matematik Öğretiminde Gelişmeler. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 223-238.
- Arkün, S., & Aşkar, P. (2010). Yapılandırmacı Öğrenme Ortamlarını Değerlendirme Ölçeğinin Geliştirilmesi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 32-43.
- Arsal, Z. (2012). İlköğretim Fen ve Teknoloji Dersi Öğretim Programı Kazanımlarının Yapılandırmacılık İlkelerine Göre Değerlendirilmesi. *Uluslararası Eğitim Programları ve Öğretim Çalışmaları Dergisi*, S 3, 1-14.
- Arslan, M. (2007). Eğitimde Yapılandırmacı Yaklaşımlar. *Ankara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Fakültesi Dergisi*, C 40, S 1, 41-61.
- Arslanoğlu, İ. (2012). *Eğitim Felsefesi*. Ankara: Nobel Akademik Yayıncılık.

- Baki, A. (2006). *Kuramdan Uygulamaya Matematik Eğitimi*. Trabzon: Derya Kitabevi.
- Baki, A. (2014). *Matematik Tarihi ve Felsefesi*. Ankara: Pegem Akademi.
- Barker, S. F. (2003). *Matematik Felsefesi*. (Y. Dursun, Çev.) Ankara: İmge Kitabevi.
- Bergren, J. L. (2003). *Episodes in the Mathematics of Medieval İslam*. New York: Springer-Verlag.
- Beyaztaş, D. İ., Kaptı, S. B., & Senemoğlu, N. (2013). Cumhuriyetten Günümüze İlkokul/İlköğretim Programlarının İncelenmesi. *Ankara Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, C. 46, S. 2, 319-344.
- Brauner, C. J., & Burns, H. W. (1965). Eğitim Felsefesi (S. Büyükdüvenci, Çev.). *Problems in Education and Philosophy*, 20-26.
- Brooks, J. G., & Brooks, M. G. (1999). *In Search of Understanding: The Case for Constructivist Classrooms*. Virginia: Association for Supervision and Curriculum Development.
- Brouwer, L. E. (2004). Sezgicilik Üzerine Konuşmalar. B. S. Gür içinde, *Matematik Felsefesi* (s. 163-174). Ankara: Kadim Yayınları.
- Brown, J. R. (2008). *Philosophy of Mathematics*. New York: Routledge.
- Bukova-Güzel, E. (2008). Yapılandırmacı Öğrenme Yaklaşımının Öğretmen Adaylarının Matematiksel Düşünme Süreçlerine Olan Etkisi. *New World Sciences Academi*, 3,4, 678-688.
- Cevizci, A. (2010). *Felsefe Sözlüğü*. İstanbul: Paradigma.

Cevizci, A. (2012). *Felsefe Tarihi*. Ankara: Say Yayınları.

Cevizci, A. (2013). Önsöz. Platon içinde, *Phaidon* (s. 7-39). (F. Akderin, Çev.)İstanbul: Say Yayınları.

Cevizci, A. (2014). *Eğitim Felsefesi*. İstanbul: Say.

Chaitin, G. J. (2004). Matematiğin Temelleri Üzerine Uyuşmazlık Yüzyılı (Gür S. B., Çev.) . B. S. Gür içinde, *Matematik Felsefesi* (s. 359-397). Ankara: Kadim Yayınları.

Çelik, F. (2006). Türk Eğitim Sisteminde Hedefler ve Hedef Belirlemede Yeni Yönelimler. *Burdur Eğitim Fakültesi Dergisi*, 1-15.

Davis, P. J., & Hersh, R. (2002). *Matematiğin Seyir Defteri*. (E. Abadoğlu, Çev.) Ankara: Doruk Yayımcılık.

Delil, A., & Güleş, S. (2007). Yeni İlköğretim 6. Sınıf Matematik Programındaki Geometri ve Ölçme Öğrenme Alanlarının Yapılandırmacı Öğrenme Yaklaşımı Açısından Değerlendirilmesi. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 35-48.

Demir, S., & Şahin, S. (2009). İlköğretim Okullarında 1-5. Sınıflarda Yapılandırmacılık Yaklaşımına Göre Oluşturulan Eğitim Programlarının Uygulanmasında Öğretmenlerin Karşılaştığı Sorunlar. *Journal of Qafqaz University*, S 26, 158-171.

Demirtaş, İ. A. (2005). Salih Zeki'nin Lobaçevski Geometrisini Tanıtan İki Konferansı. *Osmanlı Bilim Araştırmaları*, VII/1, 67-78.

- Devellioğlu, F. (2011). *Osmanlıca-Türkçe Sözlük*. Ankara: Aydın Kitapevi Yayınları.
- Dölen, E. (2005). Salih Zeki ve Darülfünun. *Osmanlı Bilim Araştırmaları*, VII/1, 123-135.
- Erdem, E., & Demirel, Ö. (2002). Program Geliştirmede Yapılandırmacılık Yaklaşımı. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, S 23, 81-87.
- Ergün, M. (2014). *Eğitim Felsefesi*. Ankara: Pegem Akademi.
- Erim, K. (1922). Umûm-î İzâfiyet Nazariyâtı. *Dergâh*, C. 2, S. 22, 149-150.
- Erim, K. (2008). The Foundations of Mathematics (B. Gür, Çev.). *Matematik Dünyası*, 1, 87-90.
- Ernest, P. (2004). *The Philosophy of Mathematics Education*. Exeter: Routledge Falmer.
- Ertürk, S. (1988). Türjiye'de Eğitim Felsefesi Sorunu. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, S 3, 11-16.
- Etкер, Ş. (2005). Salih Zeki Bey - Üç Boyutlu Bir Biyografi İçin. *Osmanlı Bilim Araştırmaları*, VII/1, 137-154.
- Fazlıoğlu, İ. (2004). Aristoteles'in Sayı Tanımı. *Dîvân İlmî Araştırmalar Dergisi*, S.15, s.127-138.
- Friedman, M. (2015). *Kant ve Kesin Bilimler*. (S. Şan Öget, Çev.) İstanbul: Alfa.
- Galison, P. (2015). *Einstein Saatleri Poincaré Haritaları*. (A. Akın, Çev.) Ankara: Akılçelen Kitaplar.

- Gökberk, M. (2012). *Felsefe Tarihi*. İstanbul: Remzi Kitapevi.
- Gömlüksiz, M. N., & Kan, A. Ü. (2007). Yeni İlköğretim Programlarının Dayandığı Temel İlke ve Yaklaşımlar. *Doğu Anadolu Bölgesi Araştırmaları*, 60-66.
- Gür, B. (2004). *Matematik Felsefesi*. Ankara: Kadim Yayınları.
- Gür, B. (2005). Descartes'ın Matematik Felsefesi Üzerine. *Matematik Dünyası*, 1, 101-105.
- Gür, B. (2006). Kant ve Matematik Felsefesi Üzerine. *Matematik Dünyası*, 1, 94-99.
- Gür, B. (2006). Poincare'nin Matematik Felsefesi Üzerine. *Matematik Dünyası*, 2, 76-80.
- Gür, B. (2007). Frege, Russell ve Mantıkçılık. *Matematik Dünyası*, 2, 72-75.
- Gür, S. B. (2005). Leibniz'in Matematik(sel) Düşüncesi. *Matematik Dünyası*, 2, 91-96.
- Hacısalıhoğulları, H. H., Hacıyev, A., Kalantarov, V., & Sabuncuoğlu, A. (2009). *Matematik Terimleri Sözlüğü (2.baskı)*. Ankara: Türk Dil Kurumu Yayınları.
- Handal, B. (2009). Matematik Pedagojisi ve Felsefesi. (S. Ö. Günaydın, Çev.) *İlköğretim Online*, 1-6.
- Hersh, R. (1997). *What is Mathematics, Really?* New York: Oxford University Press.
- Hsu, J. P., & Hsu, L. (2006). *A Broader View of Relativity*. Singapore: World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd.

İhsanoğlu, E., Şeşen, R., & İzgi, C. (1999). *Osmanlı Matematik Literatürü Tarihi*.  
İstanbul: IRCICA.

James, I. (2013). *Büyük Matematikçiler Euler'den Van Neumann'a*. (C. Öztürk, Çev.)  
İstanbul: Türkiye İş Bankası Kültür Yayınları.

Kadioğlu, D. (2013). *Salih Zeki's Darülfünun Konferansları And His Treatment of  
The Discovery of Non-Euclidean Geometries*. (Basılmamış Yüksek Lisans  
Tezi) Ankara: Orta Doğu Teknik Üniversitesi.

Kahya, E., Unat, Y., Dosay, M., Demir, R., Topdemir, H. G., Tekeli, S., et al. (2010).  
*Bilim Tarihine Giriş*. Ankara: Nobel Yayınları.

Karaçay, T. (2009). *2. Yüzyılda Bilimi Sarsan Düşünceler ve Henri Poincare*.  
Ankara.

Kaya, R. (2004). *Geçmişten Günümüze Geometri Öğretimi ve Öklid Dışı  
Geometrilerin Öğretimdeki Yeri ve Önemi*. Aralık 9, 2011 tarihinde  
Matematik Derneği Wep Sitesi:  
[http://www.matder.org.tr/index.php?option=com\\_content&view=article&id=](http://www.matder.org.tr/index.php?option=com_content&view=article&id=79)  
79: adresinden alındı

Kocaman, M. (2002). *Einstein'ın Görelilik Kuramının Türkiyeye Girişi*.  
(Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi) İstanbul: İstanbul Üniversitesi Sosyal  
Bilimler Enstitüsü.

Koç, G., & Demirel, M. (2004). Davranışçılıktan Yapılandırmacılığa: Eğitimde Yeni  
Bir Paradigma. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, S 27, 174-  
180.

- Köz, İ. (1992). *Salih Zeki'nin Mantık Anlayışı*. (Basılmamış Yüksek Lisans Tezi)  
Ankara: Ankara Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü.
- Köz, İ. (2002). Modern Türk Düşüncesinde Mantık Çalışmaları. *Ankara Üniversitesi İlahiyat Fakültesi Dergisi*, Cilt XLIII, Sayı 1, 135-169.
- MEB. (2009). *İlköğretim Matematik Dersi 6-8. Sınıflar Öğretim Programı ve Kılavuzu*. Ankara: Talim Terbiye.
- MEB. (2009). *İlköğretim Matematik Dersi 6-8.Sınıflar Öğretim Programı ve Kılavuzu*  
. Ankara: Milli Eğitim Bakanlığı Talim Terbiye Kurulu Başkanlığı.
- MEB. (2009, Nisan). *Orta Öğretim Programlarının Yenilenme Gerekçeleri ve Davranışçı Yaklaşım ile Yapılandırmacı Yaklaşım Arasındaki Farklar*. Kasım 28, 2015 tarihinde T.C. Millî Eğitim Bakanlığı Orta Öğretim Genel Müdürlüğü: [ogm.meb.gov.tr/belgeler/program\\_yaklasim.ppt](http://ogm.meb.gov.tr/belgeler/program_yaklasim.ppt) adresinden alındı
- MEB. (2013). *Ortaokul Matematik Dersi (5,6,7 ve 8. sınıflar) Öğretim Programı*.  
Ankara: Milli Eğitim Bakanlığı Talim Terbiye Kurulu Başkanlığı.
- Memnun, D. S. (2013). Türkiye'de Cumhuriyet Dönemi İlköğretim Matematik Programlarına Genel Bir Bakış. *Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, S. 25, 71-79.
- Newsom, C. V. (2010). Modern Matematiksel Düşünce. C. Yıldırım içinde, *Matematiksel Düşünme* (s. 201-212). İstanbul: Remzi Kitapevi.

- Öner, N. (1959). Türkiye'de Yeni Mantık Cereyanlarının İlk Habercisi: Ali Sedad. *Ankara Üniversitesi İlahiyat Fakültesi Dergisi*, Sayı 1-5, 60-69.
- Öner, N. (2012). *Tanzimattan Sonra Türkiye'de İlim ve Mantık Anlayışı (Doktora Tezi, 1957)*. Ankara: Divan Kitap.
- Pakalın, M. Z. (2005). *Sicill-i Osmanî Zeyli*. Ankara: Türk Tarih Kurumu Yayınları.
- Penrose, R. (2007). Matematiksel Kavramların Platonik Gerçekliği (Y. Atakan, Çev.). *Matematik Dünyası*, sayı 75, 80-83.
- Poincaré, H. (1915). *İlmin Kıymeti*. (S. Zeki, Çev.) İstanbul: Matbaa-i Âmire.
- Poincaré, H. (1927). *İlim ve Faraziye*. (S. Zeki, Çev.) İstanbul: Milli Matbaa.
- Poincaré, H. (1928). *İlim ve 'Usul*. (S. Zeki, Çev.) İstanbul: Devlet Matbaası.
- Rényi, A. (2003). *Matematik Üzerine Diyaloglar*. (İ. Taşdelen, Çev.) Ankara: Dost Kitabevi Yayınları.
- Saraç, C. (1994). Salih Zeki Bey'in Nâmütenâhî İsimli Makalesi. *Bilim Tarihi*, 3-6.
- Sedad, A. (1303/1886). *Mizanü'l-Ukûl fi'l-Mantık ve'l-Usûl*. İstanbul: Karabet ve Kasbar Matbaası.
- Sena, C. (1927). İzâfiyet Nazariyesine Umûmî Bakışlar. *Hayat Mecmu'ası*, C. 3, S. 4, 38.
- Sönmez, V. (2014). *Eğitim Felsefesi*. Ankara: Anı Yayıncılık.

Stanford University. (2012, May 2). *The Philosophy of Mathematics*. November 3, 2014 tarihinde Stanford Encyclopedia of Philosophy: <http://plato.stanford.edu/entries/philosophy-mathematics/> adresinden alındı

Tahir, B. M. (1926). *Osmanlı Müellifleri*. İstanbul: Matbaa-i Âmire.

Tezci, E. (2003). Oluşturmacı Öğretim Tasarımı ve Yaratıcılık. *The Turkish Online Journal of Educational Technology*, 50-55.

Topdemir, H. G. (2008). *Felsefe*. Ankara: Pegem Akademi.

Topdemir, H. G., & Unat, Y. (2008). *Bilim Tarihi*. Ankara: Pegem Akademi Yayınları.

Unat, Y. (2013). Salih Zeki. *İslam Ansiklopedisi* (s. Cilt 36, 43-45). içinde Ankara: Türkiye Diyanet Vakfı.

Ülger, A. (2005). Matematğin Kısa Bir Tarihi. *Üniversite ve Toplum*, 8.

Ülken, H. Z. (1935). Tanzimattan Sonra Mantık Hareketleri. *Edebiyat*, Sayı 3, 37-52.

Ülken, H. Z. (2013). *Eğitim Felsefesi*. Ankara: Doğu Batı.

Ünder, H. (2010). Yapılandırmacılığın Epistemolojik Savlarının Türkiye'de İlköğretim Fen ve Teknoloji Dersi Programlarında Görünümleri. *Eğitim ve Bilim*, 200-214.

Yalçın, Ş. (2003). Kant'ta Matematğin Felsefi Temelleri. *Felsefe Dünyası*, 128-143.

Yıldırım, C. (2008). *Bilimsel Düşünme Yöntemi*. Ankara: İmge Kitapevi.

Yıldırım, C. (2008). *Matematiksel Düşünme*. İstanbul: Remzi Kitapevi.

Zeki, S. (1309/1892). *Hendese-i Tecrubiyye*. İstanbul: Karabet Matbaası.

Zeki, S. (1322/1904). *Nazarî ve Amelî Hendese*. İstanbul: Karabet Matbaası.

Zeki, S. (1322/1904). *Nazarî ve Amelî Mücmel Hendese*. İstanbul: Karabet Matbaası.

Zeki, S. (1325/1907). *Mebâdî Hendese*. İstanbul: Karabet Matbaası.

Zeki, S. (1325/1909). *Muhtasar Hendese*. İstanbul: Karabet Matbaası.

Zeki, S. (1327/1911). *Hendese*. İstanbul: Karabet Matbaası.

Zeki, S. (1329/1913). *Mücmel Hendese*. İstanbul: Asaduryan Matbaası.

Zeki, S. (1331/1915). *Dârü'l-Fünûn Konferansları (cilt 1)*. İstanbul: Matba'a-i 'Âmire.

Zeki, S. (1332 H.). Nâmütenâhî. *Darulfünûn Fünûn Fakültesi Mecmuası*, sayı1, cilt 1, 5-36.

Zeki, S. (1332/1913). *Mizân-ı Tefekkür*. İstanbul: Kanaat Matbaası.

Zeki, S. (1332/1914). *İlk Hendese Dersleri (Birinci Sene)*. İstanbul: Necm-i İstikbal Matbaası.

Zeki, S. (1332/1914). *İlk Hendese Dersleri İkinci Sene, Devre-i Mutavassıta Dördüncü Sınıf*. İstanbul: Necm-i İstikbal Matbaası.

Zeki, S., & Hâki, H. (1332/1914). *İlk Hendese Dersleri (İkinci Sene)*. İstanbul: Şirket-i Mürettebiye Matbaası.

Zeki, S., & Hâkî, H. (1334/1915). *İlk Hendese Dersleri (Birinci Sene)*. İstanbul: Necm-i İstikbal Matbaası.

Zeller, E. (2008). *GreK Felsefesi Tarihi*. (A. Aydoğan, ev.) İstanbul: Say Yayınları.



## ÖZET

Kimilerine göre salt insan zihnin bir ürünü olan, kimilerine göre ise doğada gizil olarak var olan matematik, zaman zaman bir takım bunalımlar ile karşılaşmıştır. Hemen her bunalım olağan üstü gelişmeleri beraberinde getirmiştir. Bunlardan biri de 19. yüzyılın son çeyreğinde ortaya çıkan Euclides-dışı geometrilerdir. Bu yeni geometriler ile matematiğin temellendirme problemi de gündeme gelmiştir. Bu durumda, genel olarak matematiğin doğasının ne olduğu ile ilgilenen matematik felsefesi, kendisine yeni bir uğraş alanı bulmuştur. Matematiği farklı şekillerde temellendirmeye çalışan Mantıkçılık (Logicalism), Formalizm (Formalism) ve Sezgicilik (İntuitionism) ekolleri ortaya çıkmıştır. Bu felsefi yaklaşımlar Osmanlı matematikçilerinin de dikkatinden kaçmamıştır.

Osmanlı Devleti'nin son yıllarında yetiştirdiği en önemli matematikçilerinden biri olan Salih Zeki'nin (1864-1921) matematik felsefesindeki konumu ve matematik eğitimine yaklaşımı bu tez çalışmasının konusunu oluşturmaktadır. Bu amaçla Salih Zeki'nin "Nâmütenâhî" isimli makalesi, Fransız matematikçi Henry Poincaré'den çevirmiş olduğu *İlmin Kıymeti (La Valeur de la Science)*, *İlim ve Usul (Science et Méthode)*, *İlim ve Faraziye (La Science et l'Hypothèse)* isimli kitapları, Dârü'l-Fünûn Fen Fakültesi'nde vermiş olduğu 13 konferans, *Mizan-ı Tefekkür* isimli kitabı ve ilkokul ve ortaokul öğrencileri için yazmış olduğu 7 geometri ders kitabı incelenmiştir.

Yapılan incelemeler sonucunda Salih Zeki'nin matematik felsefesi yaklaşımlarından Sezgicilik düşüncesinin savlarını kabul ettiği, kaleme almış olduğu eserler ile matematik felsefesine katkı sağladığı ve geometri ders kitaplarında, günümüzde en

etkili matematik eğitimi yaklaşımlarından biri olarak kabul edilen Yapılandırmacık (Constructivism) düşüncesinin izleri tespit edilmiştir. Ayrıca *Dârü'l-Fünûn Konferansları*'nın beşincisinde Salih Zeki, Poincaré'nin görelilik hakkındaki görüşlerini açıklamıştır. Bu konferans ile görelilik düşüncesi, ilk defa Osmanlı'ya girmiştir.



## ABSTRACT

It is thought that the mathematics is a product of the human mind or exists as an inherent aspect of nature, but it is definite that it has encountered various crises in due course. Almost all crises have brought along remarkable developments. One of them is non-Euclidean geometries which were discovered in the last quarter of the 19th century. The justification problem of the mathematics comes to the fore along with this novel geometries. Under these circumstances the philosophy of mathematics, which deals with the nature of mathematics in general, finds a new area for itself. This paves the way for different views such as Logicism, Formalism and Intuitionism, which try to justify the mathematics in different ways, to emerge. These philosophical views attract attention of the Ottoman mathematicians as well.

The topic of this thesis is the philosophical position of Salih Zeki (1864-1921), one of the most distinguished mathematicians during the last years of the Ottoman Empire, in mathematics and his attitude towards the mathematics education. For this aim, the corpus, which is analyzed, is as follows: his article entitled “Nâmütenâhî”, his three translation books entitled “*İlmin Kıymeti (La Valeur de la Science)*”, “*İlim ve Usul (Science et Méthode)*”, “*İlim ve Faraziye (La Science et l'Hypothèse)*” by Henry Poincaré, who is a French mathematician, his 13 lectures at the Faculty of Science of the *Dârü'l-Fünûn* (now Istanbul University), his book entitled *Mizan-ı Tefekkür* and his 7 geometry course books for primary and secondary school students.

Depending on the analyses, it is ascertained that Salih Zeki accepted the hypotheses proposed by Intuitionism among other philosophical approaches of the mathematics,

that he made significant contributions to the philosophy of the mathematics with his works and that there were traces of Constructivism accepted as one of the most influential approaches in the mathematics education at the present time in his geometry course books. Moreover, it has been found out that he explained the opinions of Poincaré about relativism in the fifth lecture of *Dârü'l-Fünûn Konferansları*, which consists of a series of lectures delivered him. Thanks to this lecture, the idea of relativism entered into the mathematics of the Ottoman Empire for the first time.

